

درسنامه آموزشی ریاضیات

« مبحث آمار »



نویسنده:

مهدی حاجی نژادیان

مدرس ریاضی

از دانشگاه صنعتی امیرکبیر

آمار:

علم آمار به مجموعه‌ی روش‌های برای جمع‌آوری، تنظیم و تجزیه و تحلیل اطلاعات عددی درباره‌ی موضوعی گفته می‌شود.

توجه

- اطلاعات مربوط به یک موضوع مورد مطالعه را که به صورت عدد و رقم درآمده باشند را داده‌ی آماری می‌گوییم.
- اطلاعات مربوط به یک موضوع باید با معیارهای مناسب اندازه‌گیری و به صورت اعداد و ارقام بیان شوند. پس برای بررسی‌های آماری به اندازه‌گیری نیاز داریم.
- اطلاعات کمی (اطلاعاتی که بصورت اعداد و ارقام بیان شوند) قابل تفسیر نیستند و برای همه کس یک معنای واحد دارد اما اطلاعات کیفی (توصیفی) ممکن است برای افراد برداشت‌های متفاوت داشته باشد.
- بیان مسئله به زبان ریاضی را مدل‌سازی ریاضی می‌گوییم. مدل‌سازی زمانی با ارزش است که مفاهیم ریاضی بکار برده شده ساده و ابتدایی و نتیجه‌ی کار به پدیده‌ی مورد نظر نزدیک باشد.



نویسنده: مهدی حاجی نژادیان آمار

جامعه آماری: مجموعه ای از افراد یا اشیاء است که درباره ی اعضای آن می خواهیم موضوع یا موضوعاتی را مطالعه کنیم. مثلاً می خواهیم راجع به معدل دانش آموزان مدرسه خاصی در گیلان مطالعه کنیم. دانش آموزان آن مدرسه خاص **جامعه آماری** ما هستند و معادل آن ها موضوع مورد مطالعه ما است.

نمونه: زیر مجموعه ای از جامعه ی آماری است که بیان کننده ویژگی های اصلی جامعه می باشد.

نمونه تصادفی ساده: زیر مجموعه ای از جامعه آماری است که دو ویژگی داشته باشد:

۱. هر یک از اعضا امکان حضور داشته باشند.
۲. قبل از انتخاب نتوانیم در مورد حضور یا عدم حضور عده ای در نمونه قضاوت کنیم.

جمع آوری داده ها از **چهار روش** زیر میسر است:

۱. پرسش شفاهی (مصاحبه) یا پرسشنامه کتبی
۲. مشاهده و ثبت وقایع
۳. انجام آزمایش
۴. استفاده از داده های از پیش تعیین شده

سرشماری: اگر تمام افراد یک جامعه را مورد بررسی قرار دهیم، سرشماری کرده ایم.

○ از مشکلات سرشماری می توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱. در دسترس نبودن تمام اعضای جامعه
۲. وقت گیر بودن دسترسی به تمام اعضای جامعه
۳. گران تمام شدن بررسی تمام اعضای جامعه
۴. از بین رفتن جامعه در برخی از مطالعات

نکته: نتایج حاصل از اندازه گیری و یا بررسی نمونه را داده می گوئیم.



نکات:

- در داده‌های آماری معمولاً بزرگترین داده را با b و کوچک‌ترین داده را با a نشان می‌دهیم. فاصله‌ی کمترین و بیش‌ترین داده‌ها از یکدیگر دامنه‌ی تغییرات گفته می‌شود و آن را با

$$R = b - a$$

R نشان می‌دهیم، پس:

تذکره ۱: بزرگی دامنه‌ی تغییرات نشان دهنده‌ی تفاوت زیاد در جامعه است.

تذکره ۲: اگر دامنه تغییرات برابر **صفر** باشد تمام داده‌های جامعه با هم برابر و یکسان هستند و برعکس.

تذکره ۳: دامنه تغییرات جامعه **بزرگتر یا مساوی** است با دامنه‌ی تغییرات نمونه.

تذکره ۴: بزرگ بودن دامنه‌ی تغییرات در نمونه زیاد بودن دامنه‌ی تغییرات در جامعه را نتیجه می‌دهد اما کوچک بودن دامنه‌ی تغییرات در نمونه کوچک بودن دامنه‌ی تغییرات در جامعه را نتیجه نمی‌دهد.

