

فصل دوم: دینامیک

تهیه و تنظیم: مهدی بهشتی

(هیچ انسانی مالک هیچ علمی نیست! استفاده از این جزوه بدون ذکر نام گردآورنده، کاملاً آزاد است)

❖ نیرو

هر کشش یا رانشی نیرو نامیده می شود. نیرو، بر هم کنش یا اثر متقابل دو جسم بر یکدیگر است.

نیرو کمیتی برداری است و با حرف F نشان داده می شود و یکای آن نیوتن است.

نیرو می تواند موجب افزایش یا کاهش سرعت حرکت یک جسم یا تغییر مسیر آن شود. نیرو می تواند شکل یک جسم را نیز تغییر دهد.

❖ قوانین نیوتن

قانون اول: هر جسمی، حالت سکون و یا حرکت یکنواخت خود را روی خط راست حفظ می کند مگر آن که نیروی خالص غیر صفری به آن وارد شود.

✓ **نیروهای متوازن:** وقتی برآیند نیروهای وارد بر جسم، صفر باشد، می گوییم نیروهای وارد بر جسم، متوازن هستند.

✓ **لختی:** بر اساس قانون اول نیوتن، اجسام تمایل دارند وضعیت حرکت خود را هنگامی که نیروی خالص وارد بر آن ها صفر است، حفظ کنند. یعنی اگر ساکن باشند ساکن باقی بمانند و اگر در حال حرکتند، به حرکت خود با سرعت ثابت ادامه دهند. به این خاصیت اجسام، لختی گفته می شود.

• **پرسش:** چرا اگر اتومبیل در حال حرکت ترمز کند، شخص به جلو پرتاب می شود؟

قانون دوم: اگر بر یک جسم نیروهایی وارد شود، شتابی می گیرد که با برآیند نیروهای وارد بر جسم نسبت مستقیم دارد و با آن هم جهت است و با جرم جسم نسبت وارون دارد.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{یا} \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

قانون سوم: هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم هم به جسم اول نیرویی هم اندازه، هم راستا و در خلاف جهت وارد می کند. (قانون کنش و واکنش)

• **توجه:** مفهوم قانون سوم نیوتن این است که نیروهای موجود در طبیعت، همواره به صورت دو تایی بوده و نیروی تک در طبیعت وجود ندارد.

- توجه: نیروهای کنش و واکنش همواره هم نوعند. مثلاً هر دو گرانشی، الکتریکی یا مغناطیسی اند.

تمرین (۱) جسمی بر روی یک میز افقی به حال تعادل قرار دارد. نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و عکس العمل این نیروها را نیز مشخص کنید.

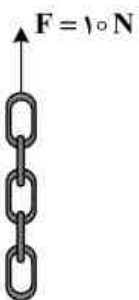
- پرسش: اگر بنابر قانون سوم، نیروهای عمل و عکس العمل با هم برابرند، چرا اسب می تواند درشکه را به حرکت درآورد؟

تمرین (۲) سه نیرو، هم زمان بر وزنه ای به جرم 5 kg اثر می کنند. اگر بردار نیروها در SI به صورت $\vec{F}_1 = 20\vec{i} - 50\vec{j}$ ، $\vec{F}_2 = 10\vec{i} + 20\vec{j}$ و $\vec{F}_3 = -10\vec{j}$ باشند، بزرگی شتاب حاصل از این نیروها چند متر بر مربع ثانیه است؟ (س ر خ ۹۳)

(۱) 5 (۲) $5\sqrt{2}$ (۳) 10 (۴) $10\sqrt{2}$

تمرین (۳) زنجیری شامل ۵ حلقه مشابه که جرم هر کدام ۱۰۰ گرم است، با نیروی $F = 10 \text{ N}$ در راستای قائم به بالا کشیده می شود. اگر برآیند نیروهای وارد بر بالاترین حلقه \vec{F} و برآیند نیروهای وارد بر پایین ترین حلقه \vec{F}'' باشد، نسبت

$\frac{F}{F''}$ کدام است؟ (س ر خ ۹۴)



(۱) ۱ (۲) $\frac{10}{3}$ (۳) ۳ (۴) ۴

❖ شناخت نیروها

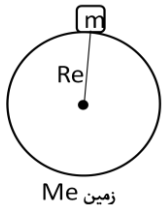
۱- نیروی گرانش: بنابر قانون گرانش نیوتن، «هر دو جسم به هر فاصله‌ای از هم باشند همدیگر را می‌ربایند. این نیرو با حاصل ضرب جرم دو جسم رابطه مستقیم و مجذور فاصله رابطه عکس دارد.»

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$G = 6/67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

ثابت جهانی گرانش

❖ محاسبه نیروی جاذبه زمین (وزن جسم): وزن نیروی گرانشی است که از طرف زمین به جسم وارد می شود.



$$F = W = G \frac{M_e m}{R_e^2}$$

از این رابطه، شتاب گرانشی (g) را نیز می توان بدست آورد:

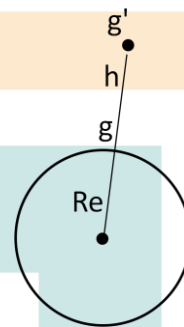
$$W = mg \Rightarrow g = G \frac{M_e}{R_e^2}$$

❖ نکات شتاب گرانشی زمین (g):

۱- شتاب گرانشی در هر نقطه از سطح زمین به جرم جسمی که در آن نقطه قرار دارد بستگی نداشته و فقط به مشخصات کره زمین (M_e و R_e) بستگی دارد.

۲- زمین کاملاً کره نیست بلکه به شکل بیضی است به طوری که شعاع آن در استوا بیشترین و در دو قطب کمترین مقدار خود را دارد؛ پس g در استوا کمترین و در دو قطب بیشترین مقدار را دارد.

۳- اگر از سطح زمین دور شویم شتاب گرانشی کاهش یافته و اندازه آن با مجذور فاصله از مرکز زمین نسبت عکس دارد.



