

*** این از اوں مقدمه ها نیست که نخوئی چیزه زیادی از دست ندید آآآآآآ !

معلم فیزیکه در هال صحبت درباره‌ی مدیریت زمان، برای بعضی از دانش آموزاش، بود.
برای تقویم موضوع، مثالی زد که هیچ وقت اونو فراموش نکن.

اون همونطور که روپرور این بچه ها نشسته بودو مشغول بحث بود، به شوفی گفت، "فیل فوب، دیگه وقت امتحانه !"!

بعد یک کوزه سنگی دهن گشاده از زیر میزش بیرون آورد و اونو رو میز گذاشت.

بعد هدوه دوازده تا قلوه سنگ که هر کدام به اندازه‌ی یه مشت بودو یکی یکی و با وقت داخل کوزه پید.

وقتی کوزه پر شد و دیگه هیچ سنگی تو اون ها نگرفت از بچه ها پرسید: "ایا کوزه پره؟"

همه با هم گفتند: بله

معلمه گفت: "واقعاً؟"

بعد یک سطل ماسه از زیر میزش در آورد. یه فورده از ماسه ها رو روی سنگ های داخل کوزه ریفت و کوزه رو تکون داد تا دونه های ماسه، خودشون تو غضای فالی بین سنگا ها بدن.

یه بار دیگه پرسید: "ایا کوزه پره؟"

این بار کلاس از اون بلوتر بود. یکی از بچه ها هواب داد: "احتمالا نه"

معلمه گفت: "فوبه" و بعد یه سطل شن ریزه رو از زیر میز بیرون آورد و شن ریزه ها رو داخل کوزه ریفت.

شن ریزه ها تو غضای فالی بین سنگا و دونه های ماسه با گرفتند.

همون موقع یه پارچ آبم آورد و شروع به ریختن آب تو کوزه کرد تا وقتی که کوزه لب به لب پر شد.

بعد رو به کلاس کرد و پرسید: "کی می تونه بگه تکته ای این مثال تو پی بود؟"

یکی از بچه ها، مشتاقانه دستش رو بلند کرد و گفت: "این مثال می فواد به ما یکه که برنامه‌ی زمانی ما هر چقدر می فشارده باشه، آله واقعاً زیاد تلاش کنیم همیشه می تونیم کارای بیشتری تو اون یکنیونیم."

معلمه هواب داد: "نه ! تکته این نیست،

حقیقتی که این مثال به ما می ده اینه که، آله سنگای بزرگ او اول ندارید، هیچ وقت فرصت پرداختن به اونارو نفواید یافت.

سنگای بزرگ زندگی شما هیا هستن؟

"تمصیلتون، رویاهاتون، مهربیتون، انگیزه های با ارزشتون، زمانی برای خودتون، سلامتی تون و... "

یادتون باشه که اول این سنگای بزرگو بذارید، در غیر این صورت هیچ وقت به اونا دست نفواید یافت.

آله با کارآی کوپیک (شن و ماسه) خودتونو با کارآی کوپیکی که اهمیت زیادی ندارن پر می کنید و هیچ وقت زمان کافی و مفید برای کارآی بزرگ و مهم (سنگ های بزرگ) نفواید داشت.

هر صحیح و شبی که به این مثال خکر کردی، این سوالو از خودت پرس:

"سنگ های بزرگ زندگی من کدومن؟" اول اونارو داخل کوزه‌ی زندگیت پیش.

شاید این فلاحده در سوا یکی از سنگای بزرگ کنکور فیزیکت بشه این طور نیست؟

بعد خوندنش می تونی نظر تو برای بفرستن.

ارتباط با جنبت نجفی:



0912-3966340

www.sahlamooz.ir

nh.najafi@yahoo.com

سینماتیک (حرکت شناسی): بررسی حرکت بدون توجه به عامل حرکت (نیرو) یعنی بررسی مکان و سرعت و شتاب.

۱) حرکت در یک بعد (حرکت مستقیم الخط): مثل حرکت بند باز روی طناب

(A) بررسی مفاهیم حرکت (مکان، سرعت، شتاب و تعاریف آنها)

(B) نمودارهای حرکت و نکات مربوط به هر کدام (مکان-زمان)، (سرعت-زمان)، (شتاب-زمان)

(C) بررسی حالتهای خاص حرکت: (الف) با سرعت ثابت

ب) با شتاب ثابت ۱: در راستای افقی

۲: در راستای قائم (سقوط آزاد)

۳) حرکت در دو بعد (حرکت در صفحه): مثل دویدن دانش آموز در حیاط مدرسه شون

(A) مفاهیم و نمودارهای حرکت

(B) بررسی انواع حرکت در دو بعد: (الف) در هر دو بعد یکنواخت (حرکت دایره‌ای یکنواخت)

ب) در یک بعد یکنواخت و در یک بعد شتابدار (پرتا به)

ج) در هر دو بعد شتابدار (حرکت دایره‌ای در راستای قائم)

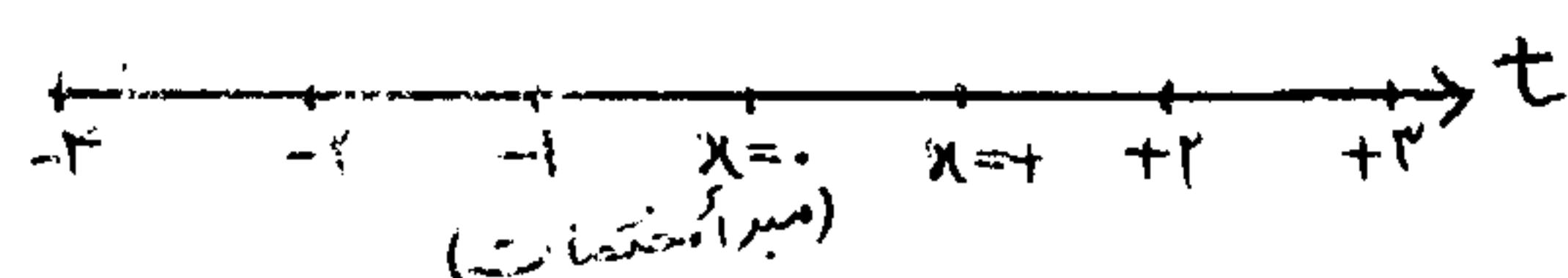
۴) حرکت در سه بعد (حرکت در فضای): مثل مانور یک جنگنده در فضا:

در دیبرستان مورد بحث قرار نمی‌گیرد (ولی اصلاً چیز سختی نیست)

A-۱) مفاهیم حرکت در یک بعد:

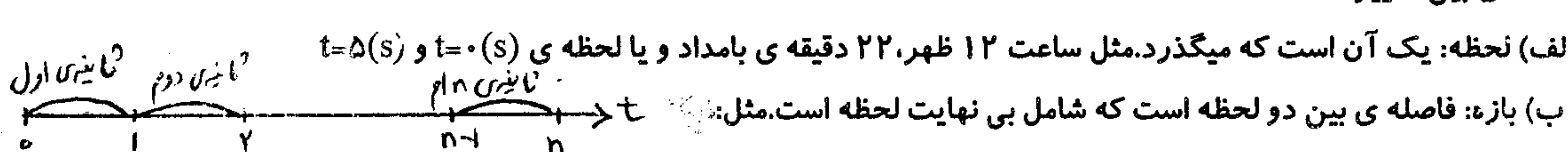
۱) محور مختصات (محور x): محوری است جهت‌دار با درجه بندی با طولهای مساوی که روی مسیر حرکت متوجه کی که روی خط راست حرکت می‌کند، منطبق می‌کنیم.

۲) مبدأ مختصات (مبدأ مکان): نقطه‌ای اختیاری روی محور مختصات است که مختصه‌ی آنرا صفر در نظر می‌گیریم و ($x=0$) درجه بندی محور مختصات را نسبت به آن انجام میدهیم.



۳) زمان: فاصله‌ی بین تغییرات است.

الف) لحظه: یک آن است که می‌گذرد. مثل ساعت ۱۲ ظهر، ۲۲ دقیقه‌ی پامداد و یا لحظه‌ی ($s=0$) و ($t=0$)



ب) بازه: فاصله‌ی بین دو لحظه است که شامل بین نهایت لحظه است. مثل: t_1 و t_2 .
تذکر: در یک لحظه هیچ اتفاقی نمی‌افتد و همه تغییرات و اتفاقات در یک بازه‌ی زمانی انجام می‌شود.

۴) مبدأ زمان: لحظه‌ی ($s=0$) است که آنرا با $t=0$ نمایش می‌دهند.

۵) مکان (بردار مکان): برداری است که ابتدای آن مبدأ مختصات (مبدأ مکان) و انتهای آن محل جسم است. \vec{x}

توجه: تمامی بردارها در این مبحث را یعنی میتوان با اعداد جبری نمایش داد. (اعداد مثبت یعنی در جهت مثبت محور مختصات و اعداد منفی یعنی در خلاف جهت محور مختصات)

۶) فاصله: طول (مقدار) بردار مکان است.

۷) معادله‌ی حرکت ($x=f(t)$): تابعی است پیوسته و مشتق پذیر از x بر حسب t ، که در هر لحظه مکان جسم را مشخص می‌نماید.

۸) مکان اولیه : مکان متحرک در مبدأ زمان است ($x|_{t=0}$) که آنرا با x_0 هم نشون می‌دانیم. (کلا اولیه‌ی هر چیزی، یعنی مقدار آن چیزی در $t=0$)

۹) جابجایی (تغییر مکان): برداری است که مکان ابتدایی متحرک را به مکان انتهايی آن وصل می‌کند ولی تویه بازه‌ی زمانی مشخص.

۱۰) مسافت طی شده: طول کل مسیری که متحرک تویه بازه‌ی زمانی مشخص طی می‌کند.

۱۱) سرعت متوسط (average velocity): جابجایی متحرک در واحد زمان (یعنی $1s$) یا بهتر بگیم نسبت جابجایی متحرک به مدت

$$\text{زمان آن} (\bar{V}) = \frac{\vec{\Delta x}}{\Delta t}$$

۱۲) سرعت لحظه‌ای: سرعت متحرک در هر لحظه که علامت آن بیانگر جهت حرکت متحرک در هر لحظه است و مقدار آن از مشتق معادله‌ی مکان نسبت به زمان بدست می‌آید.

$$v = \frac{dx}{dt}$$

۱۳) تندی متوسط (average speed): نسبت مسافت طی شده به مدت زمان طی آن:

۱۴) سرعت خطی: مقدار سرعت متحرک در هر لحظه است (دقیقاً همون چیزی که سرعت سنج یا کیلو متر شمار ماشین نشون میده)

۱۵) شتاب متوسط: تغییر سرعت متحرک در واحد زمان (در $1s$) یا بهتر بگیم نسبت تغییرات سرعت به مدت زمان آن.

۱۶) شتاب لحظه‌ای: ۱) جهت آن بیانگر جهت کشیده شدن یا فشرده شدن جسم تو هر لحظه است و با برآیند نیروها هم جهت.

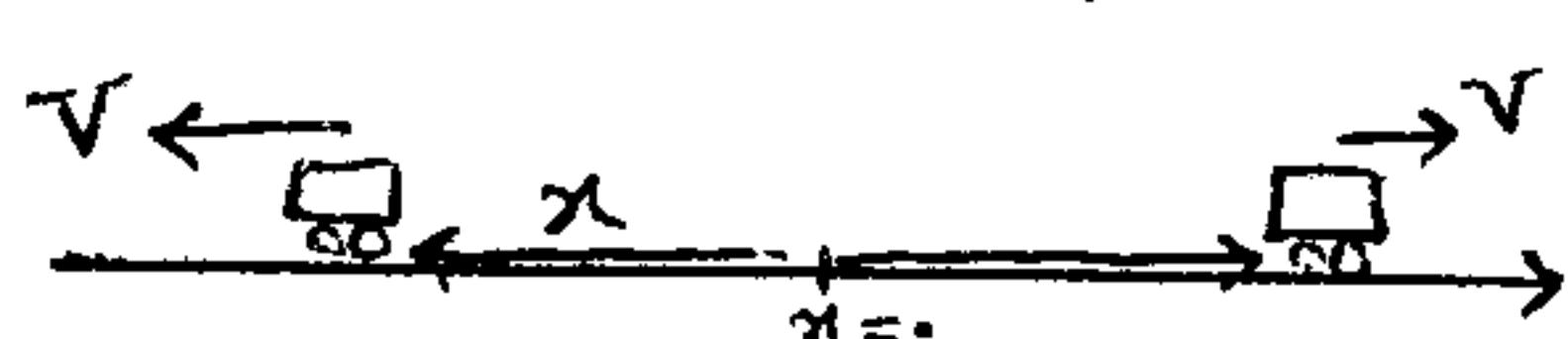
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

۲) مقدارش از مشتق معادله‌ی سرعت نسبت به زمان بدست می‌آید:

۱۷) حرکت دور شونده و نزدیک شونده: ۱) هر وقت متحرک به مبدأ ($x=0$) نزدیک شده، حرکت آن نزدیک شونده است. تو این

حالت بردار مکان و بردار سرعت تو خلاف جهت همند. (\vec{x}, \vec{v})

۲) هر وقت از مبدأ مکان ($x=0$) دور شده، حرکتش دور شونده است و بردار مکان و سرعت هم جهت خواهند بود. (\vec{x}, \vec{v})



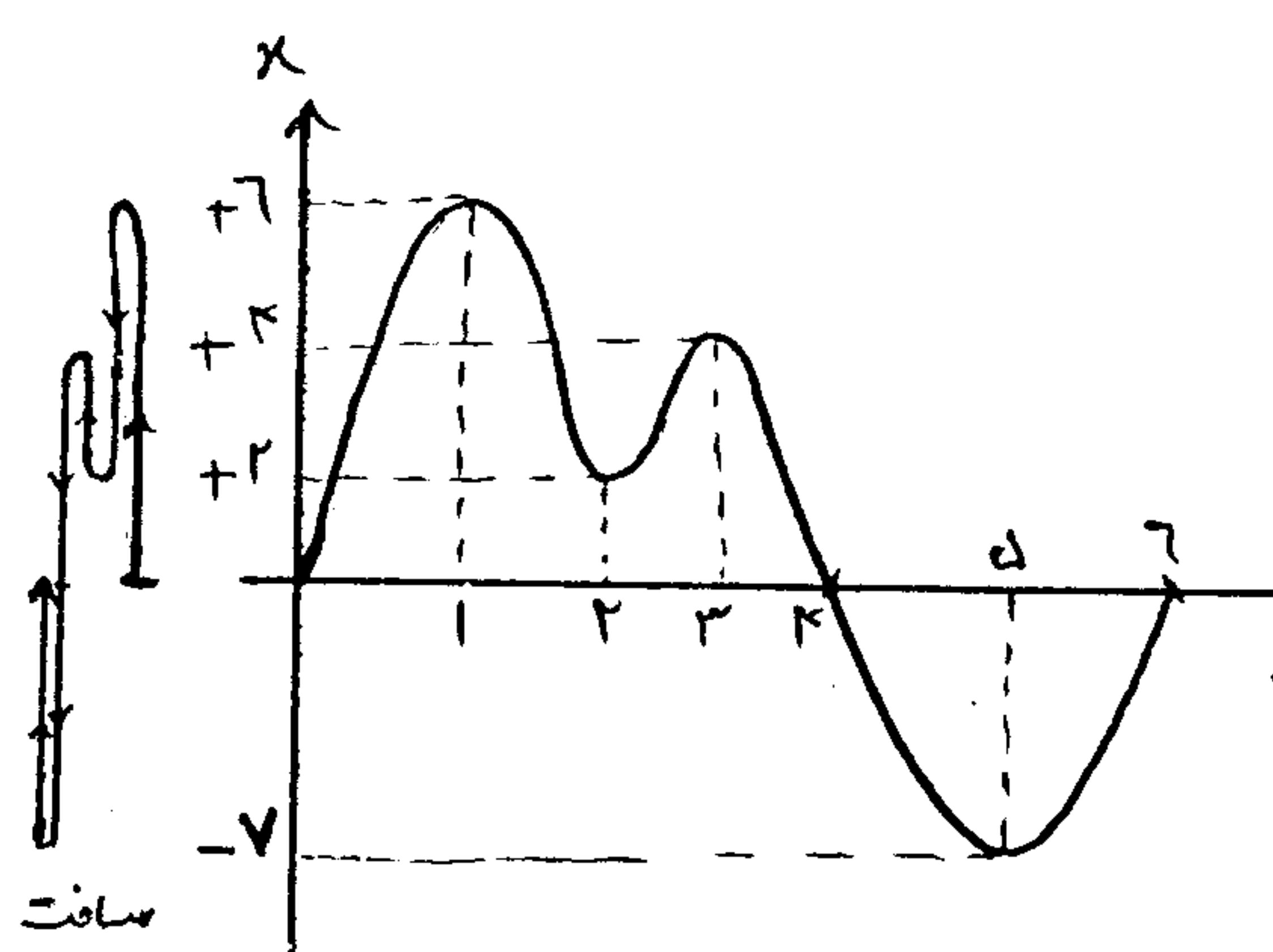
۱۸) انواع حرکت:

۱) یکنواخت: مقدار سرعت تو این حرکت تغییر نمی‌کند و ثابت.

۲) تند شونده: مقدار سرعت افزایش پیدا می‌کند \approx یعنی در جهت حرکت بکشیم \approx بردار سرعت و شتابش هم جهت باشند. (\vec{av})

۳) کند شونده: مقدار سرعت تو این حرکت کاهش پیدا می‌کند \approx یعنی تو خلاف جهت حرکت بکشیم \approx بردار سرعت و شتابش در خلاف جهت هم بشن. (\vec{av})

نکته: هر شروع به حرکتی یک حرکت تند شونده و هر حرکت منجر به توقف یک حرکت کند شونده است.



$x = \text{مکان}$

$|x| = v_m$ فاصله

$\Delta x = -7 - 7 = -14m$ جایگاهی

$d = 7 + 4 + 2 + 4 + 7 + 7 = 30m$ مسافت کل حرکت

(B-1) نمودارهای حرکت:

(1) خوندن نمودار: تعیین: (1) بردار مکان

(2) فاصله از مبدأ

(3) بردار جابجایی

(4) مسافت طی شده و در نهایت تعیین مسیر حرکت

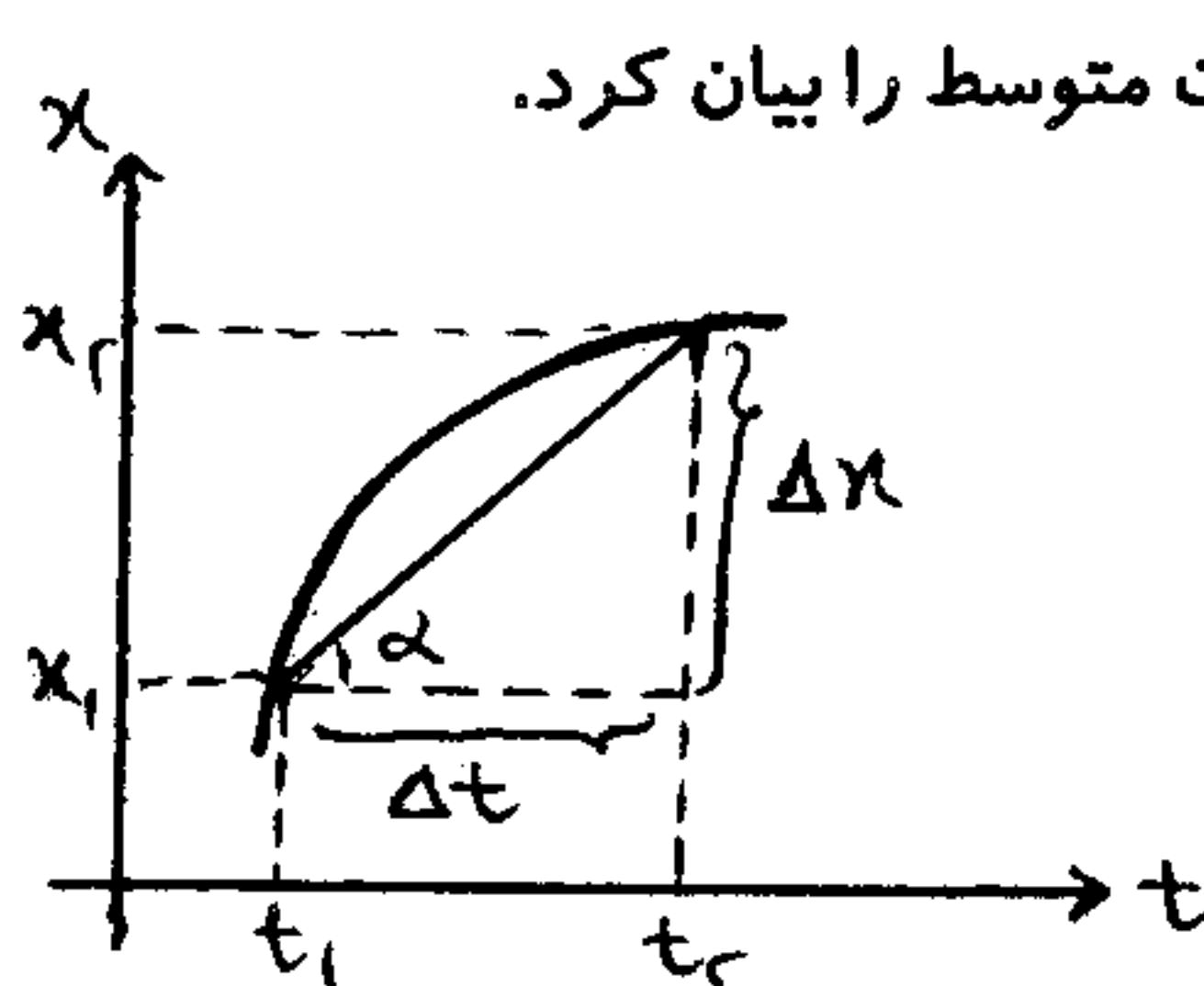
از این نمودار مقدور است.

(2) تعیین سرعت متوسط:

الف) با تعیین جابجایی از نمودار در یک بازه زمانی خاص می‌توان سرعت متوسط را بیان کرد.