- اولین اقدامی که در مطالعه‌ی یک جامعه براساس داده‌ها انجام می‌دهیم دسته‌بندی داده‌هاست. (توجه کنید که داده‌ها را زمانی دسته‌بندی می‌کنیم که دامنه تغییرات زیاد باشد) هر چقدر دامنه‌ی تغییرات بیشتر باشد تعداد دسته‌ها نیز بیشتر خواهد بود. اگر تعداد دسته‌ها را با n و طول دسته‌ها را با C نشان دهیم داریم:

$$C = \frac{R}{n}$$



نویسنده: مهدی حاجی نژادیان آمار

تذکره ۱: دسته ی i ام را با $[a_i, b_i)$ نشان می دهیم که a_i را کران پایین و b_i را کران بالا می گوئیم که در آن $b_i - a_i$ همان طول دسته است. توجه داشته باشید که دسته ی i ام شامل داده ی a_i می باشد ولی شامل b_i نیست. در تمام این دسته ها این ویژگی وجود دارد به جز دسته آخر که شامل هر دو داده ی b_i, a_i است.

تذکره ۲: در هر دسته میانگین کران بالا و پایین را مرکز دسته می گوئیم. مرکز دسته ی i ام را با x_i نشان می دهیم که برابر است با:

$$x_i = \frac{a_i + b_i}{2}$$

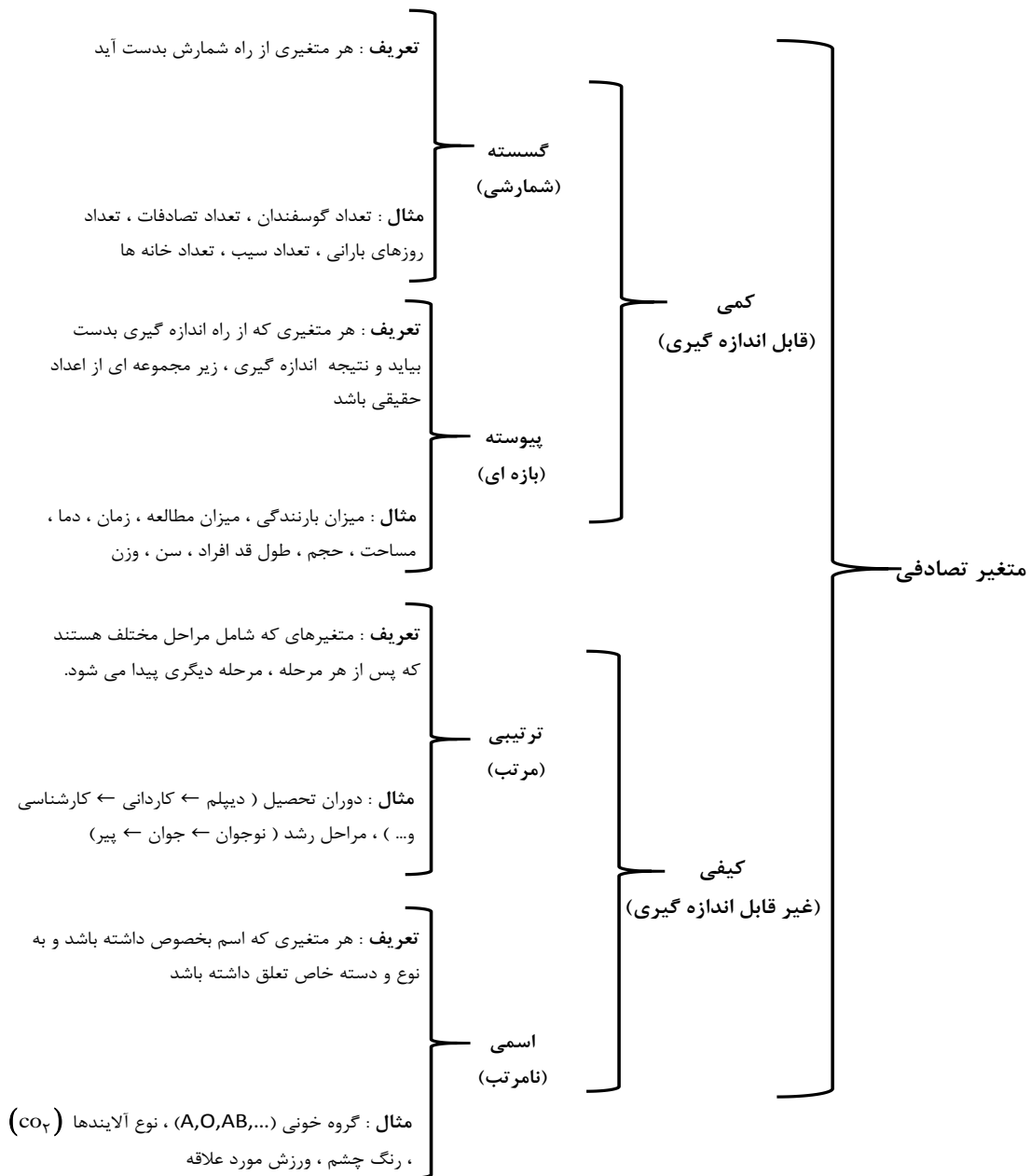
تذکره ۳: اختلاف دو مرکز دسته ی متوالی، اختلاف دو کران بالای متوالی و اختلاف دو کران پایین متوالی همان طول دسته است.

توجه:

۱. اگر به داده ها عددی اضافه کنیم، دامنه تغییری نمی کند.
۲. اگر داده ها را در عدد k ضرب کنیم دامنه جدید k برابر خواهد شد.



نویسنده: مهدی حاجی نژادیان آمار





تست های نمونه:

تست ۱: در کدام بررسی، اندازه نمونه برابر اندازه جامعه است؟ (سراسری ۸۹)

(۱) نمونه تصادفی (۲) دسته بندی (۳) سرشماری (۴) متغیر کیفی

تست ۲: کدام طریق برای جمع آوری داده ها مناسب نیست؟ (سراسری-خارج ۹۰)

(۱) مصاحبه (۲) الگوی خاص (۳) مشاهده (۴) آزمایش

تست ۳: جمع آوری داده ها به کدام طریق مورد قبول نیست؟ (سراسری ۹۱)

(۱) مصاحبه (۲) مشاهده (۳) انجام آزمایش (۴) پرسش های هدایت کننده

تست ۴: روش های جمع آوری داده های موجود بدون دخالت در تغییر وضعیت آنها چه اصلاحی نام دارد؟

(۱) بررسی آماری (۲) نمونه گیری تصادفی (۳) سرشماری (۴) نمونه آماری

تست ۵: گروه خونی افراد کدام نوع متغیر است؟ (سراسری ۹۰)

(۱) کیفی - اسمی (۲) کیفی-ترتیبی (۳) کمی-پیوسته (۴) کمی-گسسته

تست ۶: نوع آلاینده گی هوا چه نوع متغیری است؟ (سراسری-خارج ۹۱)

(۱) کمی گسسته (۲) کمی پیوسته (۳) کیفی ترتیبی (۴) کیفی اسمی

تست ۷: نمودار مستطیلی برای کدام متغیر مناسب تر است؟

(۱) نوع آلاینده گی هوا (۲) ضریب هوشی یک شخص

(۳) قطر تنه درختان (۴) تعداد افراد مراجعه کننده به یک سازمان



نویسنده: مهدی حاجی نژادیان آمار

تست ۸: می‌خواهیم میزان مطالعه تعدادی از دانش‌آموزان رشته تجربی مدرسه دبیرستان انرژی اتمی را در روزهای هفته مورد مطالعه قرار بدهیم. در این فعالیت آماری متغیر تصادفی چگونه است؟

- (۱) کمی پیوسته (۲) کیفی اسمی (۳) کمی گسسته (۴) کیفی ترتیبی

تست ۹: فصل‌های سال مربوط به کدام نوع متغیر است؟

- (۱) کمی پیوسته (۲) کیفی اسمی (۳) کمی گسسته (۴) کیفی ترتیبی

تست ۱۰: مطالعه و بررسی آماری تمام اعضای جامعه کدام است؟

- (۱) نمونه (۲) سرشماری (۳) جامعه (۴) نمونه‌گیری

تست ۱۱: از بین رفتن اعضا جامعه در بعضی موضوعات مربوط به کدام روش آماری است؟

- (۱) نمونه‌گیری (۲) سرشماری (۳) اندازه‌گیری (۴) مدل‌سازی

تست ۱۲: برای موضوع استفاده از چتر در هوای بارانی کدام روش جمع‌آوری داده‌ها مناسب است؟

- (۱) داده‌های از پیش تهیه شده (۲) پرسش

- (۳) آزمایش (۴) مشاهده و ثبت وقایع

تست ۱۳: در طراحی پرسشنامه کدام گزینه صحیح نیست؟

- (۱) سازمان‌دهی محتوا (۲) استفاده از سوالات هدایت‌شونده

- (۳) استفاده از سوالات ساده و واضح (۴) استفاده از سوالات چندگزینه‌ای



نویسنده: مهدی حاجی نژادیان آمار

تست ۱۴: در کدام مورد عمل سرشماری انجام نشده است؟

- (۱) تمام افراد جامعه مورد مطالعه قرار گیرد.
 (۲) نمونه همان جامعه آماری است.
 (۳) اندازه ی نمونه برابر اندازه ی جامعه است.
 (۴) نمونه ، زیر مجموعه ی جامعه ی آماری است.

تست ۱۵: متغیر ((نوع تلفن مورد استفاده شهروندان)) است.

- (۱) کمی گسسته (۲) کیفی اسمی (۳) کیفی ترتیبی (۴) کمی پیوسته

تست ۱۶: قطر تنه ی درختان یک باغ کدام نوع متغیر است؟

- (۱) کیفی اسمی (۲) کمی گسسته (۳) کیفی ترتیبی (۴) کمی پیوسته

تست ۱۷: مقطع تحصیلات افراد یک شهر ، کدام متغیر است؟

- (۱) کمی گسسته (۲) کیفی اسمی (۳) کمی پیوسته (۴) کیفی ترتیبی

تست ۱۸: کدام متغیر پیوسته نیست؟

- (۱) سن افراد (۲) اندازه پا (۳) تعداد غنچه های گل رز یک بوته (۴) قد افراد

تست ۱۹: کدام متغیر کیفی نیست؟

- (۱) نتیجه کنکور دانش آموزان (۲) وضعیت زبان عربی (دانستن یا ندانستن)

- (۳) نوع خودرو سواری (خارجی یا داخلی) (۴) مقاومت افراد در مقابل گرسنگی

تست ۲۰: کدام متغیر کیفی است؟

- (۱) طول قد (۲) سن فرزندان یک خانواده

- (۳) نوع شغل (۴) درآمد سرپرست یک خانواده

تست ۲۱: کدام متغیر کیفی ترتیبی است؟

- (۱) نوع گازها (۲) جمعیت (۳) وزن (۴) نوزادی



نویسنده: مهدی حاجی نژادیان آمار

تست ۲۲: در یک جدول فراوانی بیشترین داده ۵۰، تعداد طبقات ۶ و طول دسته‌ها ۵ می‌باشد، کمترین داده کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۳۰ (۳) ۲۰ (۴) ۱۰

تست ۲۳: داده‌های آماری اعداد صحیح اند که در ۷ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. اگر دامنه‌ی تغییرات آنها ۲۱ و نشان دسته وسط ۳۶ باشد کران بالای دسته آخر کدام است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۴۶ (۳) ۴۷ (۴) ۴۸

تست ۲۴: در جدول مقابل، چه نسبتی از داده‌ها در سه طبقه اول قرار دارند؟

| | | | | |
|-------|----|----|----|----|
| X_i | ۱۰ | ۱۵ | ۲۰ | ۲۵ |
| f_i | ۴ | ۵ | ۷ | ۴ |

(۱) ۰/۴ (۲) ۰/۵

(۳) ۰/۶ (۴) ۰/۸

تست ۲۵: جدول زیر ارقام تصادفی حاصل از ۸۰ بار پرتاب یک تاس است. درصد فراوانی نسبی اعداد ظاهر شده که مضرب ۳ هستند کدام است؟

| | | | | | | |
|---------|----|----|----|----|----|----|
| رقم تاس | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ |
| فراوانی | ۱۵ | ۱۷ | ۱۴ | ۱۱ | ۱۱ | ۱۲ |

(۱) ۳۱/۵ (۲) ۳۲

(۳) ۳۲/۲ (۴) ۳۳

تست ۲۶: دانش‌آموزان یک مدرسه با سال تولد یکسان را وزن‌کشی کرده و عدد صحیح وزن آن را یادداشت کرده‌ایم. چند درصد آنان کم‌تر از وزن ۵۰ هستند؟ (سراسری - خارج ۸۸)

| | | | | | | |
|-------|----|----|----|----|----|----|
| وزن | ۴۶ | ۴۷ | ۴۸ | ۴۹ | ۵۰ | ۵۱ |
| تعداد | ۸ | ۹ | ۱۲ | ۱۵ | ۶ | ۵ |

- (۱) ۶۰ (۲) ۷۰ (۳) ۸۰ (۴) ۹۰





پاسخ تشریحی:

۱. گزینه ۳ : با توجه تعریف سرشماری در درسنامه.
۲. گزینه ۲ : یعنی به طرف مقابل یک الگو بدهیم که مثلا اینطوری پاسخ دهید.
۳. گزینه ۴ : مشابه الگوی خاص.
۴. گزینه ۱
۵. گزینه ۱ : ترتیب مهم نیست و غیر قابل شمارش است.
۶. گزینه ۴ : غیر قابل شمارش و ترتیب نیز اهمیت ندارد مثال نمونه رنگ چشم ، انواع گازها CO_2 ، CO و ...
۷. گزینه ۳ : نمودار مستطیلی و نمودار چندبرفراوانی ← بازه های پیوسته = کمی پیوسته ، مراحل رشد قدر تنه درختان بازه ای و پیوسته است.
۸. گزینه ۱ : بحث میزان مطالعه یعنی بازه ای ← کمی پیوسته
۹. گزینه ۴ : فصل های سال (بهار - تابستان - پاییز - زمستان) ترتیب برای آنها اهمیت دارد و غیر قابل شمارش است.
۱۰. گزینه ۲
۱۱. گزینه ۲





نویسنده: مهدی حاجی نژادیان آمار

۱۲. گزینه ۴

۱۳. گزینه ۲

۱۴. گزینه ۴

۱۵. گزینه ۲

۱۶. گزینه ۴

۱۷. گزینه ۴

۱۸. گزینه ۳: تعداد غنچه‌ها عددی صحیح است و عدد اعشاری بین تعداد غنچه‌ها بی‌معناست پس پیوسته نیست.

۱۹. گزینه ۴: واحد اندازه‌گیری ندارد. و به وضعیت افراد، آب و هوا و موقعیت بستگی دارد.

۲۰. گزینه ۳: نوع شغل شخص قابل اندازه‌گیری نیست.

۲۱. گزینه ۴: زیرا (نوزادی - بچگی - نوجوانی - جوانی - ...) کیفی ترتیبی است.

۲۲. گزینه ۳:

$$\max = 50$$

$$n = 6$$

$$c = 5$$

$$\min = ?$$

$$c = \frac{R}{n} \rightarrow 5 = \frac{R}{6} \rightarrow R = 30$$

→

$$R = \max - \min \rightarrow 30 = 50 - \min \rightarrow \min = 20$$



ویژه: کانون فرهنگی آموزش قلم‌چی

نویسنده: مهدی حاجی نژادیان آمار

۲۳. گزینه ۲

$n = 7$
 $R = 21 \rightarrow c = \frac{R}{n} \rightarrow c = \frac{62}{7}$
 $x_f = 36$

مرکز دسته چهارم: $y = 36 + 3/5c \rightarrow x = 36 + 3/5(62) = 46/5 \rightarrow y \approx 46$

۲۴. گزینه ۴

$$\frac{f_1 + f_2 + f_3}{\sum f_i} \times 100 = \frac{4 + 5 + 7}{4 + 5 + 7 + 4} \times 100 \rightarrow \frac{16}{20} \times 100 = 80\%$$

۲۵. گزینه ۳

$\{3, 6\}$ = مضرب تاس ۳ باشد

فضای نمونه کل داده ها = ۸۰ $\rightarrow \frac{14}{80} + \frac{12}{80} = \frac{26}{80} = 32/5$

۲۶. گزینه ۳

تعداد افرادی که کمتر از ۵۰ کیلوگرم وزن دارند. $= \frac{f_i}{\sum f_i} \times 100 = \frac{8 + 9 + 12 + 15}{8 + 9 + 12 + 15 + 6 + 5} \times 100 \rightarrow$

$$\frac{44}{55} \times 100 \rightarrow \frac{4 \times 11}{5 \times 11} \times 100 = 80\%$$