زمین
ارتفاع

تمرین ۴) پایان فصل

دو جسم در فاصله $20\%m$ از هم، یکدیگر را با نیروی گرانشی کوچک $1/00 \times 10^{-8} N$ ، جذب می کنند. اگر جرم یکی از اجسام $50\%kg$ باشد، جرم جسم دیگر چقدر است؟

تمرین ۵) در ارتفاع R_e از سطح زمین شتاب گرانشی چقدر است؟

تمرین ۶) در چه ارتفاعی از سطح زمین، شتاب گرانشی $\frac{1}{9}$ شتاب گرانشی در سطح زمین است؟

تمرین ۷) س ۹۶:

فرض کنید سیاره‌ای باشد که شعاع آن نصف شعاع زمین و جرم آن $\frac{1}{4}$ جرم کره زمین باشد. شتاب گرانی در سطح آن سیاره، چند برابر شتاب گرانی در سطح کره زمین خواهد شد؟

۲ (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

تمرین ۸) پایان فصل

الف) در چه ارتفاعی از سطح زمین، وزن یک شخص به نصف مقدار خود در سطح زمین می‌رسد؟

ب) اگر جرم ماهواره‌ای 250 kg باشد، وزن آن در ارتفاع 36000 کیلومتری از سطح زمین چقدر خواهد شد؟

($M_e = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ و $R_e = 6400 \text{ km}$)

تمرین ۹) پایان فصل

الف) شتاب گرانشی ناشی از خورشید در سطح زمین چقدر است؟

ب) شتاب گرانشی ناشی از ماه در سطح زمین چقدر است؟

$M_{\text{خورشید}} = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$ و $M_{\text{ماه}} = 7.36 \times 10^{22} \text{ kg}$

فاصله زمین تا خورشید = $1.496 \times 10^8 \text{ km}$

فاصله زمین تا ماه = $3.84 \times 10^5 \text{ km}$

تمرین ۱۰) پایان فصل

الف) سفینه‌ای به جرم $10^4 \times 3/00 \text{ kg}$ در وسط فاصله بین زمین و ماه قرار دارد. نیروی گرانشی خالصی را که از طرف زمین و ماه به این سفینه در این مکان وارد می‌شود به دست آورید (از داده‌های مسئله‌های قبل استفاده کنید).

ب) در چه فاصله‌ای از زمین، نیروی گرانشی ماه و زمین بر سفینه، یکدیگر را خنثی می‌کنند؟

۲- نیروی عمودی تکیه‌گاه: نیرویی که از طرف سطح بر جسمی که روی آن قرار گرفته به صورت عمودی وارد می‌گردد.



تمرین ۱۱) شخصی به جرم 80 kg درون آسانسوری قرار دارد. در لحظه‌ای که آسانسور با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ تندشونده رو به پایین حرکت می‌کند، نیرویی که از طرف شخص به آسانسور وارد می‌شود، چند نیوتن است؟

(س ر ۹۳)

۶۴۰ (۴)

۱۶۰ (۳)

۸۰۰ (۲)

۹۶۰ (۱)

تمرین ۱۲) پایان فصل

دانش‌آموزی به جرم 50 kg روی یک ترازوی فنری در آسانسور ایستاده است. در هر یک از حالت‌های زیر این ترازو چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ ($g=9.8 \text{ N/kg}$)
الف) آسانسور ساکن است.

ب) آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

پ) آسانسور با شتاب $1/2 \text{ m/s}^2$ به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند.

ت) آسانسور با شتاب $1/2 \text{ m/s}^2$ به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند.

در کف یک آسانسور باسکولی نصب شده است. در یک حرکت، باسکول وزن شخصی را بیش از حالت سکون نشان داده است. آن حرکت چگونه است؟

- (۱) الزاماً تندشونده به طرف بالا
 (۲) الزاماً تندشونده به طرف پایین
 (۳) تندشونده به طرف بالا یا کندشونده به طرف پایین
 (۴) کندشونده به طرف بالا یا تندشونده به طرف پایین

۳ - نیروی فنر: نیروی لازم برای کشیدن یا فشرده کردن فنر به اندازه Δx از رابطه زیر بدست میآید:

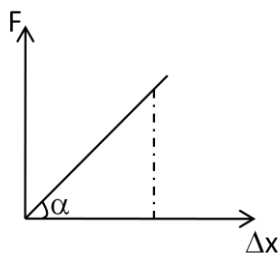
$$\vec{F} = k \vec{\Delta x}$$

رابطه قانون هوک

$$k \Rightarrow \frac{N}{m}$$

ثابت فنر یا ضریب سختی فنر

❖ نکات:



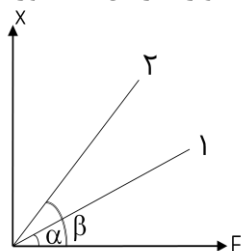
(۱) k به جنس و ساختمان فنر بستگی دارد.

(۲) نمودار نیرو بر حسب تغییر طول فنر خط راستی است که:

الف) شیب آن برابر با ثابت فنر است. ($\tan \alpha = k$)

ب) سطح زیر نمودار برابر با انرژی پتانسیل کشسانی فنر است. ($S = U = \frac{1}{2} kx^2$ مساحت)

تمرین ۱۴) جسمی را به دو فنر ۱ و ۲ متصل نموده ایم. اگر نمودار تغییر طول فنر بر حسب نیروی وارد بر آن به صورت زیر باشد، در این صورت: (ت)



(۴) $k_1 \geq k_2$

(۳) $k_1 > k_2$

(۲) $k_1 < k_2$

(۱) $k_1 = k_2$

تمرین ۱۵) طول فنری به ازاء وزنه ۱۰۰ گرمی ۸ cm و به ازاء وزنه ۳۰۰ گرمی ۱۰ cm می شود. طول عادی فنر بدون وزنه چقدر است؟ (فنر به صورت قائم آویخته شده است)

تمرین ۱۶) فنری به طول ۳۰ سانتی متر را از نقطه ای آویزان می کنیم و به انتهای آن کفه ای می بندیم. اگر در کفه وزنه ۱۰۰ گرمی قرار دهیم، طول فنر ۳۶ سانتی متر می شود و اگر وزنه ۲۰۰ گرمی قرار دهیم، طول آن ۴۰ سانتی متر می گردد. جرم کفه چند گرم است؟

تمرین (۱۷) پایان فصل

وزنه‌ای به جرم 2 kg را به انتهای فنری به طول 12 cm که ثابت آن 200 N/cm است می‌بندیم و فنر را از سقف یک آسانسور آویزان می‌کنیم. طول فنر را در حالت‌های زیر محاسبه کنید.

الف) آسانسور ساکن است.

ب) آسانسور با سرعت ثابت 2 m/s رو به پایین در حرکت است.

پ) آسانسور با شتاب ثابت 2 m/s^2 از حال سکون رو به پایین شروع به حرکت کند.

ت) آسانسور با شتاب ثابت 2 m/s^2 از حال سکون رو به بالا شروع به حرکت کند.

آزمایش (۱) آزمایشی برای پیدا کردن ثابت یک فنر طراحی کنید.

۴ - نیروی کشش نخ: وقتی نخ یا طنابی جسمی را می‌کشد، جسم نیز بنابر قانون سوم نیوتن با همان نیرو نخ را در جهت مخالف می‌کشد که به آن نیروی کشش نخ گفته می‌شود. این نیرو با حرف T نشان داده می‌شود.