ب) تحلیل هندسی: شیب خط قاطع در دو لحظه مورد نظر

$$\text{روی نمودار است. (شیب خط قاطع)} \quad \text{روی نمودار است.} \quad (\text{شیب خط قاطع}) = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan \alpha$$

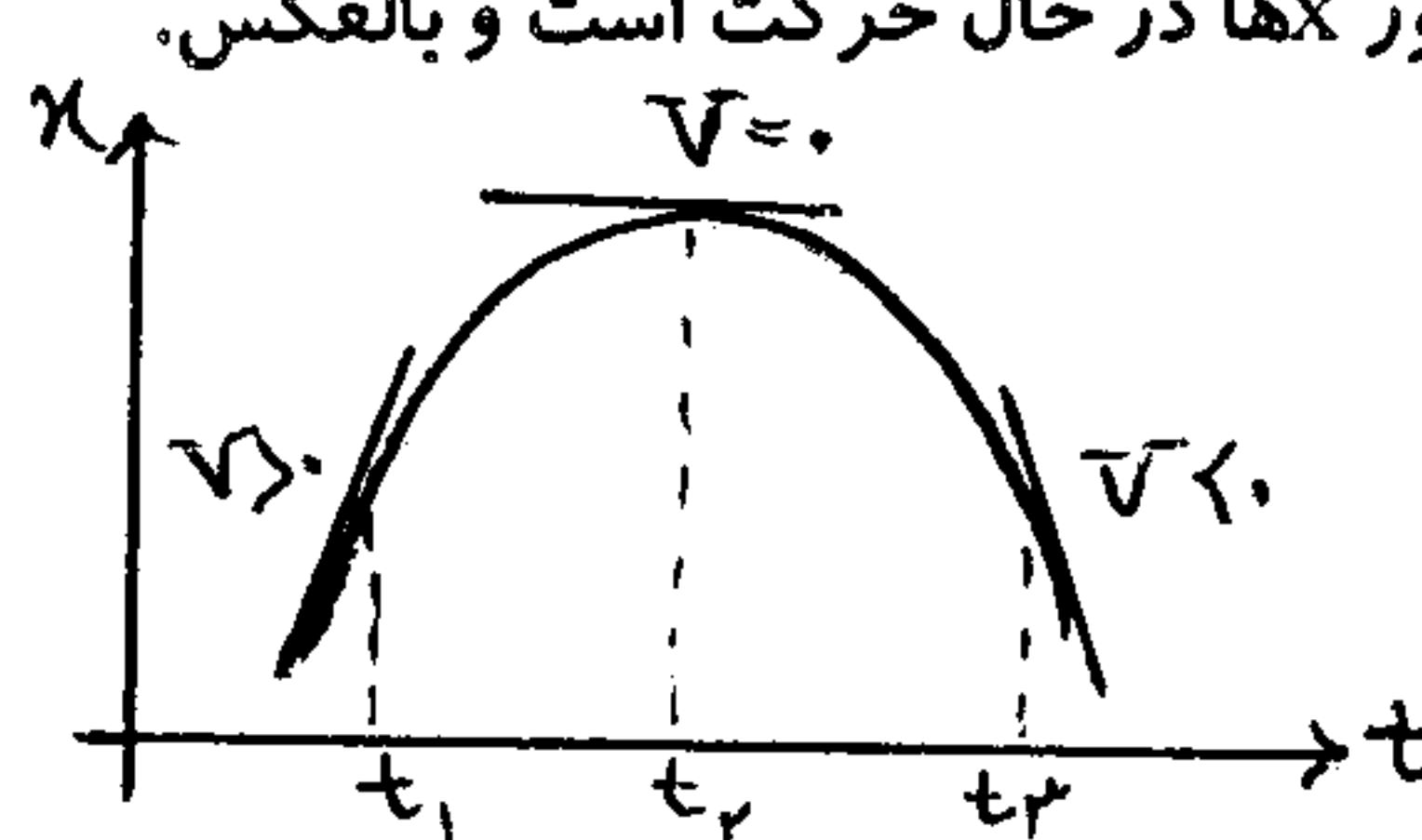


(3) تعیین سرعت لحظه‌ای:

الف) شیب خط مماس بر نمودار در هر لحظه بیانگر مقدار سرعت یا سرعت خطی در آن لحظه است.

ب) اگر این شیب صعودی (مثبت) باشد، یعنی متوجه در جهت محور x ها در حال حرکت است و بالعکس.

ج) اکسترمم های این نمودار، همون جاها وی که سرعتشون صفره.

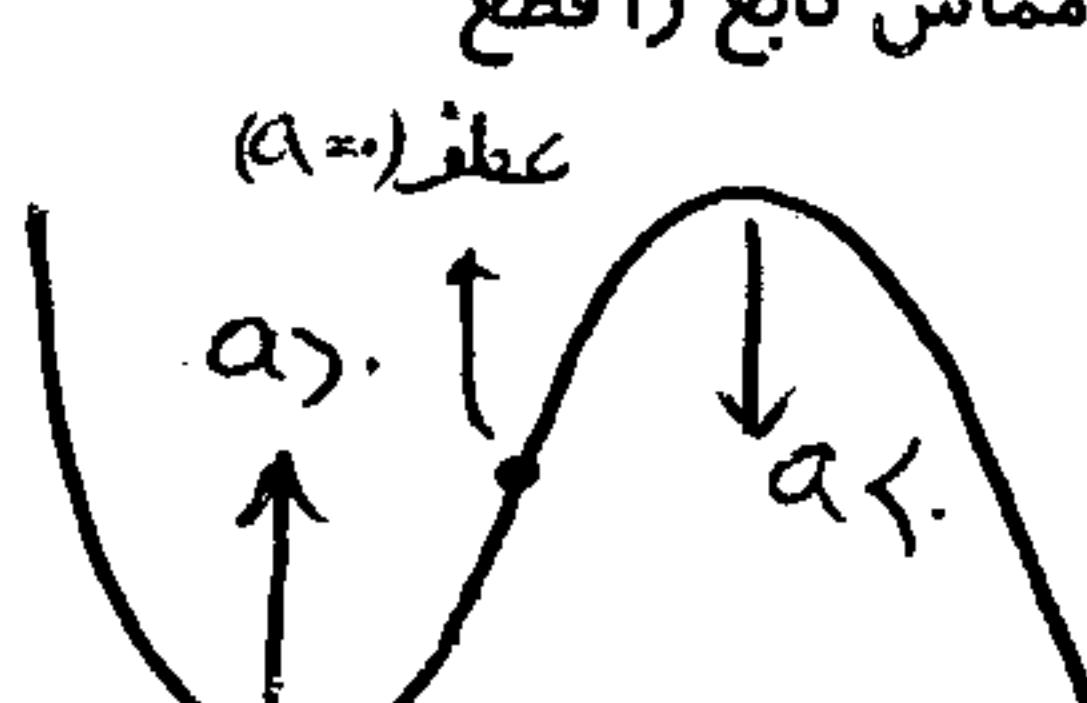


(4) تعیین علامت شتاب:

الف) هر گاه خط مماس بر نمودار زیر نمودار قرار گیرد ≈ گودی نمودار (تفعر) رو به سمت بالاست ≈ شتاب مثبت است.

ب) هر گاه خط مماس بر نمودار بالای نمودار قرار گیرد ≈ گودی نمودار (تفعر) رو به سمت پائین است ≈ شتاب منفی است.

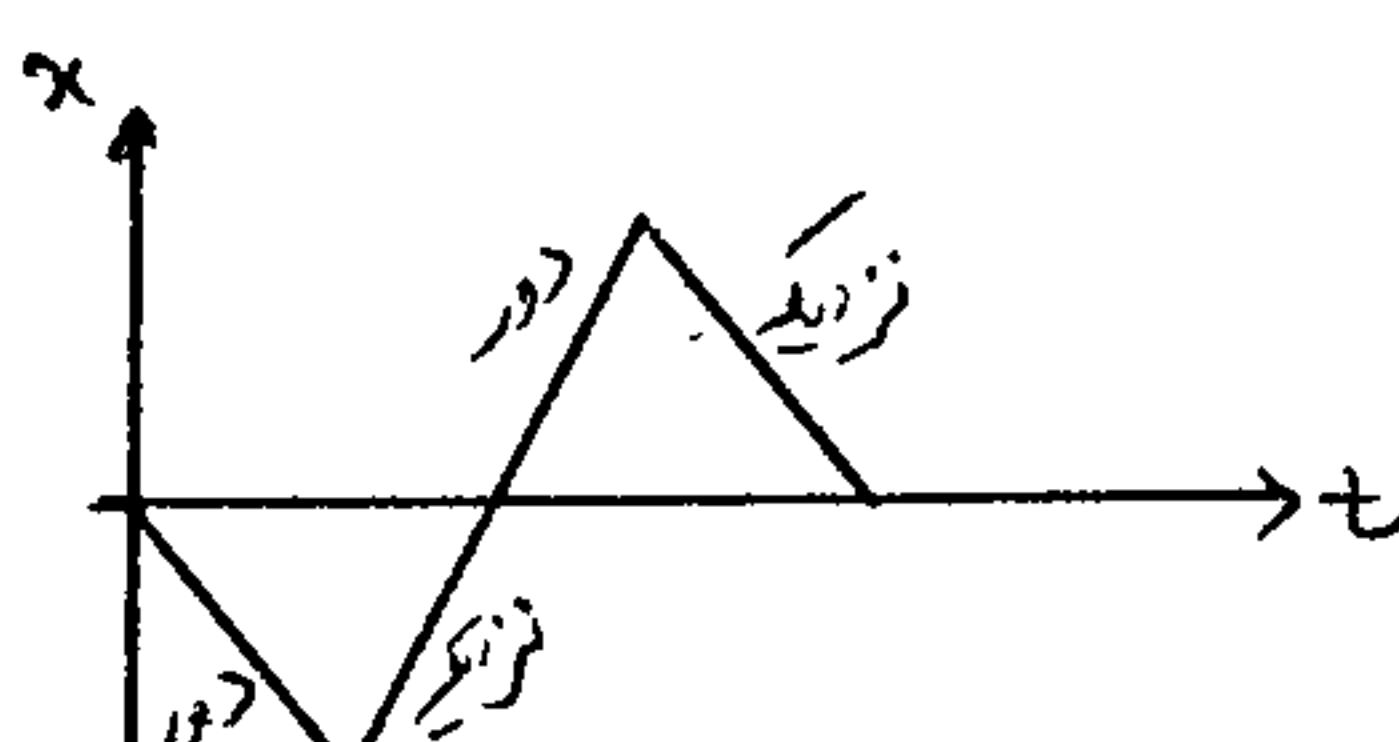
ج) در نقاط عطف منحنی که قسمتی از مماس بالا و قسمتی از مماس پائین نمودار است و خط مماس تابع را قطع می‌کند ≈ نقطه‌ی عطف ≈ شتاب صفر است.



(5) تعیین دور و نزدیک شونده بودن حرکت:

الف) هر گاه از محور t دور شویم، حرکت دور شونده است.

ب) هر گاه به محور t نزدیک شویم، حرکت نزدیک شونده است.



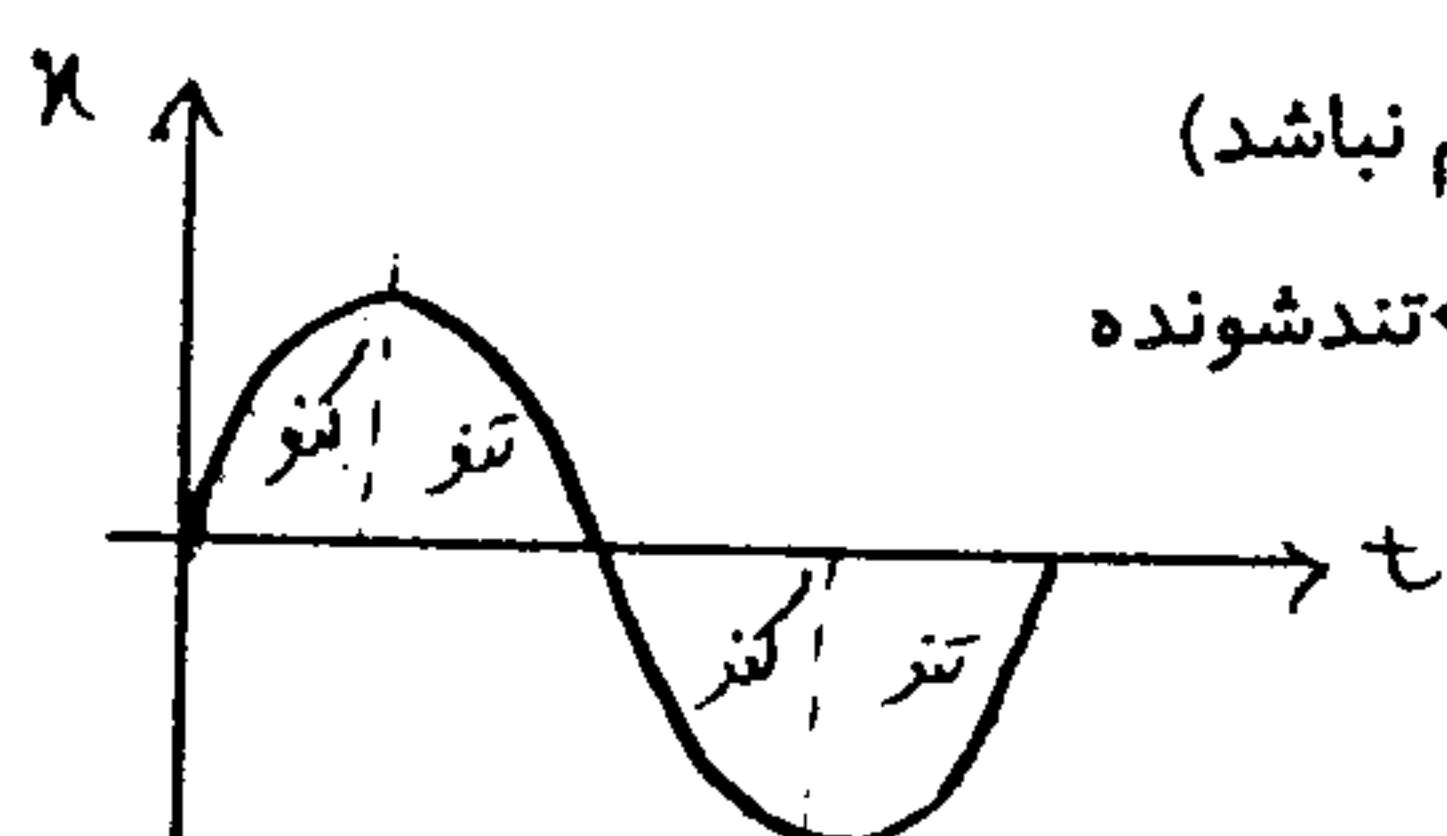
(6) تعیین نوع حرکت:

راه اول: از روی علامت a و v در هر بازه زمانی.

راه دوم: از روی شیب خط بدون توجه به علامت شیب (صعودی یا نزولی بودن مهم نباشد)

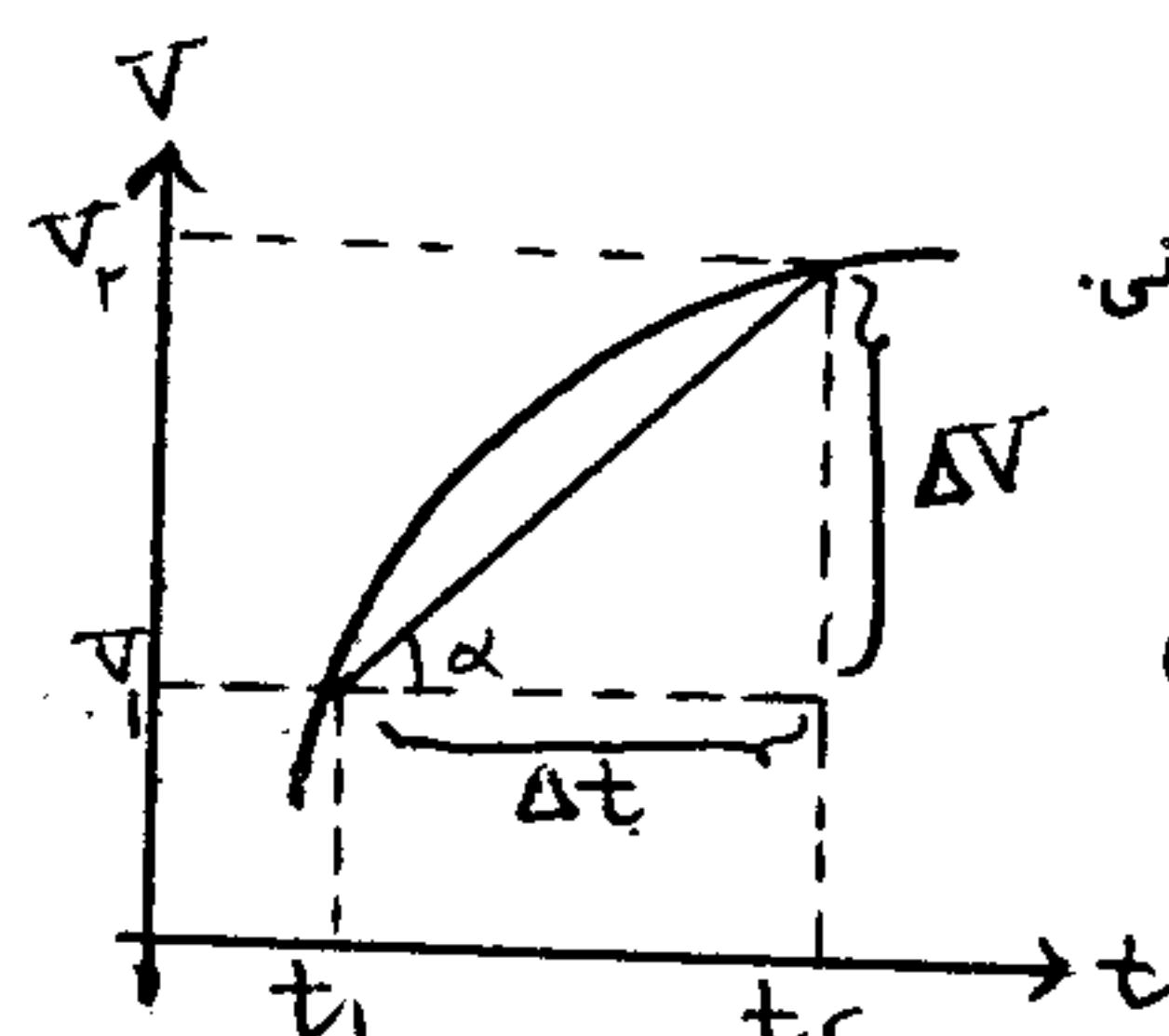
از قله یا دره در بیایم ← تندشونده

بریم به قله یا دره ← کندشونده



نمودار سرعت- زمان ($v-t$) :

۱) خوندن نمودار: در هر لحظه میتوان سرعت متغیر و در نتیجه جهت حرکت متغیر را تشخیص داد.



$$\text{شیب خط قاطع} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

۲) تعیین شتاب متوسط:

راه اول: تعیین Δv در بازه زمانی مورد نظر و تقسیم کردن این مقدار بر طول بازه زمانی.

راه دوم (تحلیل هندسی): بدست آوردن شیب خط قاطع نمودار بین دو لحظه مورد نظر.

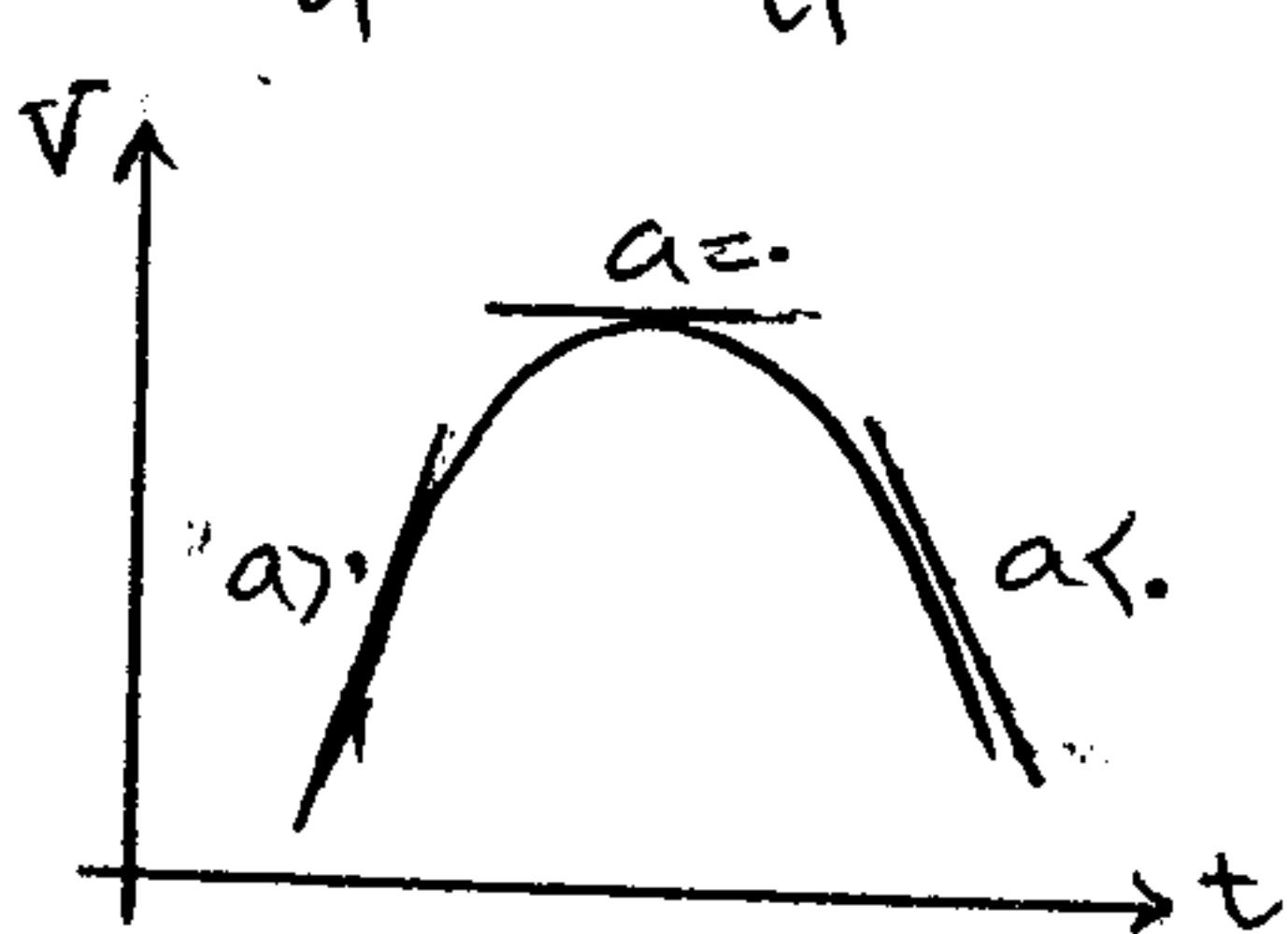
$$\text{شیب خط مماس} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

۳) شتاب لحظه‌ای و تعیین آن:

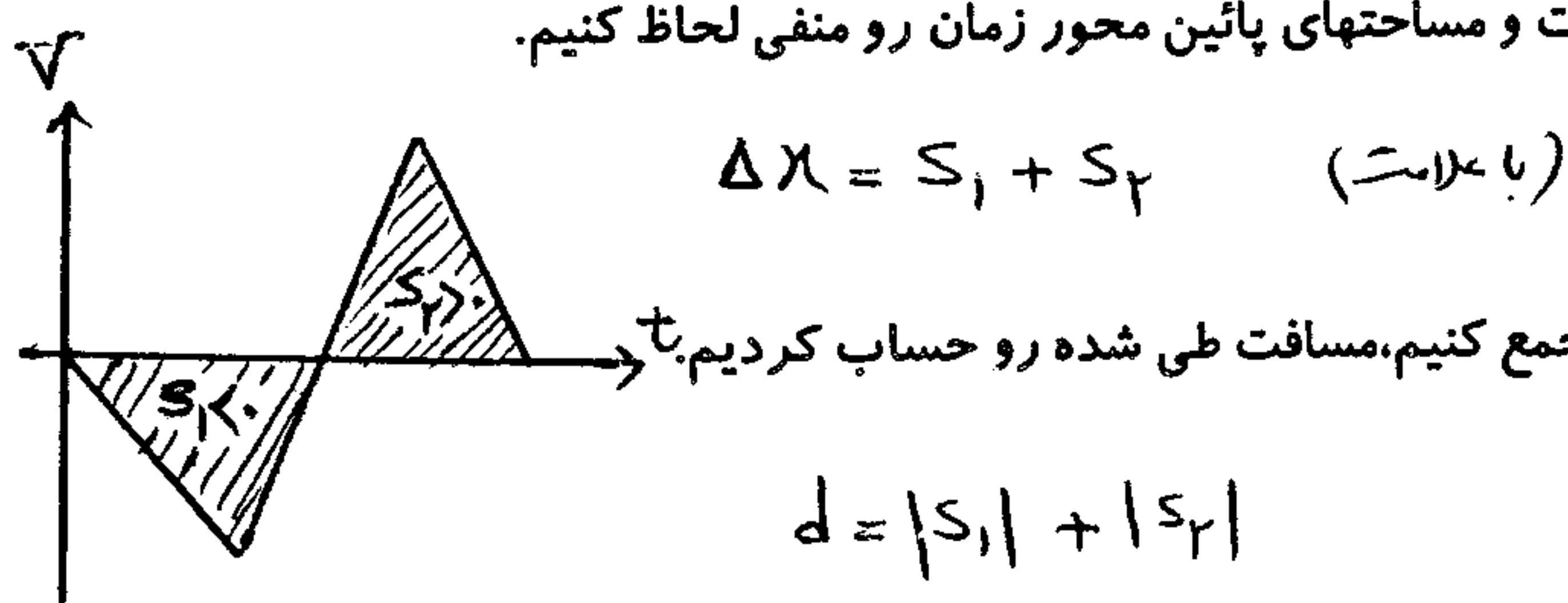
الف) شیب خط مماس بر نمودار در هر لحظه مقدار شتاب را میدهد.

