

حساب دیفرانسیل و انتگرال

● فصل صفر



فصل صفر: یادآوری مفاهیم پایه

حساب دیفرانسیل و انتگرال

۱- هرگاه $2 \leq [2x-3] \leq -\frac{3}{2}$ باشد، محدوده‌ی تغییرات x کدام است؟ ([نماد جزء صحیح)

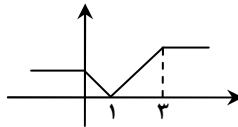
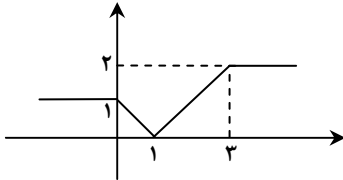
(۴) $[\frac{3}{4}, \frac{5}{2}]$

(۳) $(1, \frac{5}{2}]$

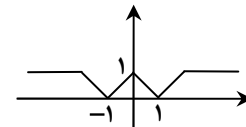
(۲) $[1, 3)$

(۱) $[\frac{1}{2}, 3)$

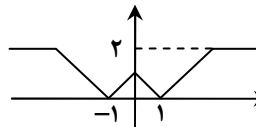
۲- اگر نمودار f شکل مقابل باشد نمودار $f(|x-2|)$ به کدام صورت است؟



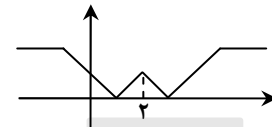
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۳- نمودار $y = 3 - |x|$ در بازه‌ی (a, b) بالاتر از خط $2y = x$ قرار گرفته است. بزرگ‌ترین مقدار $b - a$ چقدر است؟

(۴) ۹

(۳) ۸

(۲) ۷

(۱) ۶

۴- اگر $ab < 0$ و $\frac{c}{b} < \frac{d}{a}$ ، کدام حکم الزاماً درست است؟

(۴) $ab - cd < 0$

(۳) $ac > bd$

(۲) $ac - bd < 0$

(۱) $cd < 0$

۵- رابطه‌ی $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, |x| + |y| = 2\}$ چند زوج مرتب دارد؟

(۴) ۶

(۳) ۷

(۲) ۹

(۱) ۸

۶- مساحت محدود به دو نمودار $y = |x-2|$ و $y = 4 - |x-1|$ چقدر است؟

(۴) $\frac{19}{2}$

(۳) $\frac{17}{2}$

(۲) $\frac{15}{2}$

(۱) $\frac{13}{2}$

مؤسسه آموزشی فرهنگی

پاسخ تست‌های فصل صفر

۱- گزینه ۲ پاسخ است.

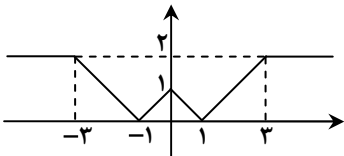
$$[2x-3] = 2 \text{ یا } 1 \text{ یا } 0 \text{ یا } -1 \Rightarrow -1 \leq 2x-3 < 3 \rightarrow 2 \leq 2x < 6 \rightarrow 1 \leq x < 3$$

۲- گزینه ۳ پاسخ است.

راه حل اول:

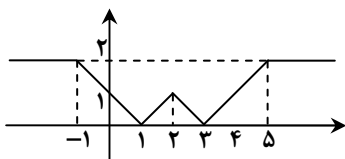
برای رسم نمودار ابتدا $f(|x|)$ را رسم می‌کنیم. برای این منظور ابتدا سمت چپ محور

عرض‌ها را حذف می‌کنیم و سمت راست را به جای آن کپی می‌کنیم. یعنی:



در نهایت نمودار را ۲ واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم تا ضابطه $f(|x-2|)$

به دست آید.



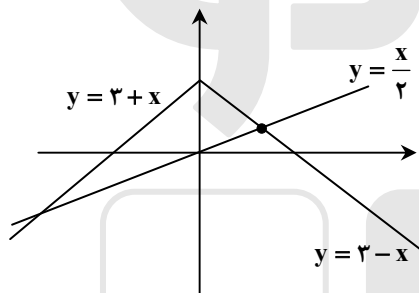
راه حل دوم:

$$f(|x-2|) = \begin{cases} f(x-2) & x \geq 2 \\ f(2-x) & x < 2 \end{cases}$$

یعنی کافی است $f(x-2)$ را رسم کرده و سپس قسمت قبل از $x=2$ را حذف کرده و سمت راست را نسبت به آن قرینه کنیم.

۳- گزینه ۳ پاسخ است.

نمودار قدرمطلق را تعیین علامت کرده و در هر قسمت با خط $y = \frac{x}{2}$ قطع می‌دهیم:



$$\begin{cases} x > 0 & \frac{x}{2} = 3-x \rightarrow \frac{3x}{2} = 3 \rightarrow x = 2 \\ x < 0 & 3+x = \frac{x}{2} \rightarrow \frac{x}{2} = -3 \rightarrow x = -6 \end{cases}$$

$b = 2 \quad a = -6$

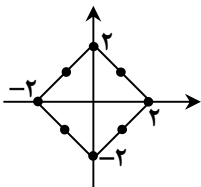
۴- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\left. \begin{matrix} ab < 0 \\ \frac{c}{b} < \frac{d}{a} \end{matrix} \right\} \Rightarrow ab\left(\frac{c}{b}\right) > ab\left(\frac{d}{a}\right) \Rightarrow ac > bd \Rightarrow ac - bd > 0 \Rightarrow ac > bd$$

۵- گزینه ۱ پاسخ است.

رابطه داده شده بیانگر یک مربع است که مرکز آن مبدأ مختصات و طول

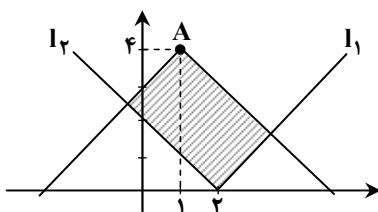
اقطار آن ۴ می‌باشد.



۶- گزینه ۲ پاسخ است.

چهارضلعی حاصل مستطیل است. برای یافتن مساحت آن کافی است فاصله نقطه‌ی

$$\left. \begin{matrix} I_1 \\ I_2 \end{matrix} \right| A \left. \begin{matrix} 1 \\ 4 \end{matrix} \right| \begin{cases} y = x-2 \\ y = 2-x \end{cases} \text{ را از دو خط پیدا کنیم:}$$



نکته: فاصله‌ی نقطه $\begin{vmatrix} x_0 \\ y_0 \end{vmatrix}$ از خط $ax + by + c = 0$ برابر است با: $d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

$$y - x + 2 = 0$$

$$A \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{|4 - 1 + 2|}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$y + x - 2 = 0$$

$$A \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{|5 - 2|}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow S = \frac{15}{2}$$

خریدار



مؤسسه آموزشی فرهنگی