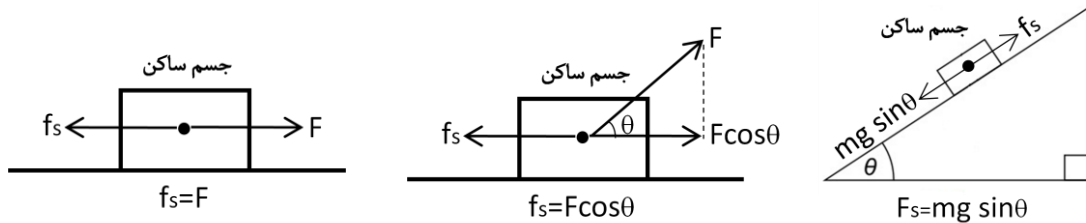
تمرین (۱۸) کارگری یک سطل محتوی مصالح به جرم 16 kg را با طناب سبکی بالا می‌کشد. اگر شتاب رو به بالای سطل، $1/2 \text{ m/s}^2$ باشد، نیروی کشش طناب چند نیوتن است؟

۵ - نیروی اصطکاک: نیروی اصطکاک اگر از شروع حرکت جلوگیری کند، اصطکاک ایستایی (f_s) نام دارد و اگر در برابر حرکتی که شروع شده مخالفت کند، اصطکاک جنبشی (f_k) نامیده می‌شود.

نیروی اصطکاک جنبشی با نیروی عمودی سطح نسبت مستقیم دارد. $f_k = \mu_k \cdot N$

❖ نکات اصطکاک:

نکته اول - تا هنگامی که جسم ساکن باشد، نیروی اصطکاک برابر با مؤلفه نیروی محرک در امتداد سطح است:



نکته دوم - حداکثر نیروی اصطکاک ایستایی لحظه‌ای است که جسم در آستانه لغزش قرار گیرد که آن را با f_{smax} نشان می‌دهیم و متناسب با نیروی عمودی سطح است:

$f_{smax} = \mu_s \cdot N$

نکته سوم - در حالت سکون، اصطکاک ایستایی (f_s) با افزایش نیروی محرک افزایش می‌یابد تا به بیشترین مقدار خود

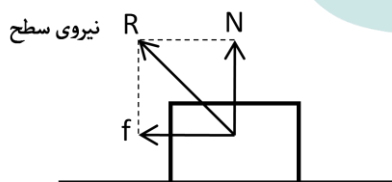
برسد: $0 \leq f_s \leq f_{smax}$

نکته چهارم - برای هر سطح ضریب اصطکاک جنبشی از ضریب اصطکاک ایستایی کوچکتر است:

$\mu_k < \mu_s$

نکته پنجم - از طرف سطح دو نیرو بر جسم وارد می‌شود: ۱- نیروی اصطکاک (f) ۲- نیروی عمودی سطح (N)

که برآیند آنها نیروی سطح (یا عکس العمل سطح) نامیده می‌شود:



تمرین ۱۹) جسمی به جرم ۱۰ کیلوگرم روی سطح افقی به ضریب اصطکاک ۰/۲ قرار دارد و به آن نیروی افقی $F=15$ وارد می‌شود. نیروی اصطکاک چند نیوتن است؟ (ت)

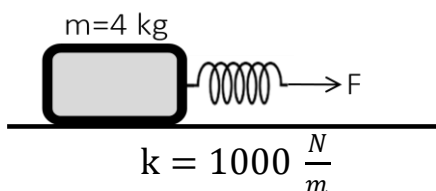
- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

تمرین ۲۰) س ت ۹۶:

شخصی روی سطح افقی، یک صندوق را به سمت غرب هل می‌دهد. در این عمل، نیروهای اصطکاک وارد به شخص و صندوق، به ترتیب، هر یک به کدام جهت است؟

- (۱) غرب و شرق (۲) هر دو غرب (۳) شرق و غرب (۴) هر دو شرق

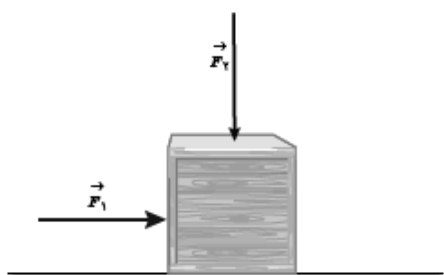
تمرین ۲۱) در شکل مقابل اگر فنر در اثر نیروی F ، کشیده شود و جسم در آستانه لغزش قرار گیرد، مطلوبست:



الف- ضریب اصطکاک ایستایی

ب- نیرویی که از طرف سطح بر جسم وارد می شود

تمرین ۲۲) پایان فصل:



در شکل زیر، نیروی F_1 به بزرگی 200 N بر جعبه وارد شده

است، اما جعبه همچنان ساکن است. اگر در همین حالت بزرگی

نیروی قائم F_2 که جعبه را به زمین می فشارد از صفر شروع به

افزایش کند، کست‌ها، از جگه نه تغیر میکنند؟

الف) اندازه نیروی عمودی سطح وارد بر جعبه

ب) اندازه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جعبه

پ) اندازه بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی

ت) نیروی خالص وارد بر جسم

تمرین ۲۳) الف- کتابی به جرم یک کیلوگرم را حداقل با چه نیرویی به دیوار قائمی به ضریب اصطکاک $0/1$ بفشاریم تا

جسم نیفتد؟ ب- اگر کتاب را بیشتر به دیوار بفشاریم، آیا نیروی اصطکاک تغییر می کند؟ با این کار چه نیروهایی افزایش

می یابد؟

• پرسش: الف) بر اساس قانون سوم نیوتن و آنچه از اصطکاک آموختید، توضیح دهید راه رفتن با شروع از حالت سکون

چگونه انجام می شود؟

ب) چرا راه رفتن روی یک سطح سُر مانند سطح یخ به سختی ممکن است؟

تمرین ۲۴) پایان فصل:



در شکل نشان داده شده، شخص با نیروی 200N جسم 90% کیلوگرمی را هل می‌دهد، اما جسم ساکن می‌ماند. ولی وقتی با نیروی 300N جسم را هل می‌دهد، جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد.

الف) نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح در هر حالت چقدر است؟

ب) ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح چقدر است؟

پ) اگر پس از حرکت، شخص با نیروی 200N جسم را هل دهد و ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم $0/20$ باشد، شتاب حرکت جسم چقدر خواهد شد؟

تمرین ۲۵) پایان فصل

قطعه چوبی را با سرعت افقی 10m/s روی سطحی افقی پرتاب می‌کنیم. ضریب اصطکاک جنبشی بین چوب و سطح $0/20$ است.

