

# فصل اول : دنباله

www.konkuru.ir

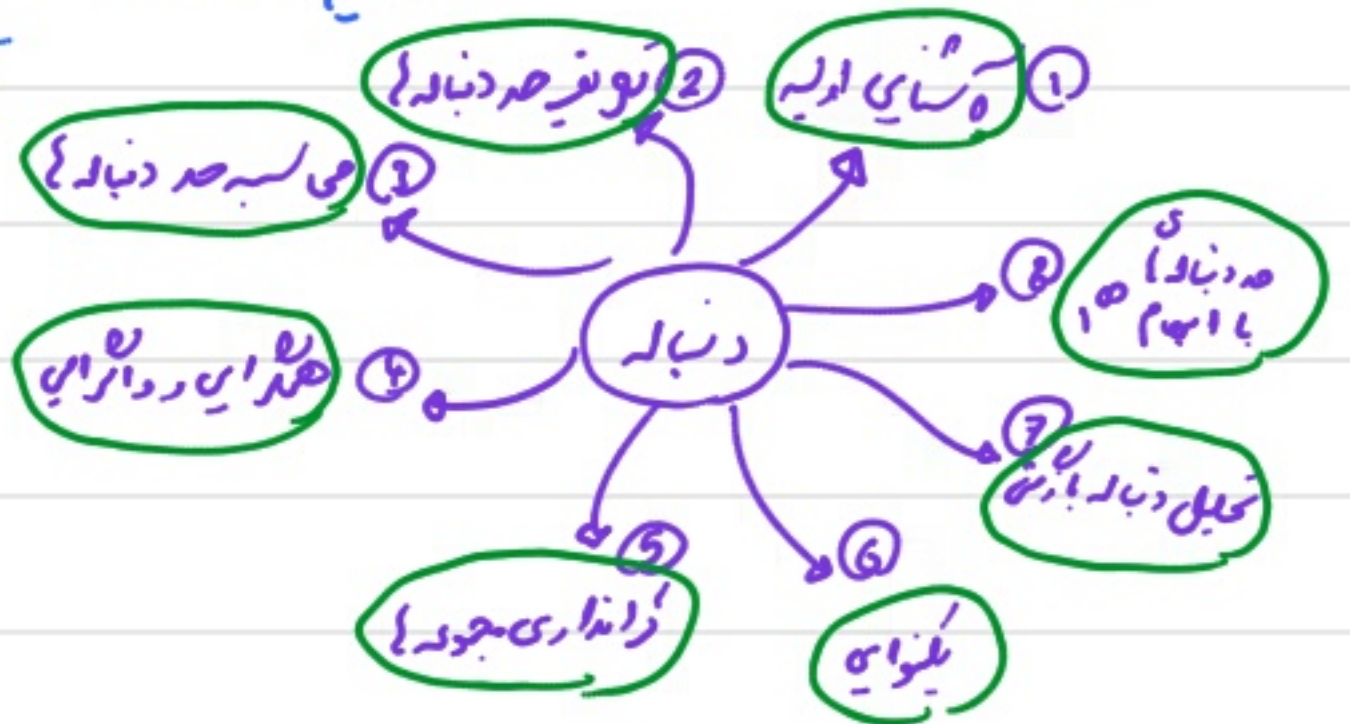
## mindmap فصل اول :

این نقشه ذهنی مانتو فصل اول هست و یادگیری اون رو برآورد آماده کنیم که توی این فصل با این مبصایه ترتیب آشنایی کنیم و هرچی نکته داره بپله بپله کشف کنیم و اولا فصل و قورت بدیم. فصلی که همیشه امانت تو تکرار داره.

نقطه ای نکته مهم هست، ادریم اینکه شما باید اول حد گرفتن رو بلد باشید و بعد بیاین سراغ دنباله. کتاب درس آموزش و پرورش اول دنباله رو درس داده ولی کسی به مولفان تلفه نگاه داره اکتفا به چیزی! دانش آموز تا حد تابع رو بلد نباشه و مجبوری باید حد دنباله رو حساب کنه؟؟ پس شما اول حد رو ماسه پویستایی بخونید بعدش بیاید سراغ این فصل. به خبرخوش هم بدیم که این فصل خیلی کم حجه تازه خیلیم آسونه.

آخر فصل این mindmap رو گسترش بدیم و فرمولها رو با ماژس دسته بندی میکنیم

تا با استفاده از اول  
فرور هامون رو به  
سرعت انجام بدیم



فصل اول: آشنایی مقدماتی

www.konkuru.ir

سوال: اصل دنباله چیست؟

چیز خاصی نیست. به تابع معمولیه که دانش اعداد طبیعی (از ۱ تا ...)

هست. برد دنباله اعداد حقیقی هست.

...  $a_{(2)}$  = جمله دوم       $a_{(1)}$  = جمله اول

نکته: دنباله هم میتونه منهای باشه هم ناقصناهی که مانعاً دنباله‌ی نامنهای رو بررسی می‌کنیم. یعنی از جمله اول شروع بشه و تا بنهایت بره یعنی بنیهاست تا جمله دائمی باشه.

روش نامس دنباله‌ها: یک دنباله به اسم  $a_n$  در که جمله عمومی  $\frac{1}{n^2}$  هست رو بررسی می‌کنیم:

اول (یا جمله عمومی):  $a_n = \frac{1}{n^2}$

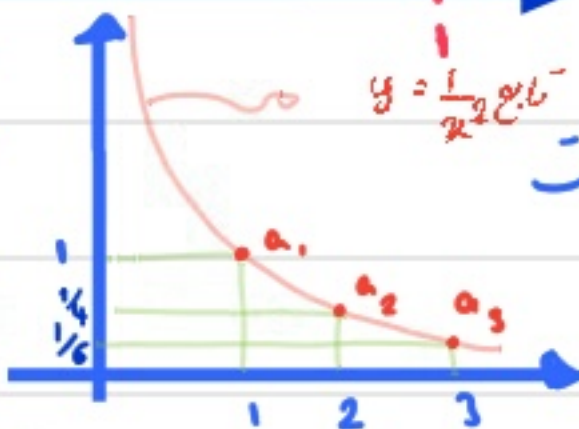
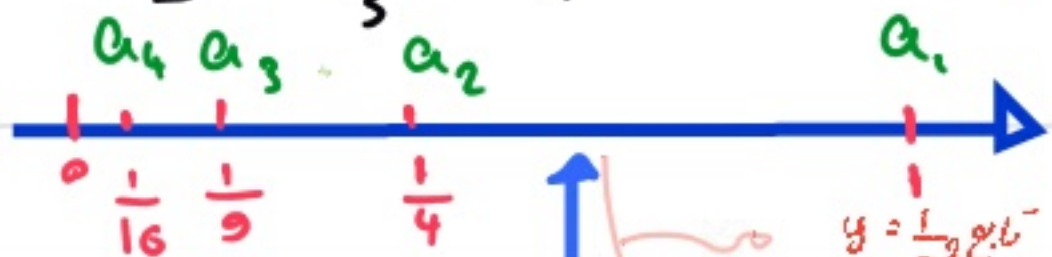
این کون میاره هر دایره ضابطای تابع رو می‌کنه. (یعنی برای هر  $n$  بیاریم تا به مقدار دنباله تو ارن  $n$  بریم)

اسم دنباله اندیس شماره جمله در مشخص می‌کنه و اگر اندیس  $n$  باشه جمله عمومی مشخص می‌کنه

دوم (با مقدارها):  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$

$\frac{1}{1^2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{3^2}, \frac{1}{4^2}, \dots \Rightarrow \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \dots$

سوم (با محور)



چهارم (در دلنمایه‌ها)

آما پس در واقع نمودار دنباله  $a_n = \frac{1}{n^2}$

نقاط یادانه  $\{1, 2, 3, \dots\}$

از همین تابع  $y = \frac{1}{n^2}$  استفاده که روی نمودار تابع سوار شدن

پس یادعن باشه: هر دنباله در درجه اول تابع هست. در درجه دوم دافنه اس روحک

www.konkuru.ir

میکنیم که  $\mathbb{N}$  باشه.

مثال، رابطه ای از  $\mathbb{N}$  به  $\mathbb{R}$  با ضابطی

$$a(n) = \begin{cases} n^2 + 1 & n \geq 2 \\ -2k + n & n < 2 \end{cases}$$

تعریف شده. کارا طوری

تعریف کنید که  $a(n)$  یک دنباله باشه. (1, 2, 5, 1, 3, 4) هیچ مقدار  $k$  (زانیق)

\* چون طوری که تقسیم اول شرط تابع بودن روحک میکنیم. تو نقطه ای  $n=2$  دو ضابطه نقطه مشترک دارن. بوا اینکه  $a_n$  تابع باشه باید به ازای اون  $n$  مشترک فقط یک مقدار داشته باشیم: پس!

$$n^2 + 1 \xrightarrow[n=2]{\text{به ازای}} 2^2 + 1 = 5$$

$$-2k + n \xrightarrow[n=2]{\text{به ازای}} -2k + 2$$

باید مساوی باشن که مقدار واحد  $n$  داشته باشیم

$$-2k + 2 = 5$$

$$\Rightarrow -2k = -3 \rightarrow \boxed{k = 3/2}$$

\* شرط دوم دنباله بودن هم (  $\mathbb{N}$  بودن دافنه ) که برقراره. پس به ازای  $k = 3/2$   $a_n$  دنباله هست.

مثال ۱) در دنباله  $a_n = \frac{n^2+1}{2n+1}$  مقدار  $a_3$  و  $a_4$  را محاسبه کنید.

(۱)  $a_3 = 2$  و  $a_4 = 2$  موجود نیست

(۲)  $a_3 = 2$  و  $a_4 = \frac{13}{6}$

(۳)  $a_3 = \frac{13}{6}$  و  $a_4 = 2$

(۴)  $a_3 = \frac{10}{3}$  و  $a_4 = \frac{15}{4}$

(تألیفی)

برای پیدا کردن  $a_3$  باید کاری کنیم که اندیس  $2n+1$  مادی ۳ به  $3$  باشد:

$$2n+1 = 3 \rightarrow n = 1 \rightarrow a_3 = \frac{1^2+1}{1} = 2$$

$$2n+1 = 4 \rightarrow n = \frac{3}{2} \rightarrow a_4 = \frac{(\frac{3}{2})^2+1}{\frac{3}{2}} = \frac{13}{6}$$

\* توجه کنید که جواب  $n = \frac{3}{2}$  هیچ اقلی ندارد و قابل قبول است چون نزدیکاً نباید  $n$  عدد طبیعی باشد بلکه کانه که اندیس  $a$  طبیعی باشد، مثلاً اینجا

$n = \frac{3}{2}$  اندیس  $a_4$  را تولیدی کند. به بیان دیگر اینجا دانه  $n$  نیست

www.konkuru.ir

بلکه  $2n+1$  دانه هست.

مثال ۲) بزرگترین جمله دنباله  $\{-n^2 + 2n + 5\}$  کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۲ (۴) بزرگترین جمله وجود ندارد (تألیفی)

به روش زیر سعی میکنیم یک بخش مربع کامل از دنباله جدا کنیم:

$$a_n = -n^2 + 2n + 5 = -(n^2 - 2n - 5) = -(n^2 - 2n + 1 - 6) \\ = -((n-1)^2 - 6) = -\underbrace{(n-1)^2} + 6$$

این بخش همیشه کویتر یا مساوی صفره پس برای اینکه بخواهیم کل دنباله دارای

بیشترین مقدار باشد باید این پرانتز در صفر کنیم

دنباله بازگشتی:

اگر جمله های دنباله ای بتوان با رابطه ای بین جمله قبلی معاشقه کرد، به آن دنباله، دنباله بازگشتی می گوئیم.

مثلاً دنباله فیبوناتچی رو در نظر میگیریم که در آن جمله اول و دوم برابر ۱ هستند و هر جمله بعدی از جمع دو جمله قبلی بدست میاد:

... و 13 و 8 و 5 و 3 و 2 و 1 و 1 و 1

که مسیبه این دنباله رو به این صورت هم نوشتیم:

$$\begin{cases} a_1 = a_2 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \end{cases}$$

تکلیف حل سوالات: وقتی ضابطه دنباله را به صورت بازگشتی میدهند ما باید

حیز جمله اول دنباله را بنویسیم، بعد روش حل خودش ضلی خود جوش!! معلوم مسیه.

مثال، دنباله بازگشتی که به صورت

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + 2 \end{cases}$$

است.  $a_{20}$  را بیابید.

37 (4

49 (3

39 (2

40 (1

تبدیل مسیه دنباله حسابی

$$a_n = 2n - 1$$

1, 3, 5, 7, ...  $\Rightarrow$  جمله هاردمی نویسیم

حالا چون  $a_{20}$  را می خواهد:  $a_{20} = 2(20) - 1 = 39$

سوال) در دنباله بازگشتی  $a_{n+1} = a_n (n+1)$  چند جمله بی‌نهایت از  $\frac{1}{50}$  داریم؟  
 $a_1 = 1$

5(4)

4(3)

3(2)

2(1)

(تاییدی)

رابطه رد به شکل  $a_{n+1} = \frac{a_n}{n+1}$  می نویسیم. و با زحم روش حل خوشی مبتدیان اول هست.

$$a_1 = 1 \quad a_2 = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3} \quad a_3 = \frac{1/3}{4} = 1/12 \quad a_4 = \frac{1/12}{5} = 1/60$$

خب، میبینیم که به ناعلمه اول یعنی  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{12}$  از  $\frac{1}{50}$  بزرگتر هستند و  $a_4$  و جمله های بعدی دگرگ کوچکتر می‌شوند از  $\frac{1}{50}$ . پس جواب مسئله 3 جمله.