فصل اول ؛ مجموعه ، الگو و دنباله :

بازه ها : زیر مجموعه هایی از R که شامل تمام اعداد حقیقی بین دو عدد مشخص می باشند را بازه یا فاصله می نامیم .

نکته : برای بدست آوردن اجتماع، اشتراک و تفاضل دو بازه، ابتدا آنها را روی محور اعداد رسم می کنیم سپس با توجه به تعریف اجتماع، اشتراک و تفاضل حاصل را به دست می آوریم.

مجموعه های متناهی و نامتناهی : مجموعه ای که تعداد اعضای آن یک عدد حسابی باشد ، مجموعه متناهی یا با پایان نامیده می شود .

مجموعه مرجع یا جهانی : در یک موضوع خاص ، مجموعه ای که شامل همه ی زیرمجموعه های آن موضوع باشد ، مجموعه مرجع یا جهانی نامیده می شود و آن را با U نمایش می دهیم .

اگر U مجموعه مرجع باشد و $A\subset U$ ، آنگاه $U-A$ متمم A می باشد و با A' نمایش داده می شود ، به عبارت دیگر A' شامل عضوهایی از U می باشد که عضوی از A نیستند .

نکته : به هر دو مجموعه ای که هیچ عضو مشترکی نداشته باشند ، دو مجموعه ی جدا از هم یا مجزا گفته می شود .

در حالت کلی اگر A و B دو مجموعه متناهی دلخواه باشند ؛ $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

دنباله : الگوهای عددی که در آن تعدادی عدد پشت سر هم قرار می گیرند را یک دنباله می نامیم . این اعداد جملات دنباله نامیده می شوند . جمله اول دنباله را با t_1 ، جمله دوم را با t_2 و به همین ترتیب جمله n ام را با t_n نمایش می دهیم .

دنباله حسابی :

دنباله ای که در آن هر جمله به جز جمله اول با اضافه شدن عددی ثابت به جمله قبل از خودش به دست می آید ، یک دنباله حسابی نامیده می شود و به آن عدد ثابت ، قدر نسبت دنباله می گویند .

جمله n ام یک دنباله حسابی با جمله اول a و قدر نسبت d به شکل $t_n=a+(n-1)d$ می باشد .

واسطه حسابی : اگر بین دو عدد a و b ، یک یا چند عدد دیگر را طوری قرار دهیم که یک دنباله حسابی ایجاد شود ، می گوییم بین دو عدد a و b ، یک یا چند واسطه حسابی قرار داده ایم .

نکته : برای محاسبه قدر نسبت ، هنگامی که بین دو عدد a و b ، n واسطه حسابی درج می کنیم ، از فرمول زیر استفاده می کنیم ؛ $$d=\frac{b-a}{n+1}$$

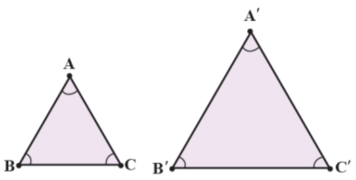
دنباله هندسی : دنباله ای است که در آن هر جمله (به جز جمله اول) از ضرب جمله قبل از خودش در عددی ثابت به دست می آید . این عدد ثابت را قدر نسبت دنباله می نامیم . جمله n ام یک دنباله هندسی به صورت $t_n=ar^{n-1}$ می باشد . (a جمله اول و r قدرنسبت است)

واسطه هندسی : اگر بین دو عدد a و b ، یک یا چند عدد دیگر را طوری قرار دهیم که یک دنباله هندسی ایجاد شود ، می گوییم بین دو عدد a و b ، یک یا چند واسطه هندسی قرار داده ایم .

نکته : برای محاسبه قدر نسبت ، هنگامی که بین دو عدد a و b ، n واسطه هندسی درج می کنیم ، از فرمول زیر استفاده می کنیم ؛ $$r=\sqrt[n+1]{\frac{b}{a}}$$

فصل دوم ؛ مثلثات :

تشابه : می دانیم دو شکل را متشابه گویند هرگاه ضلع ها به یک نسبت تغییر کرده باشند و اندازه زوایا تغییر نکرده باشد .



$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'}$

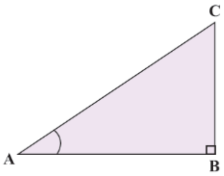
$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$

$.\hat{A} = \hat{A'}, \hat{C} = \hat{C'}, \hat{B} = \hat{B'}$

۱) هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشد ، آن دو مثلث متشابه اند .

۲) در مثلث های قائم الزاویه ، اگر دو مثلث به غیر از زاویه قائمه ، یک زاویه برابر دیگر داشته باشند ، متشابه اند .

در مثلث قائم الزاویه ABC برای زاویه معین و حاده A ، نسبت های مثلثاتی این زاویه را به سکل زیر تعریف می کنیم ؛



$\cot A = \frac{\text{طول ضلع مجاور به زاویه A}}{\text{طول ضلع مقابل به زاویه A}} = \frac{AB}{BC}$

$\tan A = \frac{\text{طول ضلع مقابل به زاویه A}}{\text{طول ضلع مجاور به زاویه A}} = \frac{BC}{AB}$

$\sin A = \frac{BC}{AC} =$ ________________

$\cos A = \frac{AB}{AC} =$ ________________

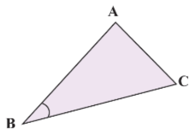
نکته: در هر مثلث قائم الزاویه ، $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ و $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$.

نکته : نسبت های مثلثاتی زوایای ۳۰ ، ۴۵ و ۶۰ درجه در جدول مقابل آورده شده است .

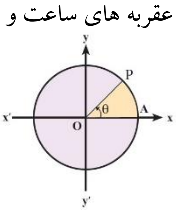
60°	45°	30°	نسبت های مثلثاتی
$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	½	Sin
½	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	Cos
√3	1	$\sqrt{3}/3$	Tan
$\sqrt{3}/3$	1	√3	Cot

نکته : هرگاه دریک مثلث اندازه طول دو ضلع و زاویه بین آن ها را داشته باشیم، مساحت مثلث ازرابطه مقابل به دست می آید؛

$\overset{\Delta}{ABC}$ مساحت $= \frac{۱}{۲} \times AB \times BC \times \sin B.$

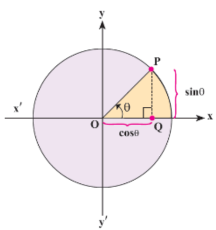


دایره مثلثاتی :دایره ای به مرکز مبدا مختصات و شعاع ۱که برای نمایش زاویه ها به کار گرفته می شود ، دایره مثلثاتی نامید می شود . برای نمایش یک زاویه روی این دایره ، از نقطه P شروع به حرکت می کنیم ، برای نمایش زوایای مثبت در خلاف جهت حرکت عقربه های ساعت و زوایای منفی در جهت حرکت عقربه های ساعت و به اندازه زاویه خواسته شده حرکت می کنیم . به عنوان مثال زاویه AOP در شکل زیر یک زاویه مثبت است .

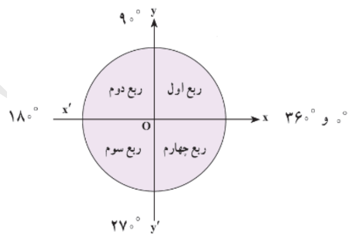


فاصله Q تا مبدا برابر است با کسینوس θ و فاصله نقطه P تا پای عمود (یعنی نقطه Q) با سینوس θ برابر است .

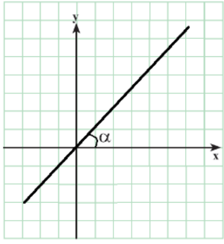
بنابراین محور xها را محور کسینوس ها و محور yها را محور سینوس ها می نامیم .



نکته : دو محور عمود بر هم ناحیه را به ۴ قسمت تقسیم می کند که به شکل مقابل تقسیم بندی می شوند . زوایای ۰ ، ۹۰ ، ۱۸۰ ، ۲۷۰ و ۳۶۰ زوایای مرزی محسوب می شوند و جزو هیچ کدام از نواحی نیستند .



نکته : برای هر زاویه دلخواه θ؛ $-1 \le \sin\theta \le 1$ و $-1 \le \cos\theta \le 1$



نکته : برای محاسبه شیب یک خط، می توان از tan زاویه ای که خط با محور افقی می سازد استفاده کرد. یعنی :

به عبارت دیگر : $\tan\alpha$ = شیب خط

نکته : برای هر زاویه مانند θ می توان ثابت کرد :

1) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ 2) $\tan^2\alpha+1=\frac{1}{\cos^2\alpha}$ $(\cos\alpha\neq 0)$ 3) $1+\cot^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$ $(\sin\alpha\neq 0)$

نکته : روابط بین θ و $-\theta$:

$\sin(-\theta)=-\sin\theta$ $\cos(-\theta)=\cos\theta$ $\tan(-\theta)=-\tan\theta$ $\cot(-\theta)=-\cot\theta$

فصل سوم ؛ توان های گویا و عبارت های جبری :

قوانین مهم این فصل به صورت خلاصه در جدول های زیر بیان شده اند.

قانون	مثال
$a>0\Rightarrow\sqrt[n]{a}>0$	$\sqrt[10]{0/01}>0$
$a<0\Rightarrow\sqrt[n]{a}<0$	$\sqrt[11]{-0/01}<0$
$\left.\begin{matrix}0<a<1\\ m>n\end{matrix}\right\}\Rightarrow\sqrt[n]{a}<\sqrt[m]{a}$	$\sqrt[4]{0/125}<\sqrt[7]{0/125}$
$\left.\begin{matrix}a>1\\ m>n\end{matrix}\right\}\Rightarrow\sqrt[n]{a}>\sqrt[m]{a}$	$\sqrt[4]{1/01}>\sqrt[7]{1/01}$
$\left.\begin{matrix}-1<a<0\\ m>n\end{matrix}\right\}\Rightarrow\sqrt[n]{a}>\sqrt[m]{a}$	$\sqrt[4]{-0/125}>\sqrt[7]{-0/125}$
$\left.\begin{matrix}a<-1\\ m>n\end{matrix}\right\}\Rightarrow\sqrt[n]{a}<\sqrt[m]{a}$	$\sqrt[4]{-1/01}<\sqrt[7]{-1/01}$
$\left.\begin{matrix}a=\pm1\\ m>n\end{matrix}\right\}\Rightarrow\sqrt[n]{a}=\sqrt[m]{a}$	$\sqrt[11]{-1}=\sqrt[13]{-1}=-1$ و $\sqrt[11]{1}=\sqrt[12]{1}=1$

$a>0$	n زوج	a دارای دو ریشهٔ n اُم $\sqrt[n]{a}$ و $-\sqrt[n]{a}$ است.	۱۶ دارای دو ریشهٔ چهارم $\sqrt[4]{16}=2$ و $-\sqrt[4]{16}=-2$ است.
	n فرد	a دارای یک ریشهٔ n اُم $\sqrt[n]{a}$ است.	۳۲ دارای یک ریشهٔ پنجم $\sqrt[5]{32}=2$ است.
$a<0$	n زوج	a دارای ریشهٔ n اُم نیست.	۱۶- دارای ریشهٔ چهارم نیست.
	n فرد	a دارای یک ریشهٔ n اُم $\sqrt[n]{a}$ است.	۳۲- دارای یک ریشهٔ پنجم $\sqrt[5]{-32}=-2$ است.

قانون	مثال
$1^n=1$	$1^{100}=1$
$0^n=0 \quad (n\in\mathbb{N})$	$0^{100}=0$
$a^0=1 \quad (a\neq 0)$	$100^0=1$
$a^{-n}=\frac{1}{a^n} \quad (a\neq 0)$	$2^{-100}=\frac{1}{2^{100}}$
$a^n\times a^m=a^{n+m}$	$2^7\times 2^8=2^{15}$
$a^n\times b^n=(ab)^n$	$2^7\times 3^7=6^7$
$a^n\div a^m=a^{n-m} \quad (a\neq 0)$	$2^{10}\div 2^4=2^6$
$a^n\div b^n=(\frac{a}{b})^n \quad (b\neq 0)$	$2^{10}\div 3^{10}=(\frac{2}{3})^{10}$
$a^n+b^n\neq(a+b)^n$	$2^2+3^2\neq 5^2$
$\underbrace{a^n+a^n+...+a^n}_{\text{a بار}}=a\times a^n=a^{n+1}$	$3^4+3^4+3^4=3\times 3^4=3^5$
$(a^n)^m=a^{nm}$	$(3^7)^8=3^{7\times 8}=3^{56}$
$(a^n)^m\neq a^{n^m}$	$(2^2)^3=2^6\neq 2^{2^3}=2^8$

قانون	مثال
$a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a} \quad (a>0)$	$81^{\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{81}=\sqrt[4]{3^4}=3$
$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m} \quad (a>0)$	$81^{\frac{5}{4}}=\sqrt[4]{81^5}=\sqrt[4]{3^{20}}=3^5$, $4^{-\frac{3}{2}}=\frac{1}{4^{\frac{3}{2}}}=\frac{1}{\sqrt{4^3}}=\frac{1}{\sqrt{2^6}}=\frac{1}{2^3}$
$1^{\frac{m}{n}}=1$	$1^{-\frac{3}{7}}=1$
$a^{\frac{kp}{kn}}=a^{\frac{p}{n}} \quad (a>0,k\neq 0)$	$3^{\frac{17}{51}}=3^{\frac{17\times 1}{17\times 3}}=3^{\frac{1}{3}}$
$\sqrt[kn]{a^{kp}}=\sqrt[n]{a^p} \quad (k\neq 0)$	$\sqrt[22]{4^{33}}=\sqrt[11\times 2]{4^{11\times 3}}=\sqrt[2]{4^3}=(\sqrt{4})^3=2^3=8$
$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}$	$\sqrt[5]{\sqrt{7}}=\sqrt[10]{7}$, $\sqrt[4]{\sqrt[3]{5}}=\sqrt[12]{5}$
$\sqrt[p]{\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}}=\sqrt[mnp]{a}$	$\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[5]{1024^3}}}=\sqrt[30]{(1024)^3}=\sqrt[30]{(2^{10})^3}=\sqrt[30]{2^{30}}=2$

همچنین تمامی روابطی که در پایه نهم برای ضرب و تقسیم ریشه دوم و سوم خواندیم ، برای ریشه nام نیز صدق می کنند .

$$\sqrt[n]{a}\times\sqrt[n]{b}=\begin{cases}\sqrt[n]{ab} & a,b>0 \text{ و } n \text{ زوج}\\ \sqrt[n]{ab} & a,b \text{ دلخواه و } n \text{ یک عدد طبیعی فرد}\end{cases}$$

نکته: برای هر عدد طبیعی $n\geq 2$ ، توان $\frac{1}{n}$ عدد مثبت a را اینگونه تعریف می کنیم ؛ $a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$

باید به این نکته توجه کرد که اگر $a<0$ باشد ، توان $\frac{1}{n}$ آن تعریف نمیشود .به عنوان مثال عبارتی مانند $(-2)^{\frac{1}{3}}$ تعریف نمی شود.

برای اعداد طبیعی n و m ، توان کسری و غیر صحیح $\frac{m}{n}$ عدد مثبت a را اینگونه تعریف می کنیم ؛ $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$

اتحاد ها :

اتحاد مربع دو جمله ای : $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$ **اتحاد مزدوج :** $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

اتحاد مربع سه جمله ای : $(a+b+c)^2=a^2+b^2+2ab+c^2+2bc+2ca$ **اتحاد جمله مشترک :** $(a+x)(a+y)=a^2+(x+y)a+xy$

اتحاد مکعب مجموع : $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ **اتحاد مکعب تفاضل :** $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

اتحاد مجموع و تفاضل مکعبات دو جمله : $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$ $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

نکته: عبارت $(x-1)(x+1)=x^2-1$ را درنظر بگیرید ، هر یک از عبارت های $(x-1)$ و $(x+1)$ یک شمارنده x^2-1 محسوب می شوند . همچنین x^2-1 یک مضرب این دو عبارت محسوب می شود .

مضرب های هر عبارت جبری و یا یک چند جمله ای ، از ضرب آن عبارت در عددهای صحیح و یا عبارت های جبری دیگر (ویا همزمان هردو) به دست می آیند ؛

نکته : یک عبارت گویا به ازای مقادیری از متغیر که مخرج آن را صفر می کند ، تعریف نمی شود . به عنوان مثال عبارت $\frac{x^2+3x}{x-2}$ به ازای $x=2$ تعریف نمی شود چون مخرج آن صفر می شود .

گویا کردن مخرج های گنگ :

برای گویا کردن مخرج های گنگ با توجه به صورت سوال صورت و مخرج عبارت را یا در مزدوج مخرج و یا در بخش دوم اتحاد مجموع و تفاضل مکعبات و یا ... ضرب می کنیم به گونه ای که عبارت های گنگ (رادیکالی) از مخرج حذف شوند .

اگر در مخرج یک عبارت دو جمله ای با ریشه دو داشتیم ، صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می کنیم.

اگر در مخرج یک عبارت دو جمله ای با ریشه سه داشتیم ، صورت و مخرج را در بخش دوم اتحاد مجموع و تفاضل مکعبات ضرب می کنیم.

فصل چهارم ؛ معادله ها و نامعادله ها :

شکل کلی یک معادله درجه دوم به شکل $ax^2 + bx + c = 0$ می باشد . در این معادله $a \neq 0$ و a و b و c اعداد حقیقی هستند .

روش های حل معادله درجه دوم :

۱- **تجزیه :** می دانیم تجزیه یک عبارت یعنی تبدیل کردن آن به حاصل ضرب حداقل ۲ عبارت است . سپس به کمک این نکته که اگر ضرب چند عبارت صفر باشد، حداقل یکی از آن ها صفر است ، جواب های معادله را می یابیم .

۲- **ریشه گیری :** اگر a یک عدد حقیقی نامنفی (بزرگتر یا مساوی صفر) باشد، ریشه های معادله درجه دوم $x^2=a$ عبارتند از : $x = \sqrt{a}$. $x = -\sqrt{a}$

۳- **مربع کامل :** برای حل معادلات درجه دوم به این روش ، در برخی معادلات به اضافه یا کم کردن یک مقدار مشخص به دو طرف معادله ، یک طرف را به مربع کامل تبدیل می کنیم و سپس با تجزیه آن ، ادامه حل را مانند روش ریشه گیری انجام می دهیم .

٤- **روش کلی حل معادله درجه دوم :**

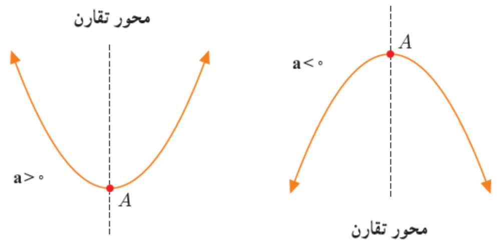
اگر یک معادله درجه دوم به فرم $ax^2 + bx + c = 0$ داشته باشیم ، می توان Δ (دلتا) را به شکل زیر تعریف کرد و سپس به کمک آن جواب های معادله درجه دوم را پیدا کرد .

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

اگر $\Delta > 0$ باشد ، معادله دو جواب دارد . $\Delta = 0$ معادله یک ریشه مضاعف دارد و اگر $\Delta < 0$ معادله جواب ندارد .

درس دوم ، سهمی :

نمودار هر معادله به شکل $y = ax^2 + bx + c$ را که در آن a و b و c اعداد حقیقی هستند و $a \neq 0$ ، یک سهمی می گوییم که به یکی از دو شکل زیر است ؛



نکته : در معادله یک سهمی ، اگر ضریب x^2 عددی مثبت باشد ، دهانه سهمی روبه بالا و اگر عددی منفی باشد ، دهانه سهمی رو به پایین می باشد .

نکته : میزان باز یا بسته بودن دهانه ی یک سهمی به ضریب x^2 (a) بستگی دارد . اگر a>1 باشد ، دهانه سهمی بسته تر و اگر 0<a<1 باشد ، دهانه سهمی بازتر می شود .

نکته : خط تقارن یک سهمی ، عمودمنصف خط واصل دو نقطه از سهمی است که ارتفاع(عرض) یکسان دارند .

نکته : برای سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ داریم : $(-\frac{b}{2a} . \frac{-\Delta}{4a})$ = راس سهمی و معادله محور تقارن سهمی : $x = -\frac{b}{2a}$

نکته : برای پیدا کردن محل برخورد سهمی با محور عرض ها ، x را مساوی صفر قرار داده و y را پیدا می کنیم و برای پیدا کردن محل برخورد سهمی با محور طول ها ، y را مساوی صفر قرار داده و x را پیدا می کنیم

تعیین علامت : تعیین علامت یعنی مشخص کنیم یک چند جمله ای به ازای چه مقادیری از X، مثبت ، منفی یا صفر می شود .

تعیین علامت چند جمله ای درجه اول :

برای تعیین علامت یک چندجمله ای درجه اول به شکل $y = ax + b$ از جدول مقابل استفاده می کنیم .

x	$x > -\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	$x < -\frac{b}{a}$
$y = ax+b$	موافق علامت a	۰	مخالف علامت a

تعیین علامت چند جمله ای درجه دوم :

برای تعیین علامت یک چندجمله ای درجه دوم به شکل $P(x) = ax^2 + bx + c$ ، ابتدا ریشه های معادله $P(x) = 0$ را به دست می آوریم (x_1 , x_2) ، سپس طبق جدول زیر عمل می کنیم ؛

الف) اگر دو ریشه متمایز داشت :

x		x_2		x_1	
P(x)	موافق علامت a		مخالف علامت a		موافق علامت a

ب) اگر یک ریشه مضاعف داشت :

x		x_1	
P(x)	موافق علامت a	۰	موافق علامت a

ج) اگر ریشه نداشت :

x	برای هر $x \in \mathbb{R}$
P(x)	+

نامعادله درجه دوم : نامعادله درجه دوم $ax^2 + bx + c < 0$ را در نظر بگیرید . برای حل این نامعادله می توان به دو روش عمل کرد ،

۱– تعیین علامت　　۲– روش هندسی

نکته : برای حل به کمک هرکدام از روش ها لازم است همه ی عبارت ها را به یک طرف تساوی منتقل کنیم و طرف دیگر تساوی را برابر صفر قرار دهیم .

نکته : یک عبارت درجه دوم هموار مثبت است اگر : $a > 0$ و $\Delta < 0$　　　و همواره منفی است اگر : $a < 0$ و $\Delta < 0$

نامعادلات قدرمطلقی : فرض کنیم a یک عدد حقیقی مثبت و u یک عبارت جبری باشد. در این صورت :

۱ــ اگر $|u| \le a$ سپس $-a \le u \le a$.

۲ــ اگر $|u| \ge a$ سپس $u \ge a$ یا $u \le -a$.

فصل پنجم ، تابع :

یک تابع از مجموعه A به مجموعه B ، رابطه ای بین این دو مجموعه است که در آن به هر عضو A ، دقیقا یک عضو B نسبت داده می شود

نکته : اعضای یک تابع را می توان به شکل زوج های مرتب و همچنین نمودار مختصاتی نمایش داد .

نکته : ترتیب نوشتن اعداد در هر زوج مهم است ، زیرا با جابجا کردن اعداد مختصات نقطه مورد نظر تغییر می کند ، به همین دلیل به این نقاط یک زوج مرتب گفته می شود.

نکته : هنگامی که یک رابطه به صورت زوج مرتب نوشته می شود ، این رابطه زمانی یک تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی در آن مولفه اول یکسان نداشته باشند.

دامنه تابع : مجموعه ای شامل همه ی مولفه های اول یک تابع را ، دامنه آن تابع می نامند . (تغییرات تابع روی محور x ها همان دامنه است.)

بُرد تابع : مجموعه ای شامل همه ی مولفه های دوم یک تابع را ، برد آن تابع می نامند . (تغییرات تابع روی محور y ها همان برد است.)

نکته : تعداد اعضای دامنه ی یک تابع ، همیشه بیشتر یا مساوی تعدای اعضای برد آن است . چرا دامنه نمی تواند کمتر از برد باشد ؟ با یک مثال توضیح دهید .

انواع تابع:

تابع خطی : هر تابع که بتوان آن را به شکل $y=ax+b$ نمایش داد، یک تابع خطی نامیده می شود.

نکته : اگر نمودار یک رابطه داده شده باشد ، این رابطه در صورت یک تابع است که هر خط موازی محور عرض ها (هر خط عمودی) تابع را در یک نقطه قطع کند.

توابع چندجمله ای : توابعی که نمایش جبری آن ها ، چندجمله ای های جبری یک متغیره هستند ، توابع چندجمله ای نامیده می شوند.

تابع همانی : اگر دامنه و برد یک تابع دقیقا یکسان باشند و هر عضو دامنه به همان عضو در برد نظیر شود ، آن تابع را تابع همانی می نامند.

تابع ثابت : اگر برد یک تابع فقط یک عضو داشته باشد و هر عضو دامنه را به همین یک عضو نظیر کند ، آن را تابع ثابت می نامیم .

نکته : اگر نمایش جبری یک تابع داده شده باشد ولی دامنه و برد آن مشخص نباشد ، بزرگترین مجموعه ممکن را به عنوان دامنه آن در نظر می گیریم و با توجه به دامنه برد آن را تعیین می کنیم .

تابع قدرمطلق : تابعی که هر مقدار در دامنه را به قدر مطلق آن در برد نظیر می کند ، تابع قدرمطلق می نامند .تابع قدر مطلق را با $f(x)=|x|$ یا $y=|x|$ نمایش می دهند.

تابع چندضابطه ای (قطعه ای) : تابعی که با ازای مقادیر مختلف برای دامنه اش ، معادله های مختلفی داشته باشد را تابع چندضابطه ای یا قطعه ای می نامند .

انتقال توابع : اگر نمودار تابع $f(x)$ را داشته باشیم ،

۱- برای رسم نمودار $f(x)+a$ ، نمودار $f(x)$ را به اندازه a واحد به بالا منتقل می کنیم .
۲- برای رسم نمودار $f(x)-a$ ، نمودار $f(x)$ را به اندازه a واحد به پایین منتقل می کنیم .
۳- برای رسم نمودار $f(x+a)$ ، نمودار $f(x)$ را به اندازه a واحد به چپ منتقل می کنیم .
۴- برای رسم نمودار $f(x-a)$ ، نمودار $f(x)$ را به اندازه a واحد به راست منتقل می کنیم .

فصل ششم ، شمارش ، بدون شمردن :

اصل ضرب : اگر عملی از دو قسمت مختلف تشکیل شده باشد که قسمت اول به a روش و قسمت دوم به b روش قابل انجام باشد ، این عمل به $a \times b$ روش قابل انجام است . (برای انجام عمل مورد نظر هر دو مرحله نیاز است .)

اصل جمع : اگر عملی را بتوان به دو روش کلی انجام داد، به طوری که روش اول به a روش و روش دوم به b روش قابل انجام باشد ، این عمل به a+b روش قابل انجام است . (عمل مورد نظر نهایتا قرار است به یک روش انجام شود.)

روش به دست آوردن تعداد شمارنده های یک عدد طبیعی :

برای به دست آوردن تعداد شمارنده های یک عدد طبیعی ، ابتدا لازم است عدد را به شمارنده های اول آن تجزیه کنیم ؛ $504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$

سپس توان های شمارنده های اول را با یک جمع می کنیم و در هم ضرب می کنیم . $(3+1) \times (2+1) \times (1+1) = 24$

برای به دست آوردن شمارنده های زوج ، همه توان ها را با یک جمع می کنیم ، به جز توان ۲ !

جایگشت :

فاکتوریل : اگر n یک عدد طبیعی باشد، حاصل ضرب اعداد طبیعی و متوالی از ۱ تا n را n فاکتوریل می خوانیم و با نماد n! نشان می دهیم . مطابق این تعریف :

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$$

نکته : طبق قرار داد $0! = 1$ می باشد.

نکته : می توان ثابت کرد : $n(n-1)(n-2)\dots(n-k) = \frac{n!}{(n-k-1)!}$

جایگشت : اگر چند شیء متمایز داشته باشیم ، به هر حالت چیدن آن ها کنار هم یک یک جایگشت از آن اشیاء گفته می شود .

طبق اصل ضرب تعداد جایگشت های n شیء متمایز در کنار هم برابر است با n! .

نکته : اگر n شیء داشته باشیم که n_1 تا از آن ها از یک نوع ، n_2 تا از نوع دوم ، ... و n_k تا از آن ها از نوع kام باشند ، تعداد جایگشت های آن ها کنار هم برابر است با : $\frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!}$

ترتیب : اگر بخواهیم r شئ از بین n شئ متمایز انتخاب کنیم ، به نحوی که هر انتخاب متمایز از دیگر انتخاب ها باشد (تکرار نداشته باشیم) طبق رابطه زیر عمل می کنیم ؛ $p(n.r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ $\quad n \geq r$

به هر جایگشت r شئ از بین n شئ متمایز یک **ترتیب** r تایی از n شئ متمایز گفته می شود . تعداد ترتیب های r شئ از بین n شئ متمایز را با $p(n.r)$ نمایش می دهند.

ترکیب : به هر انتخاب انتخاب r شئ از n شئ متمایز که ترتیب انتخاب شدن اشیأ در آن اهمیتی نداشته باشد یا به عبارتی به هر زیر مجموعه r عضوی از یک مجموعه n عضوی ، یک ترکیب r تایی از n شئ می گویند .

تعداد ترکیب های r تایی از n شئ متمایز را با C(n,r) یا $\binom{n}{r}$ نمایش می دهند که برابر است با : $C(n.r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r! \times (n-r)!}$ $\quad (n \geq r)$

نکته : اگر محل قرار گیری اعضا یا ترتیب انتخاب آن ها مهم باشد ، از ترتیب استفاده می کنیم ، در غیر این صورت از ترکیب استفاده می شود.

نکته : با توجه به تعریف ترکیب می توان نشان داد :

$$\binom{n}{0}=1 \xrightarrow{\text{مثال}} \binom{10}{0}=1$$

$$\binom{n}{1}=n \xrightarrow{\text{مثال}} \binom{10}{1}=10$$

$$\binom{n}{2}=\frac{n(n-1)}{2} \xrightarrow{\text{مثال}} \binom{10}{2}=\frac{10\times 9}{2}=45$$

$$\binom{n}{r}=\binom{n}{n-r} \xrightarrow{\text{مثال}} \binom{10}{4}=\binom{10}{6}$$

رابطه پاسکال : $$\binom{n-1}{r-1}+\binom{n-1}{r}=\binom{n}{r}$$

نکته : طبق اصل ضرب تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه n عضوی برابر است با 2^n .

نکته : $$\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\cdots+\binom{n}{n}=2^n$$

فصل هفتم ؛ آمار و احتمال

درس اول : احتمال یا اندازه گیری شانس

تعریف : پدیده‌ها یا آزمایش‌هایی که نتیجه آن ها به طور دقیق قابل پیش‌بینی نباشد، اما از همهٔ حالت های ممکن در به وقوع پیوستن آن ها مطلع باشیم را **پدیده های تصادفی** یا **آزمایش های تصادفی** می نامیم.

تعریف : مجموعهٔ همهٔ حالت های ممکن رخ دادن یک پدیده یا آزمایش را **فضای نمونه ای** می نامیم.

تعریف : اگر فضای نمونه ای را با S نمایش دهیم، هر زیرمجموعه S مانند A را یک پیشامد تصادفی در S می نامیم.

قوانین دمورگان : اگر A و B پیشامدهایی در فضای نمونه ای S باشند، داریم :

$$(A\cap B)'=A'\cup B' \qquad (A\cup B)'=A'\cap B'$$

قانون تفاضل : اگر A و B پیشامدهایی در فضای نمونه ای S باشند، داریم : $$A-B=A\cap B'$$

نکته : اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $A\cap B=\emptyset$ ، آنگاه A و B را دو پیشامد **ناسازگار** می نامیم.

احتمال رخداد یک پیشامد : اگر S فضای نمونه ای یک آزمایش تصادفی باشد و A یک زیرمجموعه آن، به طوری که A یک پیشامد در فضای S باشد ، احتمال رخداد پیشامد A عبارت است از : $$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$$

نکته : برای هرپیشامد مانند A ، مقدار $n(A)$ حداقل برابر صفر و حداکثر برابر یک است ، بنابراین احتمال رخ دادن یک پیشامد عددی بین صفر و یک است.

نکته : اگر A و B پیشامد هایی در فضای نمونه ای S باشند، داریم :

$$n(A') = n(S) - n(A)$$

$$n\,(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

نکته : اگر A و B پیشامد هایی در فضای نمونه ای S باشند ، داریم :

$$P(\emptyset) = 0$$

$$P(S) = 1$$

$$P(A) + P(A') = 1$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

آمار : مجموعه ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است که به این اطلاعات داده های آماری می گویند .

علم آمار : مجموعه ای از روش ها شامل ؛

۱- جمع آوری اطلاعات،
۲- سازماندهی و نمایش داده ها،
۳- تحلیل و تفسیر داده ها،
۴- و در انتها نتیجه گیری ، قضاوت و پیش بینی مناسب در مورد پدیده ها و آزمایش های تصادفی است .

جامعه : به مجموعه تمام افراد یا اشیایی که در مورد یک یا چند ویژگی آن ها تحقیق صورت می گیرد، جامعه یا جمعیت می گویند و هریک از این افراد یا اشیا را عضو جامعه می نامند.

به تعداد اعضای جامعه، اندازه جامعه یا حجم جامعه می گویند.

نمونه : به بخشی از جامعه که به طور تصادفی برای مطالعه انتخاب می شود، نمونه می گویند و هریک از افراد یا اشیا انتخاب شده را عضو نمونه می نامند .

به تعداد اعضای نمونه، اندازه نمونه یا حجم نمونه می گویند.

نکته: همیشه نمونه زیرمجموعه ای از جامعه است ، بنابراین اندازه نمونه از اندازه جامعه کوچکتر است.

سرشماری : اگر تمام اعضای جامعه را مورد مطالعه قرار دهیم، یعنی اعضای نمونه و اعضای جامعه کاملا یکسان باشند ، می گوییم سرشماری کرده ایم.

فقط در سرشماری اندازه جامعه و اندازه نمونه برابراند و اعضأ تاصدفی انتخاب نمی شوند .

متغیر : به یک ویژگی از اعضای جامعه که مورد بررسی و مطالعه قرار می گیرد و معمولا از یک عضو به عضو دیگر تغییر می کند، متغیر می گویند و به عددی که به ویژگی یک عضو نسبت داده می شود، مقدار متغیر می گویند.

متغیر کمی : قابل اندازه گیری است .
- پیوسته : مانند وزن، قد و ...
- گسسته : مانند تعداد فرزندان خانواده،تعداد طبقات ساختمان ها و ...

متغیر کیفی : قابل اندازه گیری نیست (توصیفی است)
- ترتیبی : مانند سطح تحصیلات افراد، مراحل هضم غذا و ...
- اسمی : مانند گروه خونی افراد، جنسیت و ...

موفق باشید.