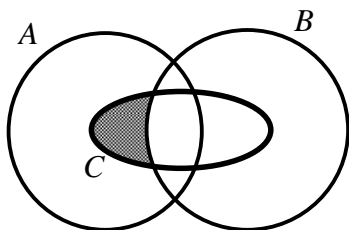


۱- با توجه به شکل مقابل کدام رابطه مربوط به قسمت رنگی است؟ (آذربایجان شرقی ۹۵)



(۱) $(B - A) \cap (C - B)$

(۲) $(C - B) \cup A$

(۳) $(A \cap C) - (C \cap B)$

(۴) $(A - B) \cup (B \cap C)$

گزینه (۳):

در چنین مسائلی قسمت هاشورخورده را با عبارت های مختلفی می توان بیان نمود. بنابراین باید در بین گزینه ها به دنبال جواب باشیم. چیزی که روشن است، قسمت هاشورخورده بخشی از اشتراک مجموعه A و C است. اگر کمی دقت کنید متوجه می شوید که اگر از $A \cap C$ بخش مشترک در هر سه مجموعه $(A \cap B \cap C)$ یا بخش مشترک بین C و B $(B \cap C)$ را حذف کنیم، قسمت هاشورخورده به دست می آید. پس قسمت هاشورخورده را میتوان $(A \cap C) - (C \cap B)$ به صورت نوشت.

۲- چندتا از جملات زیر صحیح است؟ (آذربایجان شرقی ۹۵)

a. ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

b. مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

c. ضرب هر عدد گویا در هر عدد گنگ، گنگ است.

(۳) سه تا

(۳) دوتا

(۲) یکی

(۱) هیچ کدام

گزینه (۲):

a. نادرست است چون ممکن است ضرب دو عدد گنگ، گویا باشد مانند: $\sqrt{۳}$ و $\sqrt{۱۲}$

b. نادرست است چون ممکن است مجموع دو گنگ، گویا باشد مانند: $\sqrt{۲}$ و $-\sqrt{۲}$

c. درست است.

۳- دو تاس را باهم می ریزیم مطلوب است احتمال آن که مجموع دو تاس 7 یا هر دو تاس زوج بیاید؟ (آذربایجان شرقی ۹۵)

(۴) $\frac{۲۱}{۳۶}$

(۳) $\frac{۱۱}{۳۶}$

(۲) $\frac{۴}{۳۶}$

(۱) $\frac{۱۵}{۳۶}$

گزینه (۱):

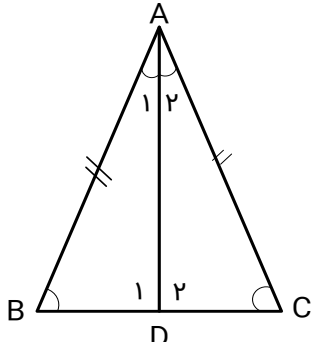
مجموعه حالت هایی که مجموع دو عدد رو شده ۷ باشد، به صورت $A_1 = \{(۱,۶), (۲,۵), (۳,۴), (۴,۳), (۵,۲), (۶,۱)\}$ و مجموعه حالت هایی که هر دو تاس زوج بیایند به صورت $A_2 = \{(۲,۲), (۲,۴), (۲,۶), (۴,۲), (۴,۴), (۴,۶), (۶,۲), (۶,۴), (۶,۶)\}$ است. بنابراین

مجموعه پیشامد مورد نظر به صورت $A = A_1 \cup A_2$ است. پس $n(A) = ۱۵$. احتمال مورد نظر برابر است با: $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۵}{۳۶}$

نکته: دقت کنید که در دو مجموعه A_1 و A_2 عضو تکراری وجود نداشت. اگر عضوهای تکراری وجود داشت، آنگاه تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه کمتر از ۱۵ عضو می شد.

۴- در مسئله زیر، حکم کدام است؟ «مثلث ABC متساوی الساقین و AD نیمساز زاویه A است. ثابت کنید AD میانه نیز هست.»

(آذربایجان شرقی ۹۵)



$$BD = DC \quad (1)$$

$$\overset{\Delta}{A} = \overset{\Delta}{A} \quad (2)$$

$$\overset{\Delta}{D} = \overset{\Delta}{D} \quad (3)$$

(۴) موارد ۲ و ۳

گزینه (۱):

میانه ضلع BC را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند. بنابراین $BD = DC$

۵- اگر $\begin{cases} x^2 + xy = 7 \\ y^2 + xy = 9 \end{cases}$ باشد، حاصل $x + y$ کدام است؟ ($x, y > 0$) (آذربایجان شرقی ۹۵)

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

گزینه (۲):

$$\begin{cases} x(x+y) = 7 \\ y(y+x) = 9 \end{cases} \Rightarrow (y+x)(x+y) = 16 \Rightarrow x+y = 4$$

$$\overline{x(x+y)+y(y+x)=16}$$

۶- عددی ۲۰ رقمی هستیم. ریشه دوم من چند رقمی می شود؟ (آذربایجان شرقی ۹۵)

۱۰ رقمی (۴)

۹ رقمی (۳)

۸ رقمی (۲)

۷ رقمی (۱)

گزینه (۴):

اگر یک عدد ۲۰ رقمی را با نماد علمی نشان دهیم به صورت $a / a_1 a_p \dots a_q \times 10^{19}$ خواهد بود که در آن $1 \leq a / a_1 a_p \dots a_q < 10$ در نتیجه

$$\sqrt{a / a_1 a_p \dots a_q \times 10^{19}} = \sqrt{a a_1 / a_p \dots a_q \times 10^{18}} = (\text{عددی یک رقمی}) \times 10^9$$

داریم؛

که عددی ۱۰ رقمی است.

۷- کدام گزینه درست است؟ (آذربایجان شرقی ۹۵)

$$2^{800} > 3^{600} > 5^{400} > 2^{6200} \quad (2)$$

$$3^{600} > 2^{6200} > 5^{400} > 2^{800} \quad (1)$$

$$3^{600} > 2^{6200} > 2^{800} > 5^{400} \quad (4)$$

$$3^{600} > 2^{800} > 5^{400} > 2^{6200} \quad (3)$$

گزینه (۱):

$$3^{600} = (3^3)^{200} = 27^{200} \quad 2^{800} = (2^4)^{200} = 16^{200} \quad 5^{400} = (5^2)^{200} = 25^{200} \quad 2^{6200}$$

$$27^{200} > 25^{200} > 16^{200} > 2^{6200} \Rightarrow 3^{600} > 2^{6200} > 5^{400} > 2^{800}$$

۸- حاصل عبارت $\frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} \div \frac{-1 - \frac{3}{4}}{-1 + \frac{3}{4}}$ کدام است؟ (آذربایجان شرقی ۹۵)

- (۱) $\frac{7}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۱ (۴) -۱

گزینه (۳):

$$\frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} \div \frac{-1 - \frac{3}{4}}{-1 + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{1}{4}} \div \frac{-\frac{7}{4}}{-\frac{1}{4}} = \frac{7 \times 4}{1 \times 4} \div \frac{-7 \times 4}{-1 \times 4} = 7 \div 7 = 1$$

۹- حاصل عبارت $\frac{(0/5)^0 - 10}{\left[\left(\frac{3}{4^2}\right)^{-1} \times \left(\frac{3}{2}\right)^3\right] + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}}$ کدام است؟ (آذربایجان شرقی ۹۵)

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $-\frac{3}{5}$

گزینه (۳):

$$\frac{(0/5)^0 - 10}{\left[\left(\frac{3}{4^2}\right)^{-1} \times \left(\frac{3}{2}\right)^3\right] + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}} = \frac{1 - 10}{\frac{16}{3} \times \frac{27}{8} - 3} = \frac{-9}{18 - 3} = \frac{-9}{-15} = \frac{3}{5}$$

۱۰- در چند زیر مجموعه از اعداد طبیعی یک رقمی، حداقل یک عدد اول وجود دارد؟ (آذربایجان شرقی ۹۵)

- (۱) ۴۸۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۶۴ (۴) ۱۶

گزینه (۱):

مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی ۹ عضو دارد. پس تعداد زیرمجموعه های آن برابر $2^9 = 512$ است. برای حل این سوال بهتر است تعداد زیرمجموعه هایی که عضو اول ندارند را بیابیم. زیرمجموعه هایی که عضو اول ندارند شامل تمام زیرمجموعه های مجموعه $\{1, 4, 6, 8, 9\}$ است که برابر $2^5 = 32$ است. بنابراین پاسخ مساله برابر $512 - 32 = 480$ است.

۱۱- اگر $A = \sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3 + \sqrt{4 + \sqrt{5 + \sqrt{6}}}}}}$ باشد، کدام نامساوی درست است؟ (آذربایجان شرقی ۹۵)

- (۱) $1 < A < 2$ (۲) $2 < A < 3$ (۳) $3 < A < 4$ (۴) $4 < A < 5$

گزینه (۱):

$$A = \sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3 + \sqrt{4 + \sqrt{5 + \sqrt{6}}}}}} = \sqrt{1 + n_f} \rightarrow 1 < \sqrt{1 + n_f} < 2$$

۱۲- عکسی به ابعاد ۴ و ۶ سانتی‌متر را بزرگ کرده‌ایم (بدون اینکه نسبت تشابه به هم بخورد). اگر به عرض عکس ۱۲ سانتی‌متر اضافه شده باشد، به طول آن چند سانتی‌متر اضافه شده است؟ (آذربایجان شرقی ۹۵)

۲۴ (۴)

۱۸ (۳)

۱۶ (۲)

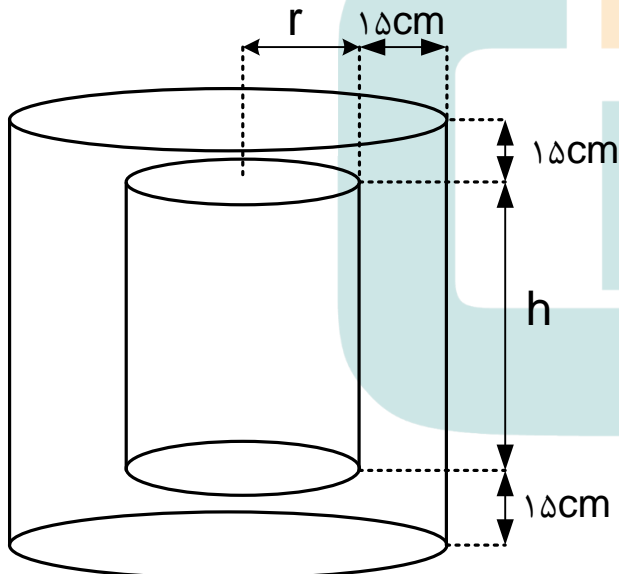
۱۲ (۱)

گزینه (۳): نسبت تشابه را ۲، طول و عرض عکس اصلی را a_1 و b_1 و طول و عرض عکس بزرگ شده را a_p و b_p در نظر بگیرید.

$$r = \frac{a_1}{a_p} = \frac{b_1}{b_p} \Rightarrow \frac{6}{4} = \frac{b_1}{4+12} \rightarrow b_1 = \frac{6 \times 16}{4} = 24$$

بنابراین به طول عکس ۱۸ سانتی‌متر اضافه شده است.

۱۳- یک محفظه برای نگهداری مواد شیمیایی مانند شکل مقابل طراحی شده است. محفظه دارای ضخامت ۱۵cm می‌باشد. فرض کنید گنجایش محفظه بیرونی برابر با ۴۳۲ سانتی‌متر مکعب باشد، ارتفاع محفظه درونی (h) به صورت عبارتی گویا برحسب r کدام گزینه است؟ (آذربایجان شرقی ۹۵)



$$h = \frac{432}{\pi(r+15)^2} + 30 \quad (1)$$

$$h = \frac{432}{\pi(r+15)^2} - 30 \quad (2)$$

$$h = \frac{432}{\pi(r+15)} + 30 \quad (3)$$

$$h = \frac{432}{\pi(r+15)} - 30 \quad (4)$$

گزینه (۲):

محفظه بیرونی استوانه ای است به ارتفاع $h + 30$ و شعاع قاعده $r + 15$ ، بنابراین داریم:

$$v = \pi(r+15)^2(h+30) = 432 \rightarrow h+30 = \frac{432}{\pi(r+15)^2} \rightarrow h = \frac{432}{\pi(r+15)^2} - 30$$

۱۴- اگر نسبت $2x - y$ به $x + y$ برابر $\frac{3}{4}$ باشد، آنگاه نسبت $x + y$ به y کدام است؟ (آذربایجان شرقی ۹۵)

 $1\frac{2}{5}$ (۴)

 $2\frac{2}{5}$ (۳)

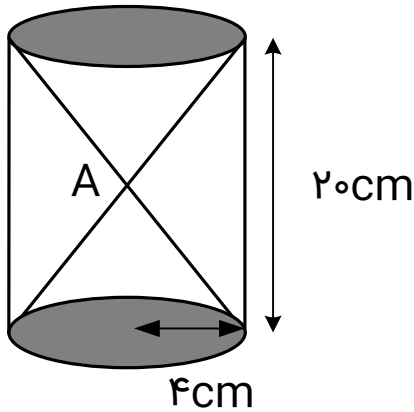
 $3\frac{2}{5}$ (۲)

 $4\frac{2}{5}$ (۱)

گزینه (۳):

$$\frac{2x-y}{x+y} = \frac{3}{4} \rightarrow 4x - 3y = 3x + 3y \rightarrow 4x - 3y = 3x + 3y \rightarrow x - 6y = 6y \rightarrow x = 12y \rightarrow \frac{x+y}{y} = \frac{12y+y}{y} = \frac{13y}{y} = 13$$

۱۵- در ساعت شنی زیر در ثانیه، ۰/۰۵ سانتی‌متر مکعب شن از منفذ A خارج می‌شود. اگر مخروط بالای ساعت شنی پر باشد، پس از چند ثانیه خالی می‌شود؟ (آذربایجان شرقی ۹۵)



$$\frac{320}{3} \pi \quad (1)$$

$$\frac{6400}{3} \pi \quad (2)$$

$$\frac{3200}{3} \pi \quad (3)$$

$$\frac{160}{3} \pi \quad (4)$$

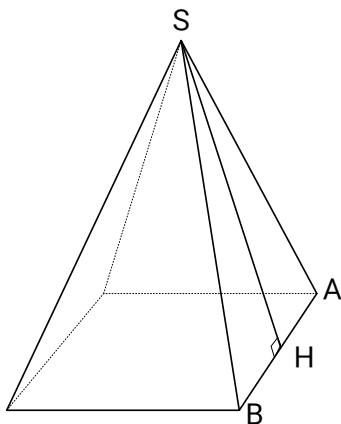
گزینه (۳):

حجم مخروط را v در نظر بگیرید، داریم:

$$v = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \times 16\pi \times 10 = \frac{160\pi}{3} \text{ cm}^3$$

$$\frac{160\pi}{3} \div \frac{5}{100} = \frac{160\pi}{3} \times \frac{100}{5} = \frac{3200\pi}{3}$$

۱۶- در هرم منتظم مربع القاعده زیر، $SH = \lambda \text{ cm}$ ، $SA = 10 \text{ cm}$ ، حجم این هرم کدام است؟ (آذربایجان شرقی ۹۵)



$$12\sqrt{2}\lambda \text{ cm}^3 \quad (1)$$

$$48\sqrt{2}\lambda \text{ cm}^3 \quad (2)$$

$$48\sqrt{14} \text{ cm}^3 \quad (3)$$

$$24\sqrt{14} \text{ cm}^3 \quad (4)$$

گزینه (۲):

برای محاسبه حجم هرم به مساحت قاعده و ارتفاع نیاز داریم. محل تقاطع ارتفاع با قاعده هرم را نقطه M در نظر بگیرید. اندازه

AH و SM را با استفاده از قضیه فیثاغورس به دست می آوریم؛ در مثلث های $\triangle SHA$ و $\triangle SMH$ به ترتیب داریم؛

$$AH^2 = SA^2 - SH^2 = 10^2 - \lambda^2 = 36 \rightarrow AH = 6 \rightarrow AB = 12 \text{ cm}$$

$$SM^2 = SH^2 - MH^2 = \lambda^2 - 6^2 = 28 \rightarrow SM = \sqrt{28} \rightarrow h = \sqrt{2}\lambda \text{ cm}$$

$$v = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \times 12^2 \times \sqrt{2}\lambda = \frac{1}{3} \times 144 \times \sqrt{2}\lambda = 48\sqrt{2}\lambda \text{ cm}^3$$

۱۷- اگر بدانید $\frac{a^2 - 3a + 2}{a + 2} \times \frac{3a}{a - 2} \times \frac{2a + 4}{a^2 - 5a} = \frac{6a - y}{a - 5}$ مقدار y کدام است؟ (آذربایجان شرقی ۹۵)

۶ (۴)

۱ (۳)

۱ (۲)

۶ (۱)

گزینه (۱):

$$\frac{(a-1)(a-2)}{(a+2)} \times \frac{3}{(a-2)} \times \frac{2(a+2)}{3(a-5)} = \frac{6a-y}{a-5} \rightarrow \frac{6(a-1)}{a-5} = \frac{6a-y}{a-5} \rightarrow 6a-6 = 6a-y \rightarrow y=6$$

۱۸- دانش‌آموزی از معلم خود پرسید که فرزند شما چند سال دارد. معلم گفت: «سن کنونی من چهار برابر سن شش سال پیش فرزندم است و دو سال دیگر مجموع سن من و فرزندم برابر ۶۰ می‌شود. سن کنونی فرزندم را حساب کن.» (آذربایجان شرقی ۹۵)

۱۷ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۴ (۱)

گزینه (۳):

سن کنونی پسر را x و سن کنونی پدر را y در نظر بگیرید. بنابراین سن پسر در دو سال دیگر برابر $x+2$ و سن پدر در دو سال دیگر برابر $y+2$ خواهد بود. سن شش سال قبل پسر نیز برابر $x-6$ است.

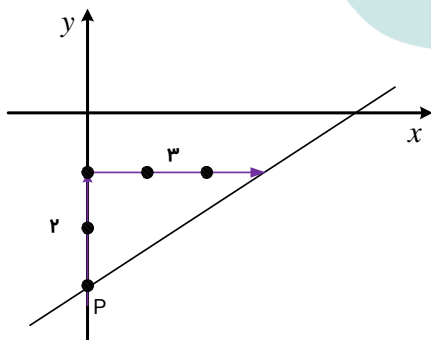
$$y = 4(x-6) \rightarrow 4x - y = 24 \quad (*)$$

$$(x+2) + (y+2) = 60 \rightarrow x + y = 56 \quad (**)$$

$$(*), (**) \rightarrow \begin{cases} 4x - y = 24 \\ x + y = 56 \end{cases}$$

$\Delta x = 10 \rightarrow x = 16$

۱۹- معادله خط مقابل کدام است؟ $P = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$ (آذربایجان شرقی ۹۵)



$$y = 2x - 3 \quad (1)$$

$$y = 3x - 3 \quad (2)$$

$$y = -\frac{2}{3}x - 3 \quad (3)$$

$$y = \frac{2}{3}x - 3 \quad (4)$$

گزینه (۴):

با توجه به توضیحات فعالیت صفحه ۱۰۴ کتاب درسی، شیب خط برابر $\frac{2}{3}$ و عرض از مبدأ برابر -3 است. پس معادله خط به صورت

$$y = \frac{2}{3}x - 3 \text{ است.}$$

۲۰- مقدار P را طوری تعیین کنید که نقطه $\begin{bmatrix} 2p \\ p+1 \end{bmatrix}$ روی خط $y = 2x + 1$ واقع شود. (آذربایجان شرقی ۹۵)

۰ (۴)

-۱ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

گزینه (۴):

اگر نقطه روی خط باشد، باید مختصات نقطه در معادله خط صدق کند. پس داریم:

$$p+1 = 2(2p)+1 \rightarrow p+1 = 4p+1 \rightarrow 3p = 0 \rightarrow p = 0$$

۲۱- اگر $a < 0$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{(-a+1)^2} - \sqrt{(a-1)^2}$ برابر است با: (آذربایجان شرقی ۹۵)

-۲ (۴)

صفر (۳)

-۲a + ۲ (۲)

-۲a (۱)

گزینه (۳):

$$a < 0 \rightarrow (a-1) < 0$$

$$a < 0 \rightarrow -a > 0 \rightarrow (1-a) > 0$$

$$\sqrt{(-a+1)^2} - \sqrt{(a-1)^2} = |1-a| - |1-a| = (1-a) - (1-a) = 0$$

۲۲- خط $y = 5x + b$ محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می‌کند. اگر مساحت مثلث OAB برابر ۱۰ باشد. مقدار b چقدر است؟

(آذربایجان شرقی ۹۵)

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

-۱۰ (۲)

-۵ (۱)

گزینه (۲):

$$y = 5x + b \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow y = b \rightarrow A = b \\ y = 0 \rightarrow 5x + b = 0 \rightarrow x = -\frac{b}{5} \rightarrow B = -\frac{b}{5} \end{cases}$$

$$S_{\Delta} = \frac{|A| \times |B|}{2} = \frac{b \times \frac{b}{5}}{2} = \frac{b^2}{10} = 10 \rightarrow b^2 = 100 \rightarrow b = \pm 10$$

۲۳- کدامیک از عبارتهای زیر چند جمله‌ای نیست؟ (آذربایجان شرقی ۹۵)

$\frac{x+1}{3}$ (۴)

$\frac{4}{y} - y^2$ (۳)

$\sqrt{4y - y^2}$ (۲)

$x^2 - 2xy + y^2$ (۱)

گزینه (۳):

در عبارت $\frac{4}{y} - y^2 = 4y^{-1} - y^2$ چون متغیر y دارای توان منفی است، چند جمله‌ای نیست.

۲۴- کدامیک از عددهای زیر با عدد 0.0000225 معادل نیست. (آذربایجان شرقی ۹۵)

225×10^{-8} (۴)

$2/25 \times 10^{-6}$ (۳)

$2 \frac{1}{4} \times 10^{-6}$ (۲)

$\frac{2}{3} \times 10^{-6}$ (۱)

گزینه (۱):

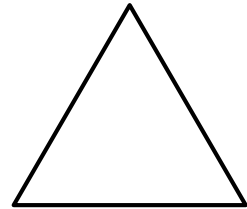
$$0.0000225 = 2/25 \times 10^{-6} = 2 \frac{1}{4} \times 10^{-6} = 225 \times 10^{-8}$$

۲۵- فاطمه و زهرا می‌خواهند ثابت کنند: «مجموع زاویه‌های داخلی مثلث ۱۸۰ درجه است.» کدام جمله در مورد اعتبار استدلال‌های آن

صحیح است؟ (آذربایجان شرقی ۹۵)

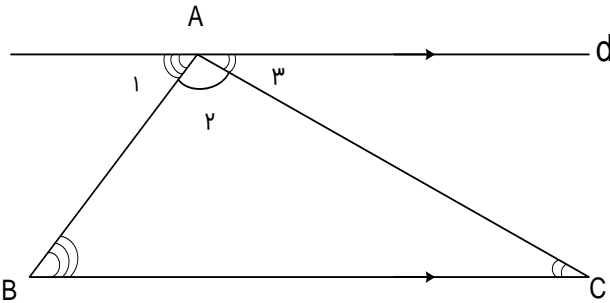
راه اثبات زهرا

یک مثلث متساوی الاضلاع را در نظر می‌گیریم. چون سه زاویه دارد و زاویه‌های آن ۶۰ درجه هستند. پس مجموع زاویه‌های مثلث ۱۸۰ درجه است.



راه اثبات فاطمه

مثلی را در نظر می‌گیریم و از رأس A خط d موازی BC رسم می‌کنیم.



$$\left. \begin{array}{l} \text{مورب } AB \text{ و } d \parallel BC \Rightarrow \hat{B} = \hat{A}_1 \\ \text{مورب } AC \text{ و } d \parallel BC \Rightarrow \hat{C} = \hat{A}_3 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \hat{A}_2 + \hat{A}_1 + \hat{A}_3 = 180^\circ$$

(۱) راه حل زهرا معتبر است و راه حل فاطمه اعتبار کافی ندارد.

(۲) راه حل زهرا اعتبار کافی ندارد. راه حل فاطمه هم اعتبار کافی ندارد.

(۳) راه حل زهرا معتبر است. راه حل فاطمه هم معتبر است.

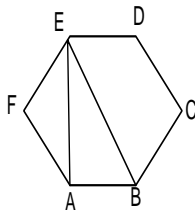
(۴) راه حل فاطمه معتبر است و راه حل زهرا اعتبار کافی ندارد.

گزینه (۴):

فاطمه با استفاده از اطلاعات مسئله و حقایق و اصول شناخته شده به حکم مسئله دست یافته است و بنابراین روش او معتبر است. اما زهرا فقط در حالت خاصی که مثلث متساوی الاضلاع باشد، نتیجه گیری کرده است و اگر هم استدلال او برای مثلث متساوی الاضلاع درست باشد، نمی‌توان این استدلال به هر مثلث دلخواهی تعمیم داد.

۲۶- شش ضلعی $ABCDEF$ منتظم و مساحت مثلث AEB برابر با $۳۲\sqrt{۳}$ می‌باشد. اندازه \overline{AE} برابر با چند است؟ (اردبیل و آذربایجان غربی)

(۹۵)



(ب) $۴\sqrt{۳}$

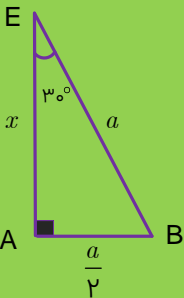
(الف) $۲\sqrt{۳}$

(د) ۸

(ج) $۸\sqrt{۳}$

گزینه (۳):

اگر شش ضلعی را درون یک دایره محیطی فرض کنید، آنگاه زاویه \hat{AEB} رو به یک کمان ۶۰ درجه است، پس $\hat{AEB} = ۳۰^\circ$. زاویه \hat{ABE} رو به کمان ۱۲۰ درجه است، پس $\hat{ABE} = ۶۰^\circ$. در نتیجه زاویه \hat{BAE} قائمه است. در مثلث قائم الزاویه، ضلع مقابل به زاویه ۳۰° نصف وتر است.



$$x^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3}{4}a^2 \rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\text{مساحت مثلث} = (x \times \frac{a}{2}) \div 2 = 32\sqrt{3} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}a \times \frac{a}{2} = 32\sqrt{3} \rightarrow a^2 = 256 \rightarrow a = 16$$

$$AE = x = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 16 = 8\sqrt{3}$$

۲۷- اگر $a^2 + b^2 = 0$ و $x = 0/3$ باشد، حاصل عبارت $\frac{(a+b)^6 + (a+b)^4 + (a+b)^2}{(a+2x)(a-2x) + (b-2x)(b+2x)} = ?$ برابر با کدام گزینه است؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

- الف) صفر (ب) $0/72$ (ج) $-0/72$ (د) $-\frac{25}{18}$

گزینه (۱):

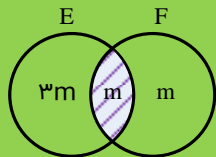
$$\langle a^2 + b^2 = 0 \rightarrow a = 0, b = 0 \rangle \rightarrow \frac{(a+b)^6 + (a+b)^4 + (a+b)^2}{(a+2x)(a-2x) + (b-2x)(b+2x)} = \frac{0+0+0}{-4x^2 - 4x^2 - 8x^2} = \frac{0}{-16x^2} = 0$$

۲۸- در یک کلاس ۴۰ نفری، دانش آموزان حداقل یکی از زبان‌های انگلیسی یا فرانسه را می‌دانند. تعداد دانش آموزانی که زبان انگلیسی را می‌دانند ۲ برابر تعداد دانش آموزانی است که زبان فرانسه می‌دانند و همچنین ۴ برابر تعداد دانش آموزانی است که هر دو زبان را می‌دانند. بر این اساس تعداد دانش آموزانی که زبان انگلیسی را می‌دانند چند نفر است؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

- الف) ۲۰ (ب) ۲۴ (ج) ۳۰ (د) ۳۲

گزینه (۴):

E مجموعه دانش آموزانی است که انگلیسی را می‌دانند و F مجموعه دانش آموزانی است که فرانسه را می‌دانند. اگر تعداد کسانی که هر دو زبان را می‌دانند m بنامیم، آنگاه داریم؛



$$n(E) = 4n(F \cup E) \rightarrow n(E) = 4m \rightarrow n(E - F) = 3m$$

$$n(E) = 2n(F) \rightarrow n(F) = 2m \rightarrow n(F - E) = m$$

$$n(F \cup E) = 40 \rightarrow m + 3m + m = 40 \rightarrow m = 8 \rightarrow n(E) = 4m = 32$$

۲۹- حاصل عبارت $\sqrt{7 + \sqrt{13}} - \sqrt{7 - \sqrt{13}} = ?$ کدام است؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

- الف) $\sqrt{2}$ (ب) $\sqrt{3}$ (ج) ۲ (د) $\sqrt{5}$

گزینه (۱):

$$\sqrt{7 + \sqrt{13}} - \sqrt{7 - \sqrt{13}} = x \rightarrow x^2 = (\sqrt{7 + \sqrt{13}} - \sqrt{7 - \sqrt{13}})^2 = 7 + \sqrt{13} + 7 - \sqrt{13} - 2\sqrt{7 + \sqrt{13}} \times \sqrt{7 - \sqrt{13}}$$

$$= 14 - 2\sqrt{(7 + \sqrt{13})(7 - \sqrt{13})} = 14 - 2\sqrt{49 - 13} = 14 - 2\sqrt{36} = 14 - 12 = 2$$

$$\rightarrow x = \sqrt{2}$$

۳۰- اگر $A \subseteq B \subseteq C$ باشد آنگاه کدام یک از مجموعه‌های زیر همواره تهی می‌باشد؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

- الف) $A \cup (B - C)$ (ب) $B - (A \cap C)$ (ج) $(B - C) \cup (B - A)$ (د) $(A - B) \cap (C - B)$

گزینه (۴):

چون $A - B = \emptyset$ و اشتراک تهی با هر مجموعه ای تهی است.

$$A \subseteq B \rightarrow A - B = \emptyset, A \cap B = A, A \cup B = B, B - A = A'$$

$$B \subseteq C \rightarrow B - C = \emptyset, B \cap C = B, B \cup C = C$$

۳۱- مجموعه $A = \{x \mid x^2 \in \mathbb{N}, x \leq 4\}$ و $B = \{x^2 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 4\}$ مفروض است. مجموعه $A \cap B$ دارای چند زیرمجموعه می باشد؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

- (الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳ (د) ۴

گزینه (۴):

$$\left. \begin{aligned} A &= \{\dots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\} \\ B &= \{1, 4, 9, 16\} \end{aligned} \right\} \rightarrow A \cap B = \{1, 4\} \rightarrow 2^2 = 4$$

تعداد زیرمجموعه ها ۴ = ۲^۲

۳۲- کدامیک از اعداد زیر بین دو عدد $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ قرار دارد؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

- (الف) $\frac{23}{32}$ (ب) $\frac{13}{18}$ (ج) $\frac{23}{30}$ (د) $\frac{5}{6}$

گزینه (۳):

کسر $\frac{46}{60} = \frac{23}{30}$ بین دو کسر قرار دارد. $\frac{3}{4} = \frac{45}{60} < \frac{46}{60} < \frac{4}{5} = \frac{48}{60}$

۳۳- اگر $x^2 < x$ و $\sqrt{y^2} = -y$ باشد، در این صورت کدامیک از گزینه های زیر همواره درست است؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

- (الف) $\frac{1}{x} < 1$ (ب) $xy > 0$ (ج) $xy \leq y$ (د) $xy < 0$

گزینه (۴):

$$\left. \begin{aligned} x^2 < x &\rightarrow 0 < x < 1 \\ \sqrt{y^2} = -y &\rightarrow y < 0 \end{aligned} \right\} \frac{1}{x} > 1, xy < 0, y > xy > 0$$

۳۴- اگر $a - c = 3$ و $b + a = 5$ باشد، مقدار عددی عبارت $bc - ac + c^2 - ab$ برابر با چند است؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

- (الف) -۸ (ب) -۶ (ج) -۴ (د) -۲

گزینه (۲):

$$a - c = 3 \rightarrow a = 3 + c \xrightarrow{b+a=5} b + 3 + c = 5 \rightarrow b + c = 2$$

$$\underline{bc} - \underline{ac} + \underline{c^2} - \underline{ab} = c(b+c) - a(b+c) = (b+c)(c-a) = 2 \times (-3) = -6$$

۳۵- ساده شده عبارت $\frac{x^2 - 2xy + y^2 - x + y}{x^2 - xy - x}$ برابر با کدام گزینه است؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

- (الف) $\frac{x-y}{x}$ (ب) $\frac{y-x}{x}$ (ج) $-y$ (د) y

گزینه (۱):

$$\frac{x^2 - 2xy + y^2 - x + y}{x^2 - xy - x} = \frac{(x-y)^2 - (x-y)}{x(x-y-1)} = \frac{(x-y)(x-y-1)}{x(x-y-1)} = \frac{x-y}{x}$$

۳۶- اگر $\frac{\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{x-1}\right)}{\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{x-1}\right)} = \frac{1}{15}$ باشد، مقدار x برابر با چند است؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

- الف) ۳ ب) ۴ ج) ۵ د) ۶

گزینه (۴):

$$\frac{\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \dots \times \frac{x-2}{x-1}}{\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \dots \times \frac{x}{x-1}} = \frac{1}{x-1} = \frac{2}{x(x-1)} = \frac{1}{15} \rightarrow x(x-1) = 30 \rightarrow 6(6-1) = 30 \rightarrow x = 6$$

۳۷- دو کره داریم که شعاع یکی، ۲ برابر دیگری است. اگر کره کوچک را داخل کره بزرگ قرار دهیم، حجم فضای بین دو کره، چه کسری از حجم کره بزرگتر است؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

- الف) $\frac{7}{8}$ ب) $\frac{3}{4}$ ج) $\frac{5}{6}$ د) $\frac{1}{2}$

گزینه (۱):

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi r^3, \quad V_1 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{r}{2}\right)^3 \rightarrow V_2 - V_1 = \frac{4}{3} \pi r^3 \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{4}{3} \times \frac{7}{8} \pi r^3 \rightarrow \frac{V_2 - V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3} \times \frac{7}{8} \pi r^3}{\frac{4}{3} \pi r^3} = \frac{7}{8}$$

۳۸- یک تاس شش وجهی را طوری ساخته‌اند که احتمال ظاهر شدن عدد ۲ در آن $\frac{1}{5}$ است. احتمال ظاهر شدن عددی زوج در یک بار پرتاب این تاس چقدر است؟ (اعداد غیر از ۲ هم شانس هستند) (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

گزینه (۳):

چون احتمال ظاهر شدن عدد ۲ برابر $\frac{1}{5}$ است، پس احتمال ظاهر شدن کل سایر عددها برابر $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ است. چون شانس سایر عددها با هم برابر است و در کل ۵ عدد هستند، پس احتمال $\frac{4}{5}$ به نسبت مساوی بین آنها تقسیم میشود و در نتیجه احتمال هر عدد برابر است. $\frac{4}{5} \div 4 = \frac{1}{5}$ است. احتمال ظاهر شدن عدد زوج یعنی احتمال رخداد یکی از عددهای ۲، ۴ یا ۶ که به صورت زیر است:

$$\frac{1}{5} + \frac{4}{25} + \frac{4}{25} = \frac{13}{25}$$

- الف) $\frac{3}{5}$ ب) $\frac{12}{25}$ ج) $\frac{13}{25}$ د) $\frac{3}{4}$

۳۹- عبارت $\frac{4}{\sqrt{\sqrt{20} - 4}} = ?$ با کدامیک از عبارتهای زیر برابر است؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

الف) $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{5}-1}}$ ب) $\frac{\sqrt{\sqrt{20}-4}}{\sqrt{\sqrt{20}+4}}$ ج) $\sqrt{4\sqrt{20}+16}$ د) $4\sqrt{\sqrt{20}-4}$

گزینه (۳):

$$\frac{4 \times \sqrt{\sqrt{20}-4}}{\sqrt{\sqrt{20}-4} \times \sqrt{\sqrt{20}-4}} = \frac{4\sqrt{\sqrt{20}-4}}{\sqrt{20}-4} \times \frac{\sqrt{20}+4}{\sqrt{20}+4} = \frac{4\sqrt{\sqrt{20}-4}(\sqrt{20}+4)}{4} = (\sqrt{20}+4)\sqrt{\sqrt{20}-4} = \sqrt{(\sqrt{20}+4)^2(\sqrt{20}-4)}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{20}+4)(\sqrt{20}+4)(\sqrt{20}-4)} = \sqrt{4(\sqrt{20}+4)} = \sqrt{4\sqrt{20}+16}$$

۴۰- حاصل تقسیم مقابل کدام است؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

$(x^2 + 2x - 35)(x^2 - 2x - 35) \mid x^2 - 25$

الف) $x^2 + 49$ ب) $x^2 - 14x + 49$ ج) $x^2 + 14x - 49$ د) $x^2 - 49$

گزینه (۴):

$$\frac{(x^2 + 2x - 35)(x^2 - 2x - 35)}{x^2 - 25} = \frac{(x-5)(x+7)(x+5)(x-7)}{(x-5)(x+5)} = x^2 - 49$$

۴۱- حاصل عبارت $? = 8^{30} \div 4^{-45} \times 2^{75} + 2^{-105}$ به صورت عددی توان‌دار در کدام گزینه آمده است؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

الف) 2^{-106} ب) 2^{-104} ج) 2^{-30} د) 2^{-210}

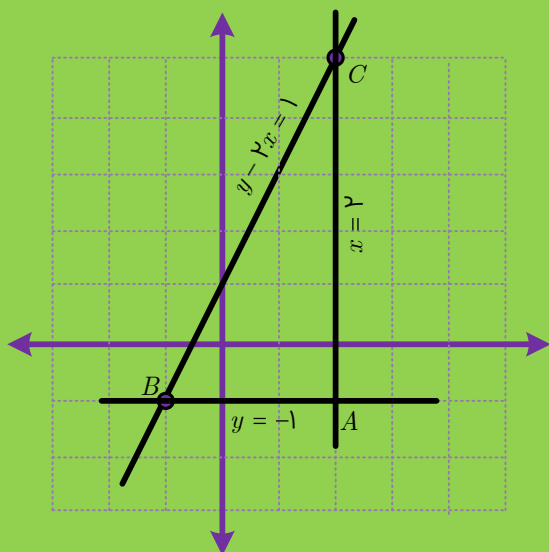
گزینه (۲):

$$2^{-105} + 2^{75} \times 4^{-45} \div 8^{30} = 2^{-105} + 2^{75} \times (2^2)^{-45} \div (2^3)^{30} = 2^{-105} + 2^{75} \times 2^{-90} \div 2^{90} = 2^{-105} + 2^{-15} \div 2^{90} = 2^{-105} + 2^{-105} = 2 \times 2^{-105} = 2^{-104}$$

۴۲- سه خط $x = 2$ و $y = -1$ و $y - 2x = 1$ مفروض‌اند، مطلوب است محیط شکلی که از برخورد این سه خط بدست آمده است؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

الف) $12\sqrt{5}$ ب) $9 + 3\sqrt{5}$ ج) 9 د) $8 + \sqrt{34}$

گزینه (۲):



$$BC^2 = 6^2 + 3^2 = 45 \rightarrow BC = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$\Delta ABC \text{ محیط مثلث } 3 + 6 + 3\sqrt{5} = 9 + 3\sqrt{5}$$

۴۳- طول اضلاع مثلثی ۱۲، ۱۷ و ۲۱ سانتی‌متر است. این مثلث با مثلث دیگری که محیط آن ۲۰ سانتی‌متر می‌باشد، متشابه است. طول

کوچکترین ضلع مثلث دیگر کدام است؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

۴/۲ (د)

۴/۸ (ج)

۳/۴ (ب)

۲/۴ (الف)

گزینه (۳):

نسبت تشابه بین اضلاع دو مثلث، بین محیط دو مثلث نیز برقرار است. محیط مثلث اول برابر $12 + 17 + 21 = 50$ است.

$$\frac{\text{نسبت تشابه}}{\text{محیط مثلث اول}} = \frac{\text{محیط مثلث دوم}}{\text{محیط مثلث اول}} = \frac{20}{50} = \frac{2}{5} \quad \frac{\text{طول کوچکترین ضلع مثلث دوم}}{\text{طول کوچکترین ضلع مثلث اول}} = \frac{2}{5} = \frac{x}{12} \rightarrow x = \frac{12 \times 2}{5} = 4/8$$

۴۴- دو بردار $\vec{a} = \begin{bmatrix} m-1 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\vec{b} = (n+2)\vec{j} - 7\vec{i}$ نسبت به محور طول، قرینه یکدیگر هستند. مقدار mn کدام است؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

۶ (د)

-۶ (ج)

-۳۰ (ب)

۳۰ (الف)

گزینه (۱):

دو بردار در صورتی نسبت به محور طول قرینه یکدیگرند که طول آنها با هم برابر و عرض آنها قرینه هم باشد.

$$\left\{ \begin{array}{l} m-1 = -7 \rightarrow m = -6 \\ n+2 = -3 \rightarrow n = -5 \end{array} \right\} \rightarrow mn = (-6)(-5) = 30$$

۴۵- نماد علمی حاصل عبارت $723 \times 10^{-1395} + 0.65 \times 10^{-1394}$ کدام است؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

۷ / ۲۳۶۵ $\times 10^{-1394}$ (ب)

۷ / ۲۳۶۵ $\times 10^{-1393}$ (الف)

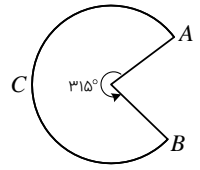
۷ / ۲۳۶۵ $\times 10^{-1396}$ (د)

۷ / ۲۳۶۵ $\times 10^{-1395}$ (ج)

گزینه (۱):

$$\begin{aligned} 0/065 \times 10^{-1394} + 723 \times 10^{-1395} &= 0/065 \times 10^{-1394} + 72/3 \times 10^{-1394} = (0/065 + 72/3) \times 10^{-1394} \\ &= 72/365 \times 10^{-1394} = 7/2365 \times 10^{-1393} \end{aligned}$$

۴۶- فرض کنید مساحت دایره مقابل برابر با 400π باشد. در این صورت با توجه به شکل طول کمان ACB برابر است با: (اردبیل و آذربایجان غربی)



- (الف) 15π
- (ب) 25π
- (ج) 35π
- (د) 45π

گزینه (۳):

$$\begin{aligned} \pi r^2 &= 400\pi \rightarrow r^2 = 400 \rightarrow r = 20 \\ ACB &= \frac{315}{360} \times 2\pi r = \frac{315}{360} \times 2\pi \times 20 = 35\pi \end{aligned}$$

۴۷- آزمونی شامل ۱۰ سؤال ریاضی با ضریب ۵ و ۱۰ سؤال علوم با ضریب ۴ می باشد. اگر شرکت کننده ای بخواهد حداقل ۶۰ درصد نمره را کسب کند و فقط به ۶ سؤال علوم پاسخ صحیح داده باشد، دست کم باید به چند سؤال ریاضی حتماً پاسخ صحیح بدهد؟ (آزمون نمره منفی ندارد) (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

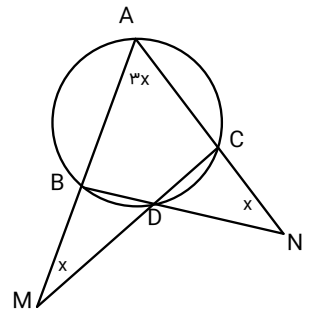
- (الف) ۴
- (ب) ۵
- (ج) ۶
- (د) ۷

گزینه (۳):

تعداد سؤالات ریاضی که باید درست پاسخ دهد را با متغیر n نشان می دهیم. کل نمره آزمون برابر است با: $(10 \times 5) + (10 \times 4) = 90$ ، بنابراین ۶۰٪ نمره برابر است با: $90 \times \frac{60}{100} = 54$ و در نتیجه؛

$$6 \times 4 + 5n \geq 54 \rightarrow 5n \geq 30 \rightarrow n \geq 6$$

۴۸- در شکل مقابل \hat{x} چند درجه است؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

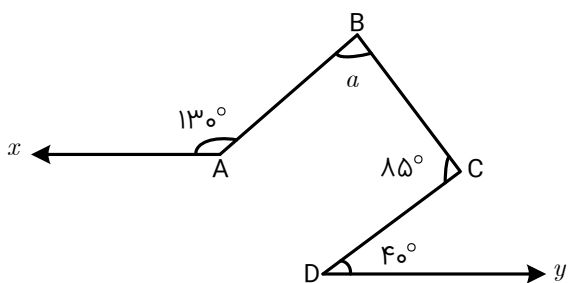


- (الف) $22/5$
- (ب) ۲۵
- (ج) $27/5$
- (د) ۳۰

گزینه (۱):

اگر قطر AD را رسم کنیم مشخص می شود که دو زاویه ACD و ABD روبروی قطر هستند و اندازه هر کدام 90° است. پس در مثلث ACM داریم؛ $3x + x = 180 - 90 \rightarrow 4x = 90 \rightarrow x = 22/5$

۴۹- در شکل مقابل $ax \parallel Dy$ می باشد. در این صورت مقدار a برابر چند درجه است؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)



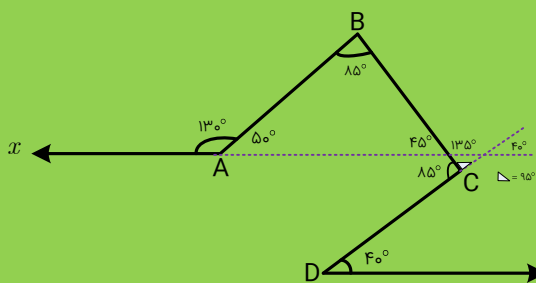
(ب) ۸۰

(الف) ۷۵

(د) ۹۰

(ج) ۸۵

گزینه (۳):



۵۰- طول ضلع یک مربع ۲/۵ برابر طول ضلع یک مثلث متساوی الاضلاع است. طول ضلع مربع حداکثر چقدر باشد تا مجموع محیط‌های

دو شکل از ۶۵ بیشتر نشود؟ (اردبیل و آذربایجان غربی ۹۵)

(د) ۱۲/۵

(ج) ۱۰

(ب) ۷/۵

(الف) ۵

گزینه (۴):

طول ضلع مربع را x و طول ضلع مثلث را y در نظر بگیرید:

$$x = 2/5y \rightarrow y = 5/2x$$

$$4x + 3y \leq 65 \rightarrow 4x + 3(5/2x) \leq 65 \rightarrow \frac{26}{5}x \leq 65 \rightarrow x \leq 65 \times \frac{5}{26} \rightarrow x \leq 12/5$$

۵۱- اگر $A \cap B = A$ و $C \subseteq A$ باشد، حاصل عبارت $(A - B) \cup (C \cup B)$ کدام است؟ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

(۱) B (۲) B (۳) $\{ \}$ (۴) $C \cup A$

گزینه (۱):

$$\left. \begin{array}{l} A \cap B = A \rightarrow A \subseteq B \rightarrow A - B = \emptyset \\ A \subseteq B, C \subseteq A \rightarrow C \subseteq B \rightarrow C \cup B = B \end{array} \right\} \rightarrow (A - B) \cup (C \cup B) = \emptyset \cup B = B$$

۵۲- دو تاس را هم زمان می‌اندازیم. چقدر احتمال دارد، مجموع اعداد رو شده برابر ۱۰ باشد؟ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{7}{36}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{18}$

گزینه (۳):

مجموعه حالت‌هایی که مجموع دو عدد رو شده ۱۰ باشد، به صورت $A = \{(۴, ۶), (۵, ۵), (۶, ۴)\}$ پس $n(A) = ۳$. احتمال مورد نظر

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳}{۳۶} = \frac{۱}{۱۲}$$

برابر است با؛

۵۳- اگر $D = \{x \in \mathbb{R} \mid -۳ \leq x < ۹\}$ باشد، کدام گزینه درست است؟ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

(۱) عددی که هم گویا و هم گنگ باشد، در مجموعه D قرار دارد.

(۲) عدد $-۳ + \sqrt[۳]{-۲۷}$ به مجموعه D تعلق دارد.

(۳) مجموعه D با مجموعه $\{x \in \mathbb{Z} \mid -۳ \leq x < ۹\}$ مساوی است.

(۴) $\left(\sqrt{۱۹} + \frac{۱۱}{۳}\right) \in D$

گزینه (۴):

(۱): عددی که هم گویا و هم گنگ باشد، وجود ندارد. (۲): $-۳ + \sqrt[۳]{-۲۷} = -۳ - ۳ = -۶ \notin D$

(۳): مجموعه $D \supseteq \{x \in \mathbb{Z} \mid -۳ \leq x < ۹\}$ (۴): $\sqrt{۱۹} + \frac{۱۱}{۳} \simeq ۴/۳ + ۳/۶ = ۷/۲ \in D$

۵۴- کدام عبارت درست نیست؟ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

(۱) هر نقطه روی نیمساز زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.

(۲) در یک دایره اگر دو کمان برابر باشند، آنگاه وترهای نظیر آنها با هم برابرند.

(۳) در هر متوازی الاضلاع، هر دو رأس مقابل، از قطر بین آنها به یک اندازه است.

(۴) اگر چهارضلعی $ABCD$ مربع نباشد، می‌توان نتیجه گرفت که همه ضلع‌های $ABCD$ با هم برابر نیست

گزینه (۴):

ممکن است چهارضلعی لوزی باشد و همه ضلع‌های آن با هم برابر باشد.

۵۵- کدام عبارت درست است؟ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

(۱) $\left(\frac{3}{4}\right)^F > (0.75)^3$ (۲) $6^{-2} = -\frac{2}{6}$ (۳) $\frac{33}{7} \times 10^{-2} > 0.0029 \times 10^2$ (۴) $\sqrt{(-1)^2} = -1$

گزینه (۳):

(۱): \square اعداد بین ۰ و ۱ هر چه توان شان بزرگ تر باشد، حاصل کوچک تر می شود. $\left(\frac{3}{4}\right)^F < \left(\frac{3}{4}\right)^3$ (۲): \square $6^{-2} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36} \neq -\frac{2}{6}$

(۳): \square $\frac{33}{7} \times 10^{-2} = 0.337$, $0.0029 \times 10^2 = 0.29 \rightarrow 0.337 > 0.29$ (۴): \square $\sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1$

۵۶- ساده شده عبارت $\sqrt[3]{24} - 4\sqrt{50} + 10\sqrt{8} - \sqrt[3]{3}$ کدام گزینه است؟ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

(۱) $\sqrt[3]{3}$ (۲) $10\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt[3]{3} + 2\sqrt{2}$

گزینه (۱):

$\sqrt[3]{24} - 4\sqrt{50} + 10\sqrt{8} - \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{\lambda \times 3} - 4\sqrt{25 \times 2} + 10\sqrt{4 \times 2} - \sqrt[3]{3} = 2\sqrt[3]{3} - 20\sqrt{2} + 20\sqrt{2} - \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3}$

۵۷- حاصل عبارت $|3\sqrt{2} - \sqrt[3]{27}| + |-3 - \sqrt{18}|$ کدام است؟ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

(۱) $6 + 6\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{18}$ (۳) ۰ (۴) ۶

گزینه (۲):

$|3\sqrt{2} - \sqrt[3]{27}| + |-3 - \sqrt{18}| = \frac{3\sqrt{2} - 3}{>0} + \frac{-3 - 3\sqrt{2}}{<0} = 3\sqrt{2} - 3 + 3 + 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} = 2\sqrt{18}$

۵۸- کدام گزینه درست است؟ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

(۲) اگر $a^2 > b^2$ همواره می توان نتیجه گرفت که $a > b$

(۱) اگر $\frac{a^2}{bc} > 0$ باشد، آنگاه $\frac{b}{c} < 0$

(۴) اگر $x \neq 0$ باشد $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 - 2$

(۳) $(2x + y)^2 - (2x - y)^2 = 4xy$

گزینه (۳):

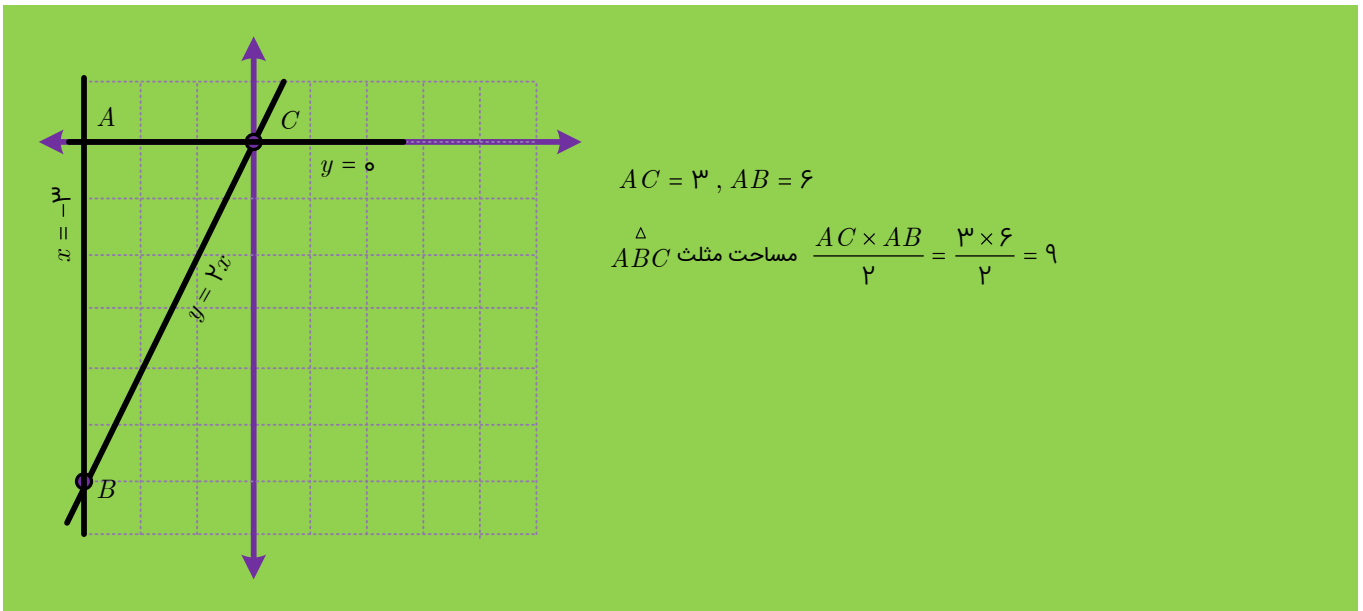
(۱): \square $\frac{a^2}{bc} > 0 \rightarrow bc > 0$ یعنی هر دو متغیر b و c هم علامت هستند، پس $\frac{b}{c} > 0$ (۲): \square اگر $a^2 > b^2$ ، آنگاه $|a| > |b|$

(۳): \square $(2x + y)^2 - (2x - y)^2 = 4x^2 + 4xy + y^2 - (4x^2 - 4xy + y^2) = 8xy$ (۴): \square $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$

۵۹- مساحت شکلی که از برخورد سه خط $y = 0$ و $x = -3$ و $y = 2x$ به دست می آید کدام است؟ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

(۱) ۱۸ (۲) ۹ (۳) ۱۴ (۴) ۱۱

گزینه (۲):



۶۰- خطی که از دو نقطه $A = \begin{bmatrix} m \\ 2-m \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، با خط $y = mx - 1$ موازی است. مقدار m^2 کدام است؟ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

۲ (۴)

۱ (۳)

۰ (۲)

۴ (۱)

گزینه (۱):

شیب خطی که از دو نقطه A و B می‌گذرد برابر است با؛ $\frac{3 - (2 - m)}{-1 - m} = \frac{1 + m}{-(1 + m)} = -1$ و شیب خط $y = mx - 1$ برابر $\frac{m}{2}$ است.

پس داریم؛ $\frac{m}{2} = -1 \rightarrow m = -2 \rightarrow m^2 = (-2)^2 = 4$

۶۱- ساده شده عبارت $\frac{3a^{12} - 6a^{30}}{2a^7 - 4a^{25}}$ کدام است؟ $a \neq 0$ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

$-\frac{2}{3}a^6$ (۴)

$-\frac{3}{2}a^7$ (۳)

$\frac{2}{3}a^6$ (۲)

$\frac{3}{2}a^5$ (۱)

گزینه (۱):

$$\frac{3a^{12} - 6a^{30}}{2a^7 - 4a^{25}} = \frac{3a^{12}(1 - 2a^{18})}{2a^7(1 - 2a^{18})} = \frac{3}{2}a^5$$

۶۲- حاصل عبارت $\frac{x^{10} - b^{10}}{b^{10} - x^{10}} \times \frac{x^2 - 2x + 1}{2x - x^2 - 1}$ کدام است؟ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

۱ (۴)

$\frac{4ax}{b}$ (۳)

$\frac{x-1}{x^2}$ (۲)

-۱ (۱)

گزینه (۴):

$$\frac{x^{10} - b^{10}}{b^{10} - x^{10}} \times \frac{x^2 - 2x + 1}{2x - x^2 - 1} = \frac{-(b^{10} - x^{10})}{b^{10} - x^{10}} \times \frac{(x-1)^2}{-(x-1)^2} = (-1) \times (-1) = 1$$

۱۳- عبارت $\frac{3}{((2x-1)^2)^3 + 4}$ به ازای کدام عدد تعریف نشده است؟ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) به ازای همه مقادیر تعریف شده است

گزینه (۴):

چون همواره $(2x-1)^2 \geq 0$ بنابراین $((2x-1)^2)^3 + 4 > 0$. پس مخرج کسر هیچگاه برابر صفر نمی‌شود.

۱۶- اگر $5^{2x-y+1} = 2^{x+y-4}$ باشد، حاصل $x^2 + y^2$ کدام است؟ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

- (۱) ۹ (۲) ۱۹ (۳) ۱۶ (۴) ۱۰

گزینه (۴):

$$5^{2x-y+1} = 2^{x+y-4} \rightarrow \frac{5^{2x+1}}{5^y} = \frac{2^{x+y}}{2^4} \rightarrow 5^{2x+1} \times 2^4 = 5^y \times 2^{x+y} \rightarrow \begin{cases} 2x+1 = y \\ x+y = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases} \rightarrow x^2 + y^2 = 10$$

۱۷- مقدار m چقدر باشد تا خط $3my - (3m-5)x - m = 0$ موازی محور طول باشد؟ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) ۰ (۴) ۲

گزینه (۲):

برای این منظور در معادله خط باید ضریب متغیر x برابر صفر شود. پس $3m - 5 = 0 \rightarrow m = \frac{5}{3}$

۱۸- اگر $x + \frac{1}{x} = 3$ باشد، حاصل عبارت $-\frac{1}{x^2} + 5 - x^2$ کدام است؟ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

- (۱) ۱۲ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۱۲

گزینه (۳):

$$-\frac{1}{x^2} + 5 - x^2 = -(x^2 + \frac{1}{x^2} - 5) = -((x + \frac{1}{x})^2 - 7) = -(3^2 - 7) = -2$$

۱۹- معادله خطی که از دو نقطه $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -5 \\ -7 \end{bmatrix}$ می‌گذرد کدام است؟ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

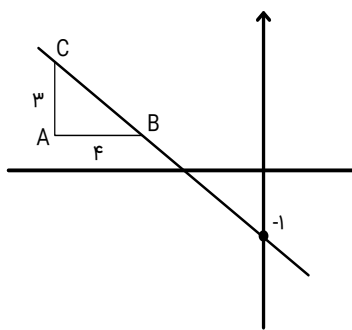
- (۱) $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$ (۲) $3y = 10x + 20$ (۳) $y = \frac{10}{3}x + 1$ (۴) $3y = 10x + 29$

گزینه (۴):

شیب خط برابر است با؛ $a = \frac{-7 - (-2)}{-5 - (-2)} = \frac{-5}{-3} = \frac{5}{3}$. بنابراین با جایگذاری یکی از نقاط مانند $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ در معادله کلی خط داریم؛

$$y = \frac{10}{3}x + b \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} \rightarrow 3 = \frac{10}{3}(-2) + b \rightarrow b = 3 + \frac{20}{3} = \frac{29}{3} \rightarrow y = \frac{10}{3}x + \frac{29}{3} \rightarrow 3y = 10x + 29$$

۲۰- با توجه به شکل مقابل، معادله خط d کدام است؟ ($\overline{AB} = 4, \overline{AC} = 3$) (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)



$$(1) \quad 3y = 4x - 1$$

$$(2) \quad y = \frac{-4}{3}x - 1$$

$$(3) \quad y = -\frac{3}{4}x - 1$$

$$(4) \quad y = \frac{4}{3}x - 2$$

گزینه (۳):

با توجه به شکل، شیب خط برابر $a = -\frac{3}{4}$ و عرض از مبدأ خط برابر $b = -1$ است. پس داریم: $y = -\frac{3}{4}x - 1$

۶۹- اگر $a^2 + b^2 = 4ab$ باشد حاصل $\frac{(a-b)^6}{(a+b)^6}$ برابر است با (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

$$(4) \quad \frac{8}{27}$$

$$(3) \quad \frac{2}{27}$$

$$(2) \quad \frac{1}{27}$$

$$(1) \quad \frac{1}{81}$$

گزینه (۲):

$$\frac{(a-b)^6}{(a+b)^6} = \left[\frac{(a-b)^2}{(a+b)^2} \right]^3 = \left[\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 + 2ab + b^2} \right]^3 = \left[\frac{4ab - 2ab}{4ab + 2ab} \right]^3 = \left[\frac{2ab}{6ab} \right]^3 = \left(\frac{1}{3} \right)^3 = \frac{1}{27}$$

۷۰- ساده شده عبارت $\frac{3^{-5} \div 3^{-3}}{8^{-2} \times \left(\frac{1}{4} \right)^{-2}}$ کدام است؟ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

$$(4) \quad 6^{-2}$$

$$(3) \quad \left(\frac{2}{3} \right)^2$$

$$(2) \quad 3^{-2}$$

$$(1) \quad \left(\frac{3}{2} \right)^2$$

گزینه (۳):

$$\frac{3^{-5} \div 3^{-3}}{8^{-2} \times \left(\frac{1}{4} \right)^{-2}} = \frac{3^{-5-(-3)}}{(\lambda \times \frac{1}{4})^{-2}} = \frac{3^{-2}}{2^{-2}} = \left(\frac{3}{2} \right)^{-2} = \left(\frac{2}{3} \right)^2$$

۷۱- یک کره را در یک استوانه به ارتفاع h قرار داده‌ایم. اگر این کره بر وجه جانبی و دو قاعده استوانه مماس باشد، کدام رابطه درست

است؟ (حجم = v) (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

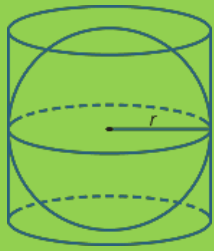
(۴) استوانه $v = \frac{1}{2}v$ کره

(۳) استوانه $v = \frac{2}{3}v$ کره

(۲) استوانه $v = \frac{1}{3}v$ کره

(۱) استوانه $v = \frac{4}{3}v$ کره

گزینه (۳):



$$h = 2r$$

$$\frac{\text{حجم کره}}{\text{حجم استوانه}} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\pi r^2 \times h} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\pi r^2 \times 2r} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{2\pi r^3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

۷۲- از نقطه ای روی سقف یک اتاق مکعب شکل، چهار نخ به رأس‌های کف اتاق وصل می‌کنیم. حجم هرم به وجود آمده، چند برابر حجم اتاق خواهد بود؟ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

(۴) $\frac{1}{4}$ برابر

(۳) $\frac{2}{3}$ برابر

(۲) $\frac{1}{6}$ برابر

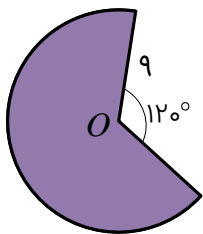
(۱) $\frac{1}{3}$ برابر

گزینه (۱):

ارتفاع هر برابر طول ضلع مکعب است و مساحت قاعده آن نیز برابر مساحت یک وجه مکعب است. پس داریم؛

$$\frac{\text{حجم هرم}}{\text{حجم مکعب}} = \frac{\frac{1}{3}a \times a^2}{a^3} = \frac{1}{3}$$

۷۳- با قسمتی از دایره ای به شعاع ۹ سانتی‌متر مخروطی ساخته‌ایم. شعاع قاعده این مخروط برابر است با (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)



(۹۵)

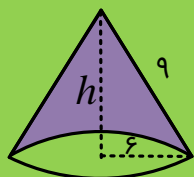
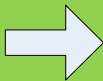
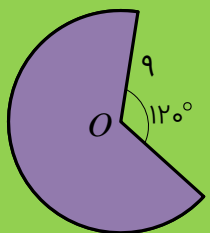
۹ (۱)

۶ (۲)

۳ (۳)

۷ (۴)

گزینه (۲):



$$\text{محیط قاعده مخروط} \quad \frac{240}{360} \times 2\pi \times 9 = \frac{2}{3} \times 2\pi \times 9 = 12\pi$$

$$\text{شعاع قاعده مخروط} \quad \frac{12\pi}{2\pi} = 6$$

۷۴- صفحه کاغذی به شکل مثلث قائم‌الزاویه به اضلاع قائمه ۲ و ۳ سانتی‌متر را حول ضلع ۳ سانتی‌متر به اندازه ۱۸۰ درجه دوران می‌دهیم، حجم شکل به وجود آمده چقدر است؟ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)

(۴) π

(۳) 6π

(۲) 4π

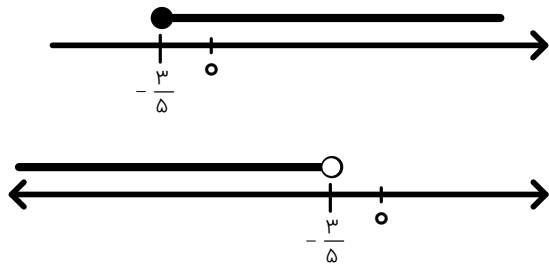
(۱) 2π

گزینه (۱):

شکل حاصل نصف مخروطی است که شعاع قاعده آن ۲ و ارتفاع آن ۳ سانتی متر است. حجم آن برابر است با؛

$$V = \frac{1}{3}(\pi r^2)h \div 2 = \frac{1}{3}(\pi(2)^2) \times 3 \div 2 = 2\pi$$

۷۵- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x}{2} - 3 \geq 3x - \frac{3}{2}$ کدام است؟ (اصفهان و کهگیلویه و بویراحمد ۹۵)



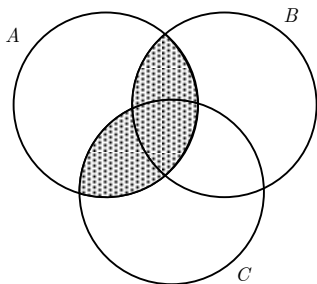
(۱) $\left\{ x \mid x \in R, x \leq \frac{3}{5} \right\}$

(۳) $\left\{ x \mid x \in R, x \leq -\frac{3}{5} \right\}$

گزینه (۳):

$$\frac{x}{2} - 3 \geq 3x - \frac{3}{2} \rightarrow \frac{x}{2} - 3x \geq 3 - \frac{3}{2} \rightarrow -\frac{5}{2}x \geq \frac{3}{2} \rightarrow x \leq \frac{3}{2} \times \left(-\frac{2}{5}\right) \rightarrow x \leq \frac{3}{2} \times \left(-\frac{2}{5}\right) \rightarrow x \leq -\frac{3}{5}$$

۷۶- در شکل مقابل، قسمت هاشور خورده با کدام مجموعه برابر است؟ (البرز و قزوین ۹۵)



- (۱) $(B \cup C) - A$
- (۲) $(A \cup B) \cap C$
- (۳) $(B \cup C) \cap A$
- (۴) $(A \cup C) \cap B$

گزینه (۳):

با توجه به نمودار و ن، قسمت هاشور خورده برابر بخشی از $B \cup C$ است که با A مشترک است.

۷۷- مجموعه $A = \{x^y \mid x, y \in \mathbb{Z}, xy = 4\}$ چند عضو دارد؟ (البرز و قزوین ۹۵)

- (۱) ۳ تا
- (۲) ۴ تا
- (۳) ۶ تا
- (۴) ۵ تا

گزینه (۲):

x و y یکی از زوج مقادیر $(1, 4)$ ، $(4, 1)$ ، $(2, 2)$ ، $(-1, -4)$ ، $(-4, -1)$ و $(-2, -2)$ را می توانند اختیار کنند.

$$A = \{x^y \mid x, y \in \mathbb{Z}, xy = 4\} = \{1^4, 4^1, 2^2, (-1)^{-4}, (-4)^{-1}, (-2)^{-2}\} = \{1, 4, 4, 1, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\} = \{1, 4, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\}$$

۷۸- در نمایش اعشاری کسر $\frac{7}{22}$ مجموع رقم‌های بیستم و پنجاهام بعد از ممیز کدام است؟ (البرز و قزوین ۹۵)

- (۱) ۹
- (۲) ۱۶
- (۳) ۱۱
- (۴) ۲

گزینه (۴):

رقم‌های زوج بعد از اعشار برابر ۱ و رقم‌های فرد برابر ۸ هستند. بنابراین رقم‌های بیستم و پنجاهم هر دو برابر ۱ هستند. $\frac{7}{22} = 0.\overline{318}$

- ۷۹- چندتا از اعداد $\sqrt{(-۲)^۶}$ ، $-۴\sqrt{-۷}$ ، $۲\sqrt{۱۱/۵}$ ، $۲\sqrt[۳]{۱۰}$ ، $۵\sqrt{۲}$ از عدد ۷ بزرگ‌ترند؟ (البرز و قزوین ۹۵)
- (۱) ۳ تا (۲) ۵ تا (۳) ۲ تا (۴) ۴ تا

گزینه (۱):

$$\sqrt{(-۲)^۶} = ۲^۳ = ۸ > ۷ \quad , \quad -۴\sqrt{-۷} = \sqrt[۳]{-۶۴ \times (-۷)} = \sqrt[۳]{۴۴۸} > ۷$$

$$۲\sqrt{۱۱/۵} = \sqrt{۴۴} < ۷ \quad , \quad ۲\sqrt[۳]{۱۰} = \sqrt[۳]{۸۰} < ۷ \quad , \quad ۵\sqrt{۲} = \sqrt{۵۰} > ۷$$

۸۰- می‌دانیم $\sqrt{(-۵)^۴ a^۵ b^۳}$ عددی حقیقی است. در مورد ادعاهای زیر چه می‌توان گفت؟ (البرز و قزوین ۹۵)

ادعای اول: $\sqrt{(-۵)^۴ a^۵ b^۳} = (-۵)^۲ a^۲ b \sqrt{ab}$

ادعای دوم: $\sqrt{(-۵)^۴ a^۵ b^۳} = ۵^۲ a^۲ |b| \sqrt{ab}$

ادعای سوم: $\sqrt{(-۵)^۴ a^۵ b^۳} = ۵^۲ a^۲ \sqrt{ab^۳}$

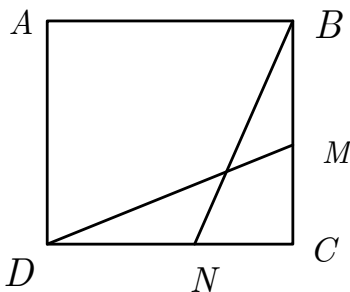
- (۱) هر سه ادعا درست است
(۲) فقط ادعای دوم درست است
(۳) فقط ادعای دوم و سوم درست است
(۴) فقط ادعای اول و دوم درست است

گزینه (۳):

اگر b عددی منفی باشد، ادعای اول درست نیست. اما ادعای دوم با توجه به محاسبات زیر همواره درست است و ادعای سوم نیز چون $b^۳$ هنوز زیر رادیکال است، همواره درست است.

$$\sqrt{(-۵)^۴ a^۵ b^۳} = \sqrt{(-۵)^۴ a^۴ a \times b^۲ b} = |-۵|^۲ |a|^۲ |b| \sqrt{ab} = ۲۵ a^۲ |b| \sqrt{ab}$$

۸۱- در شکل زیر چهارضلعی $ABCD$ مربع و $\overline{DM} = \overline{BN}$ است. اگر $\angle CBN = ۲۵^\circ$ باشد آن‌گاه زاویه DMN چند درجه است؟ (البرز و قزوین ۹۵)



- (۱) ۴۰ درجه
(۲) ۳۰ درجه
(۳) ۲۵ درجه
(۴) ۲۰ درجه

گزینه (۴):

دو مثلث BCN و DCM به حالت (ض ز ض) با هم متشابه اند. بنابراین اجزای متناظر آنها نیز با هم برابرند ($\angle NBC = \angle MDC$ و $MC = NC$). با استفاده از قاعده مجموع زاویه های داخلی مثلث و محاسبات ساده زاویه مورد نظر برابر ۲۰ درجه به دست می‌آید.



۸۲- مزرعه‌ای به شکل مستطیل و ابعاد ۸۰ متر در ۶۰ متر است. در نقشه‌ای محیط این مزرعه ۱۴ سانتی‌متر است. مقیاس نقشه کدام

است؟ (البرز و قزوین ۹۵)

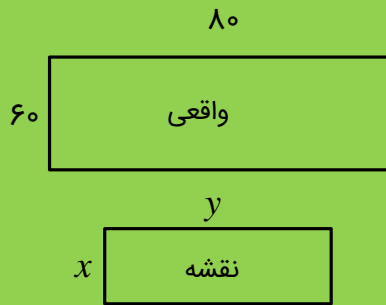
۱ (۴) به ۱۰۰۰

۱ (۳) به ۲۰

۱ (۲) به ۲۰۰۰

۱ (۱) به ۱۰۰

گزینه (۳):



$$\frac{80}{y} = \frac{60}{x} = m \quad \text{نسبت تشابه}$$

$$80x = 60y \rightarrow x = \frac{3}{4}y$$

$$2(x+y) = 14 \rightarrow x+y = 7 \xrightarrow{x=\frac{3}{4}y} \frac{3}{4}y + y = 7 \rightarrow y = 4$$

$$m = \frac{80}{y} = \frac{80}{4} = 20$$

۸۳- نصف عدد $(-2)^{-15}$ برابر است با: (البرز و قزوین ۹۵)

(۴) $(-2)^{-14}$

(۳) $(-2)^{14}$

(۲) $(-2)^{-16}$

(۱) -2^{-16}

گزینه (۱):

$$(-2)^{-15} \div 2 = \frac{1}{(-2)^{15}} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2 \times (-2)^{15}} = \frac{1}{2 \times (-2) \times (-2)^{14}} = \frac{1}{2 \times (-2) \times 2^{14}} = \frac{-1}{2 \times 2 \times 2^{14}} = -\frac{1}{2^{16}} = -2^{-16}$$

۸۴- مجموعه A شامل تمام اعداد چهار رقمی است که حاصل ضرب رقم‌هایش ۹ است. یکی از عضوهای این مجموعه را به تصادف

انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه این عدد کوچکتر از ۳۰۰۰ باشد، کدام است؟ (البرز و قزوین ۹۵)

(۴) $\frac{5}{6}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{3}{5}$

(۱) $\frac{1}{2}$

گزینه (۱):

ارقامی که می‌توانند چنین خاصیتی داشته باشند، رقم‌های ۱، ۱، ۳ و ۳ هستند. بنابراین مجموعه A شامل اعداد چهاررقمی است که با

این ارقام ساخته می‌شود. $A = \{1133, 1313, 1331, 3113, 3131, 3311\}$

B زیرمجموعه از A است که عضوهای آن کمتر از ۳۰۰۰ باشد؛ $B = \{1133, 1313, 1331\}$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(A)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

۸۵- اگر ریشه سوم عدد A برابر $\frac{2}{5}$ باشد، ریشه دوم عدد A برابر است با: (البرز و قزوین ۹۵)

$$\frac{2\sqrt{10}}{25} \quad (۴)$$

$$\sqrt{\frac{2}{5}} \quad (۳)$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{25} \quad (۲)$$

$$\frac{4}{5\sqrt{10}} \quad (۱)$$

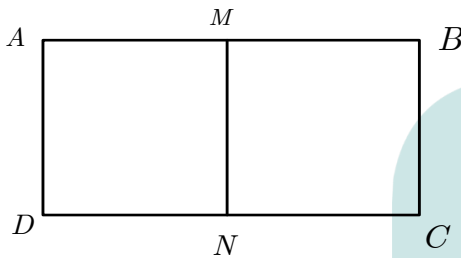
گزینه (۴):

$$\sqrt[3]{A} = \frac{2}{5} \sqrt{A} = ?$$

$$A = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \rightarrow \sqrt{A} = \sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^3} = \sqrt{\frac{2^3}{5^3}} = \frac{2}{5} \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{2}{5} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{2}{5} \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{10}}{25}$$

۸۶- در شکل زیر پاره خط MN وسط طولهای مستطیل $ABCD$ را به هم وصل کرده و دو مربع به وجود آورده است. چند مثلث

قائم‌الزاویه می‌توان رسم کرد که رأس‌های آن‌ها از بین نقاط D, N, M, B, A انتخاب شده باشد؟ (البرز و قزوین ۹۵)



۱ تا ۵

۲ تا ۶

۳ تا ۷

۴ تا ۱۲

گزینه (۳):

$\triangle DAM, \triangle DAB, \triangle NMB, \triangle NMA, \triangle ADN, \triangle ANB, \triangle MND$

۸۷- اگر $a = \sqrt{1395} - \sqrt{1380}$ آن‌گاه ثلث عبارت $\sqrt{1395} + \sqrt{1380}$ کدام است؟ (البرز و قزوین ۹۵)

$$\frac{5}{a} \quad (۴)$$

$$5a \quad (۳)$$

$$45a \quad (۲)$$

$$\frac{15}{a} \quad (۱)$$

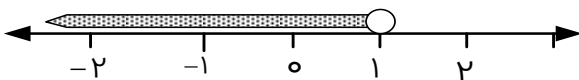
گزینه (۴):

$$a = \sqrt{1395} - \sqrt{1380}, \quad x = \sqrt{1395} + \sqrt{1380}$$

$$ax = \frac{(\sqrt{1395} + \sqrt{1380})(\sqrt{1395} - \sqrt{1380})}{3} = \frac{(\sqrt{1395})^2 - (\sqrt{1380})^2}{3} = \frac{1395 - 1380}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

$$ax = 5 \rightarrow x = \frac{a}{5}$$

۸۸- محور زیر مربوط به مجموعه جواب کدام نامعادله است؟ (البرز و قزوین ۹۵)



$$-3x - 7 < -10 \quad (۱)$$

$$-\frac{2}{5}(x+2) > -\frac{6}{5} \quad (۲)$$

$$(x+3)^2 \leq 15 + x^2 \quad (۳)$$

$$2\left(\frac{3}{5}x - 2\right) > -\frac{14}{5} \quad (۴)$$

گزینه (۲):

محور مقادیر $x < 1$ را نشان می دهد. پس در گزینه ها باید بررسی کنیم که پاسخ کدام نامعادله به صورت $x < 1$ است.

$$(۱): -3x - 7 < -10 \rightarrow -3x < -3 \rightarrow x > 1$$

$$(۲): -\frac{2}{5}(x+2) > -\frac{6}{5} \rightarrow x+2 < (-\frac{5}{2}) \times (-\frac{6}{5}) \rightarrow x+2 < 3 \rightarrow x < 1$$

$$(۳): (x+3)^2 \leq 15 + x^2 \rightarrow x^2 + 6x + 9 \leq 15 + x^2 \rightarrow 6x \leq 6 \rightarrow x \leq 1$$

$$(۴): 2\left(\frac{3}{5}x - 2\right) > -\frac{14}{5} \rightarrow \frac{3}{5}x - 2 > -\frac{7}{5} \rightarrow \frac{3}{5}x > \frac{3}{5} \rightarrow x > 1$$

۸۹- اگر دو خط $y = (3a+1)x - 4$ ، $(2a+6)x + 2y = 0$ موازی باشند، مقدار a کدام است؟ (البرز و قزوین ۹۵)

- ۱) ۵ ۲) -۵ ۳) -۱ ۴) ۱

گزینه (۳):

$$y = (3a+1)x - 4 \rightarrow m_1 = 3a+1$$

$$(2a+6)x + 2y = 0 \rightarrow 2y = -(2a+6)x \rightarrow y = -\frac{(2a+6)}{2}x \rightarrow m_2 = -\frac{(2a+6)}{2}$$

$$m_1 = m_2 \rightarrow 3a+1 = -\frac{(2a+6)}{2} \rightarrow a = -1$$

۹۰- باقی مانده تقسیم $x^2 + 7x + 1395$ بر $x^2 - 1$ کدام است؟ (البرز و قزوین ۹۵)

- ۱) $x+8$ ۲) $x+6$ ۳) $2x+8$ ۴) ۶

گزینه (۱):

خارج قسمت را $Q(x)$ و باقیمانده را $R(x)$ در نظر بگیرید، آنگاه داریم: $(x^2 - 1)Q(x) + R(x) = x^{1395} + x^2 + 7$
این معادله به ازای همه مقادیر x برقرار است. یک راه حل سریع برای حل این مساله آن است که معادله فوق را به ازای ریشه های خارج قسمت یعنی $+1$ و -1 بررسی کنیم. اگر $x = 1$ باشد، داریم:

$$(1^2 - 1)Q(x) + R(x) = 1^{1395} + 1^2 + 7 \rightarrow R(1) = 9$$

اگر $x = -1$ باشد، داریم:

$$((-1)^2 - 1)Q(x) + R(x) = (-1)^{1395} + (-1)^2 + 7 \rightarrow R(-1) = 7$$

از بین گزینه ها فقط $R(x) = x + 8$ به ازای $x = 1$ برابر ۹ و به ازای $x = -1$ برابر ۷ است.

۹۱- چند جمله از جمله های زیر نادرست است؟ (البرز و قزوین ۹۵)

- حجم کره ای به شعاع ۳ برابر است با 36π

- از دوران مثلث قائم الزاویه حول وتر یک مخروط به وجود می آید.

- چهاروجهی منتظم دارای ۶ یال است.

- مساحت جانبی استوانه ای به شعاع قاعده r و ارتفاع r برابر است با $2\pi r^2$

- ۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

گزینه (۳):

✓ حجم کره ای به شعاع ۳ برابر است با $\frac{4}{3}\pi(3)^3 = 36\pi$ ✗ از دوران مثلث قائم الزاویه حول وتر دو مخروط به وجود می‌آید.

✗ چهاروجهی منتظم دارای ۱۲ یال است. ✓ مساحت جانبی استوانه‌ای به شعاع قاعده r و ارتفاع r برابر است با $2\pi r^2$.

۹۲- اگر a عددی صحیح و ناصفر باشد، حاصل عبارت $(-1)^a + \frac{a}{|a|}$ چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟ (البرز و قزوین ۹۵)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

گزینه (۳):

حاصل عبارت را در حالت های زیر بررسی می‌کنیم.

$$(-1)^a + \frac{a}{|a|} = 1 + 1 = 2 \quad a \text{ مثبت و زوج}$$

$$(-1)^a + \frac{a}{|a|} = -1 + 1 = 0 \quad a \text{ مثبت و فرد}$$

$$(-1)^a + \frac{a}{|a|} = 1 - 1 = 0 \quad a \text{ منفی و زوج}$$

$$(-1)^a + \frac{a}{|a|} = -1 - 1 = -2 \quad a \text{ منفی و فرد}$$

۹۳- کدام عامل در تجزیه عبارت $2x^3 + x^2 - 18x - 9$ وجود ندارد؟ (البرز و قزوین ۹۵)

x (۴)

 $2x + 1$ (۳) $x + 3$ (۲) $x - 3$ (۱)

گزینه (۴):

$$2x^3 + x^2 - 18x - 9 = x^2(2x + 1) - 9(2x + 1) = (2x + 1)(x^2 - 9) = (2x + 1)(x - 3)(x + 3)$$

۹۴- در کیسه‌ای مهره‌هایی هم اندازه و هم وزن در ۸ رنگ داریم. اگر از هر رنگ ۵۰ مهره داشته باشیم. حداقل چند مهره از کیسه به صورت

تصادفی برداریم تا مطمئن شویم از ۴ رنگ و از هر کدام حداقل ۵ مهره بیرون آورده‌ایم؟ (البرز و قزوین ۹۵)

۲۰ (۴)

۲۰۰ (۳)

۱۵۵ (۲)

۱۷۱ (۱)

گزینه (۱):

بدترین حالت به صورت زیر است: ۵۰ مهره اولی که بر می‌داریم از رنگ اول باشند، ۵۰ مهره بعدی از رنگ دوم به‌سند و ۵۰ مهره بعدی از رنگ سوم هستند. اکنون در کیسه ۵ نوع رنگ دیگر باقی مانده است. بدترین حالت ممکن آن است که ابتدا از هر رنگ، ۴ مهره برداریم و در نتیجه مهره بعدی که برداریم، یکی از اینها نیز ۵ تایی می‌شوند. پس داریم:

$$(3 \times 50) + (4 \times 5) + 1 = 171$$

۹۵- اگر معادله خط l در دستگاه زیر به صورت $ax + b^2y = c$ باشد آن‌گاه a ، b و c کدام یک از گزینه‌های زیر می‌توانند باشند؟ (البرز و

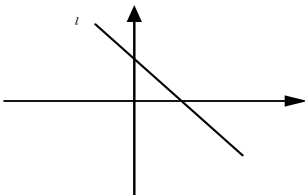
قزوین ۹۵)

$$a = 1, b = 2, c = -10 \quad (1)$$

$$a = 4, b = 2, c = 20 \quad (2)$$

$$a = -1, b = -2, c = 10 \quad (3)$$

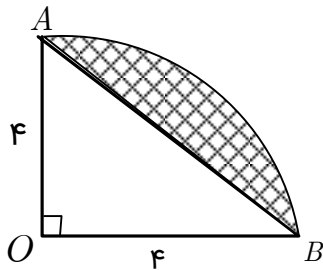
$$a = 4, b = -2, c = -20 \quad (4)$$



گزینه (۲):

چون $ax + b^2y = c \rightarrow y = -\frac{a}{b^2}x + \frac{c}{b^2}$ و با توجه به شکل، شیب منفی و عرض از مبدأ مثبت است، بنابراین $a > 0$ و $c > 0$ و علامت b هم اهمیتی ندارد. تنها در گزینه (۲) هر دو متغیر a و c مثبت هستند.

۹۶- ربع دایره‌ای به شکل زیر را حول شعاع OA دوارن می‌دهیم. حجم شکل حاصل از دوران قسمت رنگی برابر است با: (البرز و قزوین ۹۵)



(۱) $\frac{128}{3}\pi$

(۲) $\frac{64}{3}\pi$

(۳) $\frac{192}{3}\pi$

(۴) $\frac{32}{3}\pi$

گزینه (۲):

در شکل حاصل نیمکره ای داریم که حجم یک مخروط از داخل آن باید کم شود.

$$\text{حجم مخروط} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2 \times r = \frac{1}{3}\pi r^3 \qquad \text{حجم نیمکره} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$\text{حجم قسمت بین نیمکره و مخروط} = \frac{2}{3}\pi r^3 - \frac{1}{3}\pi r^3 = \frac{1}{3}\pi r^3 = \frac{1}{3}\pi(4)^3 = \frac{64}{3}\pi$$

۹۷- معادله خطی که از محل برخورد دو خط $3y - 6x = 3$ و $2y = -2x + 14$ بگذرد و عرض از مبدأ آن ۳- باشد، کدام است؟ (البرز و قزوین ۹۵)

(۱) $y = 2x - 3$

(۲) $2y - 3x = -6$

(۳) $y = x - 3$

(۴) $y = 4x - 3$

گزینه (۴):

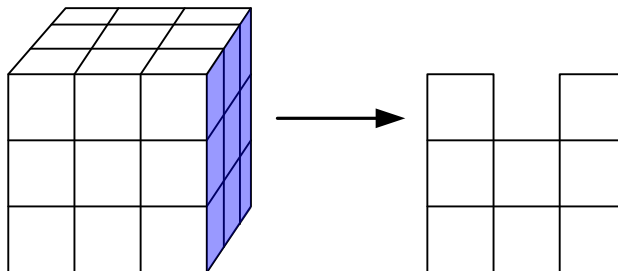
$$3 \times \begin{cases} 3y - 6x = 3 \\ 2y = -2x + 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3y - 6x = 3 \\ 6y + 6x = 42 \end{cases} \xrightarrow[\substack{3y-6x=3 \\ y=5}]{9y=45 \rightarrow y=5} \begin{cases} 3(5) - 6x = 3 \\ -6x = -12 \end{cases} \rightarrow x = 2$$

با بررسی گزینه ها متوجه می شویم که همه گزینه ها دارای عرض از مبدأ ۳- هستند و از بین آنها تنها معادله خط گزینه (۴) از نقطه

می‌گذرد. ۲
۵

۹۸- مکعب زیر از ۲۷ مکعب کوچک و مساوی تشکیل شده است. پنج مکعب از آن را طوری برداشته‌ایم که وقتی از روبرو و از راست به

آن نگاه می‌کنیم شکل سمت راست دیده می‌شود اندازه سطح شکل باقی مانده چند سانتی متر مربع است؟ (البرز و قزوین ۹۵)



۶۲ (۴)

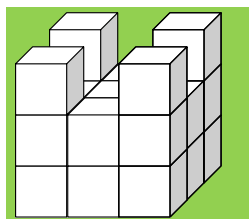
۴۹ (۳)

۵۸ (۲)

۵۴ (۱)

گزینه (۴):

پنج مکعب مطابق شکل زیر برداشته شده است:



$$(4 \times 8) + (2 \times 9) + (4 \times 3) = 32 + 18 + 12 = 62$$

گوشه های داخلی بالا و پایین سطح جانبی

۹۹- اگر $\frac{-7x+16}{x^2-4x} - \frac{3}{4-x} = \frac{M}{x}$ باشد، عدد M برابر است با: (البرز و قزوین ۹۵)

-۶ (۴)

۱۶ (۳)

۴ (۲)

-۴ (۱)

گزینه (۱):

$$\frac{-7x+16}{x^2-4x} - \frac{3}{4-x} = \frac{-7x+16}{x(x-4)} - \frac{3}{-(x-4)} = \frac{-7x+16}{x(x-4)} + \frac{3x}{x(x-4)} = \frac{-4x+16}{x(x-4)} = \frac{-4(x-4)}{x(x-4)} = \frac{-4}{x} \rightarrow M = -4$$

۱۰۰- دو مخروط وجود دارند که ارتفاع آنها یکسان و شعاع قاعده آنها یک واحد اختلاف دارد. اگر اختلاف حجمهای این دو مخروط 12π

باشد و ارتفاع هریک از آنها به اندازه شعاع قاعده کوچکتر باشد، شعاع قاعده مخروط بزرگتر کدام است؟ (البرز و قزوین ۹۵)

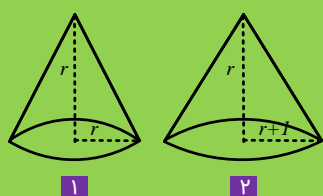
۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

گزینه (۳):



$$V_1 = \frac{1}{3} \pi r^2 \times r = \frac{1}{3} \pi r^3$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi (r+1)^2 \times r$$

$$V_2 - V_1 = \frac{1}{3} \pi (r+1)^2 \times r - \frac{1}{3} \pi r^3 = \frac{1}{3} \pi r [(r+1)^2 - r^2] = \frac{1}{3} \pi r (2r+1) = 12\pi \rightarrow r(2r+1) = 36 \rightarrow r = 4$$

$\rightarrow r+1 = 5$ شعاع قاعده مخروط بزرگ تر

۱۰۱- اگر $A = \{2k \mid k \in N, k < 10\}$ و $B = \{3k-1 \mid k \in N, k \leq 5\}$ آنگاه مجموعه $A - (A \cap B)$ کدام است؟ (زنجان ۹۵) $\{5, 11\}$ (۲) $\{2, 8, 14\}$ (۱) $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ (۴) $\{4, 6, 10, 12, 16, 18\}$ (۳)

گزینه (۳):

$$\left. \begin{aligned} A &= \{2, 4, 6, \dots, 18\} \\ B &= \{3(1)-1, 3(2)-1, \dots, 3(5)-1\} = \{2, 5, 8, 11, 14\} \end{aligned} \right\} \rightarrow A - (A \cap B) = \{2, 4, 6, \dots, 18\} - \{2, 8, 14\} = \{4, 6, 10, 12, 16, 18\}$$

۱۰۲- مجموعه A دارای یک زیر مجموعه است. با این فرض کدام گزینه همواره نادرست است؟ (زنجان ۹۵)

 $A \subset \{0, a\}$ (۲) $A \subset \{a\}$ (۱) $A \cap \{a, b\} = \{a, b\}$ (۴) $A \subset \{a, b, c, \dots\}$ (۳)

گزینه (۴):

چون مجموعه A دارای یک زیر مجموعه است بنابراین $A = \emptyset$. از طرفی چون مجموعه تهی زیرمجموعه هر مجموعه ای هست، پس گزینه های (۱)، (۲) و (۳) درست هستند. اما گزینه (۴) نادرست است زیرا؛ $A \cap \{a, b\} = \emptyset \cap \{a, b\} = \emptyset$

۱۰۳- اگر از اعضای مجموعه B سه عضو کم کنیم، از تعداد زیرمجموعه های آن ۲۲۴ واحد کم می شود. مجموعه B چند عضو دارد؟ (زنجان ۹۵)

$$۱۰ (۲)$$

$$۹ (۱)$$

$$۱۱ (۴)$$

$$۸ (۳)$$

گزینه (۳):

تعداد اعضای مجموعه B را برابر n فرض کنید. در نتیجه تعداد زیرمجموعه های آن برابر ۲^n و تعداد زیرمجموعه های مجموعه ای که سه عضو کمتر از B دارد برابر $۲^{n-۳}$ است.

$$\begin{aligned} ۲^n - ۲^{n-۳} &= ۲۲۴ \rightarrow ۲^n - ۲^n \times ۲^{-۳} = ۲۲۴ \rightarrow ۲^n(1 - ۲^{-۳}) = ۲۲۴ \rightarrow ۲^n(1 - \frac{1}{۸}) = ۲۲۴ \rightarrow \frac{۷}{۸} \times ۲^n = ۲۲۴ \\ \rightarrow ۲^n &= ۲۲۴ \times \frac{۸}{۷} = ۲۵۶ = ۲^8 \rightarrow n = ۸ \end{aligned}$$

۱۰۴- حاصل عبارت $۴ - \sqrt{۲۰} - ۲\sqrt{(\sqrt{۵} - ۳)^۲}$ برابر کدام گزینه است؟ (زنجان ۹۵)

$$۲ (۲)$$

$$-۲ (۱)$$

$$۴\sqrt{۵} - ۱۰ (۴)$$

$$۲\sqrt{۵} - ۲ (۳)$$

گزینه (۴):

$$\left| \frac{۴ - \sqrt{۲۰}}{۴\sqrt{۲۰}} \right| - ۲ \frac{\sqrt{(\sqrt{۵} - ۳)^۲}}{\sqrt{۵} < ۳}} = \sqrt{۲۰} - ۴ - ۲|\sqrt{۵} - ۳| = \sqrt{۲۰} - ۴ - ۲(۳ - \sqrt{۵}) = ۲\sqrt{۵} - ۴ - ۶ + ۲\sqrt{۵} = ۴\sqrt{۵} - ۱۰$$

۱۰۵- اگر $x < ۰ < y$ و $|y| > |x|$ آنگاه حاصل $|x + y| + |x| + |y|$ برابر است با: (زنجان ۹۵)

$$-۲x (۲)$$

$$-۲y (۱)$$

$$۲y (۴)$$

$$۲x (۳)$$

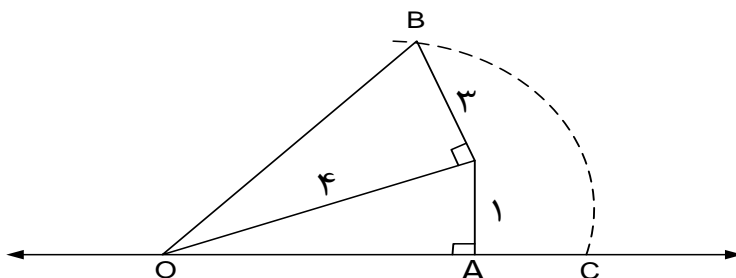
گزینه (۴):

$$x < ۰ < y \rightarrow |y| = y, |x| = -x$$

$$|y| > |x| \rightarrow y > -x \rightarrow y + x > ۰$$

$$|x + y| + |x| + |y| = x + y - x + y = ۲y$$

۱۰۶- در شکل زیر به مرکز O به شعاع OB کمانی زده ایم تا محور را در نقطه C قطع کند. اندازه AC چقدر است؟ (زنجان ۹۵)



$$۵ + \sqrt{۱۵} (۱)$$

$$۵ - \sqrt{۱۵} (۲)$$

$$۴ - \sqrt{۱۵} (۳)$$

$$۴ + \sqrt{۱۵} (۴)$$

گزینه (۲):

$$AC = OC - OA \quad , \quad OC = OB$$

$$OA^2 = 4^2 - 1^2 = 16 - 1 = 15 \Rightarrow OA = \sqrt{15}$$

$$OC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow OC = \sqrt{25} = 5$$

$$AC = OC - OA = 5 - \sqrt{15}$$

۱۰- اگر $3^x = 2$ و $b = 0$ باشد، مقدار عبارت $27^{2x-1} \times 27^{7b}$ برابر است با: (زنجان ۹۵)

$$\frac{8}{27} \quad (2)$$

$$\frac{64}{27} \quad (1)$$

$$\frac{2}{27} \quad (4)$$

$$\frac{1}{9} \quad (3)$$

گزینه (۱):

$$27^{2x-1} \times 27^{7b} = (3^3)^{2x-1} \times 27^0 = (3^3)^{2x-1} = (3^3)^{2x} \div (3^3)^1 = (3^x)^6 \div 3^3 = 2^6 \div 3^3 = \frac{2^6}{3^3} = \frac{64}{27}$$

۱۰۸- حاصل $\left[5^{-1} + 3^{-1}^{-1} \div 3^{-2} - 4^{-1} \right]^{-1}$ برابر است با: (زنجان ۹۵)

$$\frac{27}{2} \quad (2)$$

$$\frac{-27}{2} \quad (1)$$

$$\frac{2}{27} \quad (4)$$

$$\frac{-2}{27} \quad (3)$$

گزینه (۳):

$$\begin{aligned} \left[5^{-1} + 3^{-1}^{-1} \div 3^{-2} - 4^{-1} \right]^{-1} &= \left[\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} \right)^{-1} \div \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{4} \right) \right]^{-1} = \left[\left(\frac{8}{15} \right)^{-1} \div \left(-\frac{5}{36} \right) \right]^{-1} = \left[\frac{15}{8} \div \left(-\frac{36}{5} \right) \right]^{-1} \\ &= \left[\frac{15}{8} \times \left(-\frac{5}{36} \right) \right]^{-1} = \left(-\frac{27}{2} \right)^{-1} = -\frac{2}{27} \end{aligned}$$

۱۰۹- جرم خورشید 198×10^{28} کیلوگرم و جرم نوترون $16/7 \times 10^{-25}$ گرم است. نسبت جرم خورشید به جرم نوترون بر حسب گرم به

صورت نماد علمی با دقت دو رقم اعشار کدام گزینه است؟ (زنجان ۹۵)

$$2/32 \times 10^{57} \quad (2)$$

$$1/18 \times 10^{57} \quad (1)$$

$$1/18 \times 10^{54} \quad (4)$$

$$2/32 \times 10^{54} \quad (3)$$

گزینه (۱):

$$\frac{198 \times 10^{28} \times 10^3}{16/7 \times 10^{-25}} = \frac{198}{167} \times \frac{10^{31}}{10^{-26}} = \frac{198}{167} \times 10^{57} = 1/18 \times 10^{57}$$

۱۱۰- مقدار $a+b$ چقدر باشد تا تساوی $3 + a x - 2 + b x - 2^2 - 7 + x + 2x^2 = 3 + a x - 2 + b x - 2^2$ یک اتحاد شود؟ (زنجان ۹۵)

$$10 \quad (4)$$

$$13 \quad (3)$$

$$11 \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$

گزینه (۲):

باید ضرایب متغیرها در دو طرف با هم برابر باشند. برای این کار باید ابتدا چند جمله ای های دو طرف تساوی را به صورت استاندارد مرتب کنیم.

$$\begin{aligned} 3 + a x - 2 + b x - 2 &= 3 + ax - 2a + b(x^2 - 4x + 4) = bx^2 + (a - 4b)x + (4b - 2a + 3) \\ \underline{2x^2 + x - 7} &= \underline{bx^2 + (a - 4b)x + (4b - 2a + 3)} \Rightarrow \underline{b = 2} \quad , \quad \underline{a - 4b = 1} \quad , \quad \underline{4b - 2a + 3 = -7} \\ \Rightarrow a = 1 + 4b = 1 + 8 &\Rightarrow \underline{a = 9} \end{aligned}$$

۱۱۱- اگر $x + y = 1$ باشد حاصل عبارت $\frac{y^2 - y}{x^2 - x}$ کدام گزینه است؟ (زنجان ۹۵)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

گزینه (۱):

$$\begin{aligned} x + y = 1 &\rightarrow y - 1 = -x \quad , \quad x - 1 = -y \\ \frac{y^2 - y}{x^2 - x} &= \frac{y(y-1)}{x(x-1)} = \frac{y(-x)}{x(-y)} = \frac{-xy}{-xy} = 1 \end{aligned}$$

۱۱۲- اگر $a + b = 7$ و $ab = 5$ باشد حاصل عبارت $a - b$ کدام گزینه است؟ (زنجان ۹۵)

- ۱۵ (۱) $\sqrt{15}$ (۲) ۲۹ (۳) $\sqrt{29}$ (۴)

گزینه (۴):

$$\begin{aligned} a + b = 7 &\Rightarrow (a + b)^2 = 49 \Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2 + 4ab = (a - b)^2 + 4ab = 49 \\ \Rightarrow (a - b)^2 &= 49 - 4ab \Rightarrow (a - b)^2 = 49 - 4 \times 5 = 29 \Rightarrow a - b = \sqrt{29} \end{aligned}$$

۱۱۳- اگر $a^2 + b^2 - 2a + 4b + 5 = 0$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟ (زنجان ۹۵)

- ۱ (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴)

گزینه (۳):

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 - 2a + 4b + 5 &= a^2 - 2a + 1 + b^2 + 4b + 4 = 0 \Rightarrow (a - 1)^2 + (b + 2)^2 = 0 \\ \Rightarrow a - 1 &= 0 \quad , \quad b + 2 = 0 \\ \Rightarrow a = 1 \quad , \quad b &= -2 \Rightarrow a + b = 1 - 2 = -1 \end{aligned}$$

دقت کنید که اگر جمع چند عبارت با توان زوج برابر صفر شود، باید هر یک از آن عبارت‌ها را برابر صفر قرار دهیم.

۱۱۴- به ازای چند عدد طبیعی نامعادله $x - 2 + 2x - 2^2 \leq 2x - 3 + 2$ جواب ندارد؟ (زنجان ۹۵)

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۴ بی‌شمار (۴)

گزینه (۲):

$$\begin{aligned}
 x-2 + 2x-2^2 &\leq 2x^2 - 3x + 2 \Rightarrow x-2 + 2(x^2 - 4x + 4) - 2x(x-3) - 2 \leq 0 \\
 &\Rightarrow x-2 + 2x^2 - 8x + 8 - 2x^2 + 6x - 2 \leq 0 \\
 &\Rightarrow -x + 4 \leq 0 \Rightarrow x \geq 4
 \end{aligned}$$

بنابراین این معادله به ازای همه اعداد طبیعی جواب دارد به جز ۱ و ۲ و ۳

۱۱۵- به ازای چه مقدار از x عبارت $A = \frac{x}{x} + \frac{2}{x-2} - \frac{3}{x^2 - 5x + 6}$ تعریف نشده است؟ (زنجان ۹۵)

(۱) ۲, ۳

(۲) ۰, ۲, ۳

(۳) ۱, ۲, ۳

(۴) ۰, -۲, -۳

گزینه (۲):

کافی است قبل از ساده کردن کسرها، مخرجها ۱ برابر صفر قرار دهیم.

$$\begin{aligned}
 x=0, \quad x-2=0, \quad x^2-5x+6=0 &\Rightarrow x=0, \quad x=2, \quad (x-2)(x-3)=0 \Rightarrow x=0, \quad x=2, \quad x=2, \quad x=3 \\
 \Rightarrow x &= \{0, 2, 3\}
 \end{aligned}$$

۱۱۶- باقی مانده تقسیم عبارت $x^6 - 3x^2 + 2x - 10$ بر دو جمله‌ای $x^2 + 2$ کدام است؟ (زنجان ۹۵)

(۴) $x+2$

(۳) $x-2$

(۲) x

(۱) $2x$

گزینه (۱):

در این مساله بهترین روش این است که تقسیم را حل کنید.

$$\begin{array}{r}
 x^6 - 3x^2 + 2x - 10 \quad | \quad x^2 + 2 \\
 \underline{-x^6 - 2x^2} \\
 -5x^2 + 2x - 10 \\
 \underline{+5x^2 + 10} \\
 \boxed{2x}
 \end{array}$$

۱۱۷- مقدار عددی عبارت زیر به ازای $x = 2\sqrt{5}$ و $y = 3\sqrt{7}$ کدام گزینه است؟ (زنجان ۹۵)

$$\frac{x^2 - xy}{x^2 - y^2} + \frac{xy}{xy + x^2} + \frac{x^2 - 3x + 2}{x-1} \cdot \frac{1}{x-2}$$

(۴) ۲

(۳) $\sqrt{35}$

(۲) $6\sqrt{35}$

(۱) ۶

گزینه (۴):

$$\frac{x^2 - xy}{x^2 - y^2} + \frac{xy}{xy + x^2} + \frac{x^2 - 3x + 2}{(x-1)(x-2)} = \frac{x(x-y)}{(x+y)(x-y)} + \frac{xy}{x(x+y)} + \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-2)} = \frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y} + 1 = \frac{x+y}{x+y} + 1 = 1 + 1 = 2$$

۱۱۸- خط d از نقطه‌ای به طول ۴- روی محور طول‌ها و از نقطه M روی محور عرض‌ها عبور می‌کند. اگر شیب خط d ، $-\frac{1}{4}$ باشد عرض

نقطه M کدام است؟ (زنجان ۹۵)

۱(۱)

$$-\frac{1}{3} \quad (۲)$$

-۱ (۳)

$$\frac{1}{3} \quad (۴)$$

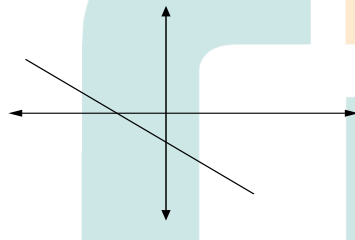
گزینه (۳):

فرم کلی معادله خط به صورت $y = ax + b$ است و طبق فرض مساله، شیب خط برابر $-\frac{1}{3}$ است و از نقطه $\begin{bmatrix} -۴ \\ ۰ \end{bmatrix}$ می‌گذرد. بنابراین داریم:

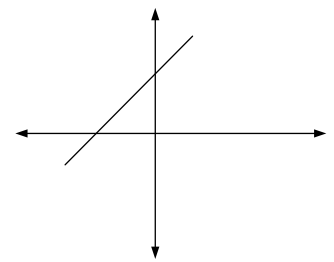
$$y = ax + b = -\frac{1}{3}x + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} -۴ \\ ۰ \end{bmatrix}} ۰ = -\frac{1}{3}(-۴) + b \Rightarrow ۰ = ۱ + b \Rightarrow b = -۱$$

بنابراین عرض از مبدأ خط برابر -۱ است.

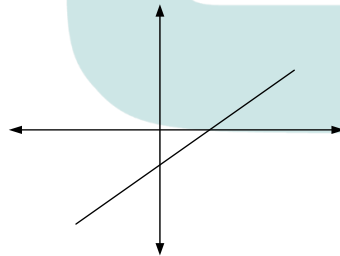
۱۱۹- نمودار خط به معادله $\frac{2}{3}y + \frac{3}{5}x = 1$ کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟ (زنگان ۹۵)



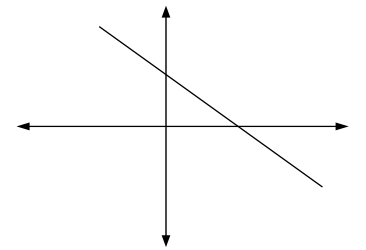
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

گزینه (۳):

معادله خط را به صورت فرم کلی معادله خط می‌نویسم:

$$\frac{2}{3}y + \frac{3}{5}x = 1 \Rightarrow \frac{2}{3}y = -\frac{3}{5}x + 1 \Rightarrow \frac{3}{2} \times \left\{ \frac{2}{3}y = -\frac{3}{5}x + 1 \right\} \Rightarrow y = -\frac{9}{10}x + \frac{3}{2}$$

پس شیب منفی و عرض از مبدأ مثبت است که فقط در گزینه (۳) چنین حالتی وجود دارد.

۱۲۰- اگر $۲^{۳x} \times ۲^{-۲y} = ۲$ و $۳^{۵y} \div ۳^{۳x} = ۳^{۱۱}$ باشد، مقدار $۲x - y$ کدام گزینه است؟ (زنگان ۹۵)

۲ (۲)

-۲ (۱)

-۱۰ (۴)

۱۰ (۳)

گزینه (۲):

$$2^{3x} \times 2^{-2y} = 2 \Rightarrow 2^{3x-2y} = 2^1 \Rightarrow 3x - 2y = 1$$

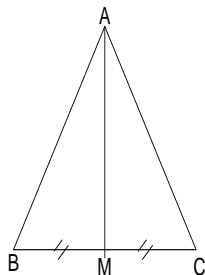
$$3^{5y} \div 3^{3x} = 3^{11} \Rightarrow 3^{5y-3x} = 3^{11} \Rightarrow 5y - 3x = 11$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 5y - 3x = 11 \end{cases} \Rightarrow y = 4, x = 3 \Rightarrow 2x - y = 2$$

$3y = 12$

۱۲۱- در مثلث ABC ، AM میانه وارد بر BC است. آیا با یک استدلال معتبر می‌توان ثابت کرد که مثلث ABC متساوی‌الساقین

است؟ (زنجان ۹۵)



(۱) بله، چون دو مثلث AMB و AMC به حالت (ض ز ض) هم‌نهشت‌اند. بنابراین اجزای متناظر حکم برقرار است.

(۲) بله، چون با مشاهده کردن می‌بینیم که AB و AC مساوی‌اند.

(۳) بله، چون بنا به حالت وتر و یک ضلع دو مثلث AMB و AMC هم‌نهشت‌اند.

(۴) خیر، چون فرض‌های مسأله برای اثبات حکم کافی نیست.

گزینه (۴):

طبق فرض‌های مسأله $MC=MB$ و $AM=AM$ و هیچ اطلاعات دیگری وجود ندارد که بر اساس آن بتوان به هم‌نهشتی دو مثلث AMB و AMC دست یافت.

۱۲۲- چندتا از جملات زیر نادرست است؟ (زنجان ۹۵)

- در مثلث متساوی‌الساقین میانه‌های وارد بر ساق‌ها باهم برابرند.

- در دوزنقه متساوی‌الساقین قطرهای باهم مساوی‌اند.

- در متوازی‌الاضلاع قطرهای باهم برابرند.

- در مثلث متساوی‌الساقین ABC که $AB = AC$ نیمساز زاویه خارجی رأس A موازی ضلع BC است.

(۴) چهار جمله

(۳) سه جمله

(۲) دو جمله

(۱) یک جمله

گزینه (۱):

در متوازی‌الاضلاع قطرهای باهم برابر نیستند. سایر جملات درست است.

۱۲۳- شعاع قاعده یک مخروط با شعاع قاعده یک استوانه برابر است. اگر ارتفاع استوانه نصف ارتفاع مخروط باشد، نسبت حجم

استوانه به حجم مخروط برابر است با: (زنجان ۹۵)

(۴) ۳

(۳) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{2}{3}$

گزینه (۲):

$R =$ شعاع قاعده استوانه = شعاع قاعده مخروط

$2h =$ ارتفاع مخروط $\Rightarrow h =$ ارتفاع استوانه

$$\text{حجم مخروط } (V_a) = \frac{1}{3} \pi R^2 (2h) = \frac{2}{3} \pi R^2 h \quad \text{و} \quad \text{حجم استوانه } (V_c) = \pi R^2 h$$

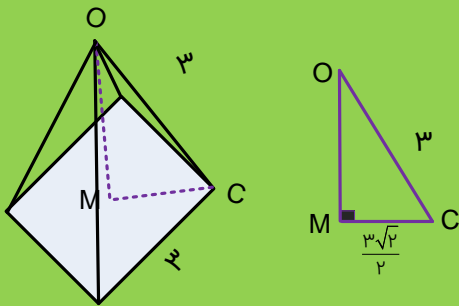
$$\Rightarrow \frac{V_c}{V_a} = \frac{\pi R^2 h}{\frac{2}{3} \pi R^2 h} = \frac{3}{2}$$

۱۲۴- حجم هرمی با قاعده مربع به ضلع ۳ سانتی‌متر که وجه‌های جانبی آن مثلث متساوی‌الاضلاع می‌باشند، کدام گزینه است؟ (زنجان ۹۵)

(۱) $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

گزینه (۱):

مساحت قاعده هرم مشخص است ($3 \times 3 = 9$) و باید ارتفاع آن را نیز پیدا کنیم. با توجه به شکل اندازه MC نصف قطر مربع است و قطر مربع هم طبق قضیه فیثاغورس برابر $3\sqrt{2}$ است.



$$\text{در نتیجه ارتفاع هرم برابر است با: } OM^2 = OC^2 - MC^2 \Rightarrow OM^2 = 3^2 - \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{18}{4} \Rightarrow OM = \sqrt{\frac{18}{4}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{و حجم هرم برابر است با: } V = \frac{1}{3} (3 \times 3) \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

۱۲۵- یک بادکنک کروی در حال حاضر دارای حجم و مساحتی مساوی است. اگر آن را دوباره باد کرده و $\frac{148\pi}{3}$ سانتی‌متر مکعب هوا به آن وارد کنیم، با این عمل مساحت بادکنک چند سانتی‌متر مربع افزایش می‌یابد؟ (زنجان ۹۵)

(۱) 9π (۲) 28π (۳) 64π (۴) 56π

گزینه (۲):

اگر شعاع کره را در حالت اول برابر R فرض کنیم، چون حجم و مساحت با هم برابرند پس داریم:

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = 4\pi R^2 \Rightarrow \frac{R^3}{R^2} = \frac{4\pi}{4\pi} \Rightarrow R = 3$$

$$V_1 = S_1 = 4\pi R^2 = 4\pi(3)^2 = 36\pi$$

$$V_2 = V_1 + \frac{148\pi}{3} = 36\pi + \frac{148\pi}{3} = \frac{256\pi}{3}$$

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{256\pi}{3} \Rightarrow r = 4$$

$$S_2 = 4\pi r^2 = 64\pi$$

$$S_2 - S_1 = 64\pi - 36\pi = 28\pi$$

۱۲۶- مجموعه $A = 2^{x+y} \mid x, y \in \mathbb{Z}, -4 \leq x \leq 2, xy = 12$ چند زیرمجموعه دارد؟ (فارس و چهارمحل و بختیاری ۹۵)

۳۲ (۴)

۴ (۳)

۸ (۲)

۱۶ (۱)

گزینه (۲):

$$A = 2^{x+y} \mid x, y \in \mathbb{Z}, -4 \leq x \leq 2, xy = 12$$

$$\left. \begin{array}{l} -4 \leq x \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 1 \\ xy = 12 \end{array} \right\} \Rightarrow (x, y) = \{(1, 12), (-1, -12), (-2, -6)\}$$

$$A = \{2^{-15}, 2^{-12}, 2^{15}\}$$

چون A دارای سه عضو است پس 2^3 زیرمجموعه دارد.

۱۲۷- اگر برای دو مجموعه S و A داشته باشیم، $n(S-A) = 5$ و $n(S \cap A) = 7$ و S کل حالات و A مجموعه حالت‌های مطلوب

باشد، احتمال اینکه A اتفاق نیفتد کدام است؟ (فارس و چهارمحل و بختیاری ۹۵)

$\frac{7}{12}$ (۴)

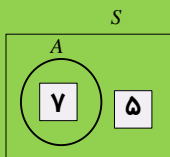
$\frac{5}{7}$ (۳)

$\frac{1}{6}$ (۲)

$\frac{5}{12}$ (۱)

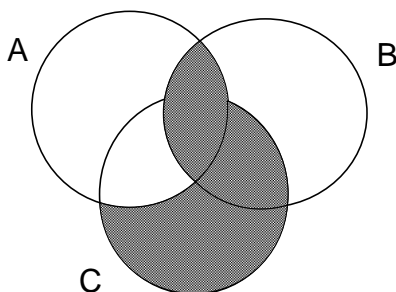
گزینه (۱):

چون S کل حالات و A مجموعه حالت‌های مطلوب است، پس $A \subset S$



پس احتمال اینکه A روی ندهد برابر است با: $p(S-A) = \frac{n(S-A)}{n(S)} = \frac{5}{12}$

۱۲۸- کدام گزینه قسمت رنگ شده را نشان می‌دهد؟ (فارس و چهارمحل و بختیاری ۹۵)



$C - (A \cap C)$ (۱)

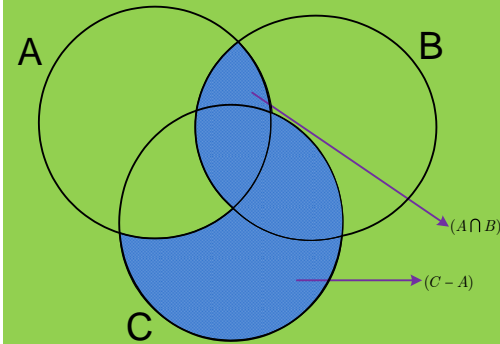
$(A \cap B) \cup (C - A)$ (۲)

$B \cap (A \cup C)$ (۳)

$(C \cup B) - (A \cap B)$ (۴)

گزینه (۲):

با توجه به نمودار ون قسمت رنگی برابر است با $(A \cap B) \cup (C - A)$



۱۲۹- به ازای چند عدد گویا b ، $b \neq 1$ حاصل $b + 1 + \frac{12}{|b-1|}$ عددی صحیح است؟ (فارس و چهارمحل و بختیاری ۹۵)

۷ (۴)

۱۳ (۳)

۶ (۲)

۱۲ (۱)

گزینه (۱):

اگر حاصل کسر $\frac{12}{|b-1|}$ عددی صحیح شود، آنگاه حاصل عبارت $b + 1 + \frac{12}{|b-1|}$ نیز عددی صحیح می شود. برای این منظور باید $|b-1|$ برابر یکی از مقسوم علیه های عدد ۱۲ باشد. پس

$$|b-1| = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \Rightarrow b-1 = \{1, 2, 3, 4, 6, 12, -1, -2, -3, -4, -6, -12\}$$

$$\Rightarrow b = \{2, 3, 4, 5, 7, 13, 0, -1, -2, -3, -5, -11\}$$

۱۳۰- در گزینه های زیر کدام عبارت درست است؟ (فارس و چهارمحل و بختیاری ۹۵)

$$(1) -5^{300} > -5^{-400}$$

(۲) اگر $x^2 > y^2$ باشد، آنگاه $x < y$ است.

(۳) اگر $7b - 4 = 7a - 1$ باشد، در این صورت $b > a$ است.

(۴) اگر $x < 0$ و $y < 0$ باشد آنگاه $\sqrt{y^2} + \sqrt[3]{x^3}$ برابر $x - y$ است.

گزینه (۴):

گزینه (۱) نادرست است زیرا $5^{300} < 5^{-400} \Rightarrow 5^{300} < \frac{1}{5^{400}} \Rightarrow -(-5)^{300} > -5^{-400} \Rightarrow -5^{300} > -5^{-400}$

گزینه (۲) نادرست است زیرا به عنوان یک مثال نقض داریم $x^2 > y^2 \xrightarrow{x=4, y=1} 4^2 > 1^2, x > y$

گزینه (۳) نادرست است زیرا $7b - 4 = 7(a - 1) \Rightarrow 7b - 4 = 7a - 7 \Rightarrow 7b - 7a = -3 \Rightarrow b - a = -\frac{3}{7}$

گزینه (۴) درست است زیرا $\sqrt{y^2} + \sqrt[3]{x^3} = |y| + x = -y + x = x - y$ زیرا $y < 0$

۱۳۱- تمام نقاط بر محور x ها که فاصله آنها از نقطه $\sqrt{3}$ بیشتر از $\sqrt{12}$ باشد؟ (فارس و چهارمحال و بختیاری ۹۵)

(۱) $-\sqrt{3} < x < 3\sqrt{3}$

(۲) $-3\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$

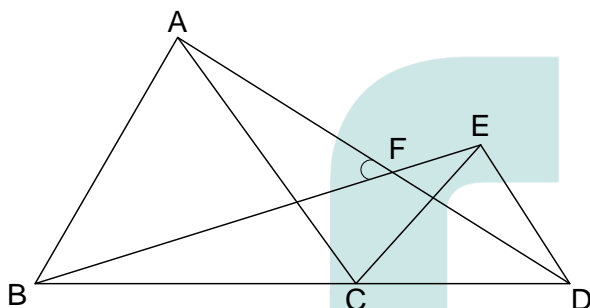
(۳) $x > \sqrt{3}$ یا $x < -3\sqrt{3}$

(۴) $x > 3\sqrt{3}$ یا $x < -\sqrt{3}$

گزینه (۴):

$$|x - \sqrt{3}| > \sqrt{12} \Rightarrow \begin{cases} x - \sqrt{3} > \sqrt{12} \rightarrow x - \sqrt{3} > 2\sqrt{3} \rightarrow x > 3\sqrt{3} \\ x - \sqrt{3} < -\sqrt{12} \rightarrow x - \sqrt{3} < -2\sqrt{3} \rightarrow x < -\sqrt{3} \end{cases}$$

۱۳۲- در شکل زیر دو مثلث ECD, ABC متساوی الاضلاع هستند. زاویه AFB چند درجه است؟ (فارس و چهارمحال و بختیاری ۹۵)



(۱) 60°

(۲) 55°

(۳) 50°

(۴) 65°

۱۳۳- نسبت تشابه دو لوزی $\frac{2}{5}$ و طول قطرهای لوزی کوچکتر $10, 20\sqrt{3}$ می باشد. نسبت مساحت لوزی بزرگتر به محیط آن چقدر است؟ (فارس و چهارمحال و بختیاری ۹۵)

(۴) $\frac{25\sqrt{6}}{24}$

(۳) $\frac{200\sqrt{3}}{3}$

(۲) $\frac{25\sqrt{6}}{12}$

(۱) $\frac{100\sqrt{3}}{3}$

۱۳۴- برای کدام یک از عبارتهای زیر نمی توان مثال نقض آورد؟ (فارس و چهارمحال و بختیاری ۹۵)

(۱) دو مثلث که مساحت های برابر داشته باشند، هم نهشت هستند.

(۲) هر چهار ضلعی که قطرهای آن بر هم عمود باشند، نوعی متوازی الاضلاع است.

(۳) در یک مثلث، ضلع روبه رو به زاویه بزرگتر، از ضلع روبه رو به زاویه کوچکتر است.

(۴) محل برخورد ارتفاع های هر مثلث، درون آن است.

۱۳۵- نماد علمی عدد $3 \times 10^{-9} \times \left(\frac{6}{5}\right)^{-2} \times 3^{-2} - 3^{-2} \times 10^{-10}$ کدام است؟ (فارس و چهارمحال و بختیاری ۹۵)

(۴) 5×10^{-8}

(۳) $2/5 \times 10^{-7}$

(۲) $1/5 \times 10^{-10}$

(۱) $1/5 \times 10^{-8}$

۱۳۶- اگر $2 < y < x$ باشد، حاصل عبارت $A = \sqrt{y^2 - 2xy + x^2} + \sqrt{x^2 + 4 - 4x} - \sqrt{x^2}$ کدام است؟ (فارس و چهارمحال و بختیاری ۹۵)

(۴) $y + x - 2$

(۳) $x - y + 2$

(۲) $x - y - 2$

(۱) $y - x - 2$

۱۳۷- عبارت $B = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ را در کدام عبارت ضرب کنیم تا حاصل عبارتی گویا باشد؟ $x > 0, y > 0$ (فارس و چهارمحل و بختیاری ۹۵)

(۱) $\frac{x + \sqrt{xy}}{\sqrt{xy}}$ (۲) $\frac{\sqrt{y}}{x - \sqrt{xy}}$ (۳) $\frac{\sqrt{xy} - x}{\sqrt{y}}$ (۴) $\frac{\sqrt{y}}{x + \sqrt{xy}}$

۱۳۸- چند عدد صحیح زوج داریم که اختلاف ثلث آن‌ها از ربع حداکثر ۱۰ و حد اقل ۲- باشد؟ (فارس و چهارمحل و بختیاری ۹۵)

(۱) ۱۳ (۲) ۷۳ (۳) ۷۲ (۴) ۶۱

۱۳۹- چند جمله‌ای $a^5 + ab^6$ بر کدام یک از چند جمله‌ای‌های زیر بخش پذیر نیست؟ (فارس و چهارمحل و بختیاری ۹۵)

(۱) $a^2 + b^2 + \sqrt{2}ab$ (۲) $a^2 + b^2 - \sqrt{2}ab$ (۳) $a^2 + ab^2 - \sqrt{2}a^2b$ (۴) $a^2 + b^2 + 2ab$

۱۴۰- اگر باقی‌مانده تقسیم دو عبارت $2x^2 - 9x + 9, 20x^3 + 23x^2 - 10x + a$ بر عبارت $x - 1$ یکسان باشد، مقدار a کدام است؟ (فارس و چهارمحل و بختیاری ۹۵)

(۱) -۳۱ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳۱

۱۴۱- مساحت شکل حاصل از برخورد خطوط $3y + 2x = 9, 2y - 3x = 6, y = 1$ کدام گزینه است؟ (فارس و چهارمحل و بختیاری ۹۵)

(۱) $\frac{10}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{12}{3}$ (۴) $\frac{26}{3}$

۱۴۲- مقدار a چقدر باشد تا عرض از مبدأ خط $a^2 + 4a^2y + 3ax - 4 = 0$ برابر ۲ باشد؟ (فارس و چهارمحل و بختیاری ۹۵)

(۱) $\pm \frac{2}{3}$ (۲) $\pm \frac{4}{9}$ (۳) $\pm \frac{3}{2}$ (۴) $\pm \frac{9}{4}$

۱۴۳- اگر تمام ضرایب عددی خط $d: ax + by = c$ را در عددی غیر صفر ضرب کنیم، خط جدید: (فارس و چهارمحل و بختیاری ۹۵)
(۱) با خط d موازی است.
(۲) بر خط d منطبق است.

(۳) با خط d یک نقطه مشترک دارد.
(۴) فقط عرض از مبدأ دو خط با هم برابر است.

۱۴۴- اگر شیب خطی که از دو نقطه $A = \begin{bmatrix} -a \\ a - 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ می‌گذرد با شیب خطی که محور x را در ۳- و محور $-y$ را در ۱- قطع می‌کند برابر باشد، a کدام است؟ (فارس و چهارمحل و بختیاری ۹۵)

(۱) -۸ (۲) -۳/۵ (۳) ۸ (۴) ۳/۵

۱۴۵- عبارت $A = \frac{1+x}{4x-x^2} \times \frac{2+x}{x^2+3x+2}$ به ازای چه مقادیری از x تعریف نشده است؟ (فارس و چهارمحل و بختیاری ۹۵)

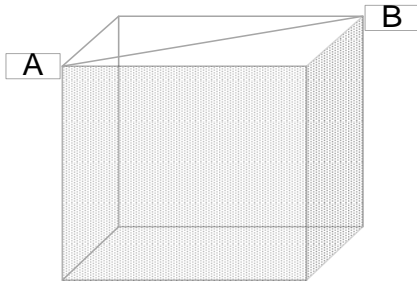
(۱) ۲ و ۳ و ۴ (۲) ۱ و ۲ و ۳ (۳) ۱ و ۲ و ۳ و ۴ (۴) ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵

۱۴۶- ساده شده عبارت $C = 2xy + 3y^2 \div \frac{4x^2y - 12xy^2 + 9y^3}{4x^2 - 9y^2}$ کدام است؟ x, y (فارس و چهارمحل و بختیاری ۹۵)

(۱) $\frac{y}{4x^2 - 9y^2}$ (۲) $\frac{y^2}{4x^2 + 9y^2}$ (۳) $\frac{1}{y^2(4x^2 + 9y^2)}$ (۴) $\frac{1}{y^2(2 + 3y)}$

۱۴۷- یک اسفنج مکعب شکل به ضلع $3b$ را در راستای پاره خط AB بریده‌ایم، مساحت کل یکی از قسمت‌های ایجاد شده چقدر

است؟ (فارس و چهارمحل و بختیاری ۹۵)



(۱) $3\sqrt{2}b^2$

(۲) $18\sqrt{2} + 54b^2$

(۳) $27b^2$

(۴) $27 + 9\sqrt{2}b^2$

۱۴۸- یک ظرف چوبی تو خالی به شکل نیم‌کره داریم که قطر خارجی آن ۱۰ سانتی‌متر و ضخامت آن ۱ سانتی‌متر است. می‌خواهیم

سطح کل این ظرف را رنگ کنیم. اگر برای هر متر مربع به ۱۰۰ گرم رنگ نیاز باشد، چند گرم رنگ مصرف می‌شود؟ $\pi \simeq 3$ (فارس و

چهارمحل و بختیاری ۹۵)

(۴) $21/72$

(۳) $7/43$

(۲) $22/29$

(۱) $7/24$

۱۴۹- هرم منتظمی داریم که قاعده آن مربعی به ضلع ۱۰ سانتی‌متر است. اگر مساحت کل این هرم ۳۶۰ سانتی‌متر مربع باشد، حجم این

هرم چند سانتی‌متر مکعب است؟ (فارس و چهارمحل و بختیاری ۹۵)

(۴) 400

(۳) 440

(۲) 360

(۱) 260

۱۵۰- کدام عبارت صحیح است؟ (فارس و چهارمحل و بختیاری ۹۵)

(۱) نقطه $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ روی خط $3x - 5y = 8$ قرار دارد.

(۲) اگر زاویه خطی با جهت مثبت محور x ها 125° باشد، شیب آن خط عددی مثبت است.

(۳) ۱۴ عدد صحیح بین $-3\sqrt{5}$ و $+5\sqrt{3}$ قرار دارد.

(۴) عدد $2/1717171717\dots$ عددی گنگ است.

۱۵۱- مجموعه $A \cap B \cup B - A$ ، با کدام مجموعه زیر، مساوی است؟ $A, B \neq \phi$ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

(۴) B

(۳) A

(۲) ϕ

(۱) $A \cup B$

۱۵۲- اگر مجموعه‌های $A = -5, 1$ و $B = |x|, a$ با هم مساوی باشند، حاصل $-2|x| + a$ کدام است؟ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

(۴) -9

(۳) 3

(۲) 11

(۱) -7

۱۵۳- عضوهای مجموعه $A = x \in \mathbb{N} | x \leq 8$ را روی کارت‌هایی نوشته و یک کارت را به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم، احتمال اینکه

شماره این کارت مضرب ۴ باشد، چقدر است؟ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

(۴) $\frac{2}{7}$

(۳) $\frac{1}{8}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{3}{8}$

۱۵۴- حاصل عبارت، $\frac{5}{6} - \frac{3}{8} \div \frac{9}{4} \times \frac{-5}{6}$ کدام است؟ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

(۴) $\frac{35}{36}$

(۳) $-\frac{1}{6}$

(۲) $\frac{31}{30}$

(۱) $-\frac{11}{45}$

۱۵۵- حاصل عبارت مقابل برابر است با: (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

$$\sqrt{-7 + \sqrt{10}}^2 - |-\sqrt{10}| = ?$$

(۴) -۷

(۳) $7 - 2\sqrt{10}$

(۲) ۷

(۱) $-7 + 2\sqrt{10}$

۱۵۶- با توجه به مجموعه $A = \{x \in \mathbb{R}, x \geq -1\}$ کدام عبارت درست است؟ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

(۴) $A = \{-1, 0, 1, 2, \dots\}$

(۳) $A \subseteq W$

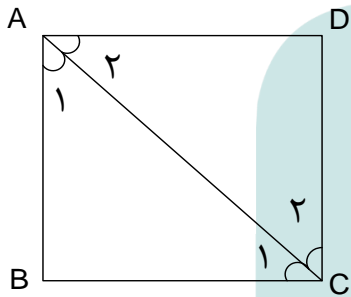
(۲) $2 - \sqrt{3} \in A$

(۱) $A \subseteq \mathbb{Q}$

۱۵۷- در مسئله: «ثابت کنید قطر AC از مربع $ABCD$ ، نیمساز زاویه‌های A و C است.» کدام حالت، برای اثبات همنهشتی

مثلث‌های ADC و ABC نادرست است؟ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

(۱) (ض ز ض) (۲) وتر و یک ضلع (۳) (ز ض ز) (۴) (ض ض ض)



۱۵۸- «چون من تا به حال هیچ‌وقت تصادف نکرده‌ام در سفر آینده نیز تصادف نخواهم کرد.» این استدلال شبیه کدام یک از

استدلال‌های زیر است؟ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

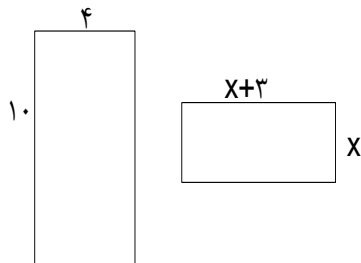
(۱) چون تمام بچه‌ای خاله من دختر هستند، پس بچه خاله کوچک هم دختر خواهد شد.

(۲) چون برخی مثلث‌ها قائم‌الزاویه هستند، پس مثلث‌های متساوی‌الاضلاع هم قائم‌الزاویه‌اند.

(۳) همه فیلم‌های جنگی که تا کنون دیده‌ام، جذاب بوده‌اند. فیلمی که دیروز دیدم جذاب بود، پس فیلم جنگی بوده است.

(۴) چون همه قرص‌های مسکن خواب‌آور است، پس در این قرص‌ها ماده‌ای هست که باعث خواب‌آلودگی می‌شود.

۱۵۹- دو مستطیل مقابل متشابه‌اند، مستطیل کوچک چند واحد مربع است؟ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)



(۲) ۱۸

(۱) ۲

(۴) ۱۰

(۳) ۲۰

۱۶۰- اگر $7^{2a-6} = 1$ باشد، حاصل عبارت $a^{-1} - 2a^{-2}$ کدام است؟ $a \neq 0$ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

(۴) ۳

(۳) $\frac{2}{3}$

(۲) ۱

(۱) $\frac{1}{3}$

۱۶۱- کدام عدد از بقیه کوچکتر است؟ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

(۴) $0 / 53 \times 10^{-3}$

(۳) 35×10^{-5}

(۲) $5 / 3 \times 10^{-3}$

(۱) $3 / 5 \times 10^{-2}$

۱۶۲- حاصل عبارت مقابل کدام است؟ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

$$\frac{6}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{12} =$$

(۴) $-2\sqrt{3}$

(۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(۲) ۲

(۱) $1 - 4\sqrt{6}$

۱۶۳- درجه چند جمله‌ای $-3ax^3 + 7a^3x^2b + 4a^4y$ نسبت به متغیرهای a و x چند است؟ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

(۸) ۸

(۳) ۷

(۲) ۶

(۱) ۵

۱۶۴- عبارت $x^n + 1$ ، $x^n - 1$ با کدام عبارت زیر برابر است؟ $x \neq 0$ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

(۴) $x^{n^2} - 1$

(۳) $x^n + 1^2$

(۲) $x^n - 1^2$

(۱) $x^{2n} - 1$

۱۶۵- اگر $b = \sqrt{2} + 1$ باشد، حاصل b^2 کدام گزینه است؟ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

(۴) $b + 1$

(۳) $2b - 1$

(۲) $b - 1$

(۱) $2b + 1$

۱۶۶- کدام یک از اعداد زیر به مجموعه جواب نامعادله مقابل، تعلق دارد؟ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

$$-\frac{x-1}{2} \leq \frac{2}{3}x - 1$$

(۴) $\frac{2}{5}$

(۳) $-\frac{2}{5}$

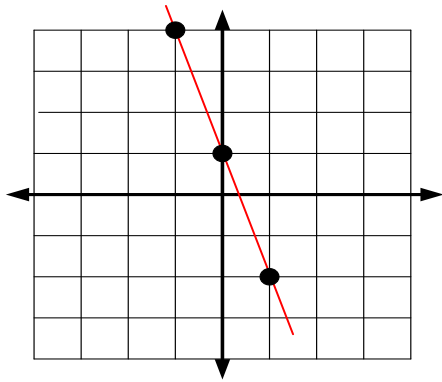
(۲) $\sqrt{5}$

(۱) $-\sqrt{5}$

۱۶۷- در کدام گزینه معادله مربوط به خط مقابل آمده است؟ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

(۲) $y - 3x + 1 = 0$

(۱) $y = \frac{1}{3}x + 1$



$$y + 3x - 1 = 0 \quad (\text{ع})$$

$$y = -3x + \frac{1}{2} \quad (\text{س})$$

۱۶۸- شیب خط به معادله $\frac{3-2y}{5} = 2x$ برابر است با: (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

۵ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) -5 (۳) $-\frac{3}{2}$ (ع) (۴)

۱۶۹- اگر جواب دستگاه معادلاتی خطی مقابل، $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

۷ (۱) 13 (۲) -7 (۳) -10 (ع) (۴)

$$\begin{cases} ay - 4x + 15 = 0 \\ y = 3x + b \end{cases}$$

۱۷۰- اگر $A = a^2 - b^2$, $B = a^2 + b^2$, $C = 2ab$ باشد حاصل عبارت $\frac{A^2 - B^2}{C^2}$ ، برابر کدام گزینه است؟ $a, b \neq 0$ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

۱ (۱) -1 (۲) $-\frac{b^2}{2a^2}$ (۳) $\frac{a^2}{2b^2}$ (ع) (۴)

۱۷۱- حاصل عبارت مقابل در کدام گزینه آمده است؟ (با فرض مخالف بودن مخرجها) $\frac{2-n}{n^2-3n+2} + \frac{2}{n+2} = ?$ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

(۱) $\frac{4-n}{n^2-3n+2} \frac{1}{n+2}$ (۲) $\frac{4-n}{n^2-2n+4}$

(۳) $\frac{4n}{n-1} \frac{1}{n+2}$ (ع) $\frac{n-4}{n^2+n-2}$

۱۷۲- اگر چند جمله‌ای $20x^3 + 23x^2 - 10x + a$ بر $4x + 3$ بخش پذیر باشد، مقدار کدام است؟ $x \neq -\frac{3}{4}$ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

۱۲ (۱) -12 (۲) 24 (۳) -24 (ع) (۴)

۱۷۳- کره‌ای در استوانه‌ای به ارتفاع ۶ سانتی‌متر محاط شده است. حجم بین کره و استوانه چند سانتی‌متر مکعب است؟ (همدان، کردستان

$(۴) ۵۴\pi$

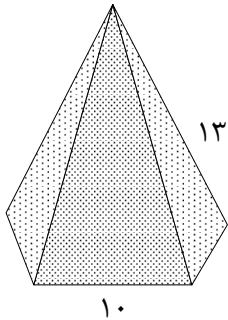
$(۳) ۳۶\pi$

$(۲) ۲۷\pi$

$(۱) ۱۸\pi$

۱۷۴- مساحت جانبی هرم منتظمی با قاعده شش ضلعی منتظم به اضلاع ۱۰ سانتی‌متر و اندازه یال ۱۳ سانتی‌متر، کدام است؟ (همدان،

کردستان و لرستان ۹۵)



$(۲) ۲۴۰$ سانتی‌متر مربع

$(۱) ۱۸۰$ سانتی‌متر مربع

$(۴) ۳۹۰$ سانتی‌متر مربع

$(۳) ۳۶۰$ سانتی‌متر مربع

۱۷۵- ظرفی به شکل مخروط به شعاع قاعده ۳ و ارتفاع ۹ سانتی‌متر را ۶ برابر آب و در ظرف مکعب شکلی به ضلع ۹ سانتی‌متر خالی

می‌کنیم. آب تا چه ارتفاعی در این مکعب بالا می‌آید؟ $\pi \simeq ۳$ (همدان، کردستان و لرستان ۹۵)

$(۴) ۱$ سانتی‌متر

$(۳) ۳$ سانتی‌متر

$(۲) ۶$ سانتی‌متر

$(۱) ۹$ سانتی‌متر

۱۷۶- مجموعه‌های A و B به ترتیب دارای ۵ عضو و ۷ عضو می‌باشند و $A \cap B = ۲, ۴, ۶$ ، مجموعه $A \cup B$ چند عضو دارد؟ (گلستان

۹۵)

$(۴) ۱۰$

$(۳) ۹$

$(۲) ۸$

$(۱) ۷$

۱۷۷- مجموعه A دارای n عضو است. اگر سه عضو متمایز به A اضافه شود، تعداد ۱۱۲ زیرمجموعه‌های آن اضافه

می‌شود. n کدام است؟ (گلستان ۹۵)

$(۴) ۶$

$(۳) ۵$

$(۲) ۴$

$(۱) ۲$

۱۷۸- دو تاس را پرتاب می‌کنیم با کدام احتمال حداقل یک بار عدد ۳ ظاهر می‌شود؟ (گلستان ۹۵)

$(۴) \frac{۱۲}{۳۶}$

$(۳) \frac{۱۱}{۳۶}$

$(۲) \frac{۱۰}{۳۶}$

$(۱) \frac{۹}{۳۶}$

۱۷۹- می‌دانیم $\sqrt{۳}$ عددی گویا نیست. کدام یک از اعداد زیر گویاست؟ (گلستان ۹۵)

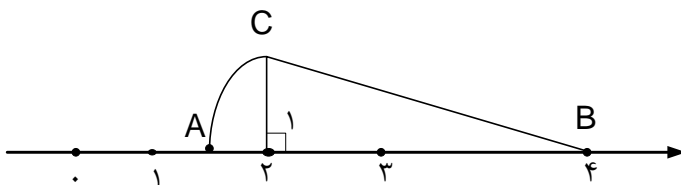
$(۴) \frac{۵\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}}$

$(۳) \frac{۷\sqrt{۳}}{۲}$

$(۲) ۳\sqrt{۳} \times ۲\sqrt{۳}$

$(۱) ۵\sqrt{۳} + ۴\sqrt{۳}$

۱۸۰- در شکل مقابل نقطه A نظیر کدام عدد حقیقی است؟ (گلستان ۹۵)



$(۱) ۴ + \sqrt{۵}$

$(۲) ۲\sqrt{۵} - ۴$

$(۳) ۴ - ۲\sqrt{۵}$

$(۴) ۴ - \sqrt{۵}$

۱۸۱- عبارت $\frac{X-2}{\Delta|X|+7}$ به ازای چه مقادیری مثبت است؟ (گلستان ۹۵)

$$X \in \mathbb{Z} \mid X < 2 \quad (۲)$$

$$X \in \mathbb{R} \mid X < 2 \quad (۱)$$

$$X \in \mathbb{R} \mid X > 2 \quad (۴)$$

$$X \in \mathbb{Z} \mid X > 2 \quad (۳)$$

۱۸۲- اگر $b < 0 < a$ و $|a| > |b|$ آنگاه حاصل عبارت $|a+b| + |a| + |b|$ برابر کدام است؟ (گلستان ۹۵)

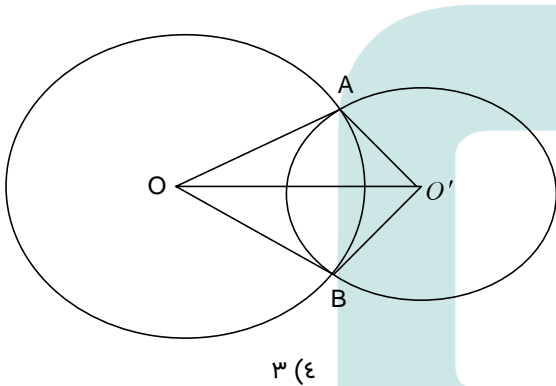
$$-2b \quad (۴)$$

$$2a \quad (۳)$$

$$2b \quad (۲)$$

$$-2a \quad (۱)$$

۱۸۳- در شکل مقابل دو دایره به مرکز O و O' یکدیگر را در نقاط A, B قطع کرده‌اند. در این صورت چند تا از عبارتهای زیر درست است؟ (گلستان ۹۵)



(الف) چهار ضلعی $OA'O'B$ لوزی است.

(ب) خط OO' عمود منصف پاره خط AB است.

(ج) OO' نیمساز زاویه‌های O و O' است.

(د) AB نیمساز زاویه‌های A, B است.

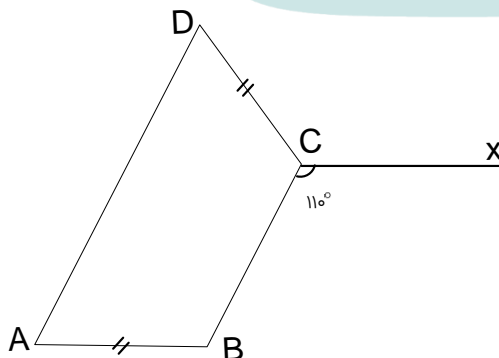
۳ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۸۴- در شکل مقابل چهار ضلعی $ABCD$ دوزنقه متساوی‌الساقین است و CX با AB موازی هستند. اندازه زاویه D کدام است؟ (گلستان ۹۵)



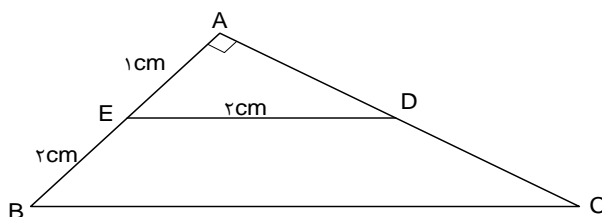
70° (۱)

60° (۲)

50° (۳)

80° (۴)

۱۸۵- با توجه به اطلاعات داده شده در شکل روبرو مساحت دوزنقه $BCDE$ چند سانتی متر مربع است؟ (دو مثلث ABC و AED متشابه هستند) (گلستان ۹۵)



$\sqrt{3}$ (۱)

$4\sqrt{3}$ (۲)

$\frac{5}{2}\sqrt{3}$ (۳)

$8\sqrt{3}$ (۴)

۱۸۶- حاصل $\frac{\sqrt{11-6\sqrt{2}}}{3-\sqrt{2}}$ برابر است با: (گلستان ۹۵)

- (۱) $1 + \sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}-3}{2}$ (۴) ۱

۱۸۷- اگر $2^{x+4} = 8^{1+x}$ باشد، x کدام است؟ (گلستان ۹۵)

- (۱) ۴ (۲) -۲ (۳) ۵ (۴) -۵

۱۸۸- حاصل $5^3 \times 10^8 \div 8 \times 10^4$ به صورت نماد علمی کدام است؟ (گلستان ۹۵)

- (۱) $10/6 \times 10^{11}$ (۲) $1/06 \times 10^{11}$
(۳) $1/06 \times 10^{12}$ (۴) $1/06 \times 10^{13}$

۱۸۹- حاصل عبارت $4 + \sqrt{15}^{12} - \sqrt{15}^{13} - 4$ کدام است؟ (گلستان ۹۵)

- (۱) $4 - 3\sqrt{5}$ (۲) $4 - \sqrt{15}$ (۳) $4 + \sqrt{15}$ (۴) ۱

۱۹۰- اگر $x + x^{-1} = 5$ باشد، در این صورت $x^6 + x^{-6}$ برابر است با: (گلستان ۹۵)

- (۱) ۲۵۷ (۲) ۵۲۷ (۳) ۷۵۲ (۴) ۵۷۲

۱۹۱- در تجزیه عبارت $x^5 + 2x^4 - x^2 - 2x$ کدام عامل وجود ندارد؟ (گلستان ۹۵)

- (۱) $x + 2$ (۲) $x^2 - x + 1$
(۳) x (۴) $x - 1$

۱۹۲- هرگاه بریا دو عدد حقیقی a, b داشته باشیم $a < 0 < b$ ، کدام یک از نامساوی‌های زیر حتما درست است؟ (گلستان ۹۵)

- (۱) $ab < ab^2$ (۲) $ab < a^2b$
(۳) $ab < ab^3$ (۴) $ab < a^3b$

۱۹۳- اگر قطعه خطی که یک سر آن روی محور x ها و سر دیگر آن روی محور y ها باشد، و فرض کنیم نقطه $\left[\begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} \right]$ وسط این قطعه خط

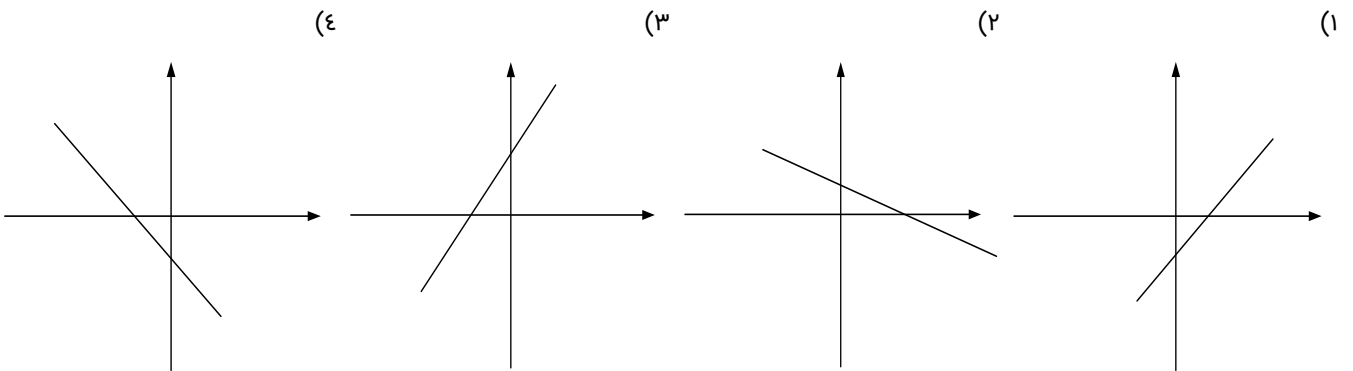
قرار داشته باشد، معادله چنین خطی کدام است؟ (گلستان ۹۵)

- (۱) $3x + 2y - 12 = 0$
(۲) $3x - 2y - 12 = 0$
(۳) $2x - 2y - 12 = 0$
(۴) $3x + 2y + 12 = 0$

۱۹۴- فاصله محل تلاقی خطوط $y = 2x + 3$ و $y = x + 3$ از مبدأ مختصات کدام است؟ (گلستان ۹۵)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹۵- اگر a, b, c سه عدد حقیقی باشند، نمودار خط $a^2x + b^2y = c^2$ کدام یک از گزینه‌های زیر است؟ (گلستان ۹۵)



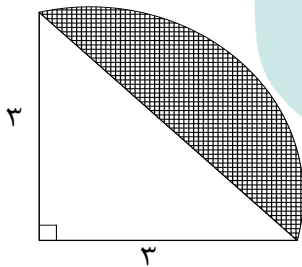
۱۹۶- به ازای چه مقادیر از x عبارت $A = \frac{x+2}{x} + \frac{2}{x-2} - \frac{2}{x^2-5x+6}$ تعریف نشده است؟ (گلستان ۹۵)

- (۱) ۲, ۳
- (۲) ۰, ۲, ۳
- (۳) ۱, ±۲, ۳
- (۴) ۱, ۲, ۳

۱۹۷- اگر باقی مانده تقسیم $3x^2 - 5x + b$ بر $x - 2$ برابر ۵- باشد، b چقدر است؟ (گلستان ۹۵)

- (۱) ۷
- (۲) -۸
- (۳) ۸
- (۴) -۷

۱۹۸- حجم قسمت هاشور خورده حول ضلع ۳ سانتی متر برابر است با: (گلستان ۹۵)



- (۱) 9π
- (۲) 6π
- (۳) 3π
- (۴) 12π

۱۹۹- حجم کره‌ای به شعاع R با حجم مخروطی به شعاع قاعده R برابر است. ارتفاع مخروط چند برابر شعاع R است؟ (گلستان ۹۵)

- (۱) $\frac{4}{3}$
- (۲) $\frac{1}{3}$
- (۳) ۴
- (۴) ۳

۲۰۰- اگر $\frac{18x-6}{x^2-3x} + \frac{6}{3-x} = \frac{c}{x}$ باشد، عدد c کدام است؟ (گلستان ۹۵)

- (۱) ۲
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $-\frac{1}{2}$
- (۴) -۲

۲۰۱- «دو مجموعه A, B را هم ارز می‌گویند هرگاه متناظر با هر عضو از مجموعه A عضوی در مجموعه B و متناظر با هر عضو از مجموعه B عضوی در مجموعه A وجود داشته باشد» با توجه به تعریف فوق، چندتا از عبارتهای زیر درست است؟ (مازندران ۹۵)

- * هر دو مجموعه هم‌ارز، مساوی هستند
- * اشتراک هر دو مجموعه هم‌ارز، تهی است
- * اگر $n A = n B$ آن‌گاه دو مجموعه A, B هم‌ارز هستند.
- * اگر $A - B = \phi$ آن‌گاه دو مجموعه A, B هم‌ارز هستند

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۲۰۲- اگر $A = \{x^2 - m \mid x \in \mathbb{Z}, -3 < x \leq m\}$, $B = \left\{x \mid \frac{x}{3} \in \mathbb{Z}, -4 < x \leq 12\right\}$, $A \cap B = 3$, n باشد، آن گاه مجموعه $A - B$ حداقل چند

(مازندران ۹۵)

عضو دارد؟ (۱) عضوی ندارد (۲) ۱ عضو (۳) ۲ عضو (۴) ۴ عضو

۲۰۳- اگر $x < 0$ آنگاه حاصل $\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{4x^2}$ کدام است؟ (مازندران ۹۵)

(۱) $x + 1$ (۲) $x - 1$ (۳) $-x - 1$ (۴) $-x + 1$

۲۰۴- مساحت زمینی مستطیل شکل به اضلاع ۹۰ و ۶۰ متر بر روی نقشه به مقیاس $\frac{1}{2000}$ ، چند سانتی متر مربع است؟ (مازندران ۹۵)

(۱) $7/2$ (۲) $13/5$ (۳) $14/4$ (۴) ۱۸

۲۰۵- کدام یک از مثال‌های زیر برای حکم کلی «نقطه‌ی برخورد عمود منصف‌های اضلاع مثلث یا در درون مثلث است یا در خارج آن»

(مازندران ۹۵)

(۱) مثلث متساوی‌الساقین (۲) مثلث متساوی‌الاضلاع (۳) مثلث قائم‌الزاویه (۴) مثلثی با زاویه باز

۲۰۶- مثلث ABC با مختصات $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ با مثلث DEF متشابه است. اگر $D = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $E = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ باشند، مختصات

(مازندران ۹۵)

نقطه F کدام گزینه زیر می‌تواند باشد؟ (۱) $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix}$

۲۰۷- اگر $a, b \neq 0$ آن گاه حاصل عبارت $a + b^{-1} a^{-1} + b^{-1}$ کدام است؟ (مازندران ۹۵)

(۱) $a + b^{-2}$ (۲) $\frac{1}{ab}$ (۳) ab (۴) $\frac{a+b}{ab}$

۲۰۸- اگر $2^x = 7$ باشد، حاصل $25^{1-x} / 5$ کدام است؟ (مازندران ۹۵)

(۱) $\frac{49}{4}$ (۲) $12/25$ (۳) $\frac{1}{196}$ (۴) $\frac{4}{49}$

۲۰۹- حاصل عبارت $5\sqrt{48} - \sqrt{64} \div \sqrt[4]{64} \times 4\sqrt{27}$ کدام است؟ (مازندران ۹۵)

(۱) -4 (۲) $-4\sqrt{3}$ (۳) $44\sqrt{3}$ (۴) $\frac{359\sqrt{3}}{18}$

۲۱۰- اگر چند جمله‌ای $3x^2y^5 - x^ny^6 + 5xy^7z$ نسبت به متغیرهای y, x از درجه ۹ باشد، عضوهای کدام یک از مجموعه‌های زیر

(مازندران ۹۵)

می‌توانند همه مقادیر n باشند؟ (۱) $n \in \mathbb{N} \mid n < 3$ (۲) $n \in \mathbb{Z} \mid n < 4$ (۳) $n \in \mathbb{N} \mid n < 4$ (۴) $n \in W \mid n < 4$

۲۱۱- اگر a, b قرینه یکدیگر و $3a + 5b = -6$ باشند مقدار عددی عبارت جبری $2a - b + 4$ کدام است؟ (مازندران ۹۵)

(۱) ۱۳ (۲) ۷ (۳) ۵ (۴) -۵

۲۱۲- اگر $x^2 - 2x - 6 = 0$ آنگاه حاصل $x^2 - 3x + 1$ کدام است؟ (مازندران ۹۵)

۳ (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) نمی‌توان حساب کرد

۲۱۳- اگر a, b, c اعداد صحیح مخالف صفر باشند، در چه صورت $a + b = a + bc$ می‌باشند؟ (مازندران ۹۵)
 (۱) $a = b + c$ (۲) $a + b + c = 0$ (۳) $a + b + c = 1$ (۴) $a = b = c$

۲۱۴- اگر مجموعه جواب نامعادله $\frac{ax}{3} \geq 2x - 4$ به صورت $x \in \mathbb{R}, x \leq 3$ باشد مقدار کدام است؟ (مازندران ۹۵)
 (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۱۰

۲۱۵- اگر $0 < y < x$ و $z \neq 0$ آن‌گاه کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟ (مازندران ۹۵)
 (۱) $x + z < y + z$ (۲) $y - z > x - z$ (۳) $xy > yz$ (۴) $\frac{y}{z^2} < \frac{x}{z^2}$

۲۱۶- خطی از دو نقطه $\begin{bmatrix} 7 \\ -5 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 4 \\ m \end{bmatrix}$ می‌گذرد با خط $y + 4x = 5$ موازی است، مقدار m کدام است؟ (مازندران ۹۵)
 (۱) ۷ (۲) ۱۷ (۳) -۷ (۴) -۱۷

۲۱۷- شیب خطی ۲- است. اگر به طول هر نقطه روی این خط ۳ واحد اضافه کنیم، به عرض آن‌ها چند واحد اضافه شود تا نقاط حاصل نیز روی همین خط قرار گیرند؟ (مازندران ۹۵)
 (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۶ (۴) -۶

۲۱۸- به ازای کدام یک از مقادیر زیر برای a دستگاه معادلات خطی مقابل جواب ندارد؟ (مازندران ۹۵)

$$\begin{cases} 2x - 4y = 70 \\ x + ay = 25 \end{cases}$$
 (۱) -۴ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۴

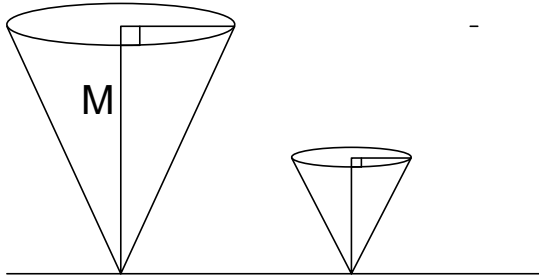
۲۱۹- اگر $a \neq b$ ، آن‌گاه حاصل عبارت $\frac{a}{a-b} + \frac{b}{b-a}$ کدام است؟ (مازندران ۹۵)
 (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{a+b}{a-b}$ (۴) $\frac{1}{a-b}$

۲۲۰- اگر $\frac{A}{2x-1} + \frac{B}{x+1} = \frac{7x+1}{2x^2+x-1}$ آن‌گاه حاصل عبارت $A - B$ کدام است؟ (مازندران ۹۵)
 (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۵ (۴) -۵

۲۲۱- اگر عبارت گویای $\frac{x+5}{x^2+ax+b}$ به ازای x مساوی با ۳ و ۴- تعریف نشده باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟ (مازندران ۹۵)
 (۱) -۱۳ (۲) -۱۱ (۳) ۱۱ (۴) ۱۳

۲۲۲- کدام گزینه زیر درست است؟ (مازندران ۹۵)
 (۱) حجم یک مخروط می‌تواند یک عدد گویا باشد
 (۲) حجم یک کره همواره عددی گنگ است
 (۳) حجم یک هرم همواره عددی گویا است
 (۴) حجم یک مکعب همواره عددی گویا است

۲۲۳- ظرفی مخروطی مانند شکل زیر داریم، اگر از نقطه M وسط ارتفاع مخروط موازی با سطح قاعده مخروط برش بزنیم، حجم مخروط به دست آمده چند برابر مخروط اولیه خواهد شد؟ (مازندران ۹۵)



- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۲۴- در یک مکعب مستطیل در بسته به ابعاد ۳ و ۳ و ۴ سانتی‌متر مقداری آب ریختیم، اگر این ظرف را در دو حالت (یک‌بار روی سطح مستطیل و بار دیگر روی سطح مربع) روی زمین قرار دهیم، نسبت ارتفاع‌های آب در دو حالت کدام است؟ (مازندران ۹۵)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۲۲۵- کره‌ای در استوانه‌ای محاط شده است، اگر حجم استوانه $12\sqrt{2}$ باشد، حجم کره کدام است؟ $\pi = 3$ (مازندران ۹۵)

- (۱) $4\sqrt{2}cm^3$ (۲) $6\sqrt{2}cm^3$ (۳) $8\sqrt{2}cm^3$ (۴) $32cm^3$

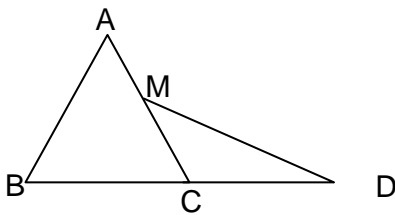
۲۲۶- تعداد زیر مجموعه‌های مجموعه $n + 3$ عضو چند برابر تعداد زیر مجموعه‌های مجموعه $n - 1$ عضو است؟ (مرکزی ۹۵)

- (۱) ۸ برابر (۲) ۳۲ برابر (۳) $n + 2$ برابر (۴) ۱۶ برابر

۲۲۷- حاصل $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{2})^2}$ کدام است؟ (مرکزی ۹۵)

- (۱) ۱ (۲) $3 - 2\sqrt{2}$ (۳) $3 + 2\sqrt{2}$ (۴) $1 - \sqrt{2}$

۲۲۸- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع BC نقطه M وسط ضلع AC است، مساحت مثلث CMD کدام است؟ (مرکزی ۹۵)



- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) ۱

۲۲۹- اگر $0 < \frac{a}{b} < 1$ باشد کدام گزینه همواره بزرگ‌تر از یک خواهد بود؟ (مرکزی ۹۵)

- (۱) $\frac{a-b}{b-a}$ (۲) $\frac{b}{a}$ (۳) $\frac{a+1}{b+1}$ (۴) $-\frac{b}{a}$

۲۳۰- اگر $0 < x < 1$ باشد آنگاه: (مرکزی ۹۵)

- (۱) $x^2 > x > \sqrt{x}$ (۲) $x > x^2 > \sqrt{x}$ (۳) $x^2 > \sqrt{x} > x$ (۴) $\sqrt{x} > x > x^2$

۲۳۱- اگر $m - n = k, m^2 - n^2 = 10k^2, m \neq n$ باشد، کدامیک از گزینه‌های زیر درست است؟ (مرکزی ۹۵)

- (۱) $-2n = 9k$ (۲) $2k = -9n$ (۳) $2k = 9n$ (۴) $2n = 9k$

۲۳۲- اگر a عددی طبیعی باشد آنگاه حاصل $a^3 - a$ کدامیک از اعداد زیر نمی‌تواند باشد؟ (مرکزی ۹۵)

(۱) ۳۳۶۰ (۲) ۳۴۶۰ (۳) ۱۷۱۶ (۴) ۲۱۸۴

۲۳۳- معادله خط موازی محور y ها گذرنده بر نقطه $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ کدام است؟ (مرکزی ۹۵)

(۱) $y = 2$ (۲) $x = 2$ (۳) $x = -1$ (۴) $y = 1$

۲۳۴- اگر $\frac{\lambda x - 15}{x^2 - 3x} + \frac{3}{3 - x} = \frac{A}{x}$ باشد، عدد A کدام است؟ (مرکزی ۹۵)

(۱) -۱۲ (۲) -۵ (۳) ۵ (۴) ۱۲

۲۳۵- در نوعی دستگاه صنعتی با حجم ترکیبی، استوانه‌ای بر یک کره محیط شده است، نسبت حجم کره به حجم استوانه چقدر است؟ (مرکزی ۹۵)

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۲۳۶- دو خط به معادله‌های $4x - 6y + 2013 = 1434$ ، $2x - y = 1395$ در صفحه هستند، کدامیک از خطوط زیر با این دو خط تشکیل مثلث می‌دهند؟ (مرکزی ۹۵)

(۱) $8y + 1390 = 5 + 16x$
 (۲) $8y + 1434 = -7 + 12x$
 (۳) $2013 + 9y = 6x + 1395$
 (۴) $2013 + 10x = 5y + 1395$

۲۳۷- از برخورد خط $4x + 5y = 20$ با محورهای مختصات، مثلث قائم‌الزاویه به وجود آمده است. نقطه‌ای به تصادف در این مثلث انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که طول این نقطه از ۳ واحد کمتر باشد، چقدر است؟ (مرکزی ۹۵)

(۱) $\frac{22}{25}$ (۲) $\frac{21}{25}$ (۳) $\frac{18}{25}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۲۳۸- با استفاده از سه هرم مربع‌القاعده متساوی‌الطول می‌توانیم یک مکعب به بعد a بسازیم. طول بلندترین یال این هرم کدام است؟ (مرکزی ۹۵)

(۱) $a\sqrt{2}$ (۲) a (۳) $a\sqrt{3}$ (۴) $2a\sqrt{3}$

۲۳۹- دو خط متمایز به معادلات $y = ax + 2$ ، $y = 2x + a$ یکدیگر را روی نیمساز ناحیه اول و سوم قطع می‌کنند، a چقدر است؟ (مرکزی ۹۵)

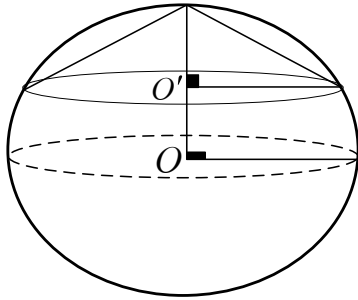
(۱) -۱ (۲) -۳ (۳) ۲ (۴) موارد ۱ و ۳

۲۴۰- اگر نقطه $A = \begin{bmatrix} 2m-1 \\ 1-m \end{bmatrix}$ همواره در ناحیه اول باشد کدامیک از گزینه‌ها زیر درست است؟ (مرکزی ۹۵)

(۱) $-\frac{1}{2} < m < 1$ (۲) $\frac{1}{2} < m < 1$

(۳) $1 < m < 2$ (۴) $\frac{1}{2} < m < 2$

۲۴۱- در شکل زیر شعاع کره R ، $OO' = \frac{R}{3}$ می‌باشد، نسبت حجم کره به حجم مخروط چقدر است؟ (مرکزی ۹۵)



(۲) $\frac{8}{3}$

(۱) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{27}{2}$

(۳) $\frac{27}{4}$

۲۴۲- دایره C به مرکز $O = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ و شعاع ۲ با خط $-3x + 4y - 6 = 0$ را در نظر بگیرید. وضعیت این خط و دایره نسبت به هم چگونه است؟ (مرکزی ۹۵)

(۲) متقاطع اند و خط از مرکز دایره می‌گذرد.

(۱) مماس‌اند

(۴) نقطه مشترک ندارند.

(۳) نتقاطع‌اند

۲۴۳- کره‌ای فلزی و جامد به شعاع ۱۲۸ را با حرارت دادن ذوب و به قطر ۶۴ کره‌ی شکل کوچک و مساوی تبدیل می‌کنیم. شعاع کره کوچک چه کسری از شعاع کره بزرگ است؟ (مرکزی ۹۵)

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{6}$

(۱) $\frac{1}{8}$

۲۴۴- مقدار $m+n$ را طوری بیابید که باقی‌مانده تقسیم $2x^6 + mx^2 + n$ بر $x+1$ برابر ۳- و بر $x-2$ برابر باشد. (مرکزی ۹۵)

(۴) $+7$

(۳) -7

(۲) $+5$

(۱) -5

۲۴۵- اگر برای اعداد حقیقی a, b داشته باشیم $a^2 + b^2 + \lambda a - 14b + 65 = 0$ مقدر عددی $a \times b$ در کدام گزینه آمده است؟ (مرکزی ۹۵)

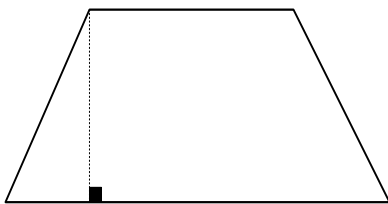
(۴) 48

(۳) -36

(۲) 28

(۱) -28

۲۴۶- اگر مساحت دوزنقه زیر $\frac{4}{5}$ برابر مساحت مستطیلی به ابعاد $x+5$ و $2-x$ باشد مقدار x کدام است؟ ($x \neq 2, -5$) (مرکزی ۹۵)



(۲) $+1$

(۱) -1

(۴) $+2$

(۳) -2

۲۴۷- چه تعداد از تساوی‌های زیر به ازای هر مقدار حقیقی همواره درست است؟ (مرکزی ۹۵)

(ب) $\sqrt{-x^2} = -x^2$

(الف) $\sqrt{x^2} = x^2$

(د) $-\sqrt{x} = 7$

(ج) $\sqrt{x} + 4 = 0$

(۴) مورد ۱

(۳) مورد ۲

(۲) مورد ۳

(۱) مورد ۴

۲۴۸- چند عدد طبیعی مانند n وجود دارد که فاصله \sqrt{n} تا ۱۲ از یک کمتر است؟ (مرکزی ۹۵)

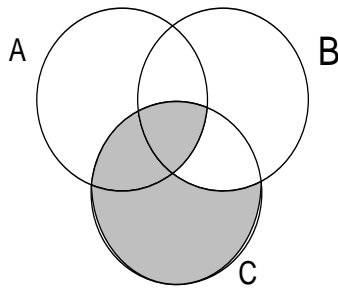
(د) 47

(۳) 49

(۲) 24

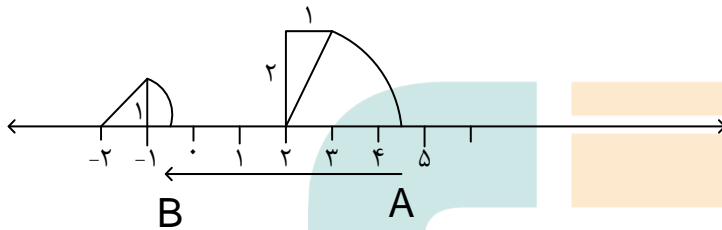
(۱) 25

۲۴۹- کدام گزینه بیانگر قسمت‌های هاشور خورده در شکل مقابل است؟ (مرکزی ۹۵)



- (۱) $C - B \cap A \cap B \cap C$
- (۲) $A \cap C \cup C - B$
- (۳) $B - C \cup A \cap B \cap C$
- (۴) $A \cap C \cup B - C$

۲۵۰- در شکل مقابل عدد متناظر با بردار \overrightarrow{AB} کدام گزینه است؟ (مرکزی ۹۵)



(۲) $-5 + \sqrt{2} + \sqrt{5}$

(۱) $-5 + \sqrt{2} - \sqrt{5}$

(۴) $-4 + \sqrt{2} + \sqrt{5}$

(۳) $-4 - \sqrt{5} + \sqrt{2}$

۲۵۱- تعداد اعضای مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 1 < 18\}$ برابر است با: (هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

۵ (۴)

۹ (۳)

۴ (۲)

۸ (۱)

گزینه (۴):

$$x^2 - 1 < 18 \Rightarrow x^2 < 19 \Rightarrow |x| < \sqrt{19}$$

$$x = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$$

$$\underbrace{\omega(-4)^2 - 3 = \omega(4)^2 - 3, \dots, \omega(-1)^2 - 3 = \omega(+1)^2 - 3, \omega(0)^2 - 3}_{\text{چهار عضو}}$$

یک عضو

مجموعه A، پنج عضو دارد.

۲۵۲- اگر مجموعه A یک مجموعه ۵ عضوی و B سه عضوی باشد و $A \cap B$ دارای ۲ عضو باشد در این صورت تعداد اعضای مجموعه

(هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

برابر است با: $B - A \cup A - B$

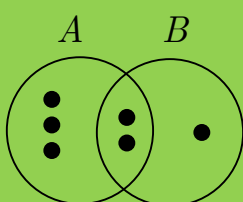
صفر (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۱۰ (۱)

گزینه (۲):



$(B - A) \cup (A - B) = 4$ عضو

۳ عضو یک عضو

۲۵۳- در پرتاب دو تاس، احتمال آنکه مجموع دو عدد ظاهر شده بزرگتر از ۱۰ باشد کدام است؟

(بلوچستان ۹۵)

(۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{5}{36}$

گزینه (۳): $\frac{3}{36} = \frac{1}{12} \Rightarrow (5,6), (6,5), (6,6)$

۲۵۴- اگر عدد گویا $\frac{24}{17}$ از عدد گویای $\frac{x}{12}$ کوچکتر باشد، حداقل چه عددی می‌تواند باشد؟ $x \in \mathbb{N}$ (هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و

بلوچستان ۹۵)

(۱) ۱۷ (۲) ۱۶ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸

گزینه (۱):

$$\frac{24}{17} < \frac{x}{12} \Rightarrow \frac{24 \times 12}{17 \times 12} < \frac{12x}{12 \times 17} \Rightarrow 12x > 288$$

$$\Rightarrow x > \frac{288}{12} \approx 24 \Rightarrow 25$$

۲۵۵- صورت کسره‌های ساده نشدنی زیر، عدد طبیعی هستند، کدامیک از آن‌ها نمایش اعشاری متناوب دارد؟ (هرمزگان، خراسان جنوبی و

سیستان و بلوچستان ۹۵)

(۱) $\frac{a}{80}$ (۲) $\frac{b}{120}$ (۳) $\frac{c}{160}$ (۴) $\frac{d}{200}$

گزینه (۲):

$$80 = 2^4 \times 5$$

$$\frac{a}{80} \text{ مختوم}$$

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

$$\frac{b}{120} \text{ متناوب}$$

$$160 = 2^5 \times 5$$

$$\frac{c}{160} \text{ مختوم}$$

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

$$\frac{d}{200} \text{ مختوم}$$

۲۵۶- حاصل عبارت $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{21 \times 22}$ کدام است؟ (هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

(۱) $\frac{20}{22}$ (۲) $\frac{21}{22}$ (۳) $\frac{5}{11}$ (۴) $\frac{6}{11}$

گزینه (۲):

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{21 \times 22} = 1 - \frac{1}{22} = \frac{21}{22}$$

(هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

۲۵۷- حاصل عبارت $|3 - \sqrt{3}| - \sqrt{3} |1 - \sqrt{3}| =$ کدام است؟

(۱) $6 - 2\sqrt{3}$ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۶

گزینه (۳):

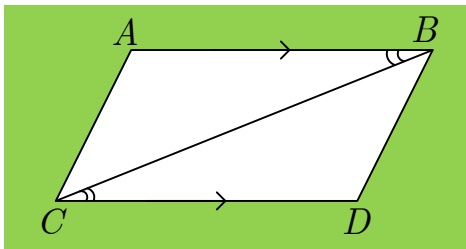
$$| ۳ - \sqrt{۳} | - \sqrt{۳} | ۱ - \sqrt{۳} | = ۳ - \sqrt{۳} - \sqrt{۳}(-1 + \sqrt{۳}) = ۳ - \sqrt{۳} + \sqrt{۳} - ۳ = ۰$$

۲۵۸- در اثبات «اگر در یک چهار ضلعی دو ضلع مساوی و موازی باشند. آنگاه چهارضلعی متوازی الاضلاع است.» با رسم یک قطر، کدام

حالت هم‌نهشتی مثلث‌ها به کار می‌رود؟ (هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

- (۱) ض ض ض (۲) ز ض ز (۳) ض ز ض (۴) هر سه مورد

گزینه (۳):



فرض $\begin{cases} ABDC \\ AB = CD \end{cases}$ چهار ضلعی متوازی الاضلاع $\begin{cases} AC = BD \\ AC \parallel BD \end{cases}$

$C_1 = B_1$ $\triangle ABC \cong \triangle BDC$ $\rightarrow AC = BD$ (ض ز ض) $\rightarrow AC \parallel BD$ چهار ضلعی متوازی الاضلاع
 $AB = CD$
 $BC = BC$

۲۵۹- مثلثی به اضلاع ۴/۵ و ۶ و ۹ با مثلثی به اضلاع ۶ و a و ۱۲ متشابه است. (اضلاع از کوچک به بزرگ مرتب شده‌اند) محیط

مثلث بزرگ‌تر کدام است؟ (هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

- (۱) ۲۶ (۲) ۲۱ (۳) ۲۷ (۴) ۱۹/۵

گزینه (۱):

$$\frac{4/5}{6} = \frac{6}{a} = \frac{9}{12} \Rightarrow a = \frac{6 \times 6}{4/5} = 8 \quad \text{محیط} = 6 + 8 + 12 = 26$$

(هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

۲۶۰- حاصل عبارت $\left(\frac{9^{-5} + 9^{-6} + 9^{-7}}{9^{-5}} + \frac{9^{18} + 9^{17}}{9^{17}} \right) \times 81$ کدام است؟

- (۱) ۹۰۰ (۲) ۸۹۱ (۳) ۹۹۱ (۴) ۹۰۱

گزینه (۴):

$$\left(\frac{9^{-5}(1 + 9^{-1} + 9^{-2})}{9^{-5}} + \frac{9^{17}(9 + 1)}{9^{17}} \right) \times 81 \Rightarrow$$

$$= 81 \times \left(1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{81} \right) + 81 \times 10 = 81 + 9 + 1 + 810 = 901$$

(هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

۲۶۱- کدام یک از اعداد زیر گویا نیست؟

- (۱) $\sqrt{۳} - \frac{۳}{\sqrt{۳}}$ (۲) $\frac{۸}{۴\sqrt{۲}}$ (۳) $\sqrt{۱۲} \times \sqrt{۷۵}$ (۴) $\pi - ۳/۱۴$

گزینه (۲ و ۴): سوال اشکال دارد.

گویا $\Rightarrow \sqrt{۳} - \frac{۳}{\sqrt{۳}} = \sqrt{۳} - \frac{\sqrt{۳} \times \sqrt{۳}}{\sqrt{۳}} = \sqrt{۳} - \sqrt{۳} = ۰$

گویا نیست $\Rightarrow \frac{۸}{۴\sqrt{۲}} = \frac{۸}{۴\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = \frac{۸\sqrt{۲}}{۸} = \sqrt{۲}$

گویا $\Rightarrow \sqrt{۱۲} \times \sqrt{۷۵} = \sqrt{۹۰۰} = ۳۰$

گویا نیست $\pi - 3/14 \Rightarrow$: گزینه ۴

۲۶۲- جذر عدد $8^2 \times 5^6 \times 9^3$ برابر است با: (هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

- (۱) 30^3 (۲) 40^2 (۳) 20^3 (۴) 10^3

گزینه (۱):

$$\sqrt{8^2 \times 5^6 \times 9^3} = \sqrt{2^6 \times 5^6 \times 3^6} = 2^3 \times 5^3 \times 3^3 = 30^3$$

۲۶۳- مربع عدد $3\sqrt{3} - \sqrt{75} - \sqrt{5}$ برابر است با: (هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

(۱) $92 - 8\sqrt{15}$ (۲) $17 - 4\sqrt{15}$

(۳) $92 + 4\sqrt{15}$ (۴) $17 + 4\sqrt{15}$

گزینه (۴):

$$3\sqrt{3} - \sqrt{45 \times 3} - \sqrt{5} = -2\sqrt{3} - \sqrt{5}$$

$$(-2\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 = (2\sqrt{3})^2 + 2 \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = 12 + 4\sqrt{15} + 5 = 17 + 4\sqrt{15}$$

۲۶۴- اگر عدد $28 \div \dots$ را به شکل $m \times 10^d$ بنویسیم که $1 \leq m < 10, d \in \mathbb{Z}$ باشد در این صورت $m + d$ کدام است؟ (هرمزگان)

(خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

- (۱) -10 (۲) $-7/8$ (۳) $-6/2$ (۴) $-11/8$

گزینه (۳):

$$28 \div \dots = 2/8 \times 10^{-9} \quad m = 2/8 \quad m + d = 2/8 - 9 = 6/2$$

$$d = -9$$

۲۶۵- اگر $x - \frac{1}{x} = 7$ حاصل عبارت $x^2 + \frac{1}{x^2}$ کدام است؟ (هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

- (۱) 51 (۲) 49 (۳) 47 (۴) 48

گزینه (۱):

$$(x - \frac{1}{x})^2 = 7^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \times x \times \frac{1}{x} = 49 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 49 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 51$$

۲۶۶- کدام یک از گزینه‌های زیر از عوامل تجزیه عبارت $x^2 - 1$ نمی‌باشد؟ (هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

- (۱) $x + 1$ (۲) $x - 1$ (۳) $x + 3$ (۴) $x - 3$

گزینه (۴):

$$(x^2 - 1)(x^2 + x - 6) = (x - 1)(x + 1)(x + 3)(x - 2)$$

۲۶۷- اگر نقطه $A = \begin{bmatrix} m-1 \\ 3-6m \end{bmatrix}$ همواره در ناحیه سوم باشد در این صورت m در کدام رابطه صدق می‌کند؟ (هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

(سیستان و بلوچستان ۹۵)

$$-\frac{1}{2} < m < 1 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} < m < 1 \quad (2)$$

$$1 < m < 2 \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} < m < 2 \quad (4)$$

گزینه (۲):

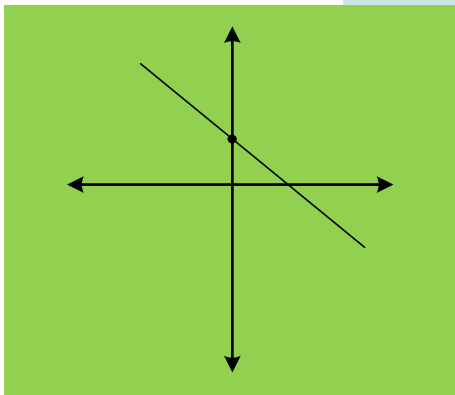
$$\left. \begin{aligned} m - 1 < 0 &\rightarrow m < 1 \\ 3 - 6m < 0 \\ -6m < -3 &\rightarrow m > \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \frac{1}{2} < m < 1$$

(هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

۲۶۸- شیب خطی منفی و عرض از مبدأ آن مثبت است. این خط از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

گزینه (۳):



$$y = ax + bn$$

$$a < 0, \quad b > 0$$

(هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

۲۶۹- به ازای چه مقدار a دستگاه $\begin{cases} 5x + (a-1)y = 3 \\ 10x + ay = 6 \end{cases}$ بی شمار جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) ۴

گزینه (۲):

$$2(a-1) = a \rightarrow 2a - 2 = a$$

$$2a - a = 2 \rightarrow a = 2$$

۲۷۰- ساده شده عبارت $\frac{(x^2-1)(x^2-4)}{x^2-3x+2}$ برابر است با: (هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

- (۱) $x^2 - 3x - 2$ (۲) $x^2 + 3x - 2$ (۳) $x^2 - 3x + 2$ (۴) $x^2 + 3x + 2$

گزینه (۴):

$$\frac{(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-1)} = x^2 + 3x + 2$$

۲۷۱- معادله $7x^6 + 3x^2 + 4 = 0$ چند جواب دارد؟ (هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

- (۱) هیچ (۲) یک (۳) سه (۴) چهار

گزینه (۱):

$$7x^6 + 3x^2 + 4 = 0$$

>0 >0

عبارت سمت چپ هیچ گاه صفر نمی شود.

۲۷۲- باقی مانده تقسیم عبارت $3x^6 - 5x^2 + 2x - 10$ بر دو جمله ای $x^2 + 3$ برابر است با: (هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

- (۱) $4x - 1$ (۲) $2x + 18$ (۳) $2x + 32$ (۴) $3x - 12$

گزینه (۳):

$$\begin{array}{r} 3x^6 - 5x^2 + 2x - 10 \quad | \quad x^2 + 3 \\ \underline{-3x^6 - 9x^2} \\ -14x^2 + 2x - 10 \\ \underline{+14x^2 + 42} \\ \boxed{2x + 32} \end{array}$$

۲۷۳- حاصل عبارت $\frac{x-8}{x^2-x-6} + \frac{x-2}{x-3}$ کدام گزینه است؟ (هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

- (۱) $\frac{x+4}{x+2}$ (۲) $\frac{x-4}{x-2}$ (۳) $\frac{x+4}{x-2}$ (۴) $\frac{x-4}{x+2}$

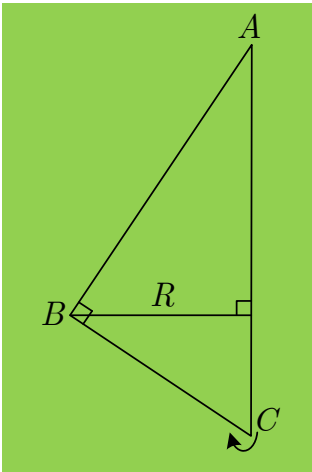
گزینه (۱):

$$\begin{aligned} \frac{x-8}{(x-3)(x+2)} + \frac{x-2}{x-3} &= \frac{x-8+x^2-4}{(x-3)(x+2)} = \frac{x^2+x-12}{(x-3)(x+2)} \\ &= \frac{(x-3)(x+4)}{(x-3)(x+2)} = \frac{x+4}{x+2} \end{aligned}$$

۲۷۴- مثلثی به اضلاع ۳ و ۴ و ۵ سانتی متر را حول ضلع بزرگتر دوران می دهیم، حجم جسم حاصل چقدر است؟ (هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و بلوچستان ۹۵)

- (۱) $\frac{36}{5}\pi$ (۲) $\frac{48}{5}\pi$ (۳) 10π (۴) 12π

گزینه (۲):



نکته: حجم حاصل از دوران حول وتر برابر است با:

$$v = \frac{1}{3} \pi R^2 \times AC$$

که در آن:

$$R = \frac{AB \times BC}{AC}$$

$$R = \frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5}, \quad v = \left(\frac{1}{3}\right) \times \pi \times \left(\frac{12}{5}\right)^2 \times 5 = \frac{1}{3} \times \pi \times \frac{144}{5} \times 5 = \frac{48}{5} \pi$$

(هرمزگان، خراسان جنوبی و سیستان و

۲۷۵- اگر شعاع قاعده مخروطی را نصف و ارتفاع آن را دو برابر کنیم حجم آن چه تغییری می‌کند؟

بلوچستان (۹۵)

- (۱) تغییر نمی‌کند
(۲) دو برابر می‌شود
(۳) نصف می‌شود
(۴) چهار برابر می‌شود

گزینه (۳): برای حل چنین سوالاتی کافی است فقط متغیرها را در نظر بگیریم.

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$r^2 h \xrightarrow{r=\frac{1}{2}, h=2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 2 = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2}$$

نصف می‌شود.

۲۷۶- با توجه به مجموعه $K = a, b, c, d$ کدام گزینه صحیح است؟ (بزد ۹۵)

- (۱) $a \in K$ (۲) $\phi \in K$ (۳) $b \subseteq K$ (۴) $K \subseteq \phi$

گزینه (۳):

گزینه (۱) و (۲) نادرست هستند زیرا عضوهایی مانند $\{a\}$ و \emptyset در K وجود ندارند بلکه میتوان گفت: $\{a\} \subseteq K, \emptyset \subseteq K$
گزینه (۴) هم نادرست است زیرا تنها مجموعه ای که میتواند زیرمجموعه ای از مجموعه تهی باشد، خود مجموعه تهی است و

$$K \not\subseteq \phi$$

۲۷۷- حاصل عبارت روبرو کدام است؟ (بزد ۹۵)

$$3 - 3 \left[\frac{3}{4} (1-3)^2 - 24 \div 2 + 6 \right] =$$

- (۱) صفر (۲) -۶ (۳) ۴۸ (۴) ۱۲

گزینه (۴): ترتیب انجام عملیات ابتدا با پرانتز داخلی، توان، تقسیم و سپس جمع و تفریق است.

$$3 - 3 \left[\frac{3}{4} (1-3)^2 - \frac{24}{2} + 6 \right] = 3 - 3 \left[\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{1} - 12 + 6 \right] = 3 - 3 [3 - 6] = 3 - 3 \times (-3) = 3 + 9 = 12$$

۲۷۸- حاصل عبارت $\frac{55^F \times 11^{-F} \times 3^F}{5^5 \times 9}$ کدام گزینه است؟ (بزد ۹۵)

- (۱) $\frac{55}{9}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{9}{5}$ (۴) $\frac{11}{5}$

گزینه (۳):

$$\frac{55^F \times 11^{-F} \times 3^F}{5^5 \times 9} = \frac{(5 \times 11)^F \times 11^{-F} \times 3^F}{5^5 \times 3^2} = \frac{5^F \times \overbrace{11^F \times 11^{-F}}^{11^0} \times 3^F}{5^5 \times 3^2} = \frac{\cancel{5^F} \times \cancel{3^F}}{\cancel{5^5} \times \cancel{3^2}} = \frac{9}{5}$$

۲۷۹- در پرتاب دو تاس احتمال این که مجموع دو عدد رو شده مضرب ۵ باشد چند است؟ (بزد ۹۵)

- (۱) $\frac{5}{36}$ (۲) $\frac{7}{36}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{29}{36}$

گزینه (۲):

تعداد کل حالت ها در پرتاب دو تاس، ۳۶ حالت است: $n(S) = 36$

مجموعه حالت هایی که مجموع دو عدد رو شده مضرب ۵ باشد، به صورت $A = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 5), (4, 6), (6, 4)\}$

است. بنابراین $n(A) = 7$. احتمال مورد نظر برابر است با: $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{36}$

۲۸۰- چندتا از جمله‌های زیر درست است؟ (بزد ۹۵)

* هر عدد اعشاری غیر مختوم، یک عدد گنگ است.

* عددی وجود دارد که صحیح باشد ولی گویا نباشد.

* حاصل جمع دو عدد گنگ، همواره یک عدد گنگ است.

* مساحت مستطیلی به ابعاد \sqrt{x} و \sqrt{y} ، همواره عددی اصم است.

- (۱) سه تا (۲) دو تا (۳) یکی (۴) هیچ کدام

گزینه (۴):

هر عدد اعشاری غیرمختوم، گویا است. فقط عددهایی که تعداد ارقام اعشاری آنها بی شمار و دارای دوره تناوب نیست، گنگ هستند. بنابراین جمله اول درست نیست.

اعداد صحیح زیرمجموعه‌ای از اعداد گویا هستند بنابراین جمله دوم درست نیست.

حاصل جمع دو عدد گنگی مانند $\sqrt{2}$ و $-\sqrt{2}$ برابر صفر است که عددی گویاست. بنابراین جمله سوم درست نیست.

مساحت مستطیلی به ابعاد $\sqrt{3}$ و $\sqrt{27}$ برابر ۹ است که عددی گویاست. بنابراین جمله چهارم درست نیست.

۲۸۱- کسر $\frac{1}{2\sqrt{48} - \sqrt{27}}$ با کدام گزینه برابر است؟ (بزد ۹۵)

- (۱) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{3\sqrt{3}}{5}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{15}$

گزینه (۴):

$$\frac{1}{2\sqrt{48} - \sqrt{27}} = \frac{1}{2\sqrt{16 \times 3} - \sqrt{9 \times 3}} = \frac{1}{2 \times 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3}} = \frac{1}{5\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{15}$$

۲۸۲- درباره دو ادعای زیر چه می‌توان گفت؟ (بزد ۹۵)

ادعای اول: اگر وترهای دو مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین با هم مساوی باشند، آن دو مثلث حتماً هم‌نهشت می‌باشند.

ادعای دوم: اگر فاصله مرکز دایره‌ای از دو وتر دلخواه آن دایره برابر باشد، طول آن دو وتر حتماً با هم مساوی است.

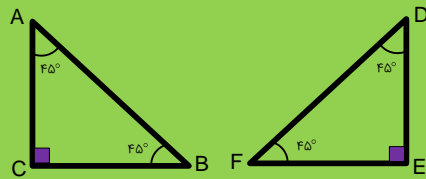
(۱) هر دو ادعا درست است

(۲) فقط ادعای اول درست است

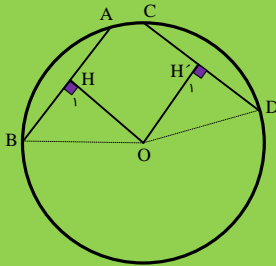
(۳) فقط ادعای دوم درست است

(۴) هر دو ادعا نادرست است

گزینه (۱): با توجه با اثبات های زیر، ادعای اول و دوم هر دو درست هستند.



$$\left. \begin{array}{l} \text{وترهای مساوی } AB = DF \\ \hat{B} = \hat{F} = 45^\circ \\ \hat{A} = \hat{D} = 45^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ACB \cong \triangle DEF \text{ (ز ص ز)}$$



$$\left. \begin{array}{l} \text{شعاع دایره } OB = OD \\ \text{فرض } OH = OH' \\ \text{فرض } \hat{H}_1 = \hat{H}'_1 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OHB \cong \triangle OH'D \Rightarrow HB = H'D \Rightarrow 2HB = 2H'D \Rightarrow AB = CD$$

وتر و یک ضلع

۲۸۳- در تجزیه عبارت جبری $x^5 - 8x$ کدام گزینه وجود ندارد؟ (بزد ۹۵)

- (۱) $x^2 + 3$ (۲) $x + 3$ (۳) $x - 3$ (۴) $x^2 + 9$

گزینه (۱):

$$x^5 - 8x = x(x^4 - 8) = x(x^2 - 9)(x^2 + 9) = x(x - 3)(x + 3)(x^2 + 9)$$

۲۸۴- نقطه $A = \begin{bmatrix} a+1 \\ b-1 \end{bmatrix}$ روی خط $2(x+1) - 3y = 5$ قرار دارد. کدام یک از رابطه‌های زیر درست است؟ (بزد ۹۵)

- (۱) $2b = 3a + 6$ (۲) $2a - 3b + 2 = 0$ (۳) $3a - 2b - 5 = 0$ (۴) $2a = 3b + 6$

گزینه (۲): با جایگذاری مختصات نقطه A در معادله خط داریم:

$$2(\underbrace{(a+1)}_{a+2}) - 3(b-1) = 5 \Rightarrow 2a + 4 - 3b + 3 = 5 \Rightarrow 2a - 3b + 2 = 0$$

۲۸۵- برای کدام گزینه می‌توان مثال نقض آورد؟ (بزد ۹۵)

- (۱) هر لوزی متوازی‌الاضلاع است
 (۲) نسبت تشابه دو شکل هم‌نهشت همیشه یک است.
 (۳) دو شکل متشابه حتماً هم‌نهشت می‌باشند.
 (۴) هر مثلث متساوی‌الاضلاع، چند ضلعی منتظم می‌باشد.

گزینه (۳):

لوزی تمام ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع را دارد. دو شکل هم‌نهشت همواره با هم متشابه هستند و نسبت تشابه آنها برابر یک است. هر مثلث متساوی‌الاضلاع، سه ضلعی منتظم است. دو شکل متشابه لزوماً هم‌نهشت نیستند. مثلاً دو مثلث متساوی‌الاضلاع در هر صورت با هم متشابه هستند ولی فقط در صورتی که ضلع‌های آن دو با هم برابر باشند، هم‌نهشت اند.

۲۸۶- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟ (بزد ۹۵)

(۱) عبارت $\sqrt{\pi a^2}$ یک جمله‌ای نمی‌باشد.

(۲) اگر $-2x > -12$ باشد، آنگاه $x > 6$ است.

(۳) تساوی $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$ یک اتحاد است.

(۴) درجه چند جمله‌ای $2xy^3 + x^2y + 1$ نسبت به x برابر ۳ می‌باشد.

گزینه (۳):

(۱): عبارت $\sqrt{\pi a^2}$ یک جمله‌ای است زیرا متغیر آن دارای توان صحیح مثبت است و ضریب آن نیز عددی است حقیقی.

(۲): اگر $-2x > -12$ باشد، آنگاه $x < 6$ است.

(۳): چون $(a+b)^2 + (a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2 = 2a^2 + 2b^2 = 2(a^2 + b^2)$ بنابراین تساوی یک اتحاد است.

(۴): بزرگ‌ترین درجه متغیر x برابر ۲ است. بنابراین درجه نسبت به x برابر ۳ می‌باشد.

۲۸۷- ارتفاع مخروطی سه برابر شعاع قاعده آن است. اگر حجم این مخروط 216π باشد، ارتفاع مخروط چقدر است؟ (بزد ۹۵)

۳ (۴)

۶ (۳)

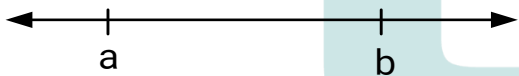
۱۸ (۲)

۱۲ (۱)

گزینه (۲):

$$v = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}(\pi r^2)h = \frac{1}{3}(\pi r^2) \times 3r = \pi r^3 = 216\pi \rightarrow r^3 = 216 \rightarrow r = \sqrt[3]{216} = 6 \xrightarrow{h=3r} h = 3 \times 6 = 18$$

۲۸۸- فاصله دو عدد a و b روی محور اعداد برابر با ۱۰ واحد است. کدام گزینه می‌تواند نادرست باشد؟ (بزد ۹۵)



(۴) $|\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}| = |a - b|$

(۳) $|-2(a-b)| = 2|a-b| = 20$

(۲) $|b-a| = 10$

(۱) $|a-b| = 10$

گزینه (۴):

فاصله دو نقطه مانند a و b همواره عددی مثبت است که میتوان به صورت قدرمطلق اختلاف دو عدد بیان کرد یعنی به صورت $|a-b|$ یا $|b-a|$. بنابراین گزینه (۱) و (۲) درست هستند.

با توجه به رابطه $|-2(a-b)| = 2|a-b| = 20$ گزینه (۳) نیز درست است. اما رابطه گزینه (۴) فقط در صورتی درست است که a

$$\underbrace{\quad}_{<0} \quad \underbrace{\quad}_{>0}$$

و b هر دو مثبت باشند. $|\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}| = |a| - |b| = |a-b|$

۲۸۹- از مستطیلی به ابعاد $2x+3$ و $2x+5$ مربعی به ضلع $2x+1$ را برمی‌داریم، مساحت قسمت باقی مانده کدام است؟ (بزد ۹۵)

۱۲x + ۱۴ (۴)

۲۰x + ۱۶ (۳)

۸x - ۱۶ (۲)

۵x - ۹ (۱)

گزینه (۴): کافی است مساحت جبری مستطیل را منهای مساحت جبری مربع کنید:

$$(2x+3)(2x+5) - (2x+1)^2 = 4x^2 + 16x + 15 - (4x^2 + 4x + 1) = 12x + 14$$

۲۹۰- حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{20} \times \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{30} \div \sqrt[3]{60}}$ کدام است؟ (بزد ۹۵)

۱/۵ (۴)

۱/۱۰ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

گزینه (۲):

$$\frac{\sqrt[3]{20} \times \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{30} \div \sqrt[3]{60}} = \frac{\sqrt[3]{20 \times 25}}{\sqrt[3]{\frac{30}{60}}} = \sqrt[3]{\frac{20 \times 25}{\frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{2 \times 20 \times 25} = \sqrt[3]{2 \times (2^2 \times 5) \times 5^2} = \sqrt[3]{2^3 \times 5^3} = 2 \times 5 = 10$$

۲۹۱- اگر $a > b$ باشد، کدام یک از نامساوی‌های زیر همواره صحیح است؟ (بزد ۹۵)

- (۱) $a^2 > b^2$ (۲) $a^2 > ab$ (۳) $a^3 > a^2b$ (۴) $ab > b^2$

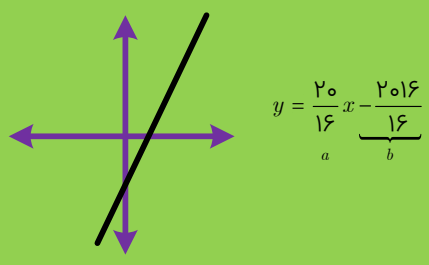
گزینه (۳):

گزینه (۱) نادرست است زیرا؛ اگر هر دو متغیر کوچکتر از ۱ باشند یعنی $a > b > 1$ باشد، آنگاه $b^2 < a^2$
 گزینه (۲) نادرست است زیرا؛ اگر $a < 0$ باشد آنگاه جهت نامعادله عوض میشود و فقط در صورتی که a مثبت باشد، درست است.
 گزینه (۳) درست است زیرا؛ طرفین نامعادله در a^2 ضرب شده است که همواره عددی مثبت است.
 گزینه (۴) نادرست است زیرا؛ اگر $b < 0$ باشد آنگاه جهت نامعادله عوض میشود و فقط در صورتی که b مثبت باشد، درست است.

۲۹۲- اگر خط $20x - 16y = 2016$ را رسم کنیم، از کدام ناحیه مختصاتی عبور نمی‌کند؟ (بزد ۹۵)

- (۱) ناحیه اول (۲) ناحیه دوم (۳) ناحیه سوم (۴) ناحیه چهارم

گزینه (۲): عرض از مبدأ عددی منفی و شیب عددی مثبت است و چنین خطوطی از ناحیه اول، سوم و چهارم عبور می‌کنند.



۲۹۳- کدام گزینه پاسخ نامعادله $\frac{x-1}{2} + \frac{3}{4} \leq \frac{2x-3}{6}$ می‌باشد؟ (بزد ۹۵)

- (۱) $\{x \mid x \in R, x \geq \frac{9}{2}\}$ (۲) $\{x \mid x \in R, x \leq \frac{9}{2}\}$ (۳) $\{x \mid x \in R, x \leq \frac{9}{2}\}$ (۴) $\{x \mid x \in R, x \geq \frac{9}{2}\}$

گزینه (۱):

$$12 \times \left[\frac{x-1}{2} + \frac{3}{4} \leq \frac{2x-3}{6} \right] \rightarrow 6(x-1) + 3(3) \leq 2(2x-3) \rightarrow 6x - 6 + 9 \leq 4x - 6 \rightarrow 2x \leq -9 \rightarrow x \leq -4.5$$

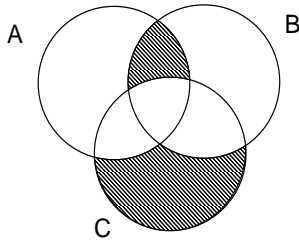
۲۹۴- حاصل تقسیم روبرو کدام است؟ (بزد ۹۵)

- (۱) $\frac{x+1}{x-3}$ (۲) $\frac{x-1}{x-3}$ (۳) $\frac{x-1}{x+1}$ (۴) $\frac{x+1}{x-1}$

گزینه (۳):

$$\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 9} \div \frac{x^2 - 6x - 7}{x^2 - 10x + 21} = \frac{(x-1)(x+3)}{(x-3)(x+3)} \div \frac{(x-7)(x+1)}{(x-7)(x-3)} = \frac{(x-1)(x+3)}{(x-3)(x+3)} \times \frac{(x-7)(x-3)}{(x-7)(x+1)} = \frac{x-1}{x+1}$$

۲۹۵- مجموعه‌های $A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 29\}$ و $B = \{x+12 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 21\}$ و $C = \{15, 16, 17, \dots, 35\}$ را در نظر بگیرید. با توجه به شکل، ناحیه‌های سایه خورده کلاً چند عضو دارد؟ (بزد ۹۵)



- ۷ (۱)
- ۲ (۲)
- ۵ (۳)
- ۴ (۴)

گزینه (۴): با توجه به محاسبات، قسمت هاشورخورده بالا ۲ عضو و قسمت هاشور خورده پایین نیز دو عضو دارد.

$A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 29\}$
 $B = \{13, 14, 15, 16, \dots, 33\}$
 $C = \{15, 16, 17, \dots, 35\}$
 $(A \cap B) - C = \{13, 14, \dots, 29\} - \{15, 16, 17, \dots, 35\} = \{13, 14\}$
 $C - (A \cup B) = \{15, 16, 17, \dots, 35\} - \{0, 1, 2, 3, \dots, 33\} = \{34, 35\}$

۲۹۶- حاصل عبارت روبرو کدام است؟ (بزد ۹۵)

$$\frac{x-8}{x^2-x-6} + \frac{x-2}{x-3} =$$

$\frac{x+3}{x+2}$ (۴)

$\frac{x-2}{x-3}$ (۳)

$\frac{x-4}{x-3}$ (۲)

$\frac{x+4}{x+2}$ (۱)

گزینه (۱):

$$\frac{x-8}{x^2-x-6} + \frac{x-2}{x-3} = \frac{x-8}{(x-3)(x+2)} + \frac{(x-2)(x+2)}{(x-3)(x+2)} = \frac{x-8+x^2-4}{(x-3)(x+2)} = \frac{x^2+x-12}{(x-3)(x+2)} = \frac{(x-3)(x+4)}{(x-3)(x+2)} = \frac{x+4}{x+2}$$

۲۹۷- معادله خطی که از نقطه برخورد دو خط $3x - y = 10$ و $x + 2y = 1$ گذشته باشد و با خط $2x - y = 3$ موازی باشد، کدام است؟ (بزد ۹۵)

$y = -2x + 5$ (۴)

$y = 2x - 7$ (۳)

$y = -2x$ (۲)

$y = 2x - 1$ (۱)

گزینه (۳):

محل تقاطع دو خط نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ است.

$x + 2y = 1 \rightarrow x = 1 - 2y \xrightarrow{y=-1} x = 3$
 $3x - y = 10 \xrightarrow{x=1-2y} 3(1-2y) - y = 10 \rightarrow 3 - 6y - y = 10 \rightarrow -7y = 7 \rightarrow y = -1$

شیب خط $2x - y = 3$ برابر با ۲ است. بنابراین شیب و یک نقطه از خط معلوم است و داریم:

معادله خط $y = ax + b \rightarrow y = 2x + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}} -1 = 2(3) + b \rightarrow b = -7 \rightarrow y = 2x - 7$

۲۹۸- نماد علمی $75 \times 10^{-8} + 0.63 \times 10^{-6}$ کدام گزینه است؟ (بزد ۹۵)

$7/6 \times 10^{-6}$ (۴)

$7/6 \times 10^{-7}$ (۳)

$1/38 \times 10^{-6}$ (۲)

$1/38 \times 10^{-7}$ (۱)

گزینه (۲):

$$75 \times 10^{-8} + 0 / 63 \times 10^{-6} = 7 / 5 \times 10^{-7} + 6 / 3 \times 10^{-7} = (7 / 5 + 6 / 3) \times 10^{-7} = 13 / 8 \times 10^{-7} = 1 / 38 \times 10^{-6}$$

۲۹۹- شعاع قاعده استوانه‌ای برابر با شعاع یک کره و ارتفاع آن $\frac{3}{4}$ قطر همان کره است. حجم استوانه چه کسری از حجم کره می‌باشد؟

(بزد ۹۵)

(۱) $\frac{8}{9}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{9}{8}$

گزینه (۴): حجم استوانه را $v_{cylinder}$ و حجم کره را v_{sphere} در نظر بگیرید:

$$v_{sphere} = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad v_{cylinder} = \pi r_{cylinder}^2 \times h_{cylinder} = \pi r^2 \left(\frac{3}{4} \times 2r \right) = \frac{3}{2} \pi r^3 \quad \frac{v_{cylinder}}{v_{sphere}} = \frac{\frac{3}{2} \pi r^3}{\frac{4}{3} \pi r^3} = \frac{9}{8}$$

۳۰۰- تجزیه عبارت $(a-b)^2 - 2a + 2b$ کدام است؟ (بزد ۹۵)

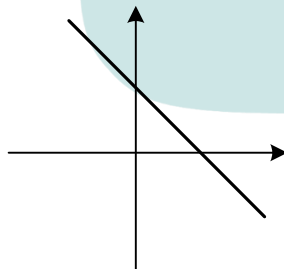
(۱) $(a-b)(a-b-2)$ (۲) $(a+b)(a-b+1)$ (۳) $(a-b)(a-b+2)$ (۴) $(a+b)(a+b-1)$

گزینه (۱): $(a-b)^2 - 2a + 2b = (a-b)^2 - 2(a-b) = (a-b) + (a-b-2)$

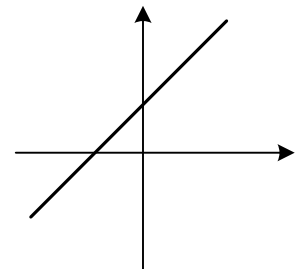
۳۰۱- درجه عبارت $7x^2y^3 - 5x^3y + y^5$ نسبت به متغیرهای x و y کدامیک از اعداد زیر است؟ (بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)

(۱) ۹ (۲) ۱۴ (۳) ۴ (۴) ۵

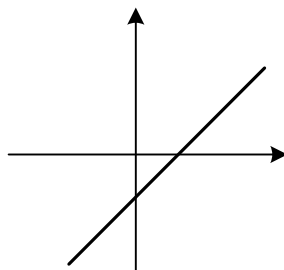
۳۰۲- در کدامیک از خط‌های زیر، شیب منفی و عرض از مبدأ مثبت است؟ (بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)



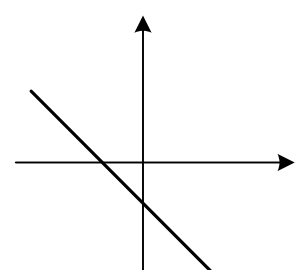
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۳۰۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟ (بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)

- دو لوزی که یک زاویه برابر دارند، متشابه نیستند.
- $\frac{39}{48}$ یک عدد اعشاری مختوم (متناهی) است.
- اگر $A \subseteq B$ ، آنگاه $A - B = \emptyset$.
- حاصل عبارت $|a| + a$ به ازای تمام مقادیر a ، نامنفی است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۰۴- اگر $۲ < x < ۳$ ، حاصل عبارت $|(۲x-۱)| - |۵-x| + \sqrt{(x-۳)^2}$ کدام است؟ (بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)

۱ (۱) $۴x - ۹$ ۲ (۲) $۹ - ۴x$ ۳ (۳) $۲x - ۱$ ۴ (۴) $-۲x - ۱$

۳۰۵- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{\frac{۳}{۵}} - \sqrt{\frac{۵}{۳}}}{\sqrt{۱۵}}$ کدام است؟ (بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)

۱ (۱) $-\frac{۸}{۱۵}$ ۲ (۲) $\frac{۲}{۱۵}$ ۳ (۳) $-\frac{۲}{۱۵}$ ۴ (۴) $\frac{۸}{۱۵}$

۳۰۶- اگر $n(A \cup B) = ۹$ ، $n(A \cap B) = ۴$ و $n(A - B) = ۲$ ، حاصل $n(B - A)$ کدام است؟ (بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)

۱ (۱) ۲ ۲ (۲) ۳ ۳ (۳) ۴ ۴ (۴) ۵

۳۰۷- کدام یک از اعداد زیر گویا است؟ (بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)

۱ (۱) $\frac{\pi}{۳}$ ۲ (۲) $(\sqrt{۳} - ۱)^2$ ۳ (۳) $۰ / ۰۱۰۰۱۰۰۰۱۰۰۰۰۱۰۰۰۰ / ۰$ ۴ (۴) $\frac{۳ + ۳\sqrt{۲}}{۲\sqrt{۲} + ۲}$

۳۰۸- حاصل عبارت $\frac{۰ / ۱۶۹ \times ۰ / ۰۰۰۲}{۰ / ۰۱۳ \times ۱۰^{-۶}}$ به صورت نماد علمی کدام است؟ (بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)

۱ (۱) ۴×۱۰^۳ ۲ (۲) ۴×۱۰^{-۳} ۳ (۳) $۲ / ۶ \times ۱۰^{-۳}$ ۴ (۴) $۲ / ۶ \times ۱۰^۳$

۳۰۹- مجموعه جواب نامعادله مقابل چند عضو حسابی دارد؟ $\frac{x-۳}{۵} + ۲ \geq \frac{x}{۲}$ (بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)

۱ بی‌شمار ۲ (۲) ۵ ۳ (۳) ۴ ۴ (۴) ۳

۳۱۰- وتر یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین $\sqrt{۵}۰$ سانتی‌متر است. این مثلث را حول یکی از اضلاع زاویه قائمه دوران می‌دهیم.

حجم شکل حاصل چند سانتی‌متر مکعب است؟ (بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)

۱ (۱) $\frac{۱۲۵\pi}{۳}$ ۲ (۲) $\frac{۳۷۵\pi}{۳}$ ۳ (۳) ۲۲۵π ۴ (۴) ۳۷۵π

۳۱۱- چه تعداد از عبارت‌های مقابل برابر ۲ یا -۲ است؟

(بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)

$\frac{۴a-۲}{۱-۲a}$ ، $\frac{۲-m}{m}$ ، $\frac{۶-۴x}{-۲x+۳}$ ، $\frac{۲-۲y}{۲y+۱}$

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۱۲- حجم مکعبی برابر $\frac{۲\sqrt{۳} + ۴\sqrt{۲}}{۲} - \sqrt{۳} + ۳\sqrt{۲}$ است. ضلع مکعب کدام است؟

۱ (۱) $\sqrt{۲}$ ۲ (۲) $\sqrt{۳}$ ۳ (۳) $\sqrt{\sqrt{۲}}$ ۴ (۴) $\sqrt{\sqrt{۳}}$

۳۱۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟ (بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)

- اگر $a + b < ۰$ ، آنگاه ab یا مثبت است یا منفی.
- اگر $y = k$ ، $(k \in R)$ ، صورت کلی معادله خط‌هایی است که شیب آنها صفر است.
- هیچ عدد صحیحی وجود ندارد که به ازای آن، عبارت $\frac{۵}{x^2 - ۲}$ تعریف نشده باشد.

▪ اگر شعاع یک کره برابر ۳ باشد. عدد حجم و مساحت کره با هم مساویند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۱۴- مستطیلی به طول a و عرض b را یک بار حول طول و بار دیگر حول عرض آن دوران می‌دهیم. حجم شکل اول چند برابر حجم

شکل دوم است؟ (بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)

- (۱) $\frac{a}{b}$ (۲) $\frac{b}{a}$ (۳) $\frac{1}{a}$ (۴) $\frac{1}{b}$

۳۱۵- اگر باقی‌مانده تقسیم عبارت $2x^3 - 7x^2 + 5$ بر عبارت $x^2 - 2$ برابر $ax + b$ باشد. حاصل $a + b$ کدام است؟ (بوشهر، کرمانشاه، خوزستان

و شهرستان‌های تهران ۹۵)

- (۱) ۱۳ (۲) ۵ (۳) -۵ (۴) -۱۳

۳۱۶- دو مجموعه $\{y, \lambda, z\}$ و $\{x, \mu\}$ برابرند. بیشترین مقدار عبارت $x + y - z$ کدام است؟ (بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)

- (۱) ۸ (۲) ۱۳ (۳) ۱۷ (۴) ۱۹

۳۱۷- اگر A مجموعه متوازی‌الاضلاع‌ها، B مجموعه مستطیل‌ها، C مجموعه لوزی‌ها و D مجموعه مربع‌ها باشد، کدام گزینه صحیح

است؟ (بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)

- (۱) $C \subseteq D$ (۲) $B \subseteq D$ (۳) $A \cap C = D$ (۴) $B \cap C = D$

۳۱۸- کدامیک از دو جمله‌ای‌های زیر را از عبارت $3x^2 - 15x + 25$ کم کنیم تا عبارت حاصل، مربع یک دو جمله‌ای باشد؟ (بوشهر،

کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)

- (۱) $2x^2 - 5x$ (۲) $2x^2 + 5x$ (۳) $-2x^2 - 5x$ (۴) $-2x^2 + 5x$

۳۱۹- از نقطه برخورد دو خط $x = 2y$ و $x - y = -2$ ، خطی موازی محور طول‌ها رسم می‌کنیم. عرض از مبدأ این خط کدام است؟

(بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۱

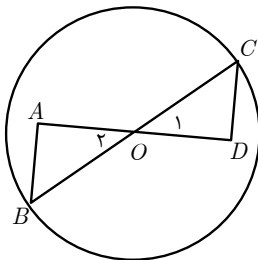
۳۲۰- مساحت مثلث حاصل از برخورد دو خط $x + 3 = 0$ و $2x = 3y$ روی محورهای مختصات کدام است؟ (بوشهر، کرمانشاه، خوزستان

و شهرستان‌های تهران ۹۵)

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۳

۳۲۱- با توجه به شکل زیر، با در نظر گرفتن کدام گزینه به عنوان فرض مسئله نمی‌توان هم‌نهشتی دو مثلث را نتیجه گرفت؟ (O مرکز

دایره است و دو زاویه O_1 و O_2 متقابل به راس هستند) (بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)

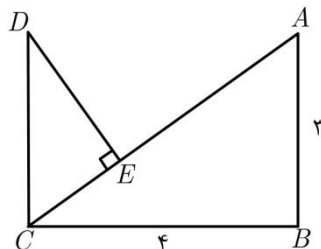


(۱) $AB \parallel CD$

(۲) $\overline{AB} = \overline{CD}$

(۳) $\hat{A} = \hat{D}$

(۴) $\overline{AO} = \overline{OD}$



۳۲۲- در شکل زیر $\overline{AB} = \overline{CD}$ و دو مثلث ABC و DEC متشابه هستند. نسبت تشابه کدام

است؟ (بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)

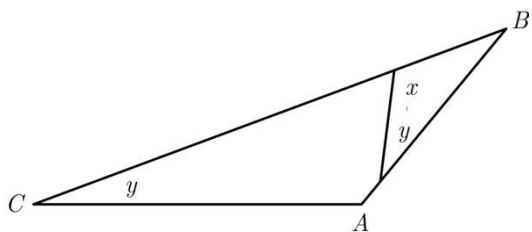
- (۲) ۵/۵

۰/۸ (۴)

۰/۶ (۳)

(بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)

۳۲۳- با توجه به شکل زیر زاویه A برابر کدام گزینه است؟



۳y (۲)

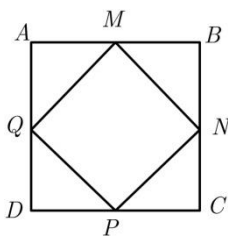
$\frac{2x-y}{2}$ (۴)

x (۱)

$\frac{x+y}{2}$ (۳)

۳۲۴- نقاط P, N, M, Q وسط‌های اضلاع مربع $ABCD$ هستند. اگر مساحت مربع $MNPQ$ برابر ۳۶ مترمربع باشد، محیط مربع $ABCD$ چند متر است؟

(بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)



۱۲ (۲)

۲۴ (۴)

$12\sqrt{2}$ (۱)

$24\sqrt{2}$ (۳)

$$\left(\frac{xy+1}{xy-1} - \frac{xy-1}{xy+1}\right) \div \left(\frac{xy+1}{xy-1} + \frac{xy-1}{xy+1} - 2\right)$$

۱ (۴)

(بوشهر، کرمانشاه، خوزستان و شهرستان‌های تهران ۹۵)

۳۲۵- حاصل عبارت مقابل کدام است؟

xy (۳)

2xy (۲)

۲ (۱)

۳۲۶- تعداد زیر مجموعه‌های $B = \{۳, ۴\}$ چند برابر زیر مجموعه‌های $A = \{۱, ۲, ۳, \dots, ۱۰\}$ می‌باشد؟ (شهر تهران ۹۵)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

گزینه (۲): مجموعه‌ی B دو عضوی است و $۴ = ۲^۲$ عضو دارد. مجموعه‌ی A تک عضوی است و $۲ = ۲^۱$ عضو دارد. پس تعداد زیر مجموعه‌های B دو برابر تعداد زیر مجموعه‌های A است.

$$|2 - \sqrt{3}| - |\sqrt{3} - 1| - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} - \sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) = 2 - \sqrt{3} - 3 + \sqrt{3} = 2 - 3 = -1$$

۳۲۷- اگر $A = \{۱, ۲, ۳, \dots, ۳۰\}$ و $B = \{x \mid x = 4n - 1, n \in A\}$ و $B \subseteq A$ ، آن گاه B چند عضو دارد؟ (شهر تهران ۹۵)

۳۰ (۴)

۷ (۳)

۲۹ (۲)

۶ (۱)

گزینه (۳): اگر $B = \{x \mid x = 4n - 1, n \in A\}$ باشد داریم:

$$B = \{4 \times (1) - 1, 4 \times (2) - 1, 4 \times (3) - 1, 4 \times (4) - 1, 4 \times (5) - 1, \dots, 4 \times (30) - 1\}$$

$$B = \{3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, \dots, 119\}$$

از طرفی قرار است B زیر مجموعه A باشد، بنابراین اعضای نهایی B عضوایی از B هستند که در A نیز باشند. پس داریم:

B هفت عضو دارد. $B = \{3, 7, 11, 15, 19, 23, 27\}$

۳۲۸- اگر $A \subseteq B$ باشد، حاصل $[(A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B)]$ کدام است؟ (شهر تهران ۹۵)

- (۱) A (۲) B (۳) B - A (۴) \emptyset

گزینه (۲):

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A, \quad A \subseteq B \Rightarrow A - B = \emptyset, \quad A \subseteq B \Rightarrow B - A = B - A$$

$$\Rightarrow (A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B) = \emptyset \cup (B - A) \cup A = (B - A) \cup A = B$$

۳۲۹- تعداد ۴ سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال این که حداقل یک سکه «رو» ظاهر شود، کدام است؟ (شهر تهران ۹۵)

- (۱) $\frac{12}{16}$ (۲) $\frac{13}{16}$ (۳) $\frac{7}{8}$ (۴) $\frac{15}{16}$

گزینه (۴): ابتدا احتمال این است که همه سکه‌ها پشت بیایند را حساب می‌کنیم:

$$n(S) = 2^4 = 16$$

تعداد اعضای مجموعه پیشامد همه سکه‌ها پشت (P) بیایند: $A = \{P, P, P, P\} \rightarrow n(A) = 1$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{16}$$

در نتیجه احتمال این که همه سکه‌ها پشت بیایند برابر است با؛

در غیر از این حالت همواره یکی از سکه‌ها «رو» می‌آید. بنابراین احتمال اینکه حداقل یکی از سکه‌ها «رو» ظاهر شود برابر است با؛

$$1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

۳۳۰- حاصل عبارت $|2 - \sqrt{3}| - \sqrt{3}|1 - \sqrt{3}|$ برابر است با: (شهر تهران ۹۵)

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) $5 - 2\sqrt{3}$

گزینه (۲): مقدار $\sqrt{3}$ ، تقریباً $1/73$ است، پس $1 < \sqrt{3} < 2$ است.

$$|2 - \sqrt{3}| - \sqrt{3}|1 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3} - \sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) = 2 - \sqrt{3} - 3 + \sqrt{3} = -1$$

۳۳۱- اگر $1 < x < 2$ باشد، حاصل عبارت $|x - 1| + |3 - x| - |2x - 1|$ کدام است؟ (شهر تهران ۹۵)

- (۱) $2x - 3$ (۲) $2x + 3$ (۳) $-2x + 3$ (۴) $2x + 2$

گزینه (۳):

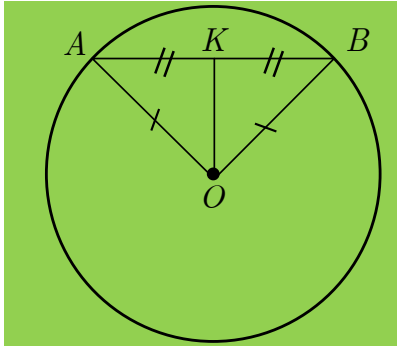
$$\left. \begin{aligned} x > 1 &\rightarrow x - 1 > 0 \rightarrow |x - 1| = x - 1 \\ x < 2 &\rightarrow -x > -2 \rightarrow 3 - x > 3 - 2 = 1 \rightarrow 3 - x > 0 \rightarrow |3 - x| = 3 - x \\ x > 1 &\rightarrow 2x > 2 \rightarrow 2x - 1 > 2 - 1 \rightarrow 2x - 1 > 1 \rightarrow 2x - 1 > 0 \rightarrow |2x - 1| = 2x - 1 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow |x - 1| + |3 - x| - |2x - 1| = x - 1 + 3 - x - (2x - 1) = 2 - 2x + 1 = 3 - 2x$$

۳۳۲- در اثبات «خطی که مرکز دایره را به وسط وتری از آن وصل می‌کند، بر آن وتر عمود است» از کدام حالت همنهستی مثلث‌ها می‌توان استفاده کرد؟ (شهر تهران ۹۵)

- (۱) ض ض ض (۲) ض ز ض (۳) ز ض ز (۴) هر سه مورد

گزینه (۱): سراسر ترین روش برای اثبات همنهستی مثلث‌ها در این مساله حالت (ض ض ض) است.



روش اثبات اول:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{OA} = \overline{OB} \\ \overline{KA} = \overline{KB} \\ \overline{OK} = \overline{OK} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \left. \begin{array}{l} \triangle OAK = \triangle OBK \\ AO = BO \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اجزای نظیر}} \left. \begin{array}{l} \widehat{AOK} = \widehat{BOK} \\ 180^\circ = \widehat{AOK} + \widehat{BOK} \end{array} \right\} \rightarrow \widehat{AOK} = \widehat{BOK} = 90^\circ \rightarrow OK \perp AB$$

روش اثبات دوم:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AOB : \overline{AO} = \overline{BO} \text{ فرضیه} \\ \overline{OA} = \overline{OB} \text{ فرض} \\ \overline{AK} = \overline{BK} \text{ فرض} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \left. \begin{array}{l} \triangle AOK \cong \triangle BOK \\ \overline{AO} = \overline{BO} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اجزای نظیر}} \left. \begin{array}{l} \widehat{AOK} = \widehat{BOK} \\ \widehat{AOK} + \widehat{BOK} = 180^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \widehat{AOK} = \widehat{BOK} = 90^\circ \rightarrow OK \perp AB$$

۳۳۳- حاصل عبارت $27^{-1} \times 3^4 \times \frac{1}{9}$ برابر است با: (شهر تهران ۹۵)

- (۱) ۹ (۲) ۳ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ۱

گزینه (۳):

$$27^{-1} \times 3^4 \times \frac{1}{9} = 3^{3 \times -1} \times 3^4 \times \frac{1}{3^2} = 3^{-3} \times 3^4 \times 3^{-2} = 3^{-2} = 3^{-3+4-2} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

۳۳۴- حاصل عبارت $A = \frac{5}{14} \times 10^{11} - 14 \times 10^9 \div 5 \times 10^8$ برابر است با: (شهر تهران ۹۵)

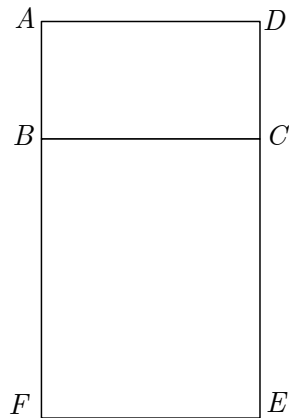
- (۱) ۱۰۰۰ (۲) ۱۰۰ (۳) 10^4 (۴) 10^6

گزینه (۱):

$$\begin{aligned} A &= (\frac{5}{14} \times 10^{11} - 14 \times 10^9) \div 5 \times 10^8 = (\frac{5}{14} \times 10^{11} - \frac{14}{1} \times 10^9) \div 5 \times 10^8 \\ &= ((\frac{5}{14} - \frac{14}{1}) \times 10^{11}) \div 5 \times 10^8 \\ &= (\frac{5}{14} \times 10^{11}) \div 5 \times 10^8 = \frac{5}{14} \times 10^{11} \times \frac{1}{5} \times 10^{-8} = 10^{11} \times 10^{-8} = 10^3 = 1000 \end{aligned}$$

۳۳۵- مطابق شکل دو مستطیل ABCD و BCEF متشابه‌اند. اگر $AB = 1$ و $AD = 3$ باشد، مساحت مستطیل ADEF چند برابر مساحت مستطیل BCEF است؟ (شهر تهران ۹۵)

- (۱) $\frac{4}{3}$



$$\frac{3}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{9}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{10}{9} \quad (۴)$$

گزینه (۴):

$$\left. \begin{array}{l} ABCD \sim BCEF \\ \overline{AO} = \overline{BO} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تعریف}} \left. \begin{array}{l} \overline{CE} = 3\overline{BC} \\ \overline{BC} = \overline{AD} = 3 \end{array} \right\} \rightarrow \overline{CE} = 3 \times 3 = 9$$

$$\left. \begin{array}{l} S_{ADEF} = 3 \times \overline{DE} = 3(1+9) = 3 \times 10 \\ S_{BCEF} = 3 \times \overline{CE} = 3 \times 9 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{S_{ADEF}}{S_{BCEF}} = \frac{3 \times 10}{3 \times 9} = \frac{10}{9}$$

۳۳۶- حاصل عبارت $\frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}$ برابر است با: (شهر تهران ۹۵)

$$\sqrt{2} \quad (۴)$$

$$1 \quad (۳)$$

$$2 \quad (۲)$$

$$2\sqrt{2}-1 \quad (۱)$$

گزینه (۳):

$$\frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{2(\sqrt{2}+1) - \sqrt{2}}{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)} = \frac{2\sqrt{2}+2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)} = \frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = 1$$

۳۳۷- اگر $A = x^2 + 2x + 3$ و $B = 2x^2 + 3x - 1$ و $C = 3x^2 - 5x + 4$ باشد، آنگاه مقدار $2A + B - C$ کدام است؟ (شهر تهران ۹۵)

$$x^2 + 10x + 2 \quad (۴)$$

$$x^2 + 12x + 1 \quad (۳)$$

$$x^2 + 12x - 1 \quad (۲)$$

$$x^2 + 10x - 2 \quad (۱)$$

گزینه (۳):

$$\begin{aligned} 2A + B - C &= 2(x^2 + 2x + 3) + 2x^2 + 3x - 1 - (3x^2 - 5x + 4) \\ &= 2x^2 + 4x + 6 + 2x^2 + 3x - 1 - 3x^2 + 5x - 4 = x^2 + 12x + 1 \end{aligned}$$

۳۳۸- در تجزیه $4a^2 - 64$ کدام عامل وجود ندارد؟ (شهر تهران ۹۵)

$$a^2 - 8 \quad (۴)$$

$$a - 2 \quad (۳)$$

$$a + 2 \quad (۲)$$

$$a^2 + 4 \quad (۱)$$

گزینه (۴):

$$4a^2 - 64 = 4(a^2 - 16) = 4(a^2 + 4)(a^2 - 4) = 4(a^2 + 4)(a + 2)(a - 2)$$

۳۳۹- اگر $A = x^2 + \frac{1}{2}$ و $B = x^2 - \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $A + B$ و $B - A$ کدام است؟ (شهر تهران ۹۵)

- (۱) $2x^2$ (۲) $-2x^2$ (۳) ۲ (۴) -۲

گزینه (۲):

$$A + B = x^2 + \frac{1}{2} + x^2 - \frac{1}{2} = 2x^2, \quad B - A = x^2 - \frac{1}{2} - x^2 - \frac{1}{2} = -1$$

$$B - A \quad A + B = -1 \quad 2x^2 = -2x^2$$

۳۴۰- به ازای کدام عدد صحیح، نامساوی $\frac{2}{\sqrt{-x}} > 1$ برقرار است؟ (شهر تهران ۹۵)

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

گزینه (۳): کسر $\frac{2}{\sqrt{-x}}$ قرار است از ۱ بزرگتر باشد. پس $\sqrt{-x}$ باید مثبت باشد و صورت کسر باید از مخرج آن بزرگتر

$$\text{باشد: } 2 > \sqrt{-x} \rightarrow 2 - \sqrt{-x} > 0 \rightarrow 2 - \sqrt{-x} > 0 \rightarrow \sqrt{-x} < 2 \rightarrow -x < 4 \rightarrow x > -4$$

اما x نمی تواند ۷ باشد. زیرا در این صورت مخرج کسر صفر می شود و کسر $\frac{2}{\sqrt{-x}}$ بی معنی خواهد بود. پس x باید ۶ یا هر عدد صحیح بزرگتر از ۷ باشد. اما از آنجا که $\sqrt{-x}$ باید مثبت باشد x نمی تواند بزرگتر از ۷ باشد. پس تنها عدد صحیح قابل قبول ۶ است.

۳۴۱- شیب خط $\frac{3-x+2y}{3} = \frac{x}{2}$ برابر است با: (شهر تهران ۹۵)

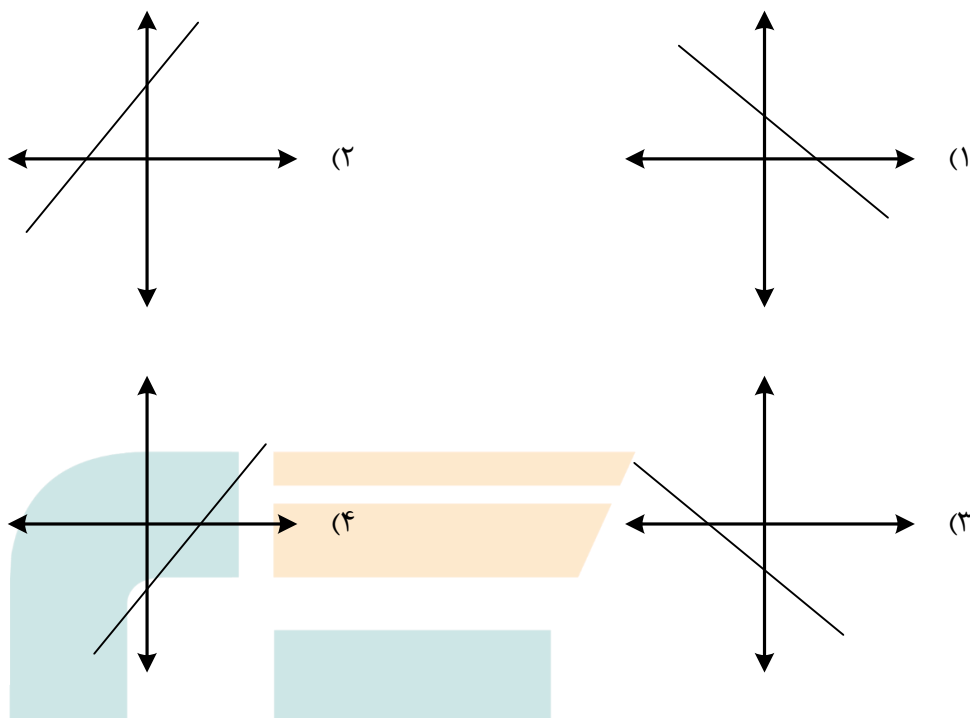
- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{5}{4}$

گزینه (۱):

$$\frac{3-x+2y}{3} = \frac{x}{2} \rightarrow 2(3-x+2y) = 3x \rightarrow 6-2x+4y = 3x \rightarrow 4y = 3x+2x-6$$

$$= 4y = 5x-6 \rightarrow y = \frac{5}{4}x - \frac{6}{4}$$

۳۴۲- در معادله $ax + by + c = 0$ ، اگر $ab > 0$ و $bc < 0$ نمودار خط به کدام صورت خواهد بود؟ (شهر تهران ۹۵)



گزینه (۱):

$$\left. \begin{array}{l} ab > 0 \rightarrow b \neq 0 \\ ax + by + c = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{a}{b}x + y + \frac{c}{b} = 0 \rightarrow y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

شیب خط $-\frac{a}{b}$ و عرض از مبدأ آن $-\frac{c}{b}$ است.

$ab > 0 \rightarrow \frac{a}{b} > 0 \rightarrow -\frac{a}{b} < 0$. شیب خط منفی است.

$bc < 0 \rightarrow \frac{c}{b} < 0 \rightarrow -\frac{c}{b} > 0$. عرض از مبدأ مثبت است.

شیب گزینه ۱ و گزینه ۳ منفی است. در بین این دو عرض از مبدأ گزینه ۱ مثبت است.

۳۴۳- اگر $2x + 5y = 10$ و $5x + 2y = 18$ باشد، مقدار عددی $x + y^2$ برابر است با: (شهر تهران ۹۵)

- ۴۹ (۱) ۴ (۲) ۲۸ (۳) ۱۶ (۴)

گزینه (۴):

$$\left. \begin{array}{l} 5x + 2y = 18 \\ 2x + 5y = 10 \end{array} \right\} \rightarrow 7x + 7y = 28 \rightarrow x + y = 4 \rightarrow (x + y)^2 = 16$$

۳۴۴- حاصل کسر $\frac{2x^2 - 8x + 8}{2x - 4}$ کدام است؟ (شهر تهران ۹۵)

$2x - 4$ (۴)

$x - 2$ (۳)

$x + 2$ (۲)

$2x + 4$ (۱)

گزینه (۳):

$$\frac{2x^2 - 8x + 8}{2x - 4} = \frac{2(x^2 - 4x + 4)}{2(x - 2)} = \frac{(x - 2)^2}{x - 2} = x - 2$$

۳۴۵- کدام نقطه‌ی زیر روی خط $2y - 3x = 7$ قرار ندارد؟ (شهر تهران ۹۵)

$\begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ (۳)

$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۱)

گزینه (۲):

$$\left. \begin{matrix} y = -2 \\ x = -1 \end{matrix} \right\} \rightarrow 2y - 3x = 2(-2) - 3(-1) = -4 + 3 = -1 \neq 7$$

۳۴۶- در کره‌ای به شعاع R یک مکعب محاط شده است. نسبت حجم این کره به مکعب نام برده کدام است؟ (شهر تهران ۹۵)

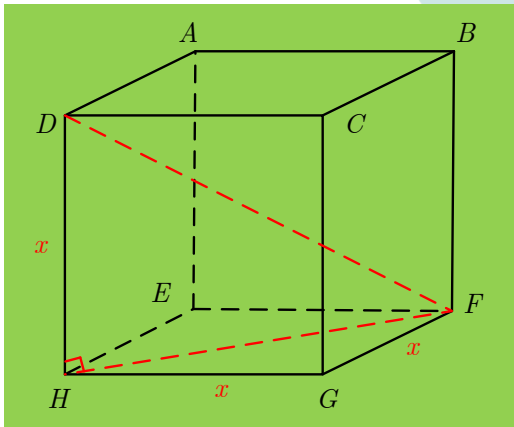
$\frac{\sqrt{3}}{2} \pi$ (۴)

$\frac{\sqrt{6}}{3} \pi$ (۳)

$\frac{\sqrt{2}}{2} \pi$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{3} \pi$ (۱)

گزینه (۴):



در مکعب $ABCDEFGH$ به مستطیل $BFHD$ توجه کنید. محل برخورد قطرهای این مستطیل از B و F و H و D به یک فاصله است. پس مرکز کره محل برخورد قطرهای مستطیل $BFHD$ است. پس طول DF دو برابر شعاع کره است.

$\overline{DF} = 2R$ طول یال مکعب را x می‌گیریم.

$\overline{HF}^2 = \overline{HG}^2 + \overline{GF}^2 \rightarrow \overline{HF}^2 = 2x^2$

$\overline{DF}^2 = \overline{DH}^2 + \overline{HF}^2 = x^2 + 2x^2 = 3x^2 \rightarrow 4R^2 = 3x^2 \rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}} R$

$$\frac{\text{حجم کره}}{\text{حجم مکعب}} = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^3 \times R^3} = \frac{\frac{4}{3} \pi}{\frac{8}{3\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \pi$$

۳۴۷- حاصل عبارت $2 + \frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x}$ برابر است با: $x \neq -1, 1$ (شهر تهران ۹۵)

$\frac{4}{1-x^2}$ (۴)

$\frac{2(1+x^2)}{1-x^2}$ (۳)

$\frac{2(1+x^2)}{x^2-1}$ (۲)

$\frac{4}{x^2-1}$ (۱)

گزینه (۴):

$$\frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x} + 2 = \frac{1+x^2 + 1-x^2 + 2(1-x^2)}{(1-x)(1+x)} = \frac{2x^2 + 2 + 2 - 2x^2}{1-x^2} = \frac{4}{1-x^2}$$

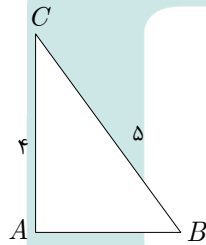
۳۴۸- خارج قسمت تقسیم $x^6 - y^6$ بر $x + y$ کدام است؟ (شهر تهران ۹۵)

$$x^3 - y^3 \quad (1) \quad x^3 - 2x^2y - y^3 \quad (2) \quad x^3 - x^2y + xy^2 - y^3 \quad (3) \quad x^3 + x^2y - xy^2 + y^3 \quad (4)$$

گزینه (۳):

$$\frac{x^6 - y^6}{x + y} = \frac{(x^3 + y^3)(x + y)(x - y)}{x + y} = (x^3 + y^3)(x - y) = x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$$

۳۴۹- شکل زیر را یک بار حول ضلع AB و بار دیگر حول ضلع AC دوران می‌دهیم. اختلاف حجم دو مخروط حاصل کدام است؟ (شهر تهران ۹۵)



$$4\pi \quad (1)$$

$$6\pi \quad (2)$$

$$2\pi \quad (3)$$

$$8\pi \quad (4)$$

گزینه (۱):

$$V_1 = \pi \overline{AB}^2 \times 4 \times \frac{1}{3}, \quad V_2 = \pi \overline{AC}^2 \times \overline{AB} \times \frac{1}{3}, \quad \overline{AB}^2 = 5^2 - 4^2 = 3^2 \rightarrow \overline{AB} = 3$$

$$V_1 - V_2 = \frac{\pi}{3} \overline{AB} \times \overline{AC} (\overline{AC} - \overline{AB}) = \frac{\pi}{3} \times 4 \times 3(4 - 3) = 4\pi$$

۳۵۰- هرم منتظمی داریم که قاعده‌ی آن مربعی به ضلع ۶ سانتی‌متر می‌باشد. اگر مساحت جانبی این هرم ۶۰ سانتی‌متر مربع باشد،

حجم این هرم چقدر است؟ (شهر تهران ۹۵)

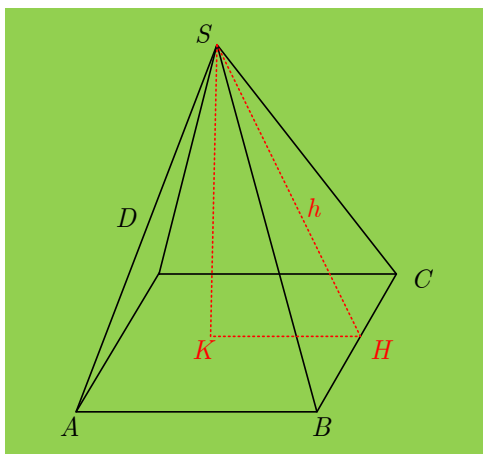
$$24 \quad (4)$$

$$48 \quad (3)$$

$$12 \quad (2)$$

$$36 \quad (1)$$

گزینه (۳):



$$\text{مساحت } \triangle SBC = \frac{6 \times 6}{2} = 18 = 6 \times h \times \frac{1}{2} \rightarrow h = 6$$

$$\overline{SK}^2 = \overline{SH}^2 - \overline{KH}^2 \rightarrow \overline{SK}^2 = 6^2 - 3^2 \rightarrow \overline{SK} = 4.5$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 4.5 = 54$$



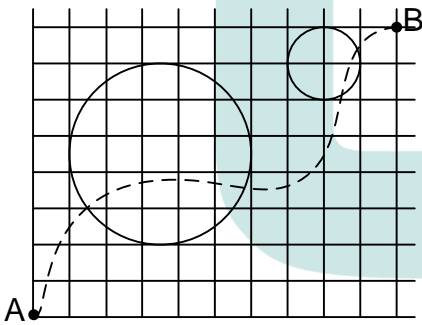
۱- چند زیر مجموعه سه عضوی از اعداد طبیعی وجود دارد که حاصل ضرب اعضای آن در هم، ۴۵ شود؟ (تیزهوشان ۹۵)
 (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۲- از تساوی $\sqrt{ab^2c^3} \times \sqrt{-a^2b^3c} = 2$ کدام یک از گزینه‌ها زیر نتیجه می‌شود؟ (تیزهوشان ۹۵)
 (۱) $a > 0$ (۲) $b < 0$ (۳) $abc < 0$ (۴) $ab < 0$

۳- زاویه بین دو محور تقارن متوالی از یک چند ضلعی، کدام یک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟ (تیزهوشان ۹۵)
 (۱) $\sqrt{360}^\circ$ (۲) 31° (۳) $\frac{1}{5}^\circ$ (۴) 7°

۴- مجموعه $\left\{ \frac{a}{b} \mid \frac{a}{b} < 1, b < 13, a, b \in \mathbb{N} \right\}$ چند عضو دارد؟ (تیزهوشان ۹۵)
 (۱) ۴۹ عضو (۲) ۴۵ عضو (۳) ۷۸ عضو (۴) ۵۵ عضو

۵- در یک روز بارانی، علی می‌خواهد از نقطه A به نقطه B برود. مطابق شکل، در مسیر او چادری‌های دایره‌ای شکلی هستند که او را از باران حفظ می‌کنند. یکی از مسیرهای ممکن که علی می‌تواند طی کند تا به مقصد برسد، با خط چین مشخص شده است. علی دست کم چه مسافتی را زیر باران خواهد پیمود؟ (تیزهوشان ۹۵)



- (۱) $4 + \sqrt{5}$
 (۲) $\sqrt{145} - 6$
 (۳) $\sqrt{13} + 2 + \sqrt{2}$
 (۴) $\sqrt{2} + 6$

۶- دو عدد را با تقریب کمتر از ۱ قطع کرده‌ایم حاصل را در هم ضرب کرده‌ایم و عدد ۱۶۰۰ به دست آمده است. اگر ابتدا دو عدد را در هم ضرب می‌کردیم و بعد حاصل را قطع می‌کردیم، حاصل برابر کدام گزینه می‌توانست باشد؟ (تیزهوشان ۹۵)
 (۱) ۳۲۰۱ (۲) ۳۲۰۲ (۳) ۱۵۹۸ (۴) ۱۵۹۹

۷- چه تعدادی از گذاره‌های زیر درست است؟ (تیزهوشان ۹۵)
 - از چسباندن دو چند ضلعی مقعر میتوان یک چند ضلعی محدب ساخت.
 - از چسباندن دو چندضلعی محدب می‌تواند یک چند ضلعی مقعر ساخت.
 - از چسباندن دو چند ضلعی مقعر می‌توان یا چند ضلعی مقعر ساخت.
 (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۸- منظورمان از دستور $a * b$ رسم دوزنقه متساوی‌الساقینی است که قاعده کوچک آن a و قاعده بزرگ آن b و طول ساق آن نیز برابر یک است. می‌دانیم بعضی دستورات مثل $1 * 5$ قابل اجرا نیستند. اگر $a * b$ دستوری قابل اجرا باشد، کدام گزینه نادرست است؟ (تیزهوشان ۹۵)

(۱) $a + b * b + 4$ می‌تواند قابل اجرا باشد

(۲) $4a * 4b$ می‌تواند قابل اجرا باشد

(۳) $4a * 4b$ می‌تواند قابل اجرا نباشد

(۴) $a + b * b + 4$ می‌تواند قابل اجرا نباشد

۹- حرکت سرانگشت شخصی برای گرفتن یک شماره پنج رقمی روی تلفن دیجیتال به شکل مقابل است. با فرض اینکه سرانگشت او حرکت اضافه نداشته باشد، تعداد شماره‌هایی که ممکن است او گرفته باشد چقدر است؟ (تیزهوشان ۹۵)



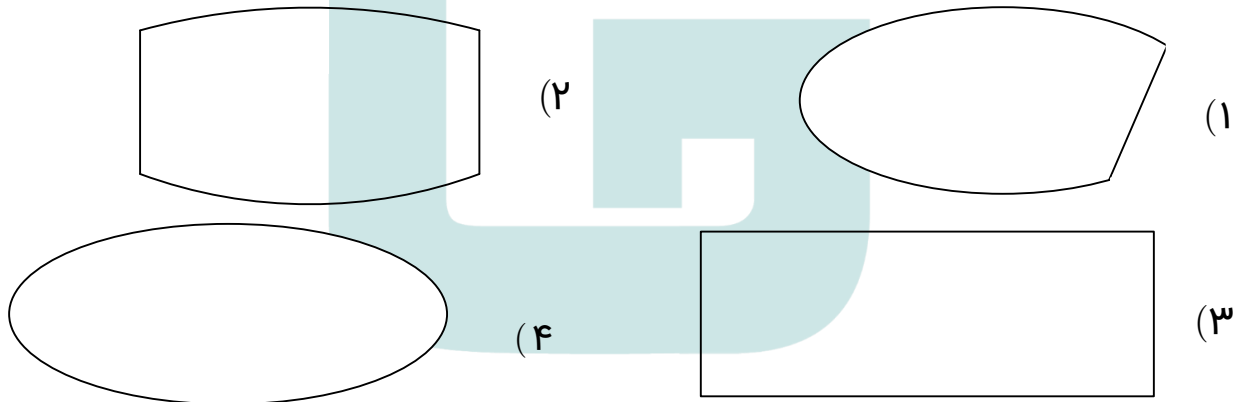
(۱) ۷ شماره

(۲) ۱۴ شماره

(۳) ۲۲ شماره

(۴) ۲۸ شماره

۱۰- مقداری آب را در استوانه‌ای که سر و ته آن را بسته است، ریخته‌ایم. با حرکت دادن این استوانه در جهات مختلف، سطح آب به کدام شکل نمی‌تواند باشد؟ (به صورت مستقیم و از بالا به سطح آب نگاه کرده‌ایم) (تیزهوشان ۹۵)



۱۱- کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟ (تیزهوشان ۹۵)

(۱) مکعب مستطیلی وجود دارد که اندازه همه ابعاد آن عددی گنگ و حجم آن عددی گویا باشد.

(۲) کره‌ای وجود دارد که اندازه شعاع آن گنگ و مساحت جانبی آن عددی گویا باشد.

(۳) مکعب مستطیلی وجود دارد که مساحت همه وجه‌های آن عددی گنگ و حجم آن عددی گویا باشد

(۴) کره‌ای وجود دارد که مساحت جانبی آن عددی گنگ و حجم آن عددی گویا باشد

۱۲- علی دو نقشه از شهر خود دارد. نقشه اول با مقیاس ۱ به ۱۰۰۰۰۰ و نقشه دوم با مقیاس ۱ به ۲۵۰۰۰. او محل کار و منزل خود را در هریک از این دو نقشه با پاره‌خطی به هم وصل کرده و مرکز این دو نقشه را روی هم قرار داده است، به طوری که شمال هر دو نقشه، در یک جهت است. در مورد فاصله مرکز این دو پاره‌خط چه می‌توان گفت؟ (تیزهوشان ۹۵)

(۱) می‌تواند به اندازه طول نقشه اول باشد

(۲) قطعاً صفر است

(۴) نمی‌تواند صفر باشد

(۳) می‌تواند به اندازه طول نقشه دوم باشد

۱۳- بزرگ‌ترین هرمی که می‌توان به طور کامل در یک استخر به طول ۲۰ متر و عرض ۱۲ متر و عمق ۴ متر ساخته و شد را در نظر بگیرید. حداکثر چه تعداد هرم با حجم این هرم می‌توان درون این استخر ساخت؟ (تیزهوشان ۹۵)

(۴) چهارتا

(۳) سه تا

(۲) دو تا

(۱) یکی

۱۴- فرض کنید A_i نشان دهندهٔ مجموعهٔ مقسوم‌علیه‌های عدد i باشد. به عنوان مثال $A_6 = 1, 2, 3, 6$ مجموعهٔ $A_{100} \cup A_{101} \cup \dots \cup A_{1000}$ چند عضو دارد؟ (تیزهوشان ۹۵)

(۱) ۵۰ عضو (۲) ۱۰۰ عضو (۳) ۲۰۰ عضو (۴) ۳۷۷۵ عضو

۱۵- حاصل $\sqrt{4^{4^4 - 4^4}}$ کدام است؟ (تیزهوشان ۹۵)

(۱) $4^{4^4 - 4^4}$ (۲) $4^{4^4 - 4^4}$ (۳) $4^{2^4 - 4^4}$ (۴) $2^{4^4 - 4^4}$

۱۶- فرض کنید $0 < b < a$ باشد. منظور از S_a مساحت یک شش ضلعی منتظم به طول ضلع a است. کدام یک از حالت‌های زیر می‌تواند درست باشد؟ (تیزهوشان ۹۵)

$$S_{2a} = 3S_a \quad (۲) \quad S_{a+b} = S_a + S_b \quad (۱)$$

$$S_{a^2} = S_a^2 \quad (۴) \quad S_{a+b} + S_{a-b} = 2S_a + 2S_b \quad (۳)$$

۱۷- اگر رقم‌های عددی به ترتیب در عدد دیگری دیده شود، عدد دوم را «سرور» عدد اول می‌گوییم. مثلاً عدد ۲۳۱۵ سرور ۲۱ است. کدام گزینه دربارهٔ کوچک‌ترین عددی که «سرور» هر دو عدد ۳۲۵۴۵ و ۵۲۳۴۵۲ است، صحیح است؟ (تیزهوشان ۹۵)

(۱) بین 3×10^7 و 3×10^8 است
(۲) کمتر از 3×10^7 است
(۳) بین 3×10^7 و 3×10^8 است
(۴) بیش از 4×10^8 است

۱۸- محسن و سعید می‌خواهند به مدت یک ساعت، یک مسیر ۱۰۰ متری را به صورت رفت و برگشتی بدونند. اگر هر دو از ابتدای مسیر، دویدن را آغاز کنند و سرعت‌های آن‌ها به ترتیب $8\sqrt{40}$ و 8 کیلومتر بر ساعت باشد، آن‌ها در طول این مسیر تقریباً چند بار از کنار یکدیگر عبور خواهند کرد؟ (تیزهوشان ۹۵)

(۱) ۳۰ بار (۲) ۸۰ بار (۳) ۱۵ بار (۴) ۵۰ بار

۱۹- سه خط به معادله‌های $y = ex + f$, $y = cx + d$, $y = ax + b$ تشکیل یک مثلث به مساحت ۱ واحد می‌دهند. مساحت مثلثی که از سه خط به معادلهٔ $y = ex + 2f$, $y = cx + 2d$, $y = ax + 2b$ به دست می‌آید کدام است؟ (تیزهوشان ۹۵)

(۱) ۱ واحد (۲) ۲ واحد (۳) ۴ واحد (۴) ۶ واحد

۲۰- فرض کنید k یک عدد ثابت است و $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x < k, x^2 + k \mid x\}$ اگر بدانیم $6, 9 \subseteq A$ آن‌گاه k عضو کدام مجموعه است؟ (تیزهوشان ۹۵)

$$4x + 3 \mid x \in \mathbb{Z} \quad (۲) \quad 5x + 1 \mid x \in \mathbb{Z} \quad (۱)$$

$$3x - 4 \mid x \in \mathbb{Z} \quad (۴) \quad 2x + 6 \mid x \in \mathbb{Z} \quad (۳)$$

