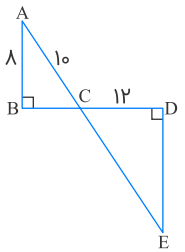
۱ در ذوزنقه‌ای اندازهٔ قاعده‌ها ۹ و ۴ واحد و طول ساق‌ها ۶ و ۵ واحد است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون ذوزنقه تشکیل شود، کدام است؟

۱) ۱۱/۵
۲) ۱۱/۶
۳) ۱۲/۲
۴) ۱۲/۸

قلمچی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۷
قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

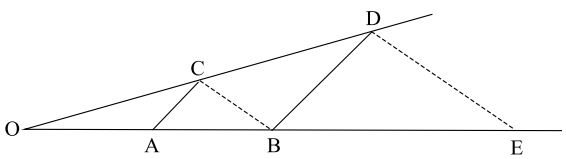
۲ در شکل زیر، مساحت مثلث CDE کدام است؟



۱) ۲۴
۲) ۴۸
۳) ۹۶
۴) ۱۲

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

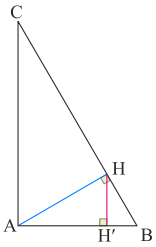
۳ در شکل زیر، دو جفت پاره‌خط موازیاند. $OA = ۳$ و $AB = ۵$، اندازهٔ BE، کدام است؟



۱) $۱۳\frac{۱}{۳}$
۲) $۱۲\frac{۲}{۳}$
۳) $۱۱\frac{۱}{۳}$
۴) $۱۰\frac{۲}{۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

۴ در مثلث قائم‌الزاویهٔ زیر، $AH' = ۱۲$ و $BH' = ۳$ است. در این صورت طول وتر مثلث ABC کدام است؟



۱) $۲۴\sqrt{۵}$

۲) $۲۱\sqrt{۵}$

۳) $۱۸\sqrt{۵}$

۴) $۱۵\sqrt{۵}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۵ در چهار ضلعی محدب ABCD، رابطهٔ $\frac{\hat{A}}{۴} = \frac{\hat{B}}{۳} = \frac{\hat{C}+\hat{D}}{۱۱}$، بین زاویه‌ها برقرار است. زاویهٔ حادهٔ بین نیمسازهای داخلی دو زاویهٔ مجاور $\hat{A}$ و $\hat{B}$، چند درجه است؟

۱) ۵۰

۲) ۶۰

۳) ۷۰

۴) ۷۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

۶ نقطهٔ ثابت A در صفحه مفروض است. مساحت نقاطی از صفحه که فاصلهٔ آن‌ها از A بیشتر از ۴ و کمتر از ۶ است چقدر است؟

۱) ۳۶π

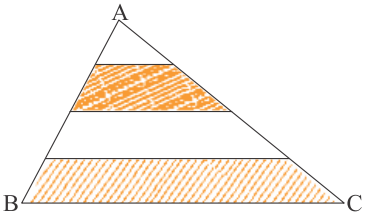
۲) ۱۶π

۳) ۵۲π

۴) ۲۰π

تالیفی نرگس کارگر

۷ در شکل زیر، اضلاع AB و ACبه ۴ قسمت مساوی تقسیم شده‌اند. نسبت مساحت دو قسمت رنگی کدام است؟



۱) $\frac{۷}{۲}$

۲) $\frac{۷}{۳}$

۳) $\frac{۸}{۳}$

۴) $\frac{۹}{۲}$

تالیفی علی شهرابی فراهانی

۸ در مثلث ABC، نیمساز رأس B و عمودمنصف ضلع BC روی ضلع AC متقاطع‌اند. اگر $\hat{A} = ۵۴^\circ$ باشد، آنگاه اندازهٔ زاویهٔ B کدام است؟

۱) ۷۸°

۲) ۸۲°

۳) ۸۴°

۴) ۸۶°

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۹ نقطهٔ A و خط d مفروض است. اگر تعداد نقاطی که از خط d به فاصلهٔ ۳ و از نقطهٔ A به فاصلهٔ ۴/۵ باشند، برابر با ۳ باشد، فاصلهٔ نقطهٔ A از خط d کدام است؟

۱) ۱/۵
۲) ۳
۳) ۴/۵
۴) ۶

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۰ پاره‌خط AB به طول ۸ مفروض است. نقطهٔ M روی عمودمنصف پاره‌خط AB و به فاصلهٔ ۳ از آن قرار دارد. H محل برخورد عمودمنصف با پاره‌خط AB در نظر گرفته می‌شود. نیمساز زاویهٔ AMH رسم می‌شود تا پاره‌خط AH را در D قطع کند. فاصلهٔ نقطهٔ D تا خط AM کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۶}}{۲}$
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۴) $۲\sqrt{۲}$

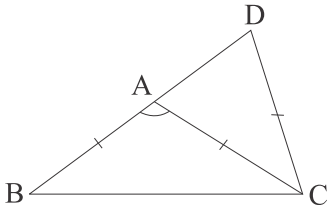
تالیفی نرگس کارگر

۱۱ حداکثر چند نقطه روی محیط مثلث متساویالاضلاع وجود دارد که از محل برخورد عمودمنصف اضلاع آن به یک فاصله باشد؟

۱) ۱
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

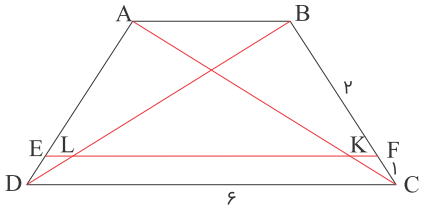
۱۲ در مثلث متساویالساقین $ABC(AB = AC)$، ساق BA را از نقطهٔ B به‌اندازهٔ قاعدهٔ BC تا نقطهٔ D، امتداد می‌دهیم. اگر $CD = CA$ باشد، زاویهٔ A چند درجه است؟



۱) ۱۰۲
۲) ۱۰۵
۳) ۱۰۸
۴) ۱۱۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

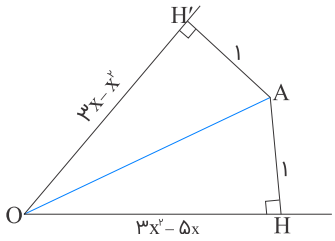
۱۳ باتوجه‌به شکل زیر، اگر $AB||EF||DC$ باشد، حاصل $FL + EK$ کدام است؟



۱) ۳
۲) ۶
۳) ۴
۴) ۸

تالیفی محمد علی نیک بخش

۱۴ در شکل زیر نسبت محیط به مساحت مثلث AOH کدام است؟



۱) $\frac{۳+\sqrt{۵}}{۲}$

۲) $۳+\sqrt{۵}$

۳) $\frac{۱}{\sqrt{۵}+۳}$

۴) $\frac{۲}{\sqrt{۵}+۳}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۵ در ذوزنقه به طول قاعدهٔ ۲ و ۳، از نقطهٔ محل برخورد قطرها خطی به‌موازات دو قاعده رسم می‌کنیم. اگر طول پاره‌خطی که ساق‌های ذوزنقه از این خط جدا می‌کنند، x باشند، آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱) $x=\frac{۵}{۲}$

۲) $x=\sqrt{۶}$

۳) $x=\frac{۶}{۵}$

۴) $x=\frac{۱۲}{۵}$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۱۶ روی محیط مربعی به ضلع ۴ واحد، دو نقطه وجود دارد که به فاصلهٔ ۵ واحد از یک رأس مربع قرار دارند. فاصلهٔ مرکز مربع از یکی از این نقاط کدام است؟

۱) ۱

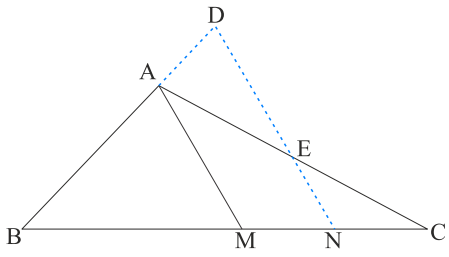
۲) ۲

۳) $\sqrt{۵}$

۴) $\sqrt{۱۰}$

تالیفی نرگس کارگر

۱۷ در مثلث ABC که $AB=\frac{۲}{۳}AC$، پاره‌خط ND موازی میانهٔ AM است. نسبت $\frac{AD}{AE}$ کدام است؟



۱) $\frac{۴}{۹}$

۲) $\frac{۵}{۹}$

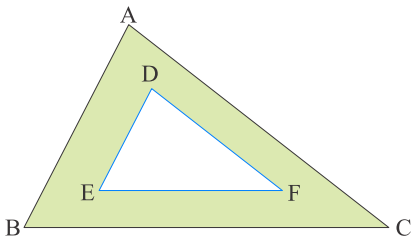
۳) $\frac{۲}{۳}$

۴) $\frac{۴}{۵}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۸

۱۸ در شکل زیر اضلاع دو مثلث، دوبه‌دو با هم موازیاند. اگر اضلاع مثلث بزرگ ۸، ۱۲ و ۷ و بزرگ‌ترین ضلع مثلث کوچک ۴ باشد، نسبت مساحت قسمت رنگی به مساحت مثلث کوچک کدام است؟



۱) ۶

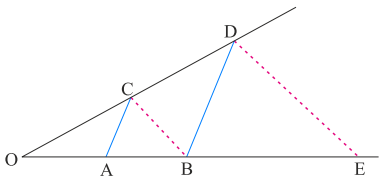
۲) ۷

۳) ۸

۴) ۹

تالیفی علی شهرابی فراهانی

۱۹ در شکل زیر اگر $AC||BD$، $BC||DE$، $OB = ۱۰$ و $AE = ۲۱$ باشد، اندازهٔ AB کدام است؟



۱) $۴/۵$

۲) ۴

۳) $۵/۵$

۴) ۶

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۰ دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ ۵ واحد از یکدیگر قرار دارند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A به فاصلهٔ ۱ و از B به فاصلهٔ ۴ باشد؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) بی‌شمار

تالیفی نرگس کارگر

۲۱ در مربعی به ضلع ۲ واحد، دایره‌ای به مرکز یک رأس آن و شعاع $۲/۵$ واحد، دو ضلع مربع را قطع می‌کند. فاصلهٔ نزدیک‌ترین رأس مربع تا نقطهٔ تقاطع، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$

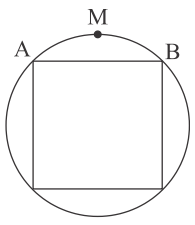
۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

۲۲ در شکل زیر، ضلع مربع برابر ۲ واحد است. فاصلهٔ وسط کمان AB از نزدیک‌ترین رأس مربع چقدر است؟



۱) $\sqrt{۲-\sqrt{۲}}$

۲) $\sqrt{۴-۲\sqrt{۲}}$

۳) $\sqrt{۲}$

۴) $\sqrt{۱+\sqrt{۲}}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

۲۳ در مثلث ABC، اضلاع $AB = ۴$ و $AC = ۶$ و $BC = ۷$ است. از رأس C خطی موازی میانهٔ AM رسم شده و امتداد BA را در نقطهٔ D قطع کرده است. اندازهٔ BD، کدام است؟

۱) ۷/۵
۲) ۸
۳) ۸/۵
۴) ۹

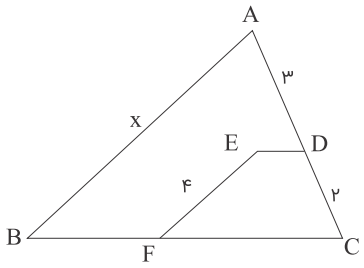
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۲۴ در ذوزنقه‌ای اندازهٔ قاعده‌ها ۹ و ۴ واحد و طول ساق‌ها ۶ و ۵ واحد است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون ذوزنقه تشکیل شود، کدام است؟

۱) ۱۱/۴
۲) ۱۱/۶
۳) ۱۲/۲
۴) ۱۲/۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴
قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸

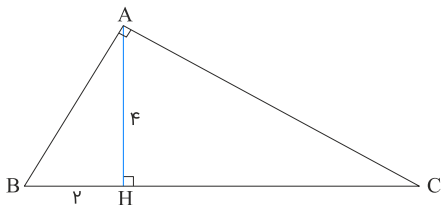
۲۵ در شکل زیر $ED||FC$ و $EF||AB$ است. باتوجه‌به شکل زیر، مقدار x کدام است؟



۱) ۸
۲) ۹
۳) ۱۰
۴) ۱۱

تالیفی محمد علی نیک بخش

۲۶ در شکل زیر اندازهٔ ارتفاع وارد بر وتر در مثلث AHC کدام است؟



۱) $\frac{۸\sqrt{۵}}{۵}$
۲) $\frac{۴\sqrt{۵}}{۵}$
۳) $\frac{۶\sqrt{۵}}{۵}$
۴) $۲\sqrt{۵}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۷ در یک مکعب به طول یال $۴\sqrt{۲}$، فاصلهٔ وسط هریک از دو وجه غیرموازی از یکدیگر چقدر است؟

۱) ۳
۲) $۲\sqrt{۳}$
۳) ۴
۴) $۳\sqrt{۲}$

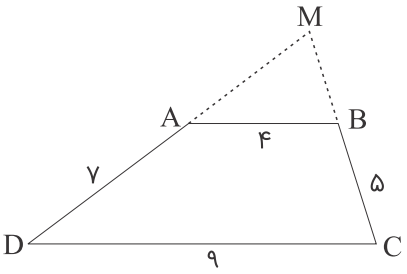
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

۲۸ مساحت یک مثلث قائم‌الزاویه برابر با مساحت مربعی است که بر روی ضلع کوچک‌تر آن ساخته می‌شود. اندازهٔ میانهٔ وارد بر ضلع متوسط چند برابر ضلع متوسط این مثلث است؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۳) $\sqrt{۲}$
۴) $\sqrt{۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

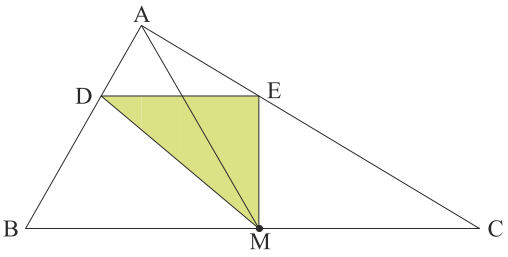
۲۹ اندازهٔ اضلاع ذوزنقهٔ $ABCD$ مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث MAB، کدام است؟



۱) ۱۳/۲
۲) ۱۳/۶
۳) ۱۴/۴
۴) ۱۴/۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

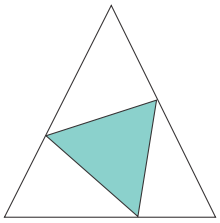
۳۰ در شکل زیر نقطهٔ M وسط BC است. اگر $\frac{AD}{AB} = \frac{۱}{۴}$ باشد، نسبت مساحت مثلث DEM به مثلث ABC کدام است؟ ($DE \parallel BC$)



۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۵}{۱۲}$
۳) $\frac{۳}{۸}$
۴) $\frac{۳}{۱۶}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۳۱ هر ضلع مثلث متساویالاضلاع به نسبت‌های ۱ و ۲ تقسیم‌شده است. مساحت مثلث رنگی، چندبرابر مساحت مثلث متساویالاضلاع است؟



۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۴}{۹}$
۴) $\frac{۱}{۳}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۸

۳۲ در مثلث ABC داریم $AB = AC$ و $\hat{A} = ۸۰^\circ$، عمودمنصف‌های دو ساق مثلث، قاعدهٔ BC را در M و N قطع می‌کند. کوچک‌ترین زاویهٔ مثلث AMN چند درجه است؟

۱) ۱۵
۲) ۲۰
۳) ۲۵
۴) ۳۰

قلمچی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۷
قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۲ تابستان ۱۳۹۸
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

۳۳ نقطهٔ A به فاصلهٔ m از خط d قرار دارد. اگر فقط یک نقطه روی خط d وجود داشته باشد که فاصله‌اش از A برابر با ۳ باشد، حدود m کدام است؟ $x^۲ - ۶x + m$

۱) $m \leq ۱۰$
۲) $m = ۱۲$
۳) $m \leq ۱۲$
۴) $m \leq ۱۳$

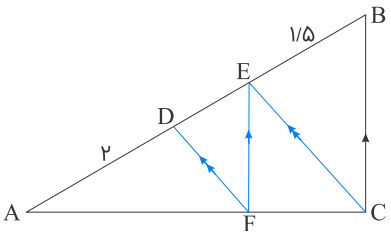
تالیفی نرگس کارگر

۳۴ اگر نسبت اضلاع یک چهار ضلعی ۵، ۷، ۹ و ۱۱ و محیط آن ۱۶۰ باشد، کوچک‌ترین ضلع چهار ضلعی کدام است؟

۱) ۴۵
۲) ۵۵
۳) ۳۵
۴) ۲۵

تالیفی محمد علی نیک بخش

۳۵ در مثلث زیر، $EF \| BC$ و $DF \| EC$ است. طول AB کدام است؟



۱) ۵/۵
۲) ۵
۳) ۴/۵
۴) ۴

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۳۶ در یک ذوزنقه، خطی که وسط ساق‌ها را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می‌کند. نسبت قاعده‌های ذوزنقه کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۲}{۵}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

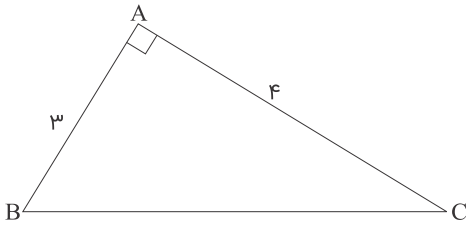
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۳۷ دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ ۷ از یکدیگر قرار دارند. از A و B کمان‌هایی با شعاع x رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقاط C و D قطع کنند. خطی که از C و D می‌گذرد، عمودمنصف AB است. مقدار x کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۴
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۳۸ در مثلث زیر فقط یک نقطه وجود دارد که از B و C به فاصلهٔ برابر و از A به فاصلهٔ x باشد. مقدار x کدام است؟



۱) ۰/۴
۲) ۰/۵
۳) ۰/۶
۴) ۰/۷

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۳۹ در یک مثلث قائم‌الزاویه، طول اضلاع قائم به نسبت ۱ و ۳ و مساحت آن ۶۰ واحد مربع است. ارتفاع وارد بر وتر چقدر است؟

۱) ۵
۲) $۴\sqrt{۲}$
۳) ۶
۴) ۸

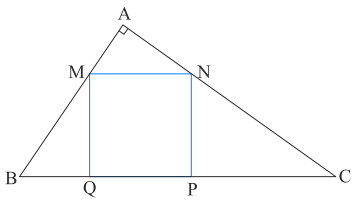
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

۴۰ در مثلث ABC، ضلع AB بزرگ‌تر از ضلع AC است. هریک از میانه‌های BM و CN را از وسط اضلاع به‌اندازهٔ خود تا D و E امتداد می‌دهیم. نسبت مساحت مثلث DBC به مساحت مثلث EBC کدام است؟

۱) کمتر از ۱
۲) بیشتر از ۱
۳) مساوی ۱
۴) بستگی به ضلع سوم دارد.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

۴۱ مثلث ABC قائم‌الزاویه و چهار ضلعی MNPQ مربع است. اگر $PC = ۱۶$ و $MQ = ۸$ باشد، اندازهٔ ضلع BC کدام است؟



۱) ۱۸
۲) ۲۸
۳) ۲۰
۴) ۳۲

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۴۲ در مثلثی قائم‌الزاویه با طول اضلاع قائم ۴ و ۶، طول نیمساز وارد بر وتر کدام است؟

۱) ۲
۲) ۲/۴
۳) ۲/۶
۴) $۲/۴\sqrt{۲}$

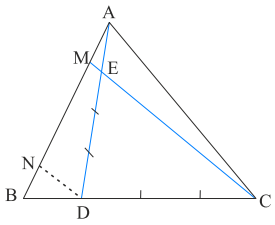
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۴۳ در مثلث متساویالساقین $\overset{\triangle}{ABC}$، $AB = AC = ۴$ و $BC = ۲\sqrt{۷}$ است. ضلع AC را به‌اندازهٔ خود تا نقطهٔ D امتداد می‌دهیم $(AD = AC)$. اندازهٔ BD کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۱۰}$
۲) $۴\sqrt{۲}$
۳) ۶
۴) ۷

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

۴۴ در شکل زیر، $BD = \frac{۱}{۴}BC$ و $AE = \frac{۱}{۴}AD$ و $DN \| CM$. اندازهٔ AB چندبرابر AM است؟



۱) ۴
۲) ۴/۵
۳) ۵
۴) ۶

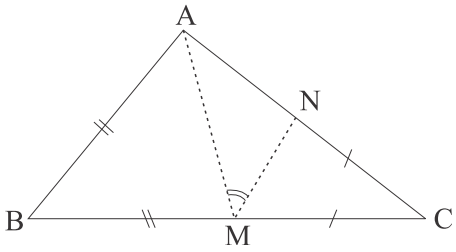
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

۴۵ مثلث ABC با اضلاع $AB = ۶$، $AC = ۸$ و $BC = ۱۰$ را در نظر بگیرید. حداکثر چند نقطه در صفحهٔ این مثلث وجود دارد که از دو رأس A و B به یک‌فاصله بوده و از رأس C به فاصلهٔ معلوم r باشد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

تالیفی نرگس کارگر

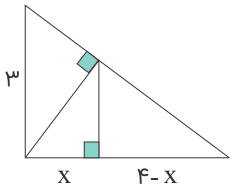
۴۶ در شکل زیر، دو مثلث کناری متساو یالساقین‌اند و $\hat{M} = ۴۳^\circ$، اندازهٔ زاویهٔ $B\hat{A}C$ چند درجه است؟



۱) ۹۳
۲) ۹۴
۳) ۹۶
۴) ۹۷

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

۴۷ در شکل زیر، ارتفاع هر دو مثلث قائم‌الزاویه رسم شده است. اندازهٔ x کدام است؟



۱) ۱/۹۶
۲) ۱/۵۶
۳) ۱/۶۴
۴) ۱/۴۴

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۹

۴۸ در مثلث متساویالساقین $\overset{\triangle}{ABC}$، قاعدهٔ BC را از دو طرف به‌اندازهٔ ساق‌ها تا نقاط D و E امتداد می‌دهیم. در مثلث $\overset{\triangle}{ADE}$ کوچک‌ترین زاویهٔ خارجی، چند برابر کوچک‌ترین زاویهٔ داخلی آن است؟

۱) ۱
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) ۲
۴) ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

۴۹ از به هم وصل کردن اوساط چهار ضلعی ABCD یک لوزی ساخته شده است. چهار ضلعی ABCD همواره چگونه است؟

۱) متوازیالاضلاع
۲) لوزی
۳) ذوزنقه
۴) دارای دو قطر برابر است.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۵۰ در مستطیل $ABCD$ به طول $AB = ۱۷$، از نقطهٔ A عمود AH بر قطر BD رسم شده است. اگر $BH = ۱۵$ باشد، طول قطر مستطیل از عدد ۱۹، چقدر بیشتر است؟

۱) $\frac{۴}{۱۵}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۷}{۱۵}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

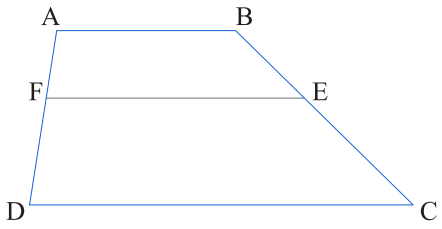
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۵۱ مثلث ABC با اضلاع $AB = ۶$، $AC = ۸$ و $BC = ۱۰$ را در نظر بگیرید. حداکثر چند نقطه در صفحهٔ این مثلث وجود دارد که از دو رأس B و C به یک‌فاصله بوده و از رأس A به فاصلهٔ معلوم r باشد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

تالیفی نرگس کارگر

۵۲ در ذوزنقهٔ ABCD، قاعدهٔ بزرگ $\frac{۵}{۲}$ قاعدهٔ کوچک است و $AF = \frac{۱}{۴}AD$ و EF موازی قاعده است. نسبت $\frac{EF}{CD}$ کدام است؟



۱) $\frac{۱۱}{۲۰}$
۲) $\frac{۷}{۱۵}$
۳) $\frac{۸}{۱۵}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

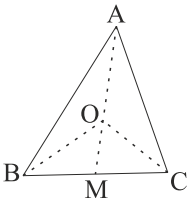
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

۵۳ در یک مستطیل با ابعاد ۱ و ۲ واحد، از انتهای یک قطر، خطی بر آن قطر عمود می‌کنیم تا امتداد ضلع کوچک‌تر مستطیل را در M قطع کند. فاصلهٔ نقطهٔ M از سر دیگر این قطر چند واحد است؟

۱) ۴
۲) ۴/۵
۳) ۵
۴) ۶

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

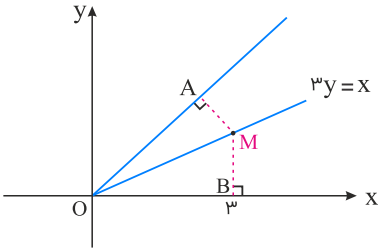
۵۴ باتوجه‌به شکل زیر، اگر مساحت مثلث ABC را a و مساحت مثلث OBC را b بنامیم، نسبت $\frac{OM}{AM}$ کدام است؟



۱) $(\frac{b}{a})^{۲}$
۲) $\frac{b}{a}$
۳) $(\frac{a}{b})^{۲}$
۴) $\frac{a}{b}$

تالیفی محمد علی نیک بخش

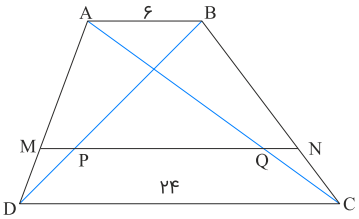
۵۵ در شکل زیر نقطهٔ M روی نیمساز زاویهٔ AOB قرار دارد. طول AM کدام است؟



۱) $\frac{۹\sqrt{۱۰}}{۱۰}$
۲) $\frac{۳\sqrt{۱۰}}{۱۰}$
۳) ۱
۴) $\frac{۳\sqrt{۱۰}}{۵}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

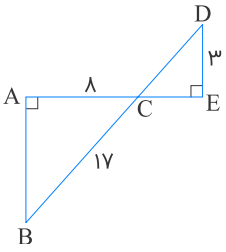
۵۶ در ذوزنقهٔ زیر $MN||AB$ و $\frac{AM}{MD} = ۳$ است. در این صورت اندازهٔ PQ کدام است؟



۱) ۱۶
۲) ۱۷
۳) $\frac{۳۳}{۲}$
۴) $\frac{۳۵}{۲}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۵۷ در شکل زیر، نسبت محیط به مساحت مثلث CDE کدام است؟



۱) $\frac{۵}{۳}$

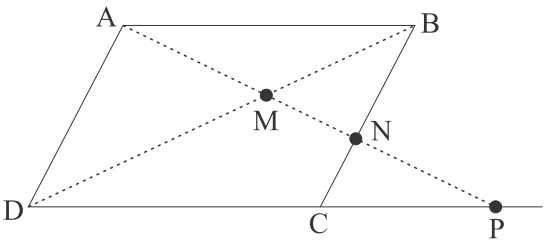
۲) $\frac{۳}{۱۰}$

۳) $\frac{۳}{۵}$

۴) $\frac{۱۰}{۳}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۵۸ در شکل زیر، $ABCD$ متوازیالاضلاع می‌باشد. حاصل $MP \times MN$ برابر کدام است؟



۱) $AB^۲$

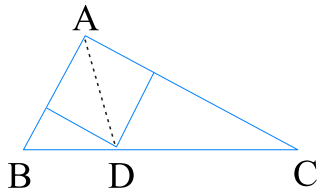
۲) $AD^۲$

۳) $MD^۳$

۴) $MA^۲$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

۵۹ در مثلث قائم‌الزاویه به اضلاع قائم ۳ و ۷ واحد، طول نیمساز داخلی زاویهٔ قائمه کدام است؟



۱) $۱/۴\sqrt{۲}$

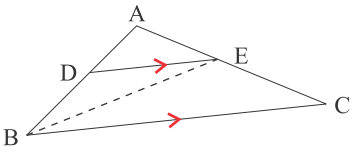
۲) $۲/۱$

۳) $۲/۸$

۴) $۲/۱\sqrt{۲}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۶۰ در مثلث زیر، اگر داشته باشیم $\frac{AD}{DB} = \frac{۲}{۳}$، حاصل $\frac{S_{\triangle EBC}}{S_{\triangle EBD}}$ کدام است؟



۱) $\frac{۴}{۳}$

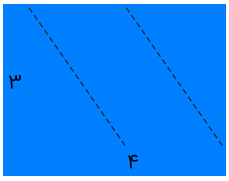
۲) $\frac{۲}{۵}$

۳) $\frac{۳}{۲}$

۴) $\frac{۵}{۲}$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۶۱ در مستطیلی به طول اضلاع ۳ و ۴ واحد از هر دو رأس متقابل، عمودی بر قطر دیگر این مستطیل رسم شده است. مساحت متوازیالاضلاع حاصل کدام است؟



۱) ۵/۲۵

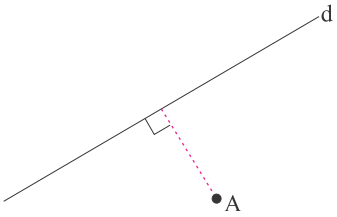
۲) ۵/۷۵

۳) ۶

۴) ۷/۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

۶۲ فاصلهٔ نقطهٔ A از خط d برابر ۵ است. چند نقطه می‌توان یافت که از خط d به فاصلهٔ ۲ و از نقطهٔ A به فاصلهٔ ۷ باشند؟



۱) ۴

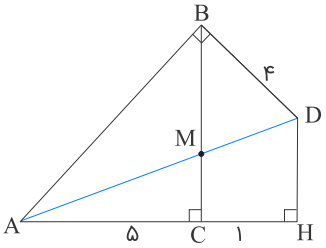
۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۶۳ در شکل زیر، نیمساز زاویهٔ Aرا رسم کردهایم. اگر $AC = ۵$، $CH = ۱$ و $BD = ۴$ باشد، فاصلهٔ M از ضلع AB چقدر است؟



۱) ۳

۲) $\frac{۱۰}{۳}$

۳) $\frac{۱۱}{۳}$

۴) $\frac{۱۳}{۳}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۶۴ مثلث ABC با اضلاع $AB = ۶$، $AC = ۸$ و $BC = ۱۰$ را در نظر بگیرید. چند نقطه در صفحهٔ این مثلث وجود دارد که از دو رأس A و B به یک‌فاصله بوده و از رأس C به فاصلهٔ ۲ باشد؟

۱) صفر

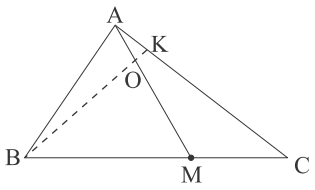
۲) ۱

۳) ۲

۴) ۴

تالیفی نرگس کارگر

۶۵ در شکل زیر، نقطهٔ M خط BC را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده و نقطهٔ O خط AM را به نسبت ۱ به ۳ تقسیم کرده است و K نقطهٔ برخورد امتداد BO با AC است، $\frac{BK}{OK}$ کدام است؟



۱) ۴

۲) ۱۲

۳) ۳

۴) ۱۰

تالیفی محمد علی نیک بخش

۶۶ مثلث ABC با اضلاع $AB = ۶$، $AC = ۸$ و $BC = ۱۰$ را در نظر بگیرید. چند نقطه در صفحهٔ این مثلث وجود دارد که از دو رأس B و C به یک‌فاصله بوده و از رأس A به فاصلهٔ ۲ باشد؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۴

تالیفی نرگس کارگر

۶۷ مثلثی به اضلاع b و a و ۳ با مثلثی به طول اضلاع ۵ و ۴ و ۳ متشابه است و دو مثلث قابل انطباق نیستند. بیشترین محیط از مثلث اول کدام است؟

۱) ۷/۲

۲) ۹

۳) ۱۰

۴) ۱۳/۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

۶۸ در مثلث ABC $\left(\hat{A} = ۹۰^\circ\right)$، ارتفاع AH مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند. مساحت مثلث اصلی ۶/۷۶ برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است. نسبت فواصل H از دو ضلع قائم کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۸}$

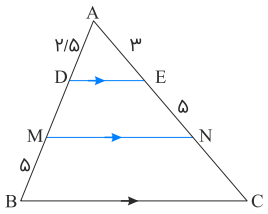
۲) $\frac{۵}{۱۲}$

۳) $\frac{۷}{۱۲}$

۴) $\frac{۳}{۸}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

۶۹ در شکل زیر طول پاره‌خط NC کدام است؟



۱) ۵

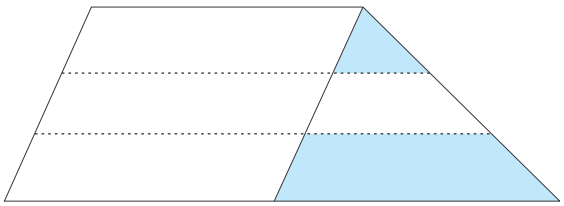
۲) ۶

۳) ۸

۴) ۱۰

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۷۰ یک ساق ذوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. هر چهار پاره‌خط موازی یکدیگرند. نسبت مساحت دو ناحیهٔ رنگی، کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۶}$

۲) $\frac{۱}{۵}$

۳) $\frac{۲}{۹}$

۴) $\frac{۱}{۴}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۷۱ روی محیط یک مستطیل n نقطه وجود دارد که از مرکز آن (محل تلاقی قطرها) به یک‌فاصله است. n کدام عدد می‌تواند باشد؟

۱) ۱

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۱۰

تالیفی نرگس کارگر

۷۲ در مستطیلی به طول اضلاع $۲\sqrt{۷}$ و ۶ واحد، از هر دو رأس متقابل، عمودی بر قطر دیگر این مستطیل رسم شده است. فاصلهٔ این دو خط عمود کدام است؟

۱) ۱

۲) ۱/۵

۳) ۱/۷۵

۴) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

۷۳ مثلث ABC با زاویه‌های $\hat{A} = ۴۵^\circ$ و $\hat{B} = ۶۵^\circ$ با مثلث MNP که در آن $\hat{P} = ۷۰^\circ$ متشابه است. اگر $MN = ۱۲$ و $\frac{S_{\triangle MNP}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{۳}{۴}$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۱) $AB = ۱۶$

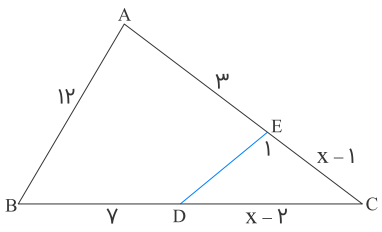
۲) $AC = ۱۶$

۳) $AB = ۸\sqrt{۳}$

۴) $AC = ۸\sqrt{۳}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۷۴ در شکل زیر اگر $\hat{E}_۱ = \hat{B}$ باشد، نسبت مساحت چهار ضلعی $AEDB$ به مساحت مثلث ECD کدام است؟



۱) ۶

۲) ۷

۳) ۸

۴) ۹

تالیفی علی شهرابی فراهانی

۷۵ نقطهٔ O روی میانهٔ AM از مثلث ABC چنان قرار دارد که $۲AO = ۳OM$. اگر امتداد BO، ضلع AC را در N قطع کند، حاصل $\frac{ON}{BN}$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۹}$
۲) $\frac{۳}{۱۰}$
۳) $\frac{۴}{۱۱}$
۴) $\frac{۱}{۵}$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد - حمیدرضا پردازی مقدم

۷۶ در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC ، اضلاع قائم $AB = ۳\sqrt{۵}$ و $AC = ۶$، ارتفاع AH و میانهٔ AM رسم شده است. مساحت مثلث ABC، چندبرابر مساحت مثلث AMH است؟

۱) ۱۰
۲) ۱۲
۳) ۱۵
۴) ۱۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۷۷ نسبت فواصل پای ارتفاع وارد بر وتر از دو ضلع قائم در مثلث قائم‌الزاویه‌ای برابر $\frac{۱}{۳}$ است. اگر ارتفاع وارد بر وتر، مثلث مفروض را به ۲ ناحیه تقسیم کند، نسبت مساحت مثلث کوچک‌تر به مساحت مثلث اولیه کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۱۰}$
۲) $\frac{۱}{۸}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۳}$

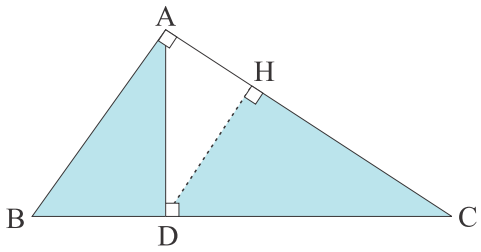
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۷۸ مثلث ABC با اضلاع $AB = ۶$، $AC = ۸$ و $BC = ۱۰$ را در نظر بگیرید. چند نقطه در صفحهٔ این مثلث وجود دارد که از دو رأس B و C به یک‌فاصله بوده و از رأس A به فاصلهٔ ۱ باشد؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۴

تالیفی نرگس کارگر

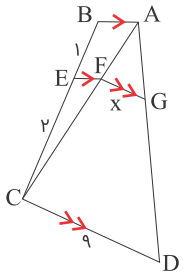
۷۹ در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، طول اضلاع قائم $AB = \sqrt{۳}$ و $AC = ۲$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث قائم‌الزاویهٔ HCD و ABD، کدام است؟



۱) $\frac{۳}{۷}$
۲) $\frac{۴}{۷}$
۳) $\frac{۱۶}{۲۱}$
۴) $\frac{۸}{۹}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۸۰ در شکل زیر، مقدار x کدام است؟



۱) ۴

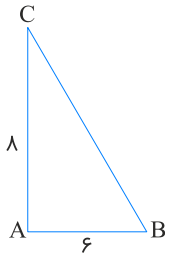
۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

تالیفی محمد علی نیک بخش

۸۱ نقطهٔ D از تمام رئوس مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC به یک فاصله است. طول AD کدام است؟



۱) ۵

۲) ۴

۳) ۳

۴) ۲

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۸۲ طول ضلع یک مربع برابر محیط مثلث قائم‌الزاویه و متساویالساقین به ضلع قائم ۲ واحد است. با حذف گوشه‌های این مربع، بزرگ‌ترین هشت ضلعی منتظم ممکن داخل آن ساخته شده است. مساحت این هشت ضلعی، کدام است؟

۱) ۳۲

۲) $۲۴\sqrt{۲}$

۳) $۲۴+۸\sqrt{۲}$

۴) $۱۶+۱۶\sqrt{۲}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

۸۳ درون مثلثی به اضلاع ۹ و ۷ و ۵ واحد، مثلث دیگر طوری رسم می‌کنیم که اضلاع آن موازی اضلاع مثلث اصلی باشد، اگر بزرگ‌ترین ضلع این مثلث ۶ واحد باشد، مساحت محدود به این دو مثلث، چند برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است؟

۱) ۰/۷۵

۲) ۱

۳) ۱/۲۵

۴) ۱/۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

۸۴ مثلثی به اضلاع ۵، ۵ و ۶ با مثلث دیگری به مساحت ۳۶ متشابه است. محیط مثلث دوم چقدر است؟

۱) $۱۲\sqrt{۳}$

۲) $۱۶\sqrt{۳}$

۳) ۲۴

۴) $۲۴\sqrt{۲}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۸۵ در ذوزنقه‌ای به طول قاعده‌های ۲ و ۷ می‌خواهیم روی هر ساق یک نقطه انتخاب کنیم، که با وصل کردن این دو نقطه، پاره‌خطی به طول ۵ واحد، موازی قاعده‌ها ایجاد شود. نقاط انتخاب‌شده باید ساق‌ها را به نسبت تقسیم کنند.

۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) $\frac{۵}{۲}$
۴) $\frac{۲}{۵}$

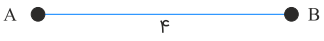
تالیفی محمد علی نیک بخش

۸۶ در مستطیل $ABCD$ به طول $AB = ۶\sqrt{۵}$، از نقطهٔ A، عمود AH بر قطر BD رسم شده است. اگر مساحت مثلث ABH، ۴ برابر مساحت مثلث AHD باشد، طول AH کدام است؟

۱) ۸
۲) ۶
۳) ۵
۴) ۴

تالیفی علی شهرابی فراهانی

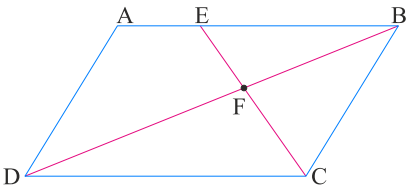
۸۷ ضلع $AB = ۴$ از مثلث ABC در صفحه رسم شده است. اگر طول میانه و ارتفاع وارد بر آن به ترتیب ۳ و ۲ واحد باشد، چند نقطهٔ متمایز برای رأس C می‌توان یافت؟



۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۴

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

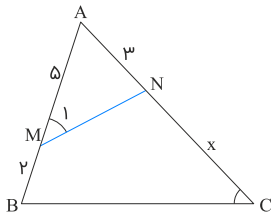
۸۸ در متوازی‌الاضلاع $ABCD$، نقطهٔ E روی ضلع AB طوری قرار گرفته که $EB = ۲AE$ است. مساحت مثلث EFB چندبرابر مساحت مثلث DFC است؟



۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۱}{۹}$
۴) $\frac{۴}{۹}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۸۹ در شکل زیر مقدار x کدام است؟ $(\hat{C} = \hat{M}_1)$



۱) $\frac{۲۵}{۳}$

۲) $\frac{۲۶}{۳}$

۳) $\frac{۲۷}{۷}$

۴) $\frac{۳۰}{۷}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۹۰ در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC $(\hat{A} = ۹۰^\circ)$ ، طول ضلع AB برابر $\sqrt{۱۰}$ و ارتفاع وارد بر وتر ۳ است. طول ضلع AC کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۱۰}$

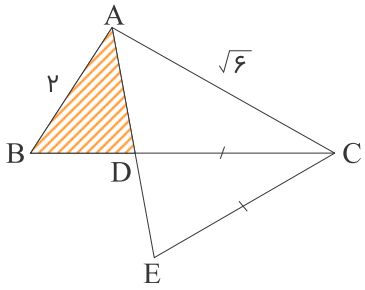
۲) $۳\sqrt{۱۰}$

۳) ۹

۴) ۱۸

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۹۱ در شکل زیر، AD نیمساز زاویهٔ A و $CE = CD$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث ABD و ACE، کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$

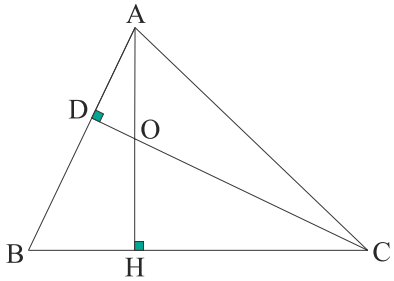
۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۳}{۴}$

۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۹۲ در شکل زیر $OA = OH = \sqrt{۳۳}$ و $CD = ۱۴$ است. اندازهٔ ضلع AC کدام است؟



۱) $۲\sqrt{۵۵}$

۲) $۲\sqrt{۵۷}$

۳) $۲\sqrt{۵۱}$

۴) $۲\sqrt{۵۳}$

تالیفی ایمان نخستین

۹۳ اگر $\frac{a+c}{b}=\frac{a+b}{c}=\frac{c+b}{a}$ باشد، حاصل $\frac{c^۲b+bc^۲+c^۲a}{ba^۲+b^۲a+ca^۲}$ کدام است؟ $(a+b+c\neq ۰)$

۱) $\frac{۳}{۲}$

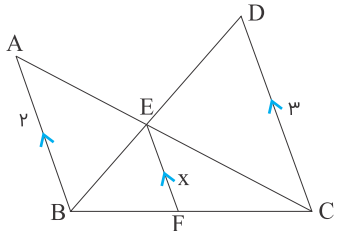
۲) ۱

۳) $\frac{۲}{۳}$

۴) ۳

تالیفی صبا مهدوی

۹۴ باتوجه‌به شکل زیر، مقدار x کدام است؟



۱) $\frac{۳}{۲}$

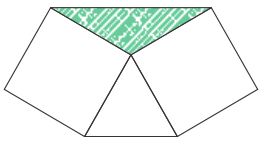
۲) $\frac{۶}{۵}$

۳) $\frac{۲}{۳}$

۴) $\frac{۵}{۶}$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۹۵ در یک مثلث متساویالاضلاع، بر روی دو ضلع آن دو مربع ساخته شده است. مساحت مثلث سایه‌زده، چند برابر مساحت مثلث اصلی می‌باشد؟



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

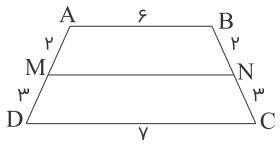
۲) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$

۳) ۱

۴) $\sqrt{۳}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۳

۹۶ باتوجه‌به شکل زیر MN کدام است؟



۱) $\frac{۱۸}{۵}$

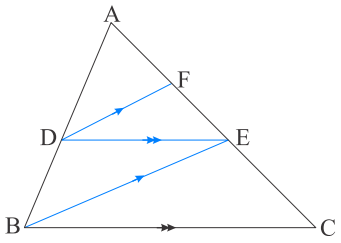
۲) $\frac{۵}{۳۲}$

۳) $\frac{۵}{۱۸}$

۴) $\frac{۳۲}{۵}$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۹۷ در شکل زیر اگر $\frac{EF}{AC} = \frac{۶}{۴۹}$ باشد، $\frac{DE}{BC}$ کدام می‌تواند باشد؟



۱) $\frac{۱}{۶}$

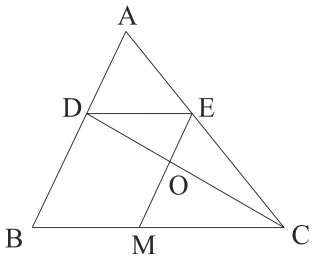
۲) $\frac{۱}{۷}$

۳) $\frac{۱}{۸}$

۴) $\frac{۱}{۹}$

تالیفی صبا مهدوی

۹۸ در شکل زیر $S_{OMC} = \frac{۹}{۱۶} S_{ODE}$ و چهار ضلعی $DEMB$ متوازیالاضلاع است. مساحت ذوزنقهٔ $DECB$ چندبرابر مساحت ADE است؟



۱) ۳

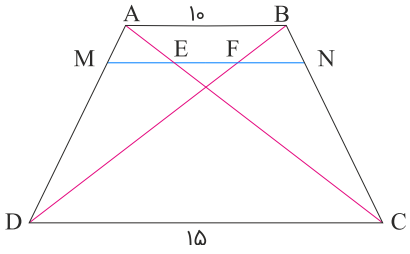
۲) $\frac{۴۰}{۹}$

۳) $\frac{۴۹}{۹}$

۴) $\frac{۴۱}{۹}$

تالیفی ایمان نخستین

۹۹ در ذوزنقهٔ زیر، $MN||AB$ و $\frac{AM}{MD} = \frac{۱}{۴}$ است. در این صورت، طول EF کدام است؟



۱) ۱

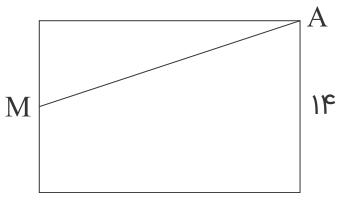
۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۰۰ در شکل زیر، پاره‌خط AM مساحت مستطیل را به دو جزء با نسبت مساحت‌های $\frac{۵}{۹}$ تقسیم کرده است. اگر قطر مستطیل ۲۵ واحد باشد، پاره‌خط AM چند واحد است؟



۱) ۲۱

۲) ۲۳

۳) $۹\sqrt{۷}$

۴) $۱۰\sqrt{۶}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

۱۰۱ در چهار ضلعی $ABCD$، اگر $AD = BD$ باشد و $D\hat{B}C = D\hat{C}B$، کدام گزینه همواره صحیح است؟

۱) B روی عمودمنصف AC است.

۲) B روی نیمساز ADC است.

۳) D روی نیمساز زاویهٔ ABC است.

۴) D روی عمودمنصف AC است.

تالیفی صبا مهدوی

۱۰۲ در یک ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه، اگر از نقطهٔ O محل تلاقی قطرها، خطی موازی قاعده‌ها رسم شود، ساق قائم را در A و ساق مایل را در B قطع می‌کند. نسبت $\frac{OA}{OB}$ چگونه است؟

۱) کوچک‌تر از ۱

۲) مساوی ۱

۳) بزرگ‌تر از ۱

۴) متغیر نسبت به اضلاع

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

۱۰۳ در ذوزنقه‌ای با قاعده‌های ۲ و ۵ واحد خطی که وسط‌های ساق‌ها را به هم وصل می‌کند، ذوزنقه را به دو قسمت جدید تقسیم می‌کند. نسبت مساحت شکل کوچک‌تر به کل ذوزنقه کدام است؟

۱) $\frac{۱۱}{۱۷}$

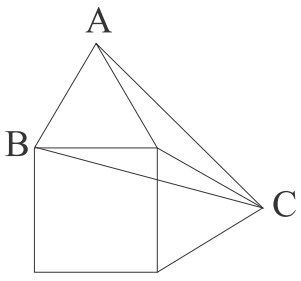
۲) $\frac{۱۱}{۱۴}$

۳) $\frac{۱۱}{۳۴}$

۴) $\frac{۱۱}{۲۸}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۰۴ در خارج یک مربع به ضلع ۲ واحد بر روی هر دو ضلع مجاور آن، مثلث متساویالاضلاع ساخته‌شده است، مساحت مثلث ABC کدام است؟



۱) ۴

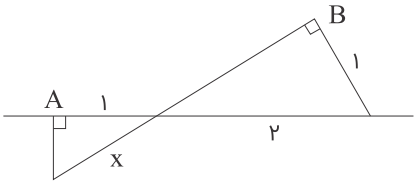
۲) $۲\sqrt{۳}$

۳) $۲ + \sqrt{۳}$

۴) $۱ + \sqrt{۳}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۹

۱۰۵ در شکل زیر دو زاویهٔ $\hat{A}$ و $\hat{B}$ قائمه‌اند، مقدار x چقدر است؟



۱) $\frac{۱}{۲}\sqrt{۳}$

۲) $\frac{۲}{۳}\sqrt{۳}$

۳) $\frac{۴}{۳}$

۴) $\frac{۳}{۲}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

۱۰۶ مثلث ABC با اضلاع $AB = ۶$، $AC = ۸$ و $BC = ۱۰$ را در نظر بگیرید. چند نقطه در صفحهٔ این مثلث وجود دارد که از دو رأس A و B به یک‌فاصله بوده و از رأس C به فاصلهٔ ۳ باشد؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۴

تالیفی نرگس کارگر

۱۰۷ در ذوزنقه‌ای با طول قاعده‌های ۸ و ۱۲ و ارتفاع ۱۰ واحد، مساحت مثلث محدود به دو قطر و یک ساق آن، چند واحد مربع است؟

۱) ۱۸

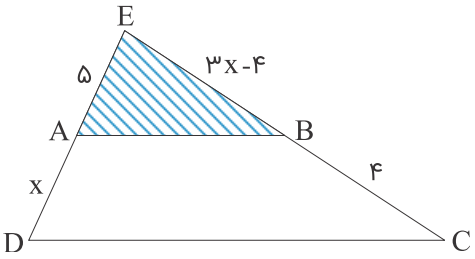
۲) ۲۰

۳) ۲۴

۴) ۲۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۱۰۸ در شکل زیر، مساحت ذوزنقهٔ $ABCD$، چندبرابر مساحت مثلث EAB است؟



۱) $\frac{۹}{۴}$

۲) $\frac{۱۶}{۹}$

۳) $\frac{۲۵}{۱۶}$

۴) $\frac{۳۶}{۲۵}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۰۹ مثلث ABC با اضلاع $AB = ۶$، $AC = ۸$ و $BC = ۱۰$ را در نظر بگیرید. چند نقطه در صفحهٔ این مثلث وجود دارد که از دو رأس B و C به یک‌فاصله بوده و از رأس A به فاصلهٔ ۱/۴ باشد؟

۱) صفر

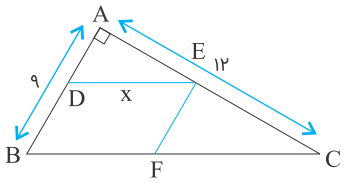
۲) ۱

۳) ۲

۴) ۴

تالیفی نرگس کارگر

۱۱۰ باتوجه‌به شکل زیر، اگر چهار ضلعی $DEFB$ لوزی باشد، مقدار x کدام است؟



۱) $\frac{۲۶}{۱۳۵}$

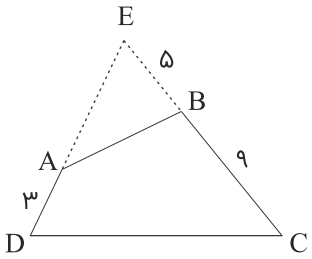
۲) $\frac{۴۵}{۸}$

۳) $\frac{۱۳۵}{۲۶}$

۴) $\frac{۸}{۴۵}$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۱۱۱ در چهار ضلعی $ABCD$ زوایای B و D مکمل هم هستند و امتداد اضلاع AD و BC در E متقاطع‌اند. مساحت EDC چندبرابر مساحت چهار ضلعی است؟



۱) $\frac{۵}{۴}$

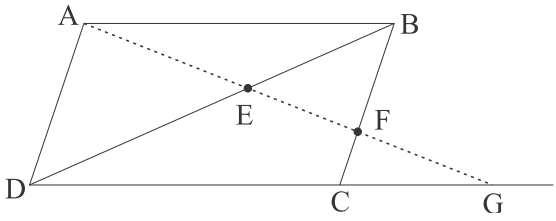
۲) $\frac{۶}{۵}$

۳) $\frac{۴}{۳}$

۴) $\frac{۷}{۵}$

تالیفی ایمان نخستین

۱۱۲ در شکل زیر، چهار ضلعی $ABCD$ متوازیالاضلاع است. مقدار $EF \times EG$ کدام است؟



۱) $EA^۲$

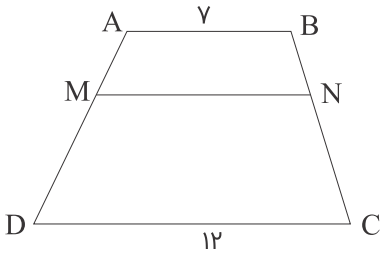
۲) $ED^۲$

۳) $EB \times ED$

۴) $FB \times FC$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۱۳ در ذوزنقهٔ $ABCD$، پاره‌خط MN موازی قاعده‌ها و $\frac{MA}{MD} = \frac{۲}{۳}$ است. اندازهٔ MN، کدام است؟



۱) ۸

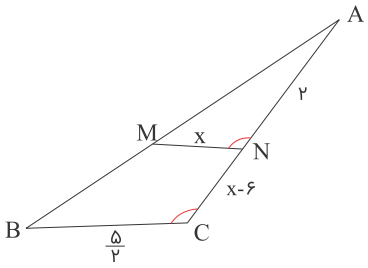
۲) ۸/۷۵

۳) ۹

۴) ۹/۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۱۴ در شکل زیر، اگر زوایای N و C باهم برابر باشند، مقدار x کدام است؟



۱) ۲

۲) ۵

۳) ۱

۴) ۵ و ۱

تالیفی محمد علی نیک بخش

۱۱۵ در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، $(\hat{A} = 90^\circ)$ با اضلاع قائم به طول‌های ۳ و ۴، AD نیمساز رأس A است. فاصلهٔ نقطهٔ D از ضلع AC کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$

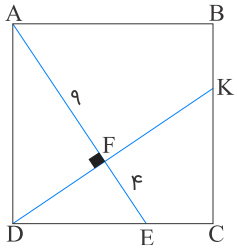
۲) $\frac{۱۲}{۷}$

۳) $\frac{۴}{۳}$

۴) $\frac{۷}{۱۲}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۱۶ در شکل زیر، $ABCD$ مربع است. طول پاره‌خط DE کدام است؟



۱) $\sqrt{۵۶}$

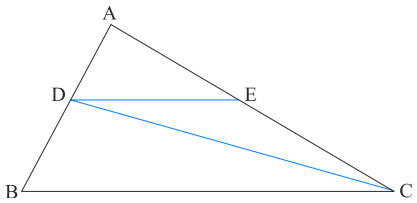
۲) $\sqrt{۵۵}$

۳) $\sqrt{۵۴}$

۴) $\sqrt{۵۲}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۱۷ در شکل زیر $\frac{AD}{AB} = \frac{۲}{۵}$ و $DE||BC$ است. اگر مساحت مثلث ADE برابر با ۶۰ واحد مربع باشد، مساحت مثلث DEC کدام است؟



۱) ۱۸۰

۲) ۹۰

۳) ۱۵۰

۴) ۷۵

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۱۸ دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ ۶ واحد از یکدیگر قرار دارند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A به فاصلهٔ ۳ و از B به فاصلهٔ ۴ باشد؟

۱) صفر

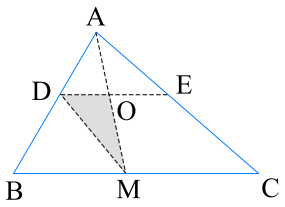
۲) ۱

۳) ۲

۴) بی‌شمار

تالیفی نرگس کارگر

۱۱۹ در شکل زیر، نقطهٔ M وسط BC و $\frac{DA}{DB} = \frac{۲}{۳}$ و $DE \| BC$ است، مساحت مثلث ODM چند درصد مساحت مثلث ABC است؟



۱) ۱۲

۲) ۱۵

۳) ۱۶

۴) ۱۸

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

۱۲۰ نقاط A و B به فاصلهٔ ۴ از هم قرار دارند. اگر یک نقطه در صفحه وجود داشته باشد که از B به فاصلهٔ ۱ و از A به فاصلهٔ m باشد، m کدام است؟

۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۳ یا ۵

تالیفی نرگس کارگر

۱۲۱ در شکل زیر، نسبت قاعده‌های ذوزنقه $\frac{۳}{۵}$ است. مساحت مثلث سایه‌زده، چند برابر مساحت ذوزنقه است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$

۲) $\frac{۷}{۸}$

۳) $\frac{۱۴}{۱۵}$

۴) $\frac{۱۵}{۱۶}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

۱۲۲ دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ ۶ از یکدیگر قرار دارند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A به فاصلهٔ ۲ و از B به فاصلهٔ ۳ باشد؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) بی‌شمار

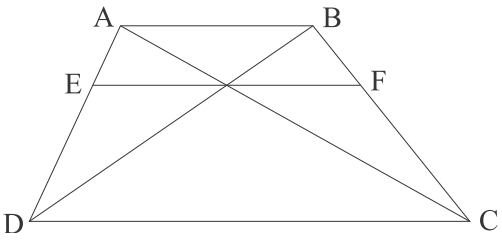
تالیفی نرگس کارگر

در یک ذوزنقه، پاره‌خطی که وسط های دو ساق را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت‌های ۱ و ۲ تقسیم می کند. نسبت

۱) $\frac{۱}{۶}$
۲) $\frac{۱}{۵}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۲}{۵}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۱۲۴ در شکل زیر، $DC \parallel EF \parallel AB$ و اندازهٔ پاره‌خط‌های AB و DC، به ترتیب ۵ و ۹ واحد است. اندازهٔ پاره‌خط EF، کدام است؟



۱) $\frac{۴۵}{۷}$
۲) $\frac{۴۵}{۶}$
۳) $۳\sqrt{۵}$
۴) ۷

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۲۵ اگر $\frac{a}{۲} = \frac{b}{۳} = \frac{c}{۴} = \frac{d}{۵} = \frac{e}{۶}$، در این صورت $\frac{a+b+c+d+e}{d}$ کدام است؟

۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۲۶ در ذوزنقه‌ای به طول قاعده‌های ۸ و ۱۰ و ارتفاع ۱۰ واحد قطرها رسم شده‌اند. بیشترین مساحت بین ۴ مثلث ایجادشده کدام است؟

۱) $\frac{۲۵۰}{۹}$
۲) $\frac{۱۶۰}{۹}$
۳) $\frac{۲۸۰}{۹}$
۴) $\frac{۲۰۰}{۹}$

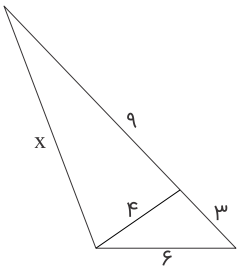
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۲۷ در چهار ضلعی محدب $ABCD$ ، رابطهٔ $\frac{\hat{A}}{۶} = \frac{\hat{B}}{۴} = \frac{\hat{C}}{۵} = \frac{\hat{D}}{۳}$ بین زاویه‌ها برقرار است. زاویهٔ بین نیمسازهای داخلی زاویه‌های A و C کدام است؟

۱) ۱۶۵°
۲) ۱۷۰°
۳) ۱۵۵°
۴) ۱۶۰°

تالیفی فرزاد زمانی نژاد - حمیدرضا پردازی مقدم

۱۲۸ در شکل زیر، مقدار x کدام است؟



۱) ۸

۲) ۱۰

۳) ۱۲

۴) ۱۶

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۲۹ در مستطیل $ABCD$ با عرض $AD = ۱۳$ از نقطهٔ B عمود BH بر قطر AC رسم شده است. اگر $HC = ۵$ باشد، حاصل $AB + AH$ کدام است؟

۱) ۶۵

۲) ۶۰

۳) ۷۵

۴) ۷۰

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۳۰ در ذوزنقه‌ای با طول قاعده‌های ۴ و ۶ واحد و ارتفاع ۵ واحد قطرها را رسم می‌کنیم. مساحت کوچک‌ترین مثلث ایجادشده کدام است؟

۱) ۴

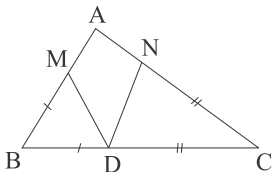
۲) $\frac{۹}{۴}$

۳) $\frac{۱۰}{۳}$

۴) $\frac{۱۱}{۳}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۳۱ در شکل زیر $\hat{A} = ۵۸^\circ$، $BM = BD$ و $CN = CD$، زاویه $M\hat{D}N$ چند درجه است؟



۱) ۵۸

۲) ۵۹

۳) ۶۱

۴) ۶۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

۱۳۲ مثلثی به اضلاع ۵ و ۴ و a با مثلثی به طول اضلاع ۹ و ۷ و b متشابه است. بیش‌ترین مقدار ممکن برای عدد a کدام است؟

۱) $\frac{۳۶}{۷}$

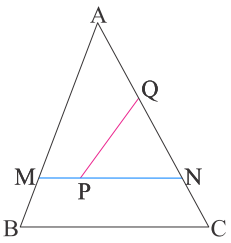
۲) $\frac{۴۵}{۷}$

۳) $\frac{۳۶}{۵}$

۴) $\frac{۳۵}{۴}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

۱۳۳ در مثلث شکل زیر $MN||BC$ و $\frac{AM}{MB}=۳$ است. اگر $\frac{NP}{MP}=۲$ و $AQ=QN$ باشد، مساحت مثلث PQN چندبرابر مساحت ذوزنقهٔ $MNBC$ است؟



۱) $\frac{۳}{۷}$

۲) $\frac{۳}{۵}$

۳) $\frac{۳}{۴}$

۴) ۱

تالیفی سیروس نصیری

۱۳۴ در یک ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین، قطر عمود بر ساق است. اگر اندازهٔ قاعدهٔ بزرگ‌تر و قطر آن به ترتیب ۱۰ و ۸ واحد باشند، اندازهٔ قاعدهٔ کوچک‌تر چند واحد است؟

۱) ۲/۸

۲) ۳/۲

۳) ۳/۶

۴) ۴/۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۱

۱۳۵ در یک مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند. اگر مساحت مثلث کوچک‌تر $\frac{۱}{۵}$ مساحت مثلث اصلی باشد، نسبت فواصل پای ارتفاع از دو ضلع قائم مثلث مفروض کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۳}{۴}$

۴) $\frac{۴}{۵}$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

۱۳۶ کدام قضیه دوشرطی نیست؟

۱) در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، $(\hat{A}=۹۰^\circ)$، رابطهٔ $a^۲=b^۲+c^۲$ (رابطهٔ فیثاغورس) برقرار است.

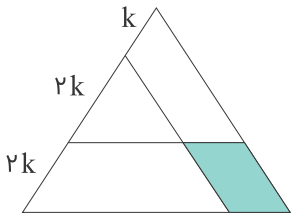
۲) اگر دو ضلع از یک مثلث برابر باشند، ارتفاع‌های نظیر آن‌ها نیز باهم برابرند.

۳) اگر n عددی زوج باشد، $n^۲$ نیز عددی زوج است. $(n\in\mathbb{N})$

۴) در لوزی قطرها منصف یکدیگرند.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۳۷ در شکل زیر ، یک ضلع مثلث متساویالاضلاع به نسبت‌های ۱، ۲ و ۲ تقسیم شده است. مساحت متوازیالاضلاع سایه‌زده، چند درصد مساحت مثلث اصلی است؟



۱) ۱۶

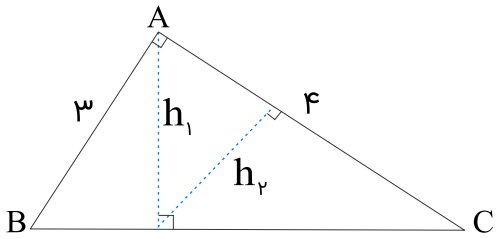
۲) ۱۸

۳) ۲۰

۴) ۲۴

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

۱۳۸ در شکل زیر، h_1 و h_2 ارتفاع‌های دو مثلث قائم‌الزاویه هستند. نسبت $\frac{h_2}{h_1}$ کدام است؟



۱) $\frac{۳}{۵}$

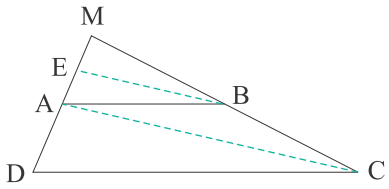
۲) $\frac{۴}{۵}$

۳) $\frac{۲}{۳}$

۴) $\frac{۳}{۴}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۱۳۹ در ذوزنقهٔ $ABCD$، پاره‌خط BE موازی قطر AC است. اگر $AD = ۷$ و $AE = ۳$ باشد، فاصلهٔ MD کدام است؟



۱) ۱۲

۲) ۱۲/۲۵

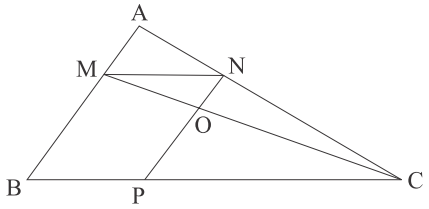
۳) ۱۲/۵

۴) ۱۲/۷۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۳

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸

۱۴۰ در شکل زیر $\frac{MA}{MB} = \frac{۳}{۷}$ و چهار ضلعی $MNPB$ متوازیالاضلاع است. مساحت مثلث OMN چند درصد مساحت مثلث AMN است؟



۱) ۶۳

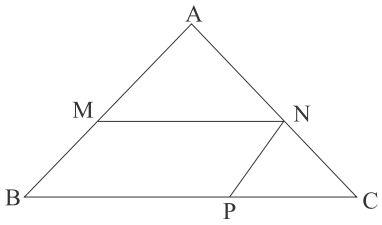
۲) ۶۰

۳) ۷۰

۴) ۸۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

۱۴۱ در شکل زیر $\frac{MA}{MB} = \frac{۳}{۲}$ است. مساحت متوازیالاضلاع $MNPB$ چند درصد مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ است؟



۱) ۴۸

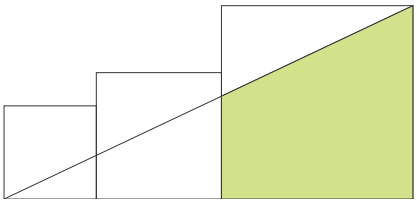
۲) ۵۲

۳) ۵۴

۴) ۵۶

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

۱۴۲ در شکل زیر، مربع‌هایی به طول ضلع ۱، ۲ و ۳ کنار هم قرار گرفته‌اند. مساحت قسمت سایه‌زده کدام است؟



۱) $\frac{۲۵}{۴}$

۲) $\frac{۹}{۲}$

۳) $\frac{۱۳}{۴}$

۴) $\frac{۲۷}{۴}$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۱۴۳ مثلث ABC با اضلاع $AB = ۶$، $AC = ۸$ و $BC = ۱۰$ را در نظر بگیرید. چند نقطه در صفحهٔ این مثلث وجود دارد که از دو رأس A و B به یک‌فاصله بوده و از رأس C به فاصلهٔ ۴ باشد؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۴

تالیفی نرگس کارگر

۱۴۴ اندازهٔ دو قاعدهٔ یک ذوزنقه ۸ و ۱۲ واحد است و ارتفاع ذوزنقه ۱۵ واحد است. فاصلهٔ محل تلاقی قطرها از قاعدهٔ بزرگ ذوزنقه کدام است؟

۱) ۹

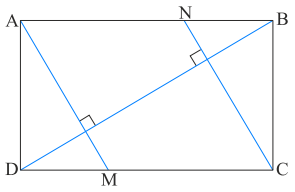
۲) ۱۲

۳) ۶

۴) ۱۰

تالیفی ایمان نخستین

۱۴۵ در مستطیل ABCD پاره‌خط‌های AM و CN را طوری رسم کرده‌ایم که بر قطر BD عمود باشند. اگر طول اضلاع مستطیل ۴ و ۵ واحد باشند، اندازهٔ ضلع کوچک‌تر متوازی‌الاضلاع ANCM کدام است؟



۱) $\frac{۱۶}{۵}$

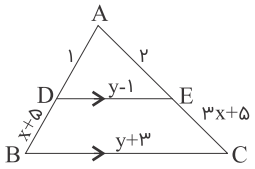
۲) $\frac{۹}{۵}$

۳) $\frac{۴}{۵}$

۴) $\frac{۵}{۴}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۴۶ اگر در شکل زیر $DE||BC$ باشد، مقدار $۲x + ۵y$ کدام است؟



۱) ۱۵

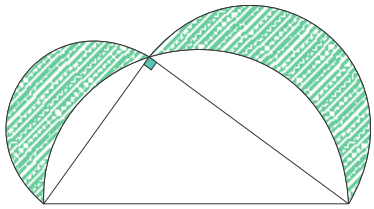
۲) ۱۶

۳) ۱۷

۴) ۱۸

تالیفی محمد علی نیک بخش

۱۴۷ در مثلث قائم‌الزاویهٔ زیر، طول اضلاع قائم ۳ و ۴ واحد است. نیم‌دایره‌ها به قطر اضلاع رسم شده‌اند. مجموع مساحت دو ناحیهٔ سایه‌زده، کدام است؟



۱) ۲π

۲) ۶

۳) ۷

۴) ۳π

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

۱۴۸ اگر روی ساق‌های ذوزنقه‌ای با قاعده‌های ۴ و ۶، نقطه‌های E و F را چنان انتخاب کنیم که $\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC} = \frac{۱}{۲}$ باشد، اندازهٔ EF کدام است؟

۱) ۲

۲) ۳

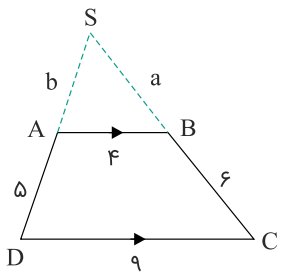
۳) ۵

۴) ۴

تالیفی محمد علی نیک بخش

۱ گزینه ۴

مطابق شکل، ساق‌های ذوزنقهٔ ABCD به طول اضلاع $AB = ۴$، $CD = ۹$، $AD = ۵$ و $BC = ۶$ را امتداد می‌دهیم تا همدیگر را در S قطع کنند.



$$AB||CD \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{SA}{SD} = \frac{SB}{SC} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{b}{b+۵} = \frac{a}{a+۶} = \frac{۴}{۹}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{b}{b+۵} = \frac{۴}{۹} \Rightarrow ۹b = ۴b + ۲۰ \Rightarrow b = ۴ \\ \frac{a}{a+۶} = \frac{۴}{۹} \Rightarrow ۹a = ۴a + ۲۴ \Rightarrow a = ۴/۸ \end{cases}$$

$$\text{محیط مثلث } SAB = ۴ + ۴/۸ + ۴ = ۱۲/۸$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۷
قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

۲ گزینه ۳

در دو مثلث متشابه با نسبت تشابه a، نسبت مساحت‌ها برابر $a^۲$ است.

ابتدا با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در $\overset{\Delta}{ABC}$ داریم:

$$AB^۲ + BC^۲ = AC^۲ \Rightarrow BC = \sqrt{AC^۲ - AB^۲} \Rightarrow BC = \sqrt{۱۰۰ - ۶۴} = ۶$$

پس مساحت $\overset{\Delta}{ABC}$ برابر است با:

$$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{۱}{۲} AB.BC = ۲۴$$

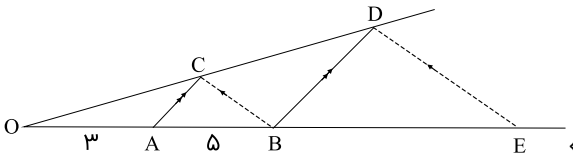
این دو مثلث باتوجه‌به برابری دو زاویهٔ متقابل به رأس C و $\hat{B} = \hat{D} = ۹۰^\circ$، متشابه بوده و نسبت تشابه این دو مثلث برابر $a = \frac{DC}{BC} = \frac{۱۲}{۶} = ۲$ است. پس مساحت CDE برابر است با:

$$S_{\overset{\Delta}{CDE}} = ۲^۲ \times S_{\overset{\Delta}{ABC}} = ۴ \times ۲۴ = ۹۶$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۳ گزینه ۱

باتوجه‌به شکل و با کمک قضیهٔ تالس داریم:



$$\begin{cases} AC||BD \Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{OC}{CD} \\ BC||DE \Rightarrow \frac{OB}{BE} = \frac{OC}{CD} \end{cases}$$

طرف راست تساوی‌ها باهم برابر است پس طرف چپ آن نیز باهم برابر است.

$$\Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{OB}{BE} \Rightarrow \frac{۳}{۵} = \frac{۸}{BE} \Rightarrow BE = \frac{۴۰}{۳} = ۱۳\frac{۱}{۳}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

۴ گزینه ۴

در مثلث ABH داریم:

$$(BH)^۲ = BH' \times AB \Rightarrow (BH)^۲ = (۳)(۱۲ + ۳) = ۴۵ \Rightarrow BH = ۳\sqrt{۵}$$

دو مثلث ABC و ABH باهم متشابه هستند؛ بنابراین:

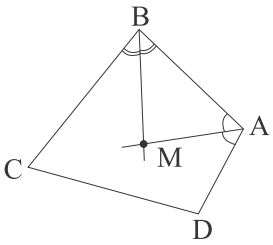
$$\frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \frac{۱۵}{BC} = \frac{۳\sqrt{۵}}{۱۵}$$

$$\Rightarrow ۳\sqrt{۵} \times BC = ۱۵ \times ۱۵ \Rightarrow BC = \frac{۲۲۵}{۳\sqrt{۵}} = ۱۵\sqrt{۵}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۵ گزینه ۳

$$\hat{A}=\frac{۴}{۳}\hat{B}\ ,\ \hat{C}+\hat{D}=\frac{۱۱}{۳}\hat{B}\ ,\ \hat{A}+\hat{B}+\hat{C}+\hat{D}=۳۶۰^\circ$$
$$\Rightarrow \frac{۴}{۳}\hat{B}+\hat{B}+\frac{۱۱}{۳}\hat{B}=۳۶۰^\circ \Rightarrow ۶\hat{B}=۳۶۰^\circ \Rightarrow \hat{B}=۶۰^\circ \Rightarrow \hat{A}=۸۰^\circ$$



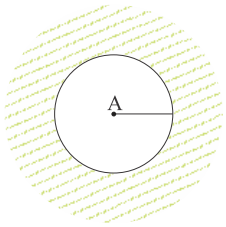
اگر M زاویهٔ بین نیمسازهای دو زاویهٔ A و B باشد، داریم:

$$\hat{M}=۱۸۰-\frac{\hat{A}}{۲}-\frac{\hat{B}}{۲} \Rightarrow \hat{M}=۱۸۰-۳۰-۴۰=۱۱۰$$
$$\Rightarrow \text{زاویهٔ حاده}=۱۸۰^\circ-۱۱۰^\circ=۷۰^\circ$$

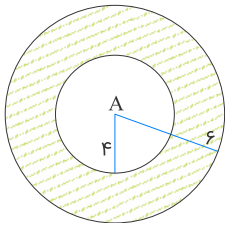
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

۶ گزینه ۴

نقاطی که فاصلهٔ آن‌ها از Aبیشتر از ۴ است، خارج دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۴ قرار دارند. نقاطی که فاصلهٔ آن‌ها از A کمتر از ۶ است، داخل دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۶ قرار دارند.



اشتراک دو ناحیهٔ بالا، ناحیهٔ هاشورخورده در شکل زیر است.

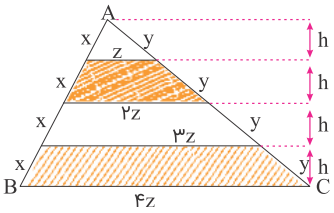


مساحت این ناحیه برابر است با: $\pi(۶)^۲-\pi(۴)^۲=۳۶\pi-۱۶\pi=۲۰\pi$

تالیفی نرگس کارگر

۷ گزینه ۲

طول تمام پاره‌خط‌ها را پارامتری می‌نویسیم:

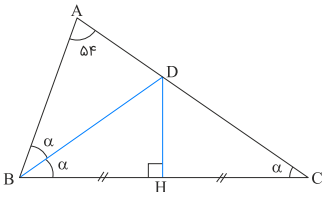


$$\left.\begin{array}{l}\text{مساحت ذوزنقه بزرگ} = \dfrac{(۳z + ۴z) \times h}{۲} = \dfrac{۷zh}{۲} \\ \text{مساحت ذوزنقه کوچک} = \dfrac{(z + ۲z) \times h}{۲} = \dfrac{۳zh}{۲}\end{array}\right\} \Rightarrow \text{نسبت} = \frac{۷}{۳}$$

تالیفی علی شهرابی فراهانی

۸ گزینه ۳

مطابق شکل عمودمنصف ضلع BC و نیمساز زاویهٔ B، در نقطهٔ D روی ضلع AC متقاطع‌اند. نقطهٔ D از ۲ سر پاره‌خط BC به یک‌فاصله است، پس مثلث BDC متساویالساقین و با فرض $\hat{C} = \alpha$ اندازهٔ زوایا مطابق شکل خواهند بود و داریم:



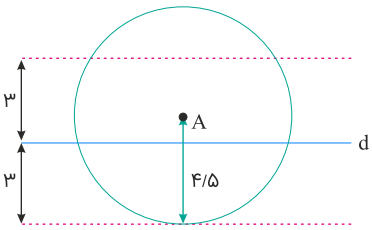
$$۲\alpha + \alpha + ۵۴^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۳\alpha = ۱۲۶^\circ \Rightarrow \alpha = ۴۲^\circ \Rightarrow \hat{B} = ۲\alpha = ۸۴^\circ$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۹ گزینه ۱

نقاطی که از خط d به فاصلهٔ ۳ باشند، دو خط موازی و به فاصلهٔ ۳ از خط d است و نقاطی که از نقطهٔ A به فاصلهٔ ۴/۵ است برابر دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۴/۵ است.

طبق گفتهٔ سؤال فقط ۳ نقطه با این شرایط وجود دارد، پس این دایره بر یکی از خط‌ها مماس و خط دیگری را در دو نقطه قطع خواهد کرد، به‌طوری‌که فاصلهٔ نقطهٔ A از خط دورتر برابر با ۴/۵ است.



باتوجه‌به شکل رسم‌شده، فاصلهٔ نقطهٔ A از خط d برابر است با:

$$۴/۵ - ۳ = ۱/۵$$

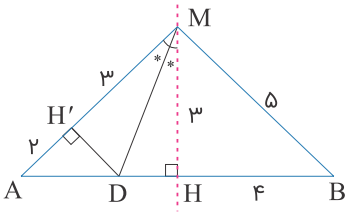
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۰ گزینه ۲

$$\overset{\Delta}{AHB} : MB = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵$$

D روی نیمساز $A\hat{M}H$ است، درنتیجه:

$$DH' = DH \Rightarrow MH = MH' = ۳ \Rightarrow AH' = ۲$$

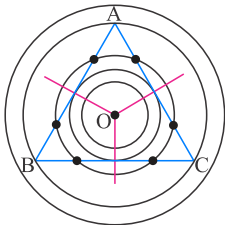


$$\overset{\Delta}{AMH} : \tan\hat{A} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \overset{\Delta}{AH'D} : \tan\hat{A} = \frac{H'D}{H'A} \Rightarrow \frac{۳}{۴} = \frac{H'D}{۲} \Rightarrow H'D = \frac{۳}{۲}$$

تالیفی نرگس کارگر

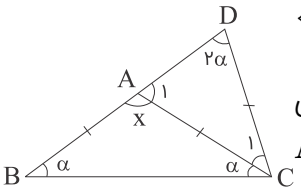
۱۱ گزینه ۴

مطابق شکل در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ نقطهٔ O محل برخورد عمودمنصف‌ها است. دایره‌هایی به مرکز Oو شعاع‌های متفاوت رسم کردهایم. این دایره‌ها نهایتاً مثلث را در ۶ نقطه قطع می‌کنند.



تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۲ گزینه ۳



$$\begin{cases} BD = BC \\ AB = AC = DC \end{cases}$$

زاویه‌های خارجی $\hat{A}_۱ = ۲\alpha$

$$AC = DC \Rightarrow \hat{D} = \hat{A}_۱ = ۲\alpha \quad , \quad BD = BC \Rightarrow \hat{D} = D\hat{C}B = ۲\alpha \Rightarrow \hat{C}_۱ = \alpha$$

$$\overset{\Delta}{ADC} : \hat{A}_۱ + \hat{C}_۱ + \hat{D} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۲\alpha + \alpha + ۲\alpha = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \alpha = ۳۶^\circ$$

$$\hat{x} = ۱۸۰^\circ - \hat{A}_۱ = ۱۸۰^\circ - ۲\hat{\alpha} = ۱۸۰^\circ - ۷۲^\circ = ۱۰۸^\circ$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

۱۳ گزینه ۴

در مثلث BCD طبق تالس داریم:

$$\frac{FL}{DC}=\frac{BF}{BC}\Rightarrow\frac{FL}{۶}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow FL=۴$$

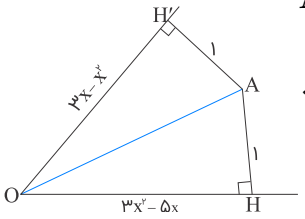
طبق نکات قضیهٔ تالس در ذوزنقه و شکل سؤال داریم: $FL=EK$ و $EL=KF$، پس:

$$FL=EK=۴$$

$$FL+EK=۴+۴=۸$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۱۴ گزینه ۲



$AH=AH'=۱\Rightarrow$ روی نیمساز است $A\Rightarrow$ نیمساز است OA

$$\begin{cases}\hat{O}_۱=\hat{O}_۲\\ OA\text{ نیمساز}\end{cases}\xrightarrow{\text{وتر و یک زاویهٔ حاده}}\overset{\Delta}{OAH}\qquad\overset{\Delta}{OAH'}\Rightarrow OH=OH'$$

$$\Rightarrow ۳x^۲-۵x=۳x-x^۲$$

$$\Rightarrow ۴x^۲-۸x=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۰ & \text{غ.ق.ق}\\ x=۲\end{cases}$$

$$OH=OH'=۳(۴)-۵(۲)=۲$$

$$OH^۲+AH^۲=OA^۲\Rightarrow ۴+۱=۵=OA^۲\Rightarrow OA=\sqrt{۵}$$

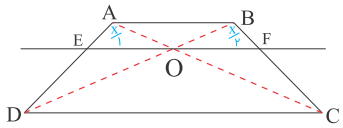
$$\text{محیط }\overset{\Delta}{AOH}=۱+۲+\sqrt{۵}=۳+\sqrt{۵}$$

$$\text{مساحت }\overset{\Delta}{AOH}=\frac{۲\times۱}{۲}=۱$$

$$\Rightarrow\frac{\text{محیط}}{\text{مساحت}}=\frac{۳+\sqrt{۵}}{۱}=۳+\sqrt{۵}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۵ گزینه ۴



$$\left.\begin{matrix}\overset{\Delta}{ADC}: \dfrac{EO}{DC}=\dfrac{AO}{AC}\\ \overset{\Delta}{ABC}: \dfrac{OF}{AB}=\dfrac{OC}{AC}\end{matrix}\right\} \xrightarrow{+} \dfrac{EO}{DC}+\dfrac{OF}{AB}=\overbrace{\dfrac{AO}{AC}+\dfrac{OC}{AC}}^{۱}$$

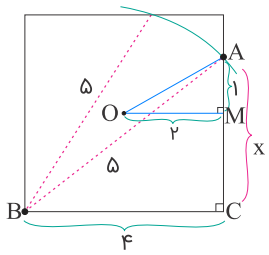
$$\Rightarrow \frac{x}{\frac{۲}{۳}}+\frac{x}{\frac{۲}{۲}}=۱\Rightarrow \frac{x}{۶}+\frac{x}{۴}=۱\Rightarrow \frac{۲x+۳x}{۱۲}=۱\Rightarrow \frac{۵x}{۱۲}=۱\Rightarrow x=\frac{۱۲}{۵}$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۱۶ گزینه ۳

طبق رابطهٔ فیثاغورس در مثلث ABC، $x=۳$ خواهد بود.

همچنین طبق رابطهٔ فیثاغورس در مثلث OAM، $OA=\sqrt{۵}$ خواهد بود.



تالیفی نرگس کارگر

۱۷ گزینه ۳

$$\left.\begin{matrix}\overset{\Delta}{BDN}: AM||DN\Rightarrow \dfrac{AD}{AB}=\dfrac{MN}{BM}\\ \overset{\Delta}{ACM}: EN||AM\Rightarrow \dfrac{AE}{AC}=\dfrac{MN}{CM}\end{matrix}\right\} \xrightarrow{BM=CM} \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AE}=\frac{AB}{AC}=\frac{۲}{۳}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۸

۱۸ گزینه ۳

نسبت تشابه دو مثلث برابر با نسبت اضلاع بزرگ‌ترشان است:

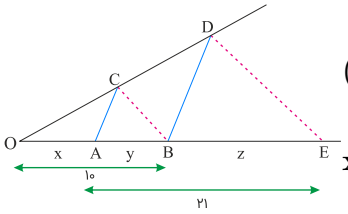
$$k = \frac{\text{ضلع بزرگ مثلث بزرگ}}{\text{ضلع بزرگ مثلث کوچک}} = \frac{۱۲}{۴} = ۳$$

پس نسبت مساحت‌ها برابر است با:

$$\frac{S_{\text{کل}}}{S_{\text{مثلث کوچک}}} = k^۲ = ۳^۲ = ۹ \Rightarrow \frac{S_{\text{مثلث کوچک}} + S_{\text{رنگی}}}{S_{\text{مثلث کوچک}}} = ۹ \Rightarrow \frac{S_{\text{رنگی}}}{S_{\text{مثلث کوچک}}} = ۸$$

تالیفی علی شهرابی فراهانی

۱۹ گزینه ۴



$$(OB)^۲ = OA \times OE \Rightarrow ۱۰^۲ = x \times (x + ۲۱) \Rightarrow ۱۰۰ = x^۲ + ۲۱x$$

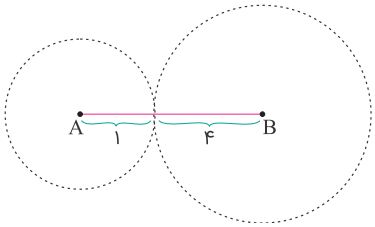
$$x^۲ + ۲۱x - ۱۰۰ = ۰ \Rightarrow (x + ۲۵)(x - ۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۴ & ✓ \\ x = -۲۵ & \times \end{cases}$$

اگر $x = ۴$ باشد در این صورت $AB = ۱۰ - ۴ = ۶$ می‌شود.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۰ گزینه ۲

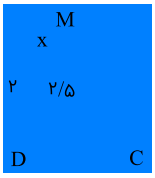
مطابق شکل زیر، ازآنجاکه $۵ = ۴ + ۱$ فقط یک نقطه وجود دارد که از A به فاصلهٔ ۱ و از B به فاصلهٔ ۴ باشد؛ پس گزینهٔ "۲" صحیح است.



تالیفی نرگس کارگر

۲۱ گزینه ۲

مربع $ABCD$را در نظر بگیرید. دایره‌ای به مرکز D و شعاع $۲/۵$ واحد رسم می‌کنیم. این دایره دو ضلع AB و BC را قطع می‌کند.



با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\Delta}{DAM}$، فاصلهٔ نقطهٔ M را از دو رأس A و B محاسبه می‌کنیم:

$$AM^{۲}+۲^{۲}=(۲/۵)^{۲} \quad \Rightarrow \quad AM^{۲}+۴=۶/۲۵ \quad \Rightarrow \quad AM^{۲}=۲/۲۵$$

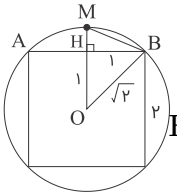
$$\Rightarrow \quad AM=\sqrt{۲/۲۵}=۱/۵ \quad , \quad MB=۲-۱/۵=۰/۵$$

بنابراین فاصلهٔ نزدیک‌ترین رأس مربع تا نقاط تقاطع برابر $\frac{۱}{۲}=۰/۵$ است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

۲۲ گزینه ۲

هدف محاسبهٔ اندازهٔ MB است. در مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\Delta}{MHB}$ داریم:



$$HB=۱ \, , \quad MH=OM-OH$$

برای محاسبهٔ MH، ابتدا لازم است با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس شعاع دایره را به‌دست آوریم:

$$OB=\sqrt{۱^{۲}+۱^{۲}}=\sqrt{۲} \quad \Rightarrow \quad OM=OB=\sqrt{۲} \quad \Rightarrow \quad MH=\sqrt{۲}-۱$$

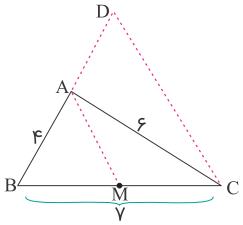
اکنون با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس اندازهٔ MB را محاسبه می‌کنیم:

$$MB^{۲}=MH^{۲}+HB^{۲} \Rightarrow \quad MB^{۲}=(\sqrt{۲}-۱)^{۲}+۱^{۲}=۲-۲\sqrt{۲}+۱+۱=۴-۲\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow MB=\sqrt{۴-۲\sqrt{۲}}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

۲۳ گزینه ۲



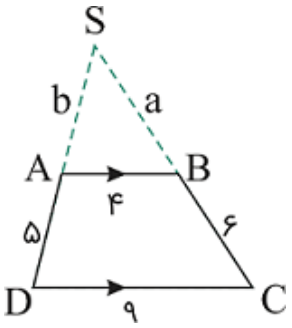
در مثلث BDC می‌دانیم $AM||CD$ است. به کمک رابطهٔ تعمیم قضیهٔ تالس داریم:

$$\frac{BA}{BD}=\frac{BM}{BC}\Rightarrow\frac{۴}{BD}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow BD=۸$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۲۴ گزینه ۴

مطابق شکل، ساق‌های ذوزنقه $ABCD$ به طول اضلاع $AB=۴$، $CD=۹$، $AD=۵$ و $BC=۶$ را امتداد می‌دهیم تا همدیگر را در S قطع کنند.



$$AB||CD\xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}}\frac{SA}{SD}=\frac{SB}{SC}=\frac{AB}{CD}$$

$$\Rightarrow\frac{b}{b+۵}=\frac{a}{a+۶}=\frac{۴}{۹}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{b}{b+۵}=\frac{۴}{۹}\Rightarrow ۹b=۴b+۲۰\Rightarrow b=۴\\ \frac{a}{a+۶}=\frac{۴}{۹}\Rightarrow ۹a=۴a+۲۴\Rightarrow a=۴/۸\end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{محیط مثلث } SAB=۴+۴/۸+۴=۱۲/۸$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸

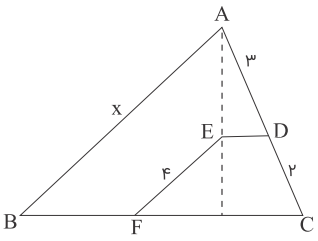
۲۵ گزینه ۳

از A به E وصل می‌کنیم و امتداد می‌دهیم تا ضلع BC را در نقطهٔ G قطع کند. در مثلث AGC چون $ED||GC$ است، طبق تالس داریم:

$$\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AG}\Rightarrow\frac{۳}{۵}=\frac{AE}{AG}\xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}}\frac{EG}{AG}=\frac{۵-۳}{۵}=\frac{۲}{۵}$$

چون $EF||AB$، داریم:

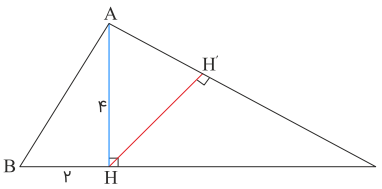
$$\frac{EG}{AG}=\frac{EF}{AB}\Rightarrow\frac{۲}{۵}=\frac{۴}{x}\Rightarrow x=۱۰$$



تالیفی محمد علی نیک بخش

۲۶ گزینه ۱

می‌دانیم $AH^۲=BH.HC$ پس $HC=۸$ و از آن $AC=\sqrt{۴^۲+۸^۲}=۴\sqrt{۵}$ و از آن $HH'=\frac{AH\times HC}{AC}$ پس:

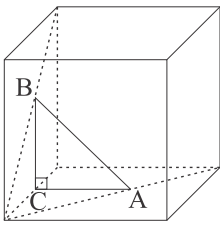


$$HH'=\frac{۳۲}{۴\sqrt{۵}}=\frac{۸\sqrt{۵}}{۵}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۷ گزینه ۳

مکعبی به طول یال $۴\sqrt{۲}$ به‌صورت زیر رسم کرده و وسط دو وجه غیرموازی آن را A و B می‌نامیم. هدف محاسبهٔ اندازهٔ AB است.



اندازهٔ AC و BC نصف یال مکعب است؛ بنابراین:

$$AC=BC=\frac{۱}{۲}(۴\sqrt{۲})=۲\sqrt{۲}$$

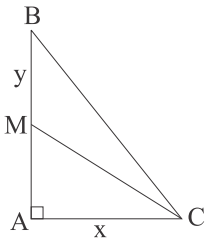
با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس، اندازهٔ AB را تع ن می‌کنیم:

$$BC^۲+AC^۲=AB^۲\Rightarrow ۲(۲\sqrt{۲})^۲=AB^۲\Rightarrow AB^۲=۲\times ۸=۱۶\Rightarrow AB=\sqrt{۱۶}=۴$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

۲۸ گزینه ۱

مثلث قائم‌الزاویه $\overset{\triangle}{ABC}$ را با فرض اینکه طول اضلاع قائمه‌اش x و y ($x < y$) باشد، رسم می‌کنیم. AB ضلع متوسط این مثلث و CM میانهٔ وارد بر آن است. هدف محاسبهٔ نسبت $\frac{CM}{AB}$ است.



مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ برابر مساحت مربعی به طول ضلع x است؛ بنابراین:

$$\frac{xy}{۲} = x^۲ \Rightarrow xy = ۲x^۲ \xrightarrow{x,y>۰} y = ۲x \Rightarrow AB = ۲x$$

$$AM = \frac{۱}{۲}AB = \frac{۱}{۲}(۲x) = x$$

اکنون با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث $\overset{\triangle}{AMC}$، اندازهٔ CM را به دست می‌آوریم:

$$CM^۲ = AM^۲ + AC^۲ \Rightarrow CM^۲ = x^۲ + x^۲ = ۲x^۲ \Rightarrow CM = \sqrt{۲}x$$

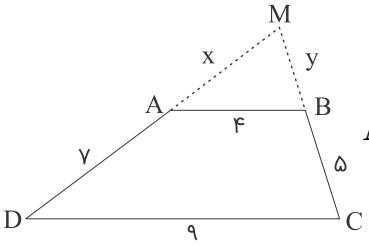
پس نسبت $\frac{CM}{AB}$ برابر است با:

$$\frac{CM}{AB} = \frac{\sqrt{۲}x}{۲x} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow CM = \frac{\sqrt{۲}}{۲}AB$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

۲۹ گزینه ۲

می‌دانیم در ذوزنقهٔ $ABCD$ دو قاعدهٔ AB و DC باهم موازی هستند، بنابراین طبق قضیهٔ اساسی تشابه مثلث‌ها، دو مثلث AMB و MDC متشابه هستند.



$$\overset{\Delta}{AMB} \sim \overset{\Delta}{MDC} \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{DC}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+۷} = \frac{y}{y+۵} = \frac{۴}{۹}$$

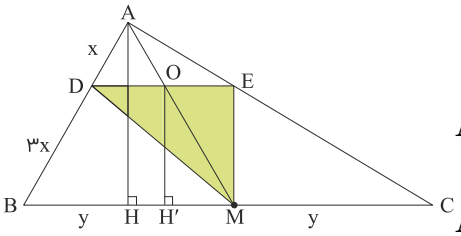
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{x+۷} = \frac{۴}{۹} \Rightarrow ۹x = ۴x + ۲۸ \Rightarrow ۵x = ۲۸ \Rightarrow x = \frac{۲۸}{۵} \\ \frac{y}{y+۵} = \frac{۴}{۹} \Rightarrow ۹y = ۴y + ۲۰ \Rightarrow ۵y = ۲۰ \Rightarrow y = \frac{۲۰}{۵} = ۴ \end{cases}$$

حال محیط را به دست می‌آوریم:

$$\text{محیط } \overset{\Delta}{AMB} = x + y + ۴ = \frac{۲۸}{۵} + ۴ + ۴ = ۸ + \frac{۲۸}{۵} = \frac{۴۰ + ۲۸}{۵} = \frac{۶۸}{۵} = ۱۳/۶$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۳۰ گزینه ۴



با استفاده از تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث ABC و ABH داریم :

$$\text{در مثلث } ABC : \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{۱}{۴} = \frac{DE}{۲y} \Rightarrow DE = \frac{y}{۲}$$

$$\text{در مثلث } ABH : \frac{DB}{AB} = \frac{DH'}{AH} \Rightarrow \frac{۳}{۴} = \frac{DH'}{AH} \Rightarrow AH = \frac{۴}{۳}DH'$$

نسبت مساحت‌ها برابر است با:

$$\frac{S_{DEM}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{DH' \times DE}{۲}}{\frac{AH \times BC}{۲}} = \frac{DH' \times DE}{AH \times BC} = \frac{DH' \times \frac{y}{۲}}{\frac{۴}{۳}DH' \times ۲y} = \frac{۳}{۱۶}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۳۱ گزینه ۴

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۸

گام اول

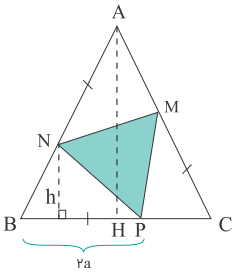
الف) اندازهٔ هر یک از سه قسمت مشخص‌شده بر روی هر ضلع مثلث متساویالاضلاع a را برابر h و هر ضلع مثلث متساویالاضلاع b برابر $۳h$ در نظر می‌گیریم. هم‌چنین در مثلث‌های رنگ‌نشده ارتفاع وارد بر ضلع های با اندازهٔ $۳h$ را h فرض می‌کنیم.

$$\triangle NBP \quad \triangle ABC$$

ب) اگر ارتفاع مثلث اصلی را رسم کنیم طبق قضیهٔ تالس اندازهٔ آن برابر $AH = ۳h$ به دست می آید (چون ارتفاع دو مثلث a و h موازیاند)

$$\frac{h}{AH} = \frac{a}{۳a}$$

گام دوم



$$S_{\triangle ABC} = \frac{۳h \times ۳a}{۲} = \frac{۹ha}{۲}$$

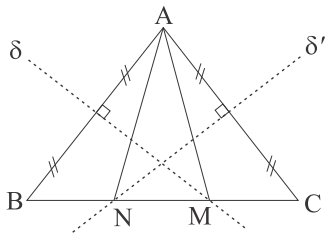
$$S_{\triangle BNP} = \frac{۱}{۲} \times h \times ۲a = ha$$

$$S_{\triangle MNP} = S_{\triangle ABC} - ۳S_{\triangle BNP} = \frac{۹ha}{۲} - ۳ha = \frac{۳ha}{۲}$$

$$\frac{S_{\triangle MNP}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{۳ha}{۲}}{\frac{۹ha}{۲}} = \frac{۳}{۹} = \frac{۱}{۳}$$

۳۲ گزینه ۲

$$\hat{A} = ۸۰^\circ, AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \frac{۱۸۰^\circ - \hat{A}}{۲} = ۵۰^\circ$$



هر نقطه واقع بر عمودمنصف یک پاره‌خط، از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است، پس:

$$\begin{cases} M \in \delta \Rightarrow MA = MB \Rightarrow B\hat{A}M = \hat{B} = ۵۰^\circ \Rightarrow A\hat{M}B = ۸۰^\circ \\ N \in \delta' \Rightarrow NA = NC \Rightarrow C\hat{A}N = \hat{C} = ۵۰^\circ \Rightarrow A\hat{N}C = ۸۰^\circ \end{cases}$$
$$\Rightarrow M\hat{A}N = ۱۸۰^\circ - (A\hat{M}B + A\hat{N}C) = ۲۰^\circ$$

بنابراین، کوچک‌ترین زاویهٔ مثلث AMN، زاویهٔ $M\hat{A}N = ۲۰^\circ$ است.

قلمچی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۷
قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۲ تابستان ۱۳۹۸
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

۳۳ گزینه ۳

$$x^۲ - ۶x + m = ۳ \Rightarrow x^۲ - ۶x + (m - ۳) = ۰$$

کافی است معادلهٔ فوق جواب داشته باشد، پس $\Delta \geq ۰$ خواهد بود. درنتیجه:

$$\Delta = ۳۶ - ۴m + ۱۲ \geq ۰ \Rightarrow -۴m \geq -۴۸ \Rightarrow m \leq ۱۲$$

تالیفی نرگس کارگر

۳۴ گزینه ۴

نسبت اضلاع به‌صورت $۵k$، $۷k$، $۹k$ و $۱۱k$ است. همواره داریم:

$$۵k + ۷k + ۹k + ۱۱k = ۱۶۰ \Rightarrow ۳۲k = ۱۶۰ \Rightarrow k = ۵$$

پس طول کوچک‌ترین ضلع:

$$۵k = ۵(۵) = ۲۵$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۳۵ گزینه ۳

در مثلث AEC، اگر $DF||CE$، آنگاه:

$$\frac{AD}{DE}=\frac{AF}{FC}\Rightarrow\frac{۲}{DE}=\frac{AF}{FC}$$

در مثلث ABC، اگر $FE||CB$، آنگاه:

$$\frac{AE}{EB}=\frac{AF}{FC}\Rightarrow\frac{۲+DE}{۱/۵}=\frac{AF}{FC}$$

$$\begin{cases}\frac{۲}{DE}=\frac{AF}{FC}\\ \frac{۲+DE}{۱/۵}=\frac{AF}{FC}\end{cases}\Rightarrow\frac{۲}{DE}=\frac{۲+DE}{۱/۵}\Rightarrow ۳=۲DE+DE^{۲}$$

$$\Rightarrow DE^{۲}+۲DE-۳=۰\Rightarrow(DE+۳)(DE-۱)=۰$$

$$\begin{cases}DE=-۳ & \text{غ.ق.ق}\\ DE=۱ & \text{ق.ق}\end{cases}$$

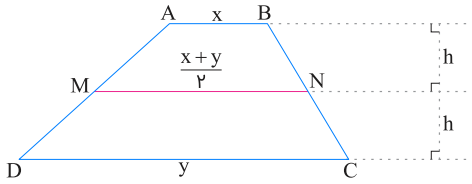
$$AB=۳/۵+DE=۴/۵$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۳۶ گزینه ۲

می‌دانیم در ذوزنقه طول خط واصل وسط‌های دو ساق، میانگین دو قاعده است.

باتوجه‌به شکل و فرض سؤال، داریم:



$$\frac{S_{ABNM}}{S_{MNCD}}=\frac{۳}{۵}\Rightarrow\frac{\frac{۱}{۲}(x+\frac{x+y}{۲})(h)}{\frac{۱}{۲}(\frac{x+y}{۲}+y)(h)}=\frac{۳}{۵}\Rightarrow\frac{\frac{۳x+y}{۲}}{\frac{x+۳y}{۲}}=\frac{۳}{۵}$$

$$\Rightarrow\frac{۳x+y}{x+۳y}=\frac{۳}{۵}\Rightarrow ۱۵x+۵y=۳x+۹y\Rightarrow ۱۲x=۴y\Rightarrow\frac{x}{y}=\frac{۱}{۳}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۳۷ گزینه ۱

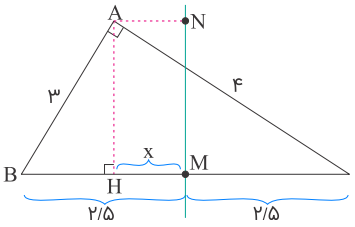
برای رسم عمودمنصف یک پاره‌خط، باید کمان‌هایی با بیش از نصف طول پاره‌خط از دو سر پاره‌خط رسم کنیم. باتوجه‌به این نکته، x باید از $۳/۵=\frac{۷}{۲}$ بزرگ‌تر باشد. باتوجه‌به گزینه‌ها x می‌تواند برابر ۴ باشد.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۳۸ گزینه ۴

نقطه‌ای که به فاصلهٔ برابری از نقاط B و C باشد، روی عمودمنصف ضلع BC قرار دارد. طول ضلع BC برابر ۵ است، پس این نقطه به فاصلهٔ $۲/۵$ از B و C قرار می‌گیرد.

همان‌طور که در شکل مشاهده می‌کنید نقطهٔ موردنظر N است.



$$AB^۲ = BH \times BC \Rightarrow ۳^۲ = BH \times ۵ \Rightarrow BH = \frac{۹}{۵}$$

$$x = BM - BH = \frac{۵}{۲} - \frac{۹}{۵} = \frac{۲۵ - ۱۸}{۱۰} = \frac{۷}{۱۰} = ۰/۷$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

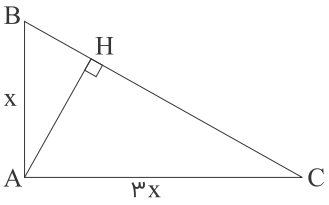
۳۹ گزینه ۳

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

گام اول

الف) طول اضلاع قائمهٔ مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ را x و $۳x$ در نظر می‌گیریم.

ب) می‌دانیم: "مساحت مثلث $= \frac{۱}{۲} \times$ قاعده $\times$ ارتفاع"



گام دوم

با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس اندازهٔ BC را محاسبه می‌کنیم:

$$AB^۲ + AC^۲ = BC^۲ \Rightarrow x^۲ + ۹x^۲ = BC^۲ \Rightarrow BC^۲ = ۱۰x^۲ \Rightarrow BC = \sqrt{۱۰}x$$

با توجه به اینکه مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ برابر ۶۰ واحد مربع است، مقدار x را تعیین می‌کنیم.

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۱}{۲} AB \times AC = \frac{۱}{۲} x(۳x) = ۶۰ \Rightarrow x^۲ = ۴۰ \Rightarrow x = \sqrt{۴۰} = ۲\sqrt{۱۰}$$

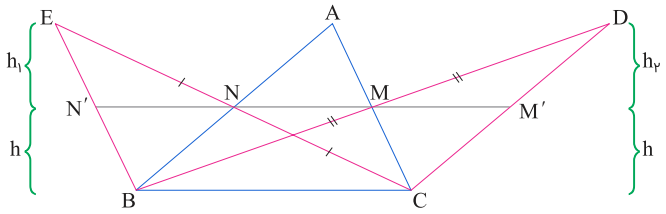
می‌توان مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ را با تعریف BC و AH به ترتیب به‌عنوان قاعده و ارتفاع آن چنین نوشت:

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۱}{۲} AH \times BC = ۶۰$$

بنابراین:

$$\frac{۱}{۲} AH \times \sqrt{۱۰}(۲\sqrt{۱۰}) = ۶۰ \Rightarrow ۱۰AH = ۶۰ \Rightarrow AH = ۶$$

۴۰ گزینه ۳



مثلث‌های DBC و EBC دارای قاعده‌های یکسان BC هستند.پس نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت ارتفاع‌ها است. پاره‌خط NM را از طرفین امتداد می‌دهیم تا ضلع‌های DC و EB را قطع کند.

$$\overset{\Delta}{EBC} : \frac{EN}{EC} = \frac{NN'}{BC} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{h_۱}{h + h_۱} \Rightarrow ۲h_۱ = h + h_۱ \Rightarrow h_۱ = h$$

$$\overset{\Delta}{DBC} : \frac{DM}{DB} = \frac{MM'}{BC} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{h_۲}{h + h_۲} \Rightarrow ۲h_۲ = h + h_۲ \Rightarrow h_۲ = h$$

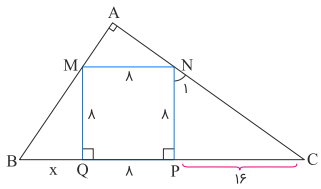
$$\Rightarrow h_۱ = h_۲$$

پس این دو مثلث ارتفاع‌های برابری دارند و مساحت آن‌ها باهم برابر است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

۴۱ گزینه ۲

چون $MQ = ۸$ پس تمام اضلاع مربع MNPQ برابر با ۸ هستند و داریم:



$$\left.\begin{array}{l}\overset{\Delta}{ABC} : \hat{B} + \hat{C} = ۹۰^\circ \\ \overset{\Delta}{NPC} : \hat{C} + \hat{N}_۱ = ۹۰^\circ\end{array}\right\} \Rightarrow \hat{B} = \hat{N}_۱$$

$$\overset{\Delta}{PNC} \sim \overset{\Delta}{BMQ} \Rightarrow \frac{BQ}{NP} = \frac{MQ}{PC} \Rightarrow \frac{x}{۸} = \frac{۸}{۱۶} \Rightarrow x = ۴$$

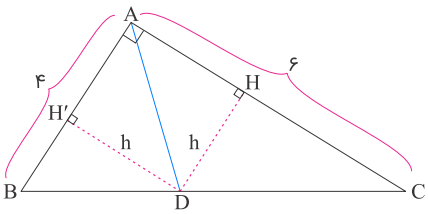
$$BC = ۱۶ + ۸ + ۴ = ۲۸$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۴۲ گزینه ۴

نیمساز زاویهٔ A، یعنی AD را رسم می‌کنیم. چون D روی نیمساز زاویهٔ A است، فاصلهٔ آن از دو ضلع AC و AB برابر است:

$$DH = DH' = h$$



$AHDH'$ ضمنًا چهار ضلعی به دلیل داشتن سه زاویهٔ قائمه، مستطیل است و چون $(DH = DH')$ دو ضلع مجاور آن برابرند، مربع است.

ABC مساحت مثلث برابر است با:

$$\frac{۴ \times ۶}{۲} = ۱۲$$

ABD ADC

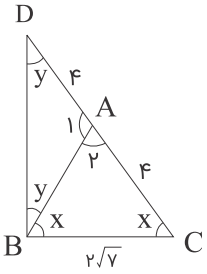
$$\frac{h \times ۶}{۲} + \frac{h \times ۴}{۲} = ۱۲ \Rightarrow ۱۰h = ۲۴ \Rightarrow h = ۲/۴$$

$$AD = h\sqrt{۲} = ۲/۴\sqrt{۲}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۴۳ گزینه ۳

ابتدا بر اساس توضیحات صورت سؤال، یک شکل دقیق رسم می‌کنیم:



مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ و $\overset{\triangle}{ABD}$ متساویالساقین هستند پس:

$$A\hat{B}C = A\hat{C}B = x \quad , \quad A\hat{B}D = A\hat{D}B = y$$

زاویهٔ $\hat{A}_۱$ زاویهٔ خارجی مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ است و اندازهٔ آن برابر مجموع دو زاویهٔ داخلی غیرمجاورش می‌شود؛ یعنی:

$$\hat{A}_۱ = x + x = ۲x$$

با توجه به اینکه مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر ۱۸۰° است، داریم:

$$\hat{A}_۱ + y + y = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۲x + ۲y = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۲(x+y) = ۱۸۰^\circ \Rightarrow x + y = \frac{۱۸۰^\circ}{۲} = ۹۰^\circ$$

بنابراین مثلث $\overset{\triangle}{DBC}$ در رأس B قائمه است و می‌توان اندازهٔ ضلع BD را با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس محاسبه کرد.

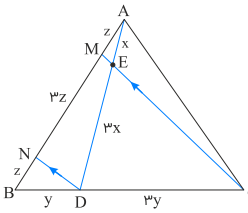
$$CD = AD + AC = ۴ + ۴ = ۸ \ , \ BC = ۲\sqrt{۷}$$

$$CD^۲ = BD^۲ + BC^۲ \Rightarrow ۸^۲ = BD^۲ + (۲\sqrt{۷})^۲ \Rightarrow ۶۴ = BD^۲ + ۲۸$$
$$\Rightarrow BD^۲ = ۶۴ - ۲۸ = ۳۶ \Rightarrow BD = \sqrt{۳۶} = ۶$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

۴۴ گزینه ۳

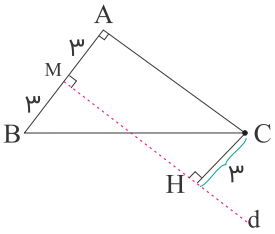
فرض کنیم $AE = x$، $ED = ۳x$، $BD = y$ و $DC = ۳y$. داریم:



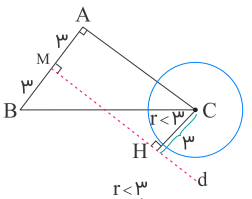
$$\overset{\triangle}{AND} : ME||DN \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{MN} = \frac{AE}{ED} = \frac{۱}{۳}$$
$$\Rightarrow AM = z \text{ و } MN = ۳z$$
$$\overset{\triangle}{BCM} : DN||CM \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BN}{NM} = \frac{BD}{DC} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{BN}{۳z} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow BN = z$$
$$\Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{z + ۳z + z}{z} = \frac{۵z}{z} = ۵$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

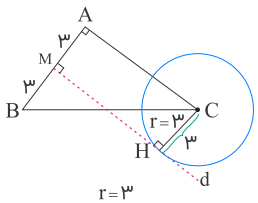
۴۵ گزینه ۲



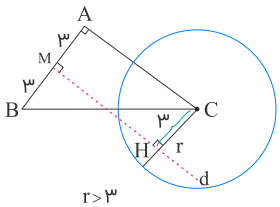
خط d عمودمنصف ضلع AB است؛ بنابراین $AM = MB = ۳$. فاصلهٔ نقطهٔ C از خط d برابر با ۳ است $(CH = ۳)$، چون $ACHM$ مستطیل است و در مستطیل اضلاع روبه‌رو برابرند. نقاطی در صفحه که فاصله‌شان از C برابر با rاست، روی دایره‌ای به مرکز C و شعاع r قرار دارند. باتوجه‌به مقدار r، سه حالت زیر اتفاق می‌افتد.



$r<۳$
دایره و خط یکدیگر را قطع نمی کنند
(جواب: صفر نقطه)



$r=۳$
دایره و خط در یک نقطه مماسند
(جواب: یک نقطه)



$r>۳$
دایره در دو نقطه خط را قطع می کند
(جواب: دو نقطه)

درنتیجه حداکثر دو نقطه با ویژگی‌های مطرح‌شده در صورت سؤال وجود دارد.

تالیفی نرگس کارگر

۴۶ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

گام اول

الف) مثلث $\overset{\triangle}{MNC}$ متساویالساقین است، پس $N\hat{M}C = M\hat{N}C$.

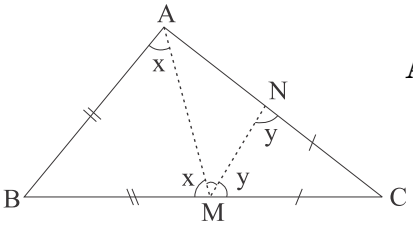
ب) مثلث $\overset{\triangle}{ABM}$ متساویالساقین است، پس $A\hat{M}B = B\hat{A}M$.

ج) مجموع زوایای داخلی هر مثلث ۱۸۰° است.

گام دوم

با توجه به گام اول، شکل را تکمیل می‌کنیم:

می‌دانیم $\hat{M}$ یک زاویهٔ نیم‌صفحه است، داریم:



$$A\hat{M}B + A\hat{M}N + N\hat{M}C = x + ۴۳^\circ + y = ۱۸۰^\circ \Rightarrow x + y = ۱۸۰^\circ - ۴۳^\circ = ۱۳۷^\circ \quad (I)$$

ازطرفی:

$$\left.\begin{array}{ll} \overset{\triangle}{ABM}: & \hat{B} + ۲x = ۱۸۰^\circ \\ \overset{\triangle}{CNM}: & \hat{C} + ۲y = ۱۸۰^\circ \end{array}\right\} \xrightarrow{+} \hat{B} + ۲x + \hat{C} + ۲y = \hat{B} + \hat{C} + ۲(x+y) = ۳۶۰^\circ$$

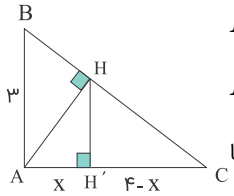
$$\xrightarrow{(I)} \hat{B} + \hat{C} + ۲۷۴^\circ = ۳۶۰^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = ۳۶۰^\circ - ۲۷۴^\circ = ۸۶^\circ$$

همچنین در مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ داریم:

$$\hat{B} + \hat{C} + B\hat{A}C = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۸۶^\circ + B\hat{A}C = ۱۸۰^\circ \Rightarrow B\hat{A}C = ۱۸۰^\circ - ۸۶^\circ = ۹۴^\circ$$

۴۷ گزینه ۴

شکل را به‌صورت زیر نام‌گذاری می‌کنیم و داریم:



$$AC = AH' + CH' = ۴ - x + x = ۴$$

$$AB^۲ + AC^۲ = BC^۲ \Rightarrow ۹ + ۱۶ = BC^۲ \Rightarrow BC^۲ = ۲۵ \Rightarrow BC = ۵$$

اندازهٔ AH را با استفاده از رابطهٔ $AH \times BC = AB \times AC$ به دست می‌آوریم. سپس اندازهٔ AH' یا همان x را با استفاده از رابطهٔ $AH^۲ = AH' \times AC$ در مثلث $\overset{\Delta}{AHC}$، به دست می‌آوریم.

$$AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow ۵AH = ۱۲ \Rightarrow AH = \frac{۱۲}{۵}$$

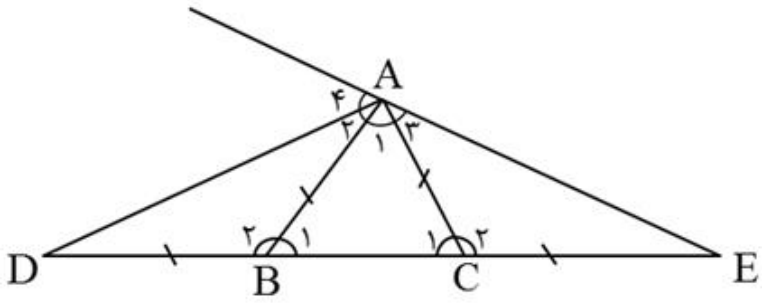
$$AH^۲ = AH' \times AC \Rightarrow \frac{۱۴۴}{۲۵} = x \times ۴ \Rightarrow x = \frac{۱۴۴}{۱۰۰} = ۱/۴۴$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۹

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

گام اول

الف) مثلث $\overset{\triangle}{ADE}$ را بر اساس توضیحات صورت سؤال رسم می‌کنیم:



ب) $AB = AC = CE = BD$

ج) کوچک‌ترین زاویهٔ خارجی در هر مثلث، مکمل بزرگ‌ترین زاویهٔ داخلی است.

گام دوم

مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ متساویالساقین است؛ بنابراین $\hat{B}_۱ = \hat{C}_۱$، درنتیجه مکمل آن‌ها نیز برابر است؛ یعنی $\hat{B}_۲ = \hat{C}_۲$ است. ازطرفی طبق قسمت (ب) از گام اول، $CE = BD$ و $AB = AC$ است؛ بنابراین دو مثلث $\overset{\triangle}{ABD}$ و $\overset{\triangle}{ACE}$ به حالت (ضزض) هم‌نهشت هستند.

$$\left.\begin{matrix} CE = BD \\ \hat{B}_۲ = \hat{C}_۲ \\ AB = AC \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \overset{\triangle}{ABD} \quad \overset{\triangle}{ACE}$$

درنتیجه زوایای $\hat{D}$ و $\hat{E}$ باهم برابر و هردو زوایای کوچک داخلی مثلث $\overset{\triangle}{ADE}$ محسوب می‌شوند.

$$\overset{\triangle}{ABD} \text{ متساوی الساقین} \quad \Rightarrow \quad \hat{A}_۲ = \hat{D} = \alpha \quad \xrightarrow{\hat{D}=\hat{E}} \quad \hat{D} = \hat{E} = \alpha$$

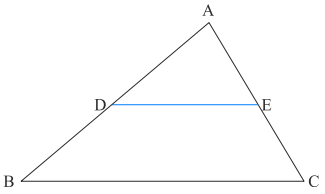
$\hat{A}_۴$ کوچک‌ترین زاویهٔ خارجی مثلث $\overset{\triangle}{ADE}$ است پس اندازهٔ آن با مجموع دو زاویهٔ داخلی غیرمجاورش برابر می‌شود:

$$\hat{A}_۴ = \hat{D} + \hat{E} = \alpha + \alpha = ۲\alpha$$

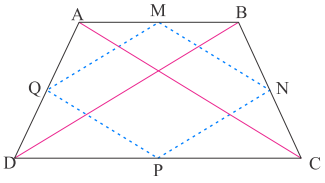
بنابراین کوچک‌ترین زاویهٔ خارجی مثلث، ۲ برابر کوچک‌ترین زاویهٔ داخلی آن است.

۴۹ گزینه ۴

می‌دانیم اگر اوساط اضلاع AB و AC از مثلث ABC را به هم وصل کنیم پاره‌خط به‌دست‌آمده، موازی ضلع سوم و اندازهٔ آن نصف طول ضلع سوم است؛ یعنی اگر E و D وسط‌های اضلاع AC و AB باشند، آنگاه $DE = \frac{۱}{۲}BC$ و $DE||BC$. همچنین می‌توان نتیجه گرفت که اگر اوساط اضلاع یک چهار ضلعی را متوالیاً به هم وصل کنیم، شکل حاصل همواره متوازیالاضلاع خواهد بود.

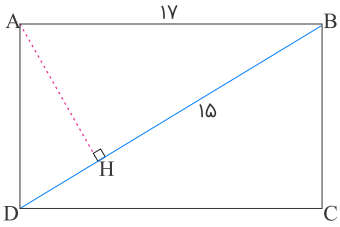


بنابراین در مثال بالا چهار ضلعی به‌دست‌آمده یک متوازیالاضلاع است. حال برای آنکه لوزی شود، لازم است دو ضلع مجاور آن برابر باشند؛ یعنی $MN = NP$ و چون $MN = \frac{۱}{۲}AC$ و $NP = \frac{۱}{۲}BD$، بنابراین لازم است شرط $AC = BD$ برقرار باشد.



تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۵۰ گزینه ۱



$$AB^{۲} = BH \times BD$$

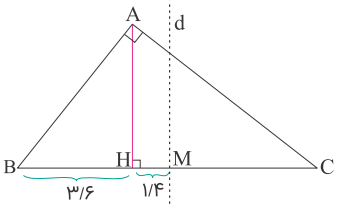
$$۱۷^{۲} = ۱۵ \times BD \Rightarrow BD = \frac{۱۷^{۲}}{۱۵}$$

میزان اختلاف طول قطر از عدد ۱۹ را می‌خواهیم:

$$\frac{۱۷^{۲}}{۱۵} - ۱۹ = \frac{۱۷^{۲} - ۱۵ \times ۱۹}{۱۵} = \frac{۲۸۹ - ۲۸۵}{۱۵} = \frac{۴}{۱۵}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

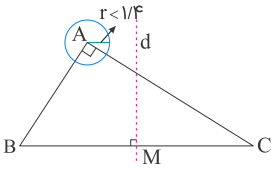
۵۱ گزینه ۲



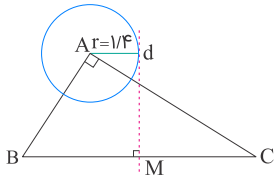
d خط عمودمنصف BC است؛ بنابراین $BM = ۵$. همچنین AH ارتفاع وارد بر BC است. با استفاده از رابطهٔ زیر اندازهٔ BH را حساب می‌کنیم.

$$AB^۲ = BH \times BC \Rightarrow \begin{cases} BH = ۳/۶ \\ BM = ۵ \end{cases} \Rightarrow HM = ۱/۴$$

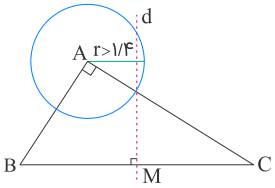
می‌دانیم مجموعهٔ نقاطی از صفحه که فاصله‌شان تا رأس A برابر با r باشد، نقاط روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع r هستند؛ سه حالت زیر رخ



$r<۱/۴$
نقطه اشتراکی نخواهیم داشت
(جواب: صفر نقطه)



$r=۱/۴$
در یک نقطه بر هم مماسند
(جواب: یک نقطه)



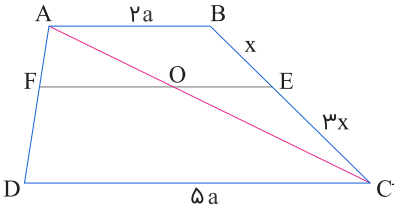
$r>۱/۴$
در دو نقطه یکدیگر را قطع می کنند
جواب: دو نقطه)

درنتیجه حداکثر دو نقطه با ویژگی‌های مطرح‌شده در صورت سؤال وجود دارد.

تالیفی نرگس کارگر

۵۲ گزینه ۱

رأس A را به C وصل می‌کنیم:



$$\overset{\Delta}{ADC} : \frac{AF}{AD} = \frac{OF}{CD} \Rightarrow \frac{۱}{۴} = \frac{OF}{۵a} \Rightarrow OF = \frac{۵}{۴}a$$

$$\overset{\Delta}{ABC} : \frac{CE}{CB} = \frac{OE}{۲a} \Rightarrow \frac{۳x}{۴x} = \frac{OE}{۲a} \Rightarrow OE = \frac{۳}{۲}a$$

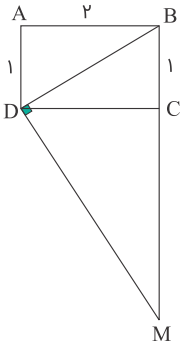
$$EF = OF + OE = \frac{۵}{۴}a + \frac{۳}{۲}a = \frac{۱۱}{۴}a$$

$$\frac{EF}{CD} = \frac{\frac{۱۱}{۴}a}{۵a} = \frac{۱۱}{۲۰}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

۵۳ گزینه ۳

راه‌حل اول: باتوجه‌به توضیحات صورت سؤال، شکلی ساده و دقیق رسم می‌کنیم:



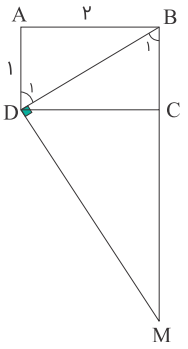
هدف محاسبهٔ MB است. BD قطر مستطیل است، با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$BD^۲ = AB^۲ + AD^۲ = ۲^۲ + ۱^۲ = ۴ + ۱ = ۵ \quad \Rightarrow \quad BD = \sqrt{۵}$$

با استفاده از رابطه طولی در مثلث BDM داریم:

$$BD^۲ = MB^۲.BC^۲ \Rightarrow (\sqrt{۵})^۲ = MB^۲ \times ۱ \Rightarrow MB = ۵$$

راه‌حل دوم:



هدف محاسبهٔ MB است. BD قطر مستطیل است، با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$BD^۲ = AB^۲ + AD^۲ = ۲^۲ + ۱^۲ = ۴ + ۱ = ۵ \quad \Rightarrow \quad BD = \sqrt{۵}$$

دو مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\triangle}{BAD}$ و $\overset{\triangle}{BDM}$ متشابه هستند، زیرا:

$$\left.\begin{array}{l} \hat{A} = B\hat{D}M = ۹۰^\circ \\ AD||BC \\ \text{مورب } BD \end{array}\right\} \Rightarrow D_۱ = B_۱ \Bigg\} \Rightarrow \overset{\triangle}{BAD} \sim \overset{\triangle}{BDM}$$

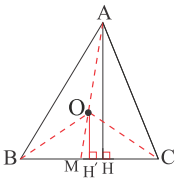
در دو مثلث متشابه، نسبت اضلاع متناظر برابر است بنابراین:

$$\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{MB} \quad \Rightarrow \quad \frac{۱}{\sqrt{۵}} = \frac{\sqrt{۵}}{MB} \quad \Rightarrow \quad MB = (\sqrt{۵})^۲ = ۵$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

۵۴ گزینه ۲

ارتفاع دو مثلث را رسم می‌کنیم:



$$\frac{S_{\overset{\Delta}{OBC}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}} = \frac{\frac{۱}{۲}BC \cdot OH'}{\frac{۱}{۲}BC \cdot AH} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{OH'}{AH}$$

طبق قضیهٔ تالس در مثلث AHM داریم:

$$\frac{OM}{AM} = \frac{OH'}{AH} \Rightarrow \frac{OM}{AM} = \frac{b}{a}$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۵۵ گزینه ۳

باتوجه‌به اینکه نقطهٔ M روی نیمساز قرار دارد، $AM = BM$. برای به دست آوردن طول BM، ابتدا مختصات نقطهٔ M را به دست آوریم.

$$۳y = x \xrightarrow{x=۳} ۳y = ۳ \Rightarrow y = ۱ \Rightarrow M(۳,۱)$$

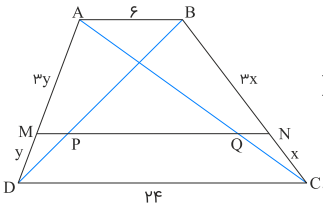
حال فاصلهٔ نقطهٔ $B(۳,۰)$ و $M(۳,۱)$ را به دست آوریم؛ پس داریم:

$$BM = \sqrt{(۳-۳)^۲ + (۱-۰)^۲} = ۱ \Rightarrow BM = AM = ۱$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۵۶ گزینه ۳

باتوجه‌به فرض سؤال نتیجه می‌گیریم که $MN||AB||CD$، بنابراین داریم:



$$\overset{\Delta}{BDC} : PN||DC \Rightarrow \frac{PN}{DC} = \frac{BN}{BC} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \frac{PN}{۲۴} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow PN = ۱۸$$

$$\overset{\Delta}{ABC} : QN||AB \Rightarrow \frac{QN}{AB} = \frac{NC}{BC} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{QN}{۶} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow QN = \frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow PQ = PN - QN = ۱۸ - \frac{۳}{۲} = \frac{۳۳}{۲}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۵۷ گزینه ۴

ابتدا با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در $\overset{\Delta}{ABC}$ داریم:

$$AC^{۲}+AB^{۲}=BC^{۲}\Rightarrow AB=\sqrt{BC^{۲}-AC^{۲}}=\sqrt{۲۸۹-۶۴}=۱۵$$

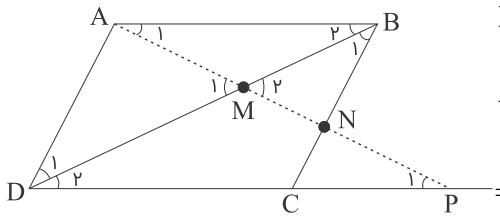
دو مثلث ABC و CDE به دلیل برابری دو زاویهٔ متقابل به رأس C و $\hat{A}=\hat{E}=۹۰^{\circ}$، متشابه بوده و نسبت تشابه این دو مثلث برابر $a=\frac{AB}{DE}=\frac{۱۵}{۳}=۵$ است.

با استفاده از نسبت تشابه طول CE و CD را به دست می‌آوریم:

$$۵=\frac{AC}{CE}=\frac{BC}{CD}\Rightarrow ۵=\frac{۸}{CE}=\frac{۱۷}{CD}$$
$$\Rightarrow CE=\frac{۸}{۵},CD=\frac{۱۷}{۵}$$
$$\frac{\text{محیط}}{\text{مساحت}}=\frac{\frac{۱۷}{۵}+\frac{۸}{۵}+۳}{\frac{۱}{۲}\times ۳\times\frac{۸}{۵}}=\frac{۸}{\frac{۱۲}{۵}}=\frac{۱۰}{۳}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۵۸ گزینه ۴



$$\left.\begin{array}{l}\hat{D}_{۱}=\hat{B}_{۱}\,,\,\hat{M}_{۱}=\hat{M}_{۲}\Rightarrow \overset{\Delta}{AMD}\sim\overset{\Delta}{MBN}\Rightarrow\frac{MD}{MB}=\frac{AM}{MN}\\ \hat{A}_{۱}=\hat{P}_{۱},\hat{B}_{۲}=\hat{D}_{۲}\Rightarrow \overset{\Delta}{AMB}\sim\overset{\Delta}{MDP}\Rightarrow\frac{MD}{MB}=\frac{MP}{AM}\end{array}\right\}$$
$$\Rightarrow\frac{AM}{MN}=\frac{MP}{AM}\Rightarrow MN\times MP=AM^{۲}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

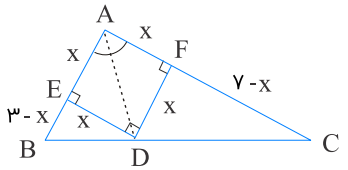
۵۹ گزینه ۴

نقطهٔ D روی نیمساز قرار دارد، بنابراین از دو ضلع زاویه به یک فاصله است. پس: $DE=DF$

$\hat{A}=۹۰^{\circ}$ و $DE=DF$، بنابراین چهار ضلعی $AEDF$ مربع است. پس: $AE||FD$

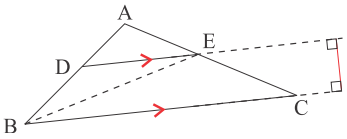
طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث ABC، داریم:

$$\frac{FD}{AB}=\frac{FC}{AC}\Rightarrow\frac{x}{۳}=\frac{۷-x}{۷}\Rightarrow ۷x=۲۱-۳x\Rightarrow ۱۰x=۲۱\Rightarrow x=۲/۱$$
$$\Rightarrow AD=\sqrt{۲}x=۲/۱\sqrt{۲}$$



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۶۰ گزینه ۴



$$\frac{S_{\triangle EBC}}{S_{\triangle EDB}} = \frac{\frac{۱}{۲}h \cdot BC}{\frac{۱}{۲}h \cdot DE} = \frac{BC}{DE}$$

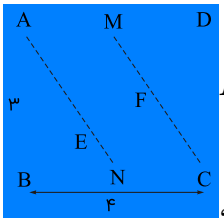
طبق تالس در مثلث ABC داریم:

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow \frac{S_{\triangle EBC}}{S_{\triangle EDB}} = \frac{BC}{DE} = \frac{۵}{۲}$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۶۱ گزینه ۱

در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABD داریم:



$$\overset{\Delta}{ABD}: BD^{۲} = AB^{۲} + AD^{۲}$$
$$\Rightarrow BD^{۲} = ۹ + ۱۶ = ۲۵ \Rightarrow BD = ۵$$

کاملا واضح است که مثلث‌های ABN و CDM همنهشت‌اند، لذا $DF = EB$. همچنین ABD قائم‌الزاویه است، بنابراین:

$$AB^{۲} = BE \times BD \Rightarrow ۹ = BE \times ۵ \Rightarrow BE = DF = \frac{۹}{۵}$$
$$\Rightarrow EF = ۵ - ۲ \times \frac{۹}{۵} = \frac{۷}{۵}$$

همچنین در مثلث BFC داریم:

$$EN \parallel CF \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{BE}{BF} = \frac{BN}{BC} \Rightarrow \frac{\frac{۹}{۵}}{\frac{۹}{۵} + \frac{۷}{۵}} = \frac{BN}{۴} \Rightarrow BN = \frac{۳۶}{۱۶} = \frac{۹}{۴}$$

$$\Rightarrow NC = ۴ - \frac{۹}{۴} = \frac{۷}{۴}$$

$$S_{ANCM} = AB \times NC = ۳ \times \frac{۷}{۴} = \frac{۲۱}{۴} = ۵/۲۵$$

راه‌حل دوم:

در شکل زیر تمام زوایای مشخص‌شده با یکدیگر برابرند که آن‌ها را θ می‌نامیم.

در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم $\tan\theta = \frac{۳}{۴}$ و همچنین در مثلث قائم‌الزاویهٔ BCE داریم $\tan\theta = \frac{x}{۳}$، درنتیجه:

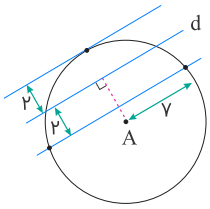
$$\Rightarrow \frac{x}{۳} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow x = \frac{۹}{۴} = ۲/۲۵$$

متوازی‌الاضلاع $S =$ قاعده $\times$ ارتفاع $= (۴ - x) \times ۳ = (۴ - ۲/۲۵) \times ۳$
$= ۱/۷۵ \times ۳ = ۵/۲۵$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

۶۲ گزینه ۲

مجموعهٔ نقاطی که فاصلهٔ آن‌ها از A برابر ۷ است، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۷ است. مجموعهٔ نقاطی که فاصلهٔ آن‌ها از d برابر ۲ است، دو خط موازی با d و به فاصلهٔ ۲ از آن در دو طرف خط است.

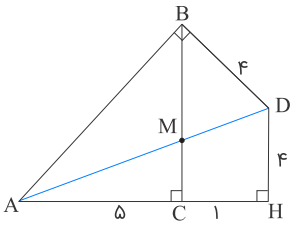


تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۶۳ گزینه ۲

چون D روی نیمساز است، هر نقطه از آن از دو ضلع مجاور به یک فاصله است، پس $BD = DH = ۴$ می‌شود.

در مثلث ADH داریم:

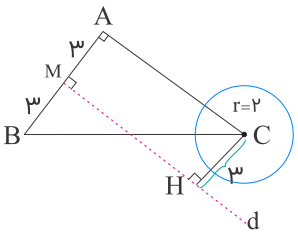


$$\frac{MC}{DH} = \frac{AC}{AH} \Rightarrow \frac{MC}{۴} = \frac{۵}{۶} \Rightarrow MC = \frac{۱۰}{۳}$$

ازطرفی MC هم به‌طور مشابه با فاصلهٔ M از ضلع AB برابر است، پس جواب $\frac{۱۰}{۳}$ می‌شود.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

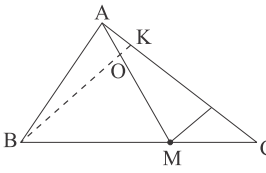
۶۴ گزینه ۱



خط d عمودمنصف ضلع AB است؛ بنابراین $AM = MB = ۳$. فاصلهٔ نقطهٔ C از خط d برابر با ۳ است $(CH = ۳)$، چون $ACHM$ مستطیل است و در مستطیل اضلاع روبه‌رو برابرند. نقاطی در صفحه که فاصله‌شان از C برابر با ۲ است، روی دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۲ قرار دارند. ازآنجاکه شعاع دایره کمتر از فاصلهٔ C تا خط d است، این دایره و خط یکدیگر را قطع نمی‌کنند؛ بنابراین نقطه‌ای با این ویژگی وجود ندارد.

تالیفی نرگس کارگر

۶۵ گزینه ۲



O در مثلث AM باتوجه‌به نقطهٔ $\frac{OA}{OM}=\frac{۱}{۳}$ و خط داریم: $\frac{OA}{AM}=\frac{۱}{۴}$ ترکیب نسبت در مخرج، از M خطی موازی AC رسم می‌کنیم تا OK را در L قطع کند، طبق تالس در مثلث AML داریم:

$$\frac{OA}{AM}=\frac{OK}{ML}\Rightarrow\frac{OK}{ML}=\frac{۱}{۴}\quad(I)$$

در مثلث BCK بنا به تالس داریم:

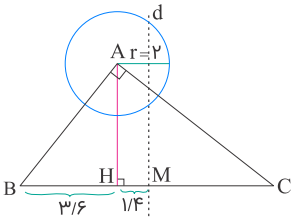
$$\frac{BK}{ML}=\frac{BC}{MC}=۳\Rightarrow\frac{BK}{ML}=۳\quad(II)$$

(I) (II)

$$\frac{\frac{BK}{ML}}{\frac{OK}{ML}}=\frac{۳}{\frac{۱}{۴}}\Rightarrow\frac{BK}{OK}=۱۲$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۶۶ گزینه ۳



d خط عمودمنصف BC است؛ بنابراین $BM=۵$. همچنین ارتفاع وارد بر وتر است. با استفاده از رابطهٔ زیر BH را حساب می‌کنیم:

$$AB^۲=BH\times BC\Rightarrow\begin{cases}BH=۳/۶\\BM=۵\end{cases}\Rightarrow HM=۱/۴$$

d می‌دانیم مجموعهٔ نقاطی از صفحه که فاصله‌شان تا رأس A برابر با ۲ باشد، نقاط روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۲ هستند. فاصلهٔ نقطهٔ A از خط

تالیفی نرگس کارگر

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

گام اول

الف) دو مثلث قابل‌انطباق نیستند یعنی دو مثلث باهم برابر یا همنهشت نیستند؛ بنابراین حق نداریم کوچک‌ترین ضلع مثلث با اضلاع a و b و $\frac{۱}{۳}$ و ۳ برابر ۳ در نظر بگیریم (اگر کوچک‌ترین ضلع مثلث اول را ۳ در نظر بگیریم، با توجه به اینکه دو مثلث متشابه‌اند، نسبت تشابه آن‌ها برابر $\frac{a}{b}$ می‌شود و باید مقدار a و b برابر ۴ و ۵ باشد که دراین‌صورت دو مثلث برهم منطبق می‌شوند) پس کوچک‌ترین ضلع این مثلث ۳ یا $\frac{۳}{۴}$ است.

گام دوم

محیط مثلث دوم برابر است با:

$$۳ + ۴ + ۵ = ۱۲$$

نسبت تشابه دو مثلث می‌تواند $\frac{۳}{۴}$ یا $\frac{۳}{۵}$ باشد. اگر نسبت تشابه برابر $\frac{۳}{۴}$ باشد، محیط مثلث اول برابر است با:

$$\text{محیط مثلث اول} = ۱۲ \times \frac{۳}{۴} = ۳ \times ۳ = ۹$$

و اگر نسبت تشابه برابر $\frac{۳}{۵}$ باشد، داریم:

$$\text{محیط مثلث اول} = ۱۲ \times \frac{۳}{۵} = ۷/۲$$

۶۸ گزینه ۲

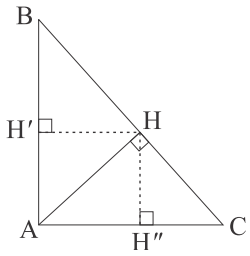
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

گام اول

الف) مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ قائم‌الزاویه است.

ب) با فرض اینکه $HC < HB$ باشد داریم: $S_{\overset{\triangle}{ABC}} = ۶/۷۶\, S_{\overset{\triangle}{AHC}}$

ج) $HH' = ?$ و $HH'' = ?$



گام دوم

سه مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\triangle}{AHC}$، $\overset{\triangle}{AHB}$ و $\overset{\triangle}{ABC}$ باهم متشابه‌اند. می‌دانیم در مثلث‌های متشابه نسبت تشابه برابر جذر نسبت مساحت‌ها است.

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}{S_{\overset{\triangle}{AHC}}} = ۶/۷۶ \Rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{ABH}} + S_{\overset{\triangle}{AHC}}}{S_{\overset{\triangle}{AHC}}} = ۶/۷۶ \Rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{ABH}}}{S_{\overset{\triangle}{AHC}}} + ۱ = ۶/۷۶ \Rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{ABH}}}{S_{\overset{\triangle}{AHC}}} = ۵/۷۶$$

همچنین می‌دانیم در مثلث‌های متشابه، نسبت تشابه با نسبت ارتفاع‌ها برابر است. چون دو مثلث $\overset{\triangle}{ABH}$ و $\overset{\triangle}{ACH}$ باهم متشابه‌اند، داریم:

$$\frac{HH'}{HH''} = \sqrt{۵/۷۶} = ۲/۴ \Rightarrow \frac{HH'}{HH''} = \frac{۲۴}{۱۰} = \frac{۱۲}{۵} \Rightarrow \frac{HH''}{HH'} = \frac{۵}{۱۲}$$

۶۹ گزینه ۲

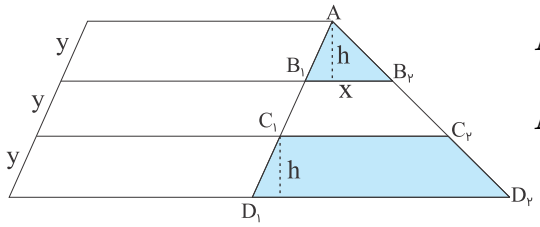
با تعمیم قضیهٔ تالس داریم:

$$\frac{AD}{AE} = \frac{MB}{NC} \Rightarrow \frac{AD}{MB} = \frac{AE}{NC} \Rightarrow \frac{۲/۵}{۵} = \frac{۳}{NC} \Rightarrow NC = \frac{۳ \times ۵}{۲/۵} = ۶$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۷۰ گزینه ۲

فرض کنید $B_۱B_۲ = x$ باشد. در این صورت داریم:



$$\overset{\triangle}{AC_۱C_۲}: \frac{AB_۱}{AC_۱} = \frac{x}{C_۱C_۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{x}{C_۱C_۲} \Rightarrow C_۱C_۲ = ۲x$$

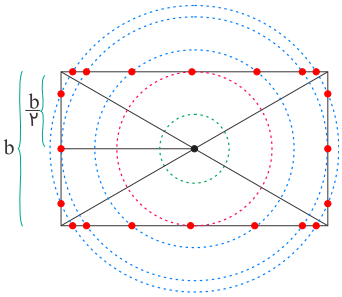
$$\overset{\triangle}{AD_۱D_۲}: \frac{AB_۱}{AD_۱} = \frac{x}{D_۱D_۲} \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{x}{D_۱D_۲} \Rightarrow D_۱D_۲ = ۳x$$

$$\frac{S_{AB_۱B_۲}}{S_{C_۱C_۲D_۲D_۱}} = \frac{\frac{۱}{۲} \times x \times h}{\frac{۱}{۲}(۲x + ۳x)h} = \frac{۱}{۵}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۷۱ گزینه ۳

نقاطی که از مرکز مستطیل به یک‌فاصله هستند، روی دایره‌ای به مرکز مستطیل و شعاع r قرار دارند.
باتوجه‌به شعاع دایرهٔ رسم‌شده ۳ حالت زیر پیش می‌آید:



۱) $r < \frac{b}{۲}$ یعنی شعاع از نصف عرض مستطیل کمتر است. در این صورت دایرهٔ رسم‌شده (دایرهٔ سبزرنگ) با محیط مستطیل برخوردی ندارد و نقطه‌ای نداریم.

۲) $r = \frac{b}{۲}$ یعنی شعاع برابر با نصف عرض باشد. در این صورت دایرهٔ رسم‌شده (دایرهٔ صورتی‌رنگ) در دو نقطه بر مستطیل مماس خواهد شد؛ پس دو نقطه داریم.

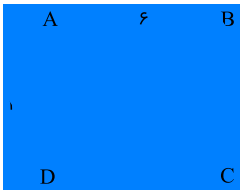
۳) $r > \frac{b}{۲}$ یعنی شعاع بیشتر از نصف عرض باشد که در این صورت دایره‌های رسم‌شده (آبی‌رنگ) به ترتیب در ۴، ۶، ۸ نقطه محیط مستطیل را قطع خواهند کرد. (درصورتی‌که شعاع بیشتر از نصف طول مستطیل باشد، دایره با مستطیل برخورد ندارد)

بنابراین $n = ۰, ۲, ۴, ۶, ۸$ خواهد بود که $n = ۴$ در گزینه‌ها وجود دارد.

تالیفی نرگس کارگر

۷۲ گزینه ۱

از دو رأس A و C، دو عمود AE و CF را بر قطر BD رسم می‌کنیم.



$$\overset{\Delta}{ABD} : BD^۲ = AB^۲ + AD^۲ = ۳۶ + ۲۸ = ۶۴ \Rightarrow BD = ۸$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

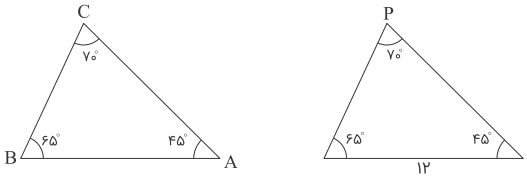
$$\overset{\Delta}{ABD} : AD^۲ = DE.BD \Rightarrow ۲۸ = DE \times ۸ \Rightarrow DE = \frac{۲۸}{۸} = ۳/۵$$

به طور مشابه $BF = ۳/۵$ است و داریم:

$$EF = BD - (DE + BF) = ۸ - ۷ = ۱$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

۷۳ گزینه ۳



سؤال گفته نسبت مساحت‌ها $K^۲ = \frac{۳}{۴}$ است، یعنی نسبت تشابه برابر با $K = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ است.

$$\frac{MN}{AB} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \frac{۱۲}{AB} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow AB = \frac{۲۴}{\sqrt{۳}} = \frac{۲۴\sqrt{۳}}{۳} = ۸\sqrt{۳}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۷۴ گزینه ۳

دو مثلث ECD و ACB به حالت تساوی دو زاویه، باهم متشابه‌اند ($\hat{E}_۱ = \hat{B}$ و زاویهٔ C مشترک است)

نسبت اضلاع متناسب را می‌نویسیم:

$$\frac{CE}{BC} = \frac{DC}{AC} \Rightarrow \frac{x-۱}{x+۵} = \frac{x-۲}{x+۲}$$
$$\Rightarrow x^۲ + ۳x - ۱۰ = x^۲ + x - ۲ \Rightarrow ۲x = ۸ \Rightarrow x = ۴$$

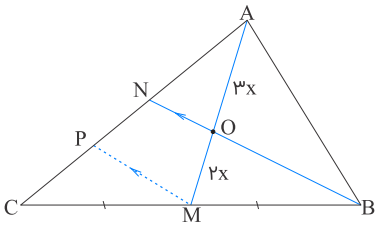
نسبت مساحت دو مثلث متشابه را می‌نویسیم:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{DEC}} = (\frac{BC}{EC})^۲ = (\frac{۹}{۳})^۲ = ۹$$
$$\frac{S_{AEDB} + S_{DEC}}{S_{DEC}} = ۹ \Rightarrow \frac{S_{AEDB}}{S_{DEC}} + ۱ = ۹ \Rightarrow \frac{S_{AEDB}}{S_{DEC}} = ۸$$

تالیفی علی شهرابی فراهانی

۷۵ گزینه ۲

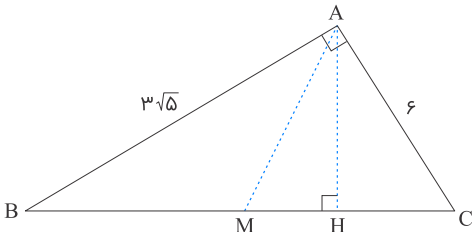
باتوجه‌به فرض، $\frac{OA}{OM} = \frac{۳}{۲}$. حال خطی از M به‌موازات BN رسم می‌کنیم تا AC را در P قطع کند، بنابراین:



$$\left.\begin{array}{l} \overset{\Delta}{APM} : ON||MP \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{ON}{MP} = \frac{AO}{AM} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow ON = \frac{۳}{۵}MP \\ \overset{\Delta}{CBN} : MP||BN \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MP}{BN} = \frac{CM}{CB} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow BN = ۲MP \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{ON}{BN} = \frac{\frac{۳}{۵}MP}{۲MP} = \frac{۳}{۱۰}$$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد - حمیدرضا پردازی مقدم

۷۶ گزینه ۴



$$BC^{۲} = AC^{۲} + AB^{۲} \Rightarrow BC = \sqrt{۶^{۲} + (۳\sqrt{۵})^{۲}} = ۹ \Rightarrow MC = MB = ۴/۵$$

$$\overset{\Delta}{ABC} : AB^{۲} = BH \times BC \Rightarrow ۴۵ = BH \times ۹$$

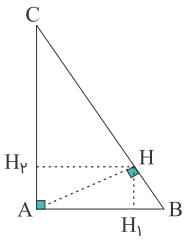
$$\Rightarrow BH = ۵ \Rightarrow HM = BH - MB = ۵ - ۴/۵ = ۰/۵$$

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}{S_{\overset{\Delta}{AHM}}} = \frac{\frac{AH \times BC}{۲}}{\frac{AH \times HM}{۲}} = \frac{\frac{AH \times ۹}{۲}}{\frac{AH \times \frac{۱}{۲}}{۲}} = ۱۸$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۷۷ گزینه ۱

وقتی ارتفاع وارد بر وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه را رسم می‌کنیم، مثلث‌های پدیدآمده با همدیگر و با مثلث اولیه متشابه هستند. طبق گفتهٔ سؤال، نسبت فواصل پای ارتفاع از دو ضلع قائم برابر $\frac{۱}{۳}$ است.



$$\frac{HH_{۱}}{HH_{۲}} = \frac{۱}{۳} = k$$

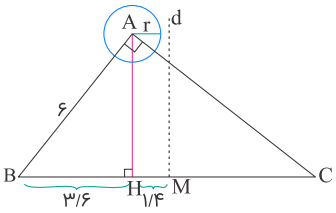
$$\Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{AHB}}}{S_{\overset{\Delta}{AHC}}} = (\frac{۱}{۳})^{۲} = \frac{۱}{۹}$$

نسبت مساحت‌ها برابر مربع نسبت ارتفاع‌ها یعنی $\frac{۱}{۹}$ است. پس مساحت مثلث کوچک‌تر $\frac{۱}{۱۰}$ مساحت مثلث اولیه است.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۷۸ گزینه ۱

خط d عمودمنصف ضلع BC است؛ بنابراین $BM = ۵$. AH ارتفاع وارد بر وتر BC است. با استفاده از رابطهٔ زیر اندازهٔ BH را حساب می‌کنیم:



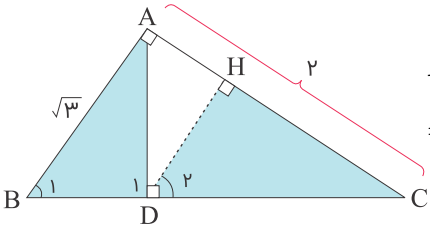
$$AB^{۲} = BH \times BC \Rightarrow ۳۶ = ۱۰BH \Rightarrow \begin{cases} BH = ۳/۶ \\ BM = ۵ \end{cases} \Rightarrow HM = ۱/۴$$

می‌دانیم مجموعهٔ نقاطی از صفحه که فاصله‌شان تا رأس Aبرابر با ۱ باشد، نقاط روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۱ هستند. فاصلهٔ A از خط d برابر با ۱/۴ است؛ پس دایرهٔ رسم‌شده به مرکز A با شعاع ۱، عمودمنصف BC را قطع نخواهد کرد؛ بنابراین هیچ نقطه‌ای با این ویژگی در صفحهٔ مثلث وجود ندارد.

تالیفی نرگس کارگر

۷۹ گزینه ۳

طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ داریم:



$$AB^{۲} + AC^{۲} = BC^{۲}$$

$$\Rightarrow ۳ + ۴ = BC^{۲} \Rightarrow BC = \sqrt{۷}$$

$$\left.\begin{array}{l} AB \parallel DH \text{ , مورب } BC \Rightarrow \widehat{D_{۲}} = \widehat{B_{۱}} \\ \hat{D}_{۱} = \widehat{H} = ۹۰^{\circ} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{ABD} \sim \overset{\Delta}{HCD}$$

طبق روابط طولی در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ نتیجه می‌گیریم:

$$AC^{۲} = BC \times CD$$

$$\Rightarrow ۴ = \sqrt{۷} \times CD \Rightarrow CD = \frac{۴}{\sqrt{۷}}$$

بنابراین نسبت تشابه دو مثلث ABD و HCD برابر است با:

$$K = \frac{\frac{۴}{\sqrt{۷}}}{\sqrt{۳}} = \frac{۴}{\sqrt{۲۱}}$$

می‌دانیم که نسبت مساحت دو مثلث متشابه برابر است با مجذور نسبت تشابه، پس داریم:

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{HCD}}}{S_{\overset{\Delta}{ABD}}} = K^{۲} = \left(\frac{۴}{\sqrt{۲۱}}\right)^{۲} = \frac{۱۶}{۲۱}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۸۰ گزینه ۲

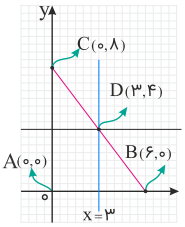
$$\overset{\Delta}{ABC} : \frac{BE}{BC} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{۱}{۳}$$

$$\overset{\Delta}{ADC} : \frac{AF}{AC} = \frac{FG}{CD} \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{FG}{۹} \Rightarrow FG = ۳$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۸۱ گزینه ۱

اگر مثلث رسم‌شده را روی محور مختصات فرض کنیم، داریم:



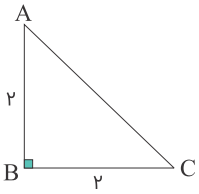
نقاطی که از دو رأس A و B به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف AB قرار دارند. باتوجه‌به مثلث رسم‌شده معادلهٔ عمودمنصف خط AB، $x = ۳$ خواهد بود. همین‌طور نقاطی که از دو رأس A و C به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف AC قرار دارند. باتوجه‌به مثلث رسم‌شده، معادلهٔ عمودمنصف خط AC، $y = ۴$ خواهد بود. محل برخورد $x = ۳$ و $y = ۴$ همان نقطهٔ D است. در آخر طول AD را به دست می‌آوریم:

$$AD = \sqrt{(۳ - ۰)^۲ + (۴ - ۰)^۲} = \sqrt{۲۵} = ۵$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۸۲ گزینه ۴

ابتدا مثلث قائم‌الزاویه و متساویالساقین $\overset{\triangle}{ABC}$ به ضلع قائم ۲ واحد را رسم می‌کنیم.



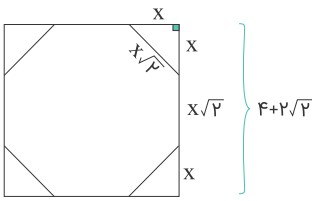
محیط این مثلث برابر طول ضلع یک مربع است. با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس اندازهٔ ضلع AC و سپس محیط مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ را محاسبه می‌کنیم.

$$AC^{۲} = AB^{۲} + BC^{۲} \Rightarrow AC^{۲} = ۴ + ۴ = ۸ \Rightarrow AC = ۲\sqrt{۲}$$

$$\text{محیط مثلث } \overset{\triangle}{ABC} = ۲ + ۲ + ۲\sqrt{۲} = ۴ + ۲\sqrt{۲}$$

پس طول ضلع مربع موردنظر برابر $۴ + ۲\sqrt{۲}$ است.

می‌خواهیم با حذف گوشه‌های این مربع، یک هشت ضلعی منتظم را درون آن محاط کنیم. اگر اندازهٔ اضلاع قائمه چهار مثلث گوشه‌ای را x در نظر بگیریم، طول ضلع هشت ضلعی منتظم با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس برابر $x\sqrt{۲}$ می‌شود.



باتوجه‌به اینکه طول ضلع مربع برابر $۴ + ۲\sqrt{۲}$ است، مقدار x را حساب می‌کنیم:

$$x + x + x\sqrt{۲} = ۴ + ۲\sqrt{۲} \Rightarrow ۲x + x\sqrt{۲} = ۴ + ۲\sqrt{۲} \Rightarrow x = ۲$$

برای محاسبهٔ مساحت هشت ضلعی منتظم، کافی است مساحت چهار مثلث گوشه‌ای را از مساحت مربع کم کنیم:

$$S_{\text{مربع}} = (۴ + ۲\sqrt{۲})^{۲}$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲ = ۲$$

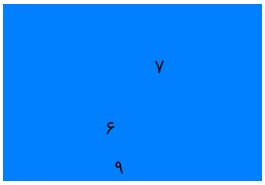
پس مساحت هشت ضلعی برابر است با:

$$S_{\text{هشت ضلعی}} = S_{\text{مربع}} - ۴ \times S_{\text{مثلث}} = (۴ + ۲\sqrt{۲})^{۲} - ۸ = ۱۶ + ۱۶\sqrt{۲} + ۸ - ۸ = ۱۶ + ۱۶\sqrt{۲}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

۸۳ گزینه ۳

طبق توضیحات صورت سؤال، شکلی به‌صورت زیر رسم می‌کنیم:



چون اضلاع دو مثلث موازی یکدیگرند، پس دو مثلث متشابه هستند. می‌دانیم نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر مجذور نسبت تشابه آن‌ها است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{\text{مساحت مثلث بزرگ‌تر}}{\text{مساحت مثلث کوچک‌تر}} = \frac{S}{S'} = \left(\frac{۹}{۶}\right)^۲ = \left(\frac{۳}{۲}\right)^۲ = \frac{۹}{۴}$$

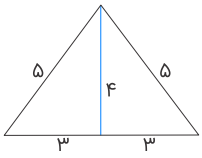
نسبت مساحت محدود به این دو مثلث به مساحت مثلث کوچک‌تر برابر است با:

$$\frac{S - S'}{S'} = \frac{S}{S'} - \frac{S'}{S'} = \frac{S}{S'} - ۱ = \frac{۹}{۴} - ۱ = \frac{۵}{۴} = ۱/۲۵$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

۸۴ گزینه ۲

مثلث به اضلاع ۵، ۵ و ۶ متساویالساقین است و مساحت آن برابر $\frac{۶ \times ۴}{۲}$ می‌شود.



مساحت مثلث دوم هم ۳۶ است. اگر نسبت تناسب را k فرض کنیم، داریم:

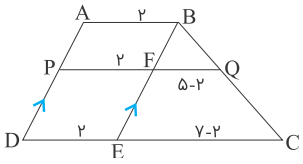
$$k^۲ = \frac{۳۶}{۱۲} = ۳ \Rightarrow k = \sqrt{۳}$$

محیط مثلث دوم k برابر محیط مثلث اول است:

$$\text{محیط مثلث دوم} = \sqrt{۳}\,(۵ + ۵ + ۶) = ۱۶\sqrt{۳}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۸۵ گزینه ۱



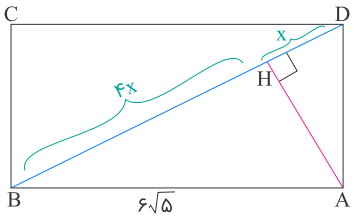
مطابق شکل، پاره‌خط BE را موازی AD رسم می‌کنیم. در مثلث BEC با استفاده از قضیهٔ تالس داریم:

$$\frac{FQ}{EC}=\frac{BQ}{BC}\Rightarrow\frac{FQ}{EC-FQ}=\frac{BQ}{BC-BQ}$$
$$\Rightarrow\frac{۳}{۵-۳}=\frac{BQ}{QC}\Rightarrow\frac{QC}{BQ}=\frac{۲}{۳}$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۸۶ گزینه ۲

یک شکل فرضی برای مسئله رسم می‌کنیم:

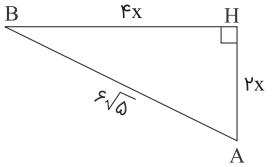


$$\frac{S_{ABH}}{S_{AHD}}=\frac{\frac{AH\times BH}{۲}}{\frac{AH\times HD}{۲}}=\frac{BH}{HD}=۴\Rightarrow\begin{cases}BH=۴x\\HD=x\end{cases}$$

ارتفاع وارد بر وتر، واسطهٔ هندسی بین دو قطعه‌ای است که روی وتر جدا می‌کند، پس:

$$AH^{۲}=BH.HD\Rightarrow AH^{۲}=(۴x)(x)\Rightarrow AH^{۲}=۴x^{۲}\Rightarrow AH=۲x$$

در مثلث ABH، رابطه فیثاغورس را می‌نویسیم:



$$(۲x)^{۲}+(۴x)^{۲}=\left(۶\sqrt{۵}\right)^{۲}\Rightarrow ۲۰x^{۲}=۱۸۰\Rightarrow x=۳$$

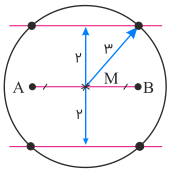
پس:

$$AH=۲x=۲(۳)=۶$$

تالیفی علی شهرابی فراهانی

۸۷ گزینه ۴

از وسط ضلع AB (نقطهٔ M) دایره‌ای به شعاع ۳ واحد رسم کرده و دو خط موازی ضلع AB و به فاصلهٔ ۲ واحد از آن رسم می‌کنیم تا رأس C به دست بیاید. همان‌طور که می‌بینید چهار نقطهٔ متمایز برای رأس C قابل یافتن است.



تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۸۸ گزینه ۴

دو مثلث DFC و EFB به دلیل متقابل به رأس بودن در F و برابر بودن زاویه‌های D و B (قضیهٔ خطوط موازی و مورب) باهم متشابه است.

نسبت تشابه آن‌ها برابر است با:

$$EB = ۲AE \Rightarrow EB = \frac{۲}{۳}AB \Rightarrow k = \frac{EB}{DC} = \frac{\frac{۲}{۳}AB}{DC} \xrightarrow{AB=DC} k = \frac{۲}{۳}$$

$k^۲$

$$k^۲ = \frac{۴}{۹}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۸۹ گزینه ۲

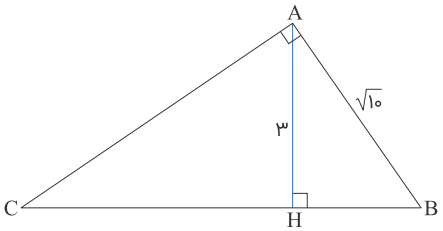
مثلث‌های AMN و ABC دارای ۲ زاویهٔ برابر هستند و متشابه‌اند.

$$\frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow \frac{۳}{۷} = \frac{۵}{۳+x} \Rightarrow ۹ + ۳x = ۳۵ \Rightarrow ۳x = ۲۶ \Rightarrow x = \frac{۲۶}{۳}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۹۰ گزینه ۲

در مثلث قائم‌الزاویهٔ زیر داریم:



$$AH^۲ + BH^۲ = AB^۲ \Rightarrow ۹ + BH^۲ = ۱۰ \Rightarrow BH = ۱$$

می‌دانیم $AB^۲ = BH.BC$، پس داریم:

$$۱۰ = ۱ \times BC \Rightarrow BC = ۱۰$$

$$BC = BH + HC \Rightarrow ۱۰ = ۱ + HC \Rightarrow HC = ۹$$

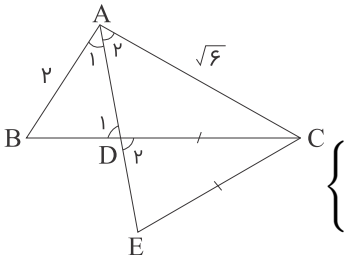
طبق رابطهٔ فیثاغورس داریم:

$$AB^۲ + AC^۲ = BC^۲ \Rightarrow ۱۰ + AC^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow AC = \sqrt{۹۰} = ۳\sqrt{۱۰}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۹۱ گزینه ۲

طبق شکل داریم:



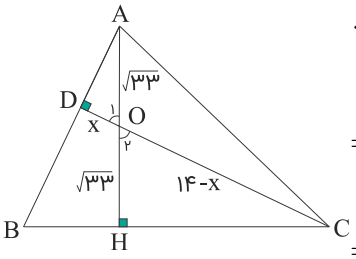
$$\begin{cases} \hat{A}_۱ = \hat{A}_۲ & \text{نیمساز } AD \\ \hat{D}_۱ = \hat{D}_۲ & \text{متقابل به رأس} \end{cases} \xrightarrow{DC=CE} \hat{D}_۱ = \hat{E}$$

$$\xrightarrow{\text{ز ز}} \overset{\Delta}{ABD} \quad \overset{\Delta}{AEC} \quad (k = \frac{AB}{AC} = \frac{۲}{\sqrt{۶}})$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{ABD}}}{S_{\overset{\Delta}{ACE}}} = k^۲ = \left(\frac{۲}{\sqrt{۶}}\right)^۲ = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۹۲ گزینه ۱



$$\begin{cases}\hat{O}_۱ = \hat{O}_۲ \\ \hat{H} = \hat{D}\end{cases} \xrightarrow{\text{دو زاویه}} OAD \sim OHC$$

$$\Rightarrow \frac{x}{\sqrt{۳۳}} = \frac{\sqrt{۳۳}}{۱۴ - x} \Rightarrow ۱۴x - x^۲ = ۳۳ \Rightarrow x^۲ - ۱۴x + ۳۳ = ۰$$

$$\Rightarrow (x - ۱۱)(x - ۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱۱ & \times \\ x = ۳ & \checkmark \end{cases}$$

توجه کنید چون در مثلث OAD، (OA) وتر است، پس $OD = x$ باید کمتر از $\sqrt{۳۳}$ باشد.

$$\overset{\Delta}{OAD} : AD^۲ = OA^۲ - OD^۲ = ۳۳ - ۹ = ۲۴$$

$$\overset{\Delta}{ADC} : AC^۲ = AD^۲ + CD^۲ = ۲۴ + ۱۹۶ = ۲۲۰ \Rightarrow AC = ۲\sqrt{۵۵}$$

تالیفی ایمان نخستین

۹۳ گزینه ۲

$$\frac{c+b}{a} + ۱ = \frac{a+b}{c} + ۱ = \frac{a+c}{b} + ۱ \Rightarrow \frac{a+b+c}{a} = \frac{a+b+c}{c} = \frac{a+b+c}{b}$$

$$\Rightarrow a = b = c \Rightarrow \frac{c^۲b + bc^۲ + c^۲a}{ba^۲ + b^۲a + ca^۲} = \frac{۳a^۳}{۳a^۳} = ۱$$

تالیفی صبا مهدوی

۹۴ گزینه ۲

باتوجه‌به قضیهٔ تالس در مثلث ABC و BDC داریم:

$$\frac{FC}{BC} = \frac{x}{۲} \quad (I)$$

$$\frac{BF}{BC} = \frac{x}{۳} \quad (II)$$

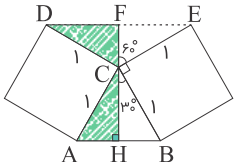
با جمع روابط I و II داریم:

$$\frac{FC}{BC} + \frac{BF}{BC} = \frac{x}{۲} + \frac{x}{۳} \Rightarrow ۱ = \frac{۵x}{۶} \Rightarrow x = \frac{۶}{۵}$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۹۵ گزینه ۳

باتوجه‌به شکل واضح است که مثلث‌های ACH و CDF همنهشت هستند؛ بنابراین مساحت مثلث ABC دو برابر مساحت مثلث DCF و مساوی با مساحت مثلث DCE است.



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۳

۹۶ گزینه ۴

باتوجه‌به شکل، $\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC}$، پس همواره داریم:

$$MN = \frac{AM}{AD} \times DC + (۱ - \frac{AM}{AD})AB$$
$$= \frac{۲}{۵} \times ۷ + \frac{۳}{۵} \times ۶ = \frac{۱۴}{۵} + \frac{۱۸}{۵} = \frac{۳۲}{۵}$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۹۷ گزینه ۲

$$\begin{cases} \frac{EF}{AE} = \frac{DB}{AB} = \frac{AB - AD}{AB} \\ \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب دو تساوی}} \frac{EF}{AC} = \frac{(AB - AD)AD}{AB^۲} = \frac{۶}{۴۹} \Rightarrow ۶AB^۲ = ۴۹AB.AD - ۴۹AD^۲$$
$$\xrightarrow{\div AB^۲} ۴۹\left(\frac{AD}{AB}\right)^۲ - ۴۹\left(\frac{AD}{AB}\right) + ۶ = ۰ \Rightarrow \left(۷\left(\frac{AD}{AB}\right) - ۶\right)\left(۷\left(\frac{AD}{AB}\right) - ۱\right) = ۰$$
$$\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{۱}{۷} \text{ یا } \frac{۶}{۷}$$

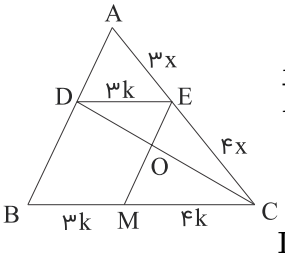
تالیفی صبا مهدوی

۹۸ گزینه ۲

باتوجه‌به اینکه $DE||MC$، بنابراین دو مثلث ODE و OMC به حالت تساوی دو زاویه باهم متشابه‌اند:

$$\overset{\Delta}{ODE} \sim \overset{\Delta}{OMC} \Rightarrow \frac{S_{ODE}}{S_{OMC}} = \frac{۹}{۱۶} \Rightarrow (\frac{DE}{MC})^۲ = \frac{۹}{۱۶} \Rightarrow \frac{DE}{MC} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \begin{cases} DE = ۳k \\ MC = ۴k \end{cases}$$

طبق قضیهٔ تالس داریم:



$$\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{۳k}{۷k}$$

یعنی $AE = ۳x$ و $AC = ۷x$، پس داریم: $EC = ۴x$

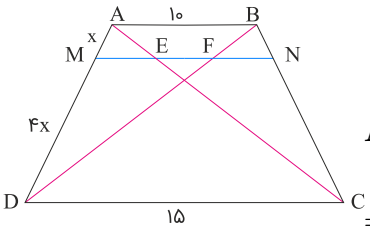
$$DE||BC \Rightarrow \overset{\Delta}{ADE} \sim \overset{\Delta}{ABC} \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = (\frac{۳x}{۷x})^۲ = \frac{۹}{۴۹} \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{DECB}} = \frac{۹}{۴۹ - ۹}$$

پس مساحت ذوزنقه $\frac{۴۰}{۹}$ مساحت ADE است.

تالیفی ایمان نخستین

۹۹ گزینه ۴

باتوجه‌به فرض سؤال، $MN||AB||DC$ است. طبق قضیهٔ تالس داریم:



$$\overset{\Delta}{ADC} : ME||DC \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{ME}{DC}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{۵x} = \frac{ME}{۱۵} \Rightarrow ME = ۳$$

$$\overset{\Delta}{ADB} : MF||AB \Rightarrow \frac{DM}{DA} = \frac{MF}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{۴x}{۵x} = \frac{MF}{۱۰} \Rightarrow MF = ۸$$

طول EF برابر است با:

$$EF = MF - ME = ۸ - ۳ = ۵$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۰۰ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

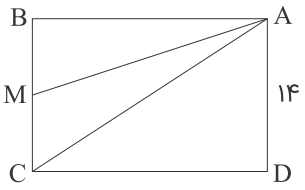
گام اول

الف) عرض مستطیل ۱۴ واحد و قطر آن ۲۵ واحد است.

ب) $\frac{S_{ABM}}{S_{AMCD}} = \frac{۵}{۹}$

ج) $AM = ?$

گام دوم



با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس، طول مستطیل را به دست می‌آوریم.

$$AC^۲ = AD^۲ + CD^۲ \xrightarrow[AD=۱۴]{AC=۲۵} ۲۵^۲ = ۱۴^۲ + CD^۲$$
$$\Rightarrow ۶۲۵ = ۱۹۶ + CD^۲ \Rightarrow CD^۲ = ۶۲۵ - ۱۹۶ = ۴۲۹ \Rightarrow AB^۲ = ۴۲۹$$

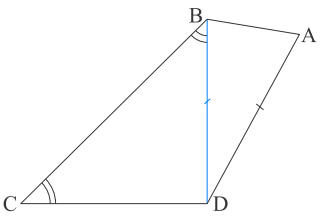
$$\frac{S_{\overset{\triangle}{ABM}}}{S_{ABCD}} = \frac{S_{\overset{\triangle}{ABM}}}{S_{\overset{\triangle}{ABM}} + S_{AMCD}} = \frac{۵}{۵+۹} = \frac{۵}{۱۴}$$

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{ABM}}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{۱}{۲} \times AB \times BM}{AB \times AD} = \frac{BM}{۲AD} = \frac{۵}{۱۴} \Rightarrow \frac{BM}{۲۸} = \frac{۵}{۱۴} \Rightarrow BM = ۱۰$$

رابطهٔ فیثاغورس را برای مثلث $\overset{\triangle}{ABM}$ نوشته و اندازهٔ AM را تع ن می‌کنیم:

$$AB^۲ + BM^۲ = AM^۲ \Rightarrow ۴۲۹ + ۱۰۰ = AM^۲ \Rightarrow AM^۲ = ۵۲۹ \Rightarrow AM = \sqrt{۵۲۹} = ۲۳$$

۱۰۱ گزینه ۴

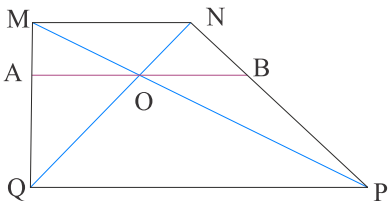


$$\left.\begin{array}{l} D\hat{B}C = D\hat{C}B \Rightarrow BD = CD \\ AD = BD \end{array}\right\} \Rightarrow AD = CD$$

D از دو سر AC به یک فاصله است و درنتیجه D روی عمودمنصف AC است.

تالیفی صبا مهدوی

۱۰۲ گزینه ۲



نکته: طبق قضیهٔ تالس در ذوزنقه داریم $\frac{AQ}{AM}=\frac{BP}{BN}$، سپس با ترکیب نسبت در مخرج نتیجه می‌گیریم: $\frac{AQ}{QM}=\frac{BP}{PN}$

باتوجه‌به تعمیم قضیهٔ تالس در دو مثلث QMN و PMN داریم:

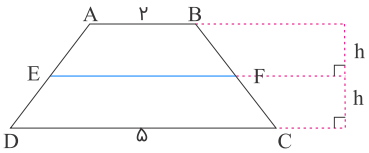
$$\left.\begin{matrix}\frac{OA}{MN}=\frac{AQ}{QM}\\ \frac{OB}{MN}=\frac{BP}{PN}\end{matrix}\right\}\xrightarrow{\div}\frac{OA}{OB}=\underbrace{\frac{AQ}{QM}\times\frac{PN}{BP}}_{۱}\Rightarrow\frac{OA}{OB}=۱$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

۱۰۳ گزینه ۴

می‌دانیم در ذوزنقه طول خط واصل وسط‌های دو ساق میانگین دو قاعده است، پس:

$$EF=\frac{AB+CD}{۲}=\frac{۷}{۲}$$



$$\frac{S_{ABFE}}{S_{ABCD}}=\frac{\frac{۱}{۲}(AB+EF)h}{\frac{۱}{۲}(AB+CD)۲h}=\frac{۲+\frac{۷}{۲}}{۲(۲+۵)}=\frac{\frac{۱۱}{۲}}{۱۴}=\frac{۱۱}{۲۸}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

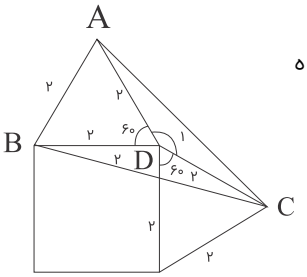
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۹

گام اول

الف) زوایای داخلی هر مثلث متساویالاضلاع ۶۰° است.

ب) مثلث $\overset{\Delta}{ADC}$ یک مثلث متساویالساقین است. اندازهٔ زاویهٔ $\hat{D}_۱$ برابر است با:

$$\hat{D}_۱ = ۳۶۰ - (۹۰ + ۶۰ + ۶۰) = ۳۶۰ - ۲۱۰ = ۱۵۰^\circ$$



ج) برای به دست آوردن مساحت مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$، مساحت سه مثلث $\overset{\Delta}{ACD}$، $\overset{\Delta}{ABD}$ و $\overset{\Delta}{BDC}$ را به دست آورده و باهم جمع می‌کنیم.

د) مساحت مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a از رابطهٔ $S = \frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲$ به دست می آید.

گام دوم

$$\overset{\Delta}{ADC} \underset{\text{ض ز ض}}{\cong} \overset{\Delta}{BDC} \Rightarrow S_{\overset{\Delta}{ADC}} = S_{\overset{\Delta}{BDC}}$$

با استفاده از مبحث کاربرد مثلثات مساحت دو مثلث $\overset{\Delta}{ADC}$ و $\overset{\Delta}{BDC}$ را تع ن می‌کنیم:

$$S_{\overset{\Delta}{ADC}} = S_{\overset{\Delta}{BDC}} = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲ \times \sin ۱۵۰^\circ = ۲ \times \frac{۱}{۲} = ۱$$

مثلث $\overset{\Delta}{ABD}$ متساوی الاضلاع است و داریم:

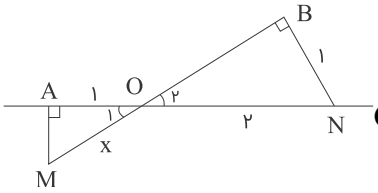
$$S_{\overset{\Delta}{ABD}} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}(۲)^۲ = \frac{\sqrt{۳}}{۴} \times ۴ = \sqrt{۳}$$

بنابراین مساحت مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ برابر است با:

$$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = S_{\overset{\Delta}{BDC}} + S_{\overset{\Delta}{ADC}} + S_{\overset{\Delta}{ABD}} = ۱ + ۱ + \sqrt{۳} = ۲ + \sqrt{۳}$$

۱۰۵ گزینه ۲

طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث OBN داریم:



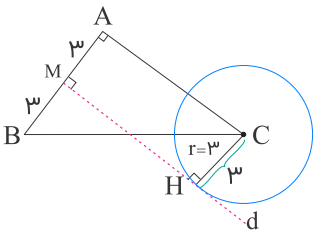
$$OB = \sqrt{ON^{۲} - BN^{۲}} = \sqrt{۴ - ۱} = \sqrt{۳}$$

دو مثلث OAM و OBN به حالت تساوی دو زاویه، متشابه‌اند $(\hat{O}_{۱} = \hat{O}_{۲}, \hat{A} = \hat{B} = ۹۰^{\circ})$. داریم:

$$\frac{OM}{ON} = \frac{OA}{OB} \Rightarrow \frac{x}{۲} = \frac{۱}{\sqrt{۳}} \Rightarrow x = \frac{۲}{\sqrt{۳}} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

۱۰۶ گزینه ۲

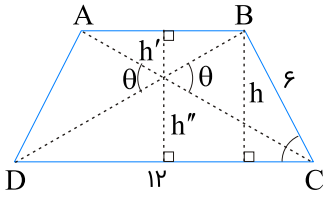


خط d عمودمنصف ضلع AB است؛ بنابراین $AM = MB = ۳$. فاصلهٔ نقطهٔ C از خط d برابر با ۳ است $(CH = ۳)$، چون $ACHM$ مستطیل است و در مستطیل اضلاع روبه‌رو برابرند. نقاطی در صفحه که فاصله‌شان از Cبرابر با ۳ است، روی دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۳ قرار دارند. ازآنجاکه شعاع دایره برابر با فاصلهٔ نقطهٔ C تا خط d است، این دایره و خط در یک نقطه بر یکدیگر مماساند؛ پس یک نقطه با این ویژگی در صفحهٔ مثلث ABC وجود دارد.

تالیفی نرگس کارگر

۱۰۷ گزینه ۳

دو مثلث $\overset{\Delta}{OAB}$ و $\overset{\Delta}{OCD}$ باهم متشابه‌اند.



$$\frac{h'}{h''}=\frac{AB}{CD}\Rightarrow\frac{h'}{h''}=\frac{۸}{۱۲}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow h''=\frac{۳}{۲}h'$$
$$h'+h''=۱۰\Rightarrow h'+\frac{۳}{۲}h'=۱۰\Rightarrow h'=۴\Rightarrow h''=۶$$
$$\overset{\Delta}{OAB}\sim\overset{\Delta}{OCD}\Rightarrow\frac{OA}{OC}=\frac{OB}{OD}\Rightarrow OB\times OC=OA\times OD\ (*)$$

مساحت دو مثلث $\overset{\Delta}{OBC}$ و $\overset{\Delta}{OAD}$ باهم برابرند زیرا:

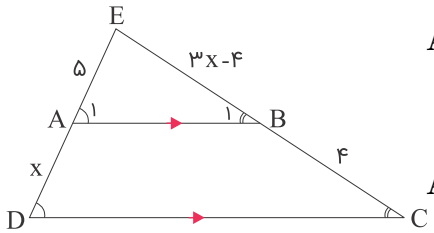
$$\begin{cases}S_{\overset{\Delta}{OBC}}=\frac{۱}{۲}OB\times OC\times\sin\theta\\ S_{\overset{\Delta}{OAD}}=\frac{۱}{۲}OA\times OD\times\sin\theta\end{cases}\xrightarrow{(*)}S_{\overset{\Delta}{OBC}}=S_{\overset{\Delta}{OAD}}$$

$$S_{\overset{\Delta}{ABCD}}=S_{\overset{\Delta}{ODC}}+S_{\overset{\Delta}{OBC}}+S_{\overset{\Delta}{OAB}}+S_{\overset{\Delta}{OAD}}$$
$$\Rightarrow\frac{(۸+۱۲)\times۱۰}{۲}=\frac{۶\times۱۲}{۲}+\frac{۴\times۸}{۲}+۲S_{\overset{\Delta}{OBC}}$$
$$\Rightarrow ۱۰۰=۳۶+۱۶+۲S_{\overset{\Delta}{OBC}}\Rightarrow S_{\overset{\Delta}{OBC}}=\frac{۴۸}{۲}=۲۴$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۱۰۸ گزینه ۲

طبق فرض، داریم:

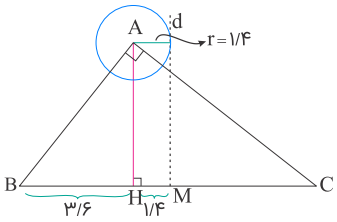


$$AB\parallel DC\xrightarrow{\text{تالس}}\frac{EA}{AD}=\frac{EB}{BC}\Rightarrow\frac{۵}{x}=\frac{۳x-۴}{۴}$$
$$\Rightarrow ۳x^{۲}-۴x-۲۰=۰\xrightarrow{x>۰}x=\frac{۱۰}{۳}\ (*)$$
$$AB\parallel DC\Rightarrow\hat{A}_۱=\hat{D}\ ,\ \hat{B}_۱=\hat{C}\Rightarrow\overset{\Delta}{EAB}\sim\overset{\Delta}{EDC}$$
$$\Rightarrow\frac{S_{\overset{\Delta}{EAB}}}{S_{\overset{\Delta}{EDC}}}=(\frac{EA}{ED})^{۲}\underset{(*)}{=}(\frac{۵}{۵+\frac{۱۰}{۳}})^{۲}=(\frac{۱۵}{۲۵})^{۲}=(\frac{۳}{۵})^{۲}=\frac{۹}{۲۵}$$
$$\Rightarrow S_{\overset{\Delta}{EAB}}=۹S\ ,\ S_{\overset{\Delta}{EDC}}=۲۵S\Rightarrow S_{ABCD}=۲۵S-۹S=۱۶S$$
$$\Rightarrow\frac{S_{ABCD}}{S_{\overset{\Delta}{EAB}}}=\frac{۱۶S}{۹S}=\frac{۱۶}{۹}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۰۹ گزینه ۲

خط d عمودمنصف ضلع BC است؛ بنابراین $BM = ۵$. AH ارتفاع وارد بر وتر BC است. با استفاده از رابطهٔ زیر اندازهٔ BH را حساب می‌کنیم:



$$AB^۲ = BH \times BC \Rightarrow \begin{cases} BH = ۳/۶ \\ BM = ۵ \end{cases} \Rightarrow HM = ۱/۴$$

می‌دانیم مجموعهٔ نقاطی از صفحه که فاصله‌شان تا رأس A برابر با ۱/۴ باشد، نقاط روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۱/۴ هستند. فاصلهٔ نقطهٔ A از خط d نیز ۱/۴ است؛ پس دایرهٔ رسم‌شده به مرکز A و شعاع ۱/۴ در یک نقطه بر خط d مماس خواهد بود.

تالیفی نرگس کارگر

۱۱۰ گزینه ۲

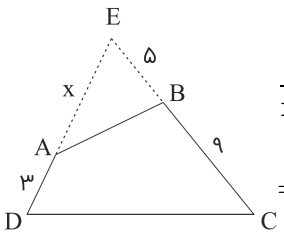
با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس نتیجه می‌شود طول $BC = ۱۵$ است. اگر طول ضلع لوزی را x بنامیم، مقدار x برابر است با:

$$\frac{۱}{x} = \frac{۱}{BC} + \frac{۱}{AB} \Rightarrow \frac{۱}{x} = \frac{۱}{۱۵} + \frac{۱}{۹} \Rightarrow \frac{۱}{x} = \frac{۸}{۴۵} \Rightarrow x = \frac{۴۵}{۸}$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۱۱۱ گزینه ۳

$B + D = ۱۸۰^\circ$، پس زاویهٔ خارجی رأس B با D برابر است و زاویهٔ E در هر دو مثلث EAB و EDC مشترک است، پس دو مثلث متشابه‌اند.



$$\frac{۵}{x+۳} = \frac{x}{۱۴} \Rightarrow x^۲ + ۳x = ۷۰ \Rightarrow x^۲ + ۳x - ۷۰ = ۰$$

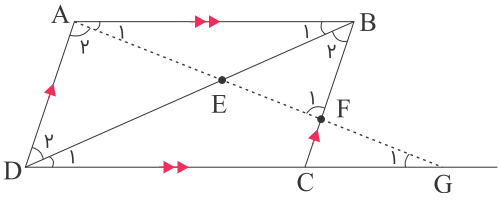
$$\Rightarrow (x+۱۰)(x-۷) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۱۰ & \times \\ x = ۷ & \checkmark \end{cases}$$

$$\frac{S_{EAB}}{S_{EDC}} = \left(\frac{۵}{۷+۳}\right)^۲ = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{EDC}} = \frac{۴-۱}{۴} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \frac{S_{EDC}}{S_{ABCD}} = \frac{۴}{۳}$$

تالیفی ایمان نخستین

۱۱۲ گزینه ۱

چون $AB \parallel DG$ و $AD \parallel BC$ است، داریم:



$$\left.\begin{array}{l}\hat{A}_۱ = \hat{G}_۱ \ , \ \hat{B}_۱ = \hat{D}_۱ \Rightarrow E\overset{\Delta}{A}B \sim E\overset{\Delta}{G}D \Rightarrow \dfrac{EA}{EG} = \dfrac{EB}{ED} \\ \hat{B}_۲ = \hat{D}_۲ \ , \ \hat{F}_۱ = \hat{A}_۲ \Rightarrow E\overset{\Delta}{B}F \sim E\overset{\Delta}{A}D \Rightarrow \dfrac{EF}{EA} = \dfrac{EB}{ED}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{EA}{EG} = \frac{EF}{EA}$$

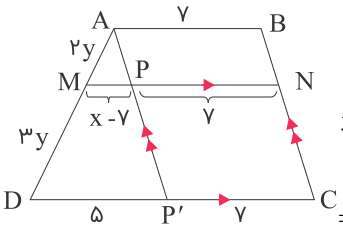
$$\Rightarrow EF.EG = EA^۲$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۱۳ گزینه ۳

در ذوزنقهٔ $ABCD$ از نقطهٔ A خطی موازی با خط BC رسم می‌کنیم و محل برخورد آن را با MN و DC به ترتیب P و P' می‌نامیم.

با استفاده از تعمیم تالس در مثلث ADP' داریم:



$$\frac{AM}{AD} = \frac{MP}{DP'}$$

$$\Rightarrow \frac{۲y}{۲y + ۳y} = \frac{x - ۷}{۵} \Rightarrow \frac{۲}{۵} = \frac{x - ۷}{۵} \Rightarrow x = ۹ = MN$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۱۴ گزینه ۲

چون زوایای N و C باهم برابرند، بنا به ویژگی خطوط موازی و مورب، نتیجه می‌شود که $MN \| BC$ است. طبق تعمیم تالس داریم:

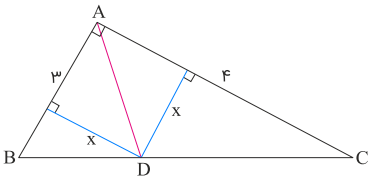
$$\frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{۲}{x - ۴} = \frac{x}{\frac{۵}{۲}} \Rightarrow x^۲ - ۴x = ۵ \Rightarrow x^۲ - ۴x - ۵ = ۰$$

$$\Rightarrow (x - ۵)(x + ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۱ \ \times \\ x = ۵ \end{cases}$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۱۱۵ گزینه ۲

فاصلهٔ نقطهٔ D از اضلاع AB و AC باهم برابر است.



اگر $AB = ۳$ و $AC = ۴$، طبق رابطهٔ فیثاغورس $BC = ۵$ است.

$$S_{ABC} = S_{ABD} + S_{ADC} \Rightarrow \frac{۳ \times ۴}{۲} = \frac{x \times ۳}{۲} + \frac{x \times ۴}{۲} \Rightarrow ۱۲ = ۷x \Rightarrow x = \frac{۱۲}{۷}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۱۶ گزینه ۴

بنابر رابطه‌های طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\Delta}{ADE}$ داریم:

$$DF^{۲} = FE \times FA \Rightarrow DF^{۲} = ۴ \times ۹ = ۳۶ \Rightarrow DF = ۶$$

حال قضیهٔ فیثاغورس را در مثلث $\overset{\Delta}{DFE}$ می‌نویسیم:

$$DE^{۲} = DF^{۲} + FE^{۲} \Rightarrow DE^{۲} = ۳۶ + ۱۶ = ۵۲ \Rightarrow DE = \sqrt{۵۲}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۱۷ گزینه ۲

اولاً دقت شود که مثلث ADE و DEC دارای ارتفاع مشترک هستند؛ یعنی اگر از نقطهٔ D، عمود بر ضلع AC وارد کنیم ارتفاع مشترک هر دو مثلث ADE و DEC خواهد بود؛ بنابراین نسبت مساحت‌های آن‌ها با نسبت قاعده‌های آن‌ها برابر است؛ یعنی:

$$\frac{S_{ADE}}{S_{DEC}} = \frac{AE}{EC}$$

ازطرفی بنا به قضیهٔ تالس داریم:

$$DE||BC \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{۲}{۵}$$

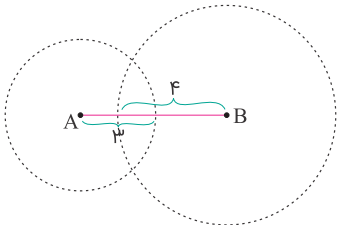
$$\Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow \frac{AE}{AC - AE} = \frac{۲}{۵ - ۲} \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{DEC}} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{۶۰}{S_{DEC}} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow S_{DEC} = ۹۰$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۱۸ گزینه ۳

مطابق شکل زیر، دوایر به مرکز A و شعاع ۳ و مرکز B و شعاع ۴ در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند؛ پس دو نقطه با این ویژگی وجود دارد.



تالیفی نرگس کارگر

۱۱۹ گزینه ۱

$$\frac{DA}{DB}=\frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{DB}{AB}=\frac{۳}{۵}, \frac{DA}{AB}=\frac{۲}{۵}$$

چون AM میانهٔ نظیر ضلع BC است، پس: $\frac{S_{ABM}}{S_{ABC}}=\frac{۱}{۲}$

در دو مثلث ABM و AMD، ارتفاع‌های رسم‌شده از رأس M یکسان هستند، پس نسبت مساحت‌ها برابر نسبت قاعده‌ها است؛ یعنی:

$$\frac{S_{ADM}}{S_{ABM}}=\frac{DA}{AB}=\frac{۲}{۵}$$

در دو مثلث ODM و ADM، ارتفاع‌های رسم‌شده از رأس D یکسان هستند؛ پس نسبت مساحت‌ها برابر نسبت قاعده‌ها است؛ یعنی:

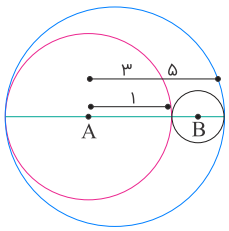
$$\frac{S_{ODM}}{S_{ADM}}=\frac{OM}{AM}=\frac{DB}{AB}=\frac{۳}{۵}$$

با ضرب کردن سه رابطهٔ فوق داریم:

$$\frac{S_{ABM}}{S_{ABC}}\times\frac{S_{ADM}}{S_{ABM}}\times\frac{S_{ODM}}{S_{ADM}}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۵}\times\frac{۳}{۵}\Rightarrow\frac{S_{ODM}}{S_{ABC}}=\frac{۳}{۲۵}=\frac{۱۲}{۱۰۰}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

۱۲۰ گزینه ۴



مجموعه نقاطی از صفحه که از Bبه فاصلهٔ ۱ هستند روی دایره‌ای به مرکز B و شعاع ۱ قرار دارند. همچنین مجموعه نقاطی که از A به فاصلهٔ m هستند روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع m قرار دارند. قرار است یک نقطه در صفحه وجود داشته باشد که از B به فاصلهٔ ۱ و از A به فاصلهٔ m باشد. دقت کنید هر دو دایرهٔ قرمز و آبی‌رنگ مطلوب هستند؛ پس:

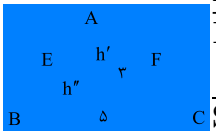
$$m+۱=۴\Rightarrow m=۳$$

$$m-۱=۴\Rightarrow m=۵$$

درنتیجه گزینهٔ "۴" صحیح است.

تالیفی نرگس کارگر

۱۲۱ گزینه ۴



$$\frac{EF}{BC}=\frac{۳}{۵}$$

$$\frac{S_{\triangle BEC}}{S_{BCFE}}=\frac{\frac{۱}{۲}\times ۵\times h''}{\frac{۱}{۲}\times(۳+۵)\times h''}=\frac{۵}{۸}\Rightarrow\frac{S_{\triangle EFC}}{S_{BCFE}}=۱-\frac{۵}{۸}=\frac{۳}{۸}$$

نسبت تشابه : $\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{۳}{۵}{}^{۲}=\frac{۹}{۲۵}\Rightarrow\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{BCFE}}=\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}-S_{\triangle AEF}}$

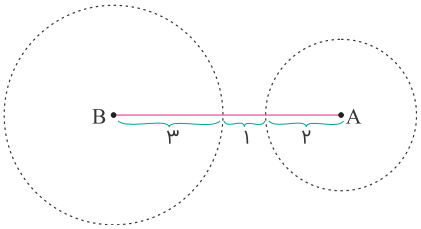
$$=\frac{S_{\triangle AEF}}{\frac{۲۵}{۹}S_{\triangle AEF}-S_{\triangle AEF}}=\frac{۱}{\frac{۲۵}{۹}-۱}=\frac{۱}{\frac{۱۶}{۹}}=\frac{۹}{۱۶}$$

$$\Rightarrow\frac{S_{\triangle AEC}}{S_{\triangle BCFE}}=\frac{S_{\triangle EFC}}{S_{\triangle BCFE}}+\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle BCFE}}=\frac{۳}{۸}+\frac{۹}{۱۶}=\frac{۱۵}{۱۶}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

۱۲۲ گزینه ۱

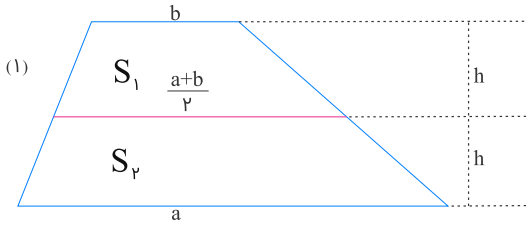
مطابق شکل زیر، چون دو دایرهٔ رسم‌شده به مراکز A و B یکدیگر را قطع نمی‌کنند، هیچ نقطه‌ای وجود ندارد که از A به فاصلهٔ ۲ و از B به فاصلهٔ ۳ باشد.



تالیفی نرگس کارگر

۱۲۳ گزینه ۲

پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق یک ذوزنقه را به هم وصل می‌کند، برابر است با میانگین طول دو قاعده. بنابراین طول پاره‌خط وسط برابر $\frac{a+b}{۲}$ است.

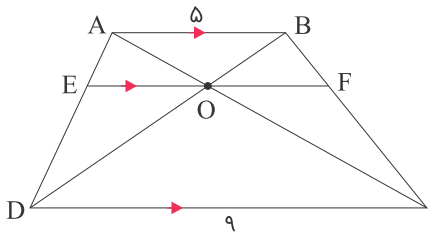


$$S_۲ = ۲S_۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲}h(a+\frac{a+b}{۲}) = ۲ \times \frac{۱}{۲}h(b+\frac{a+b}{۲})$$

$$\Rightarrow \frac{۳a+b}{۲} = ۳b+a \Rightarrow ۳a+b = ۶b+۲a \Rightarrow a = ۵b \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{۱}{۵}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۱۲۴ گزینه ۱



$$\begin{cases} \overset{\Delta}{ADC} : EO \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{EO}{DC} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow \frac{EO}{۹} = \frac{AE}{AD} \\ \overset{\Delta}{DAB} : EO \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{EO}{AB} = \frac{DE}{AD} \Rightarrow \frac{EO}{۵} = \frac{DE}{AD} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{EO}{۹} + \frac{EO}{۵} = \frac{\overbrace{AE+DE}^{AD}}{AD} = ۱ \xrightarrow{\times ۴۵} ۵EO + ۹EO = ۴۵$$

$$\Rightarrow ۱۴EO = ۴۵ \Rightarrow EO = \frac{۴۵}{۱۴}$$

به روش مشابه $\Rightarrow OF = \frac{۴۵}{۱۴} \Rightarrow EF = \frac{۴۵}{۱۴} + \frac{۴۵}{۱۴} = \frac{۴۵}{۷}$

تذکر: در حالت کلی، O وسط EF است و $EF = \frac{۲}{\frac{۱}{AB}+\frac{۱}{DC}}$. ($EF$ واسطهٔ توافقی طول قاعده‌ها است)

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۲۵ گزینه ۱

طبق ویژگی‌های تناسب داریم:

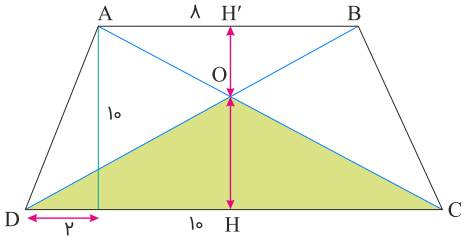
$$\frac{a}{۲} = \frac{b}{۳} = \frac{c}{۴} = \frac{d}{۵} = \frac{e}{۶} = \frac{a+b+c+d+e}{۲+۳+۴+۵+۶}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b+c+d+e}{۲۰} = \frac{d}{۵} \Rightarrow \frac{a+b+c+d+e}{d} = \frac{۲۰}{۵} = ۴$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۲۶ گزینه ۱

ذوزنقه‌ای با مشخصات داده‌شده رسم می‌کنیم:



بیشترین مساحت مربوط به مثلث رنگی است. دو مثلث AOB و DOC متشابه هستند و نسبت تشابه آن‌ها برابر است با:

$$\frac{AB}{DC}=\frac{OH'}{OH}\Rightarrow\frac{۸}{۱۰}=\frac{۴}{۵}=\frac{OH'}{OH}\Rightarrow OH=\frac{۵}{۴}OH'$$

از طرفی می‌دانیم $OH+OH'=۱۰$، داریم:

$$OH+OH'=۱۰\xrightarrow{OH=\frac{۵}{۴}OH'}\frac{۹}{۴}OH'=۱۰\Rightarrow OH'=\frac{۴۰}{۹}\Rightarrow OH=\frac{۵۰}{۹}$$

در آخر مساحت مثلث DOC را به دست می‌آوریم:

$$S_{DOC}=\frac{\frac{۵۰}{۹}\times۱۰}{۲}=\frac{۲۵۰}{۹}$$

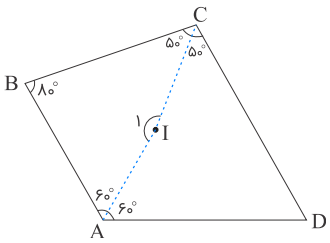
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۲۷ گزینه ۲

می‌دانیم مجموع زوایای داخلی هر چهار ضلعی محدب، ۳۶۰° است. حال به‌کمک ویژگی‌های تناسب، داریم:

$$\frac{\hat{A}}{۶}=\frac{\hat{B}}{۴}=\frac{\hat{C}}{۵}=\frac{\hat{D}}{۳}=\frac{\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}+\hat{D}}{۱۸}=\frac{۳۶۰^\circ}{۱۸}=۲۰^\circ$$
$$\Rightarrow\hat{A}=۱۲۰^\circ\ ,\ \hat{B}=۸۰^\circ\ ,\ \hat{C}=۱۰۰^\circ\ ,\ \hat{D}=۶۰^\circ$$

حال با رسم نیمسازهای زاویه‌های A و C داریم:

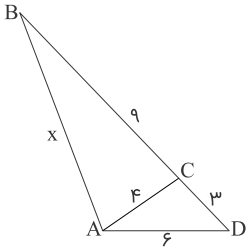


$$\hat{I}_۱+۸۰^\circ+۶۰^\circ+۵۰^\circ=۳۶۰^\circ$$
$$\Rightarrow\hat{I}_۱=۱۷۰^\circ$$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد - حمیدرضا پردازی مقدم

۱۲۸ گزینه ۱

ابتدا ثابت می‌کنیم دو مثلث ABD و ACD متشابه هستند:



$$\left.\begin{array}{l}\frac{BD}{AD}=\frac{۳+۹}{۶}=۲\\ \frac{AD}{CD}=\frac{۶}{۳}=۲\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{BD}{AD}=\frac{AD}{CD}$$

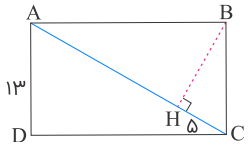
$$\begin{cases}\frac{BD}{AD}=\frac{AD}{CD}\\ \text{مشترک }\hat{D}\end{cases}\xrightarrow{\text{ض ز ض}}\overset{\Delta}{ABD}\sim\overset{\Delta}{ACD}$$

پس داریم:

$$\frac{BD}{AD}=\frac{AD}{CD}=\frac{AB}{AC}\Rightarrow\frac{AB}{AC}=۲\Rightarrow AB=۲\times۴=۸\Rightarrow x=۸$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۲۹ گزینه ۲



در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC می‌دانیم:

$$BC^{۲}=CH\times AC$$

$$\Rightarrow(۱۳)^{۲}=۵\times AC\Rightarrow AC=\frac{۱۶۹}{۵}$$

$$AH=AC-CH=\frac{۱۶۹}{۵}-۵=\frac{۱۴۴}{۵}$$

$$AB^{۲}=AH\times AC\Rightarrow(AB)^{۲}=(\frac{۱۴۴}{۵})(\frac{۱۶۹}{۵})\Rightarrow AB=\frac{۱۲\times۱۳}{۵}$$

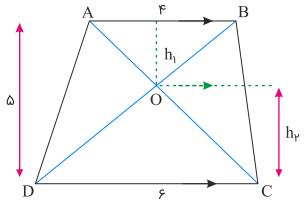
در نهایت $AB+AH$ را به دست می‌آوریم:

$$AB+AH=\frac{۱۲\times۱۳}{۵}+\frac{۱۴۴}{۵}=۶۰$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۳۰ گزینه ۱

مثلث‌های OAB و ODC متشابه هستند.



$$\frac{AB}{DC} = \frac{h_۱}{h_۲} \Rightarrow \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳} = \frac{h_۱}{h_۲} \Rightarrow h_۲ = \frac{۳}{۲}h_۱$$

$$h_۱ + h_۲ = ۵ \xrightarrow{h_۲ = \frac{۳}{۲}h_۱} h_۱ + \frac{۳}{۲}h_۱ = \frac{۵}{۲}h_۱ = ۵ \Rightarrow h_۱ = ۲$$

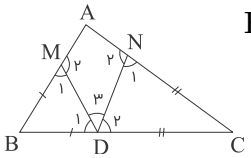
$$S_{AOB} = \frac{AB \times h_۱}{۲} = \frac{۴ \times ۲}{۲} = ۴$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

گام اول

الف) شکل را با جزئیات بیشتر رسم می‌کنیم:



$$BM = BD \Rightarrow \hat{D}_۱ = \hat{M}_۱ = \alpha,\ CN = CD \Rightarrow \hat{D}_۲ = \hat{N}_۱ = \beta$$

ب) $\hat{A} = ۵۸^\circ$ است، بنابراین در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ داریم:

$$\overset{\Delta}{ABC} : \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ \xrightarrow{\hat{A}=۵۸} ۵۸ + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ$$
$$\Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰ - ۵۸ = ۱۲۲^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = ۱۲۲^\circ \qquad (I)$$

گام دوم

دو مثلث $\overset{\Delta}{CND}$ و $\overset{\Delta}{BMD}$ را در نظر گرفته و مجموع زوایای این دو مثلث را به دست می‌آوریم. مجموع زوایای این دو مثلث باید ۳۶۰° باشد. با تعیین $\alpha + \beta$ اندازهٔ $\hat{D}_۳$ یا همان $M\hat{D}N$ را محاسبه می‌کنیم.

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\Delta}{CND} : \hat{C} + ۲\beta = ۱۸۰^\circ \\ \overset{\Delta}{BMD} : B + ۲\alpha = ۱۸۰^\circ \end{array}\right\} \xrightarrow{(+)} \hat{B} + \hat{C} + ۲(\alpha + \beta) = ۳۶۰^\circ$$

$$\xrightarrow{(I)} ۱۲۲^\circ + ۲(\alpha + \beta) = ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۲(\alpha + \beta) = ۳۶۰^\circ - ۱۲۲^\circ$$
$$\Rightarrow ۲(\alpha + \beta) = ۲۳۸^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{۲۳۸^\circ}{۲} = ۱۱۹^\circ \qquad (II)$$

ازطرفی:

$$\hat{D}_۱ + \hat{D}_۲ + \hat{D}_۳ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \alpha + \beta + M\hat{D}N = ۱۸۰^\circ$$
$$\xrightarrow{(II)} ۱۱۹^\circ + M\hat{D}N = ۱۸۰^\circ \Rightarrow M\hat{D}N = ۶۱^\circ$$

۱۳۲ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

گام اول

در دو مثلث متشابه، نسبت اضلاع متناظر برابر است.

گام دوم

$\frac{۵}{۷} \models \frac{۴}{۹} \quad \frac{۴}{۷} \models \frac{۵}{۹}$

با توجه به اینکه دو مثلث متشابه‌اند و و است، دو ضلع به طول‌های a و b از دو مثلث نمی‌توانند متناظر باشند؛ بنابراین ضلعِ a به طول از مثلث اول یا با ضلعِ به طول ۷ از مثلث دوم متناظر است یا با ضلعِ به طول ۹. هریک از این دو حالت را بررسی و مقدار a را محاسبه می‌کنیم.

حالت اول: ضلعِ a به طول از مثلث اول با ضلع به طول ۹ از مثلث دوم متناظر باشد.

$$\frac{a}{۹} = \frac{۴}{b} = \frac{۵}{۷} \Rightarrow \frac{a}{۹} = \frac{۵}{۷} \Rightarrow a = \frac{۴۵}{۷} \quad \text{یا} \quad \frac{a}{۹} = \frac{۴}{۷} = \frac{۵}{b} \Rightarrow \frac{a}{۹} = \frac{۴}{۷} \Rightarrow a = \frac{۳۶}{۷}$$

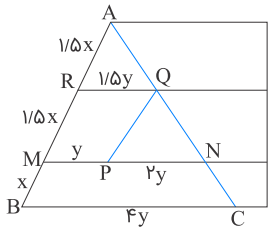
حالت دوم: ضلعِ a به طول از مثلث اول با ضلع به طول ۷ از مثلث دوم متناظر باشد.

$$\frac{a}{۷} = \frac{۴}{۹} = \frac{۵}{b} \Rightarrow \frac{a}{۷} = \frac{۴}{۹} \Rightarrow a = \frac{۲۸}{۹} \quad \text{یا} \quad \frac{a}{۷} = \frac{۵}{۹} = \frac{۴}{b} \Rightarrow \frac{a}{۷} = \frac{۵}{۹} \Rightarrow a = \frac{۳۵}{۹}$$

$$a = \frac{۴۵}{۷}$$

۱۳۳ گزینه ۱

از Q خطی موازی MN رسم می‌کنیم تا AM را در R قطع کند. حال باتوجه‌به نسبت‌های تالس در دو مثلث AMN و ABC ، می‌توان ابعاد را به‌طور نسبی مشخص کرد.



$$\frac{AR}{AM} = \frac{RQ}{MN} = \frac{۱}{۲}$$

$$\frac{AR}{AB} = \frac{RQ}{BC} = \frac{۱/۵}{۴}$$

حال نسبت خواسته‌شده را می‌نویسیم:

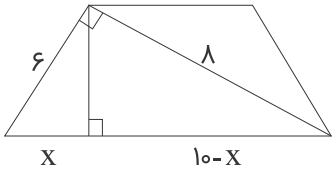
$$\frac{S_{APQN}}{S_{MNCB}} = \frac{\frac{۱}{۲} \times ۱/۵h \times ۲a}{\frac{۱}{۲} \times ۷y \times h} = \frac{۳}{۷}$$

تالیفی سیروس نصیری

۱۳۴ گزینه ۱

در هر مثلث قائم‌الزاویه هر ضلع زاویهٔ قائمه واسطهٔ هندسی بین وتر و تصویر آن ضلع روی وتر است.

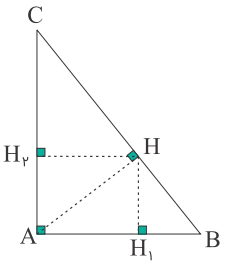
$$۶^۲ = ۱۰x \Rightarrow x = ۳/۶$$
$$\text{طول قاعدهٔ کوچک} = ۱۰ - ۲x = ۱۰ - ۷/۲ = ۲/۸$$



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۱

۱۳۵ گزینه ۱

در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، ارتفاع وارد بر وتر، مثلث را به دو مثلث متشابه تقسیم می‌کند؛ یعنی مثلث‌های ABH و ACH باهم متشابه‌اند.



$$\frac{S(\overset{\Delta}{ABH})}{S(\overset{\Delta}{ABC})} = \frac{۱}{۵} \Rightarrow \frac{S(\overset{\Delta}{ABH})}{S(\overset{\Delta}{ABC}) - S(\overset{\Delta}{ABH})} = \frac{۱}{۵-۱} \Rightarrow \frac{S(\overset{\Delta}{ABH})}{S(\overset{\Delta}{ACH})} = \frac{۱}{۴}$$

بنابراین نسبت مساحت دو مثلث متشابه $\frac{۱}{۴}$ و نسبت تشابه دو مثلث $\frac{۱}{۲}$ است. در دو مثلث متشابه، نسبت ارتفاع‌ها همان نسبت تشابه است.
درنتیجه داریم: $\frac{HH_۱}{HH_۲} = \frac{۱}{۲}$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

۱۳۶ گزینه ۴

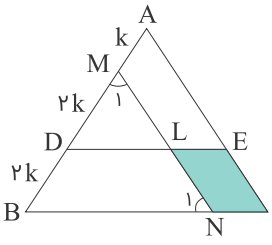
در لوزی قطرها منصف هستند، ولی اگر قطرهای یک چهار ضلعی منصف یکدیگر باشند الزاماً لوزی نیست، ولی قطعاً متوازیالاضلاع است. در رابطه با گزینهٔ ۳ باید گفت که عکس آن هم درست است، چون طبق برهان خلف فرض می‌کنیم n فرد است. در این صورت $n^۲$ هم فرد خواهد شد که تناقض است.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۳۷ گزینه ۱

شکل را به‌صورت زیر نام‌گذاری می‌کنیم:

مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ متساویالاضلاع است؛ بنابراین:



$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = ۶۰^\circ$$

چون $NLEC$ متوازیالاضلاع است، داریم:

$$MN||AC \Rightarrow \hat{M}_۱ = \hat{A} = ۶۰^\circ,\ \hat{N}_۱ = \hat{C} = ۶۰^\circ \Rightarrow \overset{\triangle}{MBN} \text{ متساوی الاضلاع است } \Rightarrow BN = ۴k$$

هردو مثلث $\overset{\triangle}{MBN}$ و $\overset{\triangle}{ABC}$ متساویالاضلاع هستند درنتیجه باهم متشابه‌اند. می‌دانیم نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر مجذور نسبت تشابه آن دو مثلث است؛ بنابراین:

$$\overset{\triangle}{MBN} \sim \overset{\triangle}{ABC} \Rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{MBN}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}} = \left(\frac{۴k}{۵k}\right)^۲ = \left(\frac{۴}{۵}\right)^۲ = \frac{۱۶}{۲۵} \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{MBN}} = \frac{۱۶}{۲۵} S_{\overset{\triangle}{ABC}}$$

همچنین

$$DL||BN \Rightarrow \hat{D} = \hat{B} = ۶۰^\circ,\ \hat{L} = \hat{N}_۱ = ۶۰^\circ \Rightarrow \overset{\triangle}{MDL} \text{ متساوی الاضلاع است } \Rightarrow ML = ۲k$$

به طریق مشابه ثابت می‌شود که $\overset{\triangle}{ADE}$ نیز متساویالاضلاع و $AE = ۳k$ است؛ بنابراین دو مثلث $\overset{\triangle}{MDL}$ و $\overset{\triangle}{MBN}$ و دو مثلث $\overset{\triangle}{MDL}$ و $\overset{\triangle}{ADE}$ باهم متشابه‌اند و داریم:

$$\overset{\triangle}{MDL} \sim \overset{\triangle}{MBN} \Rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{MDL}}}{S_{\overset{\triangle}{MBN}}} = \left(\frac{۲k}{۴k}\right)^۲ = \frac{۱}{۴} \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{MDL}} = \frac{۱}{۴} S_{\overset{\triangle}{MBN}} = \frac{۴}{۲۵} S_{\overset{\triangle}{ABC}}$$

$$\overset{\triangle}{MDL} \sim \overset{\triangle}{ADE} \Rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{MDL}}}{S_{\overset{\triangle}{ADE}}} = \left(\frac{۲k}{۳k}\right)^۲ = \frac{۴}{۹} \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{ADE}} = \frac{۹}{۴} S_{\overset{\triangle}{MDL}} = \frac{۹}{۲۵} S_{\overset{\triangle}{ABC}}$$

با استفاده از نسبت‌های بالا، نسبت خواسته‌شده را محاسبه می‌کنیم:

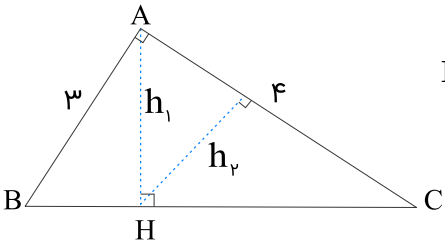
$$S_{AMLE} = S_{\overset{\triangle}{ADE}} - S_{\overset{\triangle}{MDL}} = \frac{۹}{۲۵} S_{\overset{\triangle}{ABC}} - \frac{۴}{۲۵} S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۵}{۲۵} S_{\overset{\triangle}{ABC}}$$

$$S_{LECN} = S_{\overset{\triangle}{ABC}} - (S_{\overset{\triangle}{BMN}} + S_{AMLE}) = S_{\overset{\triangle}{ABC}} - \left(\frac{۱۶}{۲۵} S_{\overset{\triangle}{ABC}} + \frac{۵}{۲۵} S_{\overset{\triangle}{ABC}}\right) = \frac{۴}{۲۵} S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \%۱۶ S_{\overset{\triangle}{ABC}}$$

بنابراین مساحت متوازیالاضلاع هاشورزده ۱۶ درصد مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

۱۳۸ گزینه ۲



$$BC = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵$$

راه‌حل اول:

$$\begin{cases} \hat{C} \text{ مشترک} \\ A\hat{H}C = \hat{A} = ۹۰^\circ \end{cases} \Rightarrow \overset{\Delta}{AHC} \sim \overset{\Delta}{ABC} \Rightarrow \frac{h_۲}{h_۱} = \frac{AC}{BC} = \frac{۴}{۵}$$

راه‌حل دوم:

$$\overset{\Delta}{ABC}: \begin{cases} h_۱ \times BC = AB \times AC \Rightarrow ۵h_۱ = ۳ \times ۴ \Rightarrow h_۱ = \frac{۱۲}{۵} \\ AC^۲ = HC \times BC \Rightarrow ۱۶ = ۵HC \Rightarrow HC = \frac{۱۶}{۵} \end{cases}$$

$$\overset{\Delta}{AHC}: h_۲ \times AC = h_۱ \times HC \Rightarrow \frac{h_۲}{h_۱} = \frac{HC}{AC} = \frac{\frac{۱۶}{۵}}{۴} = \frac{۴}{۵}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۱۳۹ گزینه ۲

طبق قضیهٔ تالس می‌توان نوشت $(ME = x)$:

$$\left.\begin{matrix} BE||AC \Rightarrow \frac{ME}{AE} = \frac{MB}{BC} \\ AB||DC \Rightarrow \frac{MA}{AD} = \frac{MB}{BC} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{ME}{AE} = \frac{MA}{AD} \Rightarrow \frac{x}{۳} = \frac{x+۳}{۷} \Rightarrow x = ۲/۲۵$$

$$\Rightarrow MD = ME + AE + AD = ۲/۲۵ + ۳ + ۷ = ۱۲/۲۵$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۳
قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸

۱۴۰ گزینه ۳

چهار ضلعی $MNPB$ متوازیالاضلاع است؛ بنابراین $MN||PB$ است. با استفاده از قضیهٔ تالس می‌توان نوشت:

$$MN||BP \Rightarrow \frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{۳}{۱۰} \Rightarrow \frac{NC}{AC}=\frac{۷}{۱۰}$$

همچنین $NO||AM$ است پس دو مثلث $\overset{\triangle}{NOC}$ و $\overset{\triangle}{AMC}$ نیز متشابه می‌شود. می‌دانیم نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر مجذور نسبت تشابه است؛ بنابراین:

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{NOC}}}{S_{\overset{\triangle}{AMC}}}=\frac{۴۹}{۱۰۰} \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{NOC}}=\frac{۴۹}{۱۰۰}S_{\overset{\triangle}{AMC}} \quad (I)$$

مساحت دو مثلث $\overset{\triangle}{AMC}$ و $\overset{\triangle}{ABC}$ را می‌توان چنین نوشت:

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}}=\frac{۱}{۲}AB\cdot AC\cdot \sin\hat{A}$$

$$S_{\overset{\triangle}{AMC}}=\frac{۱}{۲}AM\cdot AC\cdot \sin\hat{A}$$

بنابراین:

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{AMC}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}=\frac{AM}{AB}=\frac{۳}{۱۰} \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{AMC}}=\frac{۳}{۱۰}S_{\overset{\triangle}{ABC}} \quad (II)$$

با استفاده از دو رابطهٔ (I) و (II) داریم:

$$S_{\overset{\triangle}{NOC}}=\frac{۴۹}{۱۰۰}\times\frac{۳}{۱۰}S_{\overset{\triangle}{ABC}}=\frac{۱۴۷}{۱۰۰۰}S_{\overset{\triangle}{ABC}} \quad (III)$$

از طرفی چون $MN||BP$ است پس دو مثلث $\overset{\triangle}{AMN}$ و $\overset{\triangle}{ABC}$ متشابه می‌شود و نسبت مساحت آن‌ها برابر مجذور نسبت تشابه است؛ بنابراین:

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{AMN}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}=\left(\frac{AM}{AB}\right)^{۲}=\frac{۹}{۱۰۰} \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{AMN}}=\frac{۹}{۱۰۰}S_{\overset{\triangle}{ABC}} \quad (IV)$$

اکنون با استفاده از روابط (II) و (III) و (IV) داریم:

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{OMN}}}{S_{\overset{\triangle}{AMN}}}=\frac{S_{\overset{\triangle}{AMC}}-S_{\overset{\triangle}{AMN}}-S_{\overset{\triangle}{NOC}}}{S_{\overset{\triangle}{AMN}}}=\frac{\left(\frac{۳}{۱۰}-\frac{۹}{۱۰۰}-\frac{۱۴۷}{۱۰۰۰}\right)S_{\overset{\triangle}{ABC}}}{\frac{۹}{۱۰۰}S_{\overset{\triangle}{ABC}}}=\frac{\frac{۶۳}{۱۰۰۰}}{\frac{۹}{۱۰۰}}=\frac{۶۳}{۹۰}=\frac{۷}{۱۰}$$

پس مساحت مثلث $\overset{\triangle}{OMN}$، ۷۰ درصد مساحت مثلث $\overset{\triangle}{AMN}$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

گام اول

الف) چهار ضلعی $MNPB$ متوازیالاضلاع است پس داریم:

$$MN||BP \Rightarrow MN||BC \Rightarrow \overset{\triangle}{AMN} \sim \overset{\triangle}{ABC}$$
$$NP||MB \Rightarrow NP||AB \Rightarrow \overset{\triangle}{NPC} \sim \overset{\triangle}{ABC}$$

ب) در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها برابر مجذور نسبت تشابه اضلاع است.

گام دوم

طبق گام اول، $\overset{\triangle}{AMN} \sim \overset{\triangle}{ABC}$ است. با توجه به اینکه $\frac{MA}{MB} = \frac{۳}{۲}$، نسبت تشابه دو مثلث و سپس نسبت مساحت آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{MA}{AB} = \frac{MA}{MA+MB} = \frac{۱}{\frac{MA+MB}{MA}} = \frac{۱}{۱+\frac{MA}{MB}} = \frac{۱}{۱+\frac{۲}{۳}} = \frac{۱}{\frac{۵}{۳}} = \frac{۳}{۵}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{AMN}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}} = (\frac{۳}{۵})^{۲} = \frac{۹}{۲۵} \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{AMN}} = \frac{۹}{۲۵} S_{\overset{\triangle}{ABC}}$$

چون $MN||BC$ است، با استفاده از قضیه تالس داریم:

$$\frac{MA}{MB} = \frac{AN}{NC} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \frac{NC}{AN} = \frac{۲}{۳}$$
$$\overset{\triangle}{NPC} \sim \overset{\triangle}{ABC}$$

است پس نسبت تشابه آن‌ها برابر است با:

$$\frac{NC}{AC} = \frac{NC}{AN+NC} = \frac{۱}{\frac{AN+NC}{NC}} = \frac{۱}{\frac{NC}{AN}+۱} = \frac{۱}{\frac{۳}{۲}+۱} = \frac{۱}{\frac{۵}{۲}} = \frac{۲}{۵}$$

حال نسبت مساحت‌های این دو مثلث را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{NPC}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}} = (\frac{۲}{۵})^{۲} = \frac{۴}{۲۵} \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{NPC}} = \frac{۴}{۲۵} S_{\overset{\triangle}{ABC}}$$

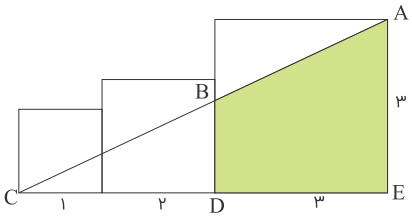
با توجه به نسبت‌های بالا، مساحت متوازیالاضلاع $MNPB$ را برحسب مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ می‌نویسیم. داریم:

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = S_{\overset{\triangle}{AMN}} + S_{\overset{\triangle}{NPC}} + S_{MNPB}$$
$$\Rightarrow S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۹}{۲۵} S_{\overset{\triangle}{ABC}} + \frac{۴}{۲۵} S_{\overset{\triangle}{ABC}} + S_{MNPB}$$
$$\Rightarrow S_{MNPB} = \frac{۱۲}{۲۵} S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۴۸}{۱۰۰} S_{\overset{\triangle}{ABC}}$$

پس مساحت متوازیالاضلاع ۴۸ درصد مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ است.

۱۴۲ گزینه ۴

در مثلث ACE طبق تالس همواره داریم:



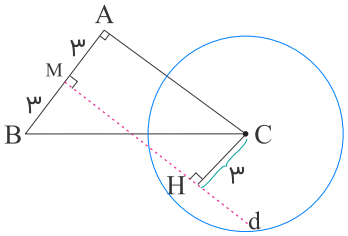
$$\frac{DC}{CE}=\frac{BD}{AE}\Rightarrow\frac{۳}{۶}=\frac{BD}{۳}\Rightarrow BD=\frac{۹}{۶}=\frac{۳}{۲}$$

مساحت ذوزنقه برابر با $S=\frac{(BD+AE)\cdot DE}{۲}$ است، پس:

$$S=\frac{(\frac{۳}{۲}+۳)\times ۳}{۲}=\frac{\frac{۹}{۲}\times ۳}{۲}=\frac{۲۷}{۴}$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۱۴۳ گزینه ۳

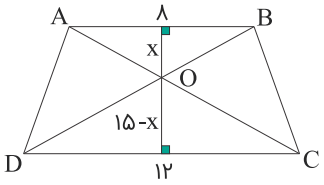


خط d عمودمنصف ضلع AB است؛ بنابراین $AM=MB=۳$. فاصلهٔ نقطهٔ C از خط d برابر با ۳ است $(CH=۳)$ چون $ACHM$ مستطیل است و در مستطیل اضلاع روبه‌رو برابرند. نقاطی در صفحه که فاصله‌شان از Cبرابر با ۴ است، روی دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۴ قرار دارند. ازآنجاکه شعاع دایره بیشتر از فاصلهٔ C تا خط d است، این دایره و خط یکدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند؛ پس مسئله دارای دو جواب است.

تالیفی نرگس کارگر

۱۴۴ گزینه ۱

باتوجه‌به مفروضات صورت سؤال می‌توانیم شکل زیر را رسم کنیم:



باتوجه‌به اینکه $AB||CD$ است، دو مثلث OAB و ODC بنابر حالت تساوی دو زاویه متشابه هستند:

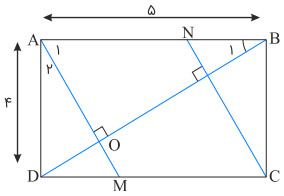
$$\overset{\Delta}{OAB}\sim\overset{\Delta}{OCD}$$

$$\Rightarrow\frac{x}{۱۵-x}=\frac{۸}{۱۲}\xrightarrow{\text{ترکیب صورت در مخرج}}\frac{x}{۱۵}=\frac{۸}{۲۰}$$

$$\Rightarrow\frac{x}{۱۵}=\frac{۲}{۵}\Rightarrow x=۶\xrightarrow{\text{فاصله تا قاعدهٔ بزرگ}}۱۵-۶=۹$$

تالیفی ایمان نخستین

۱۴۵ گزینه ۲



$$\left.\begin{array}{l}\overset{\Delta}{AOB}\ :\ \hat{B}_۱+\hat{A}_۱=۹۰^\circ\\ \hat{A}_۱+\hat{A}_۲=۹۰^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{B}_۱=\hat{A}_۲$$

مثلث‌های ADM و ADB متشابه هستند، چون یک زاویهٔ ۹۰° دارند و در بالا هم ثابت کردیم $\hat{B}_۱=\hat{A}_۲$. نسبت اضلاع متشابه را می‌نویسیم:

$$\frac{DM}{AD}=\frac{AD}{AB}\Rightarrow\frac{DM}{۴}=\frac{۴}{۵}\Rightarrow DM=\frac{۱۶}{۵}$$

$$\Rightarrow MC=DC-DM=۵-\frac{۱۶}{۵}=\frac{۹}{۵}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۴۶ گزینه ۳

چون $DE||BC$ است، طبق قضیهٔ تالس داریم:

$$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}\Rightarrow\frac{۱}{x+۵}=\frac{۲}{۳x+۵}\Rightarrow ۳x+۵=۲x+۱۰\Rightarrow x=۵$$

$$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}\Rightarrow\frac{۱}{۱۱}=\frac{y-۱}{y+۳}\Rightarrow y+۳=۱۱y-۱۱$$

$$\Rightarrow ۱۴=۱۰y\Rightarrow y=\frac{۱۴}{۱۰}=\frac{۷}{۵}$$

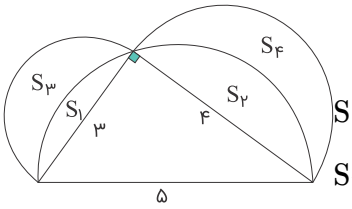
$$۲x+۵y=۲\times۵+۵\times\frac{۷}{۵}=۱۰+۷=۱۷$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

۱۴۷ گزینه ۲

مساحت قسمت‌های مختلف شکل را به‌صورت زیر نام‌گذاری می‌کنیم. هدف ما محاسبهٔ $S_۳ + S_۴$ است. با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس طول وتر مثلث برابر است با:

$$\text{وتر مثلث} = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = \sqrt{۲۵} = ۵$$



داریم:

$$S_۱ + S_۲ = \text{۵ مساحت نیم‌دایره به قطر} - \text{مساحت مثلث قائم‌الزاویه}$$

$$S_۳ + S_۴ = \text{۴قطر مساحت نیم‌دایره به قطر۳} + \text{مساحت نیم‌دایره به} - (S_۱ + S_۲)$$

بنابراین:

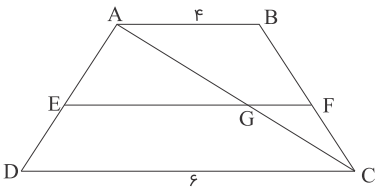
$$S_۱ + S_۲ = \frac{۱}{۲} \times \pi \times (\frac{۵}{۲})^۲ - \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۴ = \frac{\pi}{۲}(\frac{۲۵}{۴}) - ۶ = \frac{۲۵\pi}{۸} - ۶$$

$$S_۳ + S_۴ = \frac{۱}{۲} \times \pi(\frac{۳}{۲})^۲ + \frac{۱}{۲} \times \pi(\frac{۴}{۲})^۲ - (\frac{۲۵\pi}{۸} - ۶)$$

$$= \frac{\pi}{۲}(\frac{۹}{۴}) + \frac{\pi}{۲}(۴) - \frac{۲۵\pi}{۸} + ۶ = \frac{۲۵\pi}{۸} - \frac{۲۵\pi}{۸} + ۶ = ۶$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

۱۴۸ گزینه ۳



چون $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$، پس $AB||EF||DC$ است.
قطر AC را رسم کنیم، در دو مثلث ABC و ADC طبق قضیهٔ تالس داریم:

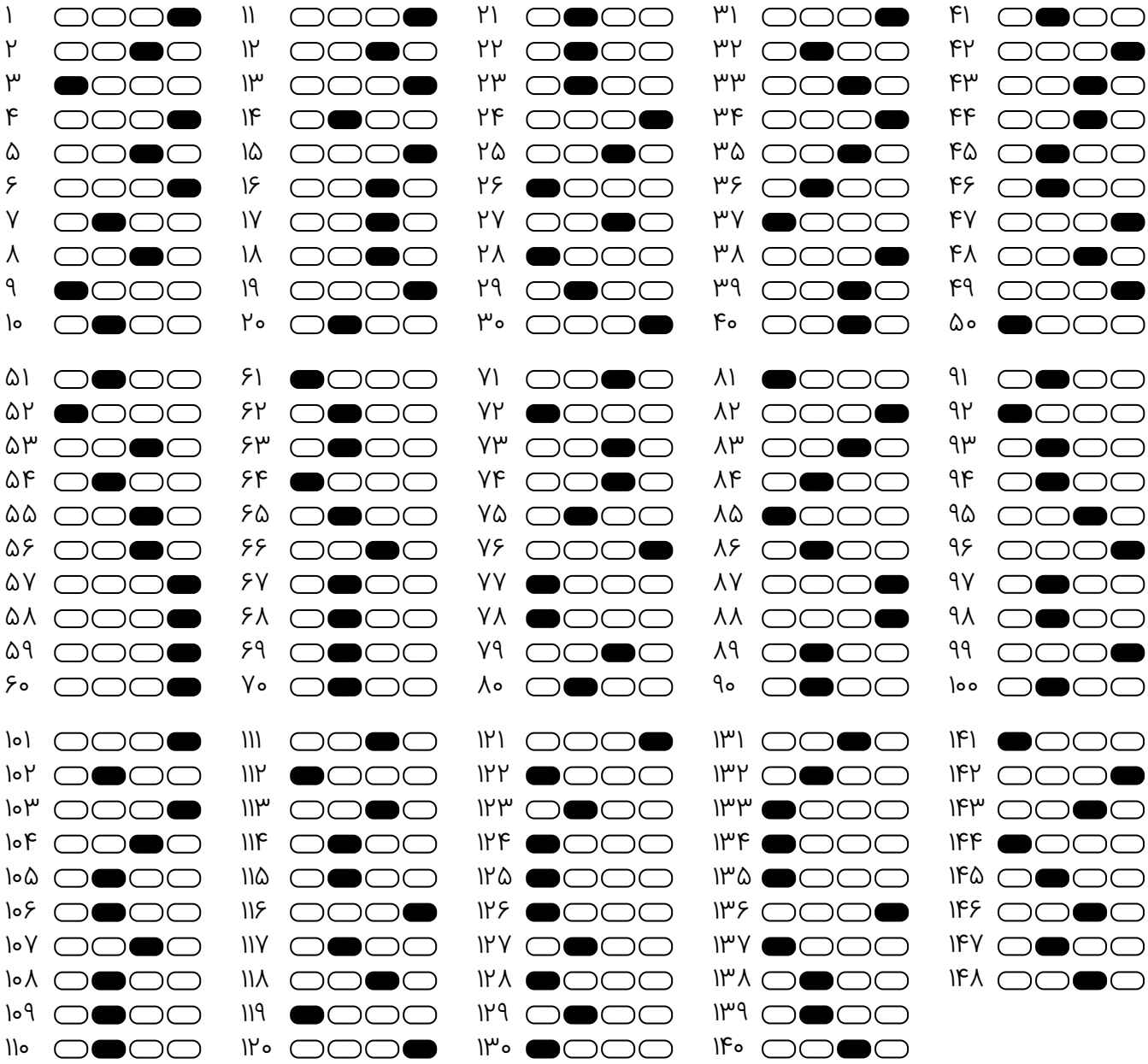
$$\overset{\Delta}{ADC} : \frac{AE}{AD} = \frac{EG}{DC} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{EG}{۶} \Rightarrow EG = ۳ \quad (I)$$

$$\overset{\Delta}{ABC} : \frac{FC}{BC} = \frac{FG}{AB} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{FG}{۴} \Rightarrow FG = ۲ \quad (II)$$

رابطهٔ I و II را باهم جمع می‌کنیم:

$$EF = EG + FG = ۳ + ۲ = ۵$$

تالیفی محمد علی نیک بخش

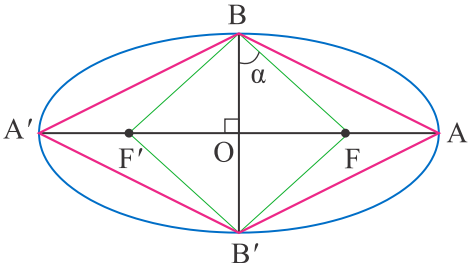

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰
۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴ ۱۵ ۱۶ ۱۷ ۱۸ ۱۹ ۲۰
۲۱ ۲۲ ۲۳ ۲۴ ۲۵ ۲۶ ۲۷ ۲۸ ۲۹ ۳۰
۳۱ ۳۲ ۳۳ ۳۴ ۳۵ ۳۶ ۳۷ ۳۸ ۳۹ ۴۰
۴۱ ۴۲ ۴۳ ۴۴ ۴۵ ۴۶ ۴۷ ۴۸ ۴۹ ۵۰
۵۱ ۵۲ ۵۳ ۵۴ ۵۵ ۵۶ ۵۷ ۵۸ ۵۹ ۶۰
۶۱ ۶۲ ۶۳ ۶۴ ۶۵ ۶۶ ۶۷ ۶۸ ۶۹ ۷۰
۷۱ ۷۲ ۷۳ ۷۴ ۷۵ ۷۶ ۷۷ ۷۸ ۷۹ ۸۰
۸۱ ۸۲ ۸۳ ۸۴ ۸۵ ۸۶ ۸۷ ۸۸ ۸۹ ۹۰
۹۱ ۹۲ ۹۳ ۹۴ ۹۵ ۹۶ ۹۷ ۹۸ ۹۹ ۱۰۰
۱۰۱ ۱۰۲ ۱۰۳ ۱۰۴ ۱۰۵ ۱۰۶ ۱۰۷ ۱۰۸ ۱۰۹ ۱۱۰
۱۱۱ ۱۱۲ ۱۱۳ ۱۱۴ ۱۱۵ ۱۱۶ ۱۱۷ ۱۱۸ ۱۱۹ ۱۲۰
۱۲۱ ۱۲۲ ۱۲۳ ۱۲۴ ۱۲۵ ۱۲۶ ۱۲۷ ۱۲۸ ۱۲۹ ۱۳۰
۱۳۱ ۱۳۲ ۱۳۳ ۱۳۴ ۱۳۵ ۱۳۶ ۱۳۷ ۱۳۸ ۱۳۹ ۱۴۰
۱۴۱ ۱۴۲ ۱۴۳ ۱۴۴ ۱۴۵ ۱۴۶ ۱۴۷ ۱۴۸

۱ به ازای کدام مقدار a، دو دایره به معادلات $x^۲ + y^۲ + ۴x = ۰$ و $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۸y + a = ۰$ مماس خارج یکدیگرند؟

۱) ۵
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۸

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۰

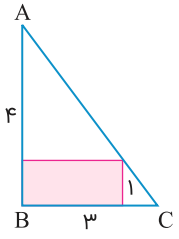
۲ در شکل زیر، F و F' کانون‌های بیضی هستند. اگر $\sin\alpha = \frac{۱}{۵}$ باشد، نسبت محیط چهار ضلعی $BAB'A'$ به چهار ضلعی $BFB'F'$ کدام است؟



۱) $\frac{۴}{۳}$
۲) $\frac{۵}{۳}$
۳) $\frac{۶}{۵}$
۴) $\frac{۷}{۵}$

تالیفی مجید قهرمانی

۳ مطابق شکل از مثلث ABC به اضلاع قائمهٔ ۳ و ۴، یک مستطیل به عرض ۱ جدا شده است. از دوران شکل حاصل حول پاره‌خط AB، شکل با چه حجمی تولید می‌شود؟



۱) $\frac{۱۱۱\pi}{۱۶}$
۲) $\frac{۱۱۳\pi}{۱۶}$
۳) $\frac{۱۱۵\pi}{۱۶}$
۴) $\frac{۱۱۷\pi}{۱۶}$

تالیفی محمد امین نباخته

۴ در برش یک مکعب با یک صفحه کدام سطح مقطع نمی‌تواند به وجود بیاید؟

۱) ذوزنقه
۲) پنج ضلعی
۳) شش ضلعی
۴) هشت ضلعی

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۶

۵ شعاع دایرهٔ گذرنده از نقطهٔ $A(۱, ۲)$، مماس بر خط $l_۱ : x - y - ۱ = ۰$ و عمود بر خط $l_۲ : x + ۲y = ۰$ کدام است؟

۱) $۶\sqrt{۳}$
۲) $۵\sqrt{۳}$
۳) $۶\sqrt{۲}$
۴) $۵\sqrt{۲}$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

۶ مربعی به قطر یک را حول قطرش دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل چقدر است؟

۱) $\frac{\pi}{۱۲}$
۲) $\frac{\pi}{۴}$
۳) $\frac{\pi}{۸}$
۴) π

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۶

۷ در یک مکعب صفحهٔ گذرا بر یک یال و وسط یال دیگر، آن را به دو قطعه نابرابر تقسیم می‌کند. نسبت حجم‌های این دو قطعه کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۱}{\sqrt{۵}}$
۴) $\frac{۱}{\sqrt{۳}}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۸ نقطهٔ $۲, ۴$ روی یک بیضی به کانون‌های $۲, -۲$ و $-۶, -۲$ قرار دارد. کدام نقطهٔ زیر داخل این بیضی قرار می‌گیرد؟

۱) $(-۵, ۵)$
۲) $(-۹, -۲)$
۳) $(۴, ۳)$
۴) گزینه‌های ۱ و ۲

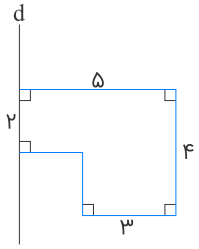
تالیفی حسین سعیدی

۹ شعاع کوچک‌ترین دایرهٔ مماس بر محور yها و گذرنده از نقاط $۷, ۸$ و $۶, ۹$ ، کدام است؟

۱) ۴
۲) ۶
۳) ۵
۴) ۷

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

۱۰ شکل زیر را حول خط d دوران می‌دهیم. حجم جسم حاصل چقدر است؟



۱) ۴۶π
۲) ۴۸π
۳) ۹۲π
۴) ۹۶π

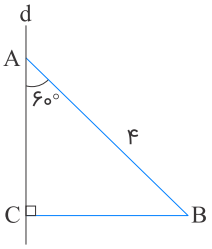
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۱ در یک بیضی با کانون‌های $F(۲+\sqrt{۵},۰)$ و $F'(۲-\sqrt{۵},۰)$ که رأس کانونی نظیر F، نقطهٔ $A(۵,۰)$ است و M نقطه‌ای روی بیضی می‌باشد، حاصل $|MF|+|MF'|$ کدام است؟

۱) ۳
۲) ۶
۳) ۷/۵
۴) ۹

تالیفی سیروس نصیری

۱۲ در شکل زیر، اگر $AB=۴$ باشد، حجم حاصل از دوران مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ حول خط d کدام است؟



۱) ۱۲π
۲) $۸\sqrt{۳}\pi$
۳) $۱۶\sqrt{۲}\pi$
۴) ۸π

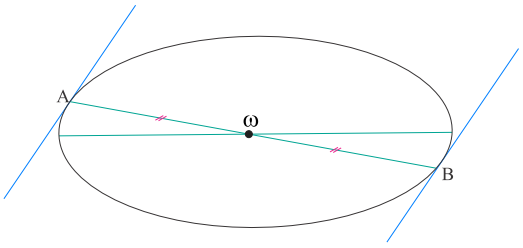
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۳ اگر M و N دو نقطهٔ ثابت در صفحه به فاصلهٔ ۱ باشند، مکان هندسی نقطهٔ A به‌طوری‌که حاصل $۳AM-AN$ دو برابر $AM-AN+۱$ شود کدام است؟

۱) دایره
۲) بیضی
۳) پاره‌خط
۴) تهی

تالیفی سیروس نصیری

۱۴ دو نقطهٔ $A(۶,۲)$ و $B(۲,۴)$ روی بیضی مفروض‌اند. اگر مماس‌های رسم‌شده بر بیضی در این نقطه‌ها موازی باشند، مرکز بیضی کدام است؟



۱) $(۳,۴)$
۲) $(۴,۳)$
۳) $(۲,۲)$
۴) $(۱,۲)$

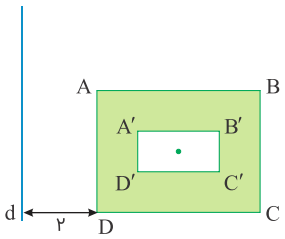
تالیفی سیروس نصیری

۱۵ سطح محدود به مستطیل ۵×۲ و نیم‌دایره به قطر ۳ واحد، حول خط Δ دوران می‌کند. حجم جسم حاصل چندبرابر π است؟

۱) ۱۵
۲) ۱۵/۵
۳) ۱۶/۵
۴) ۱۷

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

۱۶ در شکل زیر، $ABCD$ و $A'B'C'D'$ مستطیل‌هایی هم‌مرکز به طول‌های ۴ و ۳ و عرض‌های ۲ و ۱ هستند. حجم حاصل از دوران این شکل حول محور d کدام است؟



۱) $\frac{۹\pi}{۴}$

۲) ۶۰π

۳) ۴۰π

۴) ۶۴π

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۱۷ شعاع دایرهٔ گذرا بر سه نقطهٔ $(۰,۰)$، $(۲,۱)$ و $(۱,-۲)$ ، برابر کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۲}$

۲) $\sqrt{۳}$

۳) $\sqrt{۵}$

۴) $\frac{\sqrt{۱۳}}{۲}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

۱۸ دایره‌هایی بر محورهای مختصات مماس هستند و مرکز آن‌ها بر خط $y = -۲x + ۳$ قرار دارد، شعاع کوچک‌ترین دایره چقدر است؟

۱) ۱

۲) ۳

۳) ۲

۴) $\frac{۱}{۲}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

۱۹ معادلهٔ دایره‌ای که مرکز آن به طول ۲ و بر دو خط به معادلات $y = x + ۱$ و $y = x - ۳$ مماس باشد، کدام است؟

۱) $x^۲ + y^۲ - ۴x - ۲y - ۳ = ۰$

۲) $x^۲ + y^۲ + ۴x - ۲y - ۳ = ۰$

۳) $x^۲ + y^۲ - ۴x - ۲y + ۳ = ۰$

۴) $x^۲ + y^۲ + ۴x + ۲y + ۳ = ۰$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۴

۲۰ مرکز دایره‌ای بر روی نیمساز ناحیهٔ اوّل است. اگر این دایره از نقطهٔ $A(۶,۳)$ گذشته و بر خط به معادلهٔ $y = ۲x$ مماس شود، شعاع آن کدام است؟

۱) $\sqrt{۵}$

۲) $\sqrt{۶}$

۳) $۲\sqrt{۲}$

۴) $\sqrt{۱۰}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۲

۲۱ دو دایره به معادلات $x^۲+y^۲-۲x+۶y-۶=۰$ و $x^۲+y^۲+۴x+۸y-۵=۰$ نسبت به هم، چه وضعیتی دارند؟

۱) مماس بیرون
۲) مماس درون
۳) متقاطع
۴) متخارج

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۲ مساحت مقطع یک مکعب با صفحه قطری آن برابر $۹\sqrt{۲}$ است، اندازهٔ قطر مکعب کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۳}$
۲) $۳\sqrt{۲}$
۳) $۲\sqrt{۶}$
۴) $۳\sqrt{۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

۲۳ کمترین فاصلهٔ نقطهٔ $A(-۱,۵)$ از دایرهٔ $x^۲+y^۲-۶x-۴y+۹=۰$ کدام است؟

۱) ۶
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۳

تالیفی جعفر میکائیلی

۲۴ طول وتری که خط $y=ax+۲$ بر روی دایره‌ای به معادلهٔ $C: x^۲+y^۲+۴x-۲y+۱=۰$ جدا می‌کند برابر با ۲ می‌باشد، مقدار a چقدر است؟

۱) $۲\pm\sqrt{۳}$
۲) $۱\pm\sqrt{۶}$
۳) $۱\pm\sqrt{۳}$
۴) $۲\pm\sqrt{۶}$

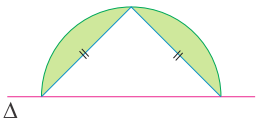
مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

۲۵ دایره‌ای به مرکز $(۳,۲)$ که از خط $l: ۸x+۱۵y=۱۰$ وتری به طول ۴ واحد جدا می‌کند، از محور yها وتری به کدام طول جدا می‌کند؟

۱) ۵
۲) ۷
۳) ۸
۴) ۶

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

۲۶ مطابق شکل از نیم‌دایره‌ای به شعاع r یک مثلث متساوی‌الساقین جدا کرده‌ایم و شکل را حول خط Δ دوران می‌دهیم. حجم قسمت‌های هاشورخورده چقدر است؟



۱) $\pi r^۳$
۲) $\frac{۲}{۳}\pi r^۳$
۳) $\frac{۱}{۳}\pi r^۳$
۴) $۲\pi r^۳$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۲۷ شعاع بزرگ‌ترین دایرهٔ گذرنده از نقطهٔ $A(۲, ۳)$ و مماس بر خط $۳y - ۴x = ۰$ و محور yها، کدام است؟

۱) $\frac{۱۴}{۵}$
۲) $\frac{۱۳}{۹}$
۳) $\frac{۱۵}{۷}$
۴) $\frac{۱۱}{۵}$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

۲۸ خط $۵x - ۱۲y = -۱$ دایرهٔ $x^۲ + y^۲ + ۶x - ۲y + k = ۰$ به مرکز O را در نقاط A و B قطع می‌کند. اگر مثلث OAB قائم‌الزاویه باشد، k کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) -۲
۴) -۱

تالیفی حسین سعیدی

۲۹ در یک بیضی به کانون‌های $(-۱, ۲)$ و $(۷, ۲)$ ، اندازهٔ قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

۱) ۰/۶
۲) ۰/۶۴
۳) ۰/۷۵
۴) ۰/۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۳۰ بیضی با دو سر قطر بزرگ‌تر با مختصات $(۱, -۲)$ و $(۱, ۶)$ و خروج از مرکز $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ بر کدام خط مماس است؟

۱) $y = ۳$
۲) $x = \frac{۳}{۲}$
۳) $y = -\frac{۳}{۲}$
۴) $x = -\frac{۳}{۲}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۴

۳۱ شعاع قاعده و ارتفاع یک استوانه به ترتیب ۳ و ۴ واحد است. صفحه‌ای موازی محور، استوانه را در فاصلهٔ ۱ واحدی محورش قطع می‌کند. مساحت سطح مقطع ایجادشده کدام است؟

۱) ۱۵
۲) $۴\sqrt{۷}$
۳) $۸\sqrt{۲}$
۴) $۱۶\sqrt{۲}$

تالیفی محمدجواد محسنی

۳۲ دایرهٔ گذرا بر مبدأ مختصات، بر دو خط به معادلات $y = ۲x$ و $y = ۲x + ۱۰$ ، مماس است. مختصات مرکز این دایره کدام است؟

۱) $(-۳, ۲)$
۲) $(-۳, ۱)$
۳) $(-۲, ۱)$
۴) $(-۱, ۲)$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

۳۳ چند نقطه روی دایرهٔ $۲(x-۱)^۲+۲(y-۱)^۲=۷$ قرار دارد که مجموع فواصل آن از دو نقطهٔ $(۱,۳)$ و $(۱,-۱)$ برابر ۵ باشد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

تالیفی سیروس نصیری

۳۴ بیشترین فاصلهٔ بین دو دایرهٔ $x^۲+y^۲-۲x-۸y+۱۵=۰$ و $x^۲+y^۲-۸x-۲y+۱۵=۰$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$
۲) $۵\sqrt{۲}$
۳) $۲\sqrt{۲}$
۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

۳۵ در یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{۱}{۳}$ و طول قطر کوچک ۲، پاره‌خط MN در کانون F بر محور کانونی عمود است. اگر F' کانون دیگر باشد، مساحت مثلث $F'MN$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

تالیفی سیروس نصیری

۳۶ مختصات کانون F یک بیضی با عرض مثبت که بر چهار خط $x=-۱$ و $x=۵$ و $y=-۴$ و $y=۶$ مماس باشد، کدام است؟

۱) $(۲,۵)$
۲) $(۲,۳)$
۳) $(۱,۵)$
۴) $(۱,۲)$

تالیفی سیروس نصیری

۳۷ معادلهٔ دایره‌ای که خطوط $(m+۲)y+(m+۱)x+۱=۰$ قطرهای آن باشند و بر خط $۳x+y=۱$ مماس باشد، کدام است؟

۱) $(x-۱)^۲+(y-۱)^۲=\frac{۱}{۱۰}$
۲) $(x+۱)^۲+(y-۱)^۲=\frac{۱}{۴}$
۳) $(x-۱)^۲+(y+۱)^۲=\frac{۱}{۱۰}$
۴) $(x-۱)^۲+(y+۱)^۲=\frac{۱}{۲}$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

۳۸ کانون‌های یک بیضی دو سر قطر دایره به معادلهٔ $(۲x+۲)^۲+(۲y-۴)^۲=۱۲$ می‌باشند. بیشترین مساحت از بین مثلث‌هایی که یک رأس آن روی بیضی و دو رأس دیگر آن کانون‌های این بیضی باشند کدام است؟ (قطر کوچک بیضی را $۲\sqrt{۲}$ در نظر بگیرید.)

۱) $\sqrt{۲}$
۲) $\sqrt{۳}$
۳) $\sqrt{۶}$
۴) $۲\sqrt{۳}$

تالیفی سیروس نصیری

۳۹ معادلهٔ دایره‌ای که مرکز آن نقطهٔ $۶, -۱$ بوده و بر دایرهٔ $x^۲ + y^۲ + ۴x - ۱۰y - ۷ = ۰$ مماس خارج باشد، کدام است؟

۱) $x^۲ + y^۲ - ۱۲x + ۲y + ۳۱ = ۰$

۲) $x^۲ + y^۲ - ۱۲x + ۲y - ۳۱ = ۰$

۳) $x^۲ + y^۲ - ۱۲x + ۲y + ۲۱ = ۰$

۴) $x^۲ + y^۲ - ۱۲x + ۲y - ۲۱ = ۰$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۴۰ خطی به معادلهٔ $۳x + ۴y = a - ۱$ بر دایره $x^۲ + y^۲ + ۲x - ۶y + ۱ = ۰$ مماس می‌باشد، مقدار a کدام است؟

۱) $۱۵, ۱۰$

۲) $-۵, ۲۵$

۳) $۲۵, ۵$

۴) $۱۵, -۱۰$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

۴۱ از نقطهٔ $M = (-۶, ۲)$ دو مماس بر دایرهٔ $۳x^۲ + ۳y^۲ - ۶x + ۱۲y - ۱ = ۰$ رسم می‌کنیم. شیب خط واصل بین نقطه‌های تماس کدام است؟

۱) ۱

۲) -۱

۳) $\frac{۷}{۴}$

۴) $\frac{۴}{۳}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۶

۴۲ خط $y = ۲x - ۳$ با دایرهٔ $x^۲ + y^۲ - ۳x + ۲y - ۳ = ۰$ چه وضعی دارد؟

۱) متقاطع است.

۲) مماس است.

۳) خارج دایره است.

۴) از مرکز دایره می‌گذرد.

تالیفی جعفر میکائیلی

۴۳ به ازای کدام مقدار k دو دایرهٔ $(x + ۲)^۲ + (y - ۲)^۲ = ۸$ و $x^۲ + y^۲ - ۸y + k = ۰$ مماس داخل هستند؟

۱) ± ۱۶

۲) -۱۶

۳) ۱۶

۴) ± ۱۲

تالیفی جعفر میکائیلی

۴۴ خط $۵x + ۱۲y = ۴$ از دایره به مرکز $۱, ۱$ وتری به طول $\sqrt{۱۲}$ جدا کرده است. شعاع این دایره کدام است؟

۱) ۱

۲) $\sqrt{۲}$

۳) $\sqrt{۳}$

۴) ۲

تالیفی امیر خمسه

۴۵ در چه صورت، فصل مشترک صفحه با یک سطح مخروطی، دو خط موازی خواهد بود؟

۱) صفحه بر محور سطح مخروطی عمود باشد.

۲) صفحه شامل محور سطح مخروطی باشد.

۳) صفحه با محور سطح مخروطی موازی باشد.

۴) هیچ‌کدام

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

۴۶ یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویهٔ ۳۰ درجه و طول وتر ۸ واحد، حول وتر خود دوران می‌کند، حجم جسم حاصل چندبرابر π است؟

۱) ۲۴
۲) ۳۲
۳) ۳۶
۴) ۴۰

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

۴۷ اگر $A(x, y)$ نقطه‌ای روی دایره به معادلهٔ $x^۲ + y^۲ + ۶y = -۵$ باشد، کمترین مقدار $\sqrt{x^۲ + y^۲}$ کدام است؟

۱) ۰/۵
۲) ۰/۷۵
۳) ۱
۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۴۸ دو دایره به معادلات $(x-۱)^۲ + (y+۲)^۲ = ۵$ و $x^۲ + y^۲ + ۲y = ۰$ نسبت به هم چگونه‌اند؟

۱) متقاطع
۲) مماس خارجی
۳) مماس داخلی
۴) متداخل

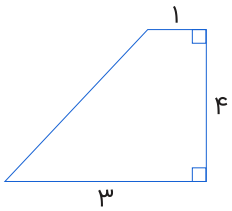
مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

۴۹ کانون‌های یک بیضی F و $F'(-۲, -۳)$ هستند و نقطهٔ $N(۲, -۶)$ بر روی بیضی قرار دارد. اگر به فاصلهٔ نقطهٔ N از مرکز بیضی، ۲ واحد اضافه شود

۱) تبدیل به دایره می‌شود.
۲) خروج از مرکز بیضی بزرگ‌تر خواهد شد.
۳) شیب خط گذرنده از رأس غیرکانونی و کانون، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ خواهد شد.
۴) بیضی کشیده‌تر می‌شود.

تالیفی مهدی ملارمضانی

۵۰ ذوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ زیر را حول ساق کوچک‌ترش دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟



۱) $\frac{۴۹}{۳}\pi$
۲) $\frac{۵۰}{۳}\pi$
۳) $\frac{۵۲}{۳}\pi$
۴) $\frac{۵۳}{۳}\pi$

تالیفی علی شهرابی فراهانی

۵۱ به ازای کدام مقدار a دایرهٔ به معادلهٔ $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y + a = ۰$ بر خط به معادلهٔ $x + ۳y = ۰$ مماس است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$
۲) $\frac{۵}{۲}$
۳) ۳
۴) ۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۵

۵۲ هر خط قائم بر منحنی $ax^۲ + ۳y^۲ + bx + cy = ۰$ از نقطه‌ی $A(-۱, ۱)$ می‌گذرد. بیشترین فاصلهٔ بین دو نقطه از این منحنی چقدر است؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۲) $\sqrt{۲}$
۳) $۲\sqrt{۲}$
۴) $۴\sqrt{۲}$

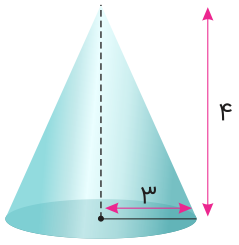
مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

۵۳ مرکز یک بیضی افقی $O = (۲, ۱)$ است. اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ بوده و فاصله کانونی ۴ برابر خروج از مرکز بیضی باشد. مختصات کانون آن کدام گزینه است؟

۱) $(۲, ۱ + \sqrt{۳})$
۲) $(۲, ۱ - \sqrt{۳})$
۳) $(\sqrt{۳} - ۲, ۱)$
۴) $(۲ + \sqrt{۳}, ۱)$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

۵۴ صفحهٔ P موازی محور مخروط زیر و صفحهٔ P' عمود بر محور، به‌گونه‌ای مخروط را قطع می‌کنند که هر دو سطح مقطع حاصل از صفحات، بیشترین مساحت ممکن را داشته باشند. حاصل‌ضرب این دو مقدار مساحت کدام است؟



۱) ۲۷π
۲) ۵۴π
۳) ۱۰۸π
۴) ۱۲۵π

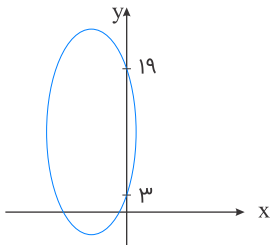
تالیفی محمدجواد محسنی

۵۵ دو دایره به معادلات $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y = ۱۳$ و $x^۲ + y^۲ + ۲x = ۱$ نسبت به هم کدام وضع را دارند؟

۱) مماس داخل
۲) مماس خارج
۳) متقاطع
۴) متداخل

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۳

۵۶ در شکل زیر، اگر یکی از کانون‌ها نقطهٔ $F\ (-۶, ۱۹)$ باشد، طول قطر بزرگ بیضی کدام است؟



۱) $۶ + ۲\sqrt{۷۳}$

۲) $۳ + ۲\sqrt{۷۳}$

۳) $۶ + ۲\sqrt{۶۹}$

۴) $۳ + ۲\sqrt{۶۹}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۵۷ صفحهٔ P موازی با محور یک سطح مخروطی، آن را قطع می‌کند. قسمت جداشده از سطح مخروطی توسط این صفحه کدام گزینهٔ زیر است؟

۱) دایره

۲) سهمی

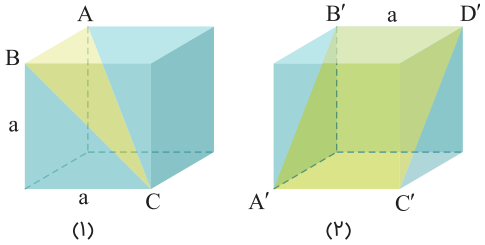
۳) بیضی

۴) هذلولی

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۵۸ یک مکعب به ضلع ۲ را به دو صورت زیر با دو صفحهٔ مختلف برش می

حادشده با صفحهٔ ۱ به



۱) $\frac{۱}{۲}$

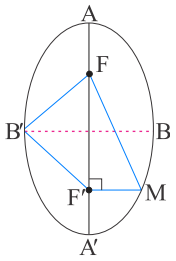
۲) ۲

۳) $\frac{۴}{۳}$

۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

تالیفی مهدی ملارمضانی

۵۹ در بیضی شکل زیر $AA' = ۲a$ قطر بزرگ و $BB' = ۲b$ قطر کوچک و $FF' = ۲c$ فاصلهٔ کانونی است. مساحت چهار ضلعی $B'FMF'$ چقدر است؟



۱) $c + eb$

۲) $c + ab$

۳) $b(c + eb)$

۴) $a(c + eb)$

تالیفی سیروس نصیری

۶۰ طول وتری از دایرهٔ $(x-۲)^۲+(y-۴)^۲=۱۰$ که نقطهٔ $A(۱,۲)$ وسط آن باشد، کدام است؟

۱) $\sqrt{۱۰}$
۲) ۵
۳) ۴
۴) $۲\sqrt{۵}$

تالیفی جعفر میکائیلی

۶۱ ماکزیمم مساحت مثلثی که در یک بیضی قرار می‌گیرد و دو رأس آن F و F' و رأس دیگر آن نقطهٔ M روی بیضی باشد، کدام است؟

۱) ab
۲) $\frac{bc}{۲}$
۳) bc
۴) $\frac{ab}{۲}$

تالیفی مدرسه ریاضی سلامیان

۶۲ فاصلهٔ خط $۳y-۴x=۱۲$ از دایرهٔ $x^۲+y^۲-۴x-۲y+۱=۰$ چقدر است؟

۱) $\frac{۱۲}{۵}$
۲) $\frac{۱۷}{۵}$
۳) $\frac{۷}{۵}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

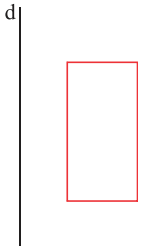
مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

۶۳ اگر صفحه‌ای غیرموازی با مولد، محور مخروط را با زاویهٔ حاده قطع کند، کدام مقطع زیر به وجود می‌آید؟

۱) سهمی
۲) هذلولی یا سهمی
۳) بیضی
۴) دایره یا بیضی

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۶۴ مستطیلی به ابعاد ۳ و ۶ واحد را حول خط d و به فاصلهٔ دو واحد از ضلع بزرگ‌تر دوران می‌دهیم. سطح مقطع صفحهٔ شامل محور دوران، چند برابر سطح مقطع صفحهٔ عمود بر محور این دوران است؟



۱) $\frac{۱۴}{۵\pi}$
۲) $\frac{۱۲}{۷\pi}$
۳) $\frac{۱۰}{۷\pi}$
۴) $\frac{۲}{\pi}$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۶۵ دایره‌ای به مرکز $O(۳, -۱)$ روی خط $۲x - ۵y + ۱۸ = ۰$ وتری به طول ۶ جدا می‌کند. شعاع این دایره چقدر است؟

۱) $\sqrt{۳۸}$
۲) ۶
۳) $\sqrt{۳۵}$
۴) ۷

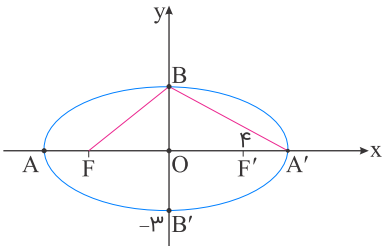
تالیفی جعفر میکائیلی

۶۶ یک بیضی به کانون‌های F و F'، رئوس کانونی A و A'، رئوس ناکانونی B و B' و خروج از مرکز e مفروض است. یک بیضی دیگر به کانون‌های B و B' و رئوس ناکانونی A و A' رسم می‌کنیم. قطر بزرگ این بیضی چندبرابر قطر بزرگ بیضی اولیه است؟

۱) $\sqrt{۲ + e^۲}$
۲) $\sqrt{۱ + e^۲}$
۳) $\sqrt{۱ - e^۲}$
۴) $\sqrt{۲ - e^۲}$

تالیفی حسین سعیدی

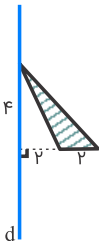
۶۷ در شکل زیر، قطر بزرگ بیضی روی محور xها و قطر کوچک بیضی روی محور yها قرار دارد، مساحت مثلث $A'BF$ کدام است؟



۱) $\frac{۱۵}{۲}$
۲) $\frac{۲۷}{۲}$
۳) ۶
۴) ۱۲

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۶۸ اگر سطح هاشورخورده را حول خط d دوران دهیم، حجم جسم حاصل چقدر است؟



۱) ۴۸π
۲) ۳۲π
۳) ۱۶π
۴) ۲۴π

تالیفی سیروس نصیری

۶۹ به ازای کدام مقدار a زاویهٔ بین خط مماس بر دایرهٔ $x^۲ + y^۲ - ۲x + y = ۱$ و خط به معادلهٔ $۳x + ۲y = a$ در نقطهٔ تلاقی آن‌ها ۹۰ درجه است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

۷۰ مثلث متساویالساقین را که $\sin B = \frac{۱}{۳}$ و B زاویهٔ مجاور به ساق است، حول قاعده دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل $\frac{۳۲\sqrt{۲}\pi}{۳}$ است. ساق مثلث کدام است؟

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

تالیفی عباس حسینی

۷۱ شرط آنکه از نقطهٔ $A(\alpha, -۱)$ بتوانیم بر دایرهٔ $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y = ۰$ دو مماس رسم کنیم، کدام است؟

۱) $\alpha \in \mathbb{R}$
۲) $\alpha \in [-۱, ۴]$
۳) $\alpha \in \mathbb{R} - [-۱, ۳]$
۴) $\alpha \in \mathbb{R} - (-۱, ۴)$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۷۲ اگر دایره‌های $(x-۲)^۲ + (y+۳)^۲ = ۴$ و $x^۲ + y^۲ - ax = ۵$ مماس برون باشند، مقدار a کدام است؟

۱) ۴
۲) -۴
۳) ۲
۴) -۲

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۷۳ متوازیالاضلاع به طول اضلاع ۱ و ۳ و زاویهٔ ۶۰° را حول ضلع بزرگ‌تر دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل از این دوران کدام است؟

۱) ۲۷π
۲) $\frac{۹\pi}{۴}$
۳) ۳π
۴) ۱۸π

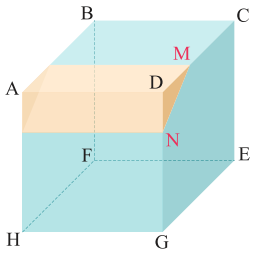
تالیفی عزیزالله علی اصغری

۷۴ در یک بیضی به اقطار $۲\sqrt{۵}$ و ۲ واحد، دایره‌های هم‌مرکز با بیضی و شعاع ۲ واحد، بیضی را در نقطهٔ M قطع می‌کند. مجموع مربعات فواصل M از دو کانون بیضی کدام است؟

۱) ۱۲
۲) ۱۶
۳) ۱۸
۴) ۲۰

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۷۵ مکعب زیر را توسط صفحه‌ای موازی صفحهٔ $BCGH$ برش می‌دهیم. اگر $AB = ۵\sqrt{۲}MN$ و حجم منشور جداشده ۲۰ باشد، طول ضلع مکعب کدام است؟



۱) $۱۰\sqrt[۳]{۴}$

۲) ۱۰

۳) $۵\sqrt[۳]{۲}$

۴) ۵

تالیفی عباس حسینی

۷۶ مرکز دایرهٔ $۲x^۲ + ۲y^۲ - ۲x + ۴y - ۱۰ = ۰$ از کدام‌یک از نقاط زیر به فاصلهٔ ۲/۵ است؟

۱) $(۱, -۳)$

۲) $(-۱, ۳)$

۳) $(۳, -۱)$

۴) $(۱, -۱)$

تالیفی حسین سعیدی

۷۷ اگر صفحه‌ای موازی یکی از مولدهای یک سطح مخروطی آن را قطع کند، مقطع پدید آمده کدام خواهد بود؟

۱) سهمی

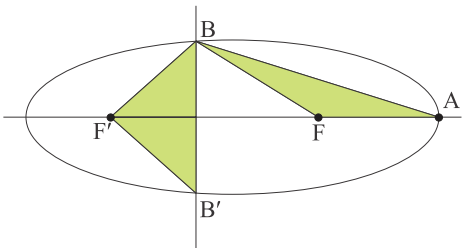
۲) سهمی یا رأس مخروط

۳) سهمی یا خط مولد

۴) خط مولد یا نقطه

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۷۸ اگر در بیضی زیر، مساحت دو قسمت رنگی با هم برابر باشند، نسبت دو قطر بیضی برابر کدام است؟



۱) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۸}$

۲) $\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$

۳) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۴}$

۴) $\frac{\sqrt{۶}}{۳}$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد - حمیدرضا پردازی مقدم

۷۹ کانون‌های یک بیضی نقاط $(۲ , ۳)$ و $(۱۰ , ۳)$ است. اگر قطر کوچک بیضی ۶ باشد، کدام‌یک از نقاط زیر یکی از دو سر قطر بزرگ بیضی است؟

۱) $(۳ , ۶)$

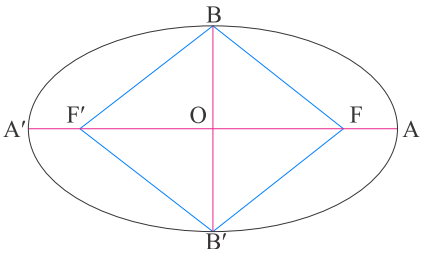
۲) $(-۱ , ۶)$

۳) $(۳ , ۱)$

۴) $(۷ , ۶)$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۸۰ در بیضی شکل زیر، چهار ضلعی $BFB'F'$ یک مربع است. اگر اندازهٔ AF برابر $۲\sqrt{۲}-۲$ باشد، آنگاه طول قطر کوچک بیضی کدام است؟



۱) $\sqrt{۲}$

۲) $۲\sqrt{۲}$

۳) ۲

۴) ۴

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۸۱ اگر خط $y=mx+n$ از نقطهٔ $A=(۱,۰)$ بگذرد و در دایرهٔ $x^۲+y^۲-۴x+۲y+۱=۰$ کوتاه‌ترین وتر ممکن را ایجاد کند، حاصل $۲m+n$ کدام است؟

۱) ۲

۲) -۱

۳) ۱

۴) صفر

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

۸۲ اگر $F=(۴,۱)$ کانون بیضی، $B=(۲,۵)$ رأس ناکانونی آن باشد، آنگاه مجموع فواصل هر نقطه روی این بیضی از دو کانون آن برابر کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۵}$

۲) $۴\sqrt{۵}$

۳) ۲

۴) ۴

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

۸۳ مستطیل به طول ۵ و عرض ۲ واحد را یک بار حول طول آن و بار دیگر حول عرض آن دوران می‌دهیم. اختلاف حجم‌های دو جسم حاصل، کدام است؟

۱) ۲۶π

۲) ۲۸π

۳) ۳۲π

۴) ۳۰π

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

۸۴ دایرهٔ به مرکز $۲,۰$ و مماس بر نیمساز ربع اول، خط به معادلهٔ $y=۱$ را با کدام طول‌ها قطع می‌کند؟

۱) ۱ و ۳

۲) ۰ و ۴

۳) $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۵}{۲}$

۴) $۲-\sqrt{۲}$ و $۲+\sqrt{۲}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

۸۵ اختلاف طول قطر بزرگ و کوچک بیضی برابر ۴ واحد و خروج از مرکز آن برابر $\frac{۴}{۵}$ است. فاصلهٔ کانونی این بیضی برابر کدام گزینه است؟

۱) ۸
۲) ۴
۳) ۲
۴) ۱

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۸۶ چند نقطه روی دایرهٔ $(m-۲)x^۲+۲y^۲+mx-۸y-۸=۰$ وجود دارد که از خط $۳x-my=۴$ به فاصلهٔ ۲ باشد؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) بستگی به مقدار m دارد.

تالیفی حسین سعیدی

۸۷ دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات بر خط $۴x+۳y=۱۰$ مماس است. اگر این دایره از نقطهٔ $(m,۲)$ بگذرد، مقدار m کدام است؟

۱) ۱
۲) -۱
۳) صفر
۴) ۲

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

۸۸ شش ضلعی منتظمی به ضلع a را حول یکی از قطرهای بزرگ آن دوران کامل می‌دهیم، حجم حاصل کدام است؟

۱) $\frac{۵\pi a^۳}{۸}$
۲) $\pi a^۳$
۳) $\frac{۲\pi a^۳}{۸}$
۴) $\frac{\pi a^۳}{۲}$

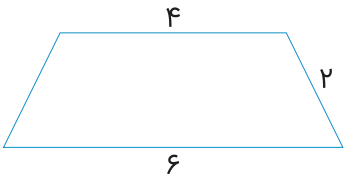
مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

۸۹ استوانه‌ای به شعاع قاعدهٔ ۵ و ارتفاع ۶ را در نظر بگیرید. صفحه‌ای که عمود بر قاعده، استوانه را قطع می‌کند، سطح مقطع مربعی‌شکل با آن می‌سازد. در این صورت فاصلهٔ مرکز قاعدهٔ استوانه از صفحهٔ مذکور چقدر است؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۳/۵
۴) ۴/۵

تالیفی محمد امین نباخته

۹۰ ذوزنقهٔ متساویالساقین زیر را حول قاعدهٔ بزرگتر دوران میدهیم. حجم جسم تولیدشده چند برابر π است؟



۱) ۱۲

۲) ۱۴

۳) ۱۰

۴) ۸

تالیفی امیر خمسه

۹۱ تقاطع خطوط $y_1 = -mx + \frac{1}{m}$ و $y_2 = \frac{x}{m}$ و $x = 0$ تشکیل یک مثلث میدهد. از دوران این مثلث حول خط $x = 0$، شکلی با کدام حجم حاصل میشود؟ $(m > 0)$

۱) $\frac{\pi}{3m(m^2+1)}$

۲) $\frac{\pi}{3(m^2+1)^2}$

۳) $\frac{\pi}{3m^2(m^2+1)}$

۴) $\frac{\pi}{3m(m^2+1)^2}$

تالیفی محمدجواد محسنی

۹۲ به ازای چند مقدار از m، معادلهٔ $(m^2-3)x^2 - 2my^2 + 4x - 2y - 2m = 0$ معادلهٔ یک دایره است؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) بیشمار

تالیفی حسین سعیدی

۹۳ مخروطی قائم به شعاع قاعدهٔ ۶ و ارتفاع ۹ را توسط صفحهای موازی با قاعدهٔ آن و به فاصلهٔ ۶ از آن برش میزنیم. حجم قسمت پا نی آن کدام است؟

۱) 98π

۲) 100π

۳) 102π

۴) 104π

تالیفی علی شهرابی فراهانی

۹۴ بیضی با کانونهای $F(1,1)$ و $F'(1,-1)$ و قطر بزرگ با مقدار ثابت $2\sqrt{5}$ در نظر بگیرید. مجموع فاصلههای کانونهای بیضی از خط مماس بر آن در رأس ناکانونی کدام است؟

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۸

۴) ۱۲

تالیفی سیروس نصیری

۹۵ در یک بیضی اگر قطر اصلی و فاصلهٔ کانونی ۱۰ و ۸ باشد و MF و MF' بر هم عمود باشند، حاصل $MF.MF'$ کدام است؟

۱) ۱۸

۲) ۳۶

۳) ۵۴

۴) ۹

تالیفی سیروس نصیری

۹۶ در یك بیضی فاصلهٔ یك کانون از دورترین نقاط بیضی، سه برابر فاصلهٔ همان کانون از نزدیك‌ترین نقاط بیضی است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۳}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۲}$

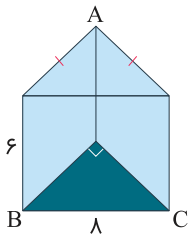
تالیفی سیروس نصیری

۹۷ اگر دایرهٔ $x^۲ + y^۲ - ۴x + ۲y + m = ۰$ بر خط به معادلهٔ $۳x + ۴y + ۳ = ۰$ مماس باشد، مقدار m کدام است؟

۱) ۴
۲) ۶
۳) ۲
۴) ۱

تالیفی سیروس نصیری

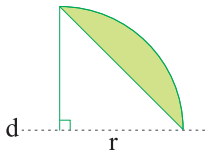
۹۸ در شکل زیر، مستطیلی به ابعاد ۶ و ۸، یکی از وجه‌های منشوری با قاعده‌های مثلث قائم‌الزاویهٔ متساویالساقین است. سطح مقطع صفحهٔ گذرنده از A، B و C با این منشور کدام است؟



۱) $۴\sqrt{۱۷}$
۲) $۸\sqrt{۱۷}$
۳) $۴\sqrt{۱۳}$
۴) $۸\sqrt{۱۳}$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

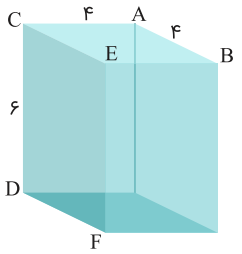
[illegible] از یک ربع دایره، مثلثی همانند شکل زیر جدا کرده و قسمت‌های باقی را حول محور d دوران می‌دهیم. حجم حاصل چند برابر d؟



۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۱}{۴}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۱}{۲}$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۱۰۰ مکعب مستطیل زیر مفروض است. مساحت مقطع ایجادشده توسط صفحهٔ گذرنده از یال (ضلع) AB و وسط دو یال (ضلع) CD و EF کدام است؟



۱) $۱۶\sqrt{۲}$

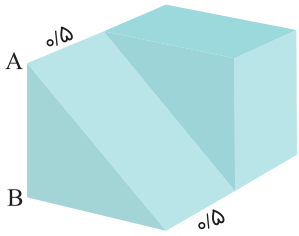
۲) ۱۵

۳) ۱۸

۴) ۲۰

تالیفی امیر خمسه

۱۰۱ در مکعب زیر به ضلع یک واحد، بخشی از آن جدا شده است. اگر صفحه‌ای عمود بر پاره‌خط AB و به فاصلهٔ $\frac{۱}{۳}$ از B، این شکل را برش بزند، مساحت سطح مقطع ایجادشده کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$

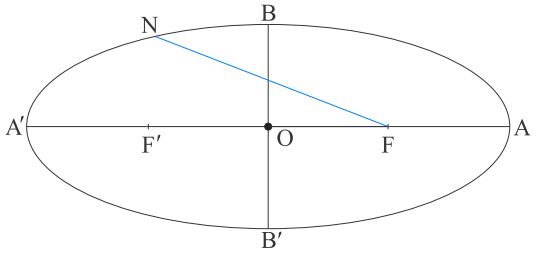
۲) $\frac{۳}{۴}$

۳) $\frac{۲}{۳}$

۴) $\frac{۵}{۶}$

تالیفی محمد امین نباخته

۱۰۲ در بیضی زیر، اگر $NF = ۱۶$، $OB = ۸$ و $AF = ۴$ باشد، مقدار NF' کدام است؟



۱) ۶

۲) ۴

۳) ۸

۴) ۲

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۰۳ دایره‌ای، محور xها را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ قطع کرده و مرکز آن، بر روی نیمساز ربع اول است. شعاع این دایره کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$

۲) ۲

۳) $\sqrt{۵}$

۴) ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

۱۰۴ از نقطهٔ $P\ (۱۵, ۱۶)$ دو مماس PA و PB را بر دایرهٔ $x^۲ + y^۲ - ۶x - ۷ = ۰$ رسم می‌کنیم. شیب خط گذرنده از A و B کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$

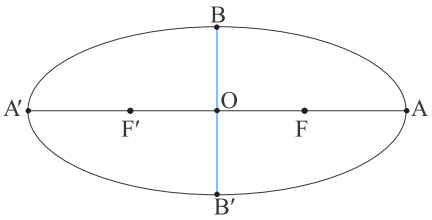
۲) $-\frac{۳}{۴}$

۳) $\frac{۴}{۳}$

۴) $-\frac{۴}{۳}$

تالیفی صبا مهدوی

۱۰۵ در بیضی زیر، مساحت چهار ضلعی $BA'B'F$، ۱/۵ برابر مساحت چهار ضلعی $BF'B'F$ است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟



۱) $\frac{۲}{۳}$

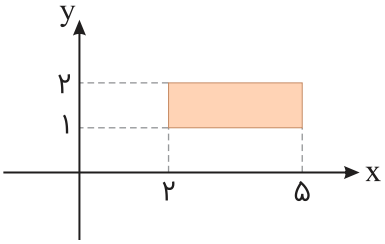
۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۱}{۴}$

۴) $\frac{۱}{۳}$

تالیفی حسین سعیدی

۱۰۶ اگر مستطیل زیر حول محور y دوران کند، حجم شکل حاصل از دوران کدام است؟



۱) ۹π

۲) ۲۵π

۳) ۲۱π

۴) ۱۳π

تالیفی محمدجواد محسنی

۱۰۷ دایره به مرکز $O(۱, -۲)$ و شعاع $\sqrt{۵}$ محور xها را با چه طولی قطع می‌کند؟

۱) ۱

۲) -۱

۳) ۲

۴) -۲

تالیفی جعفر میکائیلی

۱۰۸ دایره‌ای از دو نقطهٔ $۲, ۰$ و $-۲, ۰$ گذشته و بر خط به معادلهٔ $y = ۱$ مماس است. شعاع این دایره کدام می‌باشد؟

۱) $\frac{۳}{۲}$

۲) $\sqrt{۵}$

۳) $\frac{۵}{۲}$

۴) ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۸

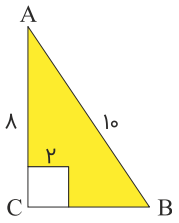
۱۰۹ ظرفی است به شکل نیمکره، به ضخامت یکنواخت ۳ واحد و قطر خارجی دهانهٔ آن ۱۶ واحد است. سطح کل این ظرف چند برابر π است؟

۱) ۲۰۸ ۲) ۲۱۲

۳) ۲۱۵ ۴) ۲۱۷

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

۱۱۰ در شکل زیر $AC = ۸$، $AB = ۱۰$ و طول ضلع مربع برابر ۲ است. اگر شکل را حول محور AC دوران دهیم، حجم حاصل از دوران قسمت رنگی کدام است؟



۱) ۹۶π

۲) ۸۸π

۳) ۲۸۸π

۴) ۲۸۰π

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۱۱ دایره‌ای از نقطهٔ $-۱ , -۲$ گذشته و بر هر دو محور مختصات مماس است. قطر بزرگ‌ترین دایره کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۲

۳) ۱۰ ۴) ۴

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۶

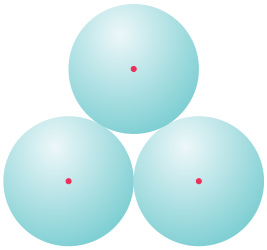
۱۱۲ فاصلهٔ نقطهٔ $M(x, y)$ از نقطهٔ $A(۳, ۶)$، دو برابر فاصلهٔ آن از مبدأ مختصات است. بزرگ‌ترین وتر از مکان نقاط M کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۳}$ ۲) $۲\sqrt{۵}$

۳) $۴\sqrt{۳}$ ۴) $۴\sqrt{۵}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

۱۱۳ سه کرهٔ یکسان مطابق شکل مفروضاند. با یک صفحه به فاصلهٔ ۲ از بالاترین نقاط کره‌ها، آن‌ها را برش داده‌ایم. مراکز سه مقطع حاصل را به هم وصل کرده‌ایم و مثلثی به مساحت $۱۶\sqrt{۳}$ حاصل شده است. شعاع هر کره چقدر است؟



۱) ۳

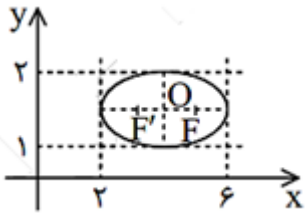
۲) ۴

۳) ۲

۴) ۵

تالیفی امیر خمسه

۱۱۴ خروج از مرکز بیضی زیر کدام است؟



۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۳) $\frac{\sqrt{۱۵}}{۴}$

۴) $\frac{\sqrt{۶}}{۳}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۴

۱۱۵ از دوران مثلث متساویالاضلاع به ضلع $۲\sqrt{۳}$ حول یکی از اضلاعش شکلی با کدام حجم ایجاد می‌شود؟

۱) ۶π

۲) $۶\sqrt{۳}\pi$

۳) $۴\sqrt{۳}\pi$

۴) ۴π

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۵

۱۱۶ ذوزنقه‌ای با طول قاعده‌های ۵ و ۸ و ارتفاع ۲ واحد را حول قاعدهٔ بزرگ آن دوران ۳۶۰ درجه می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟

۱) ۲۶π

۲) ۲۳π

۳) ۲۴π

۴) ۲۷π

تالیفی محمد امین نباخته

۱۱۷ خط عمود بر دو دایرهٔ $(x+۲)^۲+(y-۱)^۲=۱$ و $x^۲+y^۲-۶x=۰$ محور yها را با چه عرضی قطع می‌کند؟

۱) $\frac{۳}{۵}$

۲) $-\frac{۳}{۵}$

۳) $\frac{۵}{۳}$

۴) $-\frac{۵}{۳}$

تالیفی جعفر میکائیلی

۱۱۸ کوچک‌ترین دایرهٔ گذرا بر دو نقطهٔ $A(۲,۵)$ و $B(-۴,۱)$، محور xها را با کدام طول، قطع می‌کند؟

۱) $۱, -۳$

۲) $۰, -۳$

۳) $۲, -۱$

۴) $۳, -۲$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۱۱۹ دو دایرهٔ $x^۲+y^۲-۳\sqrt{۲}x-۳\sqrt{۲}y+۵=۰$ و $x^۲+y^۲=۹$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟

۱) متقاطع

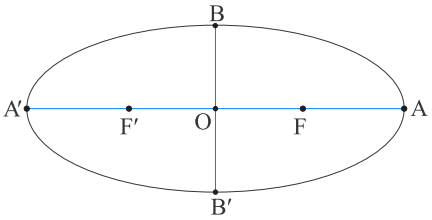
۲) مماس خارج

۳) مماس داخل

۴) متداخل

تالیفی جعفر میکائیلی

۱۲۰ بیضی شکل زیر مفروض است. در کدام حالت بیضی به دایره شبیه‌تر خواهد بود؟



۱) چهار ضلعی $BFB'F'$ مربع باشد.

۲) زاویهٔ $A\hat{B}A' = ۱۲۰^\circ$ باشد.

۳) $OF = AF$

۴) قطر کوچک نصف قطر بزرگ باشد.

تالیفی حسین سعیدی

۱۲۱ یک رویهٔ مخروطی را با یک صفحه برش می‌دهیم به‌طوری‌که صفحه بر محور آن عمود نیست و با خط مولد آن موازی نمی‌باشد. چند مورد از گزاره‌های زیر نمی‌تواند فصل مشترک آن‌ها باشد؟

الف) دایره　　ب) سهمی　　پ) هذلولی　　ت) بیضی

ث) یک خط　　ج) دو خط متقاطع　　چ) یک نقطه

۱) ۱　　۲) ۲

۳) ۳　　۴) ۴

تالیفی حسین سعیدی

۱۲۲ دو صفحهٔ موازی با فاصلهٔ ۲ واحد، کره‌ای به شعاع ۵ واحد را به‌گونه‌ای قطع می‌کنند که مساحت سطح مقطع حاصل از برخورد این دو صفحه، باهم برابر شود. مساحت یکی از این دو سطح برابر چند واحد مربع است؟

۱) ۲۱π　　۲) ۲۴π

۳) ۱۶π　　۴) ۲۵π

تالیفی محمدجواد محسنی

۱۲۳ کانون‌های یک بیضی $۲,۰$ و $۲,۸$ است. اگر قطر کوچک $۴\sqrt{۵}$ باشد، مختصات یکی از رأس‌های بیضی کدام است؟

۱) $(-۲,۰)$　　۲) $(۲,-۴)$

۳) $(۲,۲)$　　۴) $(۲,۱۰)$

تالیفی سیروس نصیری

۱۲۴ وضعیت دو دایرهٔ $C_۱ : x^۲+y^۲+۴x+۲y=۲۰$ و $C_۲ : ۲x^۲+۲y^۲=۴y-۱۲x-۱۲$ کدام است؟

۱) مماس داخل　　۲) مماس خارج

۳) متقاطع　　۴) متداخل

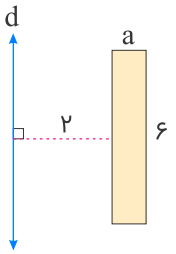
تالیفی فرزاد زمانی نژاد - حمیدرضا پردازی مقدم

۱۲۵ دایرهٔ $x^۲ + y^۲ + ۸x - ۱۴y + ۵۷ = ۰$ با بیضی به قطر بزرگ AA' هم‌مرکز و در نقاط A و A' بر این بیضی مماس است. اگر M نقطه‌ای دلخواه روی بیضی باشد، آنگاه مجموع فواصل M از دو کانون بیضی کدام است؟

۱) ۸
۲) ۴
۳) $۲\sqrt{۲}$
۴) $۴\sqrt{۲}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۲۶ مستطیلی به طول ۶ و عرض a در فاصلهٔ ۲ واحد از خط d قرار دارد. اگر حجم جسم حاصل از دوران این مستطیل حول خط d برابر ۳۰π باشد، مساحت مستطیل کدام است؟



۱) ۱
۲) ۶
۳) ۲
۴) ۳

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۲۷ دایرهٔ $x^۲ + y^۲ + ۲x - ۶y - ۶ = ۰$ از کدام ناحیهٔ مختصات نمی‌گذرد؟

۱) اول
۲) سوم
۳) چهارم
۴) از همهٔ نواحی می‌گذرد.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۲۸ شعاع دایره به مرکز $(-۲, ۲)$ و مماس خارج بر دایره $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y + ۱ = ۰$، کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۲}$
۲) ۳
۳) $۲\sqrt{۳}$
۴) ۴

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

۱۲۹ یک لوزی به قطرهای ۳ و ۴ واحد را حول قطر بزرگ‌تر دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟

۱) ۴π
۲) ۲π
۳) $\frac{۳\pi}{۲}$
۴) ۳π

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۱۳۰ فاصلهٔ نزدیک‌ترین نقاط دایره به معادلهٔ $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y = ۴$ از خط به معادلهٔ $۳x + ۴y = ۱۵$، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۱
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۰

۱۳۱ اگر در یک بیضی قطرها ۲۶ و ۱۰ واحد و مرکز بیضی $O(-1, 2)$ باشد، مختصات یکی از کانون‌های بیضی کدام می‌تواند باشد؟

۱) $(-13, -2)$
۲) $(13, 2)$
۳) $(-11, 2)$
۴) $(11, 2)$

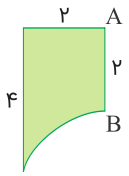
تالیفی سیروس نصیری

۱۳۲ دایرهٔ $x^2 + y^2 - 6x - 2y + m = 0$ از خط $3x = 4y$ وتری به طول $2\sqrt{3}$ جدا می‌کند. مقدار m کدام است؟

۱) ۶
۲) -۶
۳) ۸
۴) -۸

تالیفی حسین سعیدی

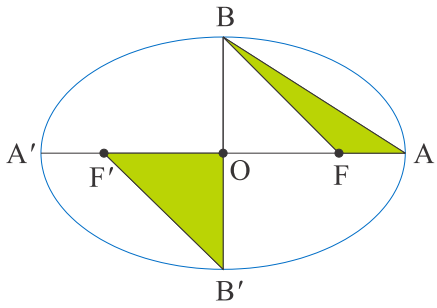
۱۳۳ شکل زیر را حول پاره‌خط AB به طول ۲، دوران می‌دهیم. مجموع مساحت‌های شکل حاصل کدام است؟



۱) 63π
۲) 28π
۳) 51π
۴) 49π

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۱۳۴ اگر خروج از مرکز بیضی زیر، $\frac{3}{5}$ باشد و F و F' کانون‌های بیضی باشند، نسبت مساحت $\overset{\Delta}{ABF}$ به مساحت مثلث $\overset{\Delta}{B'F'O}$ کدام است؟



۱) $\frac{2}{3}$
۲) $\frac{2}{5}$
۳) $\frac{3}{5}$
۴) $\frac{1}{3}$

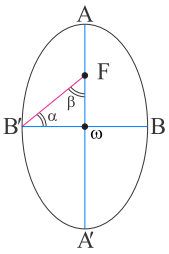
تالیفی مجید قهرمانی

۱۳۵ مرکز دایرهٔ C، نقطهٔ $(-2, 1)$ و این دایره با دایرهٔ $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 6 = 0$، مماس خارج است. دایرهٔ C، خط $y = 1$ را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) -3 و -1
۲) -4 و 0
۳) -5 و 1
۴) -6 و 2

تالیفی علی شهرابی فراهانی

۱۳۶ در بیضی قائم شکل زیر $2\hat{\alpha} + 3\hat{\beta} = 240^\circ$ است. خروج از مرکز بیضی چقدر است؟



۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

تالیفی سیروس نصیری

۱۳۷ در یک بیضی با رئوس کانونی $3,8$ و $3,-4$ و خروج از مرکز $\frac{\sqrt{5}}{3}$، مختصات یکی از رأس‌های دیگر کدام می‌تواند باشد؟

۱) $(2,5)$

۲) $(6,2)$

۳) $(7,2)$

۴) $(1,2)$

تالیفی علی شهرابی فراهانی

۱۳۸ صفحه‌ای عمود بر محور مخروط آن را قطع می‌کند. مقطع حاصل چیست؟

۱) دایره

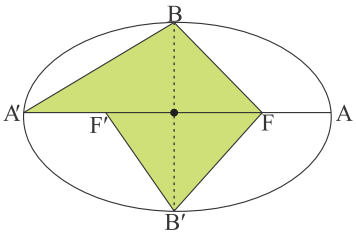
۲) بیضی

۳) سهمی

۴) هذلولی

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۱۳۹ در شکل زیر $FF' = 6\sqrt{3}$, $AA' = 12$ است. مساحت قسمت رنگی چقدر است؟



۱) $\frac{9}{2}(1+\sqrt{27})$

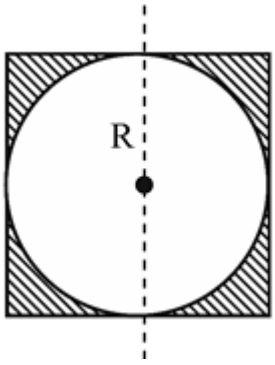
۲) $\frac{9}{2}(1+\sqrt{3})$

۳) $\frac{3}{2}(1+\sqrt{27})$

۴) $\frac{9}{2}(2+\sqrt{27})$

تالیفی سیروس نصیری

۱۴۰ در شکل زیر دایره‌ای به شعاع R در یک مربع محاط شده است. حجم حاصل از دوران قسمت هاشورخورده حول محور تقارن شکل چند برابر حجم حاصل از دوران قسمت هاشورنخورده است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$

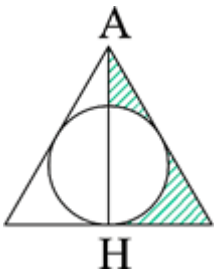
۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۱}{۴}$

۴) $\frac{۲}{۵}$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۴ ۱۳۹۵

۱۴۱ در مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $۴\sqrt{۳}$ واحد، حجم حاصل از دوران هر دو سطح سایه‌زده‌شده، در حول ارتفاع AH، کدام است؟



۱) ۸π

۲) $\frac{۴۰}{۳}\pi$

۳) ۲۴π

۴) $\frac{۳۲}{۳}\pi$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۶

۱۴۲ شعاع دایره‌ای که از سه نقطه با مختصات $۲,۱$ و $-۲,۴$ و $۰,۰$ می‌گذرد، کدام است؟

۱) ۲

۲) ۲/۵

۳) ۳

۴) ۳/۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

۱۴۳ استوانه‌ای قائم به شعاع قاعدهٔ ۲۰ سانتی‌متر و ارتفاع ۲۵ سانتی‌متر مفروض است. سطح مقطع صفحه‌ای موازی محور آن و با فاصلهٔ ۱۶ سانتی‌متر از محور آن با این استوانه، چند سانتی‌متر مربع است؟

۱) ۵۰۰

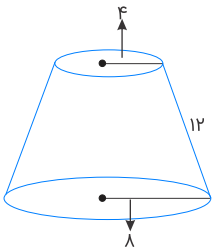
۲) ۴۰۰

۳) ۶۰۰

۴) ۷۰۰

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۱۴۴ صفحه‌ای به شکل عمودی، مخروط ناقص زیر را قطع می‌کند. اگر این صفحه از مرکز دو قاعده عبور کرده باشد، مساحت سطح مقطع حاصل کدام است؟



۱) $۴۸\sqrt{۲}$

۲) $۷۲\sqrt{۲}$

۳) $۱۴۴\sqrt{۲}$

۴) $۹۶\sqrt{۲}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۴۵ اگر بیشترین و کمترین فاصلهٔ نقاط بیضی از دو کانون به ترتیب ۱ و ۷ باشد، نسبت مساحت دایرهٔ محاط در بیضی، به مساحت دایرهٔ محیط بر آن، چقدر است؟

۱) $\frac{۷}{۱۶}$

۲) $\frac{۱۶}{۷}$

۳) $\frac{۹}{۱۶}$

۴) $\frac{۱۶}{۹}$

تالیفی مهدی ملارمضانی

۱۴۶ اگر شعاع دایرهٔ $ax^۲ + ۲y^۲ + ۲ax + ۶y - b = ۰$ برابر با $\frac{\sqrt{۱۹}}{۲}$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۵

۴) ۶

تالیفی جعفر میکائیلی

۱۴۷ مرکز دایره‌ای روی خط $۲x + y = ۱$ قرار دارد و این دایره بر دو خط $y - ۲x = ۰$ و $x + ۲y = ۰$ مماس می‌باشد. مساحت دایره برابر کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۵}$

۲) ۵π

۳) $\frac{۳}{۷}\pi$

۴) $\frac{۷}{۳}\pi$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۵

۱۴۸ مرکز دایرهٔ گذرا بر سه نقطهٔ $(۰,۰)$، $(۲,۳)$ و $(-۲,۱)$ برابر کدام است؟

۱) $(-\frac{۱}{۴}, \frac{۹}{۲})$

۲) $(\frac{۱}{۴}, -\frac{۹}{۲})$

۳) $(\frac{۱}{۸}, -\frac{۹}{۴})$

۴) $(-\frac{۱}{۸}, \frac{۹}{۴})$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۴

۱۴۹ قطر کوچک بیضی واسطهٔ حسابی قطر بزرگ و فاصلهٔ دو کانون است. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۵}$
۲) $\frac{۲}{۵}$
۳) $\frac{۳}{۵}$
۴) $\frac{۴}{۵}$

تالیفی مجید قهرمانی

۱۵۰ در مثلث قائم‌الزاویه‌ای طول وتر ۶ و یک زاویهٔ حاده ۶۰° است. حجم حاصل از دوران این مثلث حول وتر آن کدام است؟

۱) ۱۲π
۲) ۱۴π
۳) $\frac{۲۷}{۲}\pi$
۴) $\frac{۲۱}{۲}\pi$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۱۵۱ در کدام‌یک از اشکال زیر سطح مقطع حاصل از برخورد یک صفحه با آن، همواره دایره است؟

۱) مخروط
۲) استوانه
۳) کره
۴) غیرممکن

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۱۵۲ در یک مکعب به طول یال a، صفحهٔ قطری، آن را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند. این دو قسمت را در وجه مربع به هم می‌چسبانیم. سطح کل منشور حاصل، چند برابر $a^۲$ است؟

۱) $۵+\sqrt{۲}$
۲) $۴+۲\sqrt{۲}$
۳) $۵+۲\sqrt{۲}$
۴) $۳+۴\sqrt{۲}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۰

۱۵۳ دایره‌ای بر محور طول‌ها و خط $۴x+۳y=۰$ مماس است. اگر مرکز دایره در ناحیهٔ چهارم و شعاع آن ۲ واحد باشد، طول نقطه تماس آن با محور طول‌ها کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

تالیفی مدرسه ریاضی سلامیان

۱۵۴ دایرهٔ $(x-۲)^۲+(y+۱)^۲=۱۶$ روی خط $x-۲y-۳=۰$ وتری جدا می‌کند. معادلهٔ قطری از دایره که منصف این وتر باشد، کدام است؟

۱) $y=۲x-۵$
۲) $۲y=x-۴$
۳) $y=۳-۲x$
۴) $y=۲x-۳$

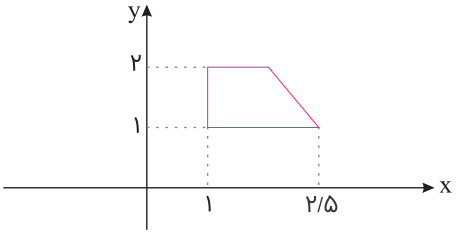
تالیفی جعفر میکائیلی

۱۵۵ فرض کنید $A(۲,۰)$، $O(۰,۰)$ و $B(۰,۱)$ است. مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ را حول خط $y=-۲$ دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟

۱) $\frac{۷\pi}{۳}$
۲) $\frac{۱۴\pi}{۳}$
۳) $\frac{۱۶\pi}{۳}$
۴) $\frac{۳۲\pi}{۳}$

تالیفی میلاد منصوری

۱۵۶ اگر از بین پاره‌خط‌های زیر، یکی از آن‌ها روی خط $y=-۲x+۶$ واقع باشد، حجم شکل حاصل از دوران این ذوزنقه حول محور yها تقریبا چقدر است؟ $(\pi \simeq ۳)$



۱) ۱۲/۵
۲) ۳۱/۲۵
۳) ۱۲/۲۵
۴) ۱۵/۲۵

تالیفی محمدجواد محسنی

۱۵۷ یک بیضی محور xها را در نقاطی به طول ۳ و ۱۵ قطع می‌کند. اگر $F(۳,۹)$ یکی از کانون‌های این بیضی باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۲}{۷}$
۴) $\frac{۳}{۸}$

تالیفی صبا مهدوی

۱۵۸ در یک بیضی فاصلهٔ کانونی $۴\sqrt{۵}$ و خروج از مرکز $\frac{\sqrt{۵}}{۳}$ می‌باشد، فاصلهٔ یک کانون از یک رأس غیرکانونی کدام است؟

۱) ۴
۲) ۶
۳) $۳\sqrt{۶}$
۴) $۲\sqrt{۵}$

تالیفی سیروس نصیری

۱۵۹ دو دایره به معادلات $x^۲+y^۲-۲x+۶y=۸$ و $x^۲+y^۲+۸x-۴y+۱۲=۰$ نسبت به هم کدام وضع را دارند؟

۱) مماس داخل
۲) متقاطع
۳) مماس خارج
۴) متخارج

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۶

۱۶۰ می‌خواهیم مثلثی به محیط ۳۲ و یک ضلع ۱۲ رسم کنیم. ارتفاع وارد بر ضلع ۱۲ چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۵
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۸

تالیفی حسین سعیدی

۱۶۱ دایرهٔ $x^۲ + y^۲ - ۴x + ۲ay + a = ۰$ بر محور yها مماس است. اگر این دایره حول خط $y = -۱$ دوران کند، حجم شکل حاصل کدام است؟ $(a > ۰)$

۱) $\frac{۳۲\pi}{۳}$
۲) $\frac{۱۶\pi}{۳}$
۳) $\frac{۸\pi}{۳}$
۴) $\frac{۴\pi}{۳}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۶۲ مثلث قائم‌الزاویه را که یک زاویهٔ ۶۰° دارد حول ضلع قائم بزرگ‌تر دوران می‌دهیم. اگر طول وتر برابر $۲\sqrt{۳}$ باشد، حجم جسم حاصل چقدر است؟

۱) ۴π
۲) ۳π
۳) ۲π
۴) π

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۵

۱۶۳ کوتاه‌ترین وتر گذرنده از نقطهٔ $A(۲, -۱)$ در دایرهٔ $x^۲ + y^۲ - ۸x + ۲y - ۱ = ۰$ چه اندازه‌ای دارد؟

۱) $۳\sqrt{۲}$
۲) $۲\sqrt{۷}$
۳) $۲\sqrt{۱۴}$
۴) $۶\sqrt{۲}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۶

۱۶۴ دو دایره به معادلات $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۶y = ۸$ و $x^۲ + y^۲ + ۸x - ۴y + ۱۲ = ۰$ نسبت به هم کدام وضع را دارند؟

۱) مماس خارج
۲) مماس داخل
۳) متقاطع
۴) متخارج

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۷

۱۶۵ اگر یک صفحه را با یک استوانهٔ قائم برخورد دهیم، کدام شکل هرگز به وجود نمی‌آید؟

۱) مستطیل
۲) بیضی
۳) دایره
۴) دو خط موازی هم

تالیفی محمدجواد محسنی

۱۶۶ حجم شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم‌الزاویهٔ متساویالساقین حول وترش $\pi\sqrt{۲}$ است. طول ضلع قائم این مثلث کدام است؟

۱) $\sqrt[۳]{۲}$
۲) $\sqrt[۳]{۳}$
۳) $\sqrt[۳]{۴}$
۴) $\sqrt[۳]{۶}$

تالیفی علی شهرابی فراهانی

۱۶۷ طول وتری از دایره به معادلهٔ $x^۲ + y^۲ - ۶x + ۴y + ۴ = ۰$ که نقطهٔ $۱, -۲$ وسط آن باشد، برابر کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۵}$
۲) $۲\sqrt{۳}$
۳) $۵\sqrt{۲}$
۴) $۳\sqrt{۲}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

۱۶۸ از داخل یک استوانهٔ قائم توپُر، به شعاع قاعدهٔ ۴ و ارتفاع ۵ واحد، بزرگ‌ترین مخروط قائم ممکن را حذف می‌کنیم. جسم حاصل را با صفحه‌ای موازی قاعدهٔ مخروط به فاصلهٔ ۳ واحد از آن قطع می‌دهیم. مساحت مقطع حاصل، کدام است؟

۱) $۱۰/۳۶\pi$
۲) $۱۱/۲۸\pi$
۳) $۱۲/۵۶\pi$
۴) $۱۳/۴۴\pi$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

۱۶۹ کدام تعریف برای بیضی مناسب و کامل است؟

۱) مکان هندسی نقاطی از صفحه که مجموع فاصله‌های آن‌ها از دو نقطهٔ ثابت واقع در همان صفحه، مقداری ثابت باشد.

۲) مکان هندسی نقاطی که مجموع مربعات فاصله‌های آن‌ها از دو نقطهٔ ثابت مقداری ثابت باشد.

۳) مکان هندسی نقاطی از صفحه که مجموع فاصله‌های آن از دو نقطهٔ ثابت برابر مقداری ثابت باشد و این مقدار ثابت باید بیشتر از فاصلهٔ دو نقطه باشد.

۴) هر سه گزینه صحیح است.

تالیفی سیروس نصیری

۱۷۰ مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع قائمهٔ $\sqrt{۲}$ و ۴ را حول وترش دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟

۱) $\frac{۱۶\pi}{۹}$
۲) $\frac{۱۶\sqrt{۲}\pi}{۹}$
۳) $\frac{۸\pi}{۹}$
۴) $\frac{۸\sqrt{۲}\pi}{۹}$

تالیفی علی شهرابی فراهانی

۱۷۱ دایره‌ای بر محور xها و خط به معادلهٔ $۳x + ۴y = ۰$ مماس است. اگر مرکز این دایره در ناحیهٔ اول و شعاع آن ۳ واحد باشد، نقطهٔ مشترک آن با محور xها با کدام طول است؟

۱) ۱
۲) ۱/۵
۳) ۲
۴) ۲/۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

۱۷۲ خط مماس بر دایرهٔ $C : x^۲ + y^۲ + ۲x - ۳y - ۳ = ۰$ از نقطه‌ی $A(۱, ۳)$ واقع بر آن، محور yها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

۱) $\frac{۱۳}{۳}$
۲) $\frac{۵}{۳}$
۳) $\frac{۱۳}{۴}$
۴) $\frac{۵}{۴}$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

۱۷۳ حجم جسم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC با ضلع‌های قائم AB و AC، به ترتیب با اندازه‌های ۵ و $۲\sqrt{۶}$ واحد، حول خط گذرا از رأس C و موازی ضلع AB، کدام است؟

۱) ۶۰π
۲) ۷۰π
۳) ۷۵π
۴) ۸۰π

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۱۷۴ دایره‌ای به مرکز $O(۲, -۳)$ روی خط $۳x - ۴y + ۲ = ۰$ وتری به طول ۶ جدا می‌کند. طول پاره‌خطی که این دایره روی محور xها جدا می‌کند، کدام است؟

۱) ۴
۲) ۸
۳) ۶
۴) ۱۰

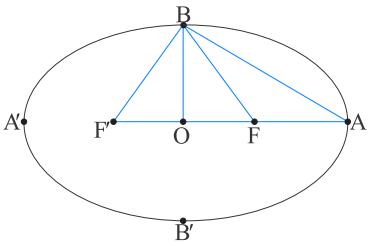
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۷۵ اگر صفحه‌ای که شامل محور یک سطح مخروطی است آن را قطع کند، مقطع حاصل کدام است؟

۱) دو مثلث متساویالاضلاع
۲) دو خط متقاطع
۳) دو خط موازی
۴) دو خط متعامد

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۱۷۶ یک بیضی به مرکز O و کانون‌های F, F' مطابق شکل مفروض است. اگر $S(\overset{\Delta}{OAB}) = ۳S(\overset{\Delta}{FBF'})$ باشد، خروج از مرکز کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۱}{۳}$

۳) $\frac{۱}{۶}$

۴) $\frac{۱}{۸}$

تالیفی سیروس نصیری

۱۷۷ دایره‌ای از نقطهٔ $-۱, ۲$ گذشته و بر هر دو محور مختصات مماس است. قطر دایرهٔ بزرگ‌تر کدام می‌باشد؟

۱) ۸

۲) ۱۰

۳) ۱۲

۴) ۱۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

۱۷۸ مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع قائم ۵ و ۱۲ را حول یکی از اضلاع قائم دوران می‌دهیم. مقدار کوچک‌تر حجم حاصل کدام است؟

۱) ۲۰π

۲) ۱۰۰π

۳) ۲۴۰π

۴) ۱۲۰π

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۱۷۹ دایرهٔ C بر دایره به معادلهٔ $x^۲ + y^۲ - ۴x + ۲y = ۴$ مماس خارج است. هر خط قائم بر دایرهٔ C از نقطهٔ $(۸, ۷)$ می‌گذرد. شعاع دایرهٔ C کدام است؟

۱) ۶

۲) ۷

۳) ۸

۴) ۹

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

۱۸۰ مساحت کوچک‌ترین دایره‌ای که بر دو دایرهٔ $(x - ۳)^۲ + y^۲ = ۲۵$ و $(x - ۱)^۲ + y^۲ = ۱$ مماس است چقدر است؟

۱) ۲π

۲) $\frac{\pi}{۲}$

۳) π

۴) $\frac{۳\pi}{۲}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۴

۱۸۱ یک لوزی با اقطار x و y $(y > x)$ را حول قطر بزرگ دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟

۱) $\frac{x^۲y}{۱۲}\pi$

۲) $\frac{xy^۲}{۱۲}\pi$

۳) $\frac{xy^۲}{۲۴}\pi$

۴) $\frac{x^۲y}{۲۴}\pi$

تالیفی محمدجواد محسنی

۱۸۲ نقطهٔ $M(۲\sqrt{۵}, b)$ مرکز دایره‌ای است که بر دو خط به معادلات $y = ۲x$ و $x = ۲y$ مماس است. شعاع دایرهٔ کوچک‌تر کدام است؟

۱) ۱
۲) ۱/۵
۳) ۲
۴) ۲/۵

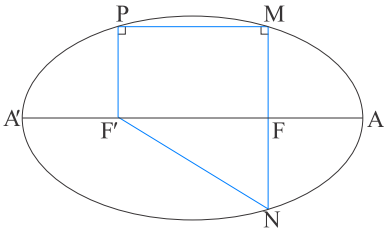
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

۱۸۳ بیشترین مساحت مقطعی که از برخورد یک صفحه با کره‌ای به حجم ۴۸π ایجاد می‌شود، کدام است؟

۱) $۶\sqrt[۳]{۶}\pi$
۲) $\sqrt[۳]{۳۶}\pi$
۳) ۶π
۴) ۱۲π

تالیفی عزیزالله علی اصغری

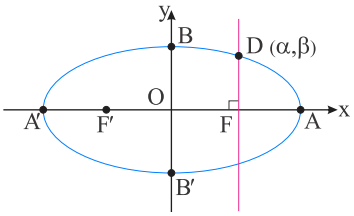
۱۸۴ شکل زیر مربوط به بیضی است. اگر $a^۲ = ۳۶ , b^۲ = ۴$ باشد، مساحت ذوزنقهٔ $PMNF'$ چقدر است؟



۱) $۱۰\sqrt{۲}$
۲) $۴\sqrt{۲}$
۳) $۶\sqrt{۲}$
۴) $۸\sqrt{۲}$

تالیفی سیروس نصیری

۱۸۵ مرکز بیضی زیر بر مبدأ مختصات و قطرهای آن مانند شکل بر محورهای x و y منطبق هستند و فاصلهٔ F از هر دو نقطهٔ O و A برابر ۴ است. خطی گذرا از F بر AA' عمود کرده‌ایم. این خط بیضی را در نقطهٔ D قطع کرده است. مختصات D کدام است؟



۱) $(۴, ۶)$
۲) $(۴, ۵)$
۳) $(۴, ۴)$
۴) $(۴, \frac{۹}{۲})$

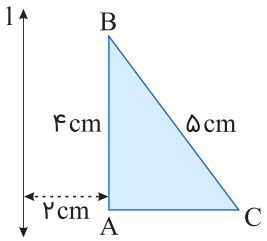
تالیفی سیروس نصیری

۱۸۶ خروج از مرکز یک بیضی افقی $\frac{۴}{۵}$، مرکز آن $O(-۴, -۱)$ و طول قطر کوچک این بیضی ۶ واحد است. مختصات یکی از کانون‌های این بیضی کدام است؟

۱) $(-۸, ۱)$
۲) $(-۹, -۱)$
۳) $(-۸, -۱)$
۴) $(-۹, ۱)$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۸۷ مطابق شکل، مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC را حول خط l دوران می‌دهیم. نسبت حجم کل به حجم استوانهٔ محاط درون شکل کدام است؟



۱) $\frac{۹}{۴}$

۲) $\frac{۴}{۹}$

۳) $\frac{۳}{۲}$

۴) $\frac{۲}{۳}$

تالیفی مهدی ملارمضانی

۱۸۸ فاصلهٔ دورترین نقاط دایره به معادلهٔ $x^۲ + y^۲ + ۴x - ۲y = -۱$ از خط به معادلهٔ $۳x = ۴y + ۵$ کدام است؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

تالیفی فرزاد زمانی نژاد - حمیدرضا پردازی مقدم

۱۸۹ هر خط قائم بر یک دایره، از نقطهٔ $(-۲, ۱)$ می‌گذرد. این دایره بر خط به معادلهٔ $y = x - ۱$ مماس است. شعاع دایره کدام می‌باشد؟

۱) ۲

۲) $۲\sqrt{۲}$

۳) ۳

۴) $۳\sqrt{۲}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

۱۹۰ مجموع شعاع‌های دایره‌هایی که از نقطهٔ $A(۳, ۲)$ می‌گذرند و بر محورها مماس می‌شوند، کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۵

۲) ۴

۳) ۱۰

۴) ۸

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۵

۱۹۱ مکان هندسی نقاطی که مجموع فواصل آن‌ها از دو نقطهٔ ثابت $M = (-۱, ۵)$ و $N = (-۱, ۱۲)$ برابر ۷ باشد، کدام است؟

۱) بیضی

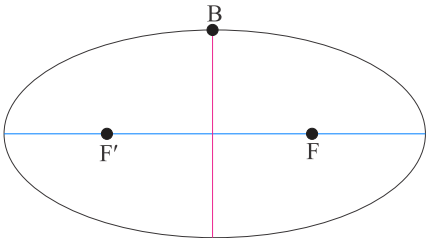
۲) پاره‌خط

۳) یك نقطه

۴) تهی

تالیفی سیروس نصیری

۱۹۲ در یک بیضی طول قطر بزرگ دو برابر طول قطر کوچک است. اندازهٔ زاویه FBF' چند درجه است؟



۱) ۶۰°

۲) ۳۰°

۳) ۱۲۰°

۴) ۴۵°

تالیفی سیروس نصیری

۱۹۳ از دوران مثلث متساویالاضلاع به ضلع $۲\sqrt{۳}$ حول یک ارتفاع آن شکلی با کدام حجم حاصل می‌شود؟

۱) ۶π

۲) ۱۲π

۳) ۹π

۴) ۳π

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

۱۹۴ دایرهٔ $۳x^۲ + ۳y^۲ - ۶x + c = ۰$ را دو واحد به سمت چپ و یک واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. اگر معادلهٔ دایرهٔ جدید به‌صورت $x^۲ + y^۲ + ax + by + ۱ = ۰$ باشد، حاصل $a + b + c$ کدام است؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۴

۴) -۴

تالیفی حسین سعیدی

۱۹۵ هر خط قائم بر یک دایره از نقطهٔ $(-۲, ۳)$ می‌گذرد. این دایره بر خط $y = x - ۳$ مماس است. شعاع دایره کدام است؟

۱) $۴\sqrt{۲}$

۲) ۸

۳) $\sqrt{۲}$

۴) ۴

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۴

۱۹۶ مقطع مخروطی کدام‌یک از اشکال زیر، هیچ‌گاه بیضی نیست؟

۱) استوانه

۲) مخروط

۳) کره

۴) مخروط ناقص

تالیفی میلاد منصوری

۱۹۷ خط به معادلهٔ $y = mx - ۱$ بر دایره بـه معادلهٔ $x^۲ + y^۲ - ۴x + ۱ = ۰$ مماس است. مجموع مقادیر m چقدر است؟

۱) -۲

۲) ۲

۳) ۴

۴) -۴

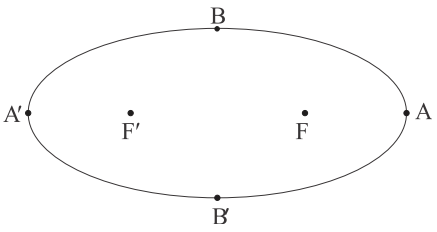
مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۴

۱۹۸ مکعبی را با یک صفحه به‌گونه‌ای برش می‌دهیم که صفحهٔ برش، سه ضلع هم‌رأس مکعب را دقیقاً از وسط آن‌ها قطع کند. نسبت مساحت سطح مقطع به مساحت کل مکعب چقدر است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲۴}$
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۴۸}$
۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۴۸}$
۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲۴}$

تالیفی مهدی ملارمضانی

۱۹۹ در بیضی زیر با خروج از مرکز $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$، دایره‌های به قطر AA' رسم می‌کنیم. همچنین از رأس B خطی موازی AA' می‌کشیم تا دایره را در M قطع کند. زاویهٔ $M\hat{F}F'$ چند درجه است؟ $(MF < MF')$



۱) ۹۰°
۲) ۶۰°
۳) ۱۲۰°
۴) ۱۳۵°

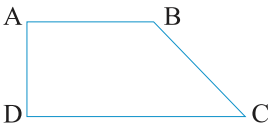
تالیفی حسین سعیدی

۲۰۰ طول وتری که دایره به معادلهٔ $(x-۲)^۲ + y^۲ = ۵$ از خط $x + y = ۰$ جدا می‌کند، چقدر است؟

۱) ۳
۲) ۶
۳) $\sqrt{۳}$
۴) $۲\sqrt{۳}$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۶

۲۰۱ ذوزنقهٔ $ABCD$ قائم‌الزاویه است. شکل فضائی حاصل از دوران آن حول اضلاع AD و DC به ترتیب کداماند؟



۱) مخروط ناقص - استوانه
۲) استوانه و مخروط - استوانه
۳) مخروط - مخروط ناقص
۴) مخروط ناقص- استوانه و مخروط

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۲۰۲ پاره‌خط $L : y = ۲x \; ; \; -۱ \le x \le ۲$ مفروض است. مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC که وتر آن L و یک ضلع آن موازی و بالای محور xها است را حول محور yها دوران می‌دهیم. مساحت بزرگ‌ترین سطح مقطع دایره‌های در شکل به وجود آمده کدام است؟

۱) ۴π
۲) ۱۲π
۳) ۱۶π
۴) ۹π

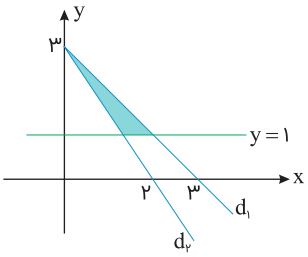
تالیفی میلاد منصوری

۲۰۳ قطری از دایرهٔ $x^۲ + y^۲ + ۴x - ۶y - ۱ = ۰$ که موازی خط $y - x = ۱$ است از کدام نقطه می‌گذرد؟

۱) $A(۲, -۳)$
۲) $B(۱, ۶)$
۳) $C(۲, ۱)$
۴) $D(۱, -۴)$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۴

۲۰۴ در شکل زیر، ناحیه هاشورخورده را حول محور عرض‌ها دوران می‌دهیم، حجم حاصل چقدر است؟



۱) $\frac{۴۰\pi}{۲۷}$
۲) $\frac{۲۰\pi}{۹}$
۳) $\frac{۴۰\pi}{۹}$
۴) $\frac{۲۰\pi}{۲۷}$

تالیفی امیر خمسه

۲۰۵ کدام‌یک از نقاط داده‌شده بیرون دایرهٔ $x^۲ + y^۲ + ۴x - ۴y + ۱ = ۰$ است؟

۱) $(-۲, ۳)$
۲) $(۱, ۴)$
۳) $(-۳, ۰)$
۴) $(-۱, ۲)$

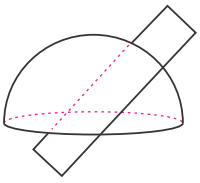
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۰۶ دو دایره به معادلات $x^۲ + y^۲ + ۲x - ۴y = ۹$ و $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y = ۴$ نسبت به هم چگونه‌اند؟

۱) مماس خارج
۲) مماس داخل
۳) متقاطع
۴) متخارج

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۴

۲۰۷ مطابق شکل صفحه‌ای یک نیمکره را قطع می‌کند. سطح مقطع ایجادشده کدام است؟



۱) یک سهمی
۲) قسمتی از هذلولی
۳) قسمتی از دایره
۴) قسمتی از بیضی

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۰۸ قطر کوچک یک بیضی موازی محور yها است. اگر این بیضی در $x = ۲$ مماس بر محور x باشد و در نقاط به عرض ۲ و ۴ محور yها را قطع کند و $e = \frac{۱}{۳}$ باشد، فاصلهٔ بین دو کانون این بیضی چقدر است؟

۱) $\sqrt{۳}$
۲) $\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$
۳) $\sqrt{۲}$
۴) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$

تالیفی مجید قهرمانی

۲۰۹ در یک بیضی فاصلهٔ دو کانون با قطر کوچک برابر است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

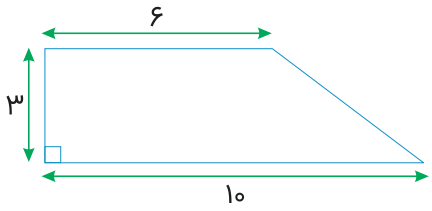
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۱۰ معادلهٔ دایره‌ای که بر چهار خط $x = ۱$، $x = ۵$، $y = ۳$ و $y = -۱$ مماس باشد، کدام است؟

۱) $x^۲ + y^۲ + ۶x + ۲y + ۱۶ = ۰$
۲) $x^۲ + y^۲ + ۶x - ۲y + ۶ = ۰$
۳) $x^۲ + y^۲ - ۶x + ۲y + ۱۶ = ۰$
۴) $x^۲ + y^۲ - ۶x - ۲y + ۶ = ۰$

تالیفی جعفر میکائیلی

۲۱۱ از دوران ذوزنقهٔ زیر حول قاعدهٔ بزرگش، شکلی با کدام حجم تولید می‌شود؟



۱) ۶۶π
۲) ۵۴π
۳) ۳۰π
۴) ۹۰π

تالیفی محمدجواد محسنی

۲۱۲ دو نقطهٔ A و B در یک طرف خط d قرار دارند و فاصلهٔ آن‌ها از خط d به ترتیب ۴ و ۸ هستند. امتداد AB با خط d زاویهٔ ۴۵° می‌سازد. AB را حول d دوران داده و شکل حاصل را با صفحهٔ شامل خط d برش می‌دهیم. سطح مقطع حاصل چقدر خواهد بود؟

۱) ۲۴
۲) ۳۶
۳) ۴۸
۴) ۵۲

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۲۱۳ استوانه‌ای قائم به شعاع قاعدهٔ ۵ و ارتفاع ۸ را یک بار با یک صفحهٔ افقی و بار دیگر با صفحهٔ گذرا بر مراکز قاعده‌های آن برش می‌زنیم. نسبت سطح مقطع دوم به سطح مقطع اول کدام است؟

۱) $\frac{۸}{۵\pi}$
۲) $\frac{۸}{۲۵\pi}$
۳) $\frac{۱۶}{۲۵\pi}$
۴) $\frac{۱۶}{۵\pi}$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۲۱۴ دایره‌ای به مرکز $(۳\ ,\ ۱)$ بر روی خط راست $۵x + ۱۲y = ۱۵$، وتری به طول $۲\sqrt{۲۱}$، جدا می‌کند. این دایره بر روی محور xها، وتری با کدام اندازه جدا می‌کند؟

۱) $۲\sqrt{۶}$
۲) ۶
۳) $۲\sqrt{۱۵}$
۴) ۸

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۲۱۵ فصل مشترک یک صفحه با یک سطح استوانه‌ای کدام‌یک از موارد زیر نمی‌تواند باشد؟

۱) یک خط
۲) دو خط موازی
۳) هذلولی
۴) بیضی

تالیفی جعفر میکائیلی

۲۱۶ A و B دو نقطهٔ ثابت در صفحه هستند و M مکان هندسی نقاطی از صفحه است که $\frac{MA - ۲MB}{MA - ۴} = ۳$. در این صورت بیشترین فاصلهٔ نقاط مکان هندسی M کدام است؟

۱) ۶
۲) ۴
۳) ۱۲
۴) $\frac{۳}{۲}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۴

۲۱۷ شعاع دایره‌ای که از دو نقطهٔ $۰,۰$ و $۳,۱$ گذشته و مرکز آن روی خط به معادلهٔ $y = ۲x$ باشد، کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۲}$
۲) $\sqrt{۵}$
۳) $\sqrt{۱۰}$
۴) $\sqrt{۱۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۶

۲۱۸ مربعی به ضلع ۳ را یکبار نسبت به یکی از قطرهایش دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل برابر $V_۱$ است. همین مربع را اگر نسبت به یکی از اضلاعش دوران می‌دادیم، شکلی با حجم $V_۲$ به دست می‌آمد. نسبت $\frac{V_۱}{V_۲}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$
۲) ۲
۳) $۲\sqrt{۲}$
۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۶}$

تالیفی میلاد منصوری

۲۱۹ خط $7x - y + 12 = 0$ دایرهٔ $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$ را در دو نقطه قطع می‌کند. طول این نقاط کدام است؟

۱) ۱ و ۲

۲) ۱ و -2

۳) -1 و -2

۴) -1 و ۲

تالیفی جعفر میکائیلی

۲۲۰ اگر یک کره به شعاع ۶ واحد را با تعدادی برش با فاصله‌های یکسان، به ۴ قسمت تقسیم کنیم، اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین سطح مقطع حاصل‌شده توسط برش‌های ذکرشده، کدام است؟

۱) 9π

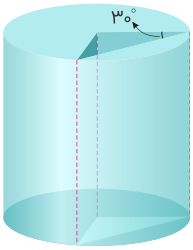
۲) 4π

۳) 16π

۴) 13π

تالیفی محمدجواد محسنی

۲۲۱ استوانهٔ زیر را توسط صفحات نشان داده شده در شکل برش می‌دهیم. اگر شعاع قاعدهٔ استوانه ۵ و ارتفاع آن ۱۰ باشد، حجم قسمت جداشده از استوانه چقدر است؟



۱) $50\sqrt{3}$

۲) $100\sqrt{3}$

۳) $200\sqrt{3}$

۴) $\frac{125}{2}\sqrt{3}$

تالیفی عباس حسینی

۲۲۲ خط $y = x$ روی دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات وتری به طول ۸ واحد جدا می‌کند. در این صورت این دایره از کدام نقطه می‌گذرد؟

۱) $(3, 3)$

۲) $(\sqrt{3}, \sqrt{13})$

۳) $(\sqrt{2}, \sqrt{12})$

۴) $(\sqrt{5}, \sqrt{7})$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۲۳ تمام خطوط قائم بر دایرهٔ $C(O, R)$ از نقطه‌ای به مختصات $(-1, 4)$ می‌گذرد. اگر این دایره روی خط $3x + 4y + 2 = 0$ وتری به طول ۸ جدا کند، مساحت این دایره کدام است؟

۱) 9π

۲) 16π

۳) 25π

۴) 36π

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۴

۲۲۴ خط‌المرکزین دو دایره، خط $۲x - y = ۶$ است. اگر این دو دایره بر محورهای مختصات مماس باشند آنگاه شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر برابر کدام است؟

۱) ۲
۲) ۶
۳) ۴
۴) ۸

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

۲۲۵ مثلثی به اضلاع ۱۳، ۱۲ و ۵ را حول ضلع بزرگ آن دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل از دوران کدام است؟

۱) $\frac{۶۰۰}{۱۶۹}\pi$
۲) $\frac{۳۶۰۰}{۱۳}\pi$
۳) $\frac{۱۲۰۰}{۱۳}\pi$
۴) $\frac{۲۴۰۰}{۱۶۹}\pi$

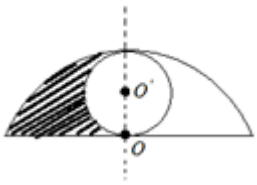
تالیفی محمدجواد محسنی

۲۲۶ اگر معادلهٔ $(a-۱)x^۲ + y^۲ + (c-۲)xy + dx - ۲y + ۵ = ۰$ دایره باشد، کمترین مقدار طبیعی $a + c + d$ کدام است؟

۱) ۴
۲) ۷
۳) ۸
۴) ۹

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

۲۲۷ دایره‌های به شعاع ۲ مطابق شکل زیر درون کوچک‌ترین نیم‌دایره قرار گرفته است. حجم شکل حاصل از دوران قسمت هاشورخورده حول قطر OO' کدام است؟



۱) $\frac{۱۲۸\pi}{۳}$
۲) ۳۲π
۳) ۶۴π
۴) $\frac{۶۴\pi}{۳}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

۲۲۸ دو دایرهٔ C و C' در نقطهٔ $(۰,۱)$ مماس برونی هم هستند. اگر قائم‌های بر دایرهٔ C همواره از نقطهٔ $(-۳,۲)$ بگذرد، مرکز دایرهٔ C' با شعاع $\sqrt{۵}$ کدام است؟

۱) $(-۱,۳)$
۲) $(-۱,۲)$
۳) $(۱,-۲)$
۴) $(۱,-۱)$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

۲۲۹ شعاع بزرگ‌ترین دایره به مرکز $-۴ , ۰$ که با دایرهٔ $C: x^۲ + y^۲ + ۶x - ۲y + ۲ = ۰$ مماس داخل باشد، کدام است؟

۱) $۳\sqrt{۲}$
۲) $۴\sqrt{۲}$
۳) $\sqrt{۲}$
۴) $۲\sqrt{۲}$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

۲۳۰ سطح مقطع صفحهٔ گذرنده از یک قطر وجه یا از دو قطر موازی در دو وجه موازی مکعب، با مکعب کدام است؟

۱) متوازیالاضلاع یا ذوزنقهٔ متساویالساقین
۲) مستطیل یا ذوزنقهٔ متساویالساقین
۳) مستطیل یا متوازیالاضلاع
۴) مستطیل یا لوزی

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۵

۲۳۱ مختصات دو کانون یک بیضی $(۴,۱)$ و $(-۶,۱)$ و طول قطر کوچک آن $۲\sqrt{۳۹}$ است. این بیضی از کدام نواحی مختصات می‌گذرد؟

۱) فقط ۱ و ۲
۲) فقط ۱ و ۲ و ۳
۳) فقط ۱ و ۲ و ۴
۴) همهٔ نواحی

تالیفی صبا مهدوی

۲۳۲ نقاط $F(۲-\sqrt{۶},۲\sqrt{۲})$ و $F'(۲+\sqrt{۶},۲\sqrt{۲})$ دو کانون یک بیضی‌اند، اگر کمترین فاصلهٔ مرکز این بیضی تا نقاط واقع بر آن $۲\sqrt{۳}$ واحد باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۳}$
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۵

۲۳۳ نقطهٔ $A(۱,-۲)$ داخل کدام‌یک از دایره‌های زیر است؟

۱) $x^۲+y^۲=۱$
۲) $x^۲+y^۲=۲x-۵$
۳) $x^۲+y^۲-۸x-۴y-۵=۰$
۴) $x^۲+y^۲-۱۰x+۸y=۰$

تالیفی جعفر میکائیلی

۲۳۴ در یک بیضی نسبت اقطار برابر $\sqrt{۵}$ است. خروج از مرکز بیضی چند برابر $\frac{۱}{\sqrt{۵}}$ است؟

۱) ۲
۲) ۱
۳) ۴
۴) $\frac{۳}{۲}$

تالیفی سیروس نصیری

۲۳۵ معادلهٔ دایره‌ای که دو نقطهٔ $A(-۱,۴)$ و $B(۳,۲)$ دو سر قطر آن باشد، کدام است؟

۱) $x^۲+y^۲-۴x-۶y+۵=۰$
۲) $x^۲+y^۲-۲x-۶y-۱۰=۰$
۳) $x^۲+y^۲-۴x-۶y-۱۰=۰$
۴) $x^۲+y^۲-۲x-۶y+۵=۰$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

۲۳۶ طول مماس رسم شده از نقطهٔ $A\begin{vmatrix}۱\\۲\end{vmatrix}$ بر دایرهٔ $۲x^۲ + my^۲ + ۴x - ۸ = ۰$ برابر کدام است؟

۱) $\sqrt{۱۲}$
۲) $\sqrt{m}$
۳) $\sqrt{۳}$
۴) $\sqrt{۶}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۶

۲۳۷ اگر مستطیلی به طول قطر $۳\sqrt{۱۰}$ را حول طول و عرض خود دوران دهیم، حجم شکل پدید آمده در یکی از حالات سه برابر حجم شکل به‌وجودآمده در حالت دیگر است. محیط این مستطیل کدام است؟

۱) ۱۳
۲) ۹
۳) ۲۴
۴) ۱۰

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۲۳۸ به ازای کدام مقدار m، خط به معادلهٔ $y = mx + ۲$ بر دایرهٔ $x^۲ + y^۲ - ۲x = ۳$ مماس است؟

۱) $-\frac{۴}{۳}$ و ۰
۲) $\frac{۴}{۳}$ و ۰
۳) $-\frac{۴}{۳}$ و ۱
۴) $\frac{۲}{۳}$ و ۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

۲۳۹ به ازای کدام مجموعه مقادیر a، منحنی به معادلهٔ $۲x^۲ + (a^۲ - ۷)y^۲ + ۴y + a = ۰$ یک دایره است؟

۱) $\{-۳\}$
۲) $\{۳\}$
۳) $\{-۳, ۳\}$
۴) $\varnothing$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۵

۲۴۰ در یک بیضی فاصلهٔ هر کانون از رأس نزدیک‌تر و دورتر به ترتیب ۴ و ۸ است. اندازهٔ قطر کوچک بیضی چقدر است؟

۱) ۳۲
۲) $۴\sqrt{۲}$
۳) $۸\sqrt{۲}$
۴) ۱۶

تالیفی سیروس نصیری

۲۴۱ هر خط قائم بر دایره، از نقطهٔ $(-۱, ۴)$ می‌گذرد. این دایره بر خط $y = x + ۱$ مماس است. شعاع دایره چقدر است؟

۱) $\sqrt{۲}$
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۳) $۲\sqrt{۲}$
۴) $۴\sqrt{۲}$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۶

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

۲۴۲ از داخل یک استوانهٔ قائم به ارتفاع ۵ و شعاع قاعدهٔ ۲ واحد، بزرگ‌ترین مخروط ممکن را خارج کرده‌ایم. صفحه‌ای موازی قاعدهٔ مخروط را تقریباً در چه فاصله‌ای از آن با استوانه قطع دهیم که مساحت سطح مقطع ایجادشده برابر $۱/۴۴\pi$ شود؟

۱) ۱
۲) ۰/۲۵
۳) ۴
۴) ۴/۷۵

تالیفی مهدی ملارمضانی

۲۴۳ اگر یک لوزی با طول قطرهای ۶ و ۴ حول قطر بزرگ، دوران داده شود، حجم شکل حاصل چقدر است؟

۱) ۲۴π
۲) ۴π
۳) ۸π
۴) ۱۲π

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۴۴ در یک بیضی فاصلهٔ کانون F از نزدیک‌ترین نقطهٔ بیضی برابر ۵ و فاصلهٔ کانون F تا دورترین نقطهٔ بیضی برابر ۱۳ است. در این بیضی در کانون F خطی بر قطر بزرگ بیضی عمود می‌کنیم تا بیضی را در نقاط M و N قطع کند. طول پاره‌خط MN کدام است؟

۱) $\frac{۶۵}{۹}$
۲) $\frac{۱۳۰}{۹}$
۳) $\frac{۶۷}{۹}$
۴) $\frac{۱۳۴}{۹}$

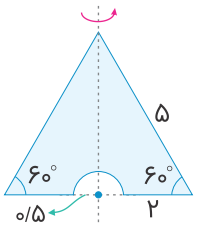
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۴۵ بیضی با خروج از مرکز $e = \frac{۲}{۳}$ و کانون $F(۲,۱)$ و رأس کانونی نظیر آن $A(۲,۴)$ مفروض است. بیشترین مساحت از بین مثلث‌هایی که یک رأس آن روی بیضی و دو رأس آن کانون‌های این بیضی باشند، کدام است؟

۱) $۱۸\sqrt{۵}$
۲) $۱۹\sqrt{۵}$
۳) $۵\sqrt{۱۸}$
۴) $۳۶\sqrt{۵}$

تالیفی سیروس نصیری

۲۴۶ حجم شکل حاصل از دوران شکل زیر حول محور تقارنش کدام است؟ $(x \simeq ۳)$



۱) $\frac{۱۲۵\sqrt{۳}-۲}{۸}$
۲) ۳۱
۳) $\frac{۱۲۵\sqrt{۳}}{۴}$
۴) ۴۳

تالیفی عزیزالله علی اصغری

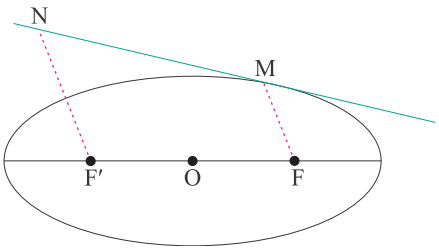
Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۴۷ دو دایره به معادله‌های $x^۲+y^۲-۴x+۴y=۱$ و $x^۲+y^۲-۴x+۸y+۱۹=۰$، نسبت به یکدیگر چگونه‌اند؟

۱) مماس خارجی
۲) مماس داخلی
۳) متقاطع در دو نقطه
۴) یکی خارج دیگری

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۰

۲۴۸ در یک بیضی به اقطار ۶ و ۱۰ و کانون‌های F و F'، فاصلهٔ نقطهٔ M روی بیضی از مرکز آن برابر با ۴ است. خطی موازی MF از F' رسم می‌کنیم تا مماس رسم‌شده بر بیضی از نقطهٔ M را در N قطع کند. طول MN چندبرابر NF' است؟



۱) $\sqrt{۲}$
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۳) $\sqrt{۳}$
۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

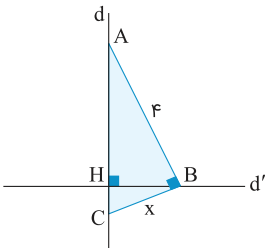
تالیفی حسین سعیدی

۲۴۹ اگر رابطهٔ $(a-۳)x^۲+۲y^۲+۲x-۳y+b=۰$ معادلهٔ یک دایره باشد، a و b کدام است؟

۱) $a=۵$ و $b<۵$
۲) $a=۵$ و $b<\frac{۱۳}{۸}$
۳) $a=۴$ و $b<۵$
۴) $a=۵$ و $b>۵$

تالیفی جعفر میکائیلی

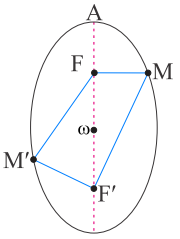
۲۵۰ در شکل زیر حجم حاصل از دوران مثلث ABH حول محور d، هشت برابر حجم حاصل از دوران مثلث BCH حول محور d' می‌باشد. x کدام است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

تالیفی عباس حسینی

۲۵۱ شکل زیر مربوط به بیضی است. اگر طول ωA برابر ۱ باشد، محیط چهار ضلعی $MFM'F'$ کدام است؟



۱) ۴
۲) ۲
۳) $\frac{۲}{۷}$
۴) $\frac{۴}{۷}$

تالیفی سیروس نصیری

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

۲۵۲ در بیضی به کانون‌های $(-۱, ۲)$, $(۷, ۲)$ اندازهٔ قطر کوچک ۶ واحد است. خط $y = -۱$ بیضی را در دو نقطهٔ A و B قطع می‌کند. فاصلهٔ نقاط A و B برابر کدام گزینه است؟

۱) ۱/۸ ۲) ۳/۶

۳) ۱/۷ ۴) ۳/۴

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۵۳ شعاع دایرهٔ گذرنده از نقاط $(۲, ۱)$، $(۱, ۲)$ و $(۰, -۳)$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۵۹}}{۴}$ ۲) $\frac{\sqrt{۶۵}}{۳}$

۳) $\frac{\sqrt{۶۷}}{۵}$ ۴) $\frac{\sqrt{۵۳}}{۲}$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

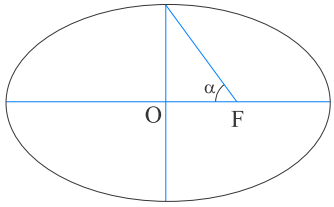
۲۵۴ به کمک نخی به طول ۱۲ و دو نقطهٔ ثابت به فاصلهٔ ۴، یک بیضی رسم کرده‌ایم. قطر بزرگ این بیضی چندبرابر قطر کوچک آن است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}$

۳) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\frac{۵\sqrt{۲}}{۴}$

تالیفی مجید قهرمانی

۲۵۵ در بیضی شکل زیر $\frac{b}{a\sqrt{۳}+b} = \frac{۱}{۳}$ است. زاویهٔ α چقدر است؟



۱) ۱۵°

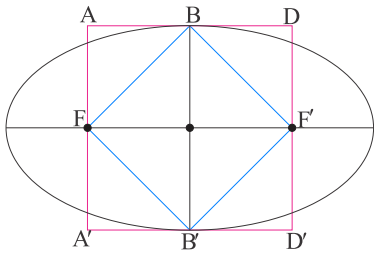
۲) ۳۰°

۳) ۴۵°

۴) ۶۰°

تالیفی سیروس نصیری

۲۵۶ در بیضی زیر، مساحت مربع $BFB'F'$ چه کسری از مساحت مربع $AA'D'D$ است؟



۱) ۲

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۱

۴) ۳

تالیفی مهدی ملارمضانی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۵۷ دو دایره با معادله‌های $x^۲ + y^۲ + ۴x = ۰$ و $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۸y + a = ۰$ نسبت به هم مماس برون هستند، مقدار a کدام است؟

۱) ۸
۲) ۷
۳) ۶
۴) ۵

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۵۸ دایره‌ای، محور xها را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ قطع کرده و مرکز آن، بر روی نیمساز ربع اول است. شعاع این دایره کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$
۲) $\sqrt{۵}$
۳) ۲
۴) ۵

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۶

۲۵۹ معادلهٔ دایره‌ای که مرکزش نقطهٔ $O(۱, ۲)$ بوده و بر دایرهٔ $(x + ۳)^۲ + (y + ۱)^۲ = ۹$ مماس خارج باشد، کدام است؟

۱) $x^۲ + y^۲ + ۲x + ۴y + ۱ = ۰$
۲) $x^۲ + y^۲ + ۲x + ۴y + ۲ = ۰$
۳) $x^۲ + y^۲ - ۲x - ۴y + ۱ = ۰$
۴) $x^۲ + y^۲ - ۲x - ۴y + ۲ = ۰$

تالیفی جعفر میکائیلی

۲۶۰ بیضی شامل کانون‌هایی به نقاط $۱, ۱$ و $-۳, ۱$ و قطر بزرگ $۲\sqrt{۱۳}$ از کدام‌یک از نواحی مختصات می‌گذرد؟

۱) فقط ناحیهٔ ۱ و ۲
۲) فقط ناحیهٔ ۳ و ۴
۳) همهٔ نواحی مختصات
۴) نواحی ۱، ۲ و ۳

تالیفی مهدی ملارمضانی

۲۶۱ دو دایره گذرا بر نقطهٔ $۲, -۹$ بر هر دو محورهای مختصات مماس است. شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر، کدام است؟

۱) ۱۴
۲) ۱۵
۳) ۱۷
۴) ۱۹

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک چهارم داخل ۱۳۹۵

۲۶۲ طول شعاع دایره‌ای که از سه نقطهٔ $A(-۱, ۰)$ و $B(۳, ۰)$ و $C(۰, -۳)$ می‌گذرد، کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$
۲) ۲
۳) $\sqrt{۵}$
۴) ۳

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۲

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۶۳ مستطیلی به محیط ۲۰ واحد را یک بار حول طول آن و یک‌بار حول عرض آن دوران داده‌ایم. اگر نسبت حجم اشکال به دست آمده $\frac{۲}{۳}$ باشد، اختلاف طول و عرض این مستطیل کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

تالیفی علی شهرابی فراهانی

۲۶۴ دایره‌ای بر خطوط $x = ۵$، $x = -۱$ و از بالا بر خط $y = ۷$ مماس است. این دایره از خط $x = ۴$ چه طولی را جدا می‌کند؟

۱) $\sqrt{۵}$
۲) $۲\sqrt{۵}$
۳) $۴\sqrt{۵}$
۴) $۸\sqrt{۵}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۶۵ نقطهٔ $A(۰, ۳)$ مفروض است. اگر نقطهٔ B روی دایرهٔ $x^۲ + y^۲ + ۴y = ۰$ در حرکت باشد، مجموع مختصات B زمانی که AB بیشترین مقدار خود را دارد، کدام است؟

۱) صفر
۲) -۲
۳) ۳
۴) -۴

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۴

۲۶۶ مرکز دایره‌ای به شعاع R روی یک دایره به شعاع $۲R$ قرار دارد، به‌طوری‌که دایرهٔ کوچک‌تر بر قطر AB از دایرهٔ بزرگ‌تر مماس است. مرکز دایرهٔ کوچک‌تر کمان $\overset{\frown}{AB}$ را به چه نسبتی تقسیم می‌کند؟

۱) $\frac{۱}{۶}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۵}$

تالیفی حسین سعیدی

۲۶۷ دایرهٔ گذرا بر نقطهٔ $-۲, ۱$ ، بر هر دو محور مختصات مماس است. شعاع آن کدام است؟

۱) ۱ و ۴
۲) ۱ و ۵
۳) ۲ و ۴
۴) ۲ و ۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

۲۶۸ از نقطهٔ $A(۳, ۱)$ دو مماس بر دایرهٔ $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y - ۴ = ۰$ رسم کرده‌ایم. اگر نقاط تماس با دایره T و T' و مرکز دایره O باشد، مساحت چهار ضلعی $OTAT'$ کدام است؟

۱) ۱۲
۲) ۶
۳) ۳
۴) ۴

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

۲۶۹ یک ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه به قاعده‌های ۲ و ۵ و ساق قائم ۳ واحد را حول ساق قائم دوران می‌دهیم. حجم جسم حاصل، کدام است؟

۱) ۳۶π ۲) ۳۸π

۳) ۳۹π ۴) ۴۰π

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

۲۷۰ دایره‌ای به مرکز $(-۱ , ۲)$ و مماس بر خط به معادلهٔ $x - y = ۱$، محور xها را با کدام طول، قطع می‌کند؟

۱) ۳ و ۱ ۲) ۴ و ۱

۳) ۳ و ۲ ۴) ۴ و ۱/۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۲۷۱ یک مثلث قائم‌الزاویه با اضلاع قائمهٔ ۲ و ۴ را حول وتر آن دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟

۱) $\frac{۱۶\sqrt{۵}}{۱۵}\pi$ ۲) $\frac{۳۲\sqrt{۵}}{۱۵}\pi$

۳) $\frac{۸\sqrt{۵}}{۱۵}\pi$ ۴) $\frac{۶۴\sqrt{۵}}{۱۵}\pi$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۷۲ نقطهٔ $A(-۱, ۴)$ مرکز یک دایره است که بر روی خط $۲x - ۳y + ۱ = ۰$ وتری به طول $۲\sqrt{۷}$ جدا می‌کند. این دایره خط $y = ۲$ را با کدام طول، قطع می‌کند؟

۱) $۳ ،-۵$ ۲) $۲ ،-۴$

۳) $-۱ \pm \sqrt{۲}$ ۴) $-۱ \pm \sqrt{۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۲۷۳ کدام گزینه دارای مثال نقض است؟

۱) از دوران یک خط حول خط دیگری سطح مخروطی ایجاد می‌شود.

۲) بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین قطرهای بیضی بر هم عمودند.

۳) خروج از مرکز بیضی بین صفر و ۱ است.

۴) اگر صفحه‌ای عمود بر محور سطح مخروطی آن را قطع کند و از رأس نگذرد، سطح مقطع یک دایره است.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۷۴ خروج از مرکز یک بیضی که قطر کوچک آن با فاصلهٔ کانونی آن برابر باشد کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

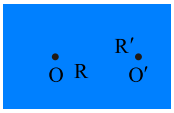
۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۵}}{۳}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

۱ گزینه ۴

دو دایره با مرکزهای O و O' و شعاع‌های R و R' مماس بیرونند اگر و تنها اگر داشته باشیم $|OO'| = R + R'$. در آغاز با دسته‌بندی معادله‌ها، مرکز و شعاع هر دایره را می‌یابیم:



$$x^۲ + y^۲ + ۴x = ۰ \Rightarrow (x+۲)^۲ - ۴ + y^۲ = ۰ \Rightarrow (x+۲)^۲ + y^۲ = ۴ \Rightarrow \begin{cases} O = (-۲, ۰) \\ R = \sqrt{۴} = ۲ \end{cases}$$

$$x^۲ + y^۲ - ۲x + ۸y + a = ۰ \Rightarrow (x-۱)^۲ - ۱ + (y+۴)^۲ - ۱۶ + a = ۰$$

$$\Rightarrow (x-۱)^۲ + (y+۴)^۲ = ۱۷ - a \Rightarrow \begin{cases} O' = (۱, -۴) \\ R' = \sqrt{۱۷ - a} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |OO'| = \sqrt{(-۲-۱)^۲ + (۰+۴)^۲} = ۵ \\ R + R' = ۲ + \sqrt{۱۷ - a} \end{cases} \xrightarrow{|OO'| = R + R'} ۵ = ۲ + \sqrt{۱۷ - a}$$

$$\Rightarrow \sqrt{۱۷ - a} = ۳ \Rightarrow ۱۷ - a = ۹ \Rightarrow a = ۸$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۰

۲ گزینه ۴

می‌دانیم : $BF = BF' = B'F = B'F' = a \Rightarrow P_{BFB'F'} = ۴a$

می‌دانیم : $BA^۲ = BO^۲ + OA^۲ \Rightarrow BA^۲ = b^۲ + a^۲$

$$\Rightarrow BA = \sqrt{a^۲ + b^۲} \Rightarrow P_{BAB'A'} = ۴\sqrt{a^۲ + b^۲}$$

$$\Rightarrow \text{نسبت دو محیط} : \frac{۴\sqrt{a^۲ + b^۲}}{۴a} = \frac{\sqrt{a^۲ + b^۲}}{a} = \sqrt{\frac{a^۲ + b^۲}{a^۲}} = \sqrt{۱ + (\frac{b}{a})^۲}$$

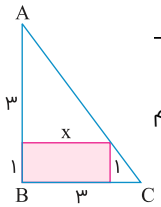
$$= \sqrt{۱ + \cos^۲\alpha} = \sqrt{۱ + ۱ - \sin^۲\alpha} = \sqrt{۲ - \sin^۲\alpha} = \sqrt{۲ - \frac{۱}{۲۵}} = \sqrt{\frac{۴۹}{۲۵}} = \frac{۷}{۵}$$

تالیفی مجید قهرمانی

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

۳ گزینه ۱

برای به دست آوردن طول مستطیل از قضیهٔ تالس استفاده می‌کنیم:



$$\xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{x}{۳}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow x=\frac{۹}{۴}$$

با دوران شکل حاصل حول پاره‌خط AB ، یک مخروط به دست می‌آید که از درون آن یک استوانه خارج شده است. پس حجم استوانه را از حجم مخروط کم می‌کنیم:

$$V_{\text{مخروط}}=\frac{۱}{۳}\pi R^{۲}H=\frac{۱}{۳}\pi(۳)^{۲}(۴)=۱۲\pi$$

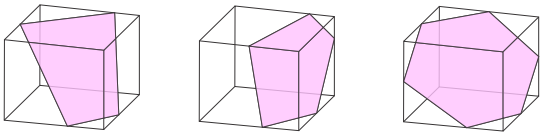
$$V_{\text{استوانه}}=\pi r^{۲}h=\pi(\frac{۹}{۴})^{۲}(۱)=\frac{۸۱}{۱۶}\pi$$

$$\Rightarrow \text{حجم شکل حاصل}=۱۲\pi-\frac{۸۱}{۱۶}\pi=\frac{۱۹۲-۸۱}{۱۶}\pi=\frac{۱۱۱\pi}{۱۶}$$

تالیفی محمد امین نباخته

۴ گزینه ۴

باتوجه‌به شکل‌های زیر، در برش یک مکعب با یک صفحه ذوزنقه، پنج ضلعی و شش ضلعی ایجاد می‌شود:



مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۶

۵ گزینه ۴

چون خط $l_۲: x+۲y=۰$ بر دایره عمود است، مرکز دایره روی این خط قرار دارد، پس $O=(-۲\beta\ ,\ \beta)$، حال چون دایره بر خط $l_۱$ مماس است و از نقطهٔ A هم می‌گذرد، مرکز دایره از خط l و نقطهٔ A به یک فاصله است و داریم:

$$|OA|=|OH|\Rightarrow\sqrt{(-۲\beta-۱)^{۲}+(\beta-۲)^{۲}}=\frac{|-۲\beta-\beta-۱|}{\sqrt{۱+۱}}$$

$$\Rightarrow\sqrt{۵\beta^{۲}+۵}=\frac{|۳\beta+۱|}{\sqrt{۲}}\Rightarrow ۵\beta^{۲}+۵=\frac{۹\beta^{۲}+۶\beta+۱}{۲}$$

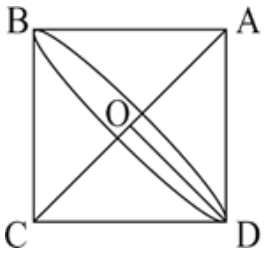
$$\Rightarrow ۱۰\beta^{۲}+۱۰=۹\beta^{۲}+۶\beta+۱\Rightarrow\beta^{۲}-۶\beta+۹=۰\Rightarrow(\beta-۳)^{۲}=۰$$

$$\beta=۳\xrightarrow{R=|OH|}R=\frac{|-۶-۳-۱|}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰}{\sqrt{۲}}=۵\sqrt{۲}$$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۶ گزینه ۱



می‌دانیم:

$$AO = \frac{۱}{۲}\ ,\ OD = \frac{۱}{۲}\ ,\ BO = \frac{۱}{۲}$$

$$V_{\text{مخروط بالا}} = \frac{۱}{۳}\pi r^{۲}h = \frac{۱}{۳}\pi \times (\frac{۱}{۲})^{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{\pi}{۲۴}$$

به همین‌ترتیب:

$$V_{\text{مخروط پایین}} = \frac{\pi}{۲۴}$$

درنتیجه داریم:

$$V_{\text{کل}} = ۲ \times \frac{\pi}{۲۴} = \frac{\pi}{۱۲}$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۶

۷ گزینه ۲

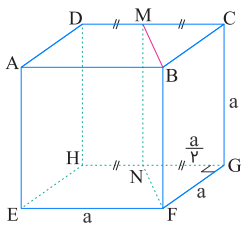
یال BF از مکعب زیر را در نظر می‌گیریم. نقطهٔ موردنظر نمی‌تواند وسط یال‌های EF، FG، AE، BC و CG باشد، زیرا در این صورت صفحهٔ گذرنده از BF و این نقطه، بر مکعب مماس می‌شود. ضمناً این نقطه نمی‌تواند وسط DH باشد، زیرا در این صورت، صفحهٔ گذرنده از AB و این نقطه، صفحهٔ قطری مکعب خواهد بود و حجم آن را نصف می‌کند که خلاف فرض است. پس فرض می‌کنیم نقطهٔ موردنظر، نقطهٔ M وسط یال CD است. (دقت کنید که برای یال‌های AD, EH, GH هم به همان نسبت یکسان، حجم‌ها تقسیم می‌شد). نقطهٔ M را به نقطهٔ N وسط HG وصل می‌کنیم. پس $MN||BF$ و درنتیجه صفحهٔ گذرنده از BF و M، از نقطهٔ N هم می‌گذرد و مکعب را به دو منشور تقسیم می‌کند. حال اگر حجم کوچک‌تر را $V_۱$، حجم بزرگ‌تر را $V_۲$ و حجم مکعب را V فرض کنیم، داریم:

$$V = a^{۳}$$

$$V_۱ = S_{\Delta GFN} \times CG = \frac{۱}{۲}(a)(\frac{a}{۲})(a) = \frac{a^{۳}}{۴}$$

$$\Rightarrow V_۲ = V - V_۱ = \frac{۳a^{۳}}{۴}$$

$$\Rightarrow \frac{V_۱}{V_۲} = \frac{۱}{۳}$$



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

۸ گزینه ۲

نقطهٔ $M\ (۲, ۴)$ روی بیضی قرار دارد؛ پس مجموع فواصل آن از کانون‌ها برابر با $۲a$ است و هر نقطه که مجموع فواصل آن از کانون‌ها کمتر از $۲a$ باشد، داخل بیضی قرار دارد.

$$L = MF + MF' = \sqrt{(۲-۲)^۲ + (۴+۲)^۲} + \sqrt{(۲+۶)^۲ + (۴+۲)^۲} = ۶ + ۱۰ = ۱۶$$

گزینهٔ ۱: $A\ (-۵, ۵)$

$$AF + AF' = \sqrt{(-۵-۲)^۲ + (۵+۲)^۲} + \sqrt{(-۵+۶)^۲ + (۵+۲)^۲}$$
$$= ۷\sqrt{۲} + ۵\sqrt{۲} = ۱۲\sqrt{۲} \simeq ۱۲ \times ۱/۴ = ۱۶/۸ > ۱۶$$ خارج بیضی

گزینهٔ ۲: $B\ (-۹, -۲)$

$$BF + BF' = \sqrt{(-۹-۲)^۲ + (-۲+۲)^۲} + \sqrt{(-۹+۶)^۲ + (-۲+۲)^۲}$$
$$= ۱۱ + ۳ = ۱۴ < ۱۶$$ داخل بیضی

گزینهٔ ۳: $C\ (۴, ۳)$

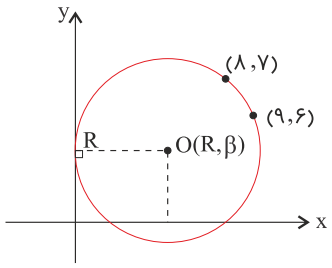
$$CF + CF' = \sqrt{(۴-۲)^۲ + (۳+۲)^۲} + \sqrt{(۴+۶)^۲ + (۳+۲)^۲}$$
$$= \sqrt{۲۹} + \sqrt{۱۲۵} \simeq ۵/۳ + ۱۱/۱ = ۱۶/۴ > ۱۶$$ خارج بیضی

تالیفی حسین سعیدی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm
ایستود ۱۴۰۰

۹ گزینه ۳

مطابق شکل داریم:



$$O=(R,\beta)\Rightarrow \text{دایره}: (x-R)^۲+(y-\beta)^۲=R^۲$$

$$۸,۷ \quad \text{دایره} \Rightarrow (۸-R)^۲+(۷-\beta)^۲=R^۲$$

$$۹,۶ \quad \text{دایره} \Rightarrow (۹-R)^۲+(۶-\beta)^۲=R^۲$$

معادلهٔ دوم را از اولی کم می‌کنیم:

$$\Rightarrow (۸-R)^۲+(۷-\beta)^۲-(۹-R)^۲-(۶-\beta)^۲=۰$$

$$\Rightarrow R^۲-۱۶R+۶۴+\beta^۲-۱۴\beta+۴۹-(R^۲-۱۸R+۸۱)-(\beta^۲-۱۲\beta+۳۶)=۰$$

$$\Rightarrow ۲R-۲\beta-۴=۰\Rightarrow R-\beta-۲=۰\Rightarrow \beta=R-۲$$

$$\Rightarrow \text{دایره}: x-R)^۲+(y-R+۲)^۲=R^۲$$

$$\xrightarrow[۸,۷ \quad \text{دایره}]{} ۸-R)^۲+(۹-R)^۲=R^۲\Rightarrow R^۲-۱۶R+۶۴+R^۲-۱۸R+۸۱=R^۲$$

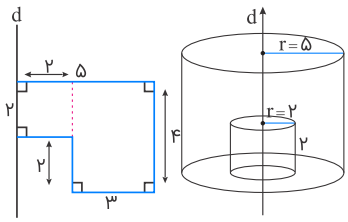
$$\Rightarrow R^۲-۳۴R+۱۴۵=۰\Rightarrow (R-۵)(R-۲۹)=۰\Rightarrow R=۵ \text{ یا } R=۲۹$$

$$\Rightarrow \text{شعاع دایرهٔ کوچک‌تر}=۵$$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

۱۰ گزینه ۳

حجم جسم حاصل برابر تفاضل دو استوانهٔ به‌وجودآمده است.



$$\text{استوانه } V=h\pi(r)^۲$$

$$\text{استوانهٔ بزرگ‌تر } V=۴\pi(۵)^۲$$

$$\text{استوانهٔ کوچک‌تر } V=۲\pi(۲)^۲$$

$$V_{\text{جسم}}=۴\pi\ ۲۵\ -۲\pi\ ۴\ =۴\pi\ ۲۵-۲\ =۹۲\pi$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm
ایستوده ۱۴۰۰

۱۱ گزینه ۲

$$|MF| + |MF'| = ۲a$$

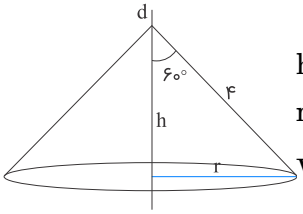
$$|FF'| = ۲c \Rightarrow ۲\sqrt{۵} = ۲c \Rightarrow c = \sqrt{۵}$$

$$w \text{ وسط } FF' = (\frac{۲ - \sqrt{۵} + ۲ + \sqrt{۵}}{۲}, ۰) = (۲, ۰)$$

$$|wA| = a = |۵ - ۲| = ۳ \Rightarrow ۲a = ۶$$

تالیفی سیروس نصیری

۱۲ گزینه ۴



$$h = ۴ \times \cos ۶۰^\circ = ۲$$
$$r = ۴ \times \sin ۶۰^\circ = ۲\sqrt{۳}$$
$$V = \frac{۱}{۳}\pi r^۲ h = \frac{۱}{۳}\pi(۲\sqrt{۳})^۲ ۲ = ۸\pi$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۳ گزینه ۲

$$۳AM - AN = ۲(AM - AN + ۱)$$
$$\Rightarrow ۳AM - AN = ۲AM - ۲AN + ۲ \Rightarrow AM + AN = ۲$$

مجموع فواصل A از M و N (که فاصله‌شان برابر ۱ است) برابر مقدار ثابت ۲ شده است.

تالیفی سیروس نصیری

۱۴ گزینه ۲

$$\omega \text{ وسط } AB = (\frac{۲ + ۶}{۲}, \frac{۴ + ۲}{۲}) = (۴, ۳)$$

تالیفی سیروس نصیری

۱۵ گزینه ۲

باتوجه‌به شکل، قطر نیم‌دایره بر طول مستطیل منطبق شده است. حال داریم:

نکتهٔ ۱: از دوران یک مستطیل حول طول خود یک استوانه به ارتفاعی برابر با طول مستطیل و شعاع قاعده‌های برابر با عرض آن پدید می‌آید.

نکتهٔ ۲: از دوران یک نیم‌دایره حول قطر آن، یک کره با همان شعاع پدید می‌آید.

بنابراین باتوجه‌به این دو نکته، شکل ما یک استوانه می‌شود که از درون آن یک کره به شعاع $\frac{۳}{۲}$ خالی شده است، حجم جسم حاصل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$V_{\text{رنگی}} = V_{\text{استوانه}} - V_{\text{کره}} = \pi(۲)^۲ \times ۵ - \frac{۴}{۳}\pi(\frac{۳}{۲})^۳ = ۲۰\pi - \frac{۹}{۲}\pi = ۱۵/۵\pi$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm
ایستنو ۱۴۰۰

۱۶ گزینه ۳

شکل حاصل از دوران مستطیل بزرگ‌تر، استوانه‌ای به شعاع قاعدهٔ $۶ = ۴ + ۲$ و ارتفاع ۲ است که استوانه‌ای به شعاع قاعدهٔ ۲ و ارتفاع ۲ از آن جدا شده است. پس حجم آن برابر است با:

$$۲\pi((۴+۲)^۲ - ۲^۲) = ۶۴\pi$$

به همین ترتیب حجم شکل حاصل از دوران مستطیل کوچک‌تر برابر است با:

$$۱ \times \pi \left((۳ + \frac{۱}{۲} + ۲)^۲ - (۲ + \frac{۱}{۲})^۲ \right) = ۲۴\pi$$

$$\text{حجم موردنظر} = ۶۴\pi - ۲۴\pi = ۴۰\pi$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۱۷ گزینه ۱

$$x^۲ + y^۲ + ax + by + c = ۰$$

$$\xrightarrow{۰,۰ \text{ را صدق می‌دهیم}} c = ۰$$

$$\xrightarrow{۲,۱ \text{ را صدق می‌دهیم}} ۴ + ۱ + ۲a + b = ۰$$

$$\xrightarrow{۱,-۲ \text{ را صدق می‌دهیم}} ۱ + ۴ + a - ۲b = ۰$$

اکنون با معلوم بودن مقادیر a، b و c شعاع دایره برابر است با:

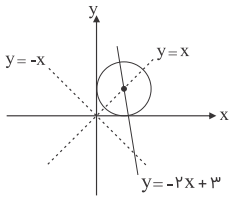
$$\xrightarrow{\times ۲} \begin{matrix} ۴a + ۲b = -۱۰ \\ a - ۲b = -۵ \end{matrix} \Rightarrow ۵a = -۱۵ \Rightarrow a = -۳, b = ۱$$

$$R = \frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲ + b^۲ - ۴c} = \frac{۱}{۲}\sqrt{(-۳)^۲ + (۱)^۲ - ۴(۰)} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۱۰}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

۱۸ گزینه ۱

شکل تقریبی رسم می‌کنیم:



وقتی دایره‌ای بر محورهای مختصات مماس است، مرکز دایره یا بر $y = x$ یا بر $y = -x$ قرار دارد.

$$\begin{cases} y = -۲x + ۳ \\ y = x \end{cases} \Rightarrow x = -۲x + ۳ \Rightarrow x = y = ۱ \quad , \quad R = ۱$$

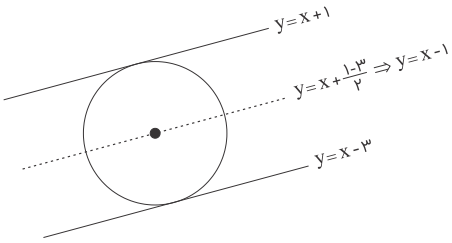
$$\begin{cases} y = -۲x + ۳ \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow -x = -۲x + ۳ \Rightarrow x = ۳ \quad , \quad y = -۳ \quad , \quad R = ۳$$

کوچک‌ترین شعاع $R = ۱$ است.

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

۱۹ گزینه ۳



$$x_۰ = ۲ \Rightarrow y_۰ = ۲ - ۱ = ۱ \Rightarrow O(۲\,,\,۱)$$
$$۲R = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} = \frac{|-۱ - ۳|}{\sqrt{۱ + ۱}} = \frac{۴}{\sqrt{۲}} = ۲\sqrt{۲} \Rightarrow R = \sqrt{۲}$$
$$\Rightarrow (x - ۲)^۲ + (y - ۱)^۲ = ۲ \Rightarrow x^۲ - ۴x + ۴ + y^۲ - ۲y + ۱ - ۲ = ۰$$
$$\Rightarrow x^۲ + y^۲ - ۴x - ۲y + ۳ = ۰$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۴

۲۰ گزینه ۱

مرکز دایره روی نیمساز ناحیهٔ اول است، پس مختصات آن به‌صورت (x, x) است. فاصلهٔ مرکز دایره از نقطهٔ $A(۶, ۳)$ و خط $y = ۲x$ یکسان است، پس داریم:

$$\sqrt{(x - ۶)^۲ + (x - ۳)^۲} = \frac{|۲x - x|}{\sqrt{۴ + ۱}} \Rightarrow (x - ۶)^۲ + (x - ۳)^۲ = \frac{x^۲}{۵} \Rightarrow ۲x^۲ - ۱۸x + ۴۵ = \frac{x^۲}{۵}$$
$$\Rightarrow ۹x^۲ - ۹۰x + ۲۲۵ = ۰ \Rightarrow x^۲ - ۱۰x + ۲۵ = ۰ \Rightarrow (x - ۵)^۲ = ۰ \Rightarrow x = ۵$$
$$\text{شعاع دایره} : R = \frac{|x|}{\sqrt{۵}} = \frac{۵}{\sqrt{۵}} = \sqrt{۵}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۲

۲۱ گزینه ۳

$$x^۲ + y^۲ - ۲x + ۶y - ۶ = ۰ \Rightarrow O\,(۱, -۳) \quad , \quad R = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴ + ۳۶ + ۲۴} = ۴$$
$$x^۲ + y^۲ + ۴x + ۸y - ۵ = ۰ \Rightarrow O'\,(-۲, -۴) \quad , \quad R' = \frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶ + ۶۴ + ۲۰} = ۵$$
$$OO' = \sqrt{(۱ + ۲)^۲ + (-۳ + ۴)^۲} = \sqrt{۱۰}\ ,\ R + R' = ۹\ ,\ |R - R'| = ۱$$
$$|R - R| < OO' < R + R' \Rightarrow \text{پس دو دایره متقاطع هستند}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۲ گزینه ۴

همان‌طوری که در شکل زیر نیز مشخص است، سطح مقطع یک مکعب به طول یال a و صفحهٔ قطری آن، مستطیلی به طول اضلاع a و $a\sqrt{۲}$ است. با توجه به مساحت مستطیل، اندازهٔ a را محاسبه می‌کنیم.

بنابراین می‌توان نوشت:

$$a\left(a\sqrt{۲}\right)=۹\sqrt{۲} \quad \Rightarrow \quad a^{۲}\sqrt{۲}=۹\sqrt{۲} \quad \Rightarrow \quad a^{۲}=۹ \quad \Rightarrow \quad a=۳$$

قطر مکعب به طول یال a برابر $a\sqrt{۳}$ است (با دو بار استفاده از قضیهٔ فیثاغورس ثابت می‌شود)، پس داریم:

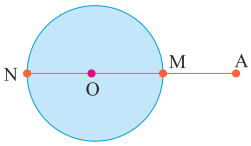
$$a\sqrt{۳}=۳\sqrt{۳}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

۲۳ گزینه ۴

نکته: مطابق شکل کمترین فاصلهٔ نقطهٔ A از دایره برابر با AM و بیشترین فاصلهٔ نقطهٔ A از دایره برابر با AN است که از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$AM=|AO-R| \ , \ AN=AO+R$$



طبق نکتهٔ فوق داریم:

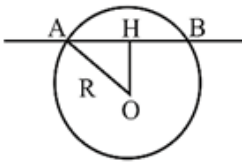
$$x^{۲}+y^{۲}-۶x-۴y+۹=۰ \Rightarrow O(۳,۲) \ , \ R=\sqrt{\frac{۳۶+۱۶-۳۶}{۴}}=۲$$

$$|OA|=\sqrt{(۳+۱)^{۲}+(۲-۵)^{۲}}=۵$$

$$\text{کمترین فاصله}=AM=|OA-R|=۵-۲=۳$$

تالیفی جعفر میکائیلی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm



$$x^۲ + y^۲ + ۴x - ۲y + ۱ = ۰$$

$$O(-\frac{a}{۲}, -\frac{b}{۲}) \Rightarrow O(-۲, ۱)$$

$$R = \frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲ + b^۲ - ۴c} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶ + ۴ - ۴} = ۲ \Rightarrow R = ۲$$

$$OH = \frac{|۱ + ۲a - ۲|}{\sqrt{۱ + a^۲}} = \frac{|۲a - ۱|}{\sqrt{۱ + a^۲}} \qquad y - ax - ۲ = ۰$$

$$AB = ۲ \Rightarrow AH = ۱$$

$$\Rightarrow (AH)^۲ + (OH)^۲ = R^۲$$

$$\Rightarrow OH = \sqrt{R^۲ - (AH)^۲} = \sqrt{۴ - ۱} = \sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{|۲a - ۱|}{\sqrt{a^۲ + ۱}} = \sqrt{۳} \Rightarrow ۴a^۲ - ۴a + ۱ = ۳a^۲ + ۳$$

$$a^۲ - ۴a - ۲ = ۰$$

$$\Delta = ۱۶ + ۸ = ۲۴$$

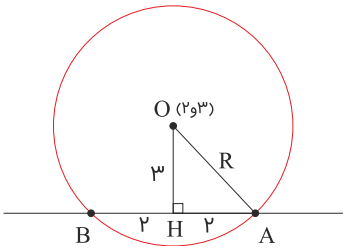
$$a = \frac{۴ \pm ۲\sqrt{۶}}{۲} \Rightarrow a = ۲ \pm \sqrt{۶}$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۵ گزینه ۴

از مرکز دایره بر خط l عمود می‌کنیم. مطابق شکل، داریم:



$$|OH| = \frac{|۸(۲) + ۱۵(۳) - ۱۰|}{\sqrt{۸^۲ + ۱۵^۲}} = \frac{۵۱}{۱۷} = ۳$$

$$R^۲ = ۳^۲ + ۲^۲ = ۱۳$$

$$\Rightarrow \text{دایره} : (x-۲)^۲ + (y-۳)^۲ = ۱۳$$

برای یافتن محل برخورد دایره با محور yها، مقدار x را در معادلهٔ دایره، برابر صفر قرار می‌دهیم:

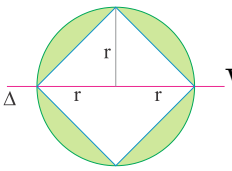
$$(۰-۲)^۲ + (y-۳)^۲ = ۱۳ \Rightarrow (y-۳)^۲ = ۹ \Rightarrow y-۳ = \pm ۳ \Rightarrow y_۱ = ۶ \quad , \quad y_۲ = ۰$$

$$\Rightarrow \text{نقاط برخورد} : (۰, ۶) \ , \ (۰, ۰) \Rightarrow \text{طول وتر حاصل} = ۶$$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

۲۶ گزینه ۲

از حجم کرهٔ ایجادشده حجم دو مخروط حاصل از دوران دو مثلث قائم‌الزاویه را کم می‌کنیم:



$$V = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ - ۲(\frac{۱}{۳}\pi r^۲ . r) = \frac{۲}{۳}\pi r^۳$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

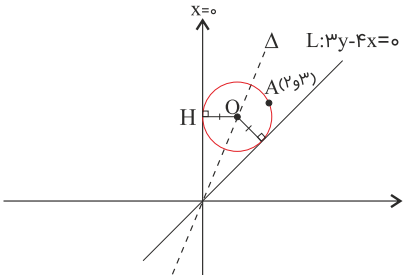
Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

نکته: چون دایره بر دو خط متقاطع $L: -۴x+۳y=۰$ و $L': x=۰$ مماس است، مرکز آن روی نیمساز زاویهٔ بین آن‌ها قرار دارد.

پس ابتدا معادلهٔ نیمساز را می‌یابیم:

$$\frac{|-۴x+۳y|}{\sqrt{۱۶+۹}}=|x| \Rightarrow |-۴x+۳y|=۵|x| \Rightarrow \begin{cases} -۳x+y=۰ \\ x+۳y=۰ \end{cases}$$

حال باتوجه‌به مختصات نقطهٔ A، مرکز دایره باید روی خط $\Delta: -۳x+y=۰$ قرار داشته باشد، پس $O(\alpha, ۳\alpha)$، از طرف دیگر، چون دایره بر محور yها مماس است، $R=\alpha$ و داریم:



$$\text{دایره}: (x-\alpha)^۲+(y-۳\alpha)^۲=\alpha^۲$$

$$\xrightarrow[۲,۳]{\text{دایره}} (۲-\alpha)^۲+(۳-۳\alpha)^۲=\alpha^۲ \Rightarrow \alpha^۲-۴\alpha+۴+۹\alpha^۲-۱۸\alpha+۹=\alpha^۲$$

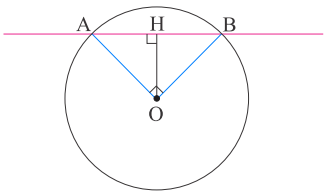
$$\Rightarrow ۹\alpha^۲-۲۲\alpha+۱۳=۰ \Rightarrow \alpha=۱ \text{ یا } \alpha=\frac{۱۳}{۹} \Rightarrow R=۱ \text{ یا } R=\frac{۱۳}{۹}$$

$$\Rightarrow \text{شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر}=\frac{۱۳}{۹}$$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm
ایرانیتو ۱۴۰۰

۲۸ گزینه ۲



در مثلث قائم‌الزاویهٔ متساویالساقین OAB داریم: $r = OA = \sqrt{۲}OH$

پس ابتدا مرکز دایره را می‌یابیم:

$$O\,(-۳, ۱)$$

$$OH = \frac{|-۱۵ - ۱۲ + ۱|}{\sqrt{۵^۲ + ۱۲^۲}} = \frac{۲۶}{۱۳} = ۲ \Rightarrow r = ۲\sqrt{۲}$$

باتوجه‌به معادلهٔ دایره، شعاع برابر است با:

$$r = \frac{۱}{۲}\sqrt{۳۶ + ۴ - ۴k} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴۰ - ۴k} = ۲\sqrt{۲}$$
$$\Rightarrow ۴۰ - ۴k = ۳۲ \Rightarrow ۴k = ۸ \Rightarrow k = ۲$$

تالیفی حسین سعیدی

۲۹ گزینه ۴

فاصلهٔ کانون‌های $F'(۲, -۱)$ و $F\,(۲, ۷)$ برابر $۲c$ است.

$$۲c = |FF'| = |۷ - (-۱)| = ۸ \Rightarrow c = ۴$$

قطر کوچک برابر ۶ است، پس:

$$۲b = ۶ \Rightarrow b = ۳$$

در بیضی رابطهٔ $a^۲ = b^۲ + c^۲$ برقرار است.

$$a^۲ = ۹ + ۱۶ = ۲۵ \Rightarrow a = ۵$$

$$\text{خروج از مرکز} = \frac{c}{a} = \frac{۴}{۵} = ۰/۸$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm
ایستنو ۱۴۰۰

۳۰ گزینه ۱

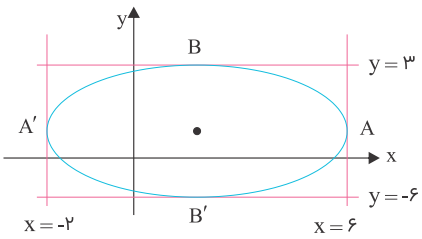
نقاط $A(-۲\ ,\ ۱)$ و $A'(۶\ ,\ ۱)$ دو رأس کانونی بیضی هستند. عرض‌های این دو رأس مساویاند پس هذلولی افقی است.

$$o = \frac{A + A'}{۲} = (۲, ۱), ۲a = AA' = ۸ \Rightarrow a = ۴$$

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{c}{۴} \Rightarrow c = ۲\sqrt{۳}$$

$$b^۲ = a^۲ - c^۲ = ۱۶ - ۱۲ = ۴ \Rightarrow b = ۲$$

پس شکل این بیضی به‌صورت زیر است:

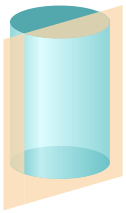


و خطوط $x = ۶$ و $x = -۲$ و $y = ۳$ و $y = -۱$ بر این بیضی مماساند.

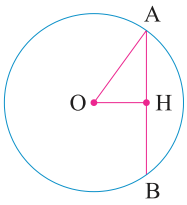
مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۴

۳۱ گزینه ۴

سطح مقطع حاصل از تقاطع صفحه‌ای موازی محور استوانه با آن یک مستطیل است. برای به دست آوردن ابعاد مستطیل می‌دانیم که اندازهٔ یک ضلع مستطیل همان ارتفاع استوانه است و برای به دست آوردن طول ضلع دیگر مطابق شکل نتیجه می شود که:



اگر از بالا به استوانه و صفحهٔ موردنظر نگاه کنیم، فاصلهٔ OH توسط خود مسئله $OH = ۱$ داده‌شده و شعاع قاعدهٔ استوانه هم $OA = ۳$ است، پس با استفاده از قاعدهٔ فیثاغورس می‌توانیم AH را به دست آوریم و چون مثلث‌های OAH و OBH همنهشت هستند، $AH = BH$ و درنتیجه $AB = ۲AH$.



$$OA^۲ = OH^۲ + AH^۲ \Rightarrow ۳^۲ = ۱^۲ + AH^۲ \Rightarrow AH^۲ = ۸ \Rightarrow AH = \sqrt{۸}$$

$$\Rightarrow AB = ۲\sqrt{۸} = ۴\sqrt{۲}\ ,\ S = ۴\sqrt{۲} \times ۴ = ۱۶\sqrt{۲}$$

تالیفی محمدجواد محسنی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۳۲ گزینه ۳

چون دایره بر دو خط موازی $y = ۲x$ و $y = ۲x + ۱۰$ مماس است؛ پس مرکز آن روی خط $y = ۲x + ۵$ (وسط این دو خط) قرار دارد و شعاع دایره برابر نصف فاصلهٔ این دو خط است.

$$\text{فاصله دو خط} = \frac{|۱۰ - ۰|}{\sqrt{۲^۲ + (-۱)^۲}} = \frac{۱۰}{\sqrt{۵}} = ۲\sqrt{۵} \Rightarrow R = \sqrt{۵}$$

چون دایره از مبدأ مختصات می‌گذرد، پس فاصلهٔ مبدأ از مرکز دایره برابر R است.

$$R = \sqrt{x^۲ + (۲x + ۵)^۲} \Rightarrow \sqrt{۵} = \sqrt{۵x^۲ + ۲۰x + ۲۵}$$
$$\Rightarrow ۵(x^۲ + ۴x + ۴) = ۰ \Rightarrow (x + ۲)^۲ = ۰ \Rightarrow x = -۲ \Rightarrow y = ۲(-۲) + ۵ = ۱$$
$$\text{مرکز دایره} = \ -۲, ۱$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

۳۳ گزینه ۴

$$۲(x - ۱)^۲ + ۲(y - ۱)^۲ = ۷ \xrightarrow{\div ۲} (x - ۱)^۲ + (y - ۱)^۲ = \frac{۷}{۲}$$

$$O(۱, ۱) \ , \ R = \sqrt{\frac{۷}{۲}} \simeq ۱/۹$$

دو نقطهٔ $F'(۱, -۱)$ و $F(۱, ۳)$ را کانون‌های بیضی در نظر می‌گیریم. درنتیجه بیضی به‌صورت قائم است.

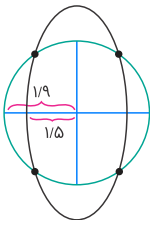
$$FF' = ۳ - (-۱) = ۲c \Rightarrow ۴ = ۲c \Rightarrow c = ۲$$

فرض کنیم نقطهٔ M بر روی دایره قرار دارد. پس:

$$|MF| + |MF'| = ۵ \Rightarrow ۲a = ۵ \Rightarrow a = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$$

$$b^۲ = a^۲ - c^۲ = (\frac{۵}{۲})^۲ - ۲^۲ = \frac{۹}{۴} \Rightarrow b = \frac{۳}{۲} = ۱/۵$$

حال شکل را رسم می‌کنیم:



باتوجه‌به شکل، دایره و بیضی ۴ نقطهٔ تقاطع دارند.

تالیفی سیروس نصیری

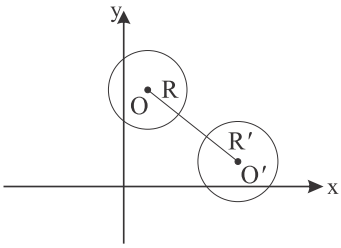
Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۳۴ گزینه ۲

$$O=(۱,۴)\ ,\ R=\frac{\sqrt{۴+۶۴-۶۰}}{۲}=\sqrt{۲}$$

$$O'=(۴,۱)\ ,\ R'=\frac{\sqrt{۶۴+۴-۶۰}}{۲}=\sqrt{۲}$$

$$,\ OO'=\sqrt{۱۸}=۳\sqrt{۲}$$

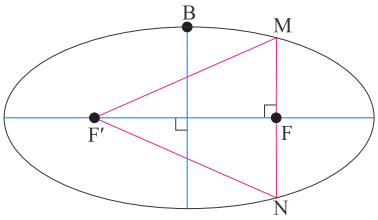


باتوجه‌به شکل، بیشترین فاصلهٔ بین دو دایره برابر $OO'+R+R'$ است:

$$۳\sqrt{۲}+\sqrt{۲}+\sqrt{۲}=۵\sqrt{۲}$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

۳۵ گزینه ۳



$$|MN|=\frac{۲b^۲}{a}\ ,\ \ ۲b=۲\Rightarrow b=۱$$

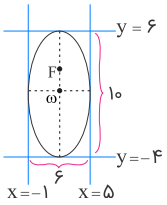
$$S(\overset{\Delta}{F'MN})=\frac{۱}{۲}\times ۲c\times\frac{۲b^۲}{a}=\frac{c}{a}\times ۲b^۲=e\times ۲b^۲$$

$$S(\overset{\Delta}{F'MN})=\frac{۱}{۳}\times ۲(۱)^۲=\frac{۲}{۳}$$

تالیفی سیروس نصیری

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۳۶ گزینه ۱



$$\left.\begin{matrix} ۲a = ۱۰ \Rightarrow a = ۵ \\ ۲b = ۶ \Rightarrow b = ۳ \end{matrix}\right\} \Rightarrow c = ۴$$

پس:

$$F(۲,۵) \ , \ \omega(۲,۱)$$

تالیفی سیروس نصیری

۳۷ گزینه ۳

ابتدا به m دو مقدار دلخواه می‌دهیم تا معادلهٔ دو قطر پیدا شود و از محل تلاقی آن‌ها مختصات مرکز به‌دست آید:

$$(m+۲)y + (m+۱)x + ۱ = ۰$$

$$\begin{matrix} m = ۰ \Rightarrow \\ m = -۱ \Rightarrow \end{matrix} \begin{cases} ۲y + x + ۱ = ۰ \\ y + ۱ = ۰ \end{cases} \Rightarrow y = -۱, x = ۱ \Rightarrow O(۱,-۱)$$

فاصلهٔ مرکز دایره تا خط مماس بر آن برابر با شعاع دایره است:

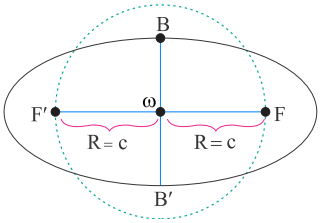
$$\begin{cases} ۳x + y - ۱ = ۰ \\ O(۱,-۱) \end{cases} \Rightarrow R = OH = \frac{|۳ - ۱ - ۱|}{\sqrt{۹+۱}} = \frac{۱}{\sqrt{۱۰}}$$

$$\begin{cases} R = \frac{۱}{\sqrt{۱۰}} \\ O(۱,-۱) \end{cases} \Rightarrow (x-۱)^۲ + (y+۱)^۲ = \frac{۱}{۱۰}$$ معادلهٔ دایره

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۳۸ گزینه ۳



بیشترین مساحت، مساحت مثلث FBF' است زیرا بیشترین ارتفاع را دارد.

$$(۲x+۲)^۲+(۲y-۴)^۲=۱۲ \Rightarrow ۲^۲(x+۱)^۲+۲^۲(y-۲)^۲=۱۲$$

$$\xrightarrow{\div ۴} (x+۱)^۲+(y-۲)^۲=۳$$

$$\omega(-۱,۲)\ ,\ R=\sqrt{۳}=c\ ,\ ۲b=۲\sqrt{۲} \Rightarrow b=\sqrt{۲}$$

$$S(\overset{\Delta}{FBF'})=\frac{۱}{۲}\times b\times ۲c=b\times c=\sqrt{۲}\times\sqrt{۳}=\sqrt{۶}$$

تالیفی سیروس نصیری

۳۹ گزینه ۳

$$x^۲+y^۲+۴x-۱۰y-۷=۰$$
$$\Rightarrow O(-۲,۵), R=\frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶+۱۰۰+۲۸}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۱۴۴}=۶$$

چون دایرهٔ مطلوب با دایرهٔ داده‌شده مماس خارج هستند، پس باید شرط $OO'=R+R'$ برقرار باشد. بنابراین داریم:

$$O'(۶,-۱)\ ,\ O(-۲,۵)$$
$$\Rightarrow OO'=\sqrt{(۶+۲)^۲+(-۱-۵)^۲}=\sqrt{۶۴+۳۶}=۱۰$$
$$OO'=R+R' \Rightarrow ۱۰=۶+R' \Rightarrow R'=۴$$
$$\Rightarrow \text{معادلهٔ دایرهٔ مطلوب}: (x-۶)^۲+(y+۱)^۲=۱۶$$
$$\Rightarrow x^۲+y^۲-۱۲x+۲y+۲۱=۰$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۴۰ گزینه ۲

$$x^۲ + y^۲ + ۲x - ۶y + ۱ = ۰$$
$$O(-۱, ۳)$$

$$R = \frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲ + b^۲ - ۴c} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴ + ۳۶ - ۴} = ۳$$

فاصلهٔ مرکز دایره از خط مماس برابر شعاع دایره است.

$$\begin{cases} ۳x + ۴y - a + ۱ = ۰ \\ O(-۱, ۳) \end{cases}$$

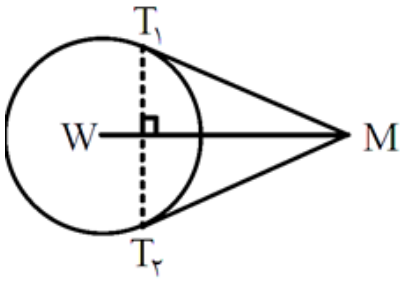
$$\Rightarrow OH = R = \frac{|-۳ + ۱۲ - a + ۱|}{\sqrt{۹ + ۱۶}} = ۳ \Rightarrow |a - ۱۰| = ۱۵$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - ۱۰ = ۱۵ \Rightarrow a = ۲۵ \\ a - ۱۰ = -۱۵ \Rightarrow a = -۵ \end{cases}$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

۴۱ گزینه ۳

چون MW بر $T_۱T_۲$ عمود است، پس شیب MW را به دست می‌آوریم و قرینه و معکوس می‌کنیم:



$$\left.\begin{matrix} M = (-۶, ۲) \\ W = (۱, -۲) \end{matrix}\right\} \Rightarrow m_{MW} = \frac{۲ + ۲}{-۶ - ۱} = -\frac{۴}{۷}$$

پس: $m_{T_۱T_۲} = \frac{۷}{۴}$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۶

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm
ایرانیتو ۱۴۰۰

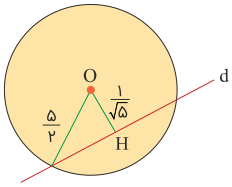
۴۲ گزینه ۱

برای مشخص کردن وضعیت یک خط با دایره کافی است فاصلهٔ مرکز دایره را تا آن خط یافته و با شعاع دایره مقایسه کنیم؛ پس داریم:

$$x^۲+y^۲-۳x+۲y-۳=۰ \Rightarrow O(\frac{۳}{۲},-۱)\ ,\ R=\sqrt{\frac{۹+۴+۱۲}{۴}}=\frac{۵}{۲}$$

$$d: ۲x-y-۳=۰ \Rightarrow OH=\frac{|۳+۱-۳|}{\sqrt{۴+۱}}=\frac{۱}{\sqrt{۵}}$$

$$\Rightarrow OH<R \Rightarrow$$ خط و دایره متقاطع‌اند



تالیفی جعفر میکائیلی

۴۳ گزینه ۲

$$(x+۲)^۲+(y-۲)^۲=۸ \Rightarrow O(-۲,۲)\ ,\ R=\sqrt{۸}=۲\sqrt{۲}$$

$$x^۲+y^۲-۸y+k=۰ \Rightarrow O'(۰,۴)\ ,\ R'=\sqrt{\frac{۶۴-۴k}{۴}}=\sqrt{۱۶-k}$$

$$d=OO'=\sqrt{۴+۴}=\sqrt{۸}=۲\sqrt{۲}$$

دو دایره مماس داخل‌اند؛ بنابراین $d=|R-R'|$، پس داریم:

$$۲\sqrt{۲}=|\sqrt{۱۶-k}-۲\sqrt{۲}| \Rightarrow \begin{cases} ۲\sqrt{۲}=\sqrt{۱۶-k}-۲\sqrt{۲} \\ ۲\sqrt{۲}=۲\sqrt{۲}-\sqrt{۱۶-k} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{۱۶-k}=۴\sqrt{۲} \Rightarrow ۱۶-k=۳۲ \Rightarrow k=-۱۶ & \text{ق.ق} \\ \sqrt{۱۶-k}=۰ \Rightarrow ۱۶-k=۰ \Rightarrow k=۱۶ & \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

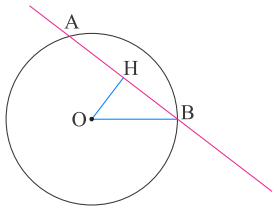
$k=۱۶$ غیرقابل‌قبول است، زیرا $R'=۰$ می‌شود.

تالیفی جعفر میکائیلی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm
ایرانیتو ۱۴۰۰

۴۴ گزینه ۴

مطابق شکل، فاصلهٔ مرکز تا خط را به دست می‌آوریم و سپس در مثلث OHB از فیثاغورس استفاده می‌کنیم.



$$OH = \frac{|۵(۱) + ۱۲(۱) - ۴|}{\sqrt{۵^۲ + ۱۲^۲}} = ۱$$

$$\text{ازطرفی : } HB = \frac{\sqrt{۱۲}}{۲} = \sqrt{۳}$$

$$OB^۲ = OH^۲ + HB^۲ \Rightarrow OB = \sqrt{۱^۲ + \sqrt{۳}^۲} = ۲$$

تالیفی امیر خمسه

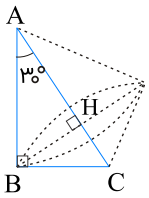
۴۵ گزینه ۴

فصل مشترک یک صفحه با یک سطح مخروطی، هیچ‌گاه دو خط موازی نمی‌شود.

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

۴۶ گزینه ۲

مطابق شکل از دوران مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC حول وتر AC، دو مخروط پدید می‌آید که ارتفاع وارد بر وتر (BH)،شعاع قاعدهٔ این دو مخروط است.



طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° در مثلث قائم‌الزاویه، نصف طول وتر است. پس طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AC = ۸ \Rightarrow BC = \frac{۱}{۲} \times ۸ = ۴$$
$$BC^۲ = AC.CH \Rightarrow ۱۶ = ۸ \times CH$$
$$\Rightarrow CH = ۲ \Rightarrow AH = ۸ - ۲ = ۶$$
$$BH^۲ = AH.CH = ۲ \times ۶ = ۱۲$$

مجموع حجم دو مخروط برابر است با:

$$V = \frac{۱}{۳}\pi(BH)^۲ \times AH + \frac{۱}{۳}\pi(BH)^۲ \times CH$$
$$= \frac{\pi}{۳} \times ۱۲ \times ۶ + \frac{\pi}{۳} \times ۱۲ \times ۲$$
$$= ۲۴\pi + ۸\pi = ۳۲\pi$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

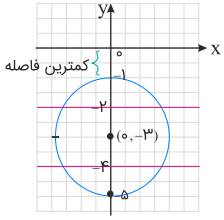
Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۴۷ گزینه ۳

معادلهٔ دایره را استاندارد می‌کنیم:

$$x^۲ + y^۲ + ۶y + ۵ = ۰ \Rightarrow x^۲ + (y+۳)^۲ - ۹ + ۵ = ۰ \Rightarrow x^۲ + (y+۳)^۲ = ۴$$

دایره‌ای به مرکز $(۰ , -۳)$ و شعاع ۲ داریم. اگر $M(x , y)$ نقطه‌ای روی دایره باشد، در این صورت $\sqrt{x^۲ + y^۲}$ فاصلهٔ این نقطه تا مبدأ مختصات است. کمترین مقدار $\sqrt{x^۲ + y^۲}$ برابر با کمترین فاصلهٔ نقاط روی دایره تا مبدأ مختصات می‌شود که باتوجه‌به شکل برابر با ۱ واحد است.



تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۴۸ گزینه ۱

$$(x-۱)^۲ + (y+۲)^۲ = ۵ \Rightarrow O(۱,-۲), R = \sqrt{۵}$$

$$x^۲ + y^۲ + ۲y = ۰ \Rightarrow O'(۰,-۱), R' = \frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲ + b^۲ - ۴c} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴} = ۱$$

$$d = OO' = \sqrt{۱+۱} = \sqrt{۲}$$

$$\sqrt{۵} - ۱ < \sqrt{۲} < \sqrt{۵} + ۱$$

$$|R - R'| < OO' < R + R' \Rightarrow \text{دو دایره متقاطع‌اند}$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۴۹ گزینه ۱

برای به دست آوردن مختصات مرکز بیضی داریم:

$$\begin{cases} F = (۶, -۳) \\ F' = (-۲, -۳) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_O = \frac{۶ + (-۲)}{۲} = ۲ \\ y_O = \frac{-۳ + (-۳)}{۲} = -۳ \end{cases} \Rightarrow O = (۲, -۳)$$

از مقایسهٔ مختصات نقاط N و O درمی‌یابیم که N رأس غیرکانونی بیضی است و مقدار b برابر خواهد بود با:

$$\begin{matrix} O = (۲, -۳) \\ N = (۲, -۶) \end{matrix} \Rightarrow b = \sqrt{(۲-۲)^۲ + (-۳+۶)^۲} = ۳ \Rightarrow b = ۳$$

ازطرفی می‌دانیم مجموع فاصلهٔ هر نقطه روی بیضی از دو کانون آن برابر است با $۲a$ ، پس داریم:

$$\left.\begin{matrix} N(۲, -۶) \\ F'(-۲, -۳) \\ F(۶, -۳) \end{matrix}\right\} \Rightarrow ۲a = \sqrt{(۲+۲)^۲ + (-۶+۳)^۲} + \sqrt{(۶-۲)^۲ + (-۳+۶)^۲}$$

$$\Rightarrow ۲a = ۱۰ \Rightarrow a = ۵$$

حال اگر ۲ واحد به فاصلهٔ مرکز از نقطهٔ N (b) اضافه شود، b برابر با a خواهد شد و گزینهٔ ۱ صحیح است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) هرچه $e \to ۰$ میل کند، بیضی به دایره نزدیک‌تر است. (گویی a ثابت است و $c \to ۰$ میل می‌کند)

۳) اندازهٔ کسینوس زاویهٔ (حاده) بین خط گذرنده از رأس غیرکانونی و کانونی، همان خروج از مرکز بیضی است. $(\theta < ۹۰)$

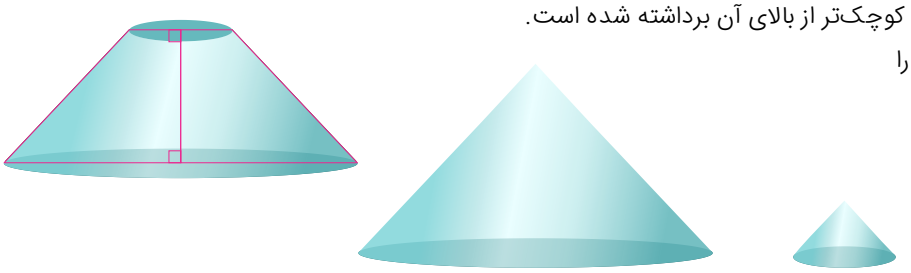
۴) هر چقدر $e \to ۱$ میل کند، بیضی کشیده‌تر می‌شود.

تالیفی مهدی ملارمضانی

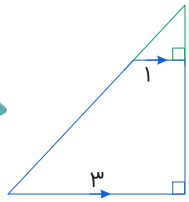
۵۰ گزینه ۳

شکل به‌دست‌آمده به‌صورت زیر است:

شکل به‌دست‌آمده یک مخروط است که یک مخروط کوچک‌تر از بالای آن برداشته شده است.



اول با کمک قضیهٔ تالس، ارتفاع مخروط کوچک را حساب می‌کنیم:



$$\frac{x}{x+۴} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow x = ۲$$

حالا حجم هر دو مخروط را حساب می‌کنیم:

$$\text{مخروط بزرگ} : V = \frac{۱}{۳}\pi r^۲ h = \frac{\pi}{۳}$$

$$\text{مخروط کوچک} : V' = \frac{۱}{۳}\pi r'^۲ h' =$$

پس حجم جسم موردنظر برابر است با:

$$V - V' = ۱۸\pi - \frac{۲}{۳}\pi = \frac{۵۲}{۳}\pi$$

تالیفی علی شهرابی فراهانی

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

گام اول

الف) هرگاه خطی بر یک دایره مماس باشد، فاصلهٔ مرکز دایره از این خط برابر با شعاع دایره خواهد بود.

ب) اگر معادلهٔ گستردهٔ دایره‌ای را به‌صورت $x^۲ + y^۲ + ax + by + c = ۰$ در نظر بگیریم آنگاه مختصات مرکز این دایره برابر با $(-\frac{a}{۲}, -\frac{b}{۲})$ و شعاع آن برابر با $R = \sqrt{(\frac{a}{۲})^۲ + (\frac{b}{۲})^۲ - c}$ است.

ج) هرگاه دو منحنی بر هم مماس باشند، معادلهٔ تلاقی آن‌ها ریشهٔ مضاعف خواهد داشت.

گام دوم

روش اول:

باتوجه‌به گام اول، مرکز این دایره نقطهٔ $(۱, -۲)$ و شعاع آن برابر است با:

$$R = \sqrt{(\frac{-۲}{۲})^۲ + (\frac{۴}{۲})^۲ - a} = \sqrt{۱ + ۴ - a} = \sqrt{۵ - a}$$

ازطرفی فاصلهٔ نقطهٔ $(۱, -۲)$ از خط $x + ۳y = ۰$ برابر است با:

$$R = \frac{|۱ + ۳(-۲)|}{\sqrt{۱^۲ + ۳^۲}} = \frac{|-۵|}{\sqrt{۱۰}} = \frac{۵}{\sqrt{۱۰}}$$

بنابراین داریم:

$$\sqrt{۵ - a} = \frac{۵}{\sqrt{۱۰}} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} ۵ - a = \frac{۲۵}{۱۰} \Rightarrow ۵۰ - ۱۰a = ۲۵$$
$$\Rightarrow ۱۰a = ۲۵ \Rightarrow a = \frac{۲۵}{۱۰} = \frac{۵}{۲}$$

روش دوم:

باتوجه‌به قسمت (ج) از گام اول، باید معادلهٔ تلاقی خط و دایره، ریشهٔ مضاعف داشته باشد. داریم:

$$x + ۳y = ۰ \Rightarrow x = -۳y \qquad (I)$$

با جایگذاری رابطهٔ I در معادلهٔ دایره، به یک معادلهٔ درجه دو برحسب y می‌رسیم که ریشهٔ مضاعف دارد.

$$x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y + a = ۰ \xrightarrow{I} (-۳y)^۲ + y^۲ - ۲(-۳y) + ۴y + a = ۰$$
$$\Rightarrow ۹y^۲ + y^۲ + ۶y + ۴y + a = ۰ \Rightarrow ۱۰y^۲ + ۱۰y + a = ۰$$
$$\Delta = ۰ \Rightarrow ۱۰۰ - ۴(۱۰)a = ۰ \Rightarrow ۱۰۰ - ۴۰a = ۰ \Rightarrow ۴۰a = ۱۰۰ \Rightarrow a = \frac{۵}{۲}$$

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm
ایرانیتو ۱۴۰۰

۵۲ گزینه ۳

$$a = ۳ \ , \ ax^۲ + ۳y^۲ + bx + cy = ۰ \Rightarrow x^۲ + y^۲ + \frac{b}{۳}x + \frac{c}{۳}y = ۰$$

مرکز دایره: $O(-۱,۱) \Rightarrow \begin{cases} -\frac{b}{۶} = -۱ \Rightarrow b = ۶ \\ -\frac{c}{۶} = ۱ \Rightarrow c = -۶ \end{cases}$

$$\Rightarrow x^۲ + y^۲ + ۲x - ۲y = ۰$$

بیشترین فاصله بین دو نقطه از دایره = قطر $= ۲R = ۲ \times \frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲ + b^۲ - ۴c}$

$$= \sqrt{a^۲ + b^۲ - ۴c} = \sqrt{۴ + ۴} = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲}$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

۵۳ گزینه ۴

$$۲c = ۴e \Rightarrow c = ۲e = ۲\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳}$$

بیضی افقی است $F = (۲ + \sqrt{۳} \ , \ ۱) \quad , \quad F' = (۲ - \sqrt{۳} \ , \ ۱)$

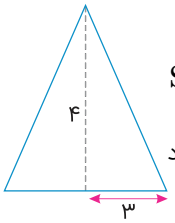
که فقط F در گزینه‌ها است.

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

۵۴ گزینه ۳

صفحهٔ موازی محور مخروط، زمانی بیشترین سطح مقطع را خواهد داشت که گذرنده از خود محور باشد. اگر این سطح مقطع را از روبه‌رو نگاه کنیم، شاهد یک مثلث متساویالساقین به شکل زیر هستیم:

درنتیجه ارتفاع این مثلث ۴ واحد و قاعدهٔ آن ۶ واحد است.



$$S_۱ = \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۴ = ۱۲$$

اما برای بزرگ‌ترین سطح مقطع ممکن از صفحهٔ عمود بر محور مخروط، زمانی به مطلوب مسئله می‌رسیم که سطح مقطع، خود دایرهٔ قاعدهٔ مخروط شود. پس کافی است مساحت دایره‌ای به شعاع ۳ واحد را حساب کنیم:

$$S_۲ = \pi r^۲ = ۹\pi$$

حال تست حاصل $S_۱S_۲$ را خواسته است:

$$S_۱S_۲ = ۱۲ \times ۹\pi = ۱۰۸\pi$$

تالیفی محمدجواد محسنی

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

گام اول

در یک دایره به معادلهٔ $x^۲ + y^۲ + ax + by + c = ۰$، نقطهٔ $-\frac{a}{۲}, -\frac{b}{۲}$ مرکز دایره می‌باشد و شعاع این دایره برابر است با:

$$R = \sqrt{(\frac{a}{۲})^۲ + (\frac{b}{۲})^۲ - c}$$

گام دوم

برای مشخص‌کردن وضعیت دو دایره نسبت به هم، مختصات مرکز دو دایره و شعاع آن‌ها را به دست می‌آوریم، سپس فاصلهٔ میان مرکز دو دایره (طول خط‌المرکزین) را با دو مقدار $|R_۱ - R_۲|$ و $R_۱ + R_۲$ مقایسه می‌کنیم.

$$x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y = ۱۳ \Rightarrow x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y - ۱۳ = ۰$$

$$\text{مرکز دایره} : O_۱ \ -\frac{-۲}{۲}, -\frac{۴}{۲}) \Rightarrow O_۱(۱, -۲)$$

$$\text{شعاع دایره} : R_۱ = \sqrt{(-\frac{۲}{۲})^۲ + (\frac{۴}{۲})^۲ + ۱۳} = \sqrt{۱ + ۴ + ۱۳} = \sqrt{۱۸} = ۳\sqrt{۲}$$

$$x^۲ + y^۲ + ۲x = ۱ \Rightarrow x^۲ + y^۲ + ۲x - ۱ = ۰$$

$$\text{مرکز دایره} : O_۲ \ -\frac{۲}{۲}, -\frac{۰}{۲} \ \Rightarrow O_۲(-۱, ۰)$$

$$\text{شعاع دایره} : R_۲ = \sqrt{(\frac{۲}{۲})^۲ + ۰ + ۱} = \sqrt{۱ + ۱} = \sqrt{۲}$$

بنابراین داریم:

$$O_۱O_۲ = \sqrt{(-۱ - ۱)^۲ + (۰ + ۲)^۲} = \sqrt{۴ + ۴} = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲}$$
$$R_۱ + R_۲ = ۳\sqrt{۲} + \sqrt{۲} = ۴\sqrt{۲}$$
$$|R_۱ - R_۲| = \left| ۳\sqrt{۲} - \sqrt{۲} \right| = ۲\sqrt{۲}$$

بنابراین $O_۱O_۲ = |R_۱ - R_۲|$ است و دو دایره نسبت به هم مماس داخل هستند.

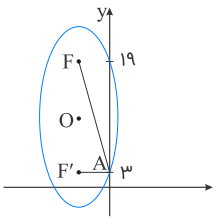
Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۵۶ گزینه ۱

به دلیل اینکه بیضی عمودی است، کانون‌ها و مرکز هم‌طول هستند.

$$\text{مرکز } O(-۶, \frac{۱۹+۳}{۲}) = (-۶, ۱۱) \Rightarrow F'(-۶, ۳)$$
$$FF' = ۲c = ۱۶ \Rightarrow c = ۸$$

نقطهٔ $A(۰, ۳)$ یک نقطه روی بیضی است، پس داریم:



$$AF + AF' = ۲a$$
$$AF' = ۶$$
$$AF^۲ = FF'^۲ + AF'^۲ \Rightarrow AF = \sqrt{(۱۶)^۲ + (۶)^۲}$$
$$\Rightarrow AF = \sqrt{۲۹۲} = ۲\sqrt{۷۳}$$
$$AF + AF' = ۶ + ۲\sqrt{۷۳} = ۲a$$

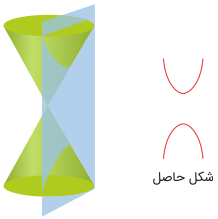
طول قطر بزرگ برابر است با:

$$۲a = ۶ + ۲\sqrt{۷۳}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۵۷ گزینه ۴

مقطع حاصل یک هذلولی است.



شکل حاصل

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۵۸ گزینه ۱

در شکل (۱)، BC قطر وجه و AB ضلع عمود بر آن است. پس $AB \perp BC$ و این هم یعنی مثلث ABC قائم‌الزاویه است و داریم:

$$\text{قطر وجه در مکعب} : BC = \sqrt{a^۲ + a^۲} \xrightarrow{a=۲} BC = \sqrt{۲^۲ + ۲^۲} = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲}$$
$$\xrightarrow{AB=۲} \text{قائم‌الزاویه } S = \frac{AB \times BC}{۲} = \frac{۲ \times ۲\sqrt{۲}}{۲} = ۲\sqrt{۲}$$

و در شکل (۲) سطح مقطع، مستطیلی است که یک ضلعش قطر وجه مکعب است و دیگری ضلع مکعب.

$$\text{قطر وجه مکعب} = a\sqrt{۲} \Rightarrow S = a\sqrt{۲} \times a = a^۲\sqrt{۲} \xrightarrow{a=۲} ۴\sqrt{۲}$$

$$\text{نسبت خواسته‌شده} : \frac{۲\sqrt{۲}}{۴\sqrt{۲}} = \frac{۱}{۲}$$

تالیفی مهدی ملارمضانی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۵۹ گزینه ۳

MF' نصف وتر کانونی است.

$$S_۱ = S(\overset{\Delta}{FF'M}) = \frac{۱}{۲} \times ۲c \times \frac{b^۲}{a} = \frac{cb^۲}{a} = eb^۲$$

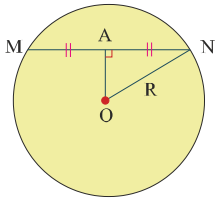
$$S_۲ = S(\overset{\Delta}{B'FF'}) = \frac{۱}{۲} \times ۲c \times b = cb$$

$$S_۱ + S_۲ = cb + eb^۲ = b(c + eb)$$

تالیفی سیروس نصیری

۶۰ گزینه ۴

می‌دانیم اگر از مرکز یک دایره به وسط یک وتر وصل کنیم بر آن وتر عمود می‌شود؛ پس داریم:



$$(x - ۲)^۲ + (y - ۴)^۲ = ۱۰ \Rightarrow O(۲, ۴)\ ,\ R = \sqrt{۱۰}$$

$$|OA| = \sqrt{(۱ - ۲)^۲ + (۲ - ۴)^۲} = \sqrt{۵}$$

$$\overset{\Delta}{OAN}\ : ON^۲ = OA^۲ + AN^۲ \Rightarrow ۱۰ = ۵ + AN^۲$$

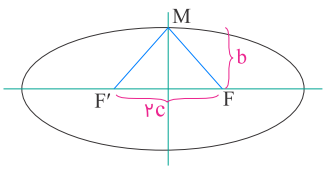
$$\Rightarrow AN^۲ = ۵ \Rightarrow AN = \sqrt{۵} \Rightarrow MN = ۲\sqrt{۵}$$

تالیفی جعفر میکائیلی

۶۱ گزینه ۳

چون قاعدهٔ مثلث یعنی فاصلهٔ F و F' برابر عدد ثابت $۲c$ است، مساحت مثلث زمانی ماکزیمم می‌گردد که ارتفاع مثلث حداکثر باشد و این اتفاق زمانی رخ می‌دهد که M روی B یا B' باشد.

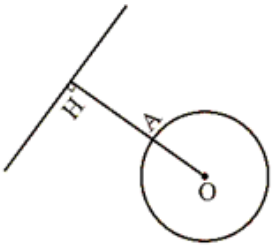
$$S_{max} = \frac{۱}{۲}(\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}\ = \frac{۱}{۲}(۲c)\, b = bc$$



تالیفی مدرسه ریاضی سلامیان

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۶۲ گزینه ۳



$$AH = OH - R$$

$$x^۲ + y^۲ - ۴x - ۲y + ۱ = ۰ \ , \ O(۲,۱)$$

$$R = \frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶ + ۴ - ۴} = ۲$$

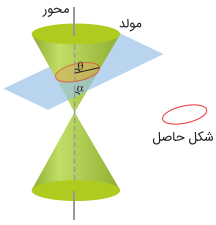
$$\begin{cases} ۳y - ۴x - ۱۲ = ۰ \\ O(۲,۱) \end{cases} \Rightarrow OH = \frac{|۳ - ۸ - ۱۲|}{\sqrt{۹ + ۱۶}} = \frac{۱۷}{۵}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{۱۷}{۵} - ۲ = \frac{۷}{۵}$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

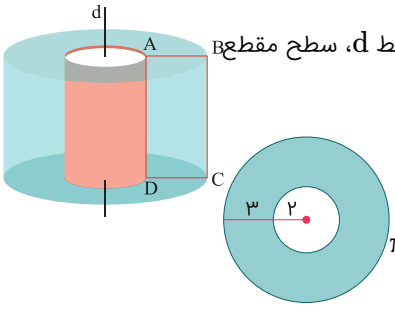
۶۳ گزینه ۳

باتوجه‌به شکل زیر می‌دانیم اگر صفحهٔ غیرموازی مولد و $۰ < \theta < ۹۰ < \alpha$ باشد، سطح مقطع بیضی ظاهر می‌شود.



تالیفی عزیزالله علی اصغری

۶۴ گزینه ۲



شکل حاصل در اثر این دوران یک استوانه است که استوانه‌ای از آن جدا شده است. پس صفحهٔ عمود بر خط d، سطح مقطع زیر را از شکل جدا می‌کند:

بنابراین مساحت جداشده برابر است با:

$$\pi(۵)^۲ - \pi(۲)^۲ = ۲۵\pi - ۴\pi = ۲۱\pi$$

سطح مقطع صفحهٔ شامل خط d ، دو برابر مساحت مستطیل ABCD است، یعنی $۲(۳ \times ۶) = ۳۶$.

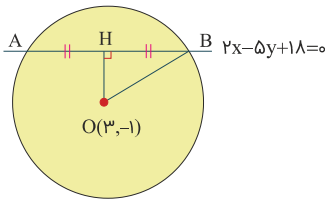
پس خواستهٔ سؤال برابر است با: $\frac{۱۲}{۷\pi} = \frac{۳۶}{۲۱\pi}$.

تالیفی عزیزالله علی اصغری

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۶۵ گزینه ۱

مرکز دایره را داریم، پس باید شعاع دایره را بیابیم. می‌دانیم اگر از مرکز دایره بر یک وتر عمود کنیم آن وتر را نصف می‌کند، پس داریم:



$$AH = HB = \frac{AB}{۲} = \frac{۶}{۲} = ۳$$

حال فاصلهٔ مرکز دایره از خط $۲x - ۵y + ۱۸ = ۰$ را محاسبه می‌کنیم:

$$OH = \frac{|۲ \times ۳ - ۵ \times (-۱) + ۱۸|}{\sqrt{۴ + ۲۵}} = \sqrt{۲۹}$$

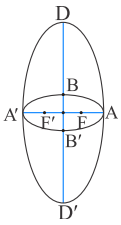
اکنون در مثلث قائم‌الزاویهٔ OHB داریم:

$$OB^۲ = OH^۲ + HB^۲ \Rightarrow R^۲ = (\sqrt{۲۹})^۲ + ۳^۲ = ۳۸ \Rightarrow R = \sqrt{۳۸}$$

تالیفی جعفر میکائیلی

۶۶ گزینه ۴

در بیضی اولیه (کوچک) قطر بزرگ را $۲a$، قطر کوچک $۲b$ و فاصلهٔ کانونی را $۲c$ می‌نامیم و در بیضی جدید (بزرگ) قطر بزرگ را $۲a'$، قطر کوچک $۲b'$ و فاصلهٔ کانونی را $۲c'$ می‌نامیم.



باتوجه‌به شکل داریم:

$$\left.\begin{array}{l} c' = b \\ b' = a \\ a'^۲ = b'^۲ + c'^۲ \end{array}\right\} \Rightarrow a'^۲ = a^۲ + b^۲ = a^۲ + a^۲ - c^۲ = ۲a^۲ - c^۲$$

$$\text{خواستهٔ مسئله} = \frac{۲a'}{۲a} = \frac{a'}{a} = \sqrt{\frac{۲a^۲ - c^۲}{a^۲}} = \sqrt{۲ - (\frac{c}{a})^۲} = \sqrt{۲ - e^۲}$$

تالیفی حسین سعیدی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۶۷ گزینه ۲

باتوجه‌به شکل: $b = ۳ \ , \ c = ۴$

می‌دانیم $a^۲ = b^۲ + c^۲$، بنابراین:

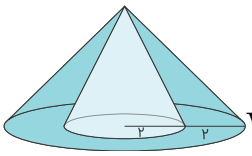
$$a^۲ = ۹ + ۱۶ \Rightarrow a = ۵$$

مساحت مثلث $A'BF$ برابر است با:

$$S_{A'BF} = \frac{\overbrace{OB}^{b} \times \overbrace{FA'}^{a+c}}{۲} = \frac{۳(۵+۴)}{۲} = \frac{۲۷}{۲}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۶۸ گزینه ۳



حجم جسم تفاضل بین دو مخروط ساخته شده است که ارتفاع هر دو برابر با ۴ و شعاع قاعدهٔ آن‌ها ۲ و ۴ است.

$$V_۱ = \frac{۱}{۳} \times \pi r_۱^۲ h = \frac{۱}{۳} \times \pi \times ۲^۲ \times ۴ = \frac{۱۶\pi}{۳}$$

$$V_۲ = \frac{۱}{۳} \times \pi r_۲^۲ h = \frac{۱}{۳} \times \pi \times ۴^۲ \times ۴ = \frac{۶۴\pi}{۳}$$

$$V_۲ - V_۱ = \frac{۶۴\pi}{۳} - \frac{۱۶\pi}{۳} = ۱۶\pi$$

تالیفی سیروس نصیری

۶۹ گزینه ۱

باتوجه‌به آنکه خط به معادلهٔ $۳x + ۲y = a$ بر خط مماس بر دایره عمود است، پس این خط قائم بر دایره بوده و درنتیجه از مرکز دایره عبور می‌کند.

پس مختصات مرکز دایره در معادلهٔ خط صدق می‌کند:

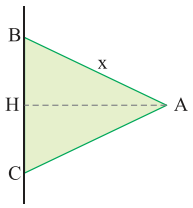
$$x^۲ + y^۲ - ۲x + y = ۱ \xrightarrow{\text{مرکز}} O(۱, -\frac{۱}{۲})$$

$$۳(۱) + ۲(-\frac{۱}{۲}) = a \Rightarrow a = ۲$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۷۰ گزینه ۳



باتوجه‌به تعریف سینوس داریم:

$$\sin B = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{AH}{x} \Rightarrow AH = \frac{x}{۳}$$

در ضمن از رابطهٔ فیثاغورس داریم:

$$BH^۲ + AH^۲ = AB^۲ \Rightarrow BH^۲ + \frac{x^۲}{۹} = x^۲$$
$$BH^۲ = \frac{۸x^۲}{۹} \Rightarrow BH = \frac{۲\sqrt{۲}x}{۳}$$

حجم حاصل از دوران کل شکل دو برابر حجم حاصل از دوران مثلث ABH می‌باشد، پس:

$$V = ۲ \times \frac{\pi}{۳} r^۲ h \Rightarrow \frac{۳۲\sqrt{۲}\pi}{۳} = ۲ \times \frac{\pi}{۳} \times \frac{x^۲}{۹} \times \frac{۲\sqrt{۲}x}{۳} \Rightarrow x^۳ = ۸ \times ۲۷ \Rightarrow x = ۶$$

تالیفی عباس حسینی

۷۱ گزینه ۳

$$f = x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y = ۰$$

باید نقطه خارج از دایره قرار بگیرد، یعنی $f(A) > ۰$ باشد.

$$x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y = ۰ \xrightarrow{f(\alpha,-۱)>۰} \alpha^۲ + (-۱)^۲ - ۲\alpha + ۴(-۱) > ۰$$
$$\Rightarrow \alpha^۲ - ۲\alpha - ۳ > ۰ \Rightarrow (\alpha - ۳)(\alpha + ۱) > ۰$$
$$\Rightarrow \alpha > ۳ \text{ یا } \alpha < -۱ \Rightarrow \alpha \in \mathbb{R} - [-۱, ۳]$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

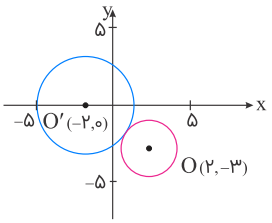
$$(x-۲)^۲+(y+۳)^۲=۴\Rightarrow O(۲,-۳), R=\sqrt{۴}=۲$$
$$x^۲+y^۲-ax=۵\Rightarrow x^۲+y^۲-ax-۵=۰$$
$$O'(\frac{a}{۲},۰)\ ,\ R'=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+۲۰}$$

برای اینکه این دو دایره نسبت به هم مماس بیرون باشد، لازم است:

$$OO'=R+R'$$

ابتدا OO' را به دست می‌آوریم:

$$OO'=\sqrt{(۲-\frac{a}{۲})^۲+(-۳)^۲}=\sqrt{\frac{a^۲}{۴}-۲a+۱۳}$$



در نهایت مقادیر را در رابطهٔ $OO'=R+R'$ جایگذاری می‌کنیم:

$$\sqrt{\frac{a^۲}{۴}-۲a+۱۳}=۲+\frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+۲۰}$$

طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\frac{a^۲}{۴}-۲a+۱۳=۴+۲\sqrt{a^۲+۲۰}+\frac{۱}{۴}(a^۲+۲۰)$$
$$\Rightarrow ۴-۲a=۲\sqrt{a^۲+۲۰}\Rightarrow ۲-a=\sqrt{a^۲+۲۰}$$

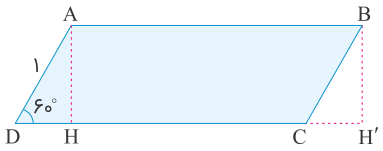
مجدداً طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(۲-a)^۲=a^۲+۲۰$$
$$\Rightarrow a^۲-۴a+۴=a^۲+۲۰$$
$$-۴a=۱۶\Rightarrow a=-۴$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۷۳ گزینه ۲



$$AH = AD.\sin ۶۰^\circ = ۱ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

می‌توانیم به‌جای دوران متوازی‌الاضلاع، مستطیل $ABH'H$ را دوران دهیم که هم‌مساحت با متوازی‌الاضلاع است و حجم حاصل از دوران آن حول HH' با متوازی‌الاضلاع تفاوتی نمی‌کند.

شکل حاصل استوانه‌ای به شعاع قاعدهٔ $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ و ارتفاع ۳ است.

بنابراین حجم آن برابر است با:

$$\pi r^۲ h = \pi(\frac{\sqrt{۳}}{۲})^۲ \times ۳ = \frac{۹\pi}{۴}$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

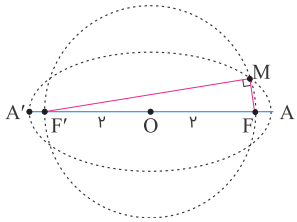
۷۴ گزینه ۲

باتوجه‌به معلومات سؤال، داریم:

$$\begin{matrix} \text{طول قطر بزرگ} = ۲a = ۲\sqrt{۵} \Rightarrow a = \sqrt{۵} \\ \text{طول قطر کوچک} = ۲b = ۲ \Rightarrow b = ۱ \end{matrix} \xrightarrow{a^۲=b^۲+c^۲} c = ۲$$

پس $OF = OF' = ۲$ و چون طول شعاع دایره هم ۲ واحد است، نقاط F و F'روی دایره‌اند. پس FF' قطر دایره است و چون زاویهٔ FMF' محاطی و روبه‌رو به قطر می‌باشد، قائمه است و داریم:

$$\overset{\Delta}{MFF'} \text{ : فیثاغورس} \Rightarrow MF^۲ + MF'^۲ = FF'^۲ = ۴^۲ = ۱۶$$



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۷۵ گزینه ۱

اگر ضلع مکعب را a فرض کنیم، قطر مربع‌های جانبی $a\sqrt{۲}$ خواهد بود. باتوجه‌به رابطهٔ مسئله:

$$AB = ۵\sqrt{۲}MN \Rightarrow a = ۵\sqrt{۲}MN \Rightarrow MN = \frac{a}{۵\sqrt{۲}}$$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ متساویالساقین DMN داریم:

$$DM^۲ + DN^۲ = MN^۲ \Rightarrow ۲DM^۲ = \frac{a^۲}{۵۰} \Rightarrow DM^۲ = \frac{a^۲}{۱۰۰} \Rightarrow DM = \frac{a}{۱۰}$$

حجم منشور برابر است با:

$$V = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} \Rightarrow ۲۰ = \frac{a}{۱۰} \times \frac{a}{۱۰} \times \frac{۱}{۲} \times a \Rightarrow a^۳ = ۴۰۰۰ \Rightarrow a = ۱۰\sqrt[۳]{۴}$$

تالیفی عباس حسینی

۷۶ گزینه ۳

شعاع دایره برابر است با:

$$x^۲ + y^۲ - x + ۲y - ۵ = ۰$$

$$r = \frac{۱}{۲}\sqrt{۱ + ۴ + ۲۰} = \frac{۵}{۲}$$

پس نقطهٔ موردنظر باید روی دایره قرار بگیرد تا از مرکز به فاصلهٔ ۲/۵ باشد.

جایگذاری گزینهٔ ۳:

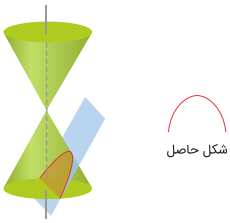
$$۳^۲ + (-۱)^۲ - ۳ + ۲(-۱) - ۵ = ۹ + ۱ - ۳ - ۲ - ۵ = ۰$$

تالیفی حسین سعیدی

۷۷ گزینه ۳

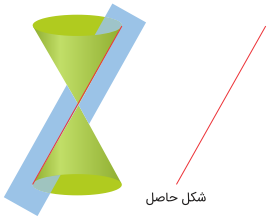
دو حالت زیر را خواهیم داشت:

۱. اگر صفحهٔ موردنظر از رأس مخروط نگذرد:



در این حالت سطح مقطع سهمی پدید می‌آید.

۲. اگر صفحهٔ موردنظر از رأس مخروط بگذرد (شامل رأس مخروط باشد):



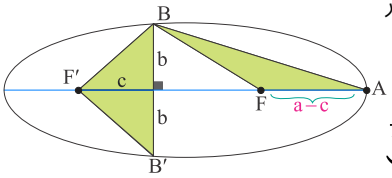
در این حالت شکل حاصل، خط مولدی است که صفحهٔ ما با آن موازی است.

تالیفی عزیزالله علی اصغری

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

۷۸ گزینه ۲

باتوجه‌به اندازه‌های مشخص‌شده روی شکل، مساحت مثلث‌های ABF و $BB'F'$ را با یکدیگر برابر قرار می‌دهیم:



$$\underbrace{\frac{1}{2}\times(2b)\times(c)}_{S_{BB'F'}}=\underbrace{\frac{1}{2}\times(b)\times(a-c)}_{S_{ABF}}$$

$$\Rightarrow 2bc=b(a-c)\Rightarrow 2c=a-c\Rightarrow 3c=a$$

باتوجه‌به اینکه در بیضی رابطهٔ $a^2=b^2+c^2$ برقرار است، داریم:

$$a^2=b^2+c^2\xrightarrow{c=\frac{a}{3}}a^2=b^2+(\frac{a}{3})^2=b^2+\frac{a^2}{9}$$

$$\Rightarrow\frac{8}{9}a^2=b^2\Rightarrow\frac{b^2}{a^2}=\frac{8}{9}\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد - حمیدرضا پردازی مقدم

۷۹ گزینه ۳

به دلیل اینکه طول نقاط کانون‌های بیضی، یعنی نقاط $F(3,2)$ و $F'(3,10)$ یکسان است، پس بیضی قائم است:

$$O=\frac{F+F'}{2}\Rightarrow O(3,6)\Rightarrow OF=4$$

از طرفی : قطر کوچک بیضی $=2b\Rightarrow 2b=6\Rightarrow b=3$

می‌دانیم : $a^2=b^2+c^2$

$$\Rightarrow a^2=(3)^2+(4)^2\Rightarrow a=5$$

پس مختصات دو سر قطر بزرگ بیضی $(3,1)$ و $(3,11)$ است.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۸۰ گزینه ۴

چون چهار ضلعی $BFB'F'$ یک مربع است و در مربع، قطرها منصف یکدیگر هستند؛ پس $OB=OF$ یعنی $b=c$.

ازطرفی می‌دانیم در هر بیضی $BF=a$ و چون $OB=OF=b$، پس طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم: $BF=b\sqrt{2}$ و بنابراین $b\sqrt{2}=a$. حال طبق فرض داریم:

$$AF=2\sqrt{2}-2\Rightarrow a-c=2\sqrt{2}-2$$

$$\Rightarrow b\sqrt{2}-b=2\left(\sqrt{2}-1\right)\Rightarrow b\left(\sqrt{2}-1\right)=2\left(\sqrt{2}-1\right)\Rightarrow b=2$$

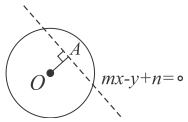
$$\Rightarrow \text{طول قطر کوچک}=2b=4$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۸۱ گزینه ۳

با بررسی متوجه می‌شویم که نقطهٔ A درون دایره است و کوتاه‌ترین وتر دایره بر قطر گذرنده از A عمود است:



دایره را استاندارد می‌کنیم:

$$(x-۲)^۲+(y+۱)^۲=۴\ ,\ O\left|\begin{matrix}۲\\-۱\end{matrix}\right.\ ,R=۲$$

$$OA=\sqrt{(۲-۱)^۲+(۰+۱)^۲}=\sqrt{۲}=\frac{|m(۲)-(-۱)+n|}{\sqrt{m^۲+۱}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{۲}\sqrt{m^۲+۱}=|۲m+۱+n|\xrightarrow{m=-n}\sqrt{۲}\sqrt{n^۲+۱}=|۱-n|\Rightarrow n=-۱\Rightarrow m=۱$$

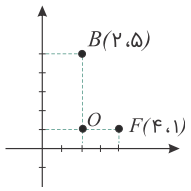
$$\text{نقطهٔ A سر خط}\Rightarrow m+n=۰\Rightarrow m=-n$$

$$۲m+n=۲-۱=۱$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

۸۲ گزینه ۲

سؤال از ما $۲a$ قطر بزرگ را می‌خواهد.



باتوجه‌به شکل داریم:

$$O=(۲,۱)\ \ ,\ \ OF=c=۲\ \ ,\ \ OB=b=۴$$

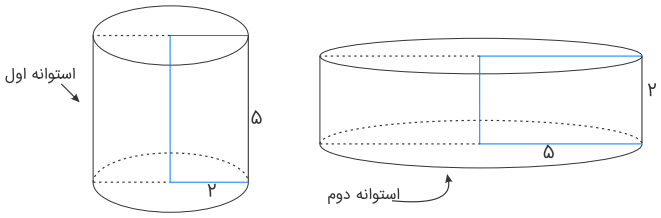
$$a^۲=b^۲+c^۲=۴+۱۶=۲۰\Rightarrow a=۲\sqrt{۵}\Rightarrow ۲a=۴\sqrt{۵}$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۸۳ گزینه ۴

مطابق شکل، باید اختلاف حجم‌های دو استوانه را بیابیم:



$$\text{اختلاف حجم دو استوانه} = \text{حجم استوانهٔ دوم} - \text{حجم استوانهٔ اول}$$
$$= \pi(۵^۲)(۲) - \pi(۲^۲)(۵) = ۵۰\pi - ۲۰\pi = ۳۰\pi$$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

۸۴ گزینه ۱

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

گام اول

الف) هرگاه خطی بر دایره مماس باشد، فاصلهٔ مرکز دایره از این خط برابر با شعاع دایره خواهد بود.

ب) معادلهٔ دایره‌ای به مرکز α , β و شعاع R به‌صورت زیر است:

$$(x-\alpha)^۲ + (y-\beta)^۲ = R^۲$$

گام دوم

طبق قسمت (الف) از گام اول، شعاع دایره برابر است با فاصلهٔ نقطهٔ $(۰ , ۲)$ از خط $y = x$، پس داریم:

$$y = x \Rightarrow -x + y = ۰$$
$$R = \frac{|-۲ + ۰|}{\sqrt{(-۱)^۲ + ۱^۲}} = \frac{۲}{\sqrt{۲}} = \sqrt{۲}$$

معادلهٔ این دایره به‌صورت زیر است:

$$(x-۲)^۲ + (y-۰)^۲ = (\sqrt{۲})^۲ \Rightarrow (x-۲)^۲ + y^۲ = ۲$$

اکنون نقطهٔ تلاقی دایره با خط $y = ۱$ را به دست می‌آوریم:

$$(x-۲)^۲ + y^۲ = ۲ \xrightarrow{y=۱} (x-۲)^۲ + ۱ = ۲ \Rightarrow (x-۲)^۲ = ۱$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x-۲ = ۱ \Rightarrow x = ۳ \\ x-۲ = -۱ \Rightarrow x = ۱ \end{cases}$$

پس این دایره، خط $y = ۱$ را در نقاطی با طول‌های ۱ و ۳ قطع می‌کند.

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۸۵ گزینه ۱

در بیضی، قطر بزرگ $۲a$ و قطر کوچک $۲b$ است، پس داریم:

$$۲a - ۲b = ۴ \Rightarrow ۲b = ۲a - ۴ \Rightarrow b = a - ۲$$

در بیضی خروج از مرکز برابر $\frac{c}{a}$ است، پس داریم:

$$\frac{c}{a} = \frac{۴}{۵} \Rightarrow c = \frac{۴}{۵}a$$

با استفاده از رابطهٔ $a^۲ = b^۲ + c^۲$، مقدار c را به دست می‌آوریم:

$$a^۲ = (a-۲)^۲ + (\frac{۴}{۵}a)^۲ \Rightarrow a^۲ = a^۲ - ۴a + ۴ + \frac{۱۶}{۲۵}a^۲$$
$$\Rightarrow \frac{۱۶a^۲}{۲۵} - ۴a + ۴ = ۰ \Rightarrow \frac{۴a^۲}{۲۵} - a + ۱ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۵ \\ a = \frac{۵}{۴} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = ۵ \Rightarrow b = ۳ \Rightarrow c = ۴ \quad \text{ق.ق} \\ a = \frac{۵}{۴} \Rightarrow b = -\frac{۳}{۴} \Rightarrow c = ۱ \quad \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

در آخر فاصلهٔ کانونی بیضی را به دست می‌آوریم:

$$۲c = ۲(۴) = ۸$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۸۶ گزینه ۳

شرط دایره بودن این است که ضرایب $x^۲$ و $y^۲$ باهم برابر باشند، پس:

$$m - ۲ = ۲ \Rightarrow m = ۴$$

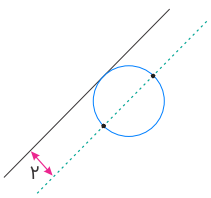
بنابراین باتوجه‌به $m = ۴$ معادلهٔ دایره و خط به‌صورت زیر است:

$$۲x^۲ + ۲y^۲ + ۴x - ۸y - ۸ = ۰ \xrightarrow{\div ۲} x^۲ + y^۲ + ۲x - ۴y - ۴ = ۰$$
$$۳x - ۴y - ۴ = ۰$$

حال فاصلهٔ مرکز دایره از خط را به دست می‌آوریم:

$$O(-۱, ۲) \quad , \quad OH = \frac{|-۳ - ۸ - ۴|}{\sqrt{۹ + ۱۶}} = \frac{۱۵}{۵} = ۳$$
$$r = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴ + ۱۶ + ۱۶} = ۳$$

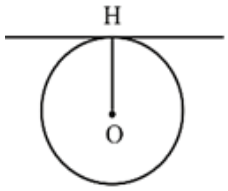
درنتیجه خط بر دایره مماس است و دو نقطه وجود دارد که به فاصلهٔ ۲ باشد.



تالیفی حسین سعیدی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۸۷ گزینه ۳



$$\begin{matrix}۴x+۳y-۱۰=۰\\ O(۰,۰)\end{matrix} \Rightarrow OH=R=\frac{|-۱۰|}{\sqrt{۱۶+۹}}=\frac{۱۰}{۵}=۲$$

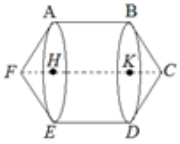
معادلهٔ دایره : $x^۲+y^۲=۴$

روی دایره $m,۲$ نقطهٔ $\Rightarrow m^۲+۴=۴\Rightarrow m=۰$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

۸۸ گزینه ۲

حجم آن از مجموع دو مخروط برابر و یک استوانه به دست می‌آید.



$$FH=KC=\frac{۱}{۲}AF=\frac{a}{۲}\quad ,\quad FC=۲a\quad ,\quad HK=۲a-a=a=h$$ استوانه

$$BK=AH=\frac{\sqrt{۳}}{۲}AF=\frac{\sqrt{۳}}{۲}a=R$$ استوانه

$$V_{\text{استوانه}}=\pi R^۲h=\pi\times(\frac{\sqrt{۳}}{۲}a)^۲\,a=\frac{۳}{۴}\pi a^۳$$

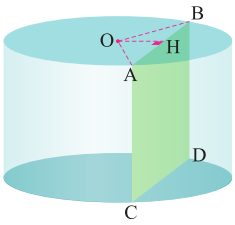
$$V_{\text{یک مخروط}}=\frac{۱}{۳}\pi R^۲h=\frac{۱}{۳}\pi(AH)^۲(FH)=\frac{۱}{۳}\pi(\frac{\sqrt{۳}}{۲}a)^۲\times\frac{a}{۲}=\frac{\pi a^۳}{۸}$$

$$V_{\text{کل}}=۲(\frac{\pi a^۳}{۸})+\frac{۳}{۴}\pi a^۳=\pi a^۳$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۸۹ گزینه ۲



چون سطح مقطع $(ABCD)$مربعی‌شکل است، داریم:

$$AB = AC = ۶ \Rightarrow AH = ۳$$

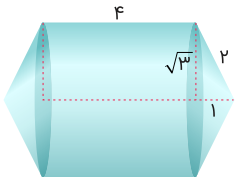
ضمناً OA شعاع قاعده و برابر ۵ واحد است.
با نوشتن رابطهٔ فیثاغورس در مثلث OHA داریم:

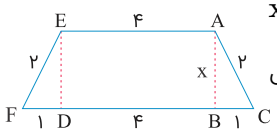
$$OA^۲ = OH^۲ + HA^۲ \Rightarrow ۵^۲ = OH^۲ + ۳^۲ \Rightarrow OH = ۴$$

تالیفی محمد امین نباخته

۹۰ گزینه ۲

شکل حاصل پس از دوران، از یک استوانه به ارتفاع ۴ و دو مخروط به ارتفاع ۱ و شعاع قاعدهٔ $\sqrt{۳}$ تشکیل شده است.





$$x = \sqrt{۲^۲ - ۱^۲} = \sqrt{۳}$$

در حقیقت مثلث ABC حول BC (و مثلث سمت چپ حول FD) و مستطیل $ABDE$ حول DB دوران داده‌شده‌اند.

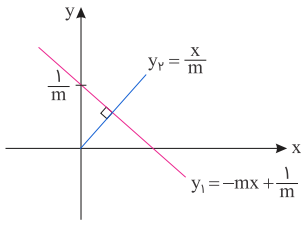
$$\text{حجم شکل} = \text{حجم استوانه} + \text{حجم مخروط} \times ۲$$

$$= ۲ \times \frac{\pi}{۳}(\sqrt{۳})^۲ (۱) + \pi\left(\sqrt{۳}\right)^۲ \times ۴ = ۲\pi + ۱۲\pi = ۱۴\pi$$

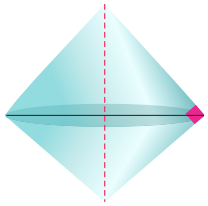
تالیفی امیر خمسه

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

شیب خطوط $y_۱$ و $y_۲$، $-m$ و $\frac{۱}{m}$ است که حاصل‌ضرب آن‌ها ۱- می‌شود. یعنی این دو خط بر هم عمود هستند. با ترسیم یک شکل کلی داریم:



از دوران یک مثلث قائم‌الزاویه حول وتر خود، دو مخروط با قاعده‌های مشترک به‌هم‌چسبیده، مطابق شکل، به وجود می‌آید:



حجم این شکل درمجموع، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$V = \frac{\pi}{۳} \times \text{وتر} \times (\text{ارتفاع وارد بر وتر})^۲$$

علت این فرمول این است که ارتفاع وارد بر وتر، بعد از دوران همان شعاع قاعده می‌شود و اگر ارتفاع‌های دو مخروط را باهم جمع کنیم، به همان وتر می‌رسیم. حال باید اندازه‌های لازم را به دست آوریم:

طول وتر مثلث از $y = ۰$ تا $y = \frac{۱}{m}$ است، درنتیجه طول وتر $\frac{۱}{m}$ می‌باشد.

برای ارتفاع وارد بر وتر باید طول نقطهٔ تقاطع دو خط $y_۱$ و $y_۲$ را بیابیم:

$$y_۱ = y_۲ \Rightarrow -mx + \frac{۱}{m} = \frac{x}{m} \Rightarrow (m + \frac{۱}{m})x = \frac{۱}{m}$$
$$\Rightarrow (\frac{m^۲ + ۱}{m})x = \frac{۱}{m} \Rightarrow x = \frac{۱}{m^۲ + ۱}$$

پس حالا می‌توانیم حجم شکل را محاسبه کنیم:

$$V = \frac{\pi}{۳} \times \frac{۱}{m} \times (\frac{۱}{m^۲ + ۱})^۲ = \frac{\pi}{۳m(m^۲ + ۱)^۲}$$

تالیفی محمدجواد محسنی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۹۲ گزینه ۲

شرط اول برای دایره بودن، برابری ضرایب $x^۲$ و $y^۲$ است.

$$m^۲ - ۳ = -۲m \Rightarrow m^۲ + ۲m - ۳ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} m = ۱ \\ m = -۳ \end{cases}$$

حال در هر دو حالت باید چک شود که عبارت زیر رادیکال در فرمول شعاع دایره مثبت باشد. البته اول باید ضرایب $x^۲$ و $y^۲$ را به یک تبدیل کنیم.

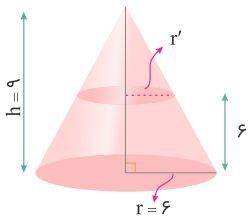
$$۱)\ m = ۱ \Rightarrow -۲x^۲ - ۲y^۲ + ۴x - ۲y - ۲ = ۰$$
$$\xrightarrow{\div(-۲)} x^۲ + y^۲ - ۲x + y + ۱ = ۰$$
$$a^۲ + b^۲ - ۴c = ۴ + ۱ - ۴ > ۰ \ \checkmark$$
$$۲)\ m = -۳ \Rightarrow ۶x^۲ + ۶y^۲ + ۴x - ۲y + ۶ = ۰$$
$$\xrightarrow{\div(۶)} x^۲ + y^۲ + \frac{۲}{۳}x - \frac{۱}{۳}y + ۱ = ۰$$
$$a^۲ + b^۲ - ۴c = \frac{۴}{۹} + \frac{۱}{۹} - ۴ < ۰ \quad \text{غ.ق.ق}$$

پس m یک مقدار، یعنی $m = ۱$ است.

تالیفی حسین سعیدی

۹۳ گزینه ۴

شکل را رسم می‌کنیم:

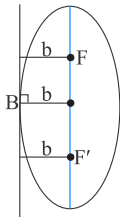


$$\text{تالس}: \frac{r'}{۶} = \frac{۳}{۹} \Rightarrow r' = ۲$$
$$\text{مخروط بزرگ}: V_۲ = \frac{۱}{۳}\pi r^۲ h = \frac{۱}{۳}\pi(۶)^۲(۹) = ۱۰۸\pi$$
$$\text{مخروط کوچک}: V_۱ = \frac{۱}{۳}\pi r'^۲ h' = \frac{۱}{۳}\pi(۲)^۲(۳) = ۴\pi$$
$$\text{مخروط ناقص}: V = V_۲ - V_۱ = ۱۰۸\pi - ۴\pi = ۱۰۴\pi$$

تالیفی علی شهرابی فراهانی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۹۴ گزینه ۲



$$\left.\begin{array}{l} FF' = ۲c \Rightarrow |۱-(-۱)| = ۲c \Rightarrow c = ۱ \\ ۲a = ۲\sqrt{۵} \Rightarrow a = \sqrt{۵} \end{array}\right\} \Rightarrow b^۲ = a^۲ - c^۲ = ۵ - ۱ = ۴ \Rightarrow b = ۲$$

ازطرفی مجموع فاصله‌های کانون‌ها از خط مماس بر بیضی در نقطهٔ B برابر $۲b$ است. پس داریم:

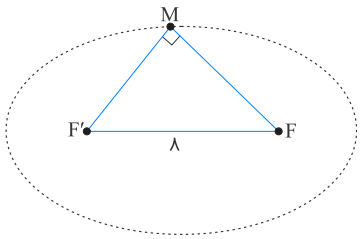
$$\text{جواب} = ۲b = ۴$$

تالیفی سیروس نصیری

۹۵ گزینه ۱

$$MF + MF' = ۱۰ \xrightarrow{\text{توان ۲}} MF^۲ + MF'^۲ + ۲MF.MF' = ۱۰۰$$

$$MF^۲ + MF'^۲ = ۶۴ \quad \Rightarrow \quad ۶۴ + ۲MF.MF' = ۱۰۰ \quad \Rightarrow \quad MF.MF' = ۱۸$$



تالیفی سیروس نصیری

۹۶ گزینه ۴

دورترین نقطه از کانون همان دورترین رأس و نزدیک‌ترین نقطه به کانون رأس مقابل آن خواهد بود.

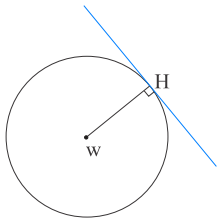
$$a + c = ۳(a - c) \quad \Rightarrow \quad a + c = ۳a - ۳c \quad \Rightarrow \quad ۴c = ۲a \quad \Rightarrow \quad \frac{c}{a} = \frac{۱}{۲}$$

تالیفی سیروس نصیری

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۹۷ گزینه ۱

بایستی فاصلهٔ مرکز دایره تا خط مماس برابر با شعاع باشد.



$$W\left(-\frac{a}{b},-\frac{b}{۲}\right)=(۲,-۱)$$

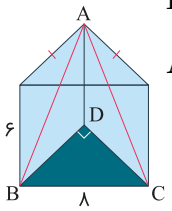
$$r=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶+۴-۴m}=\frac{\sqrt{۲۰-۴m}}{۲}=\sqrt{۵-m}$$

$$|WH|=\frac{|۳(۲)+۴(-۱)+۳|}{\sqrt{۳^۲+۴^۲}}=\frac{۵}{۵}=۱$$

$$r=|WH|\Rightarrow\sqrt{۵-m}=۱\Rightarrow m=۴$$

تالیفی سیروس نصیری

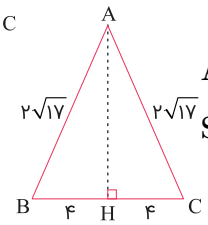
۹۸ گزینه ۴



$$BD^۲+CD^۲=BC^۲\Rightarrow x^۲+x^۲=۶۴\Rightarrow x^۲=۳۲\Rightarrow x=۴\sqrt{۲}$$

$$AB^۲=AD^۲+BD^۲\Rightarrow AB^۲=۳۶+۳۲\Rightarrow AB^۲=۶۸\Rightarrow AB=۲\sqrt{۱۷}$$

برای یافتن مساحت مثلث ABC، طول ارتفاع وارد بر BC را می‌یابیم:



$$AH^۲=AC^۲-HC^۲\Rightarrow AH=\sqrt{۶۸-۱۶}=\sqrt{۵۲}\Rightarrow AH=۲\sqrt{۱۳}$$

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}AH\times BC=\frac{۱}{۲}\times۲\sqrt{۱۳}\times۸=۸\sqrt{۱۳}$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۹۹ گزینه ۴

شکل حاصل از دوران ربع دایره یک نیمکره به شعاع r است که حجم آن برابر است با:

$$V = \frac{۱}{۲}(\frac{۴}{۳}\pi r^۳) = \frac{۲}{۳}\pi r^۳$$

حجم شکل حاصل از دوران مثلث قائم الزاویه : $V' = \frac{۱}{۳}\pi r^۲.r = \frac{۱}{۳}\pi r^۳$

حجم قسمت باقی‌مانده:

$$V - V' = \frac{۲}{۳}\pi r^۳ - \frac{۱}{۳}\pi r^۳ = \frac{۱}{۳}\pi r^۳$$

بنابراین جواب برابر است با:

$$\frac{V - V'}{V} = \frac{\frac{۱}{۳}\pi r^۳}{\frac{۲}{۳}\pi r^۳} = \frac{۱}{۲}$$

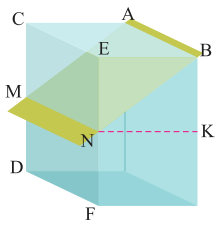
تالیفی عزیزالله علی اصغری

۱۰۰ گزینه ۴

به شکل زیر دقت کنید:

مثلث BNK قائم‌الزاویه است و چون $NK = ۴$ و $BK = ۳$ است، پس $BN = ۵$.

مقطع حاصل مستطیلی به ابعاد ۴ و ۵ است، لذا $S = ۴ \times ۵ = ۲۰$.



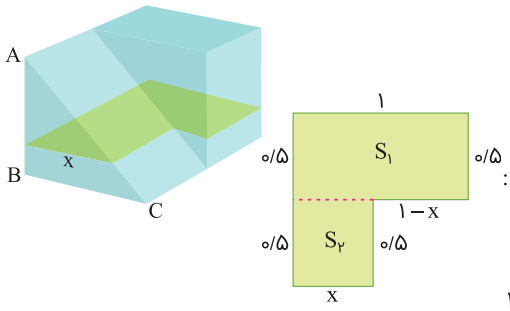
تالیفی امیر خمسه

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

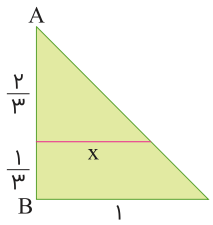
۱۰۱ گزینه ۴

سطح مقطع به شکل زیر خواهد بود:

اگر این سطح مقطع را از بالا نگاه کنیم، به‌صورت زیر می‌شود:



ابتدا x را به دست می‌آوریم. برای به دست آوردن x در مثلث ABC قضیهٔ تالس را می‌نویسیم:



$$\xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{x}{۱}=\frac{\frac{۲}{۳}}{۱} \Rightarrow x=\frac{۲}{۳}$$

سپس مساحت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$S_۱ = ۱ \times ۰/۵ = ۰/۵$$

$$S_۲ = ۰/۵ \times \frac{۲}{۳} = \frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow S_۱ + S_۲ = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} = \frac{۵}{۶}$$

تالیفی محمد امین نباخته

۱۰۲ گزینه ۲

می‌دانیم $a^۲ = b^۲ + c^۲$، $OB = b = ۸$، $OF = c = x$ و $OA = a = x + ۴$ است، پس داریم:

$$x^۲ + (۸)^۲ = (x+۴)^۲$$

$$x^۲ + ۶۴ = x^۲ + ۸x + ۱۶ \Rightarrow ۸x = ۴۸ \Rightarrow x = ۶$$

$$OF = c = ۶$$

$$OA = a = ۱۰$$

می‌دانیم $NF + NF' = ۲a$؛ پس داریم:

$$۱۶ + NF' = ۲۰ \Rightarrow NF' = ۴$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۰۳ گزینه ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

گام اول

الف) دایره محور xها را در دو نقطه به طول $x = ۱$ و $x = ۳$ قطع می‌کند؛ بنابراین نقاط $A(۱, ۰)$ و $B(۳, ۰)$ روی دایرهٔ موردنظر قرار دارند.

ب) مرکز دایره روی نیمساز ربع اول (خط $y = x$) است؛ بنابراین مرکز دایره را به‌صورت $O(\alpha, \alpha)$ در نظر می‌گیریم.

گام دوم

چون نقاط A و B روی دایره قرار دارند پس فاصلهٔ آن‌ها تا مرکز دایره باهم برابر و برابر شعاع دایره است.

$$OA = OB = R \Rightarrow \sqrt{(\alpha - ۱)^۲ + \alpha^۲} = \sqrt{(\alpha - ۳)^۲ + \alpha^۲}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} (\alpha - ۱)^۲ + \alpha^۲ = (\alpha - ۳)^۲ + \alpha^۲$$

$$\Rightarrow \alpha^۲ - ۲\alpha + ۱ = \alpha^۲ - ۶\alpha + ۹ \Rightarrow ۴\alpha = ۸ \Rightarrow \alpha = ۲$$

بنابراین مرکز دایره نقطهٔ $O(۲, ۲)$ می‌شود و شعاع دایره برابر است با:

$$R = OA = \sqrt{(۲ - ۱)^۲ + ۲^۲} = \sqrt{۱ + ۴} = \sqrt{۵}$$

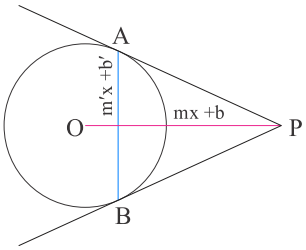
۱۰۴ گزینه ۲

می‌دانیم خط AB بر PO عمود است، پس کافی است شیب PO را بیابیم:

$$C : (x - ۳)^۲ + y^۲ = ۱۶ \Rightarrow O(۳, ۰)$$

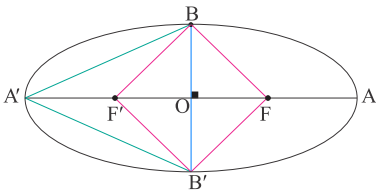
$$\Rightarrow m = \frac{۰ - ۱۶}{۳ - ۱۵} = \frac{۴}{۳}$$

$$mm' = -۱ \Rightarrow m' = -\frac{۳}{۴}$$



تالیفی صبا مهدوی

۱۰۵ گزینه ۲



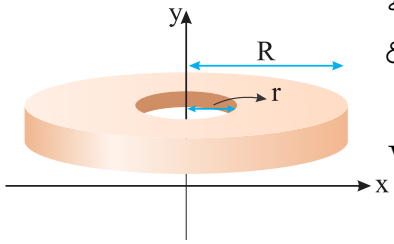
$$\frac{S_{BA'B'F}}{S_{BF'B'F}} = \frac{\frac{۱}{۲}A'F \times BB'}{\frac{۱}{۲}FF' \times BB'} = \frac{a + c}{۲c} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow ۲a + ۲c = ۶c \Rightarrow ۲a = ۴c \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{۱}{۲}$$

تالیفی حسین سعیدی

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

۱۰۶ گزینه ۳

از دوران شکل حول محور yها، استوانه‌ای حاصل می‌شود که یک استوانهٔ هم‌محور با آن از داخلش برداشته شده است. با توجه به شکل می‌توان دریافت ارتفاع دو استوانه باهم برابر و مساوی با ۱ است ولی شعاع استوانهٔ بزرگ‌تر برابر ۵ واحد و شعاع استوانهٔ کوچک‌تر ۲ واحد است؛ پس حجم موردنظر برابر است با:



$$V = V_{\text{بزرگ‌تر}} - V_{\text{کوچک‌تر}} = \pi hR^2 - \pi hr^2 = 25\pi - 4\pi = 21\pi$$

تالیفی محمدجواد محسنی

۱۰۷ گزینه ۳

ابتدا معادلهٔ دایره را می‌نویسیم:

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$$

برای یافتن نقاط برخورد دایره با محور xها، در معادلهٔ دایره به‌جای y عدد صفر را قرار می‌دهیم:

$$(x-1)^2 + (0+2)^2 = 5 \Rightarrow (x-1)^2 = 1 \Rightarrow x-1 = \pm 1 \Rightarrow x = 0, 2$$

تالیفی جعفر میکائیلی

۱۰۸ گزینه ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۸

گام اول

الف) هرگاه خطی بر دایره مماس باشد، فاصلهٔ مرکز دایره از این خط برابر با شعاع دایره خواهد بود.

ب) عمودمنصف هر وتر از دایره، از مرکز دایره عبور می‌کند.

گام دوم

دو نقطهٔ $A(2, 0)$ و $B(-2, 0)$ روی دایره قرار دارد بنابراین پاره‌خط AB وتری از دایره است که طبق گام اول، عمودمنصف آن از مرکز دایره عبور می‌کند. خط $x = 0$ عمودمنصف پاره‌خط AB است؛ پس فرض می‌کنیم نقطهٔ $O(0, \alpha)$، مرکز دایره است. فاصلهٔ مرکز دایره از نقاط A و B و خط $y = 1$ برابر با شعاع دایره است، پس داریم:

$$R = OA = \sqrt{(2-0)^2 + (0-\alpha)^2} = \sqrt{4+\alpha^2}$$

$$y = 1 \Rightarrow y - 1 = 0 \Rightarrow R = \frac{|\alpha - 1|}{\sqrt{1^2}} = |\alpha - 1|$$

$$\Rightarrow \sqrt{4+\alpha^2} = |\alpha - 1| \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4 + \alpha^2 = (\alpha - 1)^2$$

$$\Rightarrow 4 + \alpha^2 = \alpha^2 - 2\alpha + 1 \Rightarrow -2\alpha = 3 \Rightarrow \alpha = -\frac{3}{2}$$

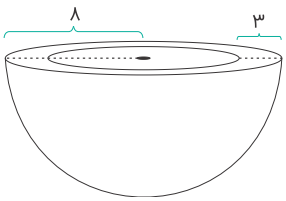
بنابراین شعاع دایره برابر است با:

$$R = |\alpha - 1| = \left| -\frac{3}{2} - 1 \right| = \left| -\frac{5}{2} \right| = \frac{5}{2}$$

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm
ایستو ۱۴۰۰

۱۰۹ گزینه ۴

طبق توضیحات صورت سؤال، شکل زیر را رسم می‌کنیم:



برای محاسبهٔ سطح کل این ظرف کافی است مساحت نیمکرهٔ درونی، نیمکرهٔ بیرونی و مساحت سطح مقطع ظرف را به دست آوریم؛ دقت کنید که سطح مقطع ظرف به‌صورت دایره‌ای به شعاع ۸ است که دایرهٔ دیگری به شعاع ۵ از آن کسر شده است.

$$S_{\text{نیمکرهٔ بیرونی}} = \frac{۱}{۲}(۴\pi \times ۶۴) = ۲\pi \times ۶۴ = ۱۲۸\pi$$

$$S_{\text{نیمکرهٔ درونی}} = \frac{۱}{۲}\ ۴\pi \times ۲۵) = ۲\pi \times ۲۵ = ۵۰\pi$$

$$S_{\text{سطح مقطع}} = \pi(۶۴ - ۲۵) = ۳۹\pi$$

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{نیمکرهٔ بیرونی}} + S_{\text{نیمکرهٔ درونی}} + S_{\text{سطح مقطع}} = ۱۲۸\pi + ۵۰\pi + ۳۹\pi = ۲۱۷\pi$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

۱۱۰ گزینه ۲

$$\text{طبق قانون فیثاغورس} : BC = \sqrt{۱۰۰ - ۶۴} = ۶$$

در اثر دوران شکل حول محور AC، مخروطی خواهیم داشت که یک حفرهٔ استوانه‌ای (به دلیل دوران مربع) دارد، پس حجم حاصل از دوران قسمت رنگی برابر است با:

$$V_{\text{قسمت رنگی}} = V_{\text{مخروط}} - V_{\text{استوانه}} = \frac{۱}{۳}\pi(۶)^۲(۸) - \pi(۲)^۲(۲) = ۹۶\pi - ۸\pi = ۸۸\pi$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۱۱ گزینه ۳

دایره از نقطهٔ $(-۱\ ,\ -۲)$ گذشته که در ناحیهٔ سوم است؛ پس این دایره در ناحیهٔ سوم بر هر دو محور مختصات مماس است، پس مختصات مرکز دایره $O(-R\ ,\ -R)$ است. داریم:

$$\text{معادلهٔ دایره} : (x - x_۰)^۲ + (y - y_۰)^۲ = R^۲$$
$$\xrightarrow{O(-R\ ,\ -R)} (x + R)^۲ + (y + R)^۲ = R^۲$$

نقطهٔ $(-۱\ ,\ -۲)$ روی دایره است. پس در معادله صدق می‌کند:

$$(-۲ + R)^۲ + (-۱ + R)^۲ = R^۲ \Rightarrow R^۲ - ۴R + ۴ + R^۲ - ۲R + ۱ = R^۲$$
$$R^۲ - ۶R + ۵ = ۰ \Rightarrow R = ۱,\ R = ۵ \Rightarrow \text{قطر بزرگ‌تر} : ۲R = ۱۰$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۶

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۱۲ گزینه ۴

$$\sqrt{(x-3)^2+(y-6)^2}=2\sqrt{x^2+y^2}$$
$$\Rightarrow x^2-6x+9+y^2-12y+36=4x^2+4y^2$$
$$\Rightarrow 3x^2+3y^2+6x+12y-45=0$$
$$\xrightarrow{\div 3} x^2+y^2+2x+4y-15=0$$
$$\Rightarrow (x+1)^2+(y+2)^2=20\Rightarrow O(-1,-2)$$

معادلهٔ فوق، معادلهٔ یک دایره است که بزرگ‌ترین وتر همان قطر است:

$$r=\sqrt{20}=2\sqrt{5}\Rightarrow 2r=4\sqrt{5}$$

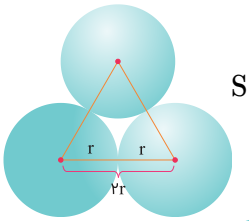
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

۱۱۳ گزینه ۴

نکته: مساحت مثلث متساویالاضلاع به ضلع a برابر $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ است.

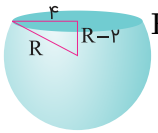
اگر شعاع دایرهٔ مقطع هر کره r باشد، از به هم وصل کردن مرکز سه کره مثلث متساویالاضلاعی به ضلع $2r$ به دست می‌آید:

مساحت مثلث متساویالاضلاع به‌وجودآمده برابر $16\sqrt{3}$ است، بنابرین داریم:



$$S_{\text{مثلث متساویالاضلاع}}=16\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{4}(2r)^2\Rightarrow (2r)^2=64\Rightarrow r=4$$

شعاع کره را R در نظر می‌گیریم. سطح مقطع یکی از کره‌ها به شکل زیر است:



$$R^2=(R-2)^2+16\Rightarrow R^2=R^2-4R+4+16\Rightarrow R=5$$

تالیفی امیر خمسه

۱۱۴ گزینه ۳

باتوجه‌به شکل، قطر بزرگ برابر $2a=6-2=4$ و قطر کوچک برابر $2b=2-1=1$ است لذا خروج از مرکز برابر است با:

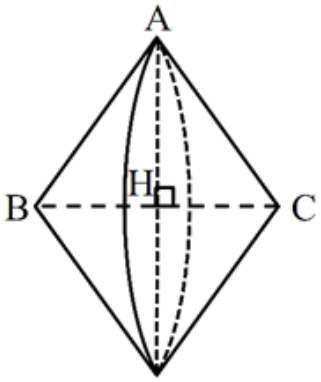
$$e=\sqrt{1-(\frac{b}{a})^2}=\sqrt{1-(\frac{1}{4})^2}=\frac{\sqrt{15}}{4}$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۴

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۱۵ گزینه ۲

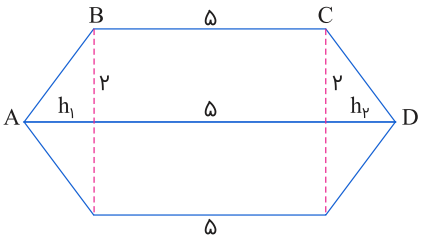
از دوران مثلث متساویالاضلاع حول یک ضلع آن دو مخروط مساوی ایجاد می‌شود به‌طوری‌که ارتفاع AH شعاع قاعده و CH ارتفاع آن‌ها است.



$$\text{حجم} = \frac{۲}{۳}\pi(AH)^۲(CH) \xrightarrow[CH=\frac{BC}{۲}=\sqrt{۳}]{AH=\frac{\sqrt{۳}}{۲}(۲\sqrt{۳})=۳} \text{حجم} = \frac{۲}{۳}\pi(۹)(\sqrt{۳}) = ۶\sqrt{۳}\pi$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۵

۱۱۶ گزینه ۳



از دوران ذوزنقه حول قاعدهٔ بزرگ‌تر، یک استوانه و دو مخروط ساخته می‌شود که حجم آن‌ها برابر است با:

$$V_{\text{استوانه}} = \pi(۲)^۲(۵) = ۲۰\pi$$
$$V_{\text{مخروط۱}} = \frac{\pi}{۳}(۲)^۲h_۱$$
$$V_{\text{مخروط۲}} = \frac{\pi}{۳}(۲)^۲h_۲$$

پس حجم کل برابر است با:

$$۲۰\pi + \frac{۴\pi}{۳}\underbrace{(h_۱ + h_۲)}_{۳} = ۲۴\pi$$

تالیفی محمد امین نباخته

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۱۷ گزینه ۱

خط عمود بر دو دایره خطی است که از مرکز دو دایره عبور کند؛ بنابراین کافی است معادلهٔ خط‌المرکزین دو دایره را بیابیم:

$$(x+۲)^۲+(y-۱)^۲=۱ \Rightarrow O(-۲,۱)$$

$$x^۲+y^۲-۶x=۰ \Rightarrow O'(۳,۰)$$

$$m_{OO'}=\frac{۰-۱}{۳+۲}=\frac{-۱}{۵}$$

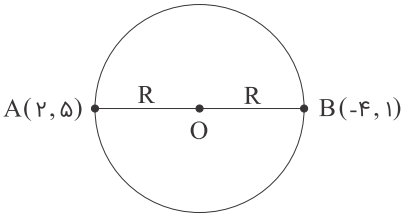
$$OO' \text{ معادلهٔ } : y-۰=\frac{-۱}{۵}(x-۳)$$

$$\Rightarrow y=-\frac{۱}{۵}(x-۳) \xrightarrow[\text{تلاقی با محور y}]{x=۰} y=\frac{-۱}{۵}(۰-۳) \Rightarrow y=\frac{۳}{۵}$$

تالیفی جعفر میکائیلی

۱۱۸ گزینه ۱

کوچک‌ترین دایرهٔ گذرنده از A و B دایره‌ای است که AB یک قطر آن باشد.



حال داریم:

$$\text{وسط } AB \text{ است.} O \Rightarrow O=\frac{A+B}{۲}=(-۱,۳)$$

$$R=|OA|=\sqrt{(۲+۱)^۲+(۵-۳)^۲}=\sqrt{۹+۴}=\sqrt{۱۳}$$

$$\Rightarrow \text{دایره} : (x+۱)^۲+(y-۳)^۲=۱۳$$

$$\xrightarrow{\text{برخورد با محور x ها}} (x+۱)^۲+(۰-۳)^۲=۱۳$$

$$\Rightarrow (x+۱)^۲=۴ \Rightarrow x+۱=\pm ۲ \Rightarrow x=۱ \ , \ x=-۳$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm
ایستوه ۱۴۰۰

۱۱۹ گزینه ۱

برای بررسی وضعیت دو دایره باید $R+R'$ و $|R-R'|$ و $d=OO'$ را یافته و باهم مقایسه کنیم؛ پس داریم:

$$x^۲+y^۲-۳\sqrt{۲}x-۳\sqrt{۲}y+۵=۰ \Rightarrow \begin{cases} O(\frac{۳\sqrt{۲}}{۲},\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}) \\ R=\sqrt{\frac{۱۸+۱۸-۲۰}{۴}}=۲ \end{cases}$$

$$x^۲+y^۲=۹ \Rightarrow O'(۰,۰), R'=۳$$

$$d=OO'=\sqrt{\left(\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲+\left(\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲}=۳$$

$$R+R'=۳+۲=۵\ ,\ |R-R'|=|۳-۲|=۱$$

$$\Rightarrow |R-R'|<d<R+R'$$

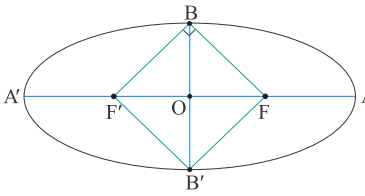
بنابراین دو دایره متقاطع هستند.

تالیفی جعفر میکائیلی

۱۲۰ گزینه ۳

می‌دانیم هرچه نسبت $\frac{c}{a}$ به صفر نزدیک شود، بیضی به دایره شبیه‌تر خواهد شد.

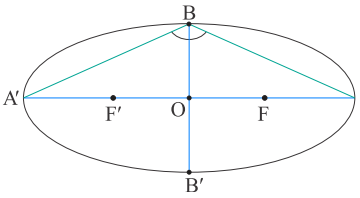
گزینهٔ ۱:



$$F\hat{B}F'=۹۰^\circ \Rightarrow F\hat{B}O=۴۵^\circ$$

$$\frac{OF}{BF}=\frac{c}{a}=\sin ۴۵^\circ=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

گزینهٔ ۲:

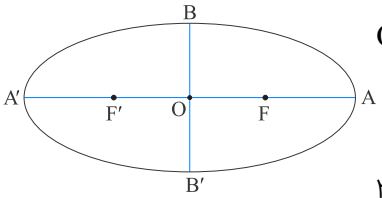


$$A\hat{B}A'=۱۲۰^\circ \Rightarrow A\hat{B}O=۶۰^\circ$$

$$\tan ۶۰^\circ=\frac{OA}{OB} \Rightarrow \frac{a}{b}=\sqrt{۳} \Rightarrow b=\frac{\sqrt{۳}}{۳}a$$

$$a^۲=b^۲+c^۲ \Rightarrow a^۲=\frac{۱}{۳}a^۲+c^۲ \Rightarrow \frac{۲}{۳}a^۲=c^۲ \Rightarrow \frac{c}{a}=\sqrt{\frac{۲}{۳}}$$

گزینهٔ ۳:



$$OF=AF \Rightarrow c=\frac{۱}{۲}a \Rightarrow \frac{c}{a}=\frac{۱}{۲}$$

گزینهٔ ۴:

$$۲b=\frac{۱}{۲}\times ۲a \Rightarrow b=\frac{۱}{۲}a$$

$$a^۲=b^۲+c^۲=\frac{۱}{۴}a^۲+c^۲ \Rightarrow \frac{۳}{۴}a^۲=c^۲ \Rightarrow \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\frac{۱}{۲}<\frac{\sqrt{۲}}{۲}<\sqrt{\frac{۲}{۳}}<\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

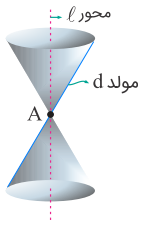
پس گزینهٔ ۳ به دایره شبیه‌تر خواهد بود.

تالیفی حسین سعیدی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۲۱ گزینه ۳

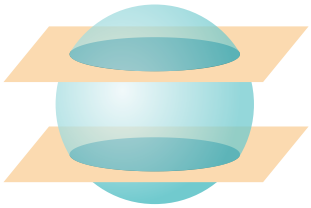
اگر صفحه بر محور عمود نباشد و موازی مولد نباشد، می‌تواند فصل مشترک بیضی یا هذلولی باشد. اگر این صفحه از رأس A بگذرد، فصل مشترک یک نقطه است. اگر این صفحه از محور بگذرد، فصل مشترک دو خط متقاطع است. پس گزاره‌های الف، ب و ث ساخته نمی‌شود.



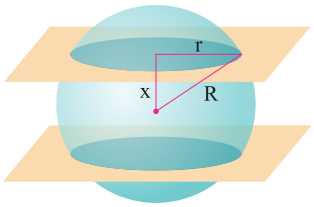
تالیفی حسین سعیدی

۱۲۲ گزینه ۲

شکل مسئله را ترسیم می‌کنیم:



مساحت دو سطح مقطع باهم برابر است؛ درنتیجه فاصلهٔ هر دو صفحه تا مرکز کره باهم برابر است. پس اگر فاصلهٔ هر صفحه تا مرکز x باشد فاصلهٔ دو صفحه از هم $2x$ است و درنتیجه $x = 1$. حال طبق شکل زیر می‌توان از رابطهٔ فیثاغورس استفاده کرد.



$$R^2 = x^2 + r^2 \Rightarrow 5^2 = 1^2 + r^2 \Rightarrow r^2 = 24 \Rightarrow r = \sqrt{24}$$

سطح مقطع حاصل از برخورد یک صفحه با کره، یک دایره است که شعاع این دایره $r = \sqrt{24}$ به دست آمد، پس مساحت این سطح برابر است با:

$$S = \pi r^2 = 24\pi$$

تالیفی محمدجواد محسنی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

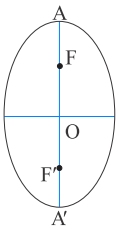
۱۲۳ گزینه ۴

فاصلهٔ کانون‌ها برابر با $۲c$ است.

$$۲c = |۸ - ۰| \Rightarrow c = ۴ \quad , \quad ۲b = ۴\sqrt{۵} \Rightarrow b = ۲\sqrt{۵}$$

$$a^۲ = c^۲ + b^۲ = ۱۶ + ۲۰ = ۳۶ \Rightarrow a = ۶$$

مرکز بیضی $O(\alpha, \beta)$ وسط FF' است.



$$O = \frac{F + F'}{۲} = (۲, ۴)$$

$$\begin{cases} A(\alpha, \beta + a) \\ A'(\alpha, \beta - a) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(۲, ۴ + ۶) \\ A'(۲, ۴ - ۶) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(۲, ۱۰) \\ A'(۲, -۲) \end{cases}$$

تالیفی سیروس نصیری

۱۲۴ گزینه ۴

شعاع و مرکز هر دو دایره را به دست می‌آوریم و باتوجه‌به طول خط‌المرکزین و طول شعاع‌ها، وضعیت دو دایره را مشخص می‌کنیم:

$$x^۲ + y^۲ + ۴x + ۲y = ۲۰ \Rightarrow (x + ۲)^۲ + (y + ۱)^۲ - ۴ - ۱ = ۲۰$$

$$\Rightarrow (x + ۲)^۲ + (y + ۱)^۲ = ۲۵ \Rightarrow O_۱(-۲, -۱) \, , \, R_۱ = ۵$$

$$۲x^۲ + ۲y^۲ + ۱۲x - ۴y = -۱۲ \xrightarrow{\div ۲} x^۲ + y^۲ + ۶x - ۲y = -۶$$

$$\Rightarrow (x + ۳)^۲ + (y - ۱)^۲ - ۹ - ۱ = -۶ \Rightarrow (x + ۳)^۲ + (y - ۱)^۲ = ۴$$

$$\Rightarrow O_۲(-۳, ۱) \, , \, R_۲ = ۲$$

$$d = O_۱O_۲ = \sqrt{(-۳ - (-۲))^۲ + (۱ - (-۱))^۲} = \sqrt{۱ + ۴} = \sqrt{۵}$$

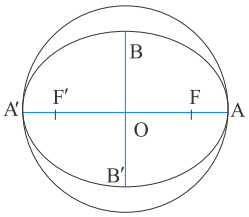
حال باتوجه‌به اینکه $d < |R_۱ - R_۲|$ ($\sqrt{۵} < ۳$)، بنابراین دو دایره متداخل هستند.

تالیفی فرزاد زمانی نژاد - حمیدرضا پردازی مقدم

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۲۵ گزینه ۴

چون دایره در نقاط A و A' بر بیضی مماس است، پس قطر بزرگ بیضی برابر قطر دایره است. یعنی داریم:



$$x^۲ + y^۲ + ۸x - ۱۴y + ۵۷ = ۰$$
$$\Rightarrow R = \frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲ + b^۲ - ۴(c)} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۶۴ + ۱۹۶ - ۲۲۸}$$
$$= \frac{۱}{۲}\sqrt{۳۲} = ۲\sqrt{۲}$$
$$\text{قطر دایره} = ۴\sqrt{۲} \Rightarrow \text{قطر بزرگ بیضی} = ۲a = ۴\sqrt{۲}$$

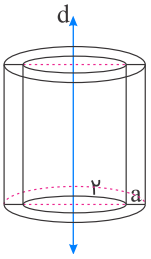
همچنین می‌دانیم مجموع فواصل نقطهٔ دلخواه M روی بیضی از دو کانون بیضی برابر $۲a$ است. بنابراین داریم:

$$MF + MF' = ۲a = ۴\sqrt{۲}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۲۶ گزینه ۲

جسم حاصل از دوران مستطیل حول خط d، فضای بین دو استوانه با شعاع‌های قاعدهٔ ۲ و $a + ۲$ و ارتفاع ۶ می‌باشد، پس داریم:



$$V = \pi(۲ + a)^۲ (۶) - \pi(۲)^۲ (۶) = ۶\pi\left(۴ + ۴a + a^۲\right) - ۶\pi(۴)$$
$$= ۶\pi\left(a^۲ + ۴a\right) = ۳۰\pi \Rightarrow a^۲ + ۴a - ۵ = ۰ \Rightarrow (a + ۵)(a - ۱) = ۰$$
$$\Rightarrow \begin{cases} a = -۵ \Rightarrow \text{غ.ق.ق} \\ a = ۱ \Rightarrow \text{ق.ق} \end{cases}$$
$$S_{\text{مستطیل}} = ۶a = ۶ \times ۱ = ۶$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

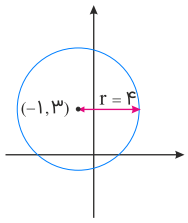
Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۲۷ گزینه ۴

ابتدا مرکز و شعاع دایره را پیدا می‌کنیم:

$$x^۲ + y^۲ + ۲x - ۶y - ۶ = ۰$$
$$O\left(\frac{-۲}{۲}, \frac{+۶}{۲}\right) \Rightarrow O(-۱, ۳)$$
$$r = \frac{۱}{۲}\sqrt{(۲)^۲ + (-۶)^۲ - ۴(-۶)} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۶۴} = \frac{۸}{۲} = ۴$$

درنتیجه دایره‌ای به مرکز $(-۱, ۳)$ و شعاع ۴ خواهیم داشت که از همهٔ نواحی مختصاتی عبور می‌کند.



تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۲۸ گزینه ۲

ابتدا معادلهٔ دایره را به‌صورت استاندارد می‌نویسیم.

$$x^۲ - ۲x + ۱ + y^۲ + ۴y + ۴ - ۱ - ۴ + ۱ = ۰$$
$$\Rightarrow (x-۱)^۲ + (y+۲)^۲ = ۴ \Rightarrow O_۱ : (۱, -۲),\ R_۱ = ۲$$

چون دو دایره مماس خارج هستند، بنابراین فاصلهٔ مراکز آن‌ها از یکدیگر برابر مجموع اندازه‌های شعاع‌های آن‌ها است.

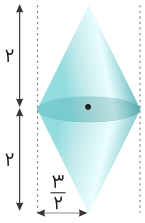
$$O_۱O_۲ = R_۱ + R_۲ \Rightarrow \sqrt{(۱-(-۲))^۲ + (-۲-۲)^۲} = ۲ + R_۲ \Rightarrow ۵ = ۲ + R_۲ \Rightarrow R_۲ = ۳$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

۱۲۹ گزینه ۴

باتوجه‌به شکل زیر، شکل حاصل دو مخروط به شعاع قاعدهٔ $r = \frac{۳}{۲}$ و ارتفاع $h = ۲$ است. پس حجم آن برابر است با:

$$۲ \times \left(\frac{۱}{۳}\pi r^۲ h\right) = ۲\left(\frac{۱}{۳}\pi\left(\frac{۳}{۲}\right)^۲ \times ۲\right) = ۳\pi$$



تالیفی عزیزالله علی اصغری

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm
ایستنو ۱۴۰۰

۱۳۰ گزینه ۲

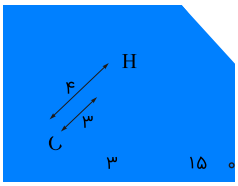
در آغاز معادلهٔ دایره را به‌صورت استاندارد می‌نویسیم، برای این منظور باید بنویسیم:

$$x^۲+y^۲-۲x+۴y=۴ \Rightarrow (x^۲-۲x+۱-۱)+(y^۲+۴y+۴-۴)=۴$$
$$\xrightarrow{\text{دسته‌بندی جمله‌ها}} (x-۱)^۲+(y+۲)^۲=۱+۴+۴=۹$$
$$\Rightarrow R_{\text{شعاع}}=\sqrt{۹}=۳,\quad O_{\text{مرکز}}=(۱,-۲)$$

فاصلهٔ هر نقطه مانند $(x_۰,y_۰)$ از خط $ax+by+c=۰$ که $a^۲+b^۲\neq ۰$، برابر است با $d=\frac{|ax_۰+by_۰+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$، پس فاصلهٔ مرکز دایره $O=(۱,-۲)$ تا خط $۳x+۴y-۱۵=۰$ برابر است با:

$$d=\frac{|۳(۱)+۴(-۲)-۱۵|}{\sqrt{۳^۲+۴^۲}}=\frac{۲۰}{۵}=۴$$

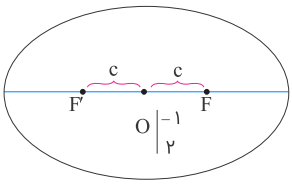
فاصلهٔ یک نقطه تا یک خط برابر با اندازهٔ عمودی است که از آن نقطه بر آن خط رسم می‌شود و هر خط گذرنده از مرکز یک دایره، قطری از آن است، پس فاصلهٔ مرکز تا خط موردنظر، برابر با طول پاره‌خط عمودی از قطر است که بین مرکز و آن خط محصور است. ازآنجاکه هر قطر دایره، در نقطهٔ تماس بر آن عمود است، پس کوتاه‌ترین فاصلهٔ نقاط دایره تا خط موردنظر (شکل زیر) برابر می‌شود با $d_{\min}=۴-۳=۱$.



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۰

۱۳۱ گزینه ۴

$$۲a=۲۶ \Rightarrow a=۱۳$$
$$۲b=۱۰ \Rightarrow b=۵$$
$$c^۲=a^۲-b^۲=۱۳^۲-۵^۲=(۱۳-۵)(۱۳+۵)$$
$$\Rightarrow c^۲=۸\times ۱۸=۹\times ۱۶ \Rightarrow c=۱۲$$

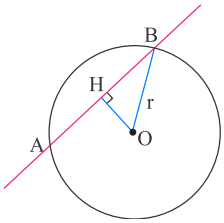


$$\begin{cases}F(-۱+c,۲)\\F'(-۱-c,۲)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}F(۱۱,۲)\\F'(-۱۳,۲)\end{cases}$$

تالیفی سیروس نصیری

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۳۲ گزینه ۱



ابتدا فاصلهٔ مرکز دایره تا خط را به دست می‌آوریم:

$$O(۳,۱) \qquad ۳x-۴y=۰$$
$$OH=\frac{|۳\times ۳-۴\times ۱|}{\sqrt{۹+۱۶}}=\frac{۵}{۵}=۱$$

طول وتر برابر $۲\sqrt{۳}$ است، پس: $BH=\sqrt{۳}$

در مثلث $\overset{\Delta}{OBH}$ رابطهٔ فیثاغورس را می‌نویسیم تا شعاع به دست آید.

$$r^۲=OH^۲+BH^۲=۱+۳=۴\Rightarrow r=۲$$

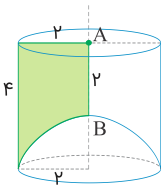
ازطرفی:

$$r=\frac{۱}{۲}\sqrt{۳۶+۴-۴m}\Rightarrow ۴=\sqrt{۴۰-۴m}$$
$$\Rightarrow m=۶$$

تالیفی حسین سعیدی

۱۳۳ گزینه ۲

باتوجه‌به شکل زیر، مجموع مساحت‌های زیر را باید به دست آوریم:



$$\left.\begin{array}{l}\text{دایرهٔ بالایی}: \pi(۲)^۲=۴\pi\\ \text{سطح استوانهٔ دور شکل}: ۲\pi\,(۲)\,(۴)=۱۶\pi\\ \text{نیمکرهٔ پایین شکل}: \frac{۱}{۲}(۴\pi(۲)^۲)=۸\pi\end{array}\right\}\xrightarrow{+} S=۲۸\pi$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۱۳۴ گزینه ۱

می‌دانیم $e=\frac{c}{a}=\frac{۳}{۵}$. داریم:

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{ABF}}}{S_{\overset{\Delta}{B'F'O}}}=\frac{\frac{۱}{۲}\times b\times AF}{\frac{۱}{۲}\times b\times OF'}=\frac{AF}{OF'}=\frac{a-c}{c}=\frac{a}{c}-۱=\frac{۵}{۳}-۱=\frac{۲}{۳}$$

تالیفی مجید قهرمانی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۳۵ گزینه ۳

معادلهٔ دایره را استاندارد می‌نویسیم:

$$x^۲ - ۲x + ۱ + y^۲ + ۶y + ۹ = -۶ + ۱ + ۹$$
$$\Rightarrow (x-۱)^۲ + (y+۳)^۲ = ۴ \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز} = ۱, -۳ \\ R_۱ = ۲ \end{cases}$$

طول خط‌المرکزین را حساب می‌کنیم:

$$OO' = \sqrt{(۱+۲)^۲ + (-۳-۱)^۲} = ۵$$

برای آنکه دو دایره مماس خارج باشند، باید:

$$OO' = R_۱ + R_۲ \Rightarrow ۵ = ۲ + R_۲ \Rightarrow R_۲ = ۳$$

معادلهٔ دایرهٔ دوم را می‌نویسیم:

$$\left.\begin{matrix} O' = (-۲, ۱) \\ R_۲ = ۳ \end{matrix}\right\} \Rightarrow (x+۲)^۲ + (y-۱)^۲ = ۹$$

$y = ۱$ را در معادلهٔ دایره قرار می‌دهیم:

$$(x+۲)^۲ + ۰ = ۹ \Rightarrow (x+۲)^۲ = ۹ \Rightarrow x + ۲ = \pm ۳ \Rightarrow x = ۱, -۵$$

تالیفی علی شهرابی فراهانی

۱۳۶ گزینه ۱

مثلث $\omega B'F$ یک مثلث قائم‌الزاویه است، پس $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = ۹۰^\circ$. به کمک رابطه‌ای که مسئله داده است، یک دستگاه تشکیل می‌دهیم.

$$-۲ \begin{cases} ۲\alpha + ۳\beta = ۲۴۰ \\ \alpha + \beta = ۹۰ \end{cases} \xrightarrow{+} \beta = ۲۴۰ - ۱۸۰ = ۶۰$$

$$\Rightarrow e = \cos\hat{\beta} = \sin\hat{\alpha} = \frac{c}{a} \Rightarrow e = \frac{۱}{۲}$$

تالیفی سیروس نصیری

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۳۷ گزینه ۳

فاصله دو رأس کانونی $2a$ است:

$$2a = 8 - (-4) \Rightarrow a = 6$$

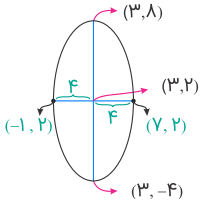
با داشتن $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$، مقدار b را حساب می‌کنیم:

$$e = \sqrt{1 - (\frac{b}{a})^2} \Rightarrow \frac{\sqrt{5}}{3} = \sqrt{1 - (\frac{b}{6})^2} \Rightarrow \frac{5}{9} = 1 - (\frac{b}{6})^2$$
$$\Rightarrow (\frac{b}{6})^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{b}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow b = 4$$

نقطهٔ مرکز را پیدا می‌کنیم:

$$\text{مرکز} = \text{میانگین دو رأس کانونی} = \frac{(3,8) + (3,-4)}{2} = (3,2)$$

از نقطهٔ $(3,2)$، ۴ واحد به چپ و راست می‌رویم:

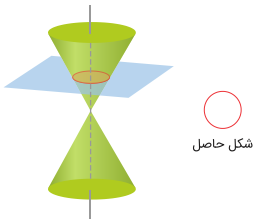


رئوس ناکانونی این بیضی، نقاط $(7,2)$ و $(-1,2)$ هستند.

تالیفی علی شهرابی فراهانی

۱۳۸ گزینه ۱

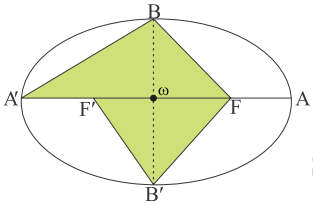
مقطع حاصل یک دایره خواهد بود.



تالیفی عزیزالله علی اصغری

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۳۹ گزینه ۴



در این شکل دوتا مثلث وجود دارد که یکی مثلث $FF'B'$ که قاعده‌اش $|FF'|$ و ارتفاعش $|\omega B'|$ و دیگری مثلث $A'FB$ که قاعده‌اش $|A'F|$ و ارتفاعش $|\omega B|$ است؛ پس:

$$S_{FF'B'} = \frac{1}{2}|FF'|\,|B'\omega| = \frac{1}{2}\times 2c\times b = bc$$

$$S_{A'FB} = \frac{1}{2}|FA'|\,|\omega B| = \frac{1}{2}(a+c)\,b$$

$$AA' = 2a = 12 \Rightarrow a = 6$$
$$FF' = 2c = 6\sqrt{3} \Rightarrow c = 3\sqrt{3}$$
$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow b^2 = 36 - 27 = 9 \Rightarrow b = 3$$

$$S_{FF'B'} + S_{A'FB} = bc + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}bc = \frac{3}{2}bc + \frac{1}{2}ab$$
$$= \frac{3}{2}\times 3\times 3\sqrt{3} + \frac{1}{2}\times 6\times 3 = \frac{27}{2}\sqrt{3} + \frac{18}{2} = \frac{9}{2}(2+\sqrt{27})$$

تالیفی سیروس نصیری

۱۴۰ گزینه ۲

$$\text{هاشورخورده } V = \pi R^2(2R) - \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{2}{3}\pi R^3$$
$$\text{هاشورنخورده } V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow \frac{\frac{2}{3}\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{1}{2}$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۴ ۱۳۹۵

۱۴۱ گزینه ۲

از دوران سطح هاشورخورده حول ارتفاع AH یک مخروط ایجاد می‌شود که یک حفره به شکل کره از داخل آن حذف شده است.

$$\text{حجم حاصل از دوران} = V_{\text{مخروط}} - V_{\text{کره}} \qquad \begin{matrix} V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}\pi R^2 h \\ V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi r^3 \end{matrix}$$

ضلع مثلث: $a = 4\sqrt{3}$

$$\begin{cases} h = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2}\times 4\sqrt{3} = 6 \\ R = \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}\times 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \\ r = \frac{1}{3}h = \frac{1}{3}\times 6 = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}\pi(2\sqrt{3})^2\times 6 = 24\pi \\ V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\times 2^3 = \frac{32}{3}\pi \end{cases}$$

$$\text{حجم حاصل از دوران} = 24\pi - \frac{32}{3}\pi = \frac{40}{3}\pi$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۶

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

۱۴۲ گزینه ۲

گام اول

معادلهٔ گستردهٔ یک دایره به‌صورت $x^۲ + y^۲ + ax + by + c = ۰$ است. در این صورت شعاع دایره برابر است با:

$$R = \sqrt{(\frac{a}{۲})^۲ + (\frac{b}{۲})^۲ - c}$$

گام دوم

سه نقطهٔ $(۱ , ۲)$، $(-۲ , ۴)$ و $(۰ , ۰)$ روی دایره قرار دارد، پس مختصات این نقطه در معادلهٔ دایره صدق می‌کند.

$$x^۲ + y^۲ + ax + by + c = ۰$$
$$\xrightarrow{(۲,۱)} ۲^۲ + ۱^۲ + a(۲) + b(۱) + c = ۰ \Rightarrow ۴ + ۱ + ۲a + b + c = ۰ \Rightarrow ۲a + b + c = -۵ \quad (I)$$
$$\xrightarrow{(-۲,۴)} (-۲)^۲ + ۴^۲ + a(-۲) + b(۴) + c = ۰ \Rightarrow ۴ + ۱۶ - ۲a + ۴b + c = ۰ \Rightarrow -۲a + ۴b + c = -۲۰ \quad (II)$$
$$\xrightarrow{(۰,۰)} ۰^۲ + ۰^۲ + a(۰) + b(۰) + c = ۰ \Rightarrow c = ۰ \quad (III)$$

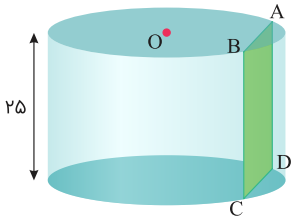
با جایگذاری $c = ۰$ در دو معادلهٔ I و II، به یک دستگاه دومعادله و دومجهول می‌رسیم و آن را حل می‌کنیم.

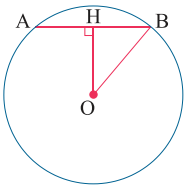
$$\begin{cases} ۲a + b = -۵ \\ -۲a + ۴b = -۲۰ \end{cases} \xrightarrow{+} ۵b = -۲۵ \Rightarrow b = -۵$$
$$۲a + b = -۵ \xrightarrow{b=-۵} ۲a - ۵ = -۵ \Rightarrow ۲a = ۰ \Rightarrow a = ۰$$

اکنون باتوجه‌به گام اول، شعاع دایره را به دست می‌آوریم.

$$R = \sqrt{(\frac{۰}{۲})^۲ + (\frac{-۵}{۲})^۲ - ۰} = \sqrt{\frac{۲۵}{۴}} = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$$

۱۴۳ گزینه ۳





از تقاطع صفحه‌ای موازی محور استوانه و با فاصلهٔ ۱۶ سانتی‌متر از محور استوانه با آن، مستطیلی به ابعاد AB و ۲۵ واحد حاصل می‌شود. پس:

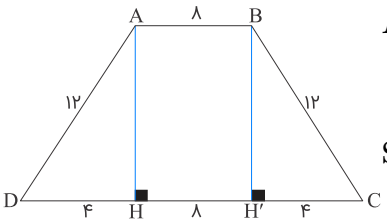
$$HB = \sqrt{۲۰^۲ - ۱۶^۲} = ۱۲ \Rightarrow AB = ۲۴$$
$$S_{ABCD} = ۲۴ \times ۲۵ = ۶۰۰$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

۱۴۴ گزینه ۴

سطح مقطع حاصل از این برش عمودی، یک ذوزنقهٔ متساویالساقین است. اگر این ذوزنقه را $ABCD$ بنامیم، با رسم ارتفاع‌های AH و BH' خواهیم داشت:



$$AH^{۲} = AD^{۲} - DH^{۲} = ۱۴۴ - ۱۶ = ۱۲۸$$
$$\Rightarrow AH = \sqrt{۱۲۸} = ۸\sqrt{۲}$$
$$S = \frac{۱}{۲}AH\,(AB + DC) = \frac{۱}{۲}(۸\sqrt{۲})(۸ + ۱۶) = ۹۶\sqrt{۲}$$

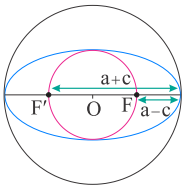
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۴۵ گزینه ۱

بیشترین و کمترین فاصلهٔ نقاط بیضی از F و F' روی رأس‌های کانونی است. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} a + c = ۷ \\ a - c = ۱ \end{cases} \Rightarrow a = ۴\,,\ c = ۳ \quad (I)$$

می‌بینیم که قطر دایرهٔ محاط بر بیضی، همان قطر کوچک بیضی است و قطر دایرهٔ محیطی بر آن، همان قطر بزرگ بیضی است. بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر خواهد بود با:



$$\frac{\text{مساحت دایرهٔ محاطی}}{\text{مساحت دایرهٔ محیطی}} = \frac{\pi b^{۲}}{\pi a^{۲}} = \frac{b^{۲}}{a^{۲}}$$

ازطرفی می‌دانیم در یک بیضی $a^{۲} = b^{۲} + c^{۲}$، بنابر رابطهٔ (I) داریم:

$$(۴)^{۲} = b^{۲} + (۳)^{۲} \Rightarrow b^{۲} = ۱۶ - ۹ \Rightarrow b^{۲} = ۷ \Rightarrow \frac{b^{۲}}{a^{۲}} = \frac{۷}{۱۶}$$

تالیفی مهدی ملارمضانی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۴۶ گزینه ۳

معادلهٔ $ax^۲ + ۲y^۲ + ۲ax + ۶y - b = ۰$ دایره است، درنتیجه باید ضریب $x^۲$ با ضریب $y^۲$ برابر باشد؛ پس داریم:

$$a = ۲ \Rightarrow ۲x^۲ + ۲y^۲ + ۴x + ۶y - b = ۰$$

$$\xrightarrow{\div ۲} x^۲ + y^۲ + ۲x + ۳y - \frac{b}{۲} = ۰$$

$$a' = ۲ \ , \ b' = ۳ \ , \ c' = \frac{-b}{۲}$$

$$R = \sqrt{\frac{a'^۲ + b'^۲ - ۴c'}{۴}} \Rightarrow \frac{\sqrt{۱۹}}{۲} = \sqrt{\frac{۴ + ۹ + ۲b}{۴}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{۱۳ + ۲b} = \sqrt{۱۹} \Rightarrow ۱۳ + ۲b = ۱۹ \Rightarrow b = ۳ \Rightarrow a + b = ۵$$

تالیفی جعفر میکائیلی

۱۴۷ گزینه ۲

فرض کنیم مرکز دایره نقطهٔ $O(\alpha, ۱ - ۲\alpha)$ باشد. فاصلهٔ O از دو خط $y - ۲x = ۰$ و $x + ۲y = ۰$ برابر است.

$$\frac{|\alpha + ۲ - ۴\alpha|}{\sqrt{۵}} = \frac{|۱ - ۲\alpha - ۲\alpha|}{\sqrt{۵}} \Rightarrow |۲ - ۳\alpha| = |۱ - ۴\alpha|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲ - ۳\alpha = ۱ - ۴\alpha \Rightarrow \alpha = -۱ \Rightarrow R = \frac{|۲ - ۳\alpha|}{\sqrt{۵}} = \frac{۵}{\sqrt{۵}} = \sqrt{۵} \Rightarrow S = ۵\pi \\ ۲ - ۳\alpha = -۱ + ۴\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{۳}{۷} \end{cases}$$

چون ۵π در گزینه‌ها وجود دارد، پس لازم نیست این مرحله بررسی شود.

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۵

۱۴۸ گزینه ۴

معادلهٔ گستردهٔ دایره به‌صورت $x^۲ + y^۲ + ax + by + c = ۰$ است.

$$\begin{cases} (۰, ۰) \Rightarrow c = ۰ \\ (۲, ۳) \Rightarrow ۴ + ۹ + ۲a + ۳b = ۰ \\ (-۲, ۱) \Rightarrow ۴ + ۱ - ۲a + b = ۰ \Rightarrow \end{cases} \begin{cases} ۲a + ۳b = -۱۳ \\ -۲a + b = -۵ \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۴b = -۱۸ \Rightarrow b = -\frac{۹}{۲} \Rightarrow a = \frac{۱}{۴}$$

مختصات مرکز $O(-\frac{a}{۲}, -\frac{b}{۲}) \Rightarrow O(-\frac{۱}{۸}, \frac{۹}{۴})$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۴

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

۱۴۹ گزینه ۳

فرض مسئله : $۲b = \frac{۲a + ۲c}{۲} \Rightarrow b = \frac{a + c}{۲}$

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow a^۲ = (\frac{a + c}{۲})^۲ + c^۲ \Rightarrow a^۲ = \frac{a^۲ + ۲ac + c^۲}{۴} + c^۲$$

$$\Rightarrow ۴a^۲ = a^۲ + ۲ac + c^۲ + ۴c^۲ \Rightarrow ۳a^۲ = ۵c^۲ + ۲ac$$

$$\xrightarrow{\div a^۲} ۳ = ۵e^۲ + ۲e \Rightarrow ۵e^۲ + ۲e - ۳ = ۰$$

$$\Delta = ۴ - ۴ \times ۵(-۳) = ۶۴ \Rightarrow \begin{cases} e = -۱ & \times \\ e = \frac{۳}{۵} & \checkmark \end{cases}$$

تالیفی مجید قهرمانی

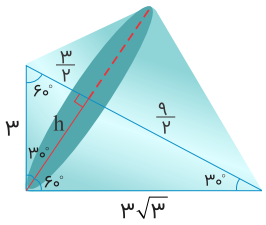
۱۵۰ گزینه ۳

از دوران یک مثلث قائم‌الزاویه حول وتر آن، دو مخروط به هم چسبیده حاصل می‌شود، که شعاع قاعدهٔ هر دو مخروط برابر با ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم الزاویه است و ارتفاع هر کدام از مخروط‌ها را می‌توان با استفاده از زوایای مثلثاتی بدست آورد، بنابراین داریم:

$$h^۲ + \frac{۹}{۴} = ۹ \Rightarrow h^۲ = \frac{۲۷}{۴} \Rightarrow h = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$$ ارتفاع وارد بر وتر

$$V_{\text{کل}} = \frac{۱}{۳}\pi(\frac{۳\sqrt{۳}}{۲})^۲(\frac{۳}{۲}) + \frac{۱}{۳}\pi(\frac{۳\sqrt{۳}}{۲})^۲(\frac{۹}{۲}) = \frac{۱}{۳}\pi(\frac{۲۷}{۴})(\frac{۳}{۲} + \frac{۹}{۲})$$

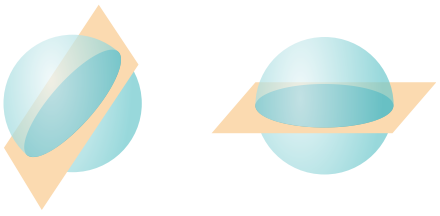
$$= \frac{۱}{۳}\pi(\frac{۲۷}{۴}) \times ۶ = \frac{۲۷}{۲}\pi$$



تالیفی عزیزالله علی اصغری

۱۵۱ گزینه ۳

هرگاه صفحه‌ای یک کره را قطع کند، مقطع حاصل دایره می‌شود.



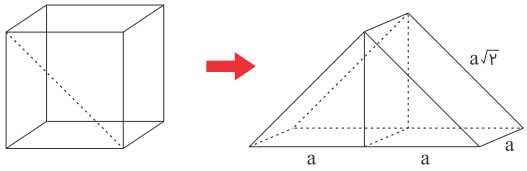
تالیفی عزیزالله علی اصغری

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۵۲ گزینه ۲

مساحت کل منشور حاصل برابر است با:

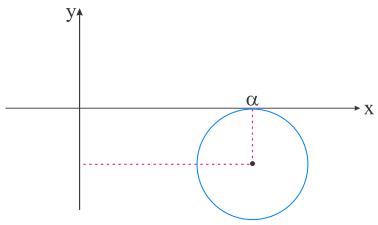
$$S = ۲(a \times a\sqrt{۲} + a \times a + ۲ \times \frac{a^۲}{۲}) = ۲(a^۲\sqrt{۲} + ۲a^۲) = a^۲(۴ + ۲\sqrt{۲})$$



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۰

۱۵۳ گزینه ۴

وقتی دایره‌ای به شعاع r بر محور xها مماس باشد، آنگاه مرکز دایره $O(\alpha, \pm r)$ است. در اینجا چون مرکز در ناحیهٔ چهارم است، $O(\alpha, -r)$ می‌باشد.



فاصلهٔ $O(\alpha, -۲)$ را از خط مماس $۴x + ۳y = ۰$ می‌یابیم و برابر شعاع یعنی $r = ۲$ قرار می‌دهیم:

$$r = OH = \frac{|۴\alpha + ۳(-۲)|}{\sqrt{(۴)^۲ + (۳)^۲}} = ۲ \Rightarrow \frac{|۴\alpha - ۶|}{۵} = ۲$$

$$|۴\alpha - ۶| = ۱۰ \Rightarrow \begin{cases} ۴\alpha - ۶ = ۱۰ \Rightarrow \alpha = ۴ & \text{ق.ق} \\ ۴\alpha - ۶ = -۱۰ \Rightarrow \alpha = -۱ & \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

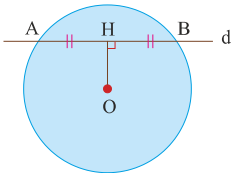
چون مرکز دایره در ناحیهٔ چهارم است، طول آن باید مثبت باشد.

تالیفی مدرسه ریاضی سلامیان

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۵۴ گزینه ۳

می‌دانیم اگر از مرکز یک دایره به وسط یک وتر وصل کنیم بر آن وتر عمود می‌شود؛ پس کافی است معادلهٔ خطی را بنویسیم که از مرکز دایره گذشته و بر خط d عمود باشد؛ درنتیجه داریم:



$$(x-۲)^۲+(y+۱)^۲=۱۶ \Rightarrow O(۲,-۱)$$

$$d: x-۲y-۳=۰ \Rightarrow m_d=\frac{۱}{۲} \Rightarrow m_{OH}=-۲$$

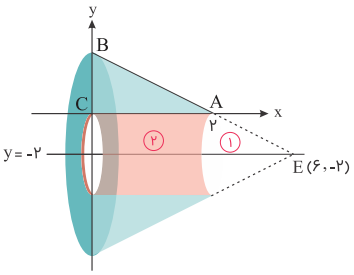
$$OH: y+۱=-۲(x-۲) \Rightarrow y=-۲x+۳$$

تالیفی جعفر میکائیلی

۱۵۵ گزینه ۲

از دوران مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ حول $y=-۲$، یک مخروط ناقص به دست می‌آید که یک استوانه از آن حذف شده است:

معادلهٔ خطی که از A و B می‌گذرد، $y=-\frac{۱}{۲}x+۱$ است. پس محل تلاقی آن با $y=-۲$ ، نقطهٔ $E\ (۶,-۲)$ است.



در نتیجه داریم:

$$V=V_{\text{کل}}-(V_۱+V_۲)=\frac{۱}{۳}\times ۶\times \pi(۳^۲)-(\frac{۱}{۳}\times ۴\times \pi(۲^۲)+\pi\times ۲^۲\times ۲)$$

$$=۱۸\pi-(\frac{۱۶\pi}{۳}+۸\pi)=\frac{۱۴\pi}{۳}$$

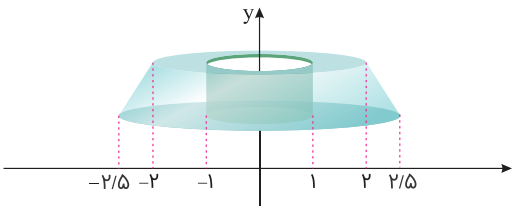
تالیفی میلاد منصوری

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm
ایستوه ۱۴۰۰

۱۵۶ گزینه ۳

از بین پاره‌خط‌های تشکیل‌دهندهٔ ذوزنقه، فقط یک خط مایل وجود دارد که همان ساق غیرقائم است و باتوجه‌به اینکه این پاره‌خط روی خط $y = -۲x + ۶$ قرار دارد، می‌توانیم طول رأس مجهول ذوزنقه را که عرضی برابر ۲ دارد بیابیم:

$$y = -۲x + ۶ \xrightarrow{y=۲} ۲ = -۲x + ۶ \Rightarrow x = ۲$$



باتوجه‌به نمودار کشیده‌شده، شکل حاصل از دوران ذوزنقه، یک مخروط ناقص است که یک استوانه از داخل آن برداشته شده است. ابتدا حجم مخروط ناقص را محاسبه می‌کنیم.
حجم این مخروط درواقع حجم مخروط کاملی است که مخروط بالایی از آن حذف شده است.
ارتفاع مخروط کامل از $y = ۱$ تا محل برخورد خط $y = -۲x + ۶$ با محور yها است که عرض از مبدأ این خط یعنی ۶ است؛ پس ارتفاع مخروط کامل $۶ - ۱ = ۵$ است و شعاع قاعدهٔ آن هم برابر $r = ۲/۵$ است.

$$V_{\text{مخروط کامل}} = \frac{۱}{۳}\pi(۲/۵)^۲(۵) = \frac{۳۱/۲۵\pi}{۳} \simeq ۳۱/۲۵$$

در مخروط حذف‌شده شعاع قاعده $r = ۲$ و ارتفاع برابر $۶ - ۲ = ۴$ است، پس داریم:

$$V_{\text{مخروط محذوف}} = \frac{۱}{۳}\pi(۲)^۲(۴) = \frac{۱۶\pi}{۳} \simeq ۱۶$$

$$V_{\text{مخروط ناقص}} = V_{\text{مخروط کامل}} - V_{\text{مخروط محذوف}} \simeq ۳۱/۲۵ - ۱۶ = ۱۵/۲۵$$

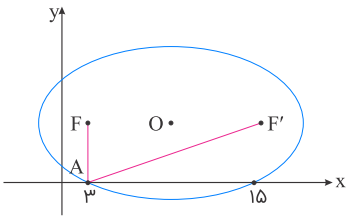
حال حجم استوانهٔ برداشته‌شده را برای کم کردن از حجم کل محاسبه می‌کنیم؛ باتوجه‌به شکل شعاع قاعدهٔ این استوانه $r = ۱$ و ارتفاع آن هم $h = ۱$ است:

$$V_{\text{استوانه}} = \pi(۱)^۲(۱) = \pi \simeq ۳$$

$$\text{حجم شکل} \quad ۱۵/۲۵ - ۳ = ۱۲/۲۵$$

تالیفی محمدجواد محسنی

۱۵۷ گزینه ۱



$$O = (\frac{۱۵ + ۳}{۲}, ۹) = (۹, ۹) \Rightarrow F' = (۱۵, ۹)$$
$$|OF| = c = ۶$$
$$AF + AF' = ۹ + \sqrt{۱۲^۲ + ۹^۲} = ۹ + ۱۵ = ۲۴ = ۲a$$
$$\Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{۱}{۲}$$

تالیفی صبا مهدوی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۵۸ گزینه ۲

$$۲c = ۴\sqrt{۵} \Rightarrow c = ۲\sqrt{۵}$$

$$e = \frac{\sqrt{۵}}{۳} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{۵}}{۳} \Rightarrow \frac{۲\sqrt{۵}}{a} = \frac{\sqrt{۵}}{۳} \Rightarrow a = ۶ \Rightarrow |BF| = ۶$$

تالیفی سیروس نصیری

۱۵۹ گزینه ۳

$$x^۲ + y^۲ - ۲x + ۶y - ۸ = ۰$$
$$\Rightarrow O_۱(۱, -۳), R_۱ = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴ + ۳۶ + ۳۲} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۷۲} = ۳\sqrt{۲}$$
$$x^۲ + y^۲ + ۸x - ۴y + ۱۲ = ۰$$

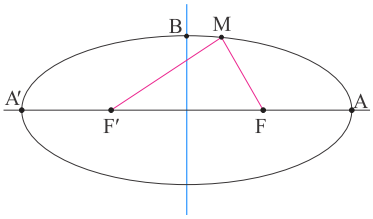
$$O_۲(-۴, ۲), R_۲ = \frac{۱}{۲}\sqrt{۶۴ + ۱۶ - ۴۸} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۳۲} = ۲\sqrt{۲}$$
$$O_۱O_۲ = \sqrt{۵^۲ + ۵^۲} = \sqrt{۵۰} = ۵\sqrt{۲}$$
$$R_۱ + R_۲ = ۳\sqrt{۲} + ۲\sqrt{۲} = ۵\sqrt{۲} \Rightarrow R_۱ + R_۲ = O_۱O_۲$$

درنتیجه دو دایره مماس خارجاند.

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۶

۱۶۰ گزینه ۴

باتوجه‌به شکل محیط مثلث MFF'، ۳۲ و یک ضلع آن یعنی FF'، ۱۲ است؛ پس مجموع دو ضلع دیگر ۲۰ است. پس رأس مقابل ضلع ۱۲ یعنی M روی یک بیضی قرار دارد که در آن $MF + MF' = ۲۰$.



$$\left.\begin{array}{l} FF' = ۱۲ \Rightarrow c = ۶ \\ ۲a = ۲۰ \Rightarrow a = ۱۰ \end{array}\right\} \Rightarrow b = ۸$$

بیشترین مقدار ارتفاع وارد بر ضلع ۱۲ زمانی است که M روی نقطهٔ B باشد؛ پس ماکزیمم ارتفاع برابر با $b = ۸$ است.

$$۰ < h \leq ۸$$

درنتیجه ارتفاع ۸ مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد.

تالیفی حسین سعیدی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۶۱ گزینه ۱

باتوجه‌به اینکه مرکز دایره $(۲, -a)$ است و بر محور yها مماس است، پس:

$$r = ۲$$

$$r = \frac{۱}{۲}\sqrt{(-۴)^۲ + (۲a)^۲ - ۴a} = ۲ \Rightarrow ۱۶ + ۴a^۲ - ۴a = ۱۶$$
$$\Rightarrow ۴a(a-۱) = ۰ \Rightarrow a = ۰ \text{ یا } a = ۱$$

چون $a > ۰$ است، پس $a = ۱$ قابل‌قبول است.

$$a = ۱ \Rightarrow x^۲ + y^۲ - ۴x + ۲y + ۱ = ۰ \Rightarrow O(۲, -۱)$$

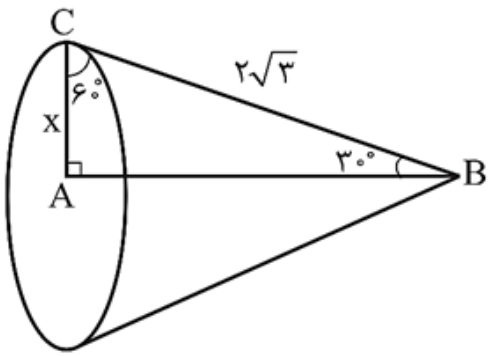
اگر این دایره حول خط $y = -۱$ دوران کند، کره‌ای به شعاع ۲ حاصل می‌شود، که حجم آن برابر است با:

$$V = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ = \frac{۴}{۳}\pi(۲)^۳ = \frac{۳۲\pi}{۳}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۱۶۲ گزینه ۲

$$BC = ۲\sqrt{۳} \Rightarrow AB = ۳$$



در مثلث قائم‌الزاویه ضلع رو به زاویهٔ ۳۰° برابر است با:

$$x = \frac{۲\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳}$$

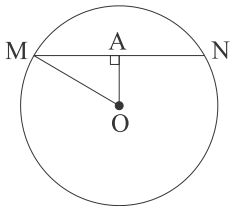
$$\text{حجم} = \frac{۱}{۳}\pi R^۲ h = \frac{۱}{۳}\pi x^۲ \times AB = \frac{۱}{۳}\pi(۳)(۳) = ۳\pi$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۵

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۶۳ گزینه ۳

کوتاه‌ترین وتر گذرنده از نقطهٔ A وتر MN عمود بر OA است.



$$O = (-\frac{a}{۲}, -\frac{b}{۲}) = (۴, -۱) \Rightarrow OA = \sqrt{۴ + ۰} = ۲$$

$$R = \frac{\sqrt{a^۲ + b^۲ - ۴c}}{۲} = \frac{\sqrt{۶۴ + ۴ + ۴}}{۲} = \frac{\sqrt{۷۲}}{۲} = ۳\sqrt{۲}$$

$$\overset{\Delta}{OA}M : MA^۲ = R^۲ - OA^۲ = (۳\sqrt{۲})^۲ - ۲^۲ = ۱۸ - ۴ = ۱۴ \Rightarrow MA = \sqrt{۱۴}$$

پس طول وتر مینیمم $۲\sqrt{۱۴}$ است.

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۶

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

گام اول

در یک دایره به معادلهٔ $x^۲ + y^۲ + ax + by + c = ۰$، نقطهٔ $-\frac{a}{۲}, -\frac{b}{۲}$ مرکز دایره می‌باشد و شعاع این دایره برابر است با:

$$R = \sqrt{(\frac{a}{۲})^۲ + (\frac{b}{۲})^۲ - c}$$

گام دوم

برای مشخص‌کردن وضعیت دو دایره نسبت به هم، مختصات مرکز دو دایره و شعاع آن‌ها را به دست می‌آوریم، سپس فاصلهٔ میان مرکز دو دایره (طول خط‌المرکزین) را با دو مقدار $R_۱ + R_۲$ و $|R_۱ - R_۲|$ مقایسه می‌کنیم.

$$x^۲ + y^۲ - ۲x + ۶y = ۸ \Rightarrow x^۲ + y^۲ - ۲x + ۶y - ۸ = ۰$$

$$\text{مرکز دایره} : O_۱ \ -\frac{-۲}{۲}, -\frac{۶}{۲} \ \Rightarrow O_۱(۱, -۳)$$

$$\text{شعاع دایره} : R_۱ = \sqrt{(-\frac{۲}{۲})^۲ + (\frac{۶}{۲})^۲ + ۸} = \sqrt{۱ + ۹ + ۸} = \sqrt{۱۸} = ۳\sqrt{۲}$$

$$x^۲ + y^۲ + ۸x - ۴y + ۱۲ = ۰$$

$$\text{مرکز دایره} : O_۲ \ -\frac{۸}{۲}, -\frac{-۴}{۲}) \Rightarrow O_۲(-۴, ۲)$$

$$\text{شعاع دایره} : R_۲ = \sqrt{(\frac{۸}{۲})^۲ + (\frac{-۴}{۲})^۲ - ۱۲} = \sqrt{۱۶ + ۴ - ۱۲} = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲}$$

بنابراین داریم:

$$O_۱O_۲ = \sqrt{(-۴ - ۱)^۲ + (۲ + ۳)^۲} = \sqrt{۲۵ + ۲۵} = ۵\sqrt{۲}$$
$$R_۱ + R_۲ = ۳\sqrt{۲} + ۲\sqrt{۲} = ۵\sqrt{۲}$$

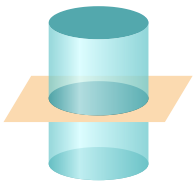
چون $O_۱O_۲ = R_۱ + R_۲$ است پس دو دایره مماس خارج هستند.

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

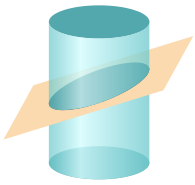
گزینه ۴

طبق شکل‌های زیر با توجه به وضع صفحه و استوانه حالات مختلفی برای سطح مقطع موردنظر به وجود می‌آید:

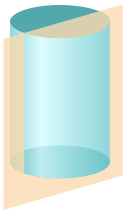
۱) اگر صفحه با قاعده موازی باشد، شکل سطح مقطع، دایره است.



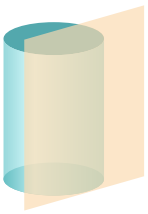
۲) اگر صفحه به شکل مایل با استوانه برخورد کند، سطح مقطع به‌شکل بیضی است.



۳) اگر صفحه به‌موازات محور استوانه باشد، سطح مقطع مستطیل خواهد بود.



۴) اگر صفحه به‌موازات محور استوانه باشد و بر استوانه مماس باشد، سطح مقطع یک خط خواهد بود.

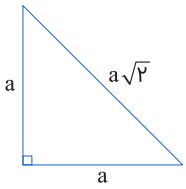


تالیفی محمدجواد محسنی

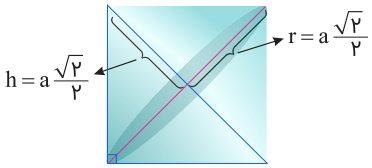
Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۶۶ گزینه ۴

مثلث قائم‌الزاویهٔ متساویالساقینی به ضلع قائم a در نظر می‌گیریم:



اگر این مثلث را حول وترش دوران دهیم، دو مخروط به‌هم‌چسبیده به‌صورت زیر به وجود می‌آید:



حجم هر مخروط برابر است با:

$$V = \frac{۱}{۳}\pi r^۲ h = \frac{۱}{۳}\pi(a\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۳ = \frac{\sqrt{۲}}{۱۲}\pi a^۳$$

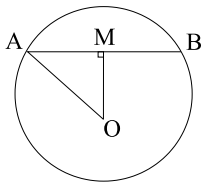
پس حجم کل برابر با $\frac{\sqrt{۲}}{۱۲}\pi a^۳ \times ۲$، یعنی $\frac{\sqrt{۲}}{۶}\pi a^۳$ است:

$$\frac{\sqrt{۲}}{۶}\pi a^۳ = \sqrt{۲}\pi \Rightarrow a^۳ = ۶ \Rightarrow a = \sqrt[۳]{۶}$$

تالیفی علی شهرابی فراهانی

۱۶۷ گزینه ۱

فرض کنیم نقطهٔ $M(۱, -۲)$ وسط وتر AB باشد:



$$O = (۳, -۲)\ ,\ M = (۱, -۲) \Rightarrow OM = \sqrt{(۳-۱)^۲ + (-۲+۲)^۲} = \sqrt{۴} = ۲$$

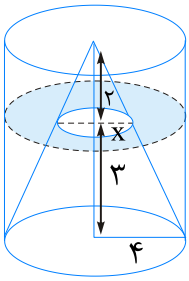
$$R = \frac{\sqrt{۳۶ + ۱۶ - ۱۶}}{۲} = ۳$$

$$AM^۲ = OA^۲ - OM^۲ = ۹ - ۴ = ۵ \Rightarrow AM = \sqrt{۵} \Rightarrow AB = ۲\sqrt{۵}$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۶۸ گزینه ۴



$$\text{نسبت تشابه}: \frac{x}{۴}=\frac{۲}{۵}\Rightarrow x=\frac{۸}{۵}$$
$$S=\pi(۴)^{۲}-\pi(\frac{۸}{۵})^{۲}=۱۶\pi-\frac{۶۴}{۲۵}\pi=\frac{۳۳۶}{۲۵}\pi=۱۳/۴۴\pi$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

۱۶۹ گزینه ۳

تعریف بیضی در گزینهٔ ۳ مناسب و کامل است.

تالیفی سیروس نصیری

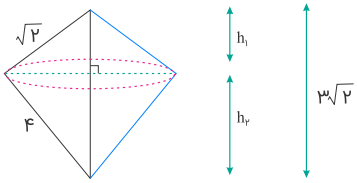
۱۷۰ گزینه ۲

طول وتر مثلث را به دست می‌آوریم:

$$\text{طول وتر}=\sqrt{\sqrt{۲}^{۲}+۴^{۲}}=۳\sqrt{۲}$$

شکل حاصل دو مخروط با قاعده‌های یکسان است و شعاع قاعده‌ها، همان ارتفاع وارد بر وتر است:

$$h=\frac{\sqrt{۲}\times ۴}{۳\sqrt{۲}}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow r=\frac{۴}{۳}$$



$$\text{حجم مخروط بالایی}: V_{۱}=\frac{۱}{۳}\pi r^{۲}h_{۱}=\frac{\pi}{۳}\times(\frac{۴}{۳})^{۲}\times h_{۱}=\frac{۱۶\pi}{۲۷}h_{۱}$$
$$\text{حجم مخروط پایینی}: V_{۲}=\frac{۱}{۳}\pi r^{۲}h_{۲}=\frac{\pi}{۳}\times(\frac{۴}{۳})^{۲}\times h_{۲}=\frac{۱۶\pi}{۲۷}h_{۲}$$
$$V_{\text{کل}}=V_{۱}+V_{۲}=\frac{۱۶\pi}{۲۷}\underbrace{(h_{۱}+h_{۲})}_{۳\sqrt{۲}}=\frac{۱۶\sqrt{۲}}{۹}\pi$$

تالیفی علی شهرابی فراهانی

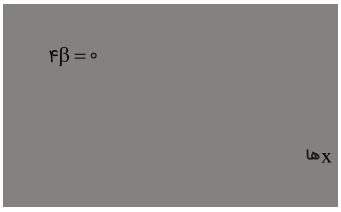
Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۷۱ گزینه ۱

مرکز دایره را نقطهٔ $O(\alpha,\beta)$ درنظر می‌گیریم. باید فاصلهٔ O از محور xها با فاصلهٔ آن از خط $۳x+۴y=۰$، برابر باشد:

$$OH = OH' \Rightarrow |\beta| = \frac{|۳\alpha+۴\beta|}{\sqrt{۹+۱۶}} = \frac{|۳a+۴\beta|}{۵} \Rightarrow \begin{cases} ۳\alpha+۴\beta = ۵\beta \\ ۳\alpha+۴\beta = -۵\beta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۳\alpha = \beta \\ ۳\alpha = -۹\beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز}: O(\alpha, ۳\alpha \\ \text{مرکز}: O(\alpha, -\frac{۱}{۳}\alpha \end{cases}$$



مرکز دایره در ناحیهٔ اول است، پس فقط $O(\alpha,۳\alpha)$ قابل‌قبول است؛بنابراین مطابق شکل، داریم:

$$R = OH = ۳ \Rightarrow \beta = ۳\alpha = ۳ \Rightarrow \alpha = ۱$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

۱۷۲ گزینه ۱

$$C: x^۲+y^۲+۲x-۳y-۳=۰$$

$$O(-۱,\frac{۳}{۲}) \ , \ A(۱,۳)$$

$$m_{OA} = \frac{۳-\frac{۳}{۲}}{۱-(-۱)} = \frac{\frac{۳}{۲}}{۲} = \frac{۳}{۴}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{مماس } m = -\frac{۴}{۳} \\ A(۱,۳) \end{cases} \Rightarrow y-۳ = -\frac{۴}{۳}(x-۱)$$

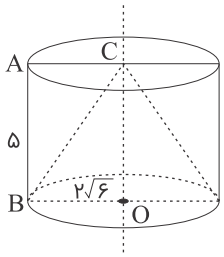
$$x=۰ \Rightarrow y-۳ = \frac{۴}{۳} \Rightarrow y = ۳+\frac{۴}{۳} = \frac{۱۳}{۳}$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۷۳ گزینه ۴

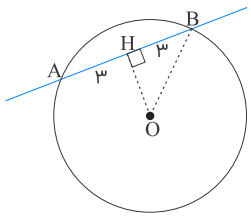
مطابق شکل، باید حجم بین استوانه و مخروط را بیابیم که برابر است با:



$$V_{\text{استوانه}} - V_{\text{مخروط}} = \pi(۲\sqrt{۶})^۲(۵) - \frac{۱}{۳}\pi(۲\sqrt{۶})^۲(۵) = \frac{۲}{۳}\pi(۲\sqrt{۶})^۲(۵)$$
$$= \frac{۲}{۳}\pi(۲۴)(۵) = ۸۰\pi$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۱۷۴ گزینه ۲



فاصلهٔ مرکز دایره از خط مذکور را می‌یابیم:

$$OH = \frac{|۳(۲) - ۴(-۳) + ۲|}{\sqrt{۳^۲ + (-۴)^۲}} = \frac{۲۰}{۵} = ۴$$

طبق قضیهٔ فیثاغورس، شعاع دایره برابر است با:

$$OB^۲ = OH^۲ + HB^۲ = ۱۶ + ۹ = ۲۵ \Rightarrow OB = ۵$$

پس معادلهٔ دایره به‌شکل زیر است:

$$(x-۲)^۲ + (y+۳)^۲ = ۲۵$$

حال $y = ۰$ قرار می‌دهیم:

$$(x-۲)^۲ + ۹ = ۲۵ \Rightarrow (x-۲)^۲ = ۱۶ \Rightarrow x - ۲ = \pm ۴ \Rightarrow \begin{cases} x = ۶ \\ x = -۲ \end{cases}$$

پس طول پاره‌خطی از محور xها که دایره جدا می‌کند برابر است با:

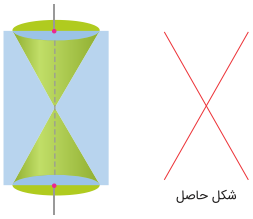
$$۶ - (-۲) = ۸$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۷۵ گزینه ۲

همان‌طور که مشخص است، مقطع حاصل دو خط متقاطع است. واضح است که این دو خط بر هم عمود نیستند.

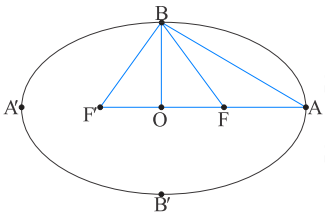


شکل حاصل

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۱۷۶ گزینه ۳

کافی است از روی شکل، رابطهٔ داده‌شده را بسازیم:



$$S_{\overset{\Delta}{OAB}} = \frac{a.b}{۲}$$

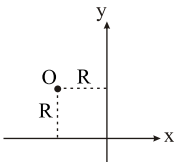
$$S_{\overset{\Delta}{FBF'}} = \frac{۲c.b}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{a.b}{۲} = ۳ \times \frac{۲c.b}{۲} \Rightarrow a = ۶c \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{۱}{۶} \Rightarrow e = \frac{۱}{۶}$$

تالیفی سیروس نصیری

۱۷۷ گزینه ۲

باتوجه‌به اینکه دایره بر هر دو محور مختصات مماس است پس باید به‌طور کامل در یکی از چهار ناحیهٔ مختصاتی قرار بگیرد. چون دایره از نقطهٔ $(-۱, ۲)$ نیز عبور می‌کند و این نقطه در ناحیهٔ دوم قرار دارد، پس دایرهٔ موردنظر به‌صورت زیر خواهد بود:



بنابراین دایره‌های به شعاع R و به مرکز $(-R, R)$ داریم. معادلهٔ این دایره برابر است با:

$$(x+R)^۲ + (y-R)^۲ = R^۲$$

چون دایره از نقطهٔ $(-۱, ۲)$ عبور می‌کند پس مختصات این نقطه در معادلهٔ دایره صدق می‌کند:

$$\xrightarrow{x=-۱, y=۲} (-۱+R)^۲ + (۲-R)^۲ = R^۲ \Rightarrow ۱ - ۲R + R^۲ + ۴ - ۴R + R^۲ = R^۲$$

$$\Rightarrow R^۲ - ۶R + ۵ = ۰ \Rightarrow (R-۵)(R-۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} R-۵=۰ \Rightarrow R=۵ \\ R-۱=۰ \Rightarrow R=۱ \end{cases}$$

قطر بزرگ‌تر به ازای شعاع بزرگ‌تر به دست می‌آید که برابر است با:

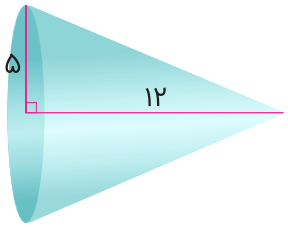
$$۲R = ۲(۵) = ۱۰$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۷۸ گزینه ۲

برای ایجاد حجم کمتر، باید حول ضلع بزرگ‌تر یعنی ۱۲ دوران دهیم.



$$V = \frac{۱}{۳}\pi (۱۲)(۵)^۲ = ۱۰۰\pi$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۱۷۹ گزینه ۲

شعاع و مرکز دایره به معادلهٔ $x^۲ + y^۲ - ۴x + ۲y - ۴ = ۰$ عبارتاند از:

$$x^۲ + y^۲ - ۴x + ۲y - ۴ = ۰ \Rightarrow (x-۲)^۲ + (y+۱)^۲ = ۹$$

$$\text{مرکز} : O'(۲, -۱) \quad , \quad \text{شعاع} : R' = ۳$$

نقطه‌ای که تمامی خطوط قائم بر دایرهٔ C از آن عبور می‌کنند، مرکز این دایره است، پس $O(۸, ۷)$ مرکز دایرهٔ C است.

$$d = OO' = \sqrt{(۲-۸)^۲ + (-۱-۷)^۲} = ۱۰$$

چون دو دایره مماس خارج هستند، پس داریم:

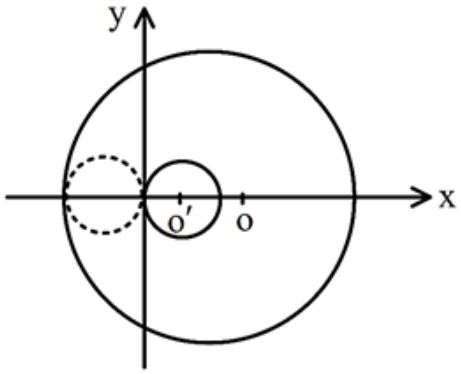
$$d = R + R' \Rightarrow ۱۰ = R + ۳ \Rightarrow R = ۷$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۸۰ گزینه ۳

هر دو دایره را در یک دستگاه رسم می‌کنیم.

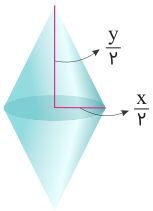


$$O(۳,۰)\ ,\ R=۵$$
$$O'(۱,۰)\ ,\ R'=۱$$

باتوجه‌به شکل کوچک‌ترین دایرهٔ مماس به این دو دایره، دایرهٔ خط‌چین است که شعاع آن برابر یک؛ پس مساحت آن برابر π می‌باشد.

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۴

۱۸۱ گزینه ۱



مطابق شکل از دوران گفته‌شده دو مخروط به هم چسبیده از قاعده به وجود می‌آید، بنابراین حجم شکل فوق دو برابر حجم مخروطی است که شعاع قاعدهٔ آن $\frac{x}{۲}$ و ارتفاع آن $\frac{y}{۲}$ است.

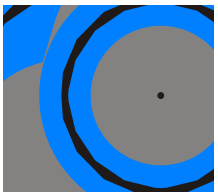
$$V = ۲\times\frac{۱}{۳}\times\pi\times(\frac{x}{۲})^{۲}(\frac{y}{۲}) = \frac{x^{۲}y}{۱۲}\pi$$

تالیفی محمدجواد محسنی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۸۲ گزینه ۳

مرکز دایره بر روی نیمساز زاویهٔ بین دو خط قرار دارد. باتوجه‌به شکل، مرکز دایرهٔ کوچک‌تر روی $y = x$ و مرکز دایره بزرگ‌تر روی $y = -x$ قرار دارد.



$$M(۲\sqrt{۵}, ۲\sqrt{۵})$$

شعاع دایره برابر با فاصلهٔ مرکز آن از خط $۲y - x = ۰$ است.

$$R = \frac{|۴\sqrt{۵} - ۲\sqrt{۵}|}{\sqrt{۲^۲ + ۱^۲}} = ۲$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

۱۸۳ گزینه ۱

بیشترین سطح مقطع یک صفحه با کره، زمانی حاصل می‌شود که صفحه از مرکز کره بگذرد. اگر شعاع کره r باشد، سطح مقطع حاصل $\pi r^۲$ است.

$$V = ۴۸\pi \Rightarrow \frac{۴}{۳}\pi r^۳ = ۴۸\pi \Rightarrow r = \sqrt[۳]{۳۶}$$
$$\text{مساحت مقطع} = \pi r^۲ = ۶\sqrt[۳]{۶}\pi$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

۱۸۴ گزینه ۴

در این سؤال قرار است مساحت ذوزنقهٔ $PMNF'$ را به دست بیاوریم. ارتفاعش که $|PM|$ و برابر با $|FF'|$ است، پس ارتفاعش برابر $۲c$ می‌شود. دو قاعده هم $|PF'|$ و $|MN|$ است. پس قاعده‌ها وتر کانونی و نصف وتر کانونی است. پس:

$$S_{PMNF'} = \frac{۱}{۲}(|PF'| + |MN|)|FF'| = \frac{۱}{۲}(\frac{b^۲}{a} + \frac{۲b^۲}{a})\,۲c = \frac{۳b^۲c}{a}$$

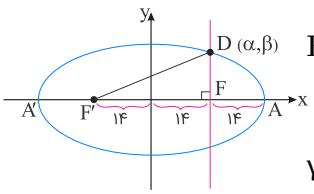
$$a^۲ = ۳۶\ ,\ b^۲ = ۴ \Rightarrow \begin{cases} a = ۶ \\ b = ۲ \\ c = ۴\sqrt{۲} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{PMNF'} = \frac{۳b^۲c}{a} = \frac{۳ \times ۴ \times ۴\sqrt{۲}}{۶} = ۸\sqrt{۲}$$

تالیفی سیروس نصیری

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

۱۸۵ گزینه ۱



راه‌حل اول: اگر $DF=\beta$ و $DF'=\gamma$ فرض شود آنگاه طبق تعریف بیضی $\beta+\gamma=۱۶$ و در مثلث $FF'D$ داریم:

$$\gamma^۲-\beta^۲=۶۴\Rightarrow(\gamma-\beta)(\gamma+\beta)=۶۴\xrightarrow{\beta+\gamma=۱۶}\gamma-\beta=۴$$

$$\begin{cases}\beta+\gamma=۱۶\\ \gamma-\beta=۴\end{cases}\xrightarrow{+}۲\gamma=۲۰\Rightarrow\gamma=۱۰\ ,\ \beta=۶$$

پس:$D(۴,۶)$

راه‌حل دوم: باتوجه‌به مفروضات سؤال نتیجه می‌شود که $a=۸\ ,\ c=۴$ ، پس $b=۴\sqrt{۳}$. طول وتر کانونی برابر $\frac{۲b^۲}{a}=\frac{۲\times۴۸}{۸}=۱۲$ است، پس $D(۴,۶)$.

تالیفی سیروس نصیری

۱۸۶ گزینه ۳

طول قطر کوچک : $2b=۶\Rightarrow b=۳$

$$e=\frac{c}{a}=\frac{۴}{۵}\Rightarrow e=\sqrt{۱-\frac{b^۲}{a^۲}}=\frac{۴}{۵}\Rightarrow۱-\frac{b^۲}{a^۲}=\frac{۱۶}{۲۵}\Rightarrow\frac{b^۲}{a^۲}=\frac{۹}{۲۵}$$

$$\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{۳}{۵}\Rightarrow\frac{۳}{a}=\frac{۳}{۵}\Rightarrow a=۵$$

$$c^۲=a^۲-b^۲\Rightarrow c^۲=۲۵-۹=۱۶\Rightarrow c=۴$$

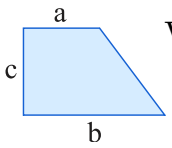
$$F'(-۴-۴,-۱)\ ,\ F(-۴+۴,-۱)\Rightarrow F'(-۸,-۱)\ ,\ F(۰,-۱)$$

پس مختصات کانون‌های بیضی $F(۰,-۱)$ و $F'(-۸,-۱)$ است که یکی از آن‌ها در گزینه‌ها آمده است.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

شکل حاصل از دوران، مخروط ناقصی است که یک استوانه از آن کم شده است و می‌دانیم که حجم مخروط ناقص از دوران ذوزنقهٔ قائم، حول ضلع قائمه‌اش به دست می‌آید و برای به دست آوردن حجم آن داریم:



$$V_{\text{مخروط ناقص}} = \frac{\pi c}{۳}\left(a^۲ + b^۲ + ab\right) \quad (۱)$$

برای به دست آوردن b، ابتدا باید اندازهٔ AC را از رابطهٔ فیثاغورس به دست آوریم:

$$b = ۲ + AC \xrightarrow[AC=۳]{AC^۲+AB^۲=BC^۲} b = ۲ + ۳ \Rightarrow b = ۵$$

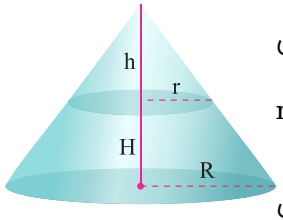
$$\xrightarrow{(۱)} V_{\text{مخروط ناقص}} = \frac{\pi \times ۴}{۳}(۴ + ۲۵ + ۱۰) = ۵۲\pi$$

$$\text{حجم استوانه} = \pi r^۲ h \Rightarrow \pi(۲)^۲ \times ۴ = ۱۶\pi$$

$$\text{حجم کل} = \text{حجم مخروط ناقص} - \text{حجم استوانه} : ۵۲\pi - ۱۶\pi = ۳۶\pi$$

$$\text{نسبت خواسته‌شده} : \frac{\text{حجم مخروط ناقص} - \text{حجم استوانه}}{\text{حجم استوانه}} = \frac{۳۶\pi}{۱۶\pi} = \frac{۹}{۴}$$

اثبات حجم مخروط ناقص: برای پیدا کردن حجم مخروط ناقص باید مولدها را ادامه دهیم تا یک مخروط کامل به دست آید، سپس حجم مخروط کوچک‌تر را از حجم مخروط بزرگ‌تر کم کنیم.



$$\text{تالس} : \frac{h}{H+h} = \frac{r}{R} \Rightarrow r(H+h) = hR \Rightarrow rH + rh - hR = ۰ \Rightarrow rH + h(r-R) = ۰$$

$$rH = h(R-r) \Rightarrow \frac{r}{R-r} = \frac{h}{H} \quad (*)$$

$$\text{حجم مخروط ناقص} = \text{حجم مخروط بزرگ} - \text{حجم مخروط کوچک} = \frac{\pi}{۳}R^۲(H+h) - \frac{\pi}{۳}r^۲h$$

$$= \frac{\pi}{۳}R^۲H + \frac{\pi}{۳}R^۲h - \frac{\pi}{۳}r^۲h$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{\pi}{۳}R^۲H + \frac{\pi}{۳}h(R^۲ - r^۲) = \frac{\pi}{۳}R^۲H + \frac{\pi}{۳}\left(\frac{rH}{\cancel{R-r}}\right) \times \cancel{(R-r)}(R+r) = \frac{\pi}{۳}R^۲H + \frac{\pi}{۳}rRH + \frac{\pi}{۳}r^۲H$$

$$\frac{\pi}{۳}H(R^۲ + r^۲ + Rr)$$

تالیفی مهدی ملارمضانی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

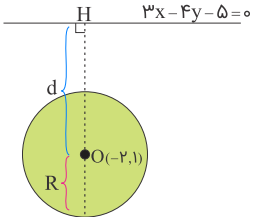
۱۸۸ گزینه ۴

ابتدا معادلهٔ دایره را استاندارد می‌کنیم و مرکز و شعاع دایره را به دست می‌آوریم:

$$x^۲ + y^۲ + ۴x - ۲y = -۱ \Rightarrow (x+۲)^۲ + (y-۱)^۲ - ۴ - ۱ = -۱$$
$$\Rightarrow (x+۲)^۲ + (y-۱)^۲ = ۴ \Rightarrow O(-۲,۱), R = ۲$$

حال فاصلهٔ مرکز دایره از خط داده‌شده را به دست می‌آوریم:

$$d = OH = \frac{|۳(-۲) - ۴(۱) - ۵|}{\sqrt{۳^۲ + (-۴)^۲}} = \frac{|-۶ - ۴ - ۵|}{۵} = ۳$$



باتوجه‌به شکل مشخص است که فاصلهٔ دورترین نقاط دایره از خط، برابر $d + R = ۳ + ۲ = ۵$ است.

تالیفی فرزاد زمانی نژاد - حمیدرضا پردازی مقدم

۱۸۹ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

گام اول

الف) هر خط قائم بر دایره، از مرکز دایره عبور می‌کند.

ب) هرگاه خطی بر دایره مماس باشد، فاصلهٔ مرکز دایره از این خط برابر با شعاع دایره است.

گام دوم

باتوجه‌به اینکه هر خط قائم بر دایره از نقطهٔ $(۱ , -۲)$ عبور می‌کند و باتوجه‌به قسمت (الف) از گام اول، نقطهٔ $(۱ , -۲)$ همان مرکز دایره است.

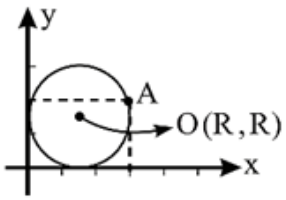
طبق قسمت (ب) از گام اول، فاصلهٔ نقطهٔ $(۱ , -۲)$ از خط $y = x - ۱$ برابر با شعاع دایره است؛ پس داریم:

$$y = x - ۱ \Rightarrow x - y - ۱ = ۰$$
$$R = \frac{|-۲ - ۱ - ۱|}{\sqrt{۱^۲ + (-۱)^۲}} = \frac{|-۴|}{\sqrt{۲}} = \frac{۴}{\sqrt{۲}} = ۲\sqrt{۲}$$

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۹۰ گزینه ۳

دایره‌ای که بر محورهای مختصات مماس باشد و از نقطهٔ $A(۳,۲)$ عبور کند در ناحیهٔ اول قرار دارد و مرکز آن $O(R,R)$ است، پس معادلهٔ آن به‌صورت زیر است:



$$(x-R)^۲+(y-R)^۲=R^۲$$

$$A\in \text{دایره} \Rightarrow (۳-R)^۲+(۲-R)^۲=R^۲$$

$$\Rightarrow ۹+R^۲-۶R+۴+R^۲-۴R=R^۲ \Rightarrow R^۲-۱۰R+۱۳=۰$$

مجموع شعاع‌های خواسته‌شده مجموع ریشه‌های معادلهٔ فوق است.

$$\text{مجموع شعاع‌ها}=-\frac{b}{a}=\frac{۱۰}{۱}=۱۰$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۵

۱۹۱ گزینه ۲

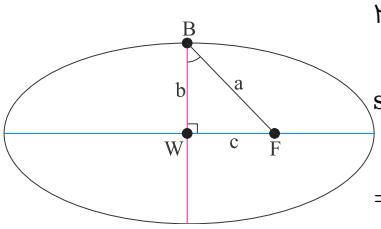
فاصلهٔ M و N را حساب می‌کنیم:

$$|MN|=\sqrt{(-۱+۱)^۲+(۱۲-۵)^۲}=۷$$

ازآنجا که مجموع این فواصل برابر با فاصلهٔ M و N است، پس نمی‌توانند روی بیضی قرار گیرند و این مکان یک پاره‌خط می‌شود.

تالیفی سیروس نصیری

۱۹۲ گزینه ۳



$$۲a=۲(۲b)\Rightarrow a=۲b$$

$$\sin(F\hat{B}W)=\frac{c}{a}=e=\sqrt{۱-\frac{b^۲}{a^۲}}=\sqrt{۱-\frac{b^۲}{a^۲}}=\sqrt{۱-\frac{۱}{۴}}=\sqrt{\frac{۳}{۴}}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

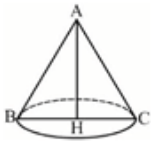
$$\Rightarrow \sin(F\hat{B}W)=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow F\hat{B}W=۶۰^\circ \Rightarrow F\hat{B}F'=۲\times ۶۰=۱۲۰^\circ$$

تالیفی سیروس نصیری

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۹۳ گزینه ۴

از دوران مثلث متساویالاضلاع به ضلع $۲\sqrt{۳}$ حول ارتفاع AH یک مخروط به شعاع قاعدهٔ $BH = \sqrt{۳}$ و ارتفاع $AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}(۲\sqrt{۳}) = ۳$ ایجاد می‌شود:



$$\text{حجم} = \frac{۱}{۳}\pi R^۲ h = \frac{۱}{۳}\pi(\sqrt{۳})^۲(۳) = ۳\pi$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

۱۹۴ گزینه ۱

مرکز دایرهٔ اولیه را می‌یابیم:

$$x^۲ + y^۲ - ۲x + \frac{c}{۳} = ۰$$

$$O(۱, ۰) \xrightarrow[\text{یک واحد به بالا}]{\text{دو واحد به چپ}} O'(-۱, ۱)$$

پس مرکز دایرهٔ جدید $(-۱, ۱)$ است.

$$\frac{-a}{۲} = -۱ \Rightarrow a = ۲ \quad , \quad \frac{-b}{۲} = ۱ \Rightarrow b = -۲$$

$$r = \frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲ + b^۲ - ۴} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴ + ۴ - ۴} = ۱$$

می‌دانیم شعاع دایره تغ ر نمی‌کند. شعاع دایرهٔ اولیه نیز ۱ است.

$$۱ = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴ - \frac{۴c}{۳}} \Rightarrow c = ۰$$

$$a + b + c = -۲ + ۲ + ۰ = ۰$$

تالیفی حسین سعیدی

۱۹۵ گزینه ۳

همهٔ خط‌های قائم بر یک دایره از مرکز آن می‌گذرند.

$$O(۳, -۲) \Rightarrow \begin{cases} y - x + ۳ = ۰ \\ O(۳, -۲) \end{cases} \Rightarrow R = \frac{|-۲ - ۳ + ۳|}{\sqrt{۱ + ۱}} = \frac{۲}{\sqrt{۲}} = \sqrt{۲}$$

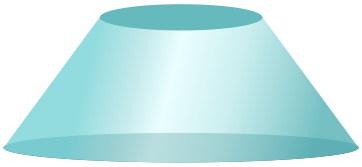
مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۴

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۹۶ گزینه ۳

مقطع مخروط کره، همواره دایره است.

نکته: مخروط ناقص، درواقع مخروطی است که یک مخروط از بالای آن حذف شده است. این شکل از دوران یک ذوزنقه به دست می‌آید.



تالیفی میلاد منصوری

۱۹۷ گزینه ۳

برای آنکه خط بر دایره مماس باشد، باید فاصلهٔ آن از مرکز دایره برابر شعاع دایره باشد:

$$x^۲ - ۴x + y^۲ + ۱ = ۰ \Rightarrow x^۲ - ۴x + ۴ - ۴ + y^۲ + ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow (x-۲)^۲ + y^۲ = ۳ \Rightarrow O(۲,۰)\ ,\ R = \sqrt{۳}$$

$$y = mx - ۱ \Rightarrow y - mx + ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow d = \frac{|۰ - ۲m + ۱|}{\sqrt{۱ + m^۲}} = \sqrt{۳} \Rightarrow |۲m - ۱| = \sqrt{۳}\sqrt{۱ + m^۲}$$

$$\Rightarrow ۴m^۲ - ۴m + ۱ = ۳ + ۳m^۲ \Rightarrow m^۲ - ۴m - ۲ = ۰$$

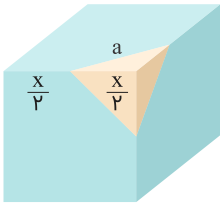
$$\text{مجموع مقادیر } m = -\frac{b}{a} = ۴$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۴

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۱۹۸ گزینه ۳

چون صفحهٔ برش هر سه ضلع را دقیقاً از وسط قطع می‌کند و باتوجه‌به مکعب بودن شکل، مثلث حاصل متساویالاضلاع خواهد بود که اندازهٔ اضلاع آن برابر خواهد بود با:



$$a=\sqrt{\frac{x^۲}{۴}+\frac{x^۲}{۴}}=\frac{x}{\sqrt{۲}}$$

و می‌دانیم که مساحت مثلث متساویالاضلاع برابر است با:

$$a^۲\frac{\sqrt{۳}}{۴}\xrightarrow{a=\frac{x}{\sqrt{۲}}}\frac{\sqrt{۳}}{۴}\times\frac{x^۲}{۲}=\frac{\sqrt{۳}}{۸}x^۲$$

و می‌دانیم مساحت کل مکعب به ضلع x برابر است با: $۶x^۲$

پس نسبت مساحت قطاع به مساحت کل برابر است با:

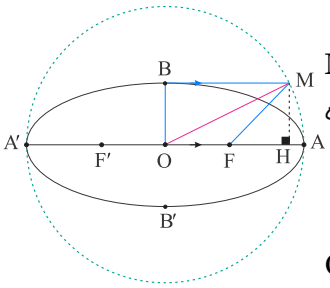
$$\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۸}x^۲}{۶x^۲}=\frac{\sqrt{۳}}{۴۸}$$

تالیفی مهدی ملارمضانی

۱۹۹ گزینه ۱

دقت کنیم در این مسائل نمی‌توان به شکل اعتماد کرد و باید با استدلال زاویه را بیابیم.

از نقطهٔ M بر AA' عمود می‌کنیم:



$$MH=OB=b$$
$$\text{شعاع دایره}=OM=OA=a$$

در مثلث $\overset{\Delta}{OMH}$ فیثاغورس می‌نویسیم:

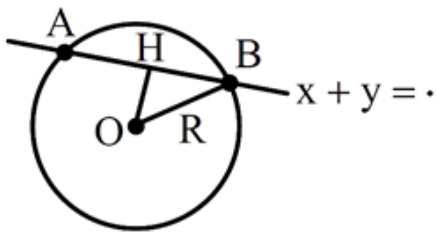
$$OH^۲+MH^۲=OM^۲$$
$$\Rightarrow OH^۲+b^۲=a^۲\Rightarrow OH^۲=a^۲-b^۲=c^۲\Rightarrow OH=c$$

پس نقطهٔ H روی نقطهٔ F خواهد افتاد. درنتیجه زاویهٔ $M\hat{F}F'$، ۹۰ درجه خواهد بود.

تالیفی حسین سعیدی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm
ایستنو ۱۴۰۰

۲۰۰ گزینه ۴



$$(x-۲)^۲ + y^۲ = ۵ \Rightarrow \begin{cases} O(۲\,,\,۰) \\ R = \sqrt{۵} \end{cases}$$

$$OH = \frac{|۲+۰|}{\sqrt{۱+۱}} = \frac{۲}{\sqrt{۲}} = \sqrt{۲}$$

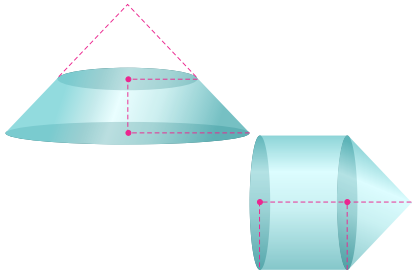
$$BH^۲ + OH^۲ = R^۲ \Rightarrow BH^۲ + ۲ = ۵ \Rightarrow BH^۲ = ۳ \Rightarrow BH = \sqrt{۳}$$
$$\Rightarrow AB = ۲BH = ۲\sqrt{۳}$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۶

۲۰۱ گزینه ۴

دوران حول AD: مخروط ناقص

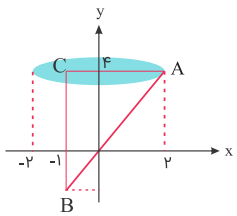
دوران حول DC :استوانه و مخروط



تالیفی عزیزالله علی اصغری

۲۰۲ گزینه ۱

بزرگ‌ترین سطح مقطع دایره‌ای‌شکل را دورترین نقطهٔ مولد از محور به وجود می‌آورد. در این مسئله دورترین نقطه، $A(۲, ۴)$ است که فاصله‌اش از محور yها برابر ۲ است. درنتیجه مساحت دایرهٔ موردنظر $= ۴\pi$ $\pi(۲)^۲$ است.



تالیفی میلاد منصوری

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۰۳ گزینه ۲

قطر دایره از مرکز دایره می‌گذرد پس مختصات یکی از نقاط روی قطر همان مرکز است و می‌دانیم مختصات مرکز دایره به معادلهٔ $x^۲ + y^۲ + ۴x - ۶y - ۱ = ۰$ برابر است با:

$$O(\alpha = -\frac{۴}{۲} = -۲, \beta = -\frac{-۶}{۲} = ۳) \Rightarrow O = (\alpha = -۲, \beta = ۳)$$

ازطرفی قطر موردنظر موازی خط $y - x = ۱$ است پس شیب قطر با شیب این خط برابر است درنتیجه:

$$\text{شیب قطر } y - x = ۱ \Rightarrow m = ۱$$

حال با داشتن شیب و مختصات نقطه، معادلهٔ قطر به دست می‌آید:

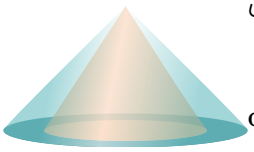
$$\text{معادلهٔ قطر } y - ۳ = ۱(x + ۲) \Rightarrow y = x + ۵$$

حال به‌سادگی می‌توان فهمید که فقط گزینهٔ ۲ در این خط صدق می‌کند:

$$B(۱, ۶) \Rightarrow ۶ = ۱ + ۵ \Rightarrow ۶ = ۶ \ \checkmark$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۴

۲۰۴ گزینه ۱



ناحیه هاشورخورده پس از دوران، تبدیل به فضای بین دو مخروط هم‌رأس می‌گردد که ارتفاع هر دو $h = ۲$ است. برای محاسبهٔ شعاع قاعده، باید خط $y = ۱$ را با دو خط مورب تلاقی دهیم.

$$\text{شعاع قاعدهٔ مخروط بیرونی } \xrightarrow{\text{معادلهٔ خط } d_۱ : y + x = ۳} \xrightarrow{y=۱} x = ۲$$

$$\text{شعاع قاعدهٔ مخروط درونی } \xrightarrow{\text{معادلهٔ خط } d_۲ : \frac{y}{۳} + \frac{x}{۲} = ۱} \xrightarrow{y=۱} x = \frac{۴}{۳}$$

$$\text{حجم فضای ایجادشده} = \text{حجم مخروط بیرونی} - \text{حجم مخروط درونی}$$
$$= \frac{\pi}{۳}(۲)^۲(۲) - \frac{\pi}{۳}(\frac{۴}{۳})^۲(۲) = \frac{۲\pi}{۳}(۴ - \frac{۱۶}{۹}) = \frac{۲\pi}{۳} \times \frac{۲۰}{۹} = \frac{۴۰\pi}{۲۷}$$

تالیفی امیر خمسه

۲۰۵ گزینه ۲

هرکدام از نقاط که مختصات آن در نابرابری $x^۲ + y^۲ + ۴x - ۴y + ۱ > ۰$ صدق کنند، بیرون دایره قرار دارند. برای $(۱, ۴)$ این شرط برقرار است:

$$(۱)^۲ + (۴)^۲ + ۴(۱) - ۴(۴) + ۱ > ۰$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm
ایستنو ۱۴۰۰

۲۰۶ گزینه ۳

$$\begin{cases} x^۲+y^۲+۲x-۴y-۹=۰ \Rightarrow \\ x^۲+y^۲-۲x+۴y-۴=۰ \Rightarrow \end{cases} \begin{cases} O(-۱,۲)\,,\ R=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۱۶+۳۶}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۵۶}=\sqrt{۱۴} \\ O'(۱,-۲)\,,\ R'=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۱۶+۱۶}=۳ \end{cases}$$

$$d=OO'=\sqrt{۴+۱۶}=\sqrt{۲۰}=۲\sqrt{۵}$$

$$\begin{matrix} R+R'=\sqrt{۱۴}+۳ \\ |R-R'|=\sqrt{۱۴}-۳ \end{matrix} \sqrt{۱۴}-۳<۲\sqrt{۵}<\sqrt{۱۴}+۳ \Rightarrow \text{دو دایره متقاطع‌اند}$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۴

۲۰۷ گزینه ۳

سطح مقطع حاصل از برخورد یک کره با یک صفحه همواره دایره است. پس سطح مقطع حاصل از برخورد نیمکره با صفحه قسمتی از دایره می‌شود.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۰۸ گزینه ۴

ازآنجاکه قطر کوچک بیضی موازی محور yها است و بیضی در $x=۲$ بر محور x مماس شده است، پس طول مرکز بیضی ۲ می‌شود.
ازآنجاکه بیضی در نقاط به عرض ۲ و ۴ محور y را قطع کرده است، پس مقدار وسط این دو عدد یعنی ۳ عرض مرکز بیضی می‌باشد. پس:

$$\text{مرکز بیضی } O(۲,۳) \Rightarrow b=۳$$

$$e=\frac{c}{a}=\frac{۱}{۳} \Rightarrow a=۳c$$

$$a^۲=b^۲+c^۲ \Rightarrow ۹c^۲=۹+c^۲ \Rightarrow ۸c^۲=۹ \Rightarrow c=\sqrt{\frac{۹}{۸}}=\frac{۳}{۲\sqrt{۲}}$$

$$\Rightarrow ۲c=\frac{۳}{\sqrt{۲}}=\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$$

تالیفی مجید قهرمانی

۲۰۹ گزینه ۴

$$۲c=۲b \Rightarrow c=b$$

ازطرفی می‌دانیم $a^۲=b^۲+c^۲=c^۲+c^۲=۲c^۲$ است؛ یعنی $a=\sqrt{۲}c$ می‌شود.

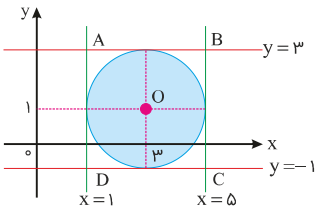
$$e=\frac{c}{a}=\frac{c}{\sqrt{۲}c}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm
ایستو ۱۴۰۰

۲۱۰ گزینه ۴

از برخورد چهار خط داده‌شده یک مربع حاصل می‌شود. مطابق شکل مرکز دایره وسط مربع $ABCD$ است.



پس داریم:

$$\begin{cases} x_O = \frac{۱+۵}{۲} = ۳ \\ y_O = \frac{-۱+۳}{۲} = ۱ \end{cases} \Rightarrow O(۳,۱)$$

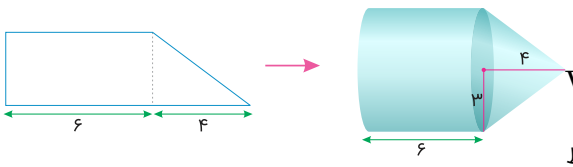
ازطرفی قطر دایره برابر با ضلع مربع است؛ درنتیجه $۲R = ۴$ و $R = ۲$ خواهد بود؛ بنابراین معادلهٔ دایره به‌صورت $(x-۳)^۲ + (y-۱)^۲ = ۴$ یا $x^۲ + y^۲ - ۶x - ۲y + ۶ = ۰$ است.

تالیفی جعفر میکائیلی

۲۱۱ گزینه ۱

ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه درواقع از به هم چسباندن یک مثلث قائم‌الزاویه و یک مستطیل به وجود آمده است که می‌توانیم دوران آن‌ها را جداگانه تحلیل کنیم؛ می‌دانیم دوران یک مستطیل حول یک ضلعش باعث به وجود آمدن استوانه می‌شود و اگر مثلث قائم‌الزاویه را حول ضلع قائمه دوران دهیم، یک مخروط تولید می‌شود.

حجم حاصل از شکل کلی از جمع حجم‌های استوانه و مخروط به دست می‌آید:



$$V_{\text{کل}} = V_{\text{مخروط}} + V_{\text{استوانه}} = \frac{۱}{۳}\pi(۳)^۲(۴) + \pi(۳)^۲(۶) = ۱۲\pi + ۵۴\pi = ۶۶\pi$$

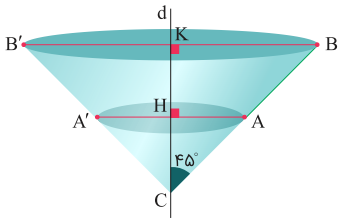
نکته: حجم استوانه‌ای به شعاع قاعدهٔ r و ارتفاع h از رابطهٔ $V = \pi hr^۲$ و حجم مخروط به شعاع قاعدهٔ r و ارتفاع h از رابطهٔ $V = \frac{۱}{۳}\pi hr^۲$ به دست می‌آید.

تالیفی محمدجواد محسنی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۱۲ گزینه ۳

باتوجه‌به شکل، سطح مقطع حاصل برابر با مساحت ذوزنقهٔ $ABB'A'$ است و داریم:



$$AA' = ۴ \times ۲ = ۸ \ , \ BB' = ۸ \times ۲ = ۱۶$$

$$\begin{cases} \overset{\Delta}{ACH} : \tan ۴۵^\circ = \dfrac{AH}{CH} \Rightarrow ۱ = \dfrac{۴}{CH} \Rightarrow CH = ۴ \\ \overset{\Delta}{BCK} : \tan ۴۵^\circ = \dfrac{BK}{CK} \Rightarrow ۱ = \dfrac{۸}{CK} \Rightarrow CK = ۸ \end{cases}$$

پس ارتفاع ذوزنقه $HK = CK - CH = ۴$ است و مساحت برابر است با:

$$\frac{۱}{۲}(AA' + BB') \times HK = \frac{۱}{۲} \times (۸ + ۱۶) \times ۴ = ۴۸$$

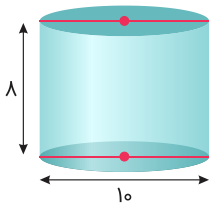
تالیفی عزیزالله علی اصغری

۲۱۳ گزینه ۴

از تقاطع صفحه‌ای افقی با استوانه‌ای به شعاع قاعدهٔ ۵ و ارتفاع ۸، دایره‌ای به شعاع ۵ حاصل می‌شود که مساحت آن $\pi(۵)^۲ = ۲۵\pi$ است.

از تقاطع صفحه‌ای گذرنده از مراکز دو قاعدهٔ این استوانه با آن، مستطیلی به ابعاد ۸ و ۱۰ واحد حاصل می‌شود که مساحت آن برابر است با $۸ \times ۱۰ = ۸۰$. پس:

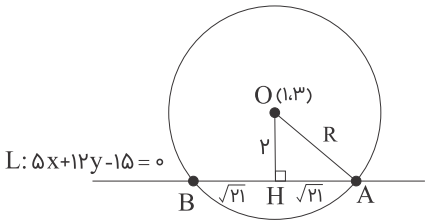
$$\frac{۸۰}{۲۵\pi} = \frac{۱۶}{۵\pi}$$



تالیفی عزیزالله علی اصغری

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

از مرکز دایره بر خط $L : ۵x + ۱۲y - ۱۵ = ۰$ عمود می‌کنیم، پس $AH = HB = \sqrt{۲۱}$ و داریم:



$$|OH| = \frac{|۵(۱) + ۱۲(۳) - ۱۵|}{\sqrt{۵^۲ + ۱۲^۲}} = \frac{۲۶}{۱۳} = ۲$$

$$\overset{\Delta}{OHA} : \text{فیثاغورس} \Rightarrow R^۲ = ۲^۲ + (\sqrt{۲۱})^۲ = ۲۵$$
$$\Rightarrow \text{دایره} : \ (x - ۱)^۲ + (y - ۳)^۲ = ۲۵$$

حال برای یافتن محل برخورد دایره و محور xها، مقدار y را در معادلهٔ دایره برابر با صفر قرار می‌دهیم:

$$(x - ۱)^۲ + (۰ - ۳)^۲ = ۲۵ \Rightarrow (x - ۱)^۲ + ۹ = ۲۵ \Rightarrow (x - ۱)^۲ = ۱۶$$
$$\Rightarrow x - ۱ = \pm ۴ \Rightarrow x = -۳ , x = ۵$$
$$\Rightarrow \text{نقاط برخورد با محور x ها} : (-۳ , ۰) , (۵ , ۰)$$
$$\Rightarrow \text{طول پاره‌خط حاصل} = ۵ - (-۳) = ۸$$

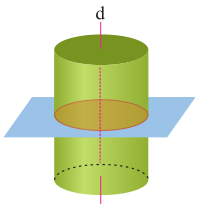
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

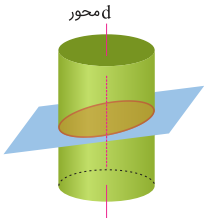
۲۱۵ گزینه ۳

فصل مشترک یک صفحه با یک سطح استوانه‌ای به صورت‌های زیر است:

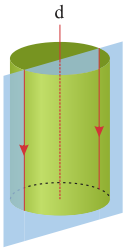
۱) اگر صفحه بر محور سطح استوانه‌ای عمود باشد، فصل مشترک، یک دایره است.



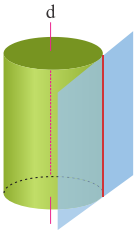
۲) اگر صفحه بر محور سطح استوانه‌ای عمود نباشد و با آن موازی هم نباشد، فصل مشترک، یک بیضی است.



۳) اگر صفحه با محور موازی باشد و سطح استوانه‌ای را قطع کند، فصل مشترک، دو خط موازی است.



۴) اگر صفحه با محور موازی و بر سطح استوانه‌ای مماس باشد، فصل مشترک، یک خط است.



بنابراین فصل مشترک یک صفحه با یک سطح استوانه‌ای نمی‌تواند هذلولی باشد.

تالیفی جعفر میکائیلی

۲۱۶ گزینه ۱

ابتدا کسر داده‌شده را ساده می‌کنیم:

$$MA - ۲MB = ۳MA - ۱۲ \Rightarrow ۲MA + ۲MB = ۱۲ \Rightarrow MA + MB = ۶$$

چون مجموع فواصل M از دو نقطهٔ ثابت A و B برابر ۶ شده است، لذا مکان هندسی M یک بیضی به قطر بزرگ ۶ است پس بیشترین فاصلهٔ این نقاط $۲a = ۶$ است.

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۱۷ گزینه ۲

مرکز دایره روی خطی به معادلهٔ $y = ۲x$ قرار دارد. فرض می‌کنیم مختصات مرکز دایره $(\alpha , ۲\alpha)$ باشد. طبق تعریف دایره، می‌دانیم فاصلهٔ هر نقطه روی دایره از مرکز دایره برابر با شعاع است. شعاع دایره را R می‌نامیم. با محاسبهٔ فاصلهٔ مرکز دایره از هریک از نقاط $(۰ , ۰)$ و $(۱ , ۳)$ ابتدا مقدار α و سپس مقدار R را به دست می‌آوریم.

$$\left.\begin{array}{l} R = \sqrt{(\alpha - ۰)^۲ + (۲\alpha - ۰)^۲} \\ R = \sqrt{(\alpha - ۳)^۲ + (۲\alpha - ۱)^۲} \end{array}\right\} \Rightarrow \sqrt{\alpha^۲ + ۴\alpha^۲} = \sqrt{(\alpha - ۳)^۲ + (۲\alpha - ۱)^۲}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} ۵\alpha^۲ = (\alpha - ۳)^۲ + (۲\alpha - ۱)^۲ \Rightarrow ۵\alpha^۲ = \alpha^۲ - ۶\alpha + ۹ + ۴\alpha^۲ - ۴\alpha + ۱$$

$$\Rightarrow ۵\alpha^۲ = ۵\alpha^۲ - ۱۰\alpha + ۱۰ \Rightarrow ۱۰\alpha = ۱۰ \Rightarrow \alpha = ۱$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{(۱ - ۰)^۲ + (۲ - ۰)^۲} = \sqrt{۱ + ۴} = \sqrt{۵}$$

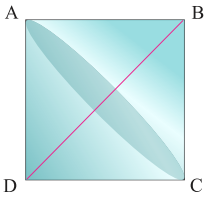
بنابراین دایره‌ای به مرکز $(۲ , ۱)$ و شعاع $\sqrt{۵}$ داریم.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۶

۲۱۸ گزینه ۴

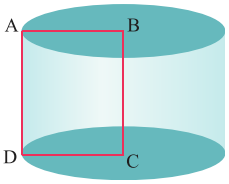
در حالت اول، دو مخروط به وجود می‌آید. ارتفاع هر مخروط به اندازهٔ نصف قطر مربع یعنی $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$ است. شعاع قاعده نیز همین مقدار، یعنی $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$ است. بنابراین:

$$V_۱ = ۲(\frac{۱}{۳}\pi(\frac{۳\sqrt{۲}}{۲})^۲(\frac{۳\sqrt{۲}}{۲})) = \frac{۹\pi\sqrt{۲}}{۲}$$



در حالت دوم، یک استوانه به وجود می‌آید. ارتفاع استوانه همان ضلع مربع یعنی ۳ است و شعاع قاعدهٔ آن نیز ۳ است:

$$V_۲ = \pi(۳^۲)(۳) = ۲۷\pi$$



بنابراین:

$$\frac{V_۱}{V_۲} = \frac{\frac{۹\pi\sqrt{۲}}{۲}}{۲۷\pi} = \frac{\sqrt{۲}}{۶}$$

تالیفی میلاد منصوری

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۱۹ گزینه ۳

از معادلهٔ خط، مقدار y را برحسب x یافته و در معادلهٔ دایره جایگزین می‌کنیم؛ پس داریم:

$$۷x - y + ۱۲ = ۰ \Rightarrow ۷x + ۱۲ = y$$

$$\xrightarrow{\text{جایگزین در دایره}} x - ۲)^۲ + (۷x + ۱۲ - ۱)^۲ = ۲۵$$

$$\Rightarrow x^۲ - ۴x + ۴ + ۴۹x^۲ + ۱۵۴x + ۱۲۱ = ۲۵$$

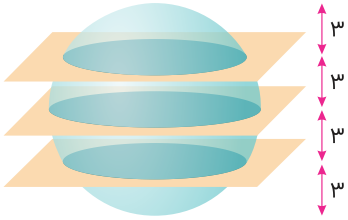
$$\Rightarrow ۵۰x^۲ + ۱۵۰x + ۱۰۰ = ۰ \Rightarrow x^۲ + ۳x + ۲ = ۰$$

$$\Rightarrow (x + ۲)(x + ۱) = ۰ \Rightarrow x = -۱, -۲$$

تالیفی جعفر میکائیلی

۲۲۰ گزینه ۱

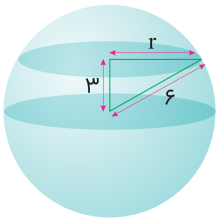
برای آنکه کره به ۴ قسمت تقسیم شود، به ۳ برش احتیاج داریم و ازآنجاکه فاصلهٔ برش‌ها از هم یکسان است، می‌توانیم با شکل زیر برش‌ها را نشان دهیم:



یعنی، یک برش را از قطر عبور می‌دهیم و سپس دو برش با فاصله‌های ۳ واحد به موازات صفحهٔ فوق انجام می‌دهیم. می‌دانیم سطح حاصل از برش یک کره، دایره است و شعاع بزرگ‌ترین دایره در اینجا (و نیز در حالت کلی)، همان شعاع کره می‌شود، پس بزرگ‌ترین مساحت ممکن برابر است با:

$$S = \pi \times ۶^۲ = ۳۶\pi$$

اما برای محاسبهٔ سطح دایره‌های که به فاصلهٔ ۳ واحد از مرکز است، به شکل زیر توجه کنید:



$$r^۲ + ۳^۲ = ۶^۲ \Rightarrow r^۲ = ۳۶ - ۹ = ۲۷ \Rightarrow r = ۳\sqrt{۳}$$

پس مساحت این سطح برابر است با:

$$S' = \pi(۳\sqrt{۳})^۲ = ۲۷\pi$$
$$S - S' = ۳۶\pi - ۲۷\pi = ۹\pi$$

تالیفی محمدجواد محسنی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm
ایستوده ۱۴۰۰

۲۲۱ گزینه ۴

برای به دست آوردن حجم قسمت برش‌خورده به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$V = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع}$$

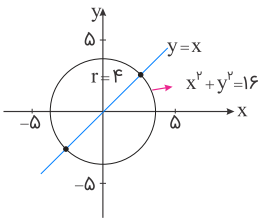
$$V = \frac{۱}{۲} \times ۵ \times ۵ \times \sin ۱۲۰ \times ۱۰ = \frac{۲۵}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۱۰ = \frac{۱۲۵}{۲}\sqrt{۳}$$

تالیفی عباس حسینی

۲۲۲ گزینه ۲

وتری که خط $x = y$ روی دایره‌های به مرکز $(۰, ۰)$ را جدا می‌کند، برابر قطر دایره است:

$$۲r = ۸ \Rightarrow r = ۴$$



حالا معادلهٔ دایره‌ای به شعاع ۴ و مرکز $(۰, ۰)$ را می‌نویسیم:

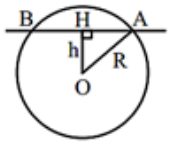
$$x^۲ + y^۲ = ۱۶$$

فقط گزینهٔ (۲) در معادلهٔ دایره صدق می‌کند.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۲۳ گزینه ۳

خطوط قائم بر دایره همگی در مرکز دایره همرساند، پس مرکز دایره همان نقطهٔ $O(۴, -۱)$ است. حال با رسم یک شکل فرضی از مسئله (مطابق شکل زیر) می‌توان h (فاصلهٔ O تا خط) و R را به دست آورد:



$$h = \text{فاصلهٔ O تا خط} = \frac{|۱۶ - ۳ + ۲|}{\sqrt{۱۶ + ۹}} = ۳$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{h^۲ + HA^۲} = \sqrt{۹ + ۱۶} = ۵$$

با پیدا شدن R می‌توان مساحت دایره را به دست آورد:

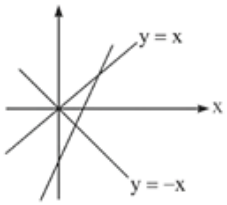
$$S = \pi R^۲ = ۲۵\pi$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۴

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۲۴ گزینه ۲

مرکز دایره‌هایی که بر محورهای مختصات مماس هستند روی خط‌های $y = x$ و $y = -x$ قرار دارند:



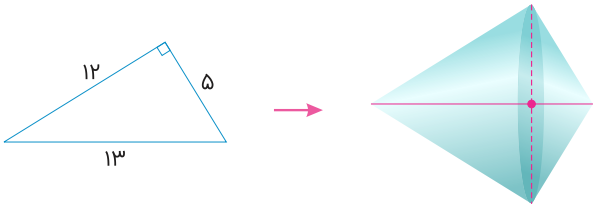
$$\begin{cases} ۲x - y = ۶ \\ y = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۶ \\ y = ۶ \end{cases} \Rightarrow O(۶, ۶) \Rightarrow R = ۶$$

$$\begin{cases} ۲x - y = ۶ \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲ \\ y = -۲ \end{cases} \Rightarrow O'(۲, -۲) \Rightarrow R' = ۲$$

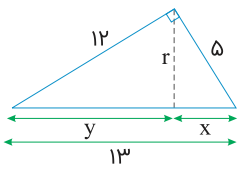
مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

۲۲۵ گزینه ۳

اضلاع مثلث در رابطهٔ فیثاغورس صدق می‌کند، پس نوع آن قائم‌الزاویه است.



مطابق شکل از دوران یک مثلث قائم‌الزاویه حول وتر، دو مخروط به هم چسبیده به وجود می‌آید که شعاع آن‌ها برابر با ارتفاع وارد بر وتر است. برای به دست آوردن موارد لازم از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه استفاده می‌کنیم:



$$۵ \times ۱۲ = ۱۳r \Rightarrow r = \frac{۶۰}{۱۳}$$

$$۲۵ = ۱۳x \Rightarrow x = \frac{۲۵}{۱۳}$$

$$۱۴۴ = ۱۳y \Rightarrow y = \frac{۱۴۴}{۱۳}$$

$$V = \frac{۱}{۳}\pi(\frac{۶۰}{۱۳})^{۲}(\frac{۲۵}{۱۳}) + \frac{۱}{۳}\pi(\frac{۶۰}{۱۳})^{۲}(\frac{۱۴۴}{۱۳}) = (\frac{۱}{۳})(\frac{۶۰}{۱۳})^{۲}\pi(\frac{۲۵}{۱۳} + \frac{۱۴۴}{۱۳})$$

$$= \frac{۱}{۳} \times \pi \times (\frac{۶۰}{۱۳})^{۲}(۱۳) = \frac{۳۶۰۰}{۱۳ \times ۳}\pi = \frac{۱۲۰۰}{۱۳}\pi$$

تالیفی محمدجواد محسنی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۲۶ گزینه ۴

$a - ۱ = ۱ \Rightarrow a = ۲$

ضریب xy نباید در دایره باشد:

$c - ۲ = ۰ \Rightarrow c = ۲$

ازآنجا که شعاع دایره بزرگتر از صفر است، پس:

$d^۲ + ۴ - ۴ \times ۵ > ۰ \Rightarrow d^۲ > ۱۶ \Rightarrow d = ۵$

کمترین مقدار : $۲ + ۲ + ۵ = ۹$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

۲۲۷ گزینه ۲

حجم حاصل برابر است با تفاضل نیم‌کره (کره بزرگ‌تر) و کره داخل:

نیم‌کرهٔ بزرگ‌تر $R = ۴$) : $\frac{۱}{۲}(\frac{۴}{۳}\pi(۴)^۳) = \frac{۱۲۸}{۳}\pi$

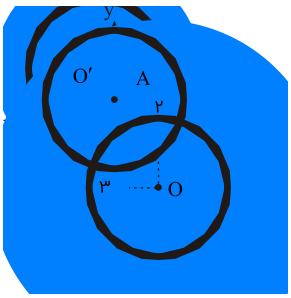
کرهٔ داخل $R = ۲$) : $\frac{۴}{۳}\pi(۲)^۳ = \frac{۳۲}{۳}\pi$

$V = \frac{۱۲۸}{۳}\pi - \frac{۳۲}{۳}\pi = ۳۲\pi$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۲۸ گزینه ۱



مطابق شکل، مراکز دو دایرهٔ مماس خارج و محل تماس دو دایره، روی یک خط راست قرار دارند و مرکز دایرهٔ C' در ناحیهٔ دوم دستگاه مختصات است. می‌دانیم قائم‌های رسم‌شده بر یک دایره از مرکز آن دایره عبور می‌کنند، پس با فرض $O = (۲, -۳)$ و $A = (۰, ۱)$، داریم:

$$m_{OA} = \frac{۱ - (-۳)}{۰ - ۲} = -۲$$

$$\text{معادلهٔ خط } OA : y - ۱ = -۲(x - ۰) \Rightarrow y = -۲x + ۱$$

در بین گزینه‌ها، تنها نقطهٔ $(-۱, ۳)$ در ناحیهٔ دوم دستگاه مختصات است و در معادلهٔ خط OA صدق می‌کند. با فرض $O' = (-۱, ۳)$ داریم:

$$O'A = \sqrt{(۰ + ۱)^۲ + (۱ - ۳)^۲} = \sqrt{۵}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

۲۲۹ گزینه ۱

دایرهٔ موردنظر را $C'(O', R')$ فرض می‌کنیم، پس $O'(-۴, ۰)$. حال داریم:

$$C : x^۲ + y^۲ + ۶x - ۲y + ۲ = ۰ \Rightarrow O(-۳, ۱) \quad , \quad R = \sqrt{\frac{۳۶ + ۴ - ۸}{۴}} = ۲\sqrt{۲}$$

$$\text{دایره‌ها مماس داخل‌اند} \Rightarrow |OO'| = |R - R'|$$

$$\Rightarrow \sqrt{(-۴ + ۳)^۲ + (۰ - ۱)^۲} = |۲\sqrt{۲} - R'| \Rightarrow |۲\sqrt{۲} - R'| = \sqrt{۲}$$

$$۲\sqrt{۲} - R' = \pm\sqrt{۲} \Rightarrow R' = \sqrt{۲} \quad \text{یا} \quad R' = ۳\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow \text{شعاع بزرگ‌ترین دایره} = ۳\sqrt{۲}$$

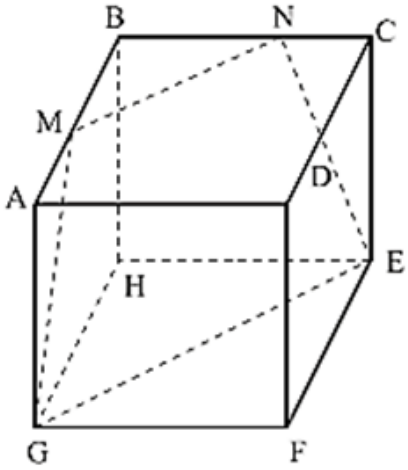
تالیفی فرزاد زمانی نژاد

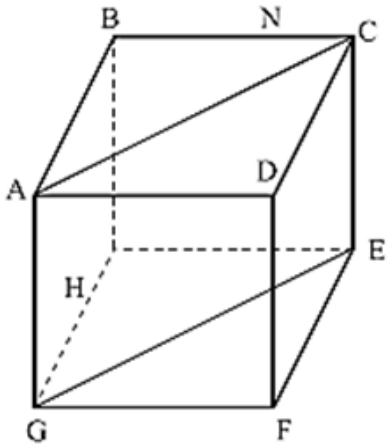
Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۳۰ گزینه ۲

حالت ۱: صفحهٔ گذرنده از یک قطر وجه:

سطح مقطع ذوزنقه متساویالساقین است.





با نوشتن تالس و همنهشتی $\overset{\triangle}{MAG} \cong \overset{\triangle}{NCE}$ نتیجه می‌گیریم MNEG ذوزنقهٔ متساویالساقین است.

حالت ۲: صفحهٔ گذرنده از دو قطر موازی در دو وجه موازی:

$$\left.\begin{array}{l} AC \parallel GE \\ CE \perp AC \\ AG \perp AC \end{array}\right\} \Rightarrow ACEG \text{ مستطیل}$$

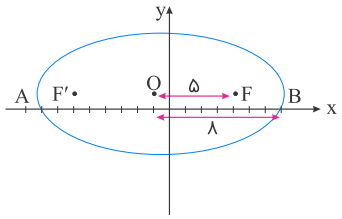
مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۵

۲۳۱ گزینه ۴

$$۲c = FF' = \sqrt{(۱-۱)^۲ + (۴+۶)^۲} = ۱۰ \Rightarrow c = ۵$$
$$۲b = ۲\sqrt{۳۹} \Rightarrow b = \sqrt{۳۹}$$
$$a = \sqrt{b^۲ + c^۲} = ۸$$

مختصات مرکز این بیضی چنین است:

$$O = \frac{F + F'}{۲} = (-۱, ۱)$$



همان‌طور که از شکل تقریبی این بیضی مشخص است، از هر ۴ ناحیه مختصات می‌گذرد.

تالیفی صبا مهدوی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۳۲ گزینه ۴

عرض کانون‌های این بیضی مساویاند، پس بیضی افقی است. کمترین فاصلهٔ مرکز بیضی تا نقاط روی آن برابر b است، پس $b = ۲\sqrt{۳}$. ازطرفی داریم:

$$۲c = |FF'| = ۲\sqrt{۶} \Rightarrow c = \sqrt{۶}$$

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ = (۲\sqrt{۳})^۲ + (\sqrt{۶})^۲ = ۱۲ + ۶ = ۱۸ \Rightarrow a = ۳\sqrt{۲}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{۶}}{۳\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۱۲}}{۶} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۶} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۵

۲۳۳ گزینه ۴

نکته: دایرهٔ $x^۲ + y^۲ + ax + by + c = ۰$ را در نظر بگیرید. فرض می‌کنیم $f(x, y) = x^۲ + y^۲ + ax + by + c$ باشد. در این صورت به ازای هر نقطهٔ $A(x_۰, y_۰)$ داریم:

$$f(A) = f(x_۰, y_۰) = x_۰^۲ + y_۰^۲ + ax_۰ + by_۰ + c$$

حال برای تشخیص وضعیت نقطهٔ A نسبت به این دایره خواهیم داشت:

$f(A) > ۰ \Leftrightarrow$ A خارج دایره

$f(A) = ۰ \Leftrightarrow$ A روی دایره

$f(A) < ۰ \Leftrightarrow$ A درون دایره

طبق نکتهٔ فوق داریم:

۱) $f(x, y) = x^۲ + y^۲ - ۱ \Rightarrow f(A) = f(۱, -۲) = ۱ + ۴ - ۱ = ۴ > ۰ \Rightarrow$ خارج دایره

۲) $f(x, y) = x^۲ + y^۲ - ۲x + ۵ \Rightarrow f(A) = f(۱, -۲) = ۱ + ۴ - ۲ + ۵ = ۸ > ۰ \Rightarrow$ خارج دایره

۳) $f(x, y) = x^۲ + y^۲ - ۸x - ۴y - ۵ \Rightarrow f(A) = f(۱, -۲) = ۱ + ۴ - ۸ + ۸ - ۵ = ۰ \Rightarrow$ روی دایره

۴) $f(x, y) = x^۲ + y^۲ - ۱۰x + ۸y \Rightarrow f(A) = f(۱, -۲) = ۱ + ۴ - ۱۰ - ۱۶ = -۲۱ < ۰ \Rightarrow$ داخل دایره

تالیفی جعفر میکائیلی

۲۳۴ گزینه ۱

$$\frac{|AA'|}{|BB'|} = \sqrt{۵} \Rightarrow \frac{۲a}{۲b} = \sqrt{۵} \Rightarrow (\frac{a}{b})^۲ = ۵ \Rightarrow (\frac{b}{a})^۲ = \frac{۱}{۵}$$

$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{۱ - (\frac{b}{a})^۲} = \sqrt{۱ - \frac{۱}{۵}} = \frac{۲}{\sqrt{۵}} = ۲ \times \frac{۱}{\sqrt{۵}}$$

تالیفی سیروس نصیری

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm
ایستا ۱۴۰۰

۲۳۵ گزینه ۴

$$\begin{matrix}A(-۱,۴)\\B(۳,۲)\end{matrix} \Rightarrow O(۱,۳) \quad , \quad ۲R = |AB| = \sqrt{۱۶+۴} = \sqrt{۲۰} = ۲\sqrt{۵} \Rightarrow R = \sqrt{۵}$$

$$\Rightarrow (x-۱)^۲ + (y-۳)^۲ = ۵$$

$$\Rightarrow x^۲ - ۲x + ۱ + y^۲ - ۶y + ۹ - ۵ = ۰$$

$$x^۲ + y^۲ - ۲x - ۶y + ۵ = ۰$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۵

۲۳۶ گزینه ۳

مسلماً $m = ۲$ و معادلهٔ دایره به‌صورت $x^۲ + y^۲ + ۲x - ۴ = ۰$ است. کافی است نقطه را داخل معادله جایگذاری کرده و جذر بگیریم.

$$\text{طول مماس} = \sqrt{۱ + ۴ + ۲ - ۴} = \sqrt{۳}$$

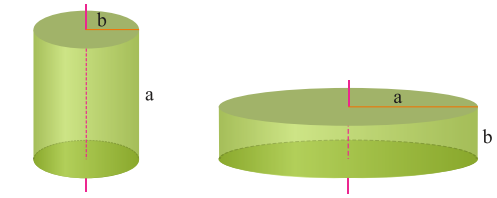
مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۶

۲۳۷ گزینه ۳

طول مستطیل را a و عرض آن را b در نظر می‌گیریم:

$$\text{طول قطر} = \sqrt{a^۲ + b^۲} = ۳\sqrt{۱۰} \Rightarrow a^۲ + b^۲ = ۹۰ \quad (۱$$

حجم استوانهٔ حاصل حول b برابر با $\pi a^۲ b$ و حول a برابر با $\pi b^۲ a$ است؛ بنابراین داریم:



دوران حول طول مستطیل　　دوران حول عرض مستطیل

$$\frac{\pi a^۲ b}{\pi b^۲ a} = ۳ \Rightarrow \frac{a}{b} = ۳ \Rightarrow a = ۳b$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در } ۱} ۹b^۲ + b^۲ = ۹۰ \Rightarrow b^۲ = ۹ \Rightarrow b = ۳ \xrightarrow{a=۳b} a = ۹$$

$$\text{محیط مستطیل} = ۲(a+b) = ۲(۹+۳) = ۲۴$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۳۸ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

گام اول

دو منحنی در یک نقطه بر هم مماس هستند، هرگاه معادلهٔ تلاقی آن‌ها در آن نقطه ریشهٔ مضاعف داشته باشد.

گام دوم

داریم:

$$x^۲+y^۲-۲x=۳ \xrightarrow{y=mx+۲} x^۲+(mx+۲)^۲-۲x=۳ \Rightarrow x^۲+m^۲x^۲+۴mx+۴-۲x=۳$$
$$\Rightarrow (m^۲+۱)x^۲+(۴m-۲)x+۱=۰$$

این معادله باید ریشهٔ مضاعف داشته باشد پس:

$$\Delta=۰ \Rightarrow (۴m-۲)^۲-۴(m^۲+۱)(۱)=۰ \Rightarrow ۱۶m^۲-۱۶m+۴-۴m^۲-۴=۰$$
$$\Rightarrow ۱۲m^۲-۱۶m=۰ \Rightarrow m(۱۲m-۱۶)=۰ \Rightarrow \begin{cases} m=۰ \\ ۱۲m-۱۶=۰ \Rightarrow m=\frac{۱۶}{۱۲}=\frac{۴}{۳} \end{cases}$$

۲۳۹ گزینه ۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۵

گام اول

الف) معادلهٔ استاندارد یک دایره به مرکز (α,β) و شعاع R به‌صورت $(x-\alpha)^۲+(y-\beta)^۲=R^۲$ است.

ب) معادلهٔ گستردهٔ یک دایره به‌صورت $x^۲+y^۲+ax+by+c=۰$ است.

گام دوم

باتوجه‌به معادلهٔ گستردهٔ نوشته‌شده در گام اول، ضریب $x^۲$ و $y^۲$ باید باهم برابر و برابر با یک باشد، بنابراین مقادیر a را به‌گونه‌ای می‌یابیم که ضریب $x^۲$ و $y^۲$ باهم برابر شوند؛ درنتیجه:

$$a^۲-۷=۲ \Rightarrow a^۲=۹ \Rightarrow a=\pm ۳$$

ازطرفی معادلهٔ این دایره را باید بتوان به‌صورت استاندارد نوشت، بنابراین دو مقدار $a=+۳$ و $a=-۳$ را در معادلهٔ دایره جایگذاری می‌کنیم تا مقدار صحیح را تشخیص دهیم.

$$a=۳ : \ ۲x^۲+(۹-۷)y^۲+۴y+۳=۰ \Rightarrow ۲x^۲+۲y^۲+۴y+۳=۰$$
$$\Rightarrow ۲(x-۰)^۲+۲(y^۲+۲y+۱)+۱=۰ \Rightarrow ۲(x-۰)^۲+۲(y+۱)^۲+۱=۰$$

$$\xrightarrow{\div ۲} (x-۰)^۲+(y+۱)^۲+\frac{۱}{۲}=۰ \Rightarrow (x-۰)^۲+(y+۱)^۲=-\frac{۱}{۲} \quad \text{غ ق ق}$$

رابطهٔ به‌دست‌آمده همواره نادرست است؛ زیرا عبارت سمت چپ تساوی همواره نامنفی می‌باشد ولی مساوی با یک عدد منفی شده است.

$$a=-۳ : \ ۲x^۲+(۹-۷)y^۲+۴y-۳=۰ \Rightarrow ۲x^۲+۲y^۲+۴y-۳=۰$$
$$\Rightarrow ۲(x-۰)^۲+۲(y^۲+۲y+۱)-۵=۰ \Rightarrow ۲(x-۰)^۲+۲(y+۱)^۲-۵=۰$$

$$\xrightarrow{\div ۲} (x-۰)^۲+(y+۱)^۲-\frac{۵}{۲}=۰ \Rightarrow (x-۰)^۲+(y+۱)^۲=\frac{۵}{۲}$$

به ازای $a=-۳$ معادلهٔ دایره‌ای به مرکز $(۰,-۱)$ و شعاع $R=\sqrt{\frac{۵}{۲}}$ داریم.

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

۲۴۰ گزینه ۳

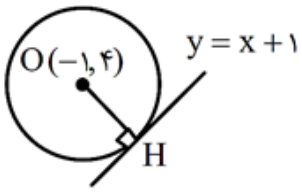
$$\begin{cases} a-c=۴ \\ a+c=۸ \end{cases} \Rightarrow (a-c)(a+c)=۳۲$$

$$\Rightarrow a^۲-c^۲=۳۲ \Rightarrow b^۲=۳۲ \Rightarrow b=۴\sqrt{۲} \Rightarrow ۲b=۸\sqrt{۲}$$

تالیفی سیروس نصیری

۲۴۱ گزینه ۳

هر خط قائم بر دایره از مرکز آن می‌گذرد؛ بنابراین: $O(-۱, ۴)$



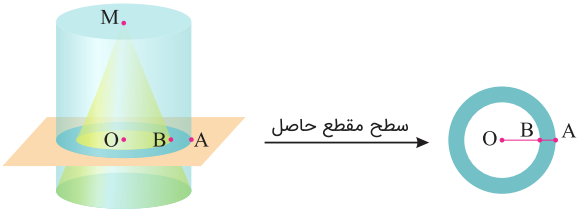
$$y-x-۱=۰$$

$$R=OH=\frac{|۴+۱-۱|}{\sqrt{۱+۱}}=\frac{۴}{\sqrt{۲}}=۲\sqrt{۲}$$

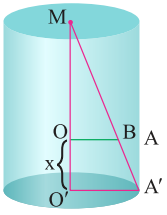
مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۶

۲۴۲ گزینه ۱

برای اینکه بزرگ‌ترین مخروط ممکن در داخل استوانه قرار گیرد، باید رأس مخروط روی یکی از قاعده‌های استوانه و قاعدهٔ مخروط بر قاعدهٔ دیگر استوانه منطبق شود.



برای به دست آوردن سطح بین دو دایره باید شعاع‌های این دو دایره را حساب کنیم، سپس مساحت دایرهٔ بزرگ را منهای مساحت دایرهٔ کوچک کنیم. برای این منظور داریم:



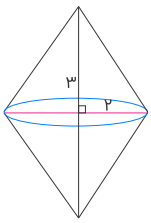
$$\pi\left(R^۲-r^۲\right)=۱/۴۴\pi \Rightarrow ۴-r^۲=۱/۴۴ \Rightarrow r=\sqrt{۲/۵۶}=۱/۶$$

$$\text{تالس}: \frac{OM}{O'M}=\frac{OB}{O'A'} \Rightarrow \frac{OM}{۵}=\frac{۱/۶}{۲} \Rightarrow OM=\frac{۵\times ۱/۶}{۲}=۴ \Rightarrow x=۵-۴=۱$$

تالیفی مهدی ملارمضانی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

از دوران لوزی حول قطر بزرگ آن، دو مخروط یکسان که از قاعده به هم چسبیده‌اند، ایجاد می‌شود. شعاع قاعدهٔ مخروط‌ها، برابر نصف طول قطر کوچک لوزی و ارتفاع مخروط‌ها، برابر نصف طول قطر بزرگ لوزی است. بنابراین خواهیم داشت:

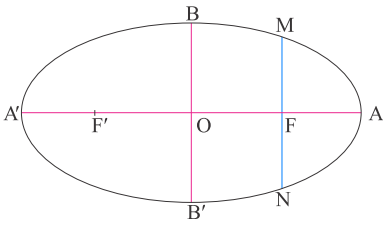


حجم شکل حاصل : $V = ۲ \times \frac{۱}{۳}\pi r^{۲}h$

$= ۲ \times \frac{۱}{۳}\pi(۲)^{۲} \times ۳ = ۸\pi$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm



فاصلهٔ کانون F از نزدیک‌ترین نقطهٔ بیضی برابر $AF = a - c$ و فاصلهٔ کانون F از دورترین نقطهٔ بیضی برابر $AF' = a + c$ است. پس داریم:

$$\begin{cases} a - c = ۵ \\ a + c = ۱۳ \end{cases} \Rightarrow ۲a = ۱۸ \Rightarrow a = ۹ \Rightarrow c = ۴$$

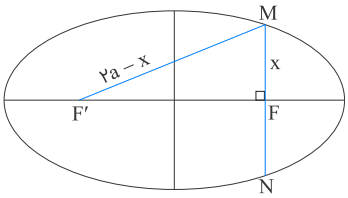
$$\Rightarrow b^۲ = a^۲ - c^۲ \Rightarrow b^۲ = ۸۱ - ۱۶ = ۶۵ \Rightarrow b = \sqrt{۶۵}$$

طول پاره‌خط MN از رابطهٔ $MN = \frac{۲b^۲}{a}$ به دست می‌آید، بنابراین داریم:

$$MN = \frac{۲b^۲}{a} = \frac{۲(۶۵)}{۹} = \frac{۱۳۰}{۹}$$

تذکر: اگر در نقطهٔ کانون یک بیضی، خطی بر قطر بزرگ بیضی عمود کنیم تا بیضی را در دو نقطهٔ M و N قطع کند، اندازهٔ پاره‌خط MN از رابطهٔ $MN = \frac{۲b^۲}{a}$ به دست می‌آید.

اثبات: فرض می‌کنیم $MF = x$، در این صورت چون نقطهٔ M روی بیضی است، پس $MF + MF' = ۲a$ و بنابراین $MF' = ۲a - x$. حال در مثلث قائم‌الزاویهٔ MFF' طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:

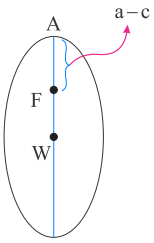


$$MF'^۲ = MF^۲ + FF'^۲$$
$$\Rightarrow (۲a - x)^۲ = x^۲ + (۲c)^۲$$
$$\Rightarrow ۴a^۲ + x^۲ - ۴ax = x^۲ + ۴c^۲$$
$$\Rightarrow x = \frac{۴a^۲ - ۴c^۲}{۴a} = \frac{a^۲ - c^۲}{a} = \frac{b^۲}{a}$$
$$\Rightarrow MF = \frac{b^۲}{a} \Rightarrow MN = \frac{۲b^۲}{a}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

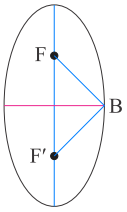
۲۴۵ گزینه ۱



$$e = \frac{۲}{۳} = \frac{c}{a} \Rightarrow ۲a = ۳c$$

$$a - c = |F\,A| = |۴ - ۱| = ۳$$

$$\begin{cases} ۲a = ۳c \\ a - c = ۳ \xrightarrow{\times ۲} ۲a - ۲c = ۶ \xrightarrow{۲a=۳c} ۳c - ۲c = ۶ \Rightarrow c = ۶ \end{cases}$$



$$c = ۶ \Rightarrow ۲a = ۳ \times ۶ \Rightarrow a = ۹$$
$$\Rightarrow b^{۲} = a^{۲} - c^{۲} = ۸۱ - ۳۶ = ۴۵ \Rightarrow b = \sqrt{۴۵}$$

بیشترین مساحت برابر است با:

$$S(\overset{\Delta}{FBF'}) = \frac{۱}{۲} \times b \times ۲c = b \times c = \sqrt{۴۵} \times ۶ = ۱۸\sqrt{۵}$$

تالیفی سیروس نصیری

۲۴۶ گزینه ۱

شکل حاصل یک مخروط به شعاع قاعدهٔ $r = ۰/۵ + ۲ = ۲/۵$ است که از آن یک نیمکره به شعاع $r' = ۰/۵$ جدا شده است.
ارتفاع مخروط را به دست می‌آوریم:

$$\sin ۶۰^\circ = \frac{h}{۵} \Rightarrow h = \frac{۵\sqrt{۳}}{۲}$$

$$V = \frac{۱}{۳}\pi r^{۲}.h - \frac{۲}{۳}\pi (r')^{۳} = \frac{۱}{۳}\pi \times (۲/۵)^{۲} \times \frac{۵\sqrt{۳}}{۲} - \frac{۲}{۳}\pi \times (۰/۵)^{۳} = \frac{۱۲۵\sqrt{۳}\pi}{۲۴} - \frac{\pi}{۱۲}$$
$$\xrightarrow{\pi=۳} \frac{۱۲۵\sqrt{۳}}{۸} - \frac{۱}{۴} = \frac{۱۲۵\sqrt{۳} - ۲}{۸}$$

تالیفی عزیزالله علی اصغری

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

گام اول

در یک دایره به معادلهٔ $x^۲ + y^۲ + ax + by + c = ۰$، مختصات مرکز دایره $-\frac{a}{۲}\ ,\ -\frac{b}{۲}$ می‌باشد و شعاع این دایره برابر است با:

$$R = \sqrt{(\frac{a}{۲})^۲ + (\frac{b}{۲})^۲ - c}$$

گام دوم

برای مشخص‌کردن وضعیت دو دایره نسبت به هم، فاصلهٔ میان مرکز دو دایره (طول خط‌المرکزین) را با دو مقدار $R_۱ + R_۲$ و $|R_۱ - R_۲|$ مقایسه می‌کنیم، بنابراین لازم است ابتدا مختصات مرکز دو دایره و شعاع آن‌ها را به دست آوریم.

$$x^۲ + y^۲ - ۴x + ۴y = ۱ \Rightarrow x^۲ + y^۲ - ۴x + ۴y - ۱ = ۰$$

$$\text{مرکز دایره} : O_۱\ -\frac{-۴}{۲}\ ,\ -\frac{۴}{۲}) \Rightarrow O_۱(۲\ ,\ -۲)$$

$$\text{شعاع دایره} : R_۱ = \sqrt{(-\frac{۴}{۲})^۲ + (\frac{۴}{۲})^۲ - (-۱)} = \sqrt{۴ + ۴ + ۱} = ۳$$

$$x^۲ + y^۲ - ۴x + ۸y + ۱۹ = ۰$$

$$\text{مرکز دایره} : O_۲\ -\frac{-۴}{۲}\ ,\ -\frac{۸}{۲}) \Rightarrow O_۲(۲\ ,\ -۴)$$

$$\text{شعاع دایره} : R_۲ = \sqrt{(-\frac{۴}{۲})^۲ + (\frac{۸}{۲})^۲ - ۱۹} = \sqrt{۴ + ۱۶ - ۱۹} = ۱$$

طول خط‌المرکزین دو دایره برابر است با:

$$O_۱O_۲ = \sqrt{(۲ - ۲)^۲ + (-۴ + ۲)^۲} = \sqrt{۰ + (-۲)^۲} = \sqrt{۴} = ۲$$

همچنین داریم:

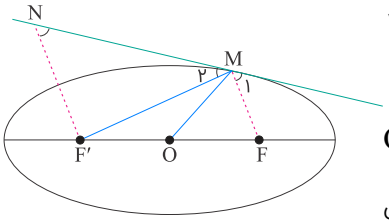
$$|R_۱ - R_۲| = |۳ - ۱| = ۲$$

بنابراین $O_۱O_۲ = |R_۱ - R_۲|$ است، پس دو دایره مماس داخل هستند.

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۴۸ گزینه ۱

شکل مسئله، مطابق زیر است:



$$\left.\begin{matrix} ۲a = ۱۰ \Rightarrow a = ۵ \\ ۲b = ۶ \Rightarrow b = ۳ \end{matrix}\right\} \Rightarrow c = ۴$$

$$OM = OF = OF' = ۴ \Rightarrow \overset{\Delta}{MFF'} : \text{قائم‌الزاویه است} \Rightarrow F\hat{M}F' = ۹۰^\circ$$

طبق خاصیت بازتابندگی بیضی زوایای $\hat{M}_۱$ و $\hat{M}_۲$ باهم برابرند؛ پس هرکدام ۴۵° هستند. همچنین طبق خطوط موازی و مورب:

$$\hat{N} = \hat{M}_۱ = ۴۵^\circ$$

درنتیجه مثلث MNF' قائم‌الزاویهٔ متساویالساقین است؛ پس:

$$\frac{MN}{NF'} = \sqrt{۲}$$

تالیفی حسین سعیدی

۲۴۹ گزینه ۲

اولاً: در معادلهٔ دایره باید ضریب $x^۲$ با ضریب $y^۲$ برابر باشد، پس داریم:

$$(a - ۳) = ۲ \Rightarrow a = ۵ \Rightarrow ۲x^۲ + ۲y^۲ + ۲x - ۳y + b = ۰$$

$$\xrightarrow{\div ۲} x^۲ + y^۲ + x - \frac{۳}{۲}y + \frac{b}{۲} = ۰$$

ثانیاً: در معادلهٔ ضمنی دایره به فرم $x^۲ + y^۲ + a'x + b'y + c' = ۰$ باید $a'^۲ + b'^۲ - ۴c' > ۰$ باشد؛ پس داریم:

$$a' = ۱\ ,\ b' = \frac{-۳}{۲}\ ,\ c' = \frac{b}{۲}$$

$$a'^۲ + b'^۲ - ۴c' > ۰ \Rightarrow ۱ + \frac{۹}{۴} - ۴(\frac{b}{۲}) > ۰ \Rightarrow \frac{۱۳}{۴} > ۲b \Rightarrow b < \frac{۱۳}{۸}$$

تالیفی جعفر میکائیلی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۵۰ گزینه ۲

نسبت داده‌شده در صورت مسئله را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{\text{حجم حاصل از دوران } ABH \text{ حول محور } d}{\text{حجم حاصل از دوران } BCH \text{ حول محور } d'} = ۸$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{۱}{۳}\pi \times BH^{۲} \times AH}{\frac{۱}{۳}\pi \times CH^{۲} \times BH} = ۸ \Rightarrow \frac{BH \times AH}{CH^{۲}} = ۸ \quad (۱)$$

باتوجه‌به اینکه مثلث‌های ABH و BCH متشابه‌اند، پس:

$$\frac{BH}{CH} = \frac{AH}{BH} = \frac{۴}{x} \Rightarrow \begin{cases} CH = \frac{x.BH}{۴} \\ \frac{AH}{BH} = \frac{۴}{x} \end{cases}$$

روابط بالا را به ترتیب در رابطهٔ (۱) جایگذاری می‌کنیم:

$$\frac{BH \times AH}{\frac{x^{۲}.BH^{۲}}{۱۶}} = ۸ \Rightarrow \frac{۱۶ \times AH}{x^{۲} \times BH} = ۸ \Rightarrow \frac{۱۶}{x^{۲}} \times \frac{AH}{BH} = ۸ \Rightarrow \frac{۱۶}{x^{۲}} \times \frac{۴}{x} = ۸ \Rightarrow x^{۳} = ۸ \Rightarrow x = ۲$$

تالیفی عباس حسینی

۲۵۱ گزینه ۱

چون نقطهٔ M روی بیضی قرار گرفته است، پس طبق تعریف بیضی، مجموع فاصله‌های آن از دو نقطهٔ کانون برابر قطر بزرگ بیضی می‌باشد؛ پس $|MF| + |MF'| = ۲a$. ازطرفی نقطهٔ M' هم همین شرایط را دارد. یعنی $|M'F| + |M'F'| = ۲a$ پس محیط چهار ضلعی برابر $۴a$ می‌شود.

$$a = ۱ \Rightarrow ۴a = ۴$$

تالیفی سیروس نصیری

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm
ایستا ۱۴۰۰

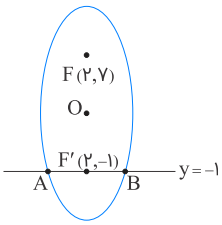
فاصلهٔ کانون‌های بیضی برابر $۲c$ است. پس داریم:

$$۲c = \sqrt{(۲-۲)^۲ + (۷+۱)^۲} = ۸ \Rightarrow c = ۴$$

مرکز بیضی بین کانون‌ها قرار می‌گیرد، پس برابر با $O\,(۲, ۳)$ است.
قطر کوچک بیضی برابر $۲b$ است. پس داریم:

$$۲b = ۶ \Rightarrow b = ۳$$

بنابراین چون $a^۲ = b^۲ + c^۲$ است، $a = ۵$ می‌شود.



اگر $A\,(\alpha, -۱)$ نقطه‌ای روی بیضی باشد، پس $AF + AF' = ۲a$ می‌شود.

$$|\alpha - ۲| + \sqrt{(\alpha-۲)^۲ + ۸^۲} = ۱۰$$

فرض کنیم $|\alpha - ۲| = x$ باشد:

$$x + \sqrt{x^۲ + ۸^۲} = ۱۰ \Rightarrow \sqrt{x^۲ + ۶۴} = ۱۰ - x$$
$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} x^۲ + ۶۴ = ۱۰۰ - ۲۰x + x^۲ \Rightarrow ۲۰x = ۳۶ \Rightarrow x = ۱/۸$$

پس $|\alpha - ۲| = ۱/۸$ است:

$$\begin{cases} \alpha - ۲ = ۱/۸ \Rightarrow \alpha = ۳/۸ \\ \alpha - ۲ = -۱/۸ \Rightarrow \alpha = ۰/۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B\,(۳/۸, -۱) \\ A\,(۰/۲, -۱) \end{cases}$$

فاصلهٔ AB را می‌خواهیم:

$$AB = ۳/۸ - ۰/۲ = ۳/۶$$

نکته: فاصلهٔ AB برابر $\frac{۲b^۲}{a}$ است. به کمک این رابطه می‌توانید سریع‌تر به جواب برسید.

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۵۳ گزینه ۲

معادلهٔ گستردهٔ دایره را $x^۲+y^۲+ax+by+c=۰$ فرض کرده و مختصات نقاط داده‌شده را در آن جایگذاری می‌کنیم تا مقادیر a، b و c به دست آیند:

$$\begin{cases} ۴+۱+۲a+b+c=۰ \\ ۱+۴+a+۲b+c=۰ \\ ۹+۰-۳a+c=۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۲a+b+c=-۵ \\ a+۲b+c=-۵ \\ -۳a+c=-۹ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{۲}{۳} \\ b=\frac{۲}{۳} \\ c=-۷ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{دایره}: x^۲+y^۲+\frac{۲}{۳}x+\frac{۲}{۳}y-۷=۰$$

$$\Rightarrow R=\sqrt{\frac{\frac{۴}{۹}+\frac{۴}{۹}+۲۸}{۴}}=\frac{\sqrt{۶۵}}{۳}$$

تالیفی فرزاد زمانی نژاد

۲۵۴ گزینه ۲

می‌دانیم طول نخ همان اندازهٔ قطر بزرگ بیضی است، پس:

$$۲a=۱۲ \Rightarrow a=۶$$

$$۲c=۴ \Rightarrow c=۲$$

$$a^۲=b^۲+c^۲ \Rightarrow ۳۶=b^۲+۴ \Rightarrow b=\sqrt{۳۲}=۴\sqrt{۲}$$

$$\frac{۲a}{۲b}=\frac{a}{b}=\frac{۶}{۴\sqrt{۲}}=\frac{۳}{۲\sqrt{۲}}=\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}$$

تالیفی مجید قهرمانی

۲۵۵ گزینه ۴

$$\frac{b}{a\sqrt{۳}+b}=\frac{۱}{۳} \Rightarrow ۳b=a\sqrt{۳}+b \Rightarrow ۲b=a\sqrt{۳} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$e=\frac{c}{a}=\sqrt{۱-(\frac{b}{a})^۲}=\sqrt{۱-\frac{۳}{۴}}=\frac{۱}{۲}$$

$$\cos\alpha=\frac{|OF|}{|BF|}=\frac{c}{a}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \alpha=۶۰^\circ$$

تالیفی سیروس نصیری

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

۲۵۶ گزینه ۲

اندازهٔ اضلاع مربع $BFB'F'$ برابر است با a، یعنی نصف طول قطر بزرگ بیضی و اندازهٔ اضلاع مربع $AA'D'D$ برابر است با $۲c$، یعنی فاصلهٔ کانونی در بیضی. حال داریم:

$$\frac{S_{BFB'F'}}{S_{AA'D'D}} = \frac{a^۲}{(۲c)^۲} = (\frac{a}{۲c})^۲ \quad (I)$$

می‌دانیم که خروج از مرکز بیضی از رابطهٔ $\frac{c}{a}$ به دست می‌آید و ازآنجایی‌که $BFB'F'$ مربع است، برای محاسبهٔ خروج از مرکز بیضی، داریم:

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ \xrightarrow{b=c} a = \sqrt{۲}c$$
$$\Rightarrow e = \frac{c}{\sqrt{۲}c} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \quad (II)$$

$$(I),(II) \Rightarrow \frac{S_{BFB'F'}}{S_{AA'D'D}} = (\frac{۲}{۲\sqrt{۲}})^۲ = \frac{۱}{۲}$$

تالیفی مهدی ملارمضانی

۲۵۷ گزینه ۱

$$C_۱ : x^۲ + y^۲ + ۴x = ۰ \Rightarrow O_۱(-۲, ۰) \ , \ R_۱ = \frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶} = ۲$$
$$C_۲ : x^۲ + y^۲ - ۲x + ۸y + a = ۰ \Rightarrow O_۲(۱, -۴) \ , \ R_۲ = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴ + ۸^۲ - ۴a}$$
$$\Rightarrow R_۲ = \frac{۱}{۲}\sqrt{۶۸ - ۴a} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴(۱۷ - a)} = \sqrt{۱۷ - a}$$
$$O_۱O_۲ = \sqrt{(-۲ - ۱)^۲ + (۰ + ۴)^۲} = ۵$$

دو دایره مماس برونانند، پس داریم:

$$O_۱O_۲ = R_۱ + R_۲$$
$$۵ = ۲ + \sqrt{۱۷ - a} \Rightarrow ۹ = ۱۷ - a \Rightarrow a = ۸$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

۲۵۸ گزینه ۲

مرکز دایره بر روی نیمساز ناحیهٔ اول است $(y = x)$؛ بنابراین مرکز دایره $O(\alpha, \alpha)$ است. دایره از دو نقطهٔ $A(۱, ۰)$ و $B(۳, ۰)$ می‌گذرد؛ بنابراین:

$$R = OA = OB \Rightarrow \sqrt{(\alpha - ۱)^۲ + \alpha^۲} = \sqrt{(\alpha - ۳)^۲ + \alpha^۲}$$
$$\Rightarrow (\alpha - ۱)^۲ + \alpha^۲ = (\alpha - ۳)^۲ + \alpha^۲ \Rightarrow (\alpha - ۱)^۲ = (\alpha - ۳)^۲$$

$$\begin{cases} \alpha - ۱ = \alpha - ۳ \Rightarrow -۱ = -۳ \quad \text{غ.ق.ق} \\ \alpha - ۱ = -\alpha + ۳ \Rightarrow ۲\alpha = ۴ \Rightarrow \alpha = ۲ \end{cases}$$
$$\xrightarrow{\alpha=۲} R = \sqrt{۱ + ۴} = \sqrt{۵}$$

مدارس برتر ایران علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۶

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm
ایستنو ۱۴۰۰

۲۵۹ گزینه ۳

$$(x+۳)^۲+(y+۱)^۲=۹ \Rightarrow O'(-۳,-۱)\ ,\ R'=۳$$

ازآنجاکه دو دایره مماس خارجاند، پس $d=OO'=R+R'$ است؛ درنتیجه داریم:

$$OO'=\sqrt{۱۶+۹}=۵$$

$$d=R+R' \Rightarrow ۵=R+۳ \Rightarrow R=۲$$

$$\Rightarrow \text{معادلهٔ دایره}:\ (x-۱)^۲+(y-۲)^۲=۴$$

$$\Rightarrow x^۲+y^۲-۲x-۴y+۱=۰$$

تالیفی جعفر میکائیلی

۲۶۰ گزینه ۳

باتوجه‌به مختصات کانون، ابتدا مختصات مرکز آن را به دست می‌آوریم:

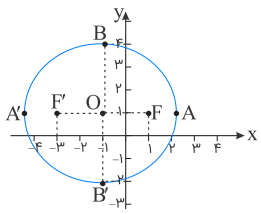
$$\left.\begin{matrix}F=(۱,۱)\\F'=(-۳,۱)\end{matrix}\right\} \Rightarrow O=(-۱,۱)\ \ ,\ \ ۲c=۴ \Rightarrow c=۲$$

$$\text{قطر بزرگ}=۲\sqrt{۱۳} \Rightarrow a=\sqrt{۱۳}$$

در بیضی داریم:

$$a^۲=b^۲+c^۲ \Rightarrow ۱۳=b^۲+۴ \Rightarrow b=۳$$

حال شکل تقریبی از بیضی رسم می‌کنیم، درنتیجه گزینهٔ ۳ درست است.

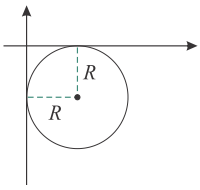


تالیفی مهدی ملارمضانی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

گام اول

الف) شکل دایره‌ای به شعاع R که بر هر دو محور مختصات مماس باشد و از نقطهٔ $(-۹, ۲)$ نیز عبور کند به‌صورت زیر است:



ب) معادلهٔ دایره‌ای به مرکز $(x_۰, y_۰)$ و به شعاع R برابر است با:

$$(x - x_۰)^۲ + (y - y_۰)^۲ = R^۲$$

گام دوم

با توجه به شکل رسم‌شده در قسمت (الف) از گام اول، مختصات مرکز این دایره برابر $(R, -R)$ است. طبق قسمت (ب) از گام اول، معادلهٔ این دایره برابر است با:

$$(x - R)^۲ + (y + R)^۲ = R^۲$$

چون هر دو دایره از نقطهٔ $(-۹, ۲)$ عبور می‌کنند، بنابراین مختصات این نقطه در معادلهٔ آن‌ها صدق می‌کند پس داریم:

$$\xrightarrow{x=۲, y=-۹} (۲ - R)^۲ + (-۹ + R)^۲ = R^۲ \Rightarrow ۴ - ۴R + R^۲ + ۸۱ - ۱۸R + R^۲ = R^۲$$

$$\Rightarrow R^۲ - ۲۲R + ۸۵ = ۰ \Rightarrow (R - ۱۷)(R - ۵) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} R = ۱۷ \\ R = ۵ \end{cases}$$

بنابراین شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر برابر ۱۷ است.

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

گام اول

معادلهٔ گستردهٔ یک دایره به‌صورت $x^۲ + y^۲ + ax + by + c = ۰$ است. در این صورت شعاع دایره برابر است با:

$$R = \sqrt{(\frac{a}{۲})^۲ + (\frac{b}{۲})^۲ - c}$$

گام دوم

سه نقطهٔ A، B و C روی دایره قرار دارد، پس مختصات این نقاط در معادلهٔ دایره صدق می‌کند.

$$x^۲ + y^۲ + ax + by + c = ۰$$

$$\xrightarrow{A(-۱,۰)} (-۱)^۲ + ۰^۲ + a(-۱) + b(۰) + c = ۰ \Rightarrow ۱ - a + c = ۰ \Rightarrow a - c = ۱ \qquad (I)$$

$$\xrightarrow{B(۳,۰)} ۳^۲ + ۰^۲ + a(۳) + b(۰) + c = ۰ \Rightarrow ۹ + ۳a + c = ۰ \Rightarrow ۳a + c = -۹ \qquad (II)$$

$$\xrightarrow{C(۰,-۳)} ۰^۲ + (-۳)^۲ + a(۰) + b(-۳) + c = ۰ \Rightarrow ۹ - ۳b + c = ۰ \Rightarrow c - ۳b = -۹ \qquad (III)$$

بنابراین سه معادله و سه مجهول داریم. با کمی دقت متوجه می‌شویم که دو معادلهٔ I و II فقط شامل دو مجهول a و c است، پس با حل یک دستگاه دو معادله و دو مجهول مقدار a و c را حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases} a - c = ۱ \\ ۳a + c = -۹ \end{cases} \xrightarrow{+} ۴a = -۸ \Rightarrow a = -۲$$

$$a - c = ۱ \xrightarrow{a=-۲} c = -۲ - ۱ = -۳$$

با جایگذاری $c = -۳$ در معادلهٔ (III) مقدار b را هم حساب می‌کنیم.

$$c - ۳b = -۹ \xrightarrow{c=-۳} -۳ - ۳b = -۹ \Rightarrow ۳b = ۶ \Rightarrow b = ۲$$

اکنون باتوجه‌به گام اول، شعاع دایره را به دست می‌آوریم.

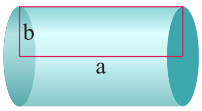
$$R = \sqrt{(\frac{-۲}{۲})^۲ + (\frac{۲}{۲})^۲ + ۳} = \sqrt{۱ + ۱ + ۳} = \sqrt{۵}$$

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۶۳ گزینه ۲

مستطیلی به طول a و عرض b در نظر می‌گیریم.

۱) یک بار آن را حول طولش دوران می‌دهیم:



در این حالت، شکل حاصل استوانه‌ای به شعاع b و ارتفاع a است که حجم آن از رابطهٔ $V_۱ = \pi b^۲ a$ به دست می‌آید.

۲) یک بار آن را حول عرضش دوران می‌دهیم:

در این حالت، شکل حاصل استوانه‌ای به شعاع a و ارتفاع b است که حجم آن از رابطهٔ $V_۲ = \pi a^۲ b$ به دست می‌آید.

پس:

$$\frac{V_۱}{V_۲} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{\pi b^۲ a}{\pi a^۲ b} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow a = \frac{۳}{۲} b$$

ازطرفی محیط این مستطیل ۲۰ است:

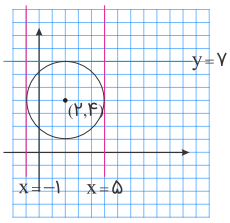
$$۲(a + b) = ۲۰ \Rightarrow a + b = ۱۰$$

با حل دو معادلهٔ $a = \frac{۳}{۲} b$ و $a + b = ۱۰$، داریم: $a = ۶$ و $b = ۴$.

پس: $a - b = ۶ - ۴ = ۲$

تالیفی علی شهرابی فراهانی

۲۶۴ گزینه ۲



باتوجه‌به اینکه $x = ۵$ و $x = -۱$ بر دایره مماساند، پس قطر دایره برابر ۶ است.

$$۲r = ۶ \Rightarrow r = ۳$$

اگر $x = ۵$ بر دایره مماس و شعاع دایره برابر ۳ باشد، پس طول مرکز دایره برابر $۵ - ۳ = ۲$ است.

و چون بر خط $y = ۷$ هم مماس شده است، عرض مرکز آن برابر $۷ - ۳ = ۴$ می‌شود.

پس معادلهٔ دایره به‌شکل $(x - ۲)^۲ + (y - ۴)^۲ = ۹$ است. با قرار دادن $x = ۴$ در معادله داریم:

$$(y - ۴)^۲ = ۵ \Rightarrow y = ۴ \pm \sqrt{۵} \Rightarrow \text{فاصلهٔ نقاط} = ۲\sqrt{۵}$$

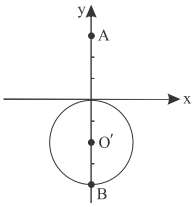
تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

برای حل این سؤال دایره و نقطهٔ A را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

$$x^۲+y^۲+۴y=۰ \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{\text{مرکز}} O'(۰,-۲) \\ \xrightarrow{\text{شعاع}} R=۲ \end{cases}$$

باتوجه‌به مختصات نقطهٔ A، این نقطه خارج دایره قرار دارد.

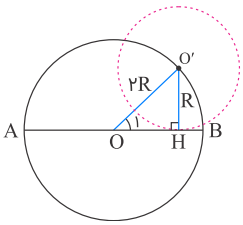


حال باتوجه‌به شکل، AB زمانی ماکزیمم است که $B(۰,-۴)$ باشد. پس جمع مختصات آن برابر ۴- است.

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۴

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

شکل مسئله را رسم می‌کنیم:



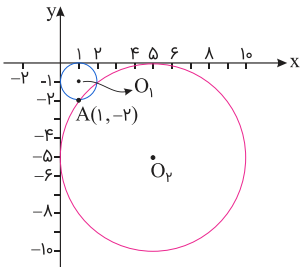
باتوجه‌به اینکه دایرهٔ کوچک‌تر در نقطهٔ H بر قطر AB مماس است، پس $\hat{H} = ۹۰^\circ$.

در مثلث $\overset{\Delta}{OO'H}$ داریم:

$$\frac{O'H}{OO'} = \frac{R}{۲R} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \hat{O}_۱ = ۳۰^\circ$$
$$\Rightarrow O'B = ۳۰^\circ \Rightarrow O'A = ۱۵۰^\circ$$
$$\frac{O'B}{O'A} = \frac{۳۰^\circ}{۱۵۰^\circ} = \frac{۱}{۵}$$

تالیفی حسین سعیدی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm



شکل به زیبایی به ما نشان می‌دهد که ۲تا دایره داریم که بر محورهای مختصات مماس هستند و از نقطهٔ $A(۱,-۲)$ می‌گذرند. به‌علاوه مرکز دایره‌ها به‌صورت $O(r,-r)$ است؛ چراکه وقتی دایره‌ای بر هر دو محور مختصات مماس است، فاصله مرکز آن تا محورها برابر با شعاع می‌شود؛ پس فهمیدیم این دایره‌ها به مرکز $O(r,-r)$ و شعاع r هستند. معادلهٔ آن‌ها به این صورت است:

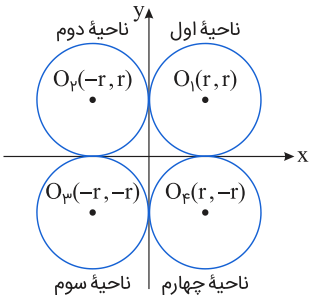
$$(x-r)^۲+(y+r)^۲=r^۲ \xrightarrow{(۱,-۲)} (۱-r)^۲+(-۲+r)^۲=r^۲$$

$$۱-۲r+r^۲+۴-۴r+r^۲=r^۲ \Rightarrow r^۲-۶r+۵=۰$$

$$\Rightarrow (r-۱)(r-۵)=۰ \Rightarrow \begin{cases} r=۱ \\ r=۵ \end{cases}$$

همان‌طوری که انتظار داشتیم، وقتی به روش جبری هم سؤال را حل کردیم، دو مقدار برای r به دست آوردیم.

نکته: اگر دایره‌ای بر هر دو محور مختصات در ناحیه‌های اول تا چهارم مماس باشد، مختصات مرکز آن به‌صورت زیر است:

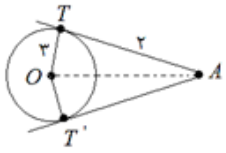


کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm

۲۶۸ گزینه ۲

دایره را استاندارد می‌کنیم:



$$(x-۱)^۲+(y+۲)^۲=۹\,,\ O\left|\begin{matrix}۱\\-۲\end{matrix}\right.\,,R=۳$$

$$\sqrt{f(A)}=AT=AT'=\sqrt{۳^۲+۱-۶+۴-۴}=۲$$

$$S_{OTAT'}=۲S_{\overset{\Delta}{OTA}}=۲\times\frac{۳\times۲}{۲}=۶$$

مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

۲۶۹ گزینه ۳

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

گام اول

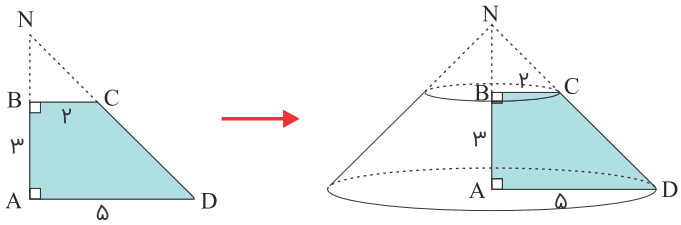
الف) در یک ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه با امتداد دادن اضلاع غیرقاعده‌ای، یک مثلث قائم‌الزاویه به وجود می‌آید.

ب) از دوران مثلث قائم‌الزاویه حول یکی از اضلاع قائمه‌اش، یک مخروط ایجاد می‌شود.

ج) حجم مخروط از رابطهٔ $V=\frac{۱}{۳}\pi r^۲h$ به دست می‌آید که r شعاع قاعده و h ارتفاع آن است.

گام دوم

ذوزنقهٔ $ABCD$ را رسم می‌کنیم. نقطهٔ تقاطع امتداد دو ضلع AB و CD را N می‌نامیم. دو مثلث $\overset{\Delta}{NBC}$ و $\overset{\Delta}{NAD}$ قائم‌الزاویه هستند. برای محاسبهٔ حجم حاصل از دوران ذوزنقه حول ضلع قائم آن، کافی است حجم مخروط حاصل از دوران مثلث $\overset{\Delta}{NBC}$ حول ضلع NB را از حجم مخروط حاصل از دوران مثلث $\overset{\Delta}{NAD}$ حول ضلع NA کم کنیم.



باتوجه‌به اینکه $BC||AD$ است، طبق قضیهٔ تالس داریم:

$$\frac{BN}{AN}=\frac{BC}{AD}\ \Rightarrow\ \frac{BN}{BN+۳}=\frac{۲}{۵}\ \Rightarrow\ ۵BN=۲BN+۶\ \Rightarrow\ ۳BN=۶\ \Rightarrow\ BN=۲$$

بنابراین:

$$V_{\text{دوران ذوزنقه}}=V_{\text{دوران مثلث }\overset{\Delta}{NAD}}-V_{\text{دوران مثلث }\overset{\Delta}{NBC}}$$

$$V_{\text{دوران ذوزنقه}}=\frac{۱}{۳}\pi(۵)^۲\times۵-\frac{۱}{۳}\pi(۲)^۲\times۲=\frac{۱}{۳}\pi\,(۱۲۵-۸)=\frac{۱۱۷}{۳}\pi=۳۹\pi$$

Edited with the demo version of Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit: www.iceni.com/unlock.htm
ایستو ۱۴۰۰

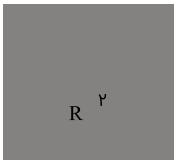
۲۷۰ گزینه ۱

فاصلهٔ مرکز دایره از خط مماس بر دایره برابر با شعاع دایره است. فاصلهٔ یک نقطه با مختصات $(x_۰, y_۰)$ از خط به معادلهٔ $ax + by + c = ۰$ برابر است با:

$$d = \frac{|ax_۰ + by_۰ + c|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}}$$

بنابراین شعاع دایره برابر است با:

$$R = \frac{|۲ + ۱ - ۱|}{\sqrt{۱^۲ + (-۱)^۲}} = \sqrt{۲}$$

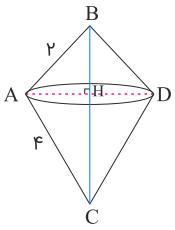


معادلهٔ دایره : $(x - ۲)^۲ + (y + ۱)^۲ = ۲ \xrightarrow{y=۰} (x - ۲)^۲ = ۱ \Rightarrow \begin{cases} x - ۲ = ۱ \Rightarrow x = ۳ \\ x - ۲ = -۱ \Rightarrow x = ۱ \end{cases}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۲۷۱ گزینه ۲

باتوجه‌به شکل، جسم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه حول وتر آن، دو مخروط قائم است که قاعدهٔ آن‌ها به هم چسبیده‌اند.



—

$$BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ = (۲)^۲ + (۴)^۲ \Rightarrow BC = ۲\sqrt{۵}$$

$$AB \times AC = AH \times BC \Rightarrow ۲ \times ۴ = AH \times ۲\sqrt{۵} \Rightarrow AH = \frac{۴}{\sqrt{۵}}$$

$$V_{\text{کل}} = \frac{۱}{۳}\pi(AH)^۲(BH) + \frac{۱}{۳}\pi(AH)^۲(CH) = \frac{۱}{۳}\pi(AH)^۲(BH + CH)$$

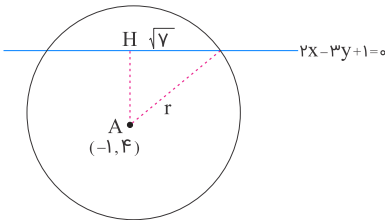
$$= \frac{۱}{۳}\pi(AH)^۲(BC) = \frac{۱}{۳}\pi(\frac{۴}{\sqrt{۵}})^۲(۲\sqrt{۵}) = \frac{۳۲\sqrt{۵}}{۱۵}\pi$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۷۲ گزینه ۱

فاصلهٔ مرکز دایره از خط برابر AH است. داریم:



$$AH=\frac{|۲(-۱)-۳(۴)+۱|}{\sqrt{۲^۲+(-۳)^۲}}=\frac{۱۳}{\sqrt{۱۳}}=\sqrt{۱۳}$$

همچنین می‌دانیم شعاع عمود بر وتر در دایره، وتر را نصف می‌کند. پس:

$$r^۲=AH^۲+\sqrt{۷}^۲\Rightarrow r^۲=۱۳+۷=۲۰$$

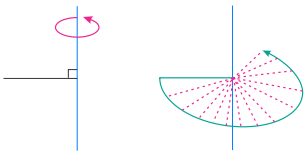
معادلهٔ دایره را می‌نویسیم:

$$(x+۱)^۲+(y-۴)^۲=۲۰\xrightarrow{y=۲}(x+۱)^۲+۴=۲۰\Rightarrow(x+۱)^۲=۱۶$$
$$\Rightarrow\begin{cases}x=۳\\x=-۵\end{cases}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۲۷۳ گزینه ۱

گزینهٔ ۱ غلط است. در شکل زیر می‌بینید که از دوران یک خط حول خط دیگری، دایره ایجاد شده است.



تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

۲۷۴ گزینه ۳

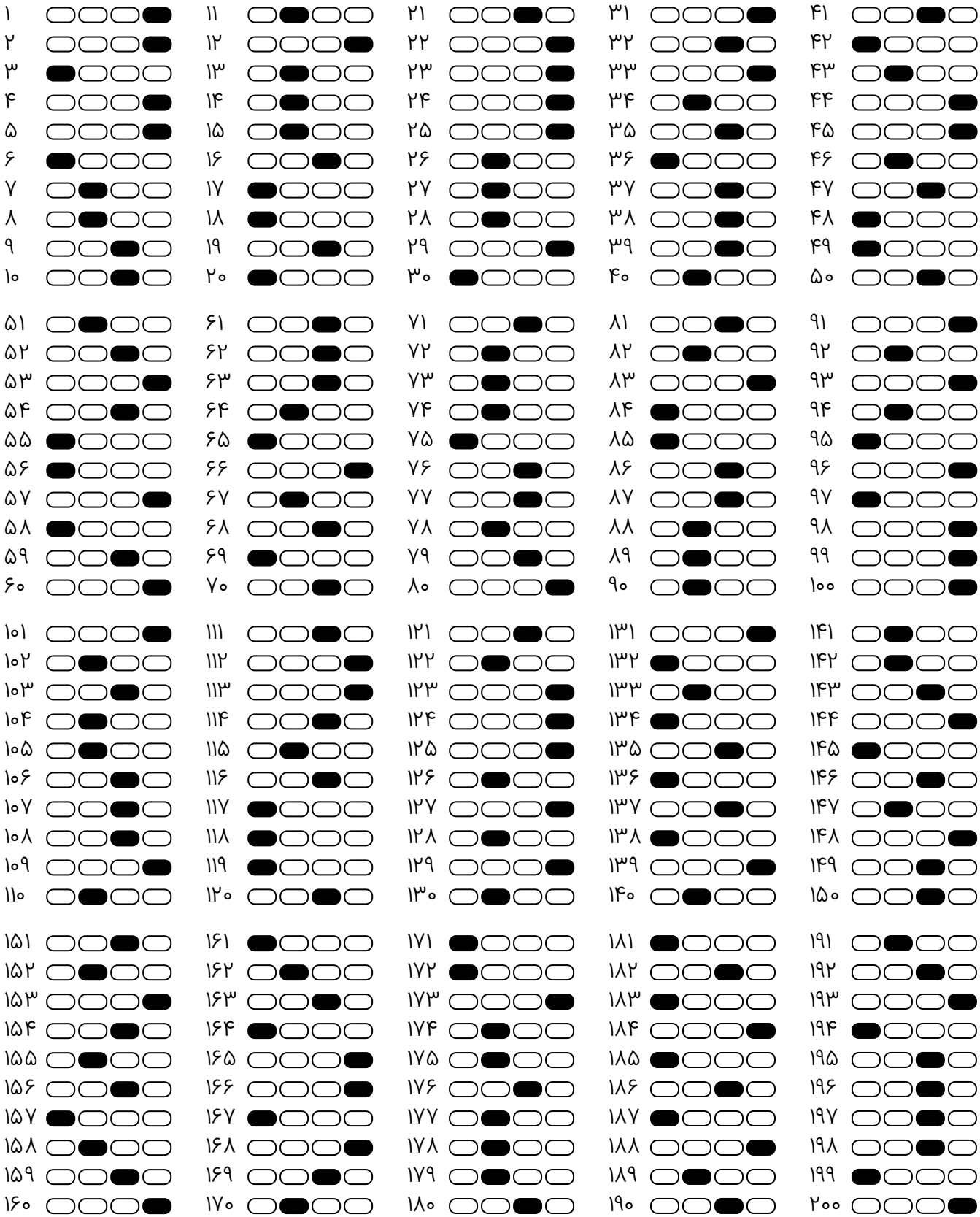
باتوجه‌به فرض $۲b = ۲c$ داریم:

$$b = c \Rightarrow b^۲ = c^۲ \Rightarrow b^۲ = a^۲ - b^۲ \Rightarrow a^۲ = ۲b^۲ \Rightarrow \frac{b^۲}{a^۲} = \frac{۱}{۲}$$

$$e = \sqrt{۱ - \frac{b^۲}{a^۲}} = \sqrt{۱ - \frac{۱}{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

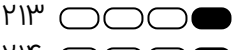
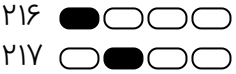
مدارس برتر ایران ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

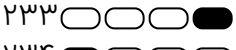


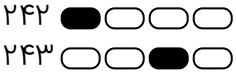
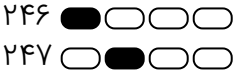
Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

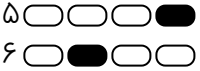
۲۰۱
۲۰۲
۲۰۳
۲۰۴
۲۰۵
۲۰۶
۲۰۷
۲۰۸
۲۰۹
۲۱۰

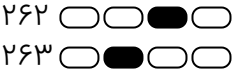
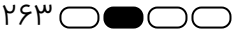
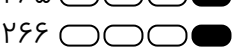
۲۱۱
۲۱۲
۲۱۳
۲۱۴ 
۲۱۵
۲۱۶
۲۱۷
۲۱۸ 
۲۱۹
۲۲۰

۲۲۱
۲۲۲
۲۲۳
۲۲۴
۲۲۵
۲۲۶
۲۲۷
۲۲۸
۲۲۹
۲۳۰

۲۳۱
۲۳۲
۲۳۳
۲۳۴ 
۲۳۵
۲۳۶
۲۳۷
۲۳۸
۲۳۹
۲۴۰

۲۴۱
۲۴۲
۲۴۳ 
۲۴۴
۲۴۵
۲۴۶
۲۴۷
۲۴۸ 
۲۴۹
۲۵۰

۲۵۱
۲۵۲
۲۵۳
۲۵۴
۲۵۵
۲۵۶
۲۵۷ 
۲۵۸
۲۵۹
۲۶۰

۲۶۱
۲۶۲
۲۶۳ 
۲۶۴ 
۲۶۵
۲۶۶
۲۶۷ 
۲۶۸
۲۶۹
۲۷۰

۲۷۱
۲۷۲
۲۷۳
۲۷۴

Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm