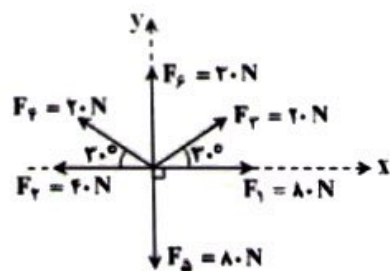


به زبان ساده

فیزیک

موضوع: تست بردار

مؤلف: مهرداد شاه محمدی



۱- برآیند نیروهای شکل مقابل چند نیوتون است؟

- (۱) ۷۰
(۲) $10\sqrt{17}$
(۳) $40\sqrt{2}$
(۴) ۵۰

۲- کدام یک از اندازه‌گیری‌های زیر دقت بیشتری دارد؟

- (۱) ۲/۵۰ g (۲) ۵۴/۰ mg (۳) 0.0240×10^4 mg (۴) $12/5 \times 10^{-3}$ kg

۳- برآیند دو بردار \vec{a} با بردار \vec{b} زاویه‌ی 60° می‌سازد. اگر اندازه‌ی بردار \vec{a} ۱۰ واحد و اندازه‌ی بردار \vec{b} ۵ واحد باشد زاویه‌ی بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} چند درجه است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۹۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۵۰

۴- اگر $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$ ، $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 5$ N باشد، اندازه‌ی $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2 - \vec{F}_3|$ چند نیوتن است؟

- (۱) صفر (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) ۲۰

۵- دقت یک وسیله‌ی اندازه‌گیری طول، $\frac{1}{10}$ میلی‌متر است. کدام اندازه‌ی طول که با این وسیله اندازه‌گیری شده، برحسب متر درست نوشته شده است؟

- (۱) ۰/۶۷۹۰ (۲) ۰/۶۷۹ (۳) $6/79 \times 10^{-1}$ (۴) همه‌ی موارد

۶- اگر برآیند دو نیروی $F_1 = 8$ N و $F_2 = 13$ N که بر یک نقطه اثر می‌کنند، R باشد، کدام رابطه محدودده‌ی R را درست نشان می‌دهد؟

- (۱) 5 N < R < 21 N (۲) 8 N < R < 13 N (۳) 5 N < R < 13 N (۴) 5 N < R < 21 N

۷- برآیند کدام دسته از بردارها با اندازه‌های نشان داده شده، می‌تواند صفر باشد؟

- (۱) ۶، ۴، ۱ (۲) ۱۰، ۸، ۷ (۳) ۱، ۶، ۸ (۴) ۹، ۸، ۲۰

۸- دو بردار \vec{A} و \vec{B} در یک صفحه قرار دارند. اندازه‌ی هریک از بردارها ثابت و زاویه‌ی بین آنها متغیر است. اگر این زاویه از صفر تا 180° درجه تغییر کند، اندازه‌ی مجموع دو بردار و اندازه‌ی تفاضل آنها به ترتیب (از راست به چپ) چگونه تغییر می‌کنند؟

- (۱) کاهش - افزایش (۲) افزایش - کاهش (۳) کاهش - کاهش (۴) افزایش - افزایش

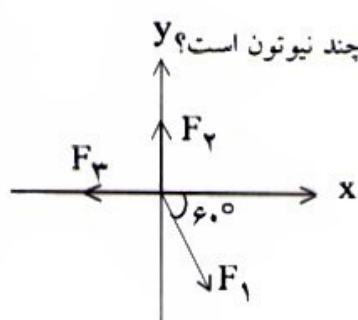
۹- اگر $\vec{A} = 6\vec{i} - 8\vec{j}$ و $\vec{B} = -3\vec{i} + 5\vec{j}$ باشد و $\vec{C} = \vec{A} - \vec{B}$ باشد، بزرگی بردار \vec{C} کدام است؟

- (۱) $1/5\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) ۴

۱۰- نیروی $\vec{F}_1 = 3\vec{i} - 5\vec{j}$ در صفحه‌ی xoy است. اگر اندازه‌ی برآیند آنها ۵ واحد بوده و در جهت محور x ها

باشد، \vec{F}_2 کدام است؟

- (۱) $\vec{F}_2 = 4\vec{i} + 4\vec{j}$ (۲) $\vec{F}_2 = 4\vec{i} + 5\vec{j}$ (۳) $\vec{F}_2 = 2\vec{i} + 4\vec{j}$ (۴) $\vec{F}_2 = 2\vec{i} + 5\vec{j}$



۱۱- در شکل مقابل برآیند سه نیرو صفر است. اگر $|\vec{F}_3| = 25\text{N}$ باشد، بزرگی F_2 چند نیوتون است؟

- (۱) ۲۵
- (۲) $25\sqrt{3}$
- (۳) ۵۰
- (۴) $50\sqrt{3}$

۱۲- زاویه‌ای که برآیند دو بردار $\vec{A} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$ و $\vec{B} = -2\vec{i} - 3\vec{j}$ با جهت مثبت محور x می‌سازد، چند درجه است؟

- (۱) صفر
- (۲) ۳۰
- (۳) ۴۵
- (۴) ۹۰

۱۳- سه بردار \vec{a} , \vec{b} و \vec{c} که اندازه‌هایشان به ترتیب $2\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$ و ۶ است، در رابطه‌ی $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ صدق می‌کنند.

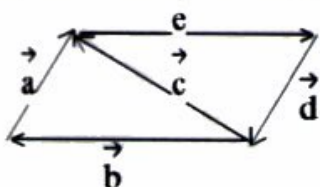
زاویه‌ی بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} چند درجه است؟

- (۱) ۳۰°
- (۲) ۴۵°
- (۳) ۶۰°
- (۴) ۹۰°

۱۴- «برآیند دو بردار \vec{a} , \vec{b} بر «تفاضل آنها» عمود است. در این صورت نسبت $\frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}$ کدام است؟

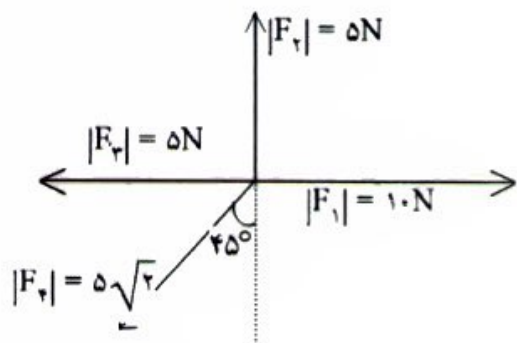
- (۱) ۲
- (۲) $\sqrt{2}$
- (۳) نامشخص
- (۴) ۱

۱۵- در شکل مقابل، اندازه‌ی تمامی بردارها یکسان و برابر ۳ واحد است، اندازه‌ی بردار $2\vec{a} - \vec{b} + \vec{d} - 2\vec{e}$ کدام است؟



- (۱) $3\sqrt{3}$
- (۲) ۳
- (۳) صفر
- (۴) $\sqrt{3}$

۱۶- اندازه برآیند ۴ بردار زیر چند نیوتن است؟



- (۱) صفر
- (۲) ۱۰
- (۳) ۵
- (۴) $5\sqrt{2}$

۱۷- اگر $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$ ، وقتی \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} را از یک نقطه رسم می‌کنیم، \vec{b} بر هم عمودند و \vec{a} با \vec{b} زاویه‌ی 30° می‌سازد. کدام گزینه صحیح است؟ (می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه ضلع روبه‌رو زاویه‌ی 30° نصف وتر است.)

- (۱) $2a = b\sqrt{2}$
- (۲) $2b = a\sqrt{2}$
- (۳) $2b = a\sqrt{3}$
- (۴) $2a = b\sqrt{3}$

۱۸- بزرگی تفاضل دو بردار \vec{F}_1 و \vec{F}_2 برابر بزرگی برآیند آن دو بردار است. اگر $|\vec{F}_2| = |\vec{F}_1|$ باشد، زاویه‌ی بین \vec{F}_1 و \vec{F}_2 چند درجه است؟

۱۲۰ (۴)

۶۰ (۳)

۴۵ (۲)

۳۰ (۱)

۱۹- برآیند دو بردار $\vec{a} = m\vec{i} + 2\vec{j}$ ، $\vec{b} = \vec{i} - 2m\vec{j}$ در ربع دوم قرار دارد و با محور x زاویه 45° می‌سازد. m کدام است؟

-۳ (۴)

 $\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۲)

۳ (۱)

۲۰- بردار $9\vec{i} + 12\vec{j}$ را به دو بردار تجزیه کرده‌ایم به طوری که یکی از آن‌ها واقع در ربع اول و باجهت مثبت محور x زاویه 45° درجه می‌سازد و دیگری به صورت $2\vec{i} + \beta\vec{j}$ است مقدار β چیست؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا روی محور Xها و روی محور Yها همه‌ی نیروها را تجزیه می‌کنیم. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود F_p و F_q باید تصویر شوند و بقیه‌ی نیروها یا روی X و یا روی Y هستند.

$$\sum F_x = F_1 + F_p \cos 30^\circ - F_q - F_q \cos 30^\circ = 40 \text{ N}$$

$$\sum F_y = F_2 + F_p \sin 30^\circ - F_q - F_q \sin 30^\circ - F_5 = -30 \text{ N}$$

$$\Sigma F = \sqrt{\sum F_x^2 + \sum F_y^2} = \sqrt{40^2 + (-30)^2} = 50 \text{ N}$$

۲- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. برای تشخیص مرتبه دقت یک عدد باید رقم دارای پایین‌ترین ارزش مکانی را شناسایی کنیم. هر چه مرتبه دقت یک اندازه‌گیری ریزتر (پایین‌تر) باشد، عدد دقت بیشتری دارد.

$$2/50 \rightarrow 10^{-2} \text{ گرم} \rightarrow \text{صدم گرم}$$

$$54/0 \rightarrow 10^{-2} \text{ گرم} \rightarrow \text{دهم میلی گرم}$$

$$0.0240 \times 10^4 \text{ mg} \rightarrow 10^{-2} \times 10^4 \text{ میلی گرم} \rightarrow 10^{-3} \text{ گرم} \rightarrow \text{میلی گرم}$$

$$12/5 \times 10^{-3} \text{ kg} \rightarrow 10^{-2} \text{ کیلوگرم} \rightarrow 10^{-1} \text{ گرم}$$

۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} \Rightarrow \vec{b} = \vec{R} - \vec{a} \Rightarrow b^2 = R^2 + a^2 - 2aR \cos 60^\circ \Rightarrow$$

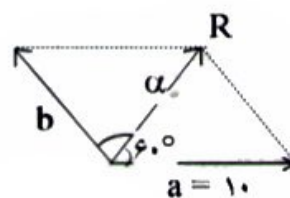
$$b^2 = 25 + 100 - 50 \Rightarrow b^2 = 75 \Rightarrow b = 5\sqrt{3}$$

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} \Rightarrow R^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha$$

$$(5)^2 = (10)^2 + 75 + 2 \times 10 \times 5\sqrt{3} \cos \alpha$$

$$25 = 100 + 75 + 100\sqrt{3} \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 150^\circ$$

البته با توجه به این که $R = \frac{a}{2}$ می‌توان فهمید که \vec{R} بر \vec{b} عمود است و بنابراین $\alpha = 150^\circ$ است.



۴- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3 \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2 - \vec{F}_3| = |-\vec{F}_3 - \vec{F}_3| = |2\vec{F}_3| = 10 \text{ N}$$

۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. یک‌دهم میلی‌متر معادل یک ده‌هزارم متر است، پس آن گزینه درست است که تا یک ده‌هزارم نوشته شده باشد (چهار رقم بعد از ممیز).

۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر برآیند را R فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$|F_2| - |F_1| \leq R \leq |F_2| + |F_1| \Rightarrow 5 \leq R \leq 21$$

۷- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. باید مجموع اندازه‌ی هر دو نیرو از نیروی سوم بزرگ‌تر یا مساوی با آن باشد.

۸- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. مجموع دو بردار زمانی بیش‌ترین مقدار را دارد که زاویه صفر باشد و زمانی کم‌ترین مقدار را دارد که زاویه‌ی بین دو بردار 180° باشد. در مورد تفاضل عکس این مطلب صحیح است.

۹- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\vec{C} - \vec{B} = \vec{A} - \vec{C} \Rightarrow 2\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} \Rightarrow 2\vec{C} = (6\vec{i} - 8\vec{j}) + (-3\vec{i} + 5\vec{j})$$

$$\Rightarrow 2\vec{C} = 3\vec{i} - 3\vec{j} \Rightarrow \vec{C} = 1/5\vec{i} - 1/5\vec{j} \Rightarrow |\vec{C}| = \sqrt{(1/5)^2 + (-1/5)^2} = 1/5\sqrt{2}$$

۱۰- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. برآیند در جهت محور x است. پس $\sum F_y = 0$

$$\left. \begin{aligned} \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} = 0 &\Rightarrow -5\vec{j} + \vec{F}_{2y} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{2y} = +5\vec{j} \\ |\vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x}| = 5 &\Rightarrow |3\vec{i} + \vec{F}_{2x}| = 5 \Rightarrow \vec{F}_{2x} = 2\vec{i} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{F}_2 = 2\vec{i} + 5\vec{j}$$

۱۱- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_1 \cos 60^\circ = |F_2| \Rightarrow F_1 \times \frac{1}{2} = 25 \Rightarrow F_1 = 50 \text{ N}$$

$$|F_2| = |F_1| \sin 60^\circ \Rightarrow |F_2| = 50 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3} \text{ N}$$

$$\vec{A} + \vec{B} = 4\vec{i} + 6\vec{j} - 4\vec{i} - 3\vec{j} = 3\vec{j}$$

۱۲- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

بردار $3\vec{j}$ با محور x زاویه‌ی 90° درجه می‌سازد.

۱۳- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

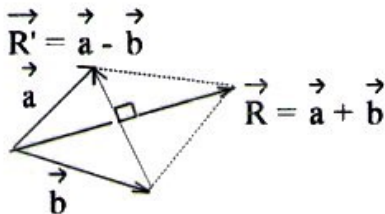
$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \vec{c} = -(\vec{a} + \vec{b}) \Rightarrow |\vec{c}| = |\vec{a} + \vec{b}| \Rightarrow |\vec{c}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta}$$

$$\Rightarrow 6 = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 + 2(2\sqrt{3})(2\sqrt{3}) \cos \theta}$$

$$\Rightarrow 6 = \sqrt{24 + 24 \cos \theta} \Rightarrow 36 = 24 + 24 \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

۱۴- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. تنها در صورتی «برآیند دو بردار تفاضل همان دو بردار است عمود خواهد بود» که دو بردار، هم‌اندازه باشند بنابراین:

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| \Rightarrow \left| \frac{\vec{a}}{\vec{b}} \right| = 1$$



راه دوم: تفاضل و برآیند دو بردار اقطار متوازی‌الاضلاع مرسوم با آنها است. وقتی دو قطر بر هم عمودند شکل لوزی است....

۱۵- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. دقت شود که با توجه به شکل، $\vec{d} = -\vec{a}$ و $\vec{c} = -\vec{b}$ است.

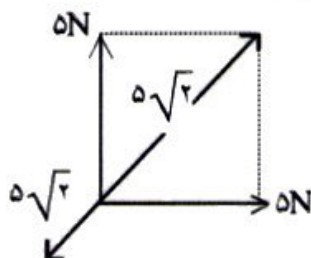
$$\vec{A} = \vec{r}\vec{a} - \vec{b} + \vec{d} - \vec{r}\vec{c} = \vec{r}\vec{a} - \vec{b} - \vec{a} + \vec{r}\vec{b}$$

$$\vec{A} = (\vec{r}\vec{a} - \vec{a}) + (-\vec{b} + \vec{r}\vec{b}) = \vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$

رابطه‌ی اخیر به کمک جمع برداری بدست آمده است.

$$|\vec{A}| = |\vec{r}\vec{a} - \vec{b} + \vec{d} - \vec{r}\vec{c}| = |\vec{c}| = r$$

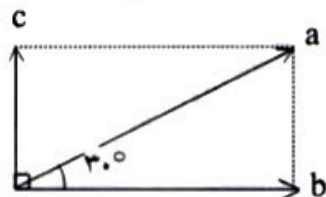
۱۶- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا برآیند نیروها روی محور x ها را محاسبه کرده که برابر ΔN می‌شود سپس برآیند این دو نیرو با F_1 را محاسبه می‌کنیم که با F_1 قرینه می‌گردد و اندازه برآیند کار صفر می‌گردد.



نکته‌ی درسی:

اندازه برآیند دو نیروی هم اندازه که با هم زاویه α بسازند از رابطه $|\vec{R}| = 2|\vec{A}| \cos \frac{\theta}{2}$ محاسبه می‌گردد.

۱۷- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم‌الزاویه، ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی 30° نصف وتر است. (قضیه‌ی فیثاغورس)



$$\left. \begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 \\ c &= \frac{a}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a^2 = b^2 + \frac{a^2}{4} \Rightarrow b^2 = \frac{3a^2}{4}$$

$$\Rightarrow b = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2b = \sqrt{3}a$$

۱۸- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر زاویه‌ی بین دو بردار را θ فرض کنیم و اندازه‌ی مجموع دو بردار و همچنین اندازه‌ی تفاضل را جایگزین کنیم، خواهیم داشت:

$$|\vec{F}_1 - \vec{F}_2| = \sqrt{3} |\vec{F}_1 + \vec{F}_2|$$

$$\Rightarrow \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1 F_2 \cos\theta} = \sqrt{3} \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos\theta}$$

طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم و به جای F_1 و F_2 و F می‌گذاریم.

$$F_1^2 + F_2^2 - 2F_1 F_2 \cos\theta = 3(F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos\theta)$$

$$2F_1^2 - 2F_2^2 \cos\theta = 6F_1^2 + 6F_2^2 \cos\theta \Rightarrow$$

$$-4F_1^2 = 8F_2^2 \cos\theta \Rightarrow -\frac{1}{2} = \cos\theta \Rightarrow \cos\theta = -\frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 120^\circ$$

$$2F_1 \sin\frac{\theta}{2} = \sqrt{3} \times 2F_1 \cos\frac{\theta}{2} \Rightarrow \tan\frac{\theta}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\theta}{2} = 60^\circ \Rightarrow \theta = 120^\circ \quad \text{روش دوم:}$$

۱۹- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$m + 1 = -(2 - 2m) \Rightarrow 2m - 2 = m + 1 \Rightarrow m = 3$$

۲۰- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \vec{F}_1 = a\vec{i} + a\vec{j} \\ \vec{F}_2 = 2\vec{i} + \beta\vec{j} \end{cases} \Rightarrow \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \rightarrow 9\vec{i} + 12\vec{j} = (a + 2)\vec{i} + (a + \beta)\vec{j}$$

$$a + 2 = 9 \rightarrow a = 7$$

$$a + \beta = 12 \rightarrow 7 + \beta = 12 \rightarrow \beta = 5$$