الف) چوب پس از پیمودن چه مسافتی می‌ایستد؟

ب) اگر از یک قطعه چوب دیگر استفاده کنیم که جرم آن دو برابر جرم قطعه چوب اول و ضریب اصطکاک جنبشی آن با سطح افقی با اولی یکسان باشد و با همان سرعت پرتاب شود، مسافت پیموده شده آن چند برابر می‌شود؟

تمرین ۲۶) در شکل زیر، جسم با نیروی افقی F_1 در آستانه حرکت قرار می‌گیرد و با نیروی افقی F_2 با سرعت ثابت به طرف پایین می‌لغزد. اگر نیروی اصطکاک در این دو حالت به ترتیب f_1 و f_2 باشد، کدام مورد درست است؟ ($\mu_s > \mu_k$)

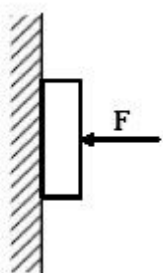
(س ر ۹۵)

۱) $f_1 > f_2, F_1 > F_2$

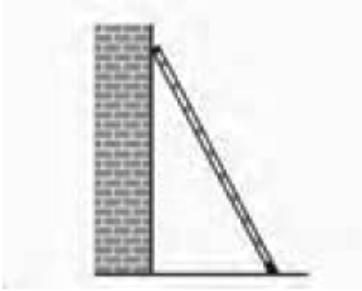
۲) $f_1 > f_2, F_1 = F_2$

۳) $f_1 = f_2, F_1 < F_2$

۴) $f_1 = f_2, F_1 = F_2$



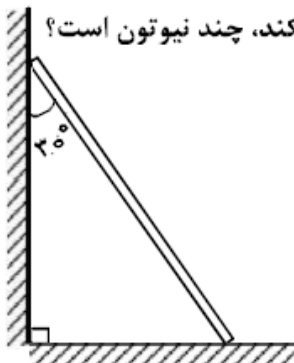
تمرین ۲۷) متن کتاب



در شکل روبه‌رو نردبانی به جرم 200 kg به دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه داده شده است. ضریب اصطکاک ایستایی بین زمین و پای نردبان 0.46 است. در آستانه سُرخوردن نردبان، الف) زمین به نردبان چه نیرویی وارد می‌کند؟ ب) چه نیرویی از دیوار به نردبان وارد می‌شود؟

تمرین ۲۸) س ر ۹۸

نردبانی همگن به جرم 40 kg مطابق شکل زیر، روی دیوار قائمی با اصطکاک ناچیز قرار دارد. اگر نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند، 300 N باشد، نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، چند نیوتون است؟



$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

۴۰۰ (۱)

۵۰۰ (۲)

۶۰۰ (۳)

$250\sqrt{3}$ (۴)

آزمایش ۲) آزمایشی برای اندازه‌گیری ضریب اصطکاک ایستایی بین دو جسم طراحی کنید.

آزمایش ۳) آزمایشی طراحی کنید که نشان دهد $f_{S_{\max}}$ متناسب با f_N است.

آزمایش ۴) آزمایشی طراحی کنید که با آن بتوانید نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسمی مانند یک قطعه چوب در حال لغزش روی سطح را اندازه بگیرید و با استفاده از آن μ_k را به دست آورید.

تمرین ۲۹) در شکل زیر ضریب اصطکاک کلیه سطوح 0.1 است. حداقل نیروی F چقدر باشد تا جسم M_1 به حرکت در آید؟



۶ - نیروی مقاومت شاره: هر گاه جسمی در یک شاره (مایع یا گاز) حرکت کند نیرویی از طرف شاره در خلاف جهت حرکت به آن وارد می شود که نیروی مقاومت شاره نامیده می شود. این نیرو با F_D نشان داده می شود. نیروی مقاومت شاره با بزرگی جسم و تندی آن رابطه مستقیم دارد.

تمرین ۳۰) چتربازی به جرم 60 کیلوگرم مدتی پس از پرش چترش را باز می کند. در این هنگام نیروی مقاومت هوا N 1140 است. شتاب حرکت چترباز را در این لحظه محاسبه کنید و ادامه حرکت آن را تحلیل کنید. (بررسی تندی حدی)

تمرین ۳۱) دو گوی هم اندازه را که جرم یکی دو برابر دیگری است ($m_2 = 2m_1$) از بالای برجی به ارتفاع h به طور هم زمان رها می کنیم. با فرض این که نیروی مقاومت هوا در طی حرکت دو گوی یکسان باشد، تندی برخورد کدام گوی با زمین بیشتر است؟

تمرین ۳۲) پایان فصل:

در هر یک از موارد زیر، نیروهای وارد بر جسم را مشخص کنید. واکنش هر یک از این نیروها به چه جسمی وارد می‌شود؟ الف) خودرویی با سرعت ثابت در یک مسیر مستقیم افقی در حال حرکت است.

ب) کشتی‌ای با سرعت ثابت در حال حرکت است.

پ) قایقرانی در حال پارو زدن است.

ت) چتربازی در هوای آرام و در امتداد قائم در حال سقوط است.

ث) هواپیمایی در یک سطح پروازی افقی با سرعت ثابت در حال حرکت است.

ج) تویی در راستای قائم به زمین برخورد می‌کند و برمی‌گردد.

❖ روش کلی حل مسائل دینامیک

۱) شکل ساده‌ای از مسئله رسم کرده و تمامی نیروهای وارده را روی شکل مشخص می‌کنیم.

۲) نیروهای مایل را در دو راستای X و Y تجزیه می‌کنیم. (از نیروی مایل سؤال طرح نمی‌شود. نیروها تنها افقی یا عمودی اند.)

۳) قانون دوم نیوتن را در دو راستای X و Y می‌نویسیم: $\sum F_x = ma_x$ و $\sum F_y = ma_y$

۴) از حل معادله‌های به دست آمده، مجهولات مسئله محاسبه می‌شوند.

به طور کلی:

$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ مجموع جرمها = نیروهای در خلاف جهت حرکت - نیروهای در جهت حرکت

تمرین ۳۳) پایان فصل:

یک خودروی باری با طناب افقی محکمی، یک خودروی سواری به جرم 1500 kg را می‌کشد. نیروی اصطکاک و مقاومت هوا در مقابل حرکت خودروی سواری 220 N و الف) اگر سرعت خودرو ثابت باشد نیروی کشش طناب چقدر است؟

ب) اگر خودرو با شتاب ثابت 2 m/s^2 به طرف راست کشیده شود، نیروی کشش طناب چقدر است؟



تمرین ۳۴) پایان فصل:

می‌خواهیم به جسمی که جرم آن $5/0 \text{ kg}$ است، شتاب $2/0 \text{ m/s}^2$ بدهیم. در هر یک از حالت‌های زیر، نیرویی را که باید به جسم وارد کنیم محاسبه کنید.

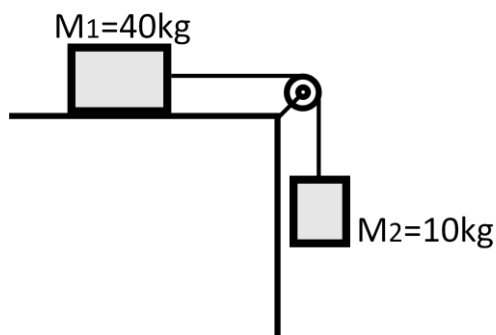
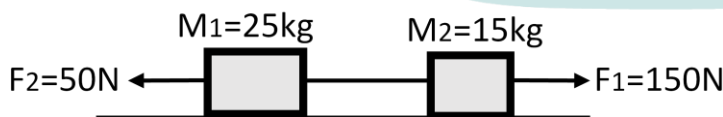
الف) جسم روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت کند.