ب) اگه این شیب مثبت (صعودی)، شتاب مثبت و اگه منفی (نزولی باشد) شتاب هم منفیه.

تذکر: اکسٹرمم‌های این نمودار همومن جاهایی که شتابشون صفره.



۴) تعیین جابجایی: مساحت محصور بین نمودار و محور زمان، در هر بازه زمانی برابر جابجایی متغیر در همون بازه زمانی است. به شرط اینکه یادمون باشے مساحت‌های بالای محور زمان را مثبت و مساحت‌های پائین محور زمان را منفی لحاظ کنیم.



۵) تعیین مسافت طی شده: اگه فقط مقدار مساحت‌ها را بدون علامت جمع کنیم، مسافت طی شده را حساب کردیم.

$$d = |S_1| + |S_2|$$

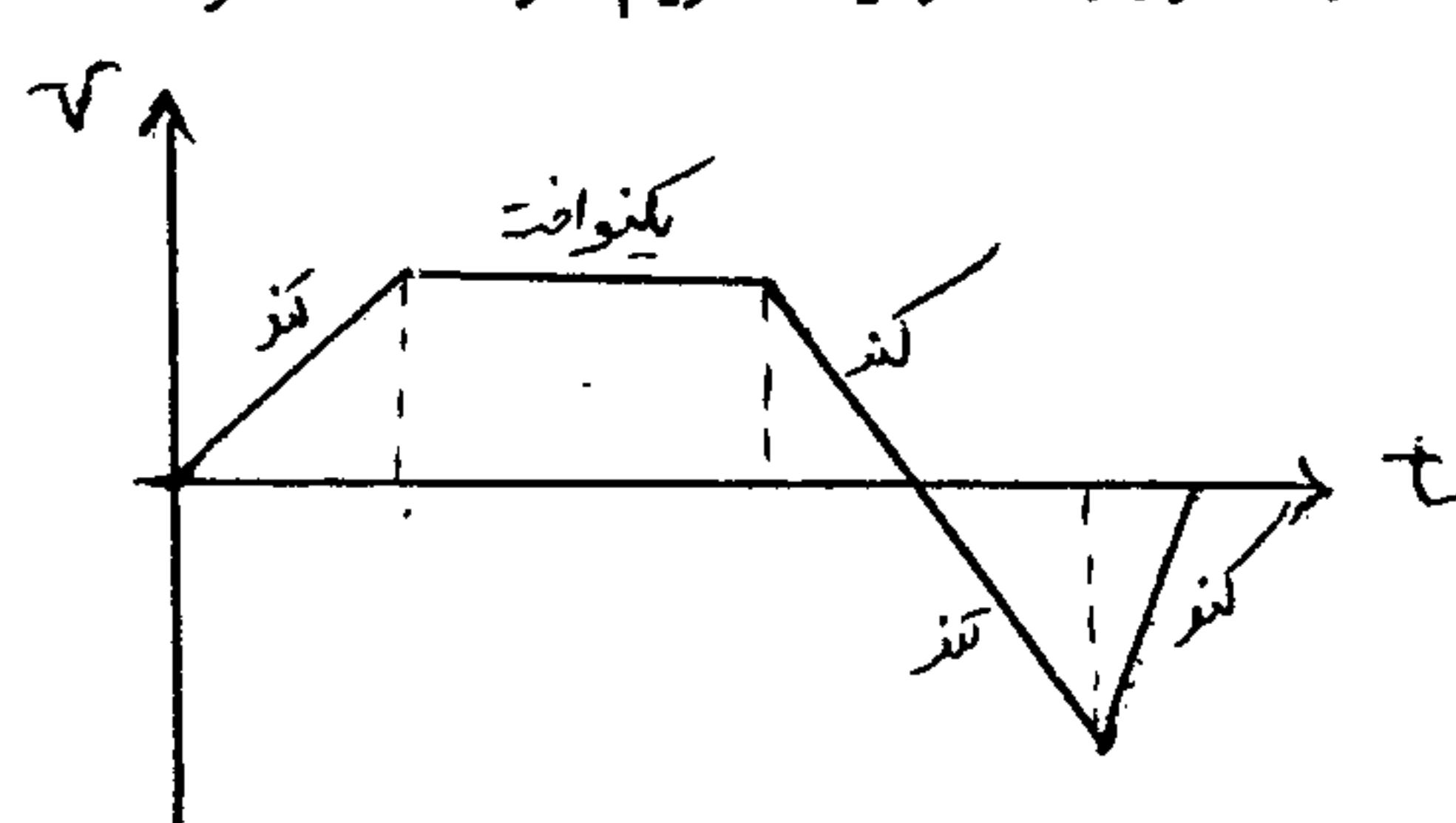
۶) تعیین سرعت متوسط: با محاسبه جابجایی از مساحت زیر سطح نمودار و تقسیم کردن آن به بازه زمانی ($\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{s}{\Delta t}$) سرعت متوسط بدست می‌آید.

$$\bar{v} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{|S_1| + |S_2|}{\Delta t}$$

۷) تعیین تندی متوسط: معلومه دیگه، مگه نه!!!

۸) تعیین نوع حرکت:

راه اول: هر وقت از محور زمان دور شویم حرکت تند شونده است و هر وقت به محور زمان نزدیک شویم حرکت کند شونده است.

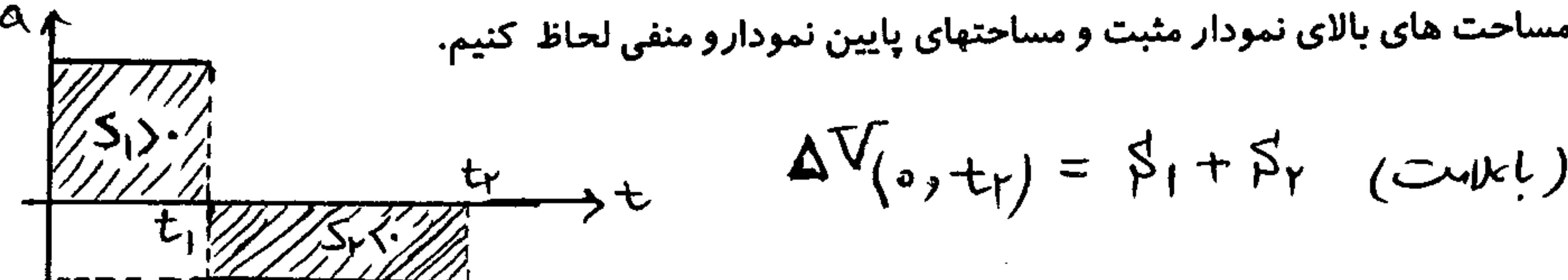


راه دوم: از روی علامت a و v تعیین کنیم.

نمودارهای شتاب- زمان :

۱) خوندن نمودار: در هر لحظه می توان شتاب متغیر و جهت نیروی وارد بر آن را تعیین کرد.

۲) تغییر سرعت: مساحت محصور بین نمودار با محور زمان در هر بازه‌ی زمانی برابر تغییر سرعت متغیر در آن بازه است، باز هم به شرطی که یادمون نره که مساحت‌های بالای نمودار مثبت و مساحت‌های پایین نمودار منفی لحاظ کنیم.



۳) شتاب متوسط: بعد از محاسبه‌ی تغییر سرعت متغیر توجه بازه (Δt) می‌شود از تعریف $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ شتاب متوسط را محاسبه کرد.

(C-1) بررسی حرکتهای خاص:الف) حرکت سرعت ثابت:

* حرکت یکنواختی (مقدار سرعت ثابت) که روی خط راست و بر مسیر مستقیم (جهت آن ثابت) انجام می‌شود.

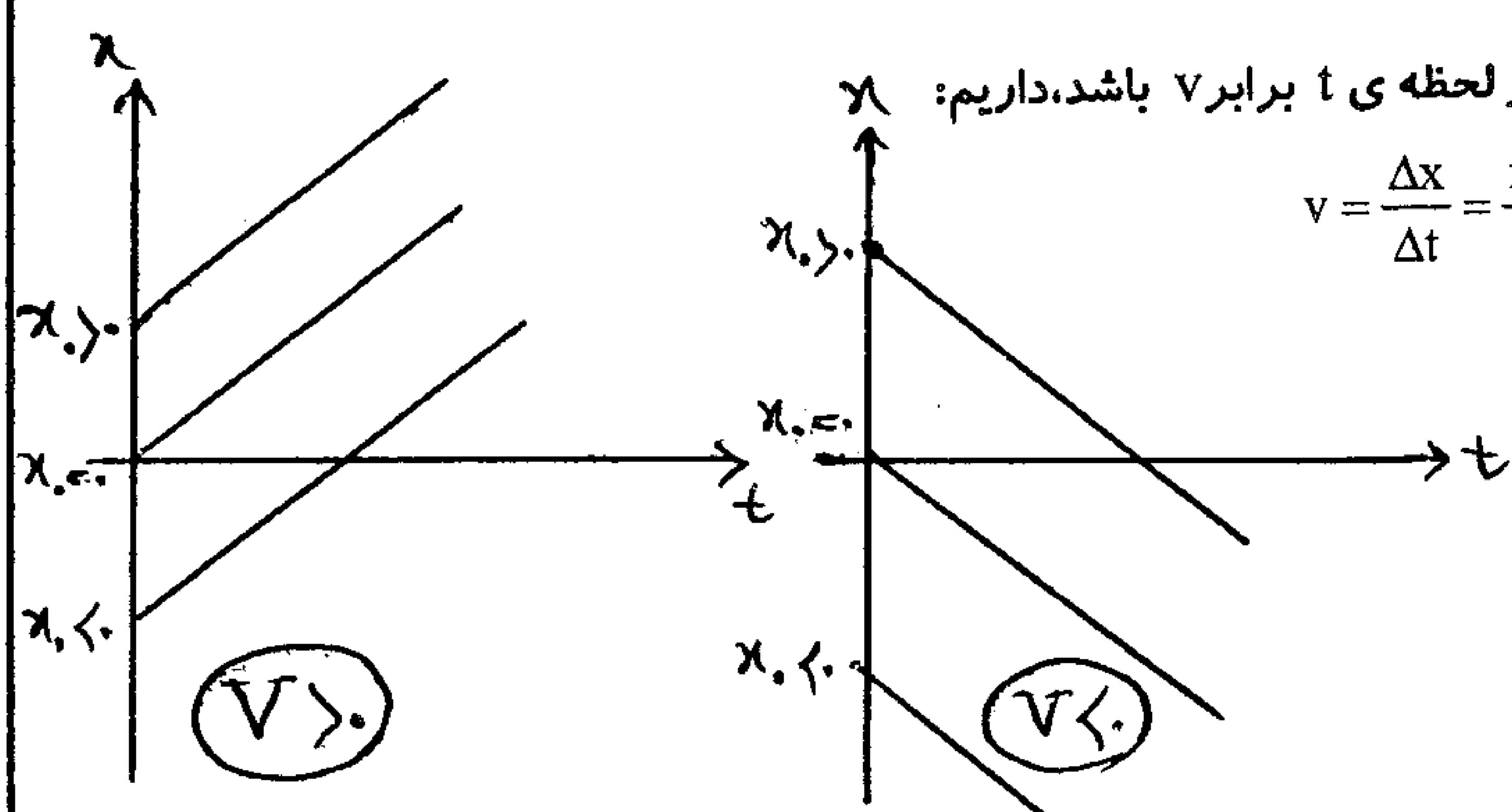
*ویژگی‌های حرکت:

الف) سرعت متوسط در هر بازه زمانی دلخواه از حرکت با سرعت در هر لحظه‌ی دلخواه برابر است. ($v_t = v = \bar{v}(t_1, t_2)$)

ب) مسافت طی شده در یک بازه‌ی زمانی دلخواه همواره با جابجایی در همان مدت زمان برابر است، زیرا متغیر تغییر جهت نمی‌دهد.

ج) جابجایی در هر بازه‌ی زمانی یکسان، برابر است و اگر بازه‌ی زمانی k برابر شود، جابجایی هم k برابر می‌شود.

د) شتاب حرکت صفر است، زیرا مقدار و جهت سرعت تغییر نمی‌کند.

*معادلات حرکت و نمودارهای حرکت:

الف) مکان_زمان: اگر مکان اولیه‌ی متغیر x_0 و مکان آن در لحظه‌ی t برابر v باشد، داریم:

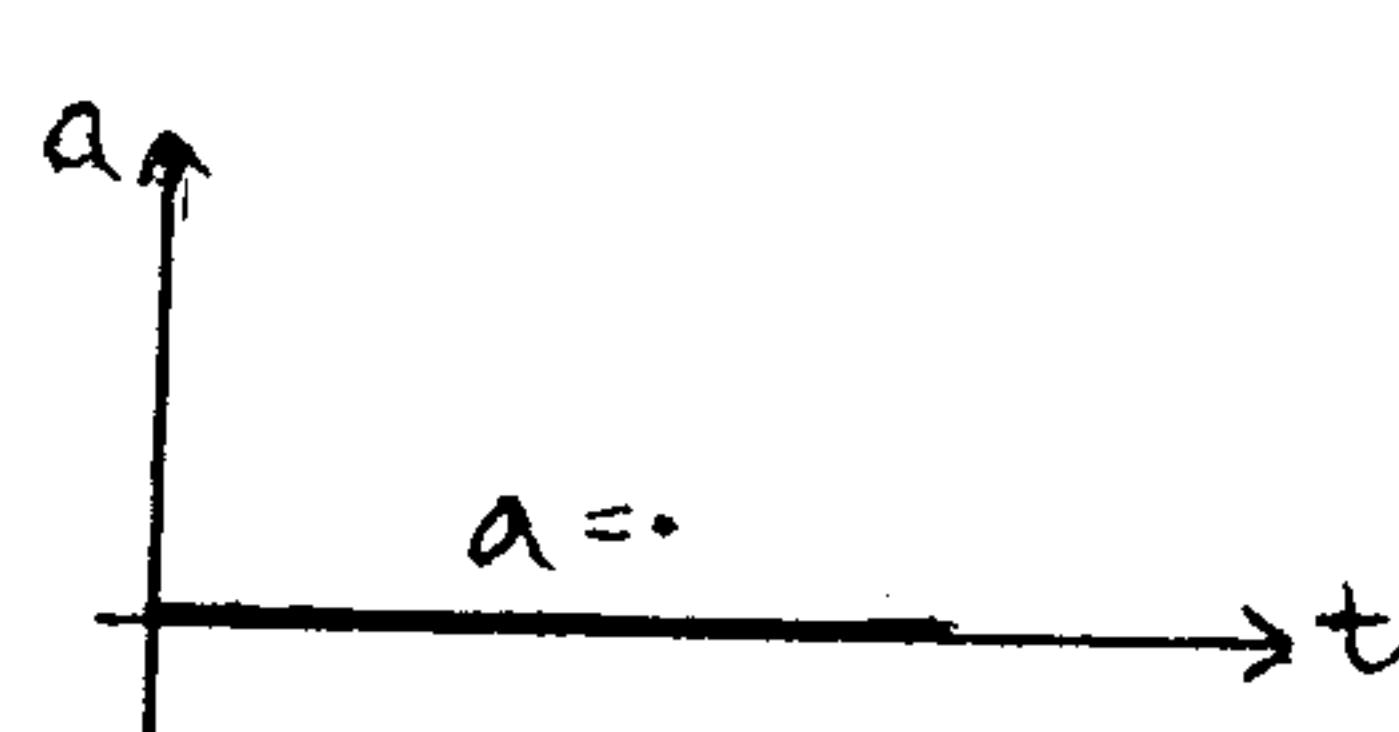
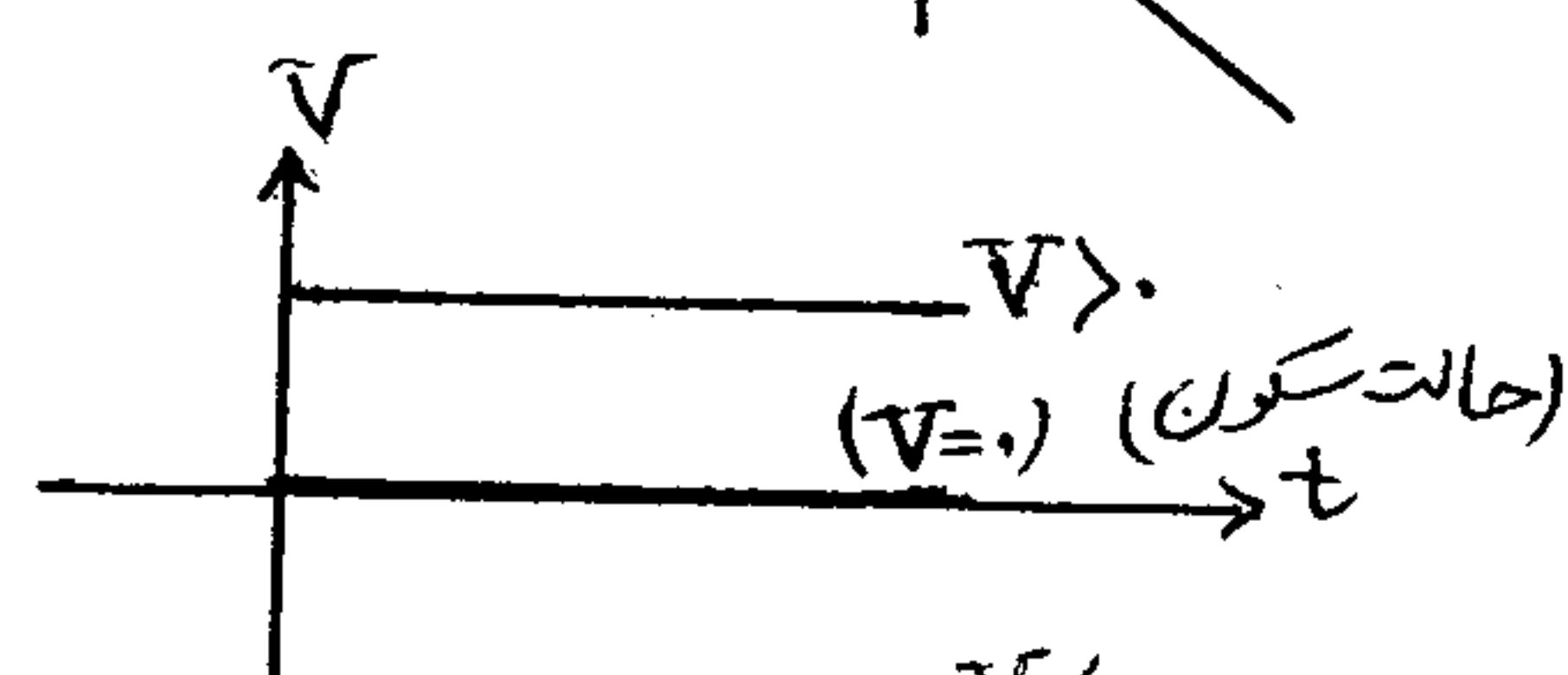
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} \Rightarrow x = vt + x_0$$

شیب خط: v

عرض از مبدأ (محل قطع محور X ها): x_0

ب) سرعت_زمان: مقدار آن ثابت و برابر همان v است.

معادله‌ی سرعت_زمان: ($v_t = v = \text{ثابت}$)



ج) شتاب_زمان: مقدار آن همواره صفر است.

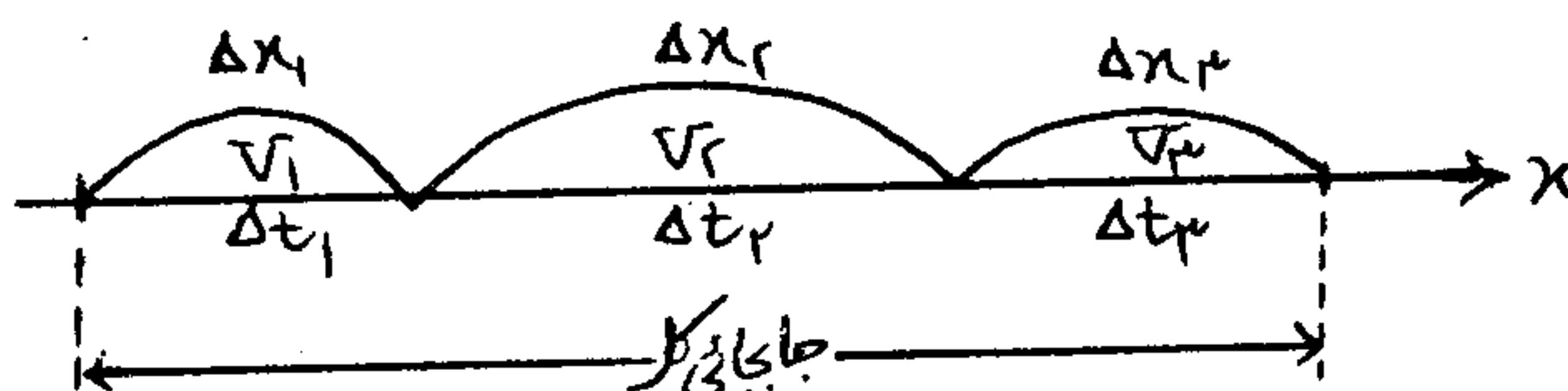
معادله‌ی شتاب_زمان: ($a = 0$)

* بررسی یک موضوع:

هر گاه یک متحرک طول یک مسیر را با سرعتهای ثابت متفاوت طی میکند، با صرف نظر از زمان تغییر سرعت، میتوان سرعت

$$\bar{v} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3}$$

متوسط را از رابطه‌ی زیر محاسبه کرد :



$$\Delta x = v \times \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$$

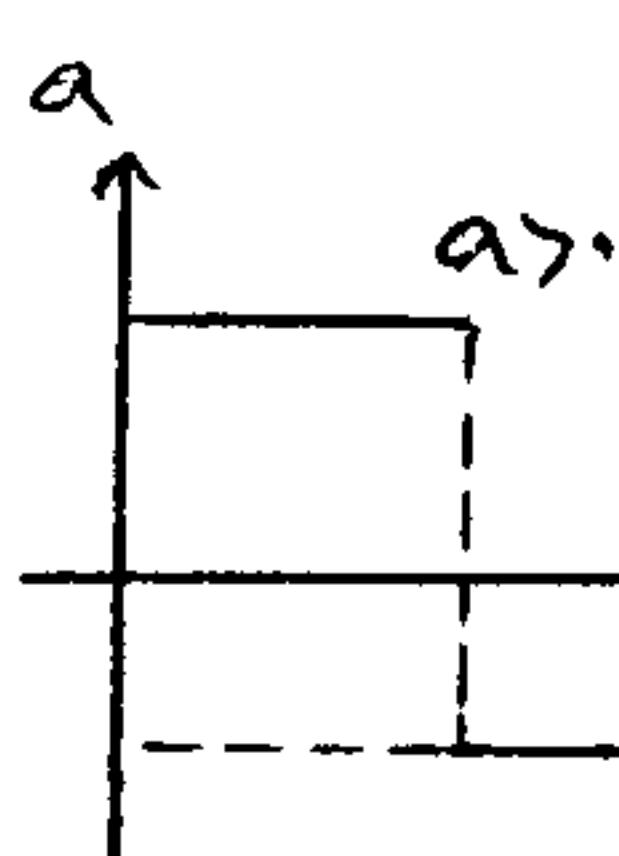
در رابطه‌ی فوق می‌توان به جای Δx ها و یا Δt ها از رابطه‌ی $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ استفاده و در رابطه‌ی فوق جایگذاری نمود.

ب) حرکت با شتاب ثابت روی خط راست (افقی):

* ویژگی‌های حرکت:

الف) سرعت متحرک با آهنگ ثابتی افزایش یا کاهش می‌یابد و تغییر سرعت متحرک در هر ثانیه مقداری ثابت و برابر شتاب حرکت است.

ب) شتاب لحظه‌ای در تمام لحظه‌ها و شتاب متوسط در تمام بازه‌های زمانی ثابت و دارای مقدار مشخصی است.



* بررسی معادلات و نمودارهای حرکت:

الف) شتاب-زمان: مقدار آن ثابت و نمودار آن بر حسب زمان خطی است موازی محور زمان:

$$(\text{عدد ثابت} = a)$$

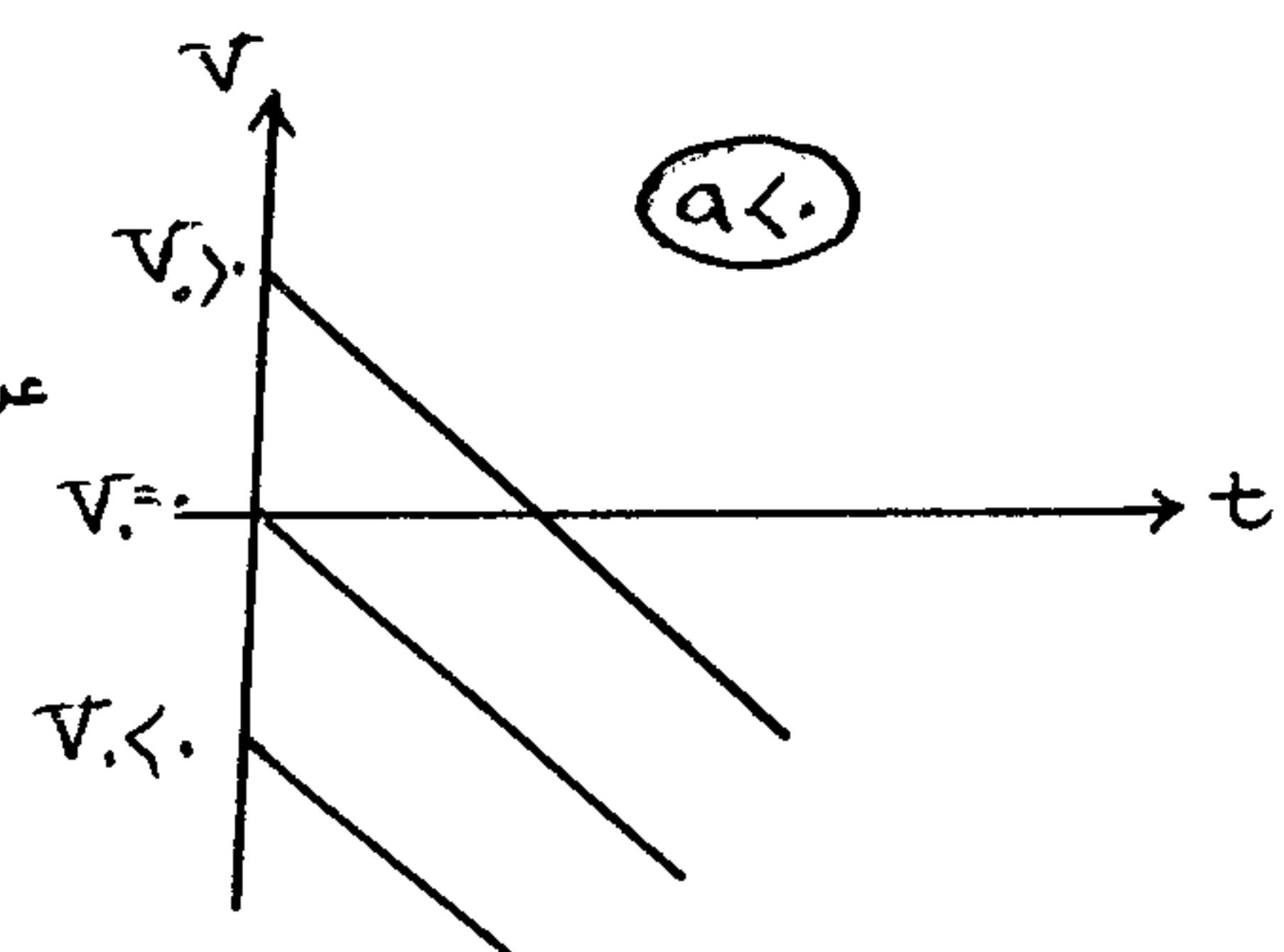
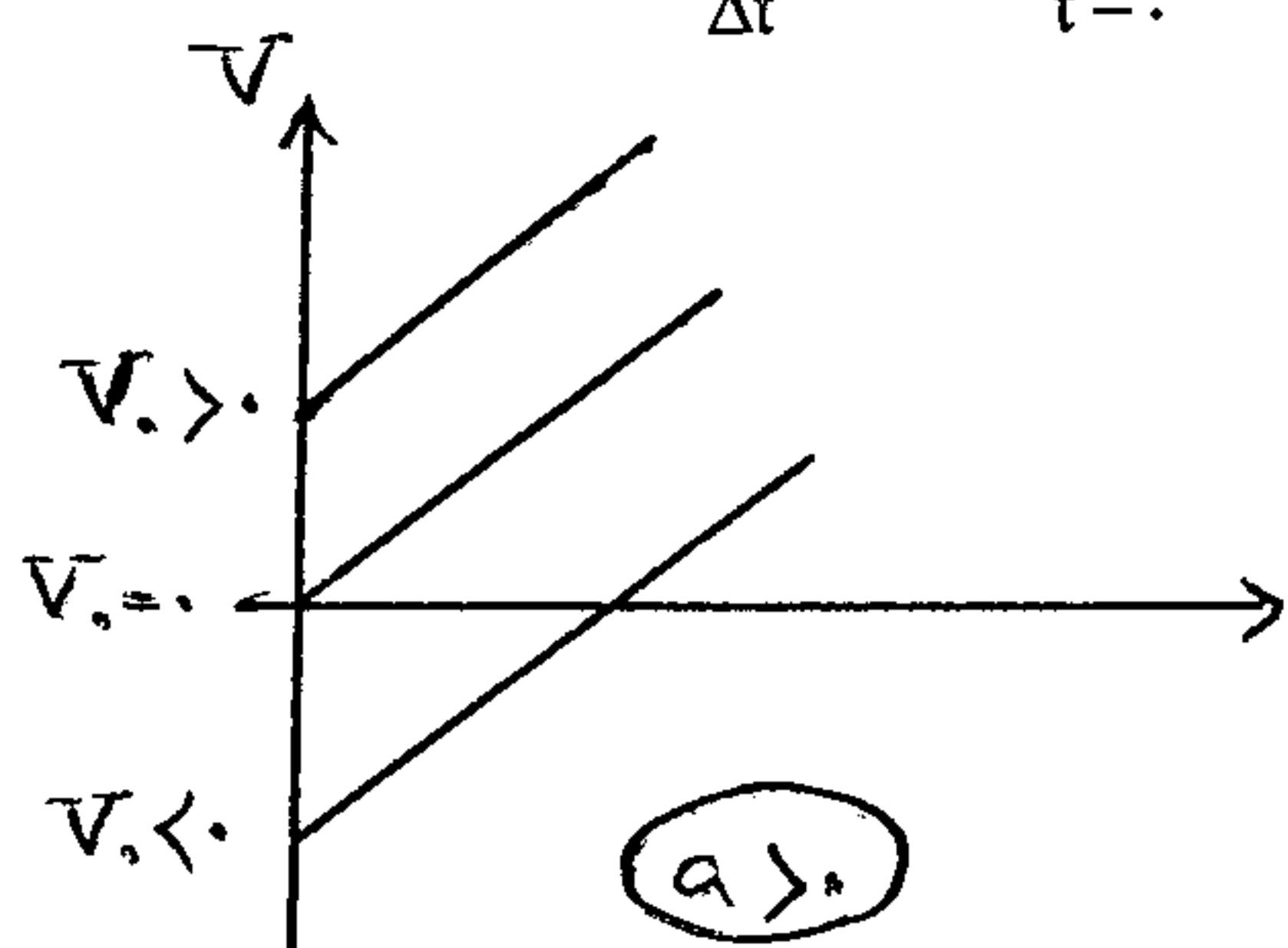
ب) معادله‌ی سرعت-زمان: اگر سرعت اولیه‌ی متحرک و سرعت آن در لحظه‌ی t برابر v باشد، داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t - t_0} \Rightarrow v = at + v_0$$

معادله‌ی سرعت-زمان:

شیب خط:

عرض از مبدأ (محل قطع محور v ها):

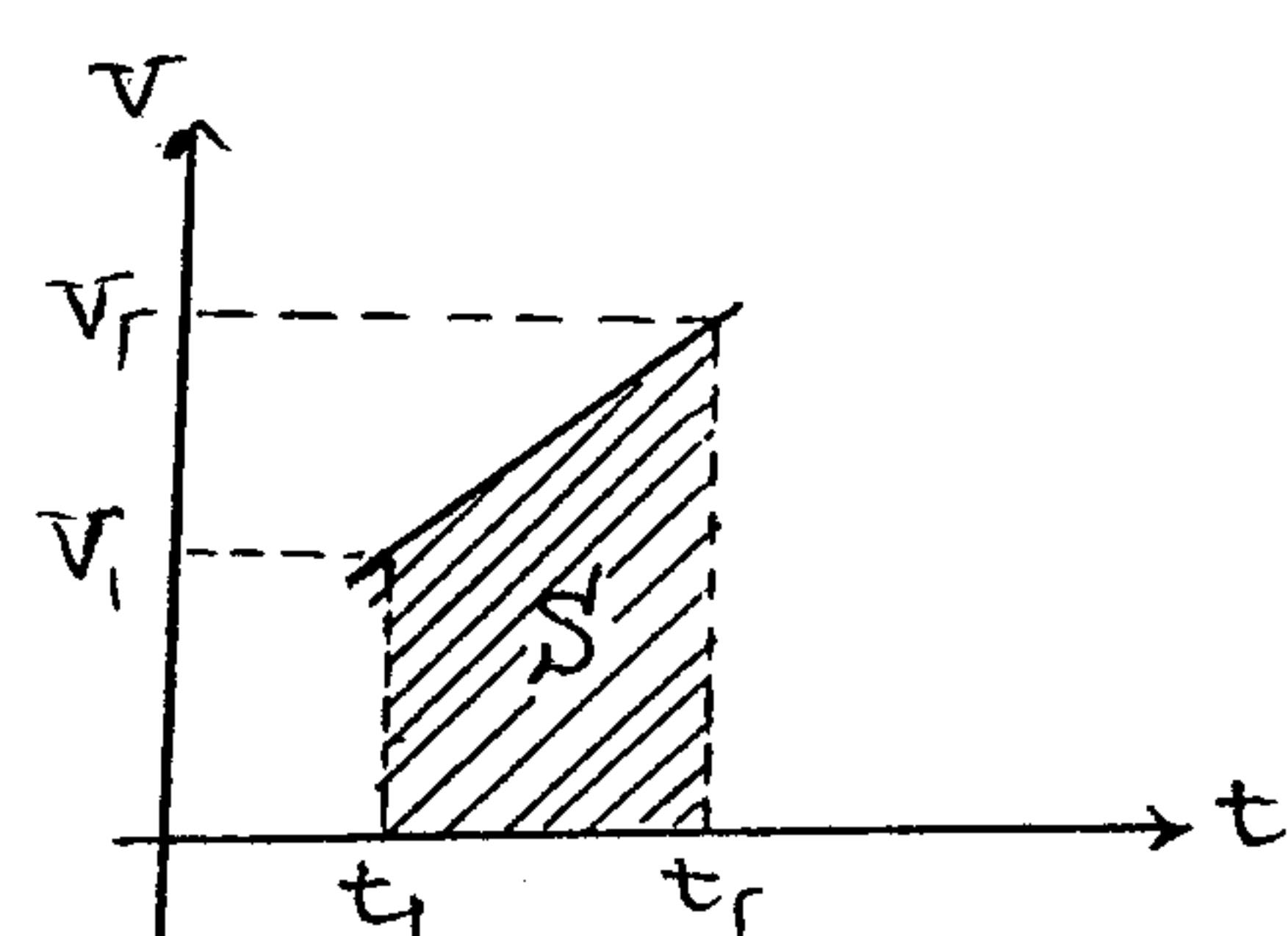


ج) معادله‌ی مکان-زمان:

۱) در حرکت شتاب ثابت روی خط راست، چون نمودار خطی است، سرعت متوسط بین دو لحظه‌ی معین، سرعت‌های آن دو لحظه است.

$$\Delta x = s = \frac{(v_1 + v_2) \Delta t}{2}$$

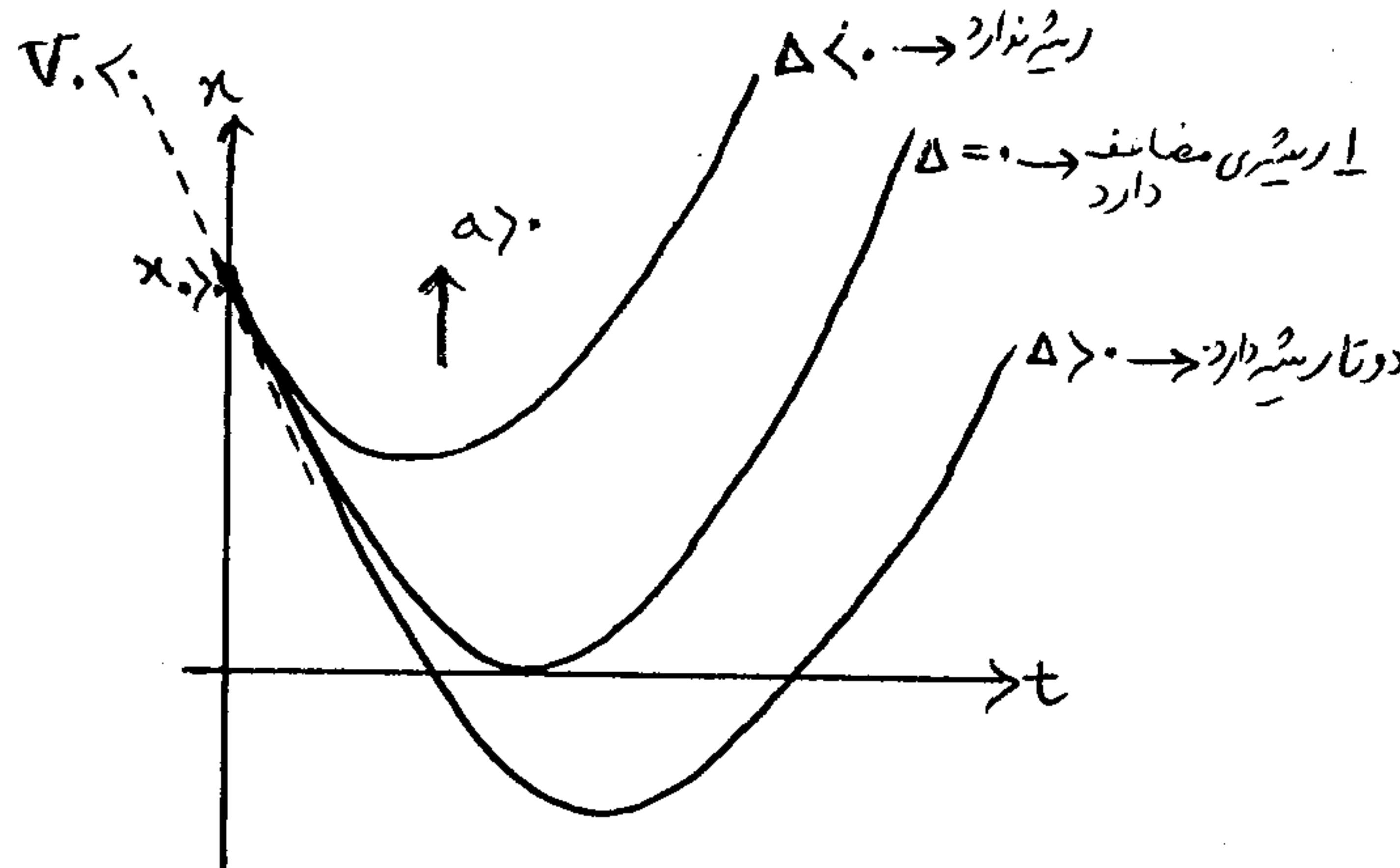
$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(v_1 + v_2) \Delta t}{\Delta t} = \frac{(v_1 + v_2)}{2}$$



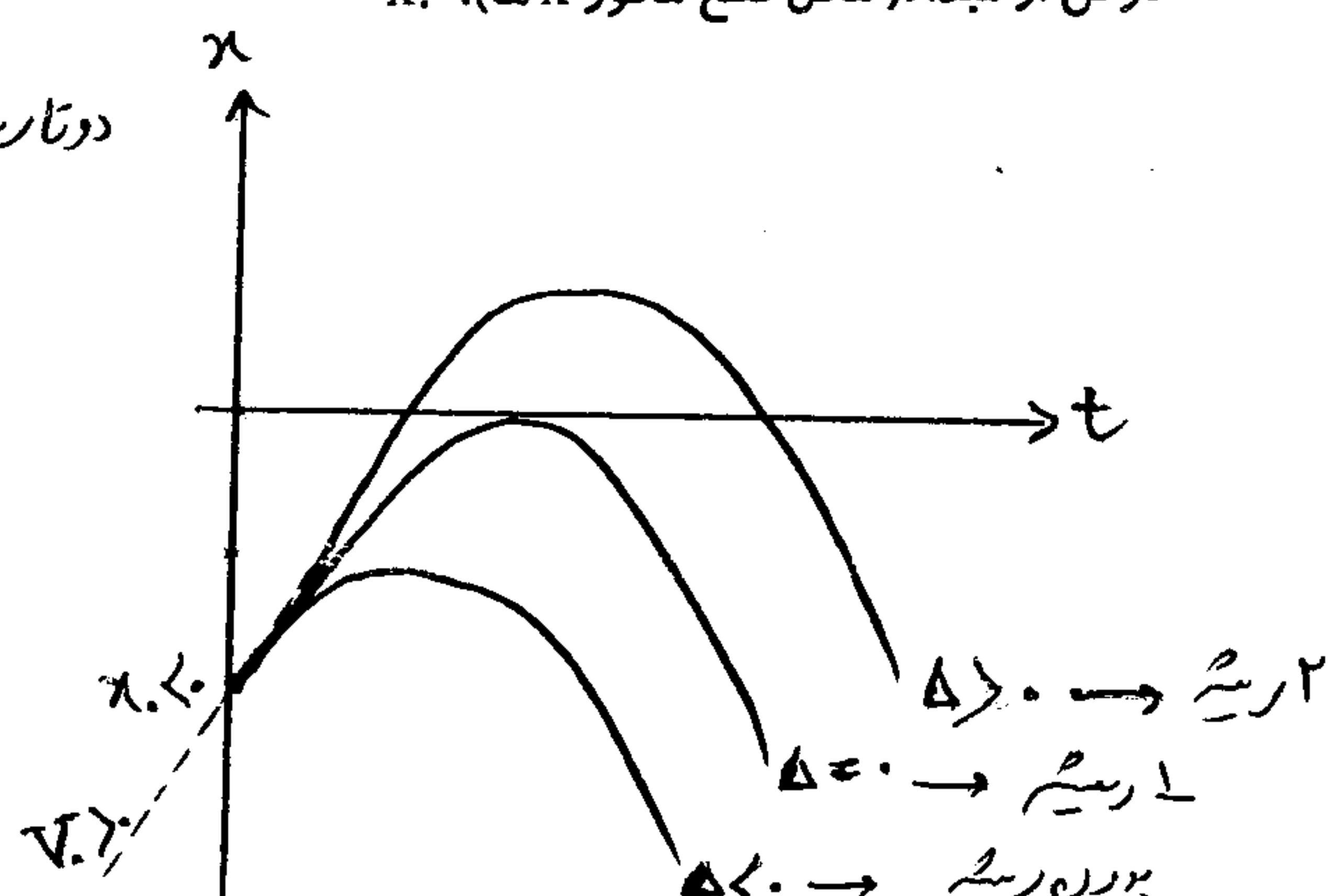
۲) اگر سرعت اولیه برابر v_0 و مکان اولیه برابر x_0 و نیز سرعت در لحظه t برابر v باشد و مکان در این لحظه برابر x

$$\bar{v} = \frac{(v + v_0)}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = \frac{(v + v_0)}{2}(t - \Delta t) \xrightarrow{v = at + v_0} \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0.$$

باشد، داریم:



$$\Delta x = b^2 - 4ac = v_0^2 - 2ax_0 \xrightarrow{a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x_0}} \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}.$$

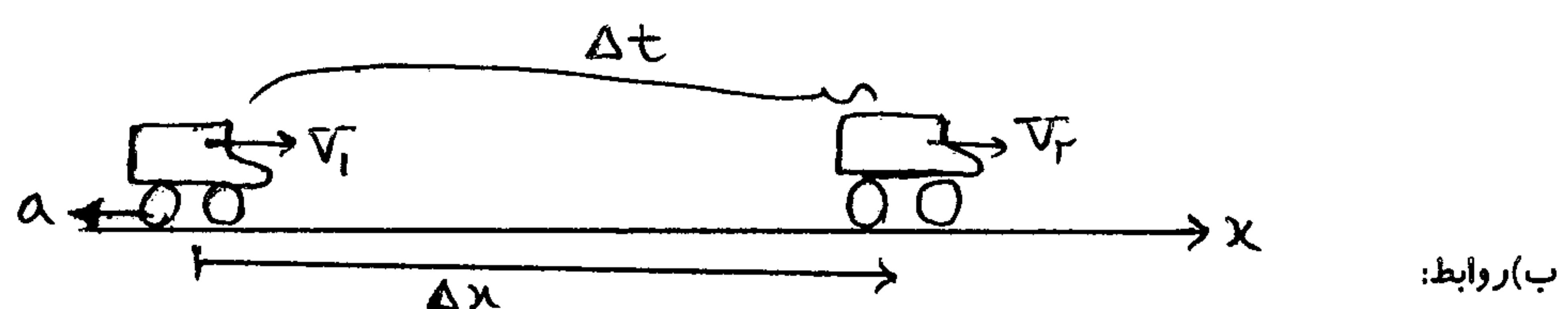


* از کدام رابطه کجا استفاده کنیم؟؟؟

(الف) ما در حل مسائل شتاب ثابت با ۵ کمیت اصلی سر و کار داریم که عبارتند از:

v_f	v_i	a	Δt	Δx
سرعت انتهای بازه	سرعت ابتدای بازه	شتاب	مدت زمان	چابجایی

که متناسب با آنها ۵ رابطه وجود داره که هر کدام از روابط، از یکی از کمیت ها مستقل میباشد.
و با توجه به اطلاعات مسئله می شود از یکی از آنها استفاده کرد.



۱) مستقل از چابجایی:

$$v_f = a\Delta t + v_i$$

۲) مستقل از شتاب:

$$\Delta x = \frac{v_i + v_f}{2}\Delta t$$

۳) مستقل از زمان:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a \times \Delta x$$

۴) مستقل از سرعت نهائی:

$$\Delta x = \frac{1}{2}a \times \Delta t^2 + v_i \times \Delta t$$

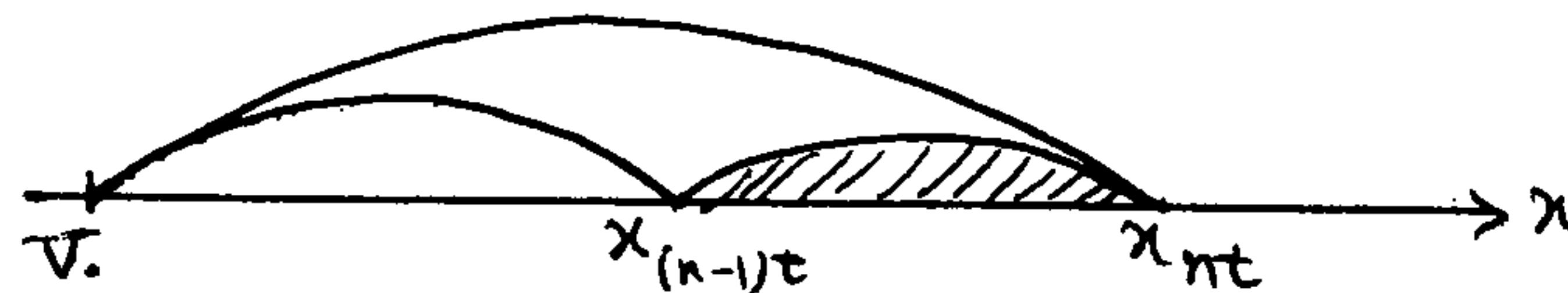
۵) مستقل از سرعت ابتدایی:

$$\Delta x = -\frac{1}{2}a \times \Delta t^2 + v_f \times \Delta t$$

* جابجایی در t ثانیه ای n ام:

۱) مطابق شکل و بعد از کلی محاسبه داریم که اگه طول بازه زمانی t ثانیه باشد و ما بخواهیم در n امین شماره، جابجایی را حساب

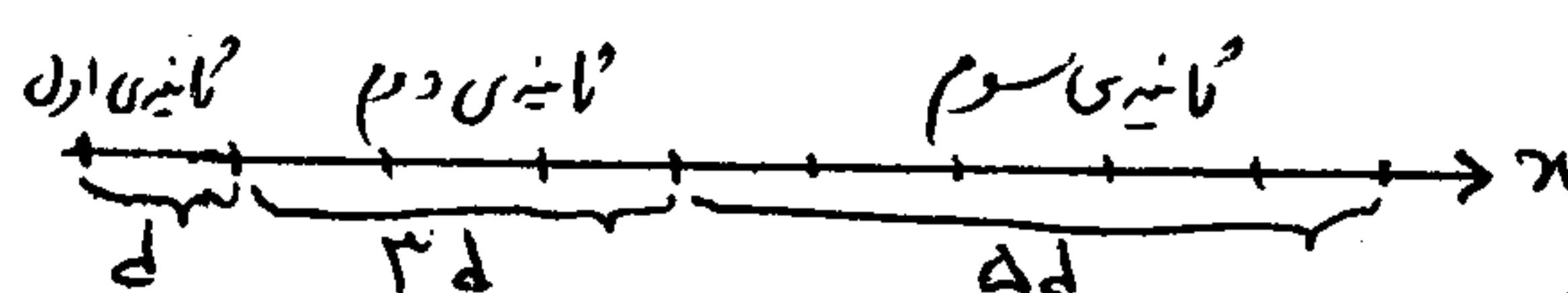
$$\Delta x_{(t,n)} = \frac{1}{2} a (2n-1) t^2 + v_0 t \quad \text{کنیم، داریم:}$$



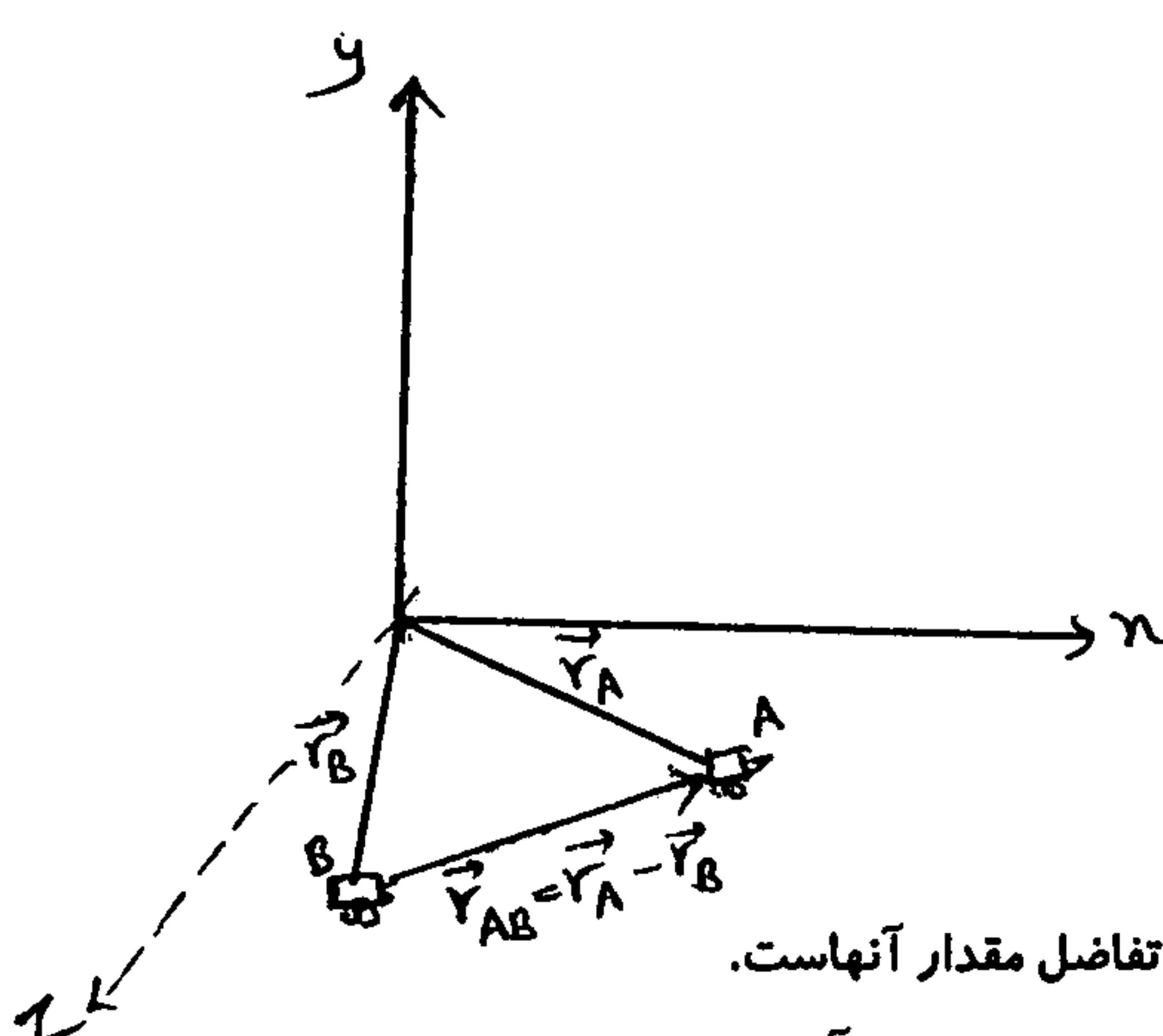
این جابجایی ها یک تصاعد حسابی را تشکیل میدهند که قدر نسبت آنها $a t^2$ است.

$$\begin{cases} \Delta x_{(t,1)} = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \\ \Delta x_{(t,2)} = \frac{3}{2} a t^2 + v_0 t \\ \Delta x_{(t,n)} = \frac{n}{2} a t^2 + v_0 t \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{(t,n)} - \Delta x_{(t,1)} = a t^2$$

۲) اگه جابجایی ثانیه ای n ام را بخواهیم باید $t=1$ فرض کنیم و قدر نسبت تصاعد تبدیل به a می شود:



* حرکت نسبی دو متحرک و بررسی سرعت و شتاب نسبی:



الف) در دو بعد:

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_A - \vec{r}_B \quad ۱) \text{ مکان } A \text{ نسبت به } B$$

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B \quad ۲) \text{ سرعت } A \text{ نسبت به } B$$

$$\vec{a}_{AB} = \vec{a}_A - \vec{a}_B \quad ۳) \text{ شتاب } A \text{ نسبت به } B$$

ب) در یک بعد:

قاعده: ۱) هر گاه هر دو برداری در جهت هم باشند، بردار نسبی آنها برابر تفاضل مقدار آنهاست.

۲) هر گاه هر دو برداری در خلاف جهت هم باشند، بردار نسبی آنها برابر جمع مقدار آنهاست.

$$\Delta x_n = v_n \times \Delta t$$

$$\Delta x_n = \frac{1}{2} a \times \Delta t^2 + v_0 \times \Delta t$$

$$v_n^2 - v_{n-1}^2 = 2a \times \Delta x_n$$

$$v_n = a \Delta t + v_{n-1}$$

تمامی معادلات مربوط به سرعت ثابت و شتاب نسبی را میتوان به صورت نسبی استفاده کرد.

ب) حرکت با شتاب ثابت g در راستای قائم (سقوط آزاد):

* تعریف: هر گاه به جسمی ضمن حرکت، تنها نیروی وزنش وارد شود و هیچ نیروی خارجی دیگری نداشته باشیم، می‌گوئیم جسم حرکت سقوط آزاد انجام میدهد.

◎ شتاب این حرکت تنها به ویژگی‌های فیزیکی (جرم و شعاع) سیاره‌ای که سقوط در مجاورت آن انجام می‌شود، بستگی دارد و به آن شتاب گرانش گویند.



$$\sum F = ma \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = g$$

* چند ویژگی حرکت:

الف) شتاب گرانش همواره به سمت پائین است و مقدار آن در مجاورت زمین برابر $g = 9.8 \approx 10 \text{ m/s}^2$ است.

ب) کمیتهای سقوط آزاد، به جرم، جنس و شکل شکل جسم سقوط کننده بستگی ندارد.

ج) این که علامت شتاب یا سرعت را منفی یا مثبت در نظر بگیریم، بستگی به آن دارد که جهت مثبت محور را به کدام سمت در بگیریم.

ولی در مسائل یک گلوله جهت مثبت را در جهت پرتاب گلوله در نظر بگیریم، راحت تریم.

* پرتاب گلوله به سمت بالا:

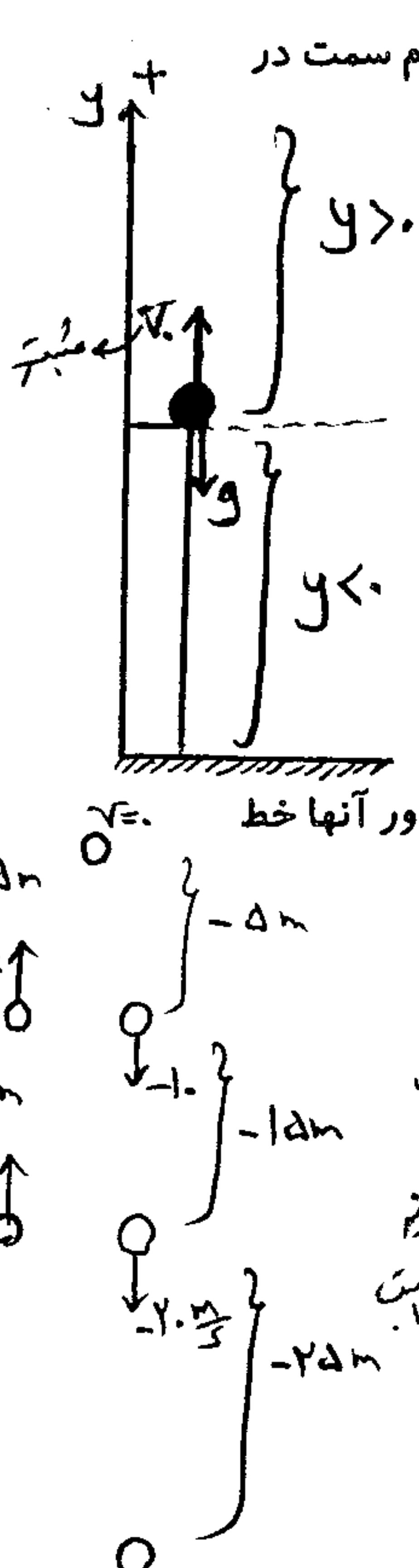
الف) جهت مثبت محور را به سمت بالا در نظر می‌گیریم:

۱. شتاب همواره به سمت پائین و منفی g است.

۲. سرعتهای رو به بالا مثبت و سرعتهای رو به پائین منفی است.

۳. معمولاً محل پرتاب جسم را بعنوان مبدأ مختصات ($y_0 = 0$) می‌گیریم.

۴. مکان‌ها و جابجایی از مبدأ، در بالای نقطه‌ی پرتاب مثبت و پائین آن منفی است.



ب) تمامی روابط شتاب ثابت را اینجا باز نویسی می‌کنیم. (با یه فرق کوچک‌لو: $a = -g$ و سرعت و جابجایی‌ها، که دور آنها خط کشیده شده است، با علامت وارد شوند).

$$1. \text{ معادله‌ی سرعت_زمان: } v = -g\Delta t + v_0$$

$$2. \text{ معادله‌ی مستقل از شتاب: } \Delta y = \frac{v_0 + v}{2} \Delta t$$

$$3. \text{ معادله‌ی مستقل از زمان: } v^2 - v_0^2 = -2g \times \Delta y$$

$$4. \text{ معادله‌ی مکان_زمان: } \Delta y = -\frac{1}{2}g \times \Delta t^2 + v_0 \times \Delta t$$

$$5. \text{ معادله‌ی مستقل از سرعت اولیه: } \Delta y = \frac{1}{2}g \times \Delta t^2 + v \times \Delta t$$

* پرتاب گلوله به سمت پائین و یا زمانی که گلوله رها می‌شود:

الف) اگر جهت محور مختصات را به سمت پائین در نظر بگیریم. تمامی بردارها (مکان، سرعت، شتاب و جابجایی و ... همگی مثبت خواهند بود و در روابط هیچ‌کدام علامت نمی‌خواهند.)

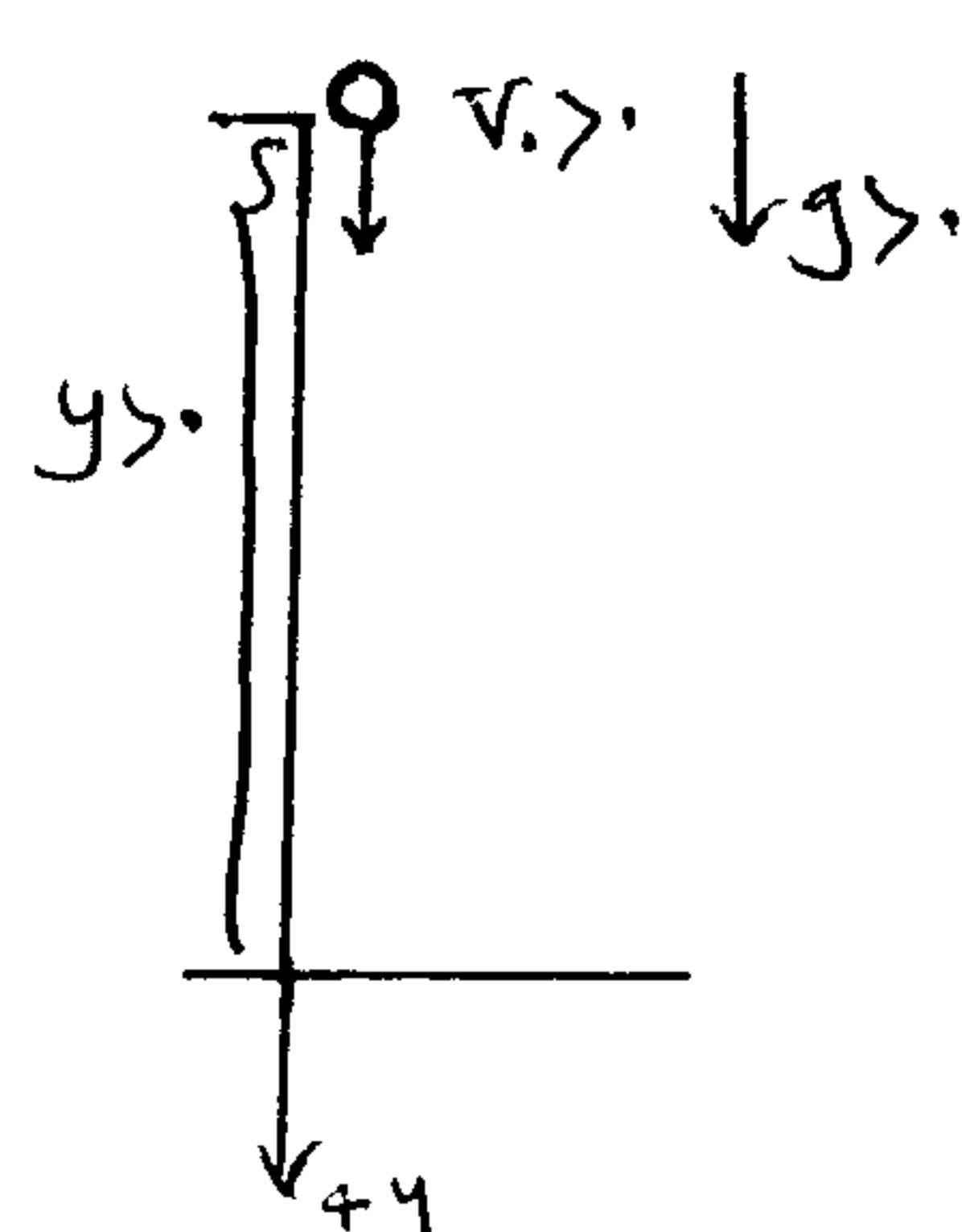
ب) روابط:

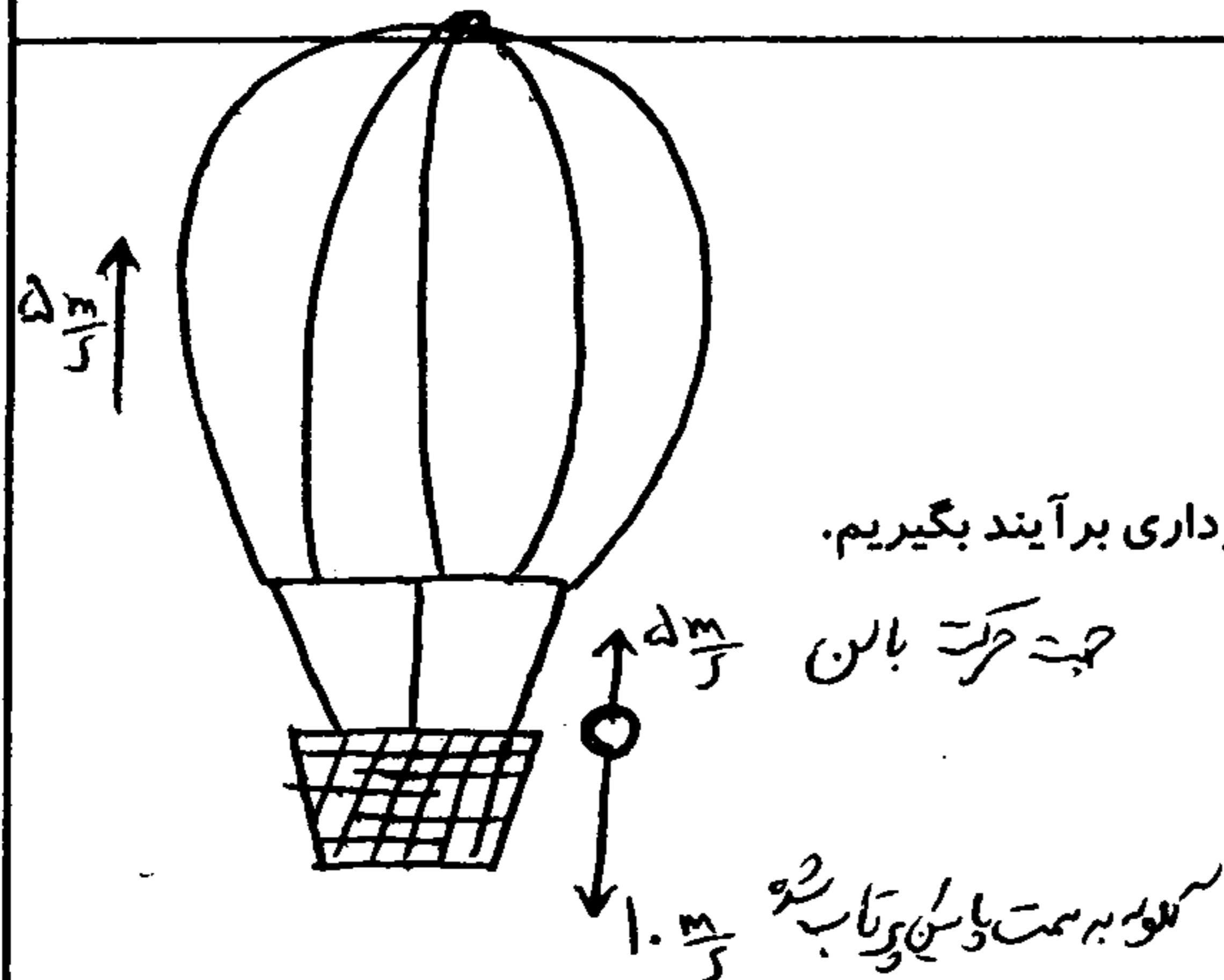
$$v = gt + v_0$$

$$\Delta y = \frac{v + v_0}{2} \cdot t$$

$$v^2 - v_0^2 = 2g \cdot \Delta y$$

$$\Delta y = \frac{1}{2}g \times \Delta t^2 + v_0 \times \Delta t$$





* پرتاب جسم در راستای قائم در سیستم متحرک:
در این حالت کافیست برای تعیین سرعت اولیه ی گلوله از سرعت های آن به صورت برداری برآیند بگیریم.

$$\Rightarrow \vec{V}_0 = \Delta \frac{m}{t} \hat{j}$$

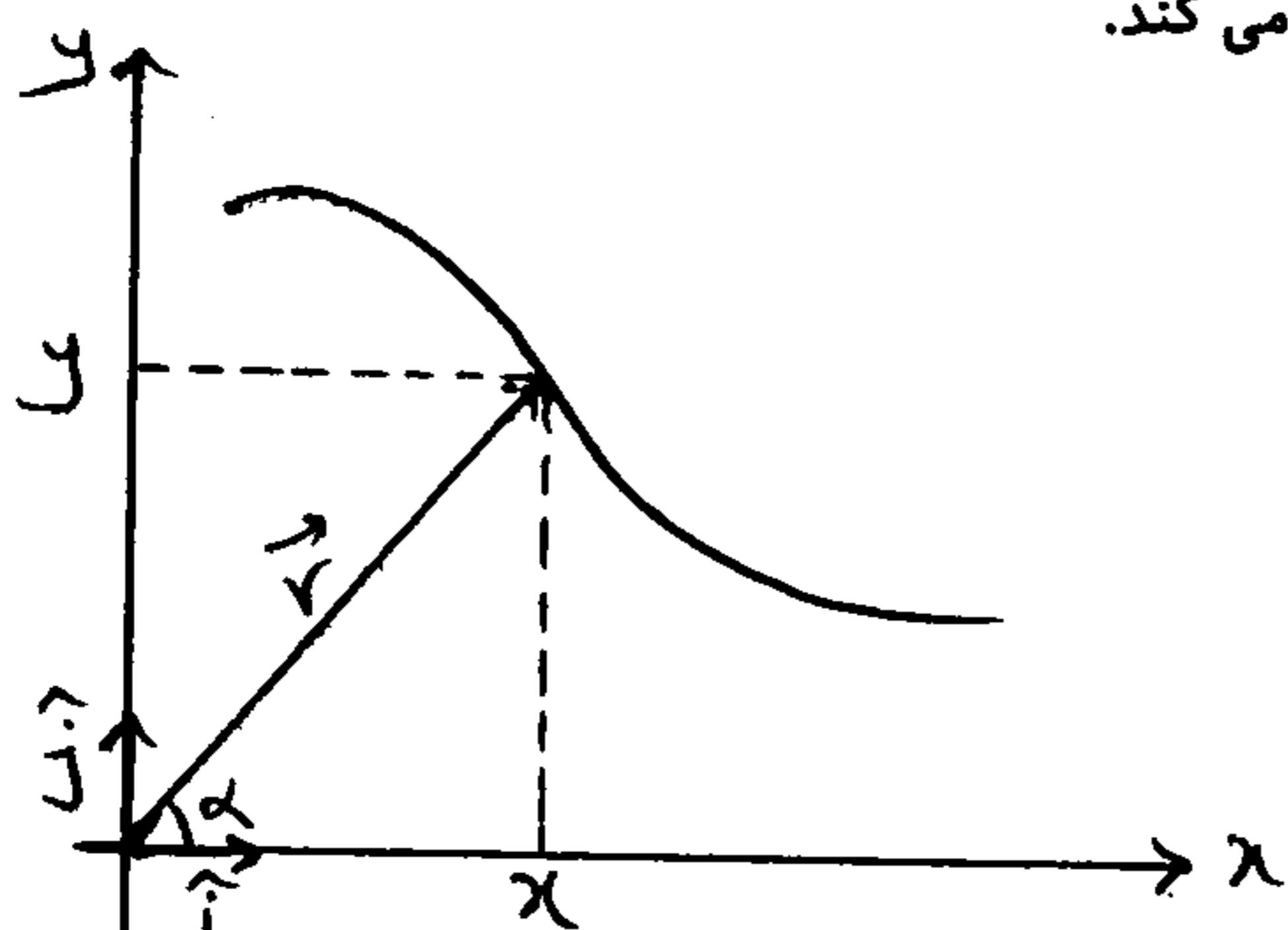
حرکت در دو بعد (حرکت در صفحه)

مفهوم و نمودارهای حرکت:

ا. بردار مکان: برداری است که نقطه‌ی O (مبدأ مختصات) را به محل جسم متصل می‌کند.

الف) اگر بر حسب بردار یکه x و y بیان شود:

$$\begin{aligned}\vec{r} &= x\hat{i} + y\hat{j} \\ \begin{cases} x = r \cos \alpha \\ y = r \sin \alpha \end{cases} \end{aligned}$$



ب) اگر بر حسب بردار یکه زمان عنوان شود:

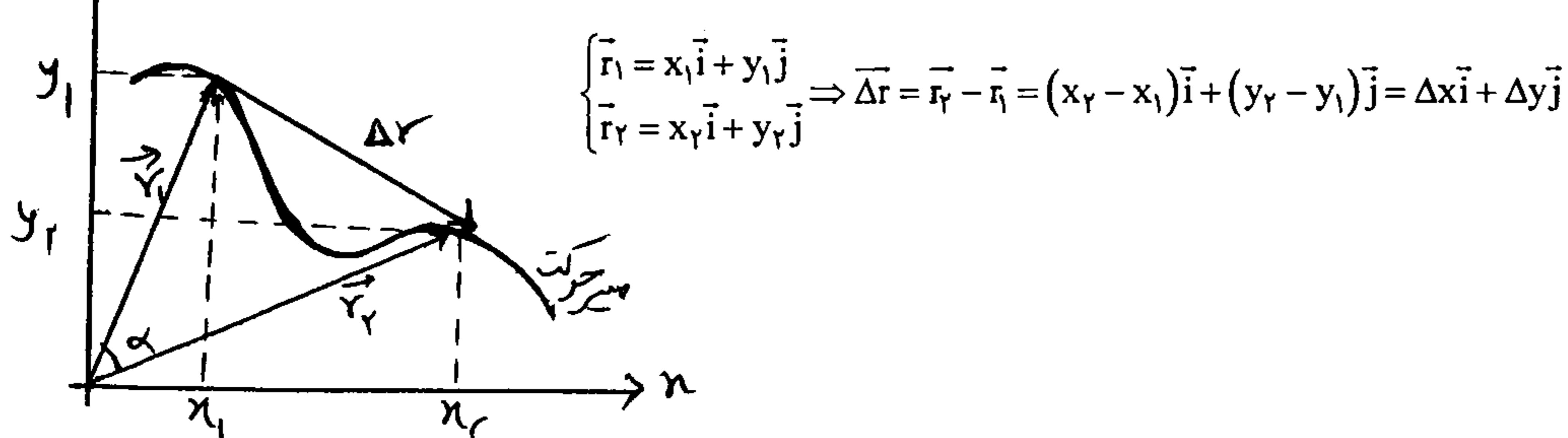
x = f(t) تابعی از زمان باشد:

y = g(t) هم تابعی از زمان باشد:

پ) معادله‌ی مسیر: تابع y بر حسب x است [y = f(x)] که میتوان باحذف t بین معادله‌های x = f(t) و y = g(t) بدست آورد.

۲. بردار جابجائی:

الف) برداری است که مکان اولیه جسم را به مکان نهائی آن متصل می‌کند و با Δr نمایش داده می‌شود:



ب) محاسبه‌ی بزرگی بردار جابجائی:

۱) اگر اندازه‌ی r_1 , r_2 و زاویه‌ی بین آنها معلوم باشد:

۲) اگر r_1 و r_2 بر حسب x و y معلوم باشد:

$$|\Delta r| = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \alpha}$$

$$|\Delta r| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

۳. سرعت متوسط:

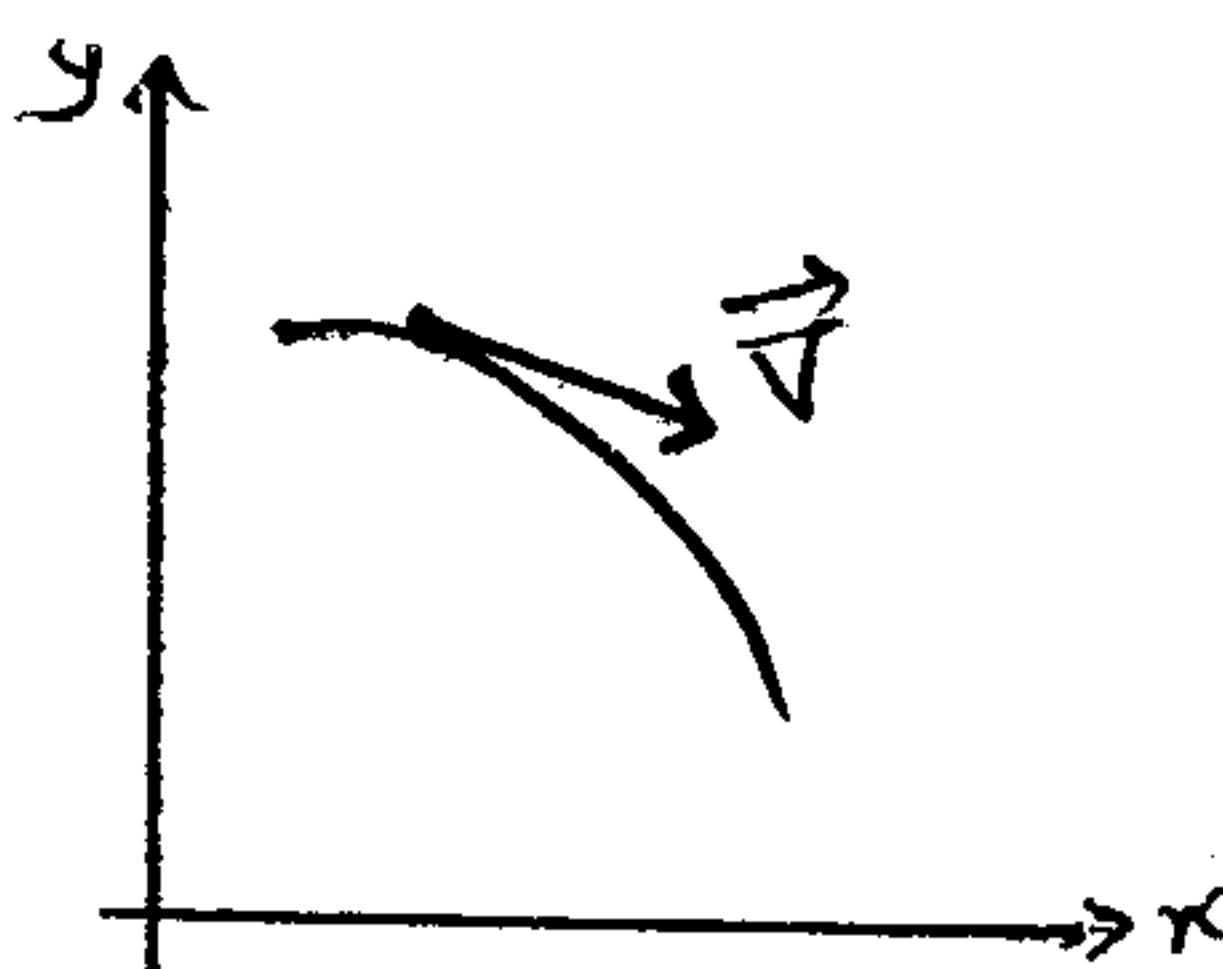
الف) کافیست بردار جابجایی بالا را برابر مدت زمان آن ($t_2 - t_1 = \Delta t$) تقسیم کنیم.

$$\bar{v} = \frac{\Delta \bar{x}\bar{i} + \Delta \bar{y}\bar{j}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\bar{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\bar{j} = v_x\bar{i} + v_y\bar{j}$$

ب) محاسبهٔ بزرگی بردار سرعت متوسط:

$$|\bar{v}| = \frac{|\Delta \bar{r}|}{\Delta t} = \frac{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}{\Delta t} \quad .1$$

$$|\bar{v}| = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad .2$$



۴. سرعت لحظه‌ای:

الف) جهت: همواره مماس بر مسیر حرکت است.

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} \quad \text{مقدار: مشتق بردار مکان جسم نسبت به زمان است:}$$

ب) اگر بردار مکان بر حسب بردار یکه x و y بیان شود میتوان سرعت لحظه‌ای را بحسب مولفه‌های سرعت در امتداد محور x و y بیان کرد:

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\bar{i} + \frac{dy}{dt}\bar{j} = v_x\bar{i} + v_y\bar{j} \quad .1$$

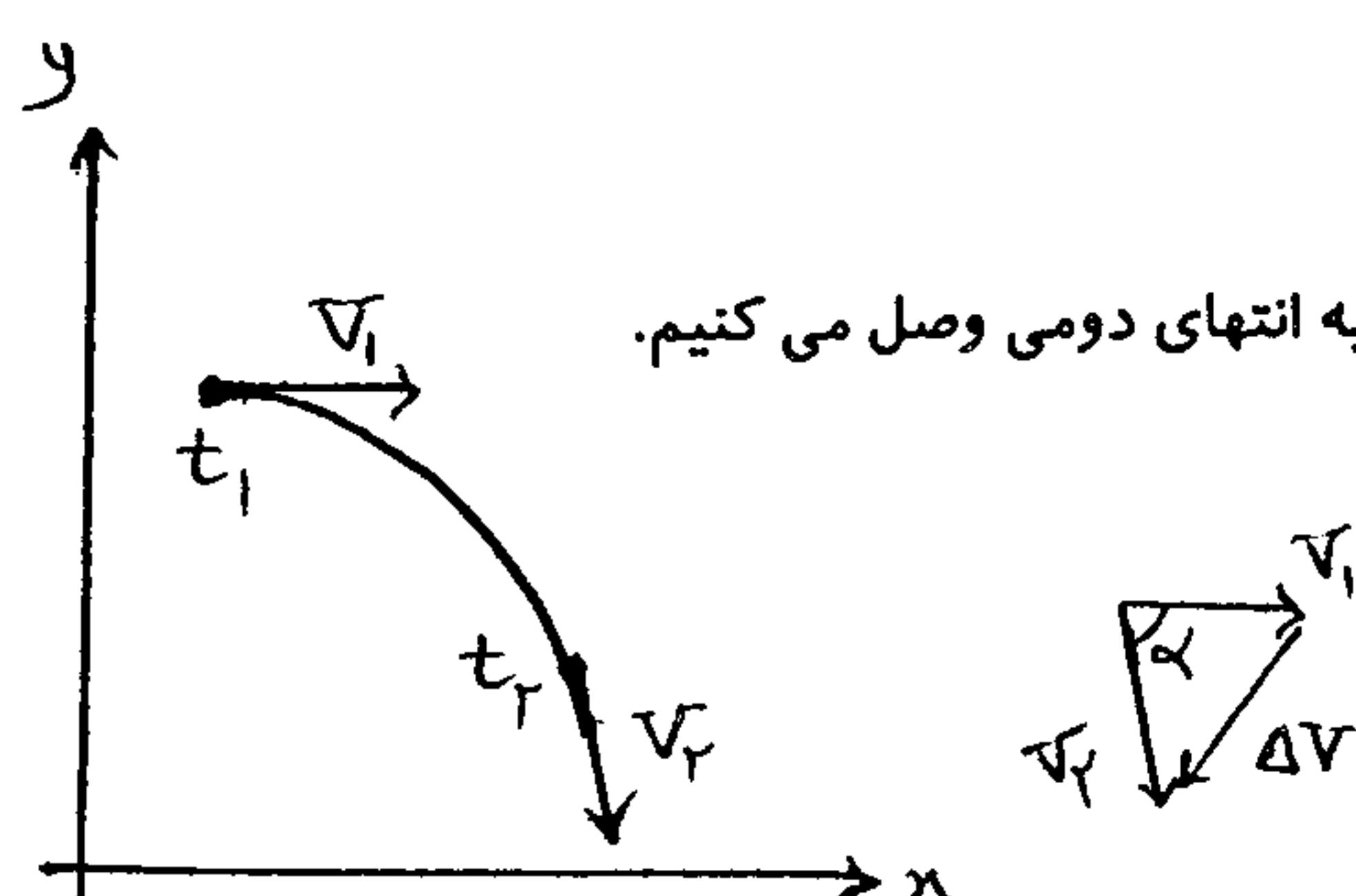
$$|\bar{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{۲. مقدار آن برابر است با:}$$

$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} \quad \text{۳. زاویهٔ سرعت لحظه‌ای با محور } x \text{ ها:}$$

نتیجه: اگر مسیر حرکت منحنی باشد، سرعت متحرک ثابت نیست، زیرا جهت سرعت دائماً در حال تغییر است و حتی اگر سرعت خطی هم ثابت بماند، باز هم حرکت جسم شتابدار خواهد بود.

۵) شتاب متوسط:

$$\bar{a} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \frac{\bar{v}_2 - \bar{v}_1}{t_2 - t_1} \quad \text{الف) گفتیم که حرکت روی مسیر منحنی حتماً شتابدار و متوسط آن برابر:}$$



ب) بردار شتاب متوسط همواره هم جهت $\Delta \bar{v}$ است زیرا Δt همواره مثبت است.

برای رسم بردار تفاضل: دو بردار روازیه نقطه رسم می‌کنیم و سر انتهای اولی را به انتهای دومی وصل می‌کنیم.

پ) در حرکت روی مسیر خمیده هیچ گاه بردار شتاب متوسط \bar{a} با بردارهای سرعت لحظه ای v_1 و v_2 هم جهت نیست:

$$|\Delta v| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos\alpha}$$

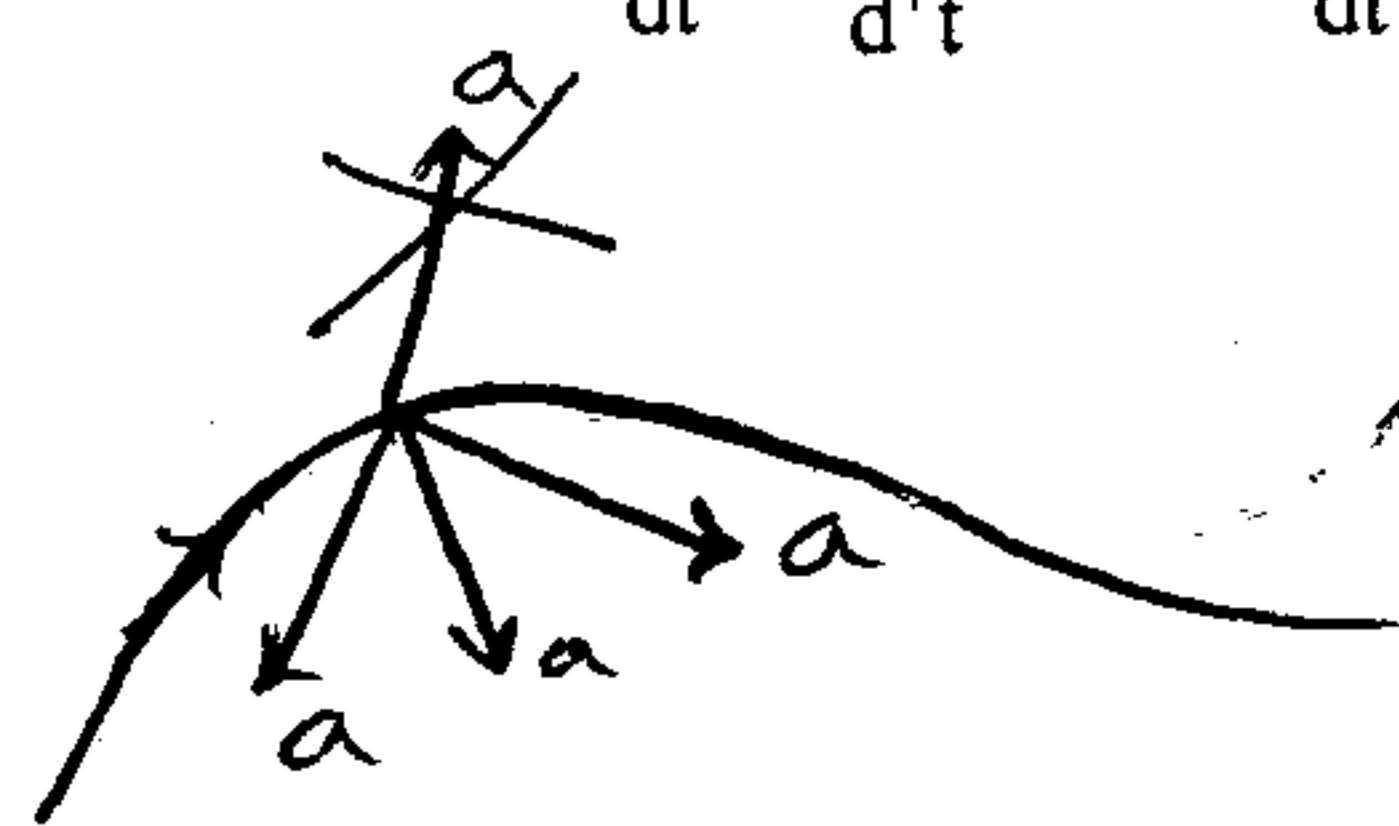
$$\bar{v} = v_x \bar{i} + v_y \bar{j} \Rightarrow \Delta \bar{v} = \Delta \bar{v}_x + \Delta \bar{v}_y \Rightarrow \bar{a} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \bar{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t} \bar{j} = a_x \bar{i} + a_y \bar{j}$$

ت) شتاب متوسط بر حسب بردارهای یک:

۶) شتاب لحظه ای:

جهت: اگر مسیر خمیده باشد، همواره این بردار به سمت داخل خمیدگی است و بیرون آن نمی باشد.

مقدار: برابر مشتق سرعت لحظه ای بر حسب زمان است:



پرتابه و حرکت پرتابی:

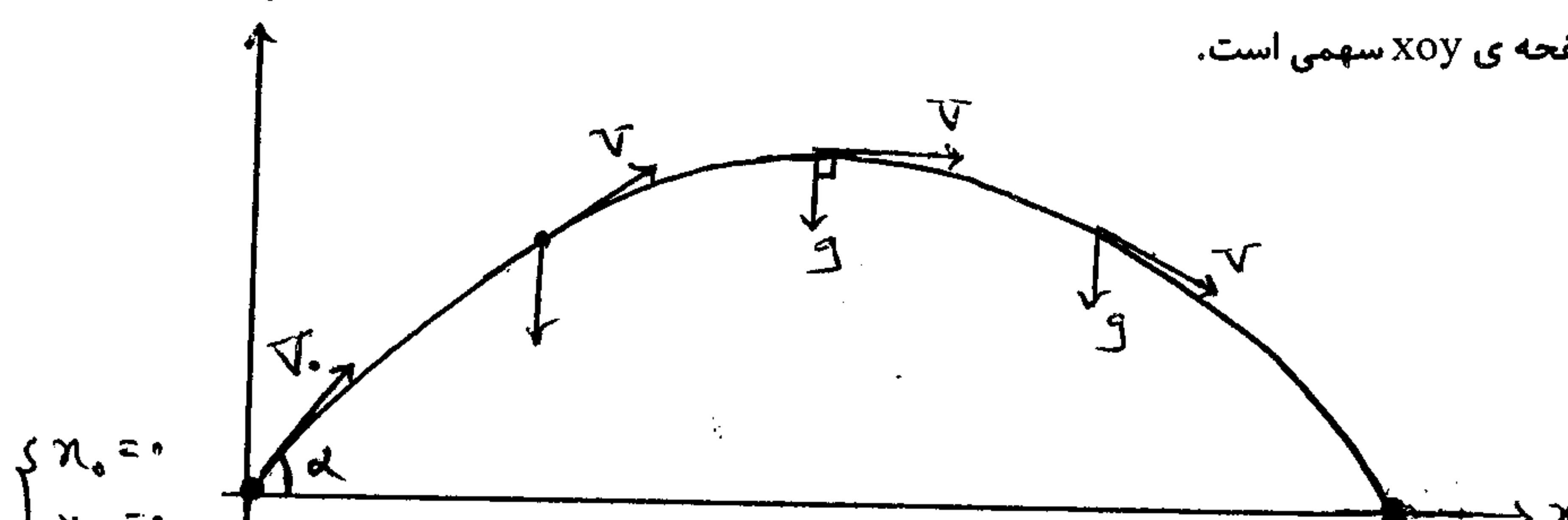
* تعریف: هر گاه گلوله ای را نسبت به امتداد قائم با زاویه ای مخالف صقر پرتاب کنیم و از مقاومت هوا صرف نظر کنیم، حرکت جسم را پس از جدا شدن از عامل پرتاب، حرکت پرتابی و جسم را پرتابه گویند.

* ویژگی ها:

$$\begin{cases} \sum F_y = -mg \Rightarrow a_y = -g \\ \sum F_x = 0 \Rightarrow a_x = 0 \end{cases}$$

۱. تنها نیروی وارد بر پرتابه، وزن است. در شکل می بینیم که:

۲. مسیر حرکت پرتابه در صفحه xoy سهمی است.



۳. سرعت پرتابه در هر نقطه بر مسیر لحرکت مماس میباشد و مطابق شکل زاویه ای بین بردار سرعت و شتاب همواره در حال کم شدن است.

۴. حرکت پرتابی را می توان به صورت ترکیب دو حرکت در نظر گرفت: یکی تصویر پرتابه در راستای محور x با سرعت

$$(a_x = 0) \text{ و دیگری تصویر پرتابه در راستای قائم و با شتاب ثابت } (a_y = -g)$$

* بررسی حرکت روی محور x ها:

$$\begin{cases} v_x = v_{x_0} = v \cos\alpha \\ x = v_{x_0} t = v \cos\alpha t \end{cases}$$

مولفه ای سرعت جسم در راستای محور x ثابت و در هر لحظه برابر است با:

معادله ای حرکت آن نیز با در نظر گرفتن ($x_0=0$) به صورت رو بروست:

* بررسی حرکت روی محور y ها:

ساخه ای پرتابه روی محور y یک حرکت رفت و برگشت انجام می دهد که مانند پرتاب در راستای قائم با شتاب ($-g$) و رو به بالاست.

*معادلات حرکت:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_y \times t = -\frac{1}{2}gt^2 + v \sin \alpha \times t \quad 1. \text{ معادله} \text{ } \text{ی} \text{ } \text{حرکت} \text{ } \text{قایم} :$$

$$v_y = -gt + v \sin \alpha \Rightarrow v_y = -gt + v \sin \alpha \quad 2. \text{ سرعت} \text{ } \text{پرتابه} \text{ } \text{روی} \text{ } \text{محور} \text{ } y \text{ } \text{در لحظه} \text{ } t :$$

$$v_y^2 - v_{y_0}^2 = -2g \cdot y \quad 3. \text{ سرعت} \text{ } \text{پرتابه} \text{ } \text{روی} \text{ } \text{محور} \text{ } y \text{ } \text{در} \text{ } \text{مکان} \text{ } y :$$

$$v^2 - v_{y_0}^2 = -2g \cdot y \quad 4. \text{ سرعت} \text{ } \text{پرتابه} \text{ } \text{در} \text{ } \text{یک} \text{ } \text{ نقطه} \text{ } \text{از} \text{ } \text{مسیر} :$$

*معادلات کلی حرکت:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = (v \cos \alpha \times t)\vec{i} + (-\frac{1}{2}gt^2 + v \sin \alpha \times t)\vec{j} \quad 1. \text{ بردار} \text{ } \text{ مکان} :$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = (v \cos \alpha)\vec{i} + (-gt + v \sin \alpha)\vec{j} \quad 2. \text{ بردار} \text{ } \text{ سرعت} :$$

3. معادله ای مسیر با حذف زمان از معادله ای y داریم:

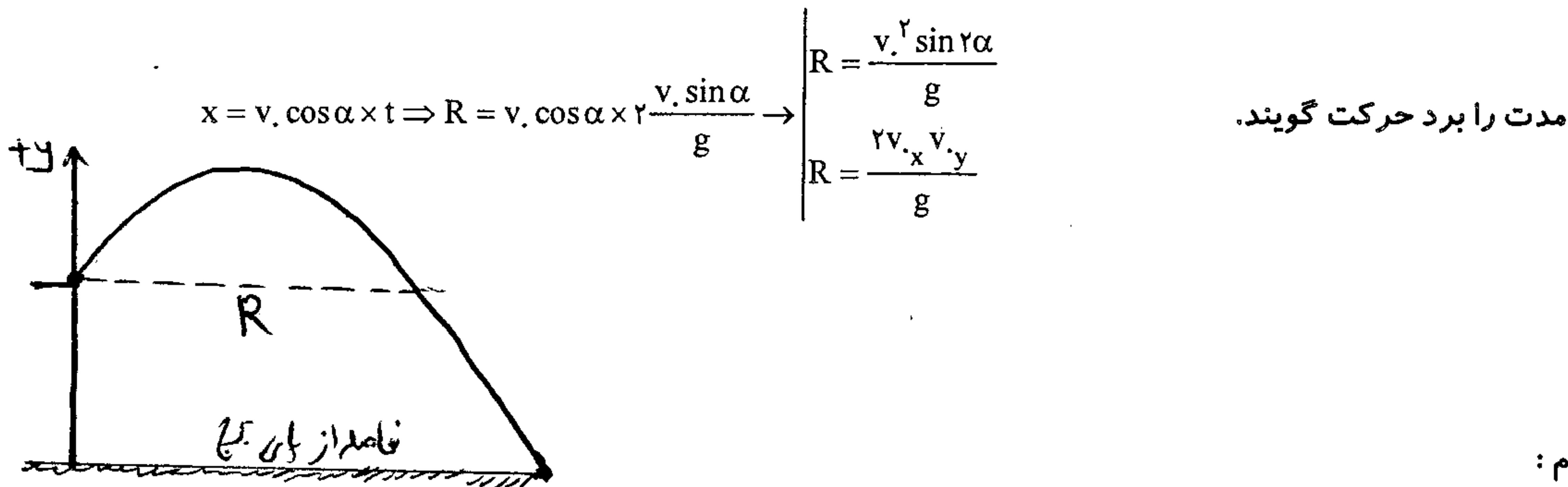
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}gt^2 + v \sin \alpha \times t \\ t = \frac{x}{v \cos \alpha} \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v \cos \alpha}\right)^2 + v \sin \alpha \times \left(\frac{x}{v \cos \alpha}\right) \Rightarrow y = \boxed{\frac{-g}{2v^2 \cos^2 \alpha}x^2 + \boxed{\tan \alpha}x}$$

ضرایب x و x^2 اعداد ثابتی هستند و معادله ای مسیر، سه‌می است.

$$T = \frac{v_y}{g} \Rightarrow T = \frac{v \sin \alpha}{g} \quad 4. \text{ زمان} \text{ } \text{ اوج} : \text{ از} \text{ } \text{ حرکت} \text{ } \text{ پرتابی} \text{ } \text{ روی} \text{ } \text{ محور} \text{ } y \text{ } \text{ داریم} :$$

$$H = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad 5. \text{ ارتفاع} \text{ } \text{ اوج} :$$

6. برد پرتابه: زمان حرکت از نقطه ای پرتاب تا بازگشت به سطح اولیه، دو برابر زمان اوج است و جابجایی پرتابه در این

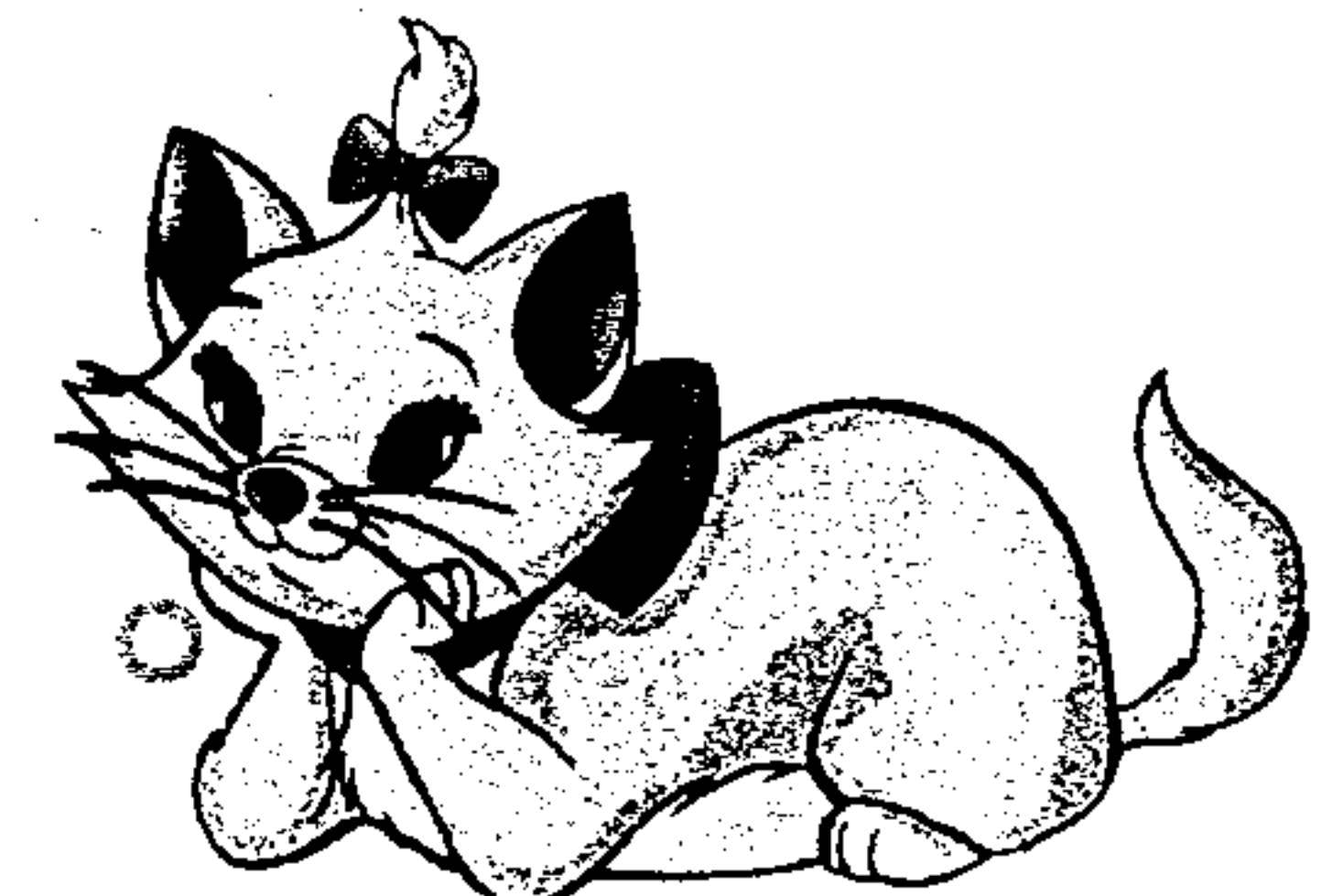


*نکات مهم:

1. اگر زاویه ای پرتاب (α) افزایش یابد، زمان اوج پرتاب (T)، ارتفاع اوج پرتاب (H) و زمان رفت و برگشت پرتابه افزایش می یابد.2. با یک بزرگی سرعت اولیه، بیشینه ای برد در $45^\circ = \alpha$ اتفاق می افتد، زیرا: $\sin(2 \times 45^\circ) = 1$ 3. برد پرتابه هایی که با سرعت اولیه v و زاویه های $45^\circ + \theta$ و $45^\circ - \theta$ پرتاب می شوند، یکسان است، زیرا:

$$\sin(2(45^\circ + \theta)) = \sin(2(45^\circ - \theta))$$

$$\sin(90^\circ + 2\theta) = \sin(90^\circ - 2\theta) \rightarrow -\cos 2\theta = -\cos 2\theta$$



نیرو :

نیرو نتیجه‌ی تأثیر متقابل دو جسم بر یکدیگر است، تأثیر دو جسم بر هم ممکن است ناشی از تماس دو جسم باشد یا دو جسم از راه دور بر یکدیگر نیرو وارد کنند.

لکته‌های مهم

- ۱- در تأثیر دو جسم بر یکدیگر همواره دو نیرو به وجود می‌آید که هر نیرو را یک جسم به جسم دیگری وارد می‌کند.
- ۲- نیرو را نمی‌توان ذخیره کرد یعنی همین که تأثیر اجسام بر یکدیگر قطع شود نیرو هم قطع می‌شود.
- ۳- نیرو کمیتی برداری است، یعنی دارای بزرگی (اندازه) و جهت است. و از محاسبه‌های برداری نیروی می‌کند. بزرگی نیرو را به کمک نیرو سنج اندازه می‌گیریم. یکای اندازه گیری نیرو در SI نیوتون (N) است.

قانون‌های نیوتون:

- ۱- **قانون اول نیوتون:** اگر بر جسمی هیچ نیرویی وارد نشود چنانچه جسم ساکن باشد، هم‌چنان ساکن می‌ماند و اگر در حال حرکت باشد، حرکت آن، یکنواخت روی خط راست خواهد بود.

لکته همه اجسام تمایل دارند که وضعیت سکون یا حرکت یکنواخت روی خط راست خود را حفظ کنند. به این تمایل اجسام لختی (اینرسی) گفته می‌شود، به همین دلیل به قانون اول نیوتون قانون لختی نیز می‌گویند به علت این خاصیت اجسام در برابر تغییر حالت سکون یا حرکت بدون شتاب، مقاومت می‌کنند، یعنی اگر بخواهیم جسم را از حالت سکون به حرکت در آوریم و یا سرعت آن را تغییر دهیم (به جسم شتاب بدهیم) باید به جسم نیرو وارد کنیم، بنابراین می‌توان گفت نیرو عامل تغییر بودار سرعت جسم است.

- ۲- **قانون دوم نیوتون:** اگر به یک جسم نیروهایی وارد شود، شتابی می‌گیرد که با برآیند نیروهایی وارد بر جسم نسبت مستقیم دارد و با آن هم جهت است و با جرم جسم نسبت وارون دارد.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \vec{F} = m \vec{a}$$

در رابطه‌ی بالا، \vec{F} برآیند تمام نیروهایی وارد بر جسم، m جرم جسم و \vec{a} شتاب جسم است.

لکته یک نیرو در SI نیوتون نام دارد و به کمک قانون دوم نیوتون به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$F = ma, \quad 1N = 1\text{kg}\cdot\text{m/s}^2$$

«یک نیوتون نیرویی است که اگر به جسمی به جرم یک کیلوگرم وارد شود به آن شتابی برابر یک متر بر میزان ثانیه بدهد»

لکته پیش از این گفتیم که جهت شتاب، الزاماً با جهت حرکت، یکی نیست، در نتیجه می‌توان گفت که نیروی برآیند وارد بر جسم لزوماً هم جهت با حرکت نیست.

- ۳- **قانون سوم نیوتون:** «هر گاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم هم به جسم اول نیرویی هم اندازه‌ی آن، ولی در خلاف جهت وارد می‌کند.» اگر نیرویی که جسم اول به جسم دوم وارد می‌کند را نیروی کنش (عمل) بنامیم، نیروی جسم دوم که بر جسم اول وارد می‌شود، واکنش (عکس العمل) خواهد بود.

لکته برای شناخت نیروهای کنش و واکنش توجه کنید که:

- ۱- این دو نیرو همواره هم اندازه‌ی هم راستا و در سوچهای مخالف یکدیگر هستند.
- ۲- به دو جسم وارد می‌شوند، نیروی کنش را جسم اول به دوم و نیروی واکنش را جسم دوم به جسم اول وارد می‌کند.
- ۳- این دو نیرو هم نوع آند، به عنوان مثال یا هر دو گرانشی آند یا هر دو الکتریکی آند.

قانون‌های نیرو:

در تعریف نیرو گفتیم که نیرو نتیجه‌ی تأثیر متقابل اجسام بر یکدیگر است. بنابراین برای نمایش نیروهایی وارد بر هر جسم ابتدا باید معین کنیم چه اجسامی بر آن تأثیر می‌گذارند و برای شناخت و اندازه‌گیری نیروهایی که از طرف اجسام مؤثر بر جسم مورد نظر وارد می‌شوند از قانون‌های نیرو استفاده می‌کنیم. قانون یک نیرو عامل‌های مؤثر در ایجاد آن نیرو را مشخص می‌کند و هر قانون نیرو رابطه‌ای را به دست می‌دهد که به کمک آن می‌توانیم اندازه‌ی نیرو را محاسبه کنیم.

آنچه در این قانون نیرو مذکور شده، این است که نیروی کنش را بزرگ‌ترین اجرام موجود است از نظر عامل پیدا کنیم و آن را F_N نماییم.

- ۱- **نیروهای گرانشی:** هر دو جرم همواره با نیرویی یکدیگر را جذب می‌کنند که به آن نیروی گرانشی می‌گوییم. نیروی گرانشی همواره جاذبه است. اندازه این نیرو در صورتی قابل ملاحظه است که حداقل چرم یکی از دو جسم بسیار بزرگ باشد. نیروی وزن اجسام، نیروی گرانش زمین بر آنها است.

در انتهای این فصل در جلد دوم، نحوه‌ی محاسبه نیروی گرانشی میان دو جسم را به طور کامل برای شما توضیح خواهیم داد.

- ۲- **نیروهای الکترومغناطیسی:** هر دوبار الکتریکی بر یکدیگر نیرو وارد می‌کنند به این نیروها نیروهای الکترومغناطیسی می‌گوییم. خارج از هسته‌ی اتم و به غیر از نیروی وزن، تمام نیروهایی که شما با آنها سروکار دارید از نوع نیروهای الکترومغناطیسی هستند.

۳- نیروهای قوی مستعاری

۴- نیروهای ضعیف مستعاری

آشنایی با چند نیرو :

۱- نیروی وزن \vec{W} : برآیند نیروهای گرانشی که زمین بر ذره‌های یک جسم وارد می‌کند، نیروی وزن نام دارد.
در بحث سقوط آزاد دیدید که شتاب در حرکت سقوط آزاد برای تمام جسم‌ها یکسان و برابر است و از طرف دیگر می‌دانیم که نیروی وزن باعث سقوط جسم می‌شود در نتیجه خواهیم داشت:

$$F = ma \Rightarrow w = mg , N = kg \times m/s^2$$

توجه داشته باشید که جرم با وزن تفاوت دارد جرم جسم به مقدار ماده سازنده جسم بستگی دارد.

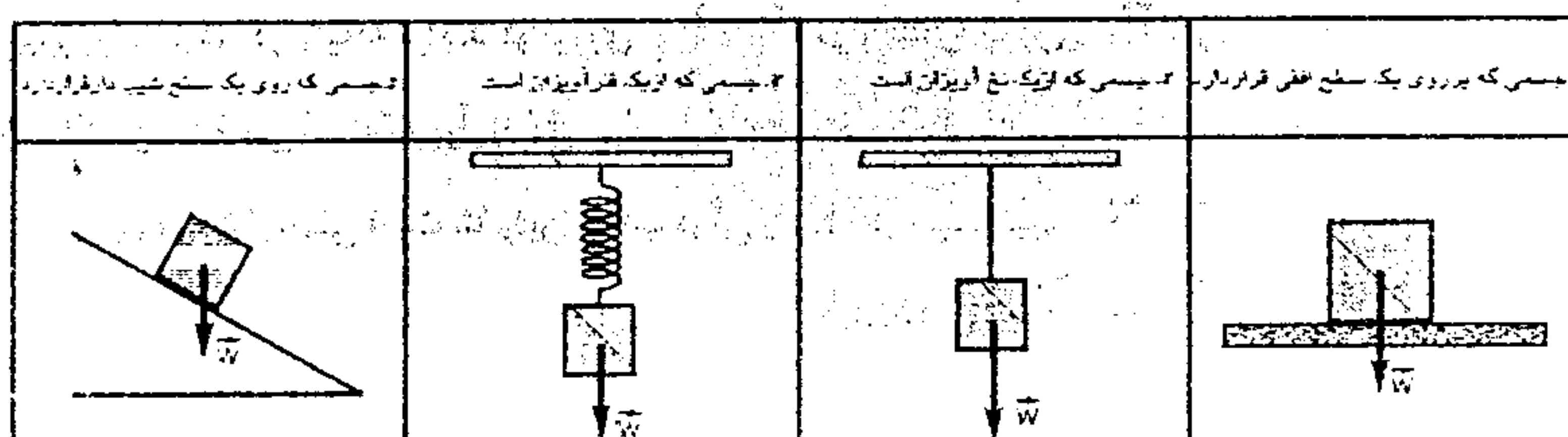
تفاوت بین وزن و جرم:

- (۱) جرم جسم در همه جا یکسان است ولی وزن جسم در نقاط مختلف متغیر است زیرا وزن به شتاب گرانش (g) بستگی دارد و هر چه از سطح زمین دور شویم کمتر می‌شود.
(۲) جرم یک کمیت نرده‌ای می‌باشد ولی وزن یک کمیت برداری است.

لکته با وجود اینکه وزن اجسام در نقاط مختلف متفاوت است ولی نسبت وزن اجسام در نقاط مختلف همیشه ثابت است زیرا ثابت

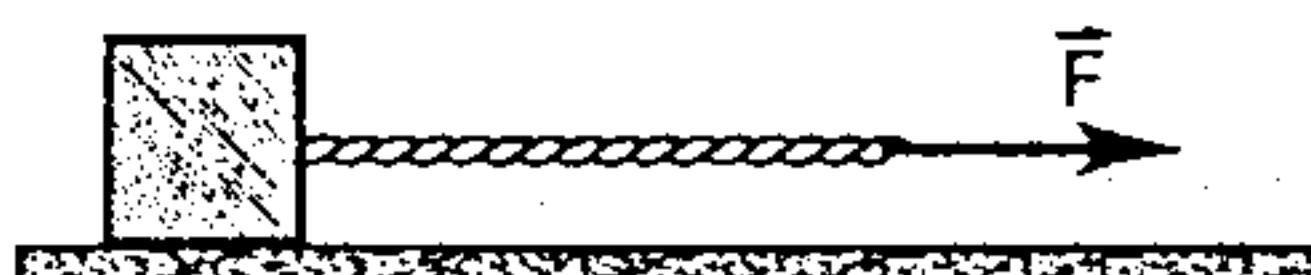
در نتیجه اگر یک دستگاه در زمین در حال تعادل باشد در هر جای دیگر نیز تعادل باقی می‌ماند.

در شکل‌های زیر بردار نیروی وزن یک جسم در چند حالت تغییر داده شده است.



نیروی کشش نخ:

در نظر بگیرید مطابق شکل، طناب سبکی را به جسمی به جرم m بسته و با نیروی افقی \vec{F} طناب را بکشیم در اثر اعمال نیروی



\vec{F} طناب به حالت کشیده در می‌آید و هر ذره‌ی طناب بر ذره‌ی مجاورش نیرو وارد می‌کند. به این نیروها که به طور متقابل، هر ذره

به یکدیگر وارد می‌کنند نیروی کشش نخ گفته می‌شود، ذره‌های طناب را می‌توانید مانند حلقه‌های زنجیری در نظر بگیرید که کشیدن یک حلقه‌ی آن باعث کشیده شدن حلقه‌های دیگر می‌شود.