ب) جسم روی سطح افقی با ضریب اصطکاک $0/20$ به طرف راست حرکت کند، و شتابش نیز به طرف راست باشد.

پ) جسم در راستای قائم با شتاب رو به بالا شروع به حرکت کند.

ت) جسم در راستای قائم با شتاب رو به پایین شروع به حرکت کند.

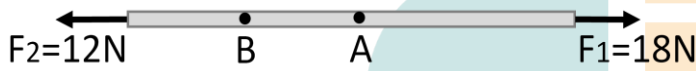
تمرین ۳۵) در شکل‌های زیر، نیروی کشش نخ را محاسبه کنید. (سطح افقی بدون اصطکاک است و از جرم نخ صرف‌نظر می‌شود)



تمرین ۳۶) پایان فصل:

چتربازی از یک بالگرد تقریباً ساکن که در ارتفاع نسبتاً زیادی قرار دارد، به بیرون می‌پرد و پس از مدتی چتر خود را باز می‌کند و در امتداد قائم سقوط می‌کند. حرکت چترباز را از لحظه پرش تا رسیدن به زمین تحلیل کنید و نموداری تقریبی از تندی آن بر حسب زمان رسم کنید.

تمرین ۳۷) در شکل مقابل نیروی کشش ریسمان در نقاط A و B چقدر است؟ (A وسط ریسمان و B در $\frac{1}{4}$ طول ریسمان قرار دارد و جرم ریسمان ۶۰۰ گرم است)



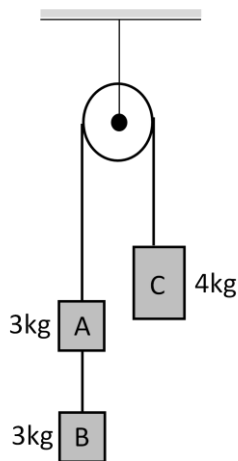
تمرین ۳۸) پایان فصل:

قطعه چوبی را با سرعت افقی 10 m/s روی سطحی افقی پرتاب می‌کنیم. ضریب اصطکاک جنبشی بین چوب و سطح 0.20 است.

الف) چوب پس از پیمودن چه مسافتی می‌ایستد؟

ب) اگر از یک قطعه چوب دیگر استفاده کنیم که جرم آن دو برابر جرم قطعه چوب اول و ضریب اصطکاک جنبشی آن با سطح افقی با اولی یکسان باشد و با همان سرعت پرتاب شود، مسافت پیموده شده آن چند برابر می‌شود؟

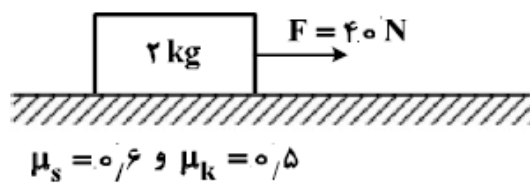
تمرین ۳۹) در شکل مقابل، شتاب و نیروی کشش ریسمان‌ها را به دست آورید.



$$(m_A = m_B = 3\text{kg}, m_C = 4\text{kg}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

تمرین ۴۰) س ۹۸

مطابق شکل زیر، جسمی روی سطح افقی ساکن است. به جسم نیروی افقی F وارد می‌شود. ۵ ثانیه پس از وارد شدن نیروی F مقدار این نیرو ۳۰ نیوتون کاهش می‌یابد، حرکت جسم پس از آن چگونه است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



۱) جسم همان لحظه می‌ایستد.

۲) حرکت جسم با شتاب $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ کند می‌شود.

۳) حرکت جسم با شتاب $3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ کند می‌شود.

۴) جسم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

❖ اندازه حرکت (تکانه): حاصلضرب جرم جسم در سرعت آن را اندازه حرکت گویند که کمیتی است برداری و هم جهت با سرعت.

$$\vec{P} = M\vec{V}$$

✓ تغییر اندازه حرکت: حاصلضرب جرم در تغییرات سرعت را تغییر اندازه حرکت گویند.

$$\Delta \vec{P} = m \Delta \vec{V}$$

$$\Delta \vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$$

Δv بردار تفاضل v_2 و v_1

$$\Delta V = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos \theta} \Rightarrow \begin{cases} \theta = 0 \Rightarrow \Delta v = v_2 - v_1 \\ \theta = 180^\circ \Rightarrow \Delta v = v_1 + v_2 \\ \theta = 90^\circ \Rightarrow \Delta v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \\ v_1 = v_2 \Rightarrow \Delta v = 2v \sin \frac{\theta}{2} \end{cases}$$

تمرین (۴۱) جسمی به جرم m با سرعت v به دیواری برخورد کرده و با همان سرعت v در همان راستا باز می‌گردد. تغییر اندازه حرکت گلوله برابر است با: (ت)

- (۱) صفر (۲) mv (۳) $1/5 mv$ (۴) $2 mv$

تمرین (۴۲) جسمی به جرم 50 گرم از ارتفاع 60 متری رها می‌شود و در لحظه‌ای، سرعت آن به $14 \frac{m}{s}$ می‌رسد و یک ثانیه پس از آن، سرعت جسم به $23 \frac{m}{s}$ می‌رسد. تغییر تکانه جسم در این یک ثانیه چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟

- (س ت ۹۳) (۱) $\frac{9}{20}$ (۲) $\frac{9}{10}$ (۳) $\frac{23}{20}$ (۴) $\frac{23}{10}$

تمرین (۴۳) جسمی به جرم 50 گرم در صفحه حرکت می‌کند و معادله بردار مکان آن در SI به صورت $\vec{r} = (5t^2 - 24t)\vec{j}$ است. بزرگی تغییر تکانه آن در فاصله زمانی $t=0$ تا $t=5$ s در SI کدام است؟

- (س ر خ ۹۳) (۱) ۲ (۲) $2/5$ (۳) ۴ (۴) $4/5$

تمرین (۴۴) اگر پارامترهای m ، V و P به ترتیب جرم، سرعت و تکانه یک جسم باشد، کدام رابطه نشان دهنده انرژی جنبشی آن جسم است؟ (س ر ۹۳)

- (۱) $\frac{mv}{2P}$ (۲) $\frac{PV}{2m}$ (۳) $\frac{P^2}{2m}$ (۴) $\frac{mP^2}{2}$

بزرگی اندازه حرکت (تکانه) جسمی به جرم ۲ کیلوگرم برابر $6 \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$ است، انرژی جنبشی جسم چند ژول است؟

(۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

✓ رابطه بین نیرو و تکانه:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \quad \text{بنابراین} \quad \sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

آهنگ تغییر تکانه یک جسم نسبت به زمان برابر با برابری نیروهای وارد بر جسم است. به عبارت دیگر، برابری نیروهای وارد بر جسم، مشتق تکانه نسبت به زمان است.

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

نیروی متوسط وارد بر جسم

تمرین (۴۶) جسمی به جرم ۵۰ کیلوگرم با سرعت $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در حرکت است. چه نیرویی لازم است تا آن را در مدت ۵ ثانیه متوقف کند؟

تمرین (۴۷) پایان فصل

توبی به جرم 280g با تندی 15 m/s به طور افقی به بازیکنی نزدیک می‌شود. بازیکن با مشت به توپ ضربه می‌زند و باعث می‌شود توپ با تندی 22 m/s در جهت مخالف برگردد.

الف) اندازه تغییر تکانه توپ را محاسبه کنید.

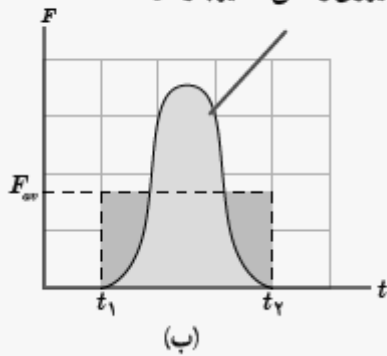
ب) اگر مشت بازیکن 600 s با توپ در تماس باشد، اندازه نیروی متوسط وارد بر مشت بازیکن از طرف توپ را به دست آورید.

تمرین (۴۸) دو جسم m_1 و $m_2 = 2m_1$ را در نظر بگیرید. هر دو تحت اثر نیروی مشابه F از حال سکون شروع به حرکت می‌نمایند. اگر اندازه حرکت آن‌ها پس از t ثانیه p_1 و p_2 باشد، در این صورت: (ت)

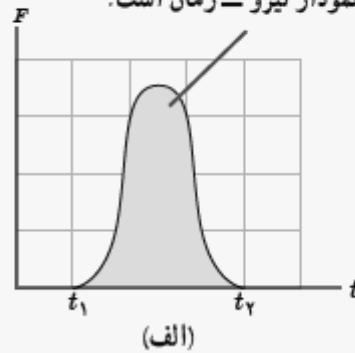
(۱) $p_1 = 2p_2$ (۲) $p_2 = 2p_1$ (۳) $p_1 = p_2$ (۴) $p_1 < p_2 < 2p_1$

✓ نکته: سطح زیر نمودار $F-t$ برابر با تغییرات اندازه حرکت جسم است، یعنی Δp . و به عبارت دیگر برابر است با $m\Delta v$.

تغییر تکانه ناشی از نیروی متوسط برابر با تغییر تکانه نیروی واقعی متغیر با زمان است.

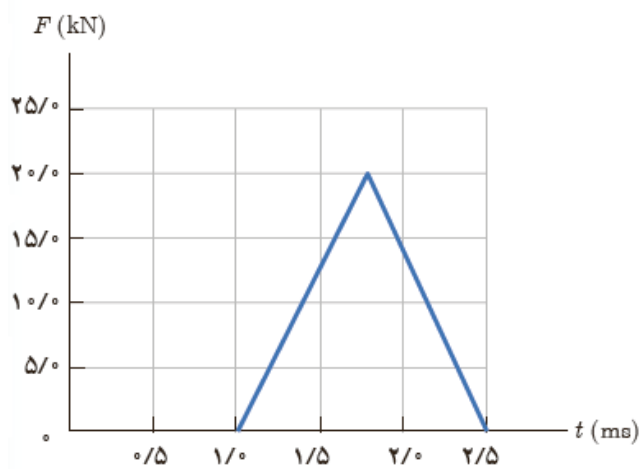


تغییر تکانه برابر با مساحت سطح زیر نمودار نیرو - زمان است.



تمرین ۴۹) پایان فصل

شکل زیر، منحنی نیروی خالص بر حسب زمان را برای توپ بیسبالی که با چوب بیسبال به آن ضربه زده شده است، نشان می‌دهد. تغییر تکانه توپ و نیروی خالص متوسط وارد بر آن را به دست آورید.



تمرین ۵۰) معادله تکانه جسمی به جرم 0.5 کیلوگرم در SI به صورت $P = t^2 - 10t + 20$ است. نیروی متوسط وارد بر جسم در بازه زمانی $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 7s$ چند نیوتن است؟ (س ت خ ۹۳)

۴ (۴)

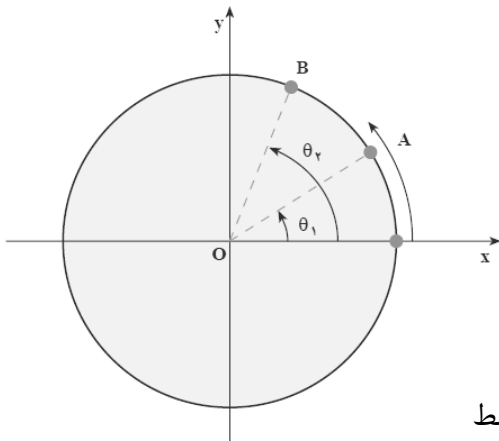
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

❖ حرکت دایره‌ای

حرکت جسم در مسیر دایره‌ای، نمونه‌ای از حرکت در صفحه است؛ مانند حرکت ماه و ماهواره‌ها به دور زمین. در این حرکت، بردار مکان ذره همواره اندازه‌ای ثابت و برابر با شعاع دایره دارد.



θ_1 : مکان ذره در نقطه A

θ_2 : مکان ذره در نقطه B

θ : مکان زاویه‌ای یا فاز حرکت

$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ جابجایی زاویه‌ای

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \text{سرعت زاویه‌ای متوسط}$$

یکا: $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$

تمرین (۵۱) ذره‌ای که روی محیط دایره‌ای می‌چرخد، ابتدا در مدت 4 s به صورت پادساعتگرد، یک دور کامل دایره مسیر را طی می‌کند و سپس به صورت ساعتگرد، در مدت 6 s ، $\frac{\pi}{3}$ رادیان می‌پیماید. سرعت زاویه‌ای متوسط این ذره چند رادیان بر ثانیه است؟

❖ **سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای:** شبیه سرعت لحظه‌ای می‌توان نوشت:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (\text{مشتق مکان زاویه‌ای نسبت به زمان})$$

تمرین (۵۲) مکان زاویه‌ای ذره‌ای که روی مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند با رابطه $\theta = 2t^2 + 6t$ بیان شده است.

الف- سرعت زاویه‌ای متوسط را بین لحظه‌های $t_1 = 1 \text{ s}$ و $t_2 = 2 \text{ s}$ محاسبه کنید.

ب- سرعت زاویه‌ای آن در لحظه $t = 3 \text{ s}$ چقدر است؟

تمرین (۵۳) گلوله‌ای در یک مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند و سرعت زاویه‌ای آن در SI به صورت $\omega = \pi t + \frac{3}{2}\pi$ است. پس از لحظه $t = 0$ ، چند ثانیه طول می‌کشد تا گلوله یک دور کامل طی کند؟ (س ت ۹۴)

۲ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

❖ **حرکت دایره‌ای یکنواخت:** هرگاه اندازه سرعت زاویه‌ای در حرکت دایره‌ای ثابت بماند، حرکت دایره‌ای، یکنواخت است. در این حرکت، سرعت زاویه‌ای متوسط با سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای برابر است:

$$\bar{\omega} = \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

✓ **دوره یا زمان تناوب:** زمانی که طول می‌کشد تا ذره یک دور کامل طی کند. با T نشان داده می‌شود و یکای آن ثانیه است.

از آن جا که در این حرکت، متحرک محیط دایره $(2\pi r)$ را در مدت T طی می‌کند، می‌توان نوشت:

✓ **نکته:** رابطه فوق نشان می‌دهد که روی یک دیسک یا صفحه دایره‌ای چرخان، هر چه از مرکز دیسک دور می‌شویم، تندی حرکت بیشتر می‌شود. (دوره تناوب برای تمام نقاط دیسک یکسان است)

بسامد یا فرکانس: تعداد دور ذره در مدت یک ثانیه. با f نشان داده می‌شود و یکای آن $\frac{1}{s}$ یا Hz (هرتز) است.

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{فرکانس}$$

چون ذره در هر دور، 2π رادیان طی می‌کند، سرعت زاویه‌ای آن برابر است با:

تمرین ۵۴) متحرکی که در حال حرکت دایره‌ای یکنواخت است، در مدت 0.2 s، مکان زاویه‌ای آن $\frac{2\pi}{3}$ رادیان تغییر می‌کند. این ذره در هر دقیقه چند دور می‌زند؟

❖ **رابطه تندی (سرعت خطی) با سرعت زاویه‌ای**

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow v = r\omega$$

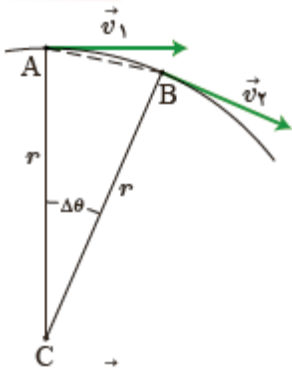
$$\text{در حالت مقایسه‌ای: } \frac{v_2}{v_1} = \frac{r_2}{r_1} \times \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad \text{یا} \quad \frac{v_2}{v_1} = \frac{r_2}{r_1} \times \frac{T_1}{T_2}$$

تمرین ۵۵) طول عقربه ثانیه شمار یک ساعت دیواری ۱۲ cm است. سرعت خطی نوک این عقربه را محاسبه کنید.

تمرین ۵۶) طول عقربه دقیقه شمار یک ساعت دیواری $\frac{1}{5}$ برابر طول عقربه ساعت شمار آن است. سرعت خطی نوک عقربه دقیقه شمار چند برابر سرعت خطی نوک عقربه ساعت شمار آن است؟

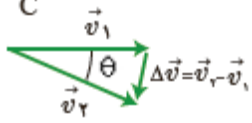
❖ شتاب مرکزگرا در حرکت دایره‌ای یکنواخت

پیش از این دیدیم که بردار سرعت در هر لحظه مماس بر مسیر حرکت است. بنابراین در حرکت دایره‌ای، بردار سرعت در هر لحظه بر شعاع دایره یا بر بردار مکان در آن لحظه عمود است.



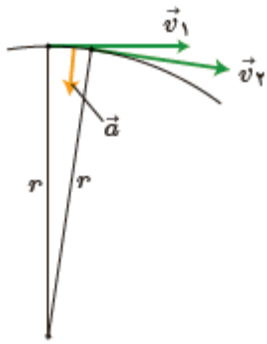
$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

با میل Δt به سمت صفر، θ خیلی کوچک میشود و در نتیجه: $\Delta v \perp v_1$. بنابراین شتاب لحظه‌ای a نیز در راستای شعاع و به سمت مرکز دایره خواهد شد. از این رو به این شتاب، شتاب مرکزگرا گفته می‌شود و با a_c نشان داده می‌شود.



$$\Rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta r} = \frac{v}{r} \Rightarrow \Delta v = \frac{v}{r} \Delta r \Rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r} \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

طرفین را به Δt تقسیم می‌کنیم



تقسیم می‌کنیم $v_1 = v_2 = v$ اندازه سرعت ثابت است

$r_1 = r_2 = r$ اندازه بردار مکان ثابت است

با فرض $\Delta t \rightarrow 0$ از دو طرف حد می‌گیریم:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{r_2}{r_1} \times \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 \quad \Leftarrow \quad a_c = r \frac{4\pi^2}{T^2} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ می توان نوشت:}$$

تمرین ۵۷) خودرویی پیچ جاده‌ای به شعاع 200 m را با سرعت ثابت $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌پیماید. شتاب مرکزگرای این خودرو را محاسبه کنید.

تمرین ۵۸) طول عقربه ساعت شمار یک ساعت دیواری $\frac{3}{4}$ طول عقربه دقیقه شمار آن است. شتاب مرکزگرای نوک عقربه دقیقه شمار چند برابر شتاب مرکزگرای نوک عقربه ساعت شمار آن است؟

تمرین ۵۹) پایان فصل

پره‌های یک بالگرد در هر دقیقه، ۱۰۰۰ دور می‌چرخند.
طول پره‌ها را $4/0\text{m}$ فرض کنید و کمیت‌های زیر را برای پره‌ها
محاسبه کنید.

الف) دوره تناوب پره‌ها

ب) تندی در وسط و نوک پره‌ها

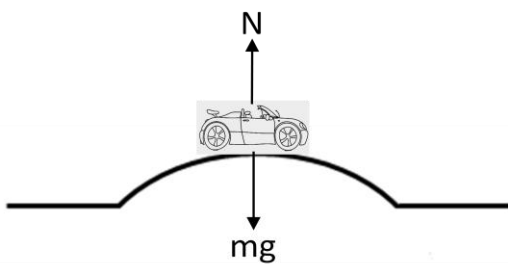
پ) شتاب مرکز گرا در وسط و نوک پره‌ها

❖ دینامیک حرکت دایره‌ای یکنواخت

بنابر قانون دوم نیوتن ($\sum \vec{F} = m\vec{a}$) نیرو و شتاب هم جهتند، در نتیجه در حرکت دایره‌ای یکنواخت، برآیند نیروهای وارد بر جسم در راستای شعاع و به سوی مرکز دایره است. برآیند نیروهای وارد بر جسم را که منجر به حرکت دایره‌ای می‌شوند، نیروی مرکزگرا می‌نامند.

F برآیند نیروها در راستای شعاع دایره است. هر نیرویی را که به سمت مرکز دایره باشد با علامت + و هر نیرویی را که خلاف جهت مرکز باشد با علامت - در نظر می‌گیریم.

تمرین ۶۰) اتومبیلی به جرم یک تن با سرعت ثابت $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از روی پلی به شکل نیم دایره به شعاع ۱۰۰ متر عبور می‌کند.
نیروی عمودی تکیه‌گاه در بالاترین نقطه پل چند نیوتن است؟



تمرین ۶۱) شخصی به جرم 50 kg روی صندلی یک چرخ و فلک که به طور یکنواخت می‌چرخد، نشسته و با سرعت $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ روی یک مسیر دایره‌ای به شعاع 10 m حرکت می‌کند. بزرگی نیرویی که این شخص در بالاترین نقطه مسیر بر صندلی خود وارد می‌کند، چند نیوتن است؟ (س ر ۹۱)

۵۸۰ (۴)

۵۰۰ (۳)

۴۸۰ (۲)

۴۲۰ (۱)

ماهواره‌ای به جرم ۵۰۰ کیلوگرم در ارتفاع ۱۶۰۰ کیلومتری سطح زمین به دور آن می‌چرخد. نیروی مرکزگرایی

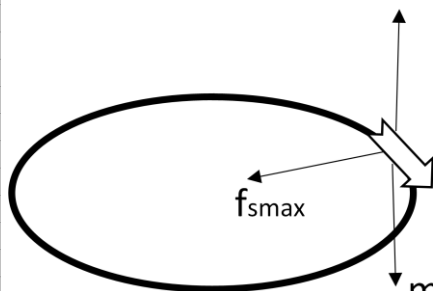
وارد بر ماهواره چند نیوتون است؟ ($R_e = 6400 \text{ km}$ و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

۶۴۰ (۴)

۸۰۰ (۳)

۳۲۰۰ (۲)

۵۰۰۰ (۱)



✓ حداکثر سرعت مجاز اتومبیل در یک میدان بدون شیب

اگر قرار باشد اتومبیل بلغزد رو به بیرون می‌لغزد پس جهت نیروی

اصطکاک رو به مرکز است.

$$F = m \frac{v^2}{2} \Rightarrow f_{s \max} = m \frac{v^2}{r}$$

$$\mu_s \cdot N = m \frac{v_{\max}^2}{r} \Rightarrow \mu_s \cdot mg = m \frac{v_{\max}^2}{r} \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\mu_s r g}$$

تمرین ۶۳) در صورتی که $\mu_s = 0/81$ باشد، اتومبیل حداکثر با چه سرعتی می‌تواند یک میدان افقی به شعاع $m \ 10$ را دور بزند؟

تمرین ۶۴) پایان فصل

حداقل ضریب اصطکاک ایستایی بین چرخ‌های خودرو و

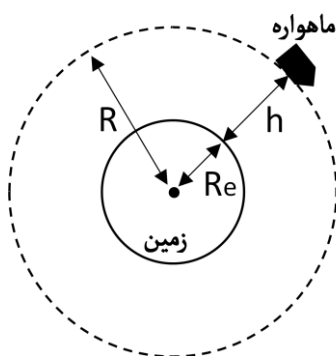
سطح جاده چقدر باشد تا خودرو بتواند با تندی 54 km/h پیچ

افقی مسطحی را که شعاع آن 50 m است، دور بزند؟

❖ سرعت، دوره و فرکانس ماهواره

در چرخش ماهواره به دور زمین، نیروی مرکزگرا همان نیروی گرانش بین زمین و ماهواره است. بنابراین:

$$\frac{mv^2}{R} = G \frac{m M_e}{R^2} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{G \cdot M_e}{R}}$$



شعاع زمین: R_e
فاصله ماهواره تا زمین: h

$$\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$$

برای دو حالت مختلف می‌توان نوشت:

$$G \frac{m.M_e}{R^2} = mR\omega^2$$

از طرفی می توان نوشت:

$$\omega = \sqrt{\frac{G.M_e}{R^3}}$$

ω : سرعت زاویه ای ماهواره

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{G.M_e}{R^3}}$$

f : فرکانس گردش ماهواره

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G.M_e}}$$

T : دوره گردش ماهواره

مربع دوره گردش ماهواره به دور زمین با مکعب فاصله آن از مرکز زمین متناسب است.

نکته: در روابط ماهواره می توانیم تنها رابطه دوره گردش ماهواره را (که در کتاب درسی به آن اشاره شده) حفظ کنیم و بقیه روابط (تندی، سرعت زاویه ای و فرکانس) را با آن به دست آوریم.

تمرین ۶۵) ماهواره ای در مداری که فاصله اش از سطح زمین برابر شعاع زمین است، به دور زمین می چرخد. اگر این فاصله سه برابر شود، بسامد آن چند برابر خواهد شد؟

تمرین ۶۶) ماهواره ای به جرم m در ارتفاع h از سطح زمین به دور آن می چرخد. اگر نیروی مرکزگرای ماهواره $\frac{1}{16}$ وزن ماهواره در سطح زمین باشد، ارتفاع h چند برابر شعاع زمین است؟ (س ت ۹۳)

۱۶ (۴)

۹ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

تمرین ۶۷) پایان فصل

ماهواره ای به جرم 600 kg در مداری دایره ای به ارتفاع

2800 کیلومتر از سطح زمین، به دور آن می چرخد.

الف) نیروی گرانشی وارد بر ماهواره

ب) شتاب ماهواره

پ) تندی ماهواره

ت) دوره تناوب ماهواره را در این ارتفاع به دست آورید.

$$(M_e = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg} \text{ و } R_e = 6400 \text{ km})$$

تمرین ۶۸) ماهواره A به جرم m در ارتفاع $h=R_e$ از سطح زمین به دور آن می چرخد. ماهواره B به جرم $2m$ در فاصله چند R_e از سطح زمین به دور آن بچرخد تا سرعت خطی آن نصف سرعت خطی ماهواره A باشد؟ (R_e شعاع زمین است) (س ت خ ۹۳)

4 (۴)

$4\sqrt{2}$ (۳)

$7\sqrt{2}$ (۲)

7 (۱)

تمرین ۶۹) دو ماهواره A و B هر یک به جرم m به دور زمین می چرخند. فاصله ماهواره A تا سطح زمین R_e و فاصله ماهواره B تا سطح زمین $3R_e$ است. بزرگی تکانه ماهواره A چند برابر بزرگی تکانه ماهواره B است؟ (R_e شعاع کره زمین است.) (س ر خ ۹۳)

3 (۴)

2 (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)