توجه ۱- طناب همواره اجسام متصل به خود را به طرف خود می‌کشد و هیچ گاه جسمی را نمی‌راند بنابراین جهت نیروی کشش نخ از جسم رو به خارج و در امتداد طناب است.

۲- اگر جرم طناب ناچیز باشد بنابر قانون دوم نیوتن، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است ($F = 0 \times a = 0$) در نتیجه باید به دو سر طناب یا به دو سر هر قسمت از طناب همواره دو نیروی هم اندازه و در خلاف جهت وارد شود. بنابراین می‌توان گفت که در تمام نقطه‌های یک طناب سبک بزرگی کشش یکسان است.

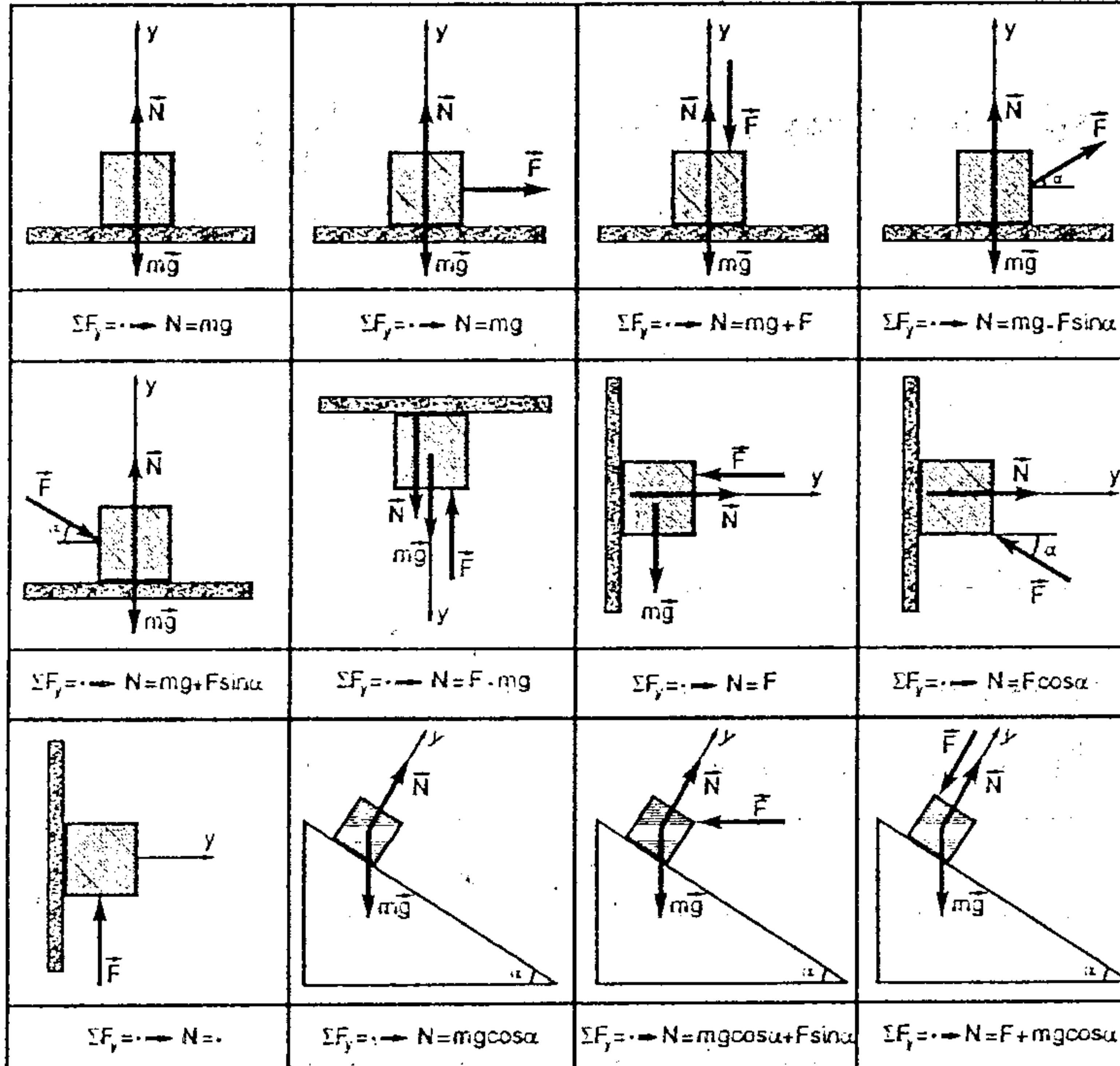
۳- برای محاسبه بزرگی نیروی کشش نخ قانون نیرویی وجود ندارد و باید ابتدا شتاب حرکت را محاسبه کنیم و سپس با استفاده از قانون دوم نیوتن نیروی کشش نخ را محاسبه کنیم که طریقی محاسبه‌ی آن را با حل تست‌های مختلف در بخش‌های بعدی در هر قسمت برای شما شرح خواهیم داد.

۴- اگر نخی از روی یک قرقره گذشته باشد و جرم نخ و قرقره ناچیز باشد در صورتی که در طول نخ جسمی با جرم قابل توجه آویخته نباشد می‌توان گفت که بزرگی کشش در تمام نقطه‌های نخ یکسان است.

نیروی عمودی تکیه گاه:

وقتی یک جسم بر جسم دیگر تکیه می‌کند، از طرف تکیه گاه (سطح تماس) نیروی در امتداد عمود بر سطح تماس به آن وارد می‌گردد، این نیرو را نیروی عمودی تکیه گاه می‌نامیم و با نماد N نشان می‌دهیم. جهت این نیرو از سطح به طرف جسم است.

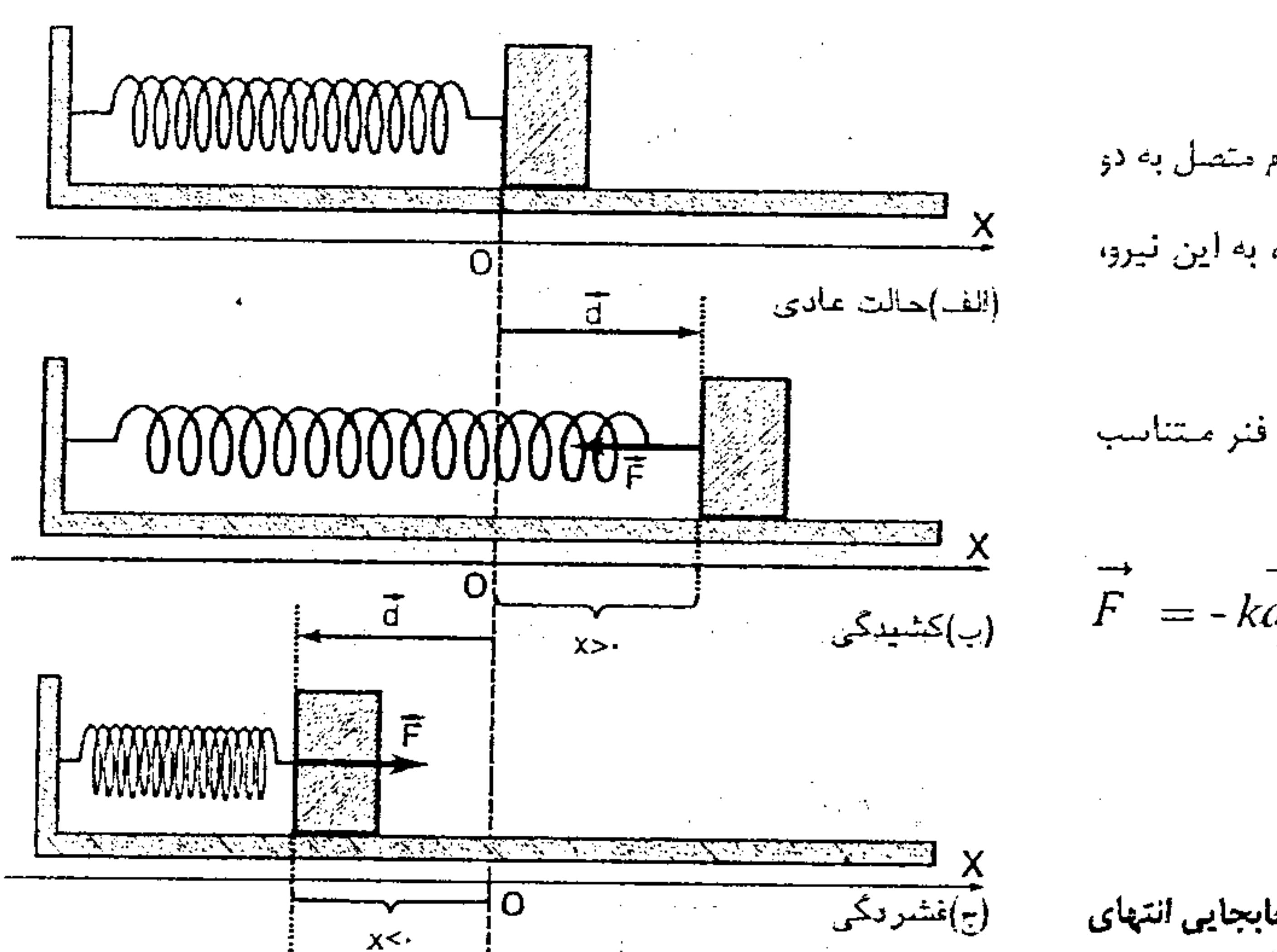
به منظور محاسبه‌ی بزرگی نیروی عمودی تکیه گاه، ابتدا باید همه‌ی نیروهای وارد بر جسم را رسم کنیم، سپس آنها را روی دو محور، یکی موازی سطح و دیگری عمود بر سطح تجزیه نماییم، سپس:



۱- اگر جسم مورد نظر در راستای عمود بر سطح شتاب نداشته باشد، برایند نیروهای عمود بر سطح را برابر صفر قرار می‌دهید تا مقدار N به دست آید:

در جدول رو به رو در چند مورد نیروی عمودی تکیه گاه (N) در این حالت مشخص شده است.

۲- اگر جسم در راستای عمود بر سطح شتاب داشته باشد برایند نیروهای عمود بر سطح را برابر حاصلضرب جرم جسم در بزرگی شتاب جسم در آن راستا قرار می‌دهیم تا مقدار N به دست آید.



نیروی کشسانی فنر:

اگر فنر را کشیده یا فشرده کنیم فنر برای برگشت به حالت عادی خود به اجسام متصل به دو انتهای خود در راستای خودش نیروی در خلاف جهت حابهای وارد می‌کند، به این نیرو، نیروی کشسانی فنر گفته می‌شود.

آزمایش‌های متعدد نشان می‌دهد که جابهایی فنر (d) با نیروی کشسانی فنر متناسب است.

$$\vec{F} = -k\vec{d}$$

این رابطه به قانون هوک معروف است.

نکته‌های مهم:

۱- علامت منفی در رابطه با \vec{d} می‌دهد که جابهای انتهای فنر (d) و نیروی کشسانی فنر (F) در خلاف جهت یکدیگر هستند (شکل‌های بالا صحبت این موضوع را تایید می‌کنند).

۲- ضریب k در رابطه با \vec{d} ثابت نیروی فنر نام دارد که از مشخصات فنر است و به طول فنر (یا تعداد حلقه‌های فنر)، شعاع حلقه‌های فنر، جنس سیم فنر و... بستگی دارد و یکای آن در SI نیوتون بر متر (N/m) است.

۳- مطابق شکل‌های بالا اگر محور X را منطبق بر مسیر حرکت جسم و مبدأ محور را منطبق بر انتهای فنر در حالت عادی در نظر بگیریم رابطه برداری $\vec{F} = -k\vec{d}$ را می‌توانیم به صورت رابطه جبری زیر بنویسیم.

$$F = -Kx$$

به منظور محاسبه‌ی بزرگی یا اندازه‌ی نیروی کشسانی فنر می‌توانیم رابطه‌ی بالا را بدون علامت استفاده کنیم.

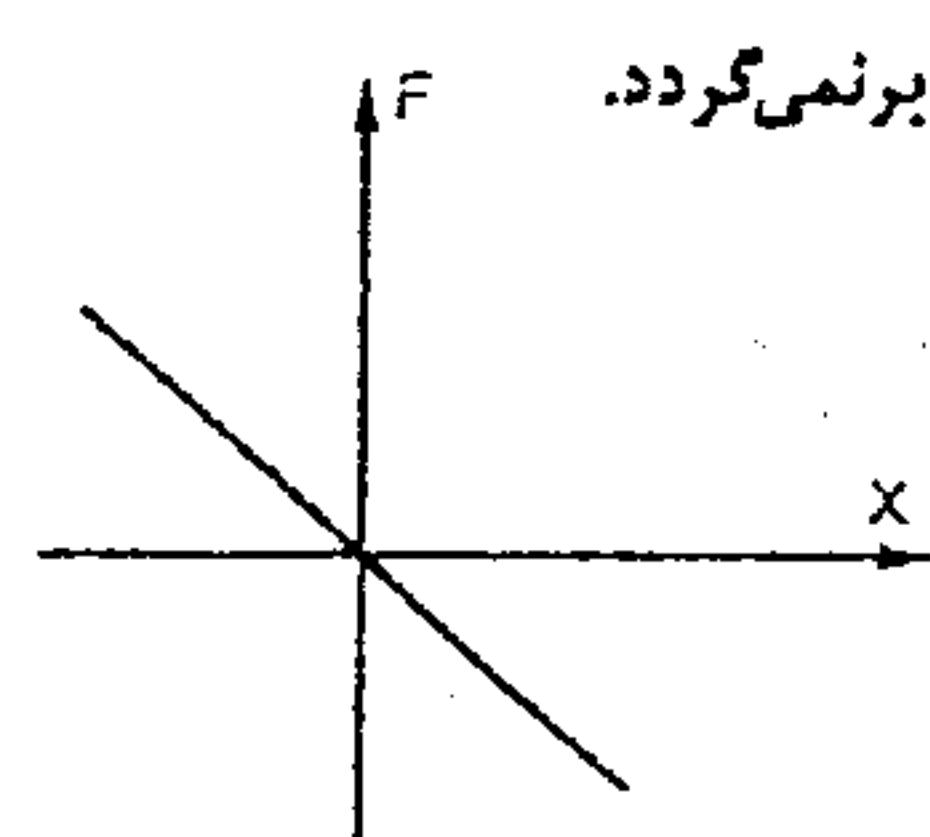
$$F = kx \quad |F| \text{ بزرگی (اندازه) نیروی}$$

توجه

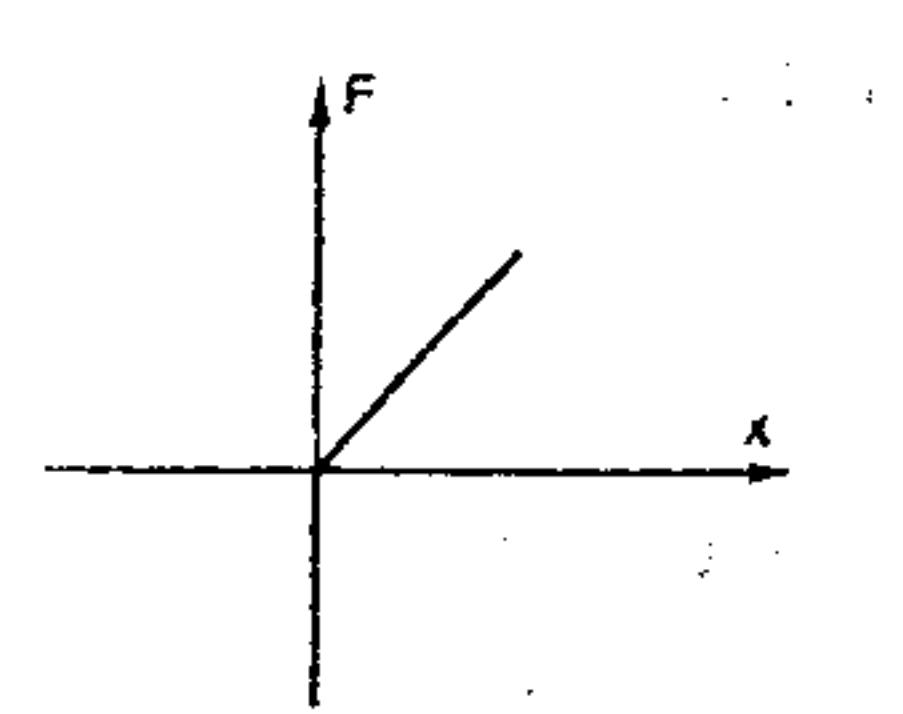
اگر نیروی وارد بر فنر از حد معینی که حد کشسانی فنر نام دارد تجاوز کند، فنر تغییر شکل دانه پیدا کرده و دیگر به حالت اولیه برنمی گردد.

۲- نمودار تغییرات نیروی کشسانی فنر بر حسب تغییر طول آن (تا حد کشسانی فنر) به صورت

$$(F = -kx) \text{ روبه رو است.}$$



$$\text{شیب نمودار} = \frac{\Delta F}{\Delta x} = -k$$

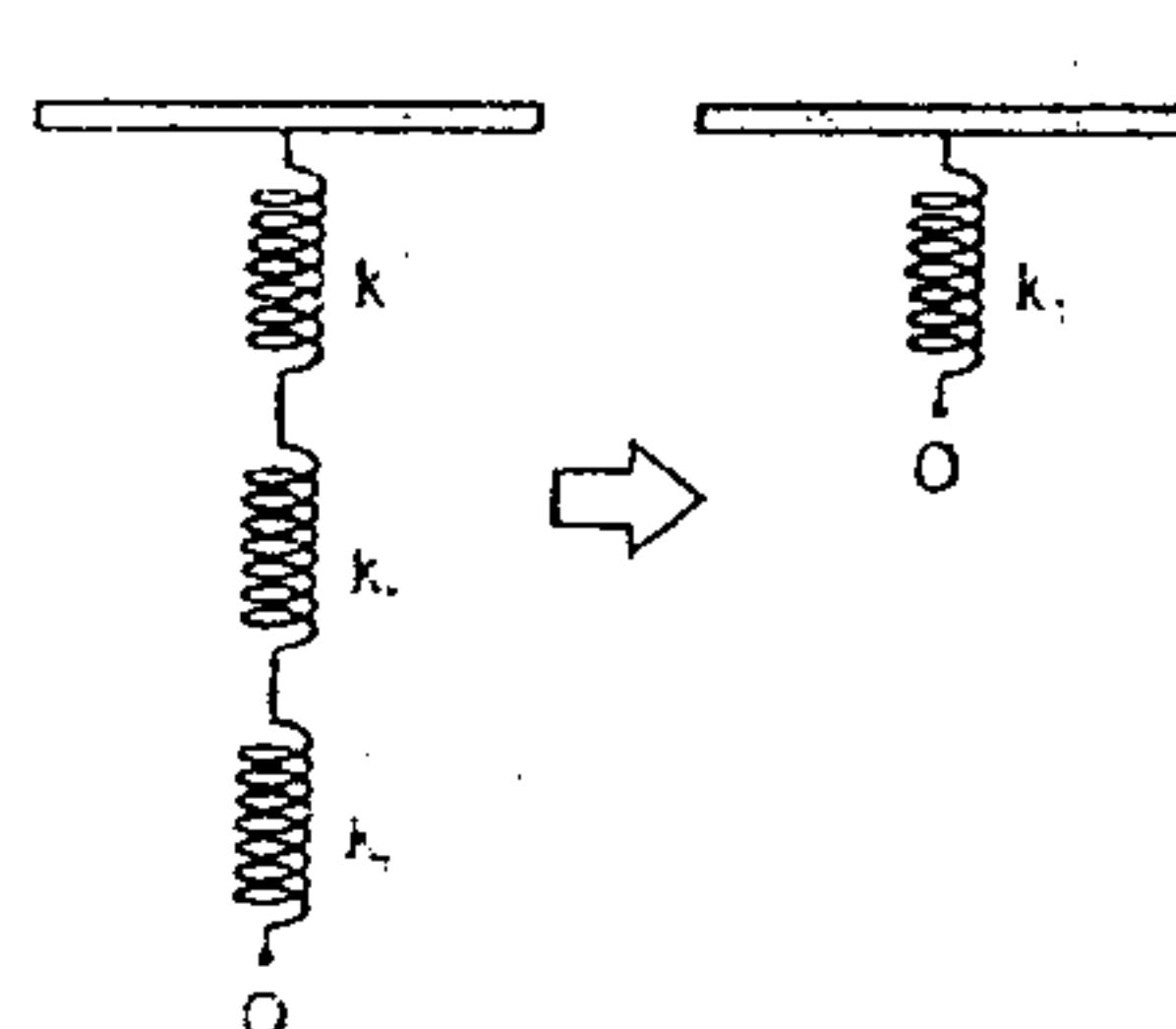


نمودار تغییرات بزرگی (اندازه) نیروی کشسانی فنر بر حسب اندازه ای تغییر طول آن (تا حد کشسانی فنر) به صورت روبه رو است ($F = kx$)

$$\text{شیب نمودار} = \frac{\Delta F}{\Delta x} = k$$

اتصال فنرها:

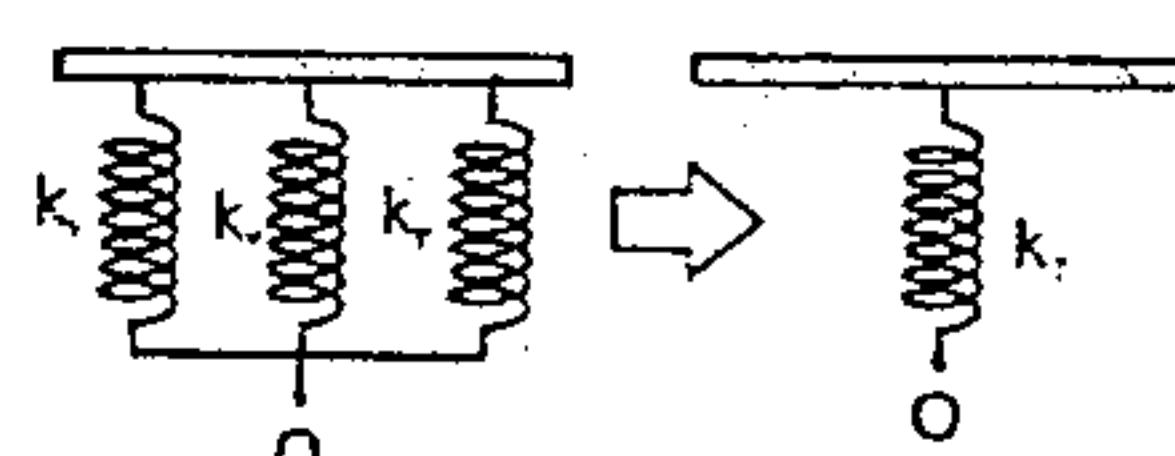
اگر چند فنر به یکدیگر وصل شده باشند، فنری که جایگزین مجموعه فنرها می شود و به تنها یک همان تاثیر مجموعه فنرها را داشته باشد فنر معادل نام دارد. ثابت نیروی فنر معادل را با k_T نمایش می دهیم.



۱- اتصال سری: اگر فنرها به صورت سری (مطابق شکل) به یکدیگر وصل شده باشند، نیروی کشسانی فنرها، یکسان و برابر نیروی کشسانی فنرها معادل است. از طرفی این نیروها به هر یک از فنرها تغییر طولی می دهد که تغییر طول فنر معادل، برابر مجموع تغییر طول فنرها است.

$$\begin{cases} F_T = F_1 = F_2 = F_3 = \dots \\ x_T = x_1 + x_2 + x_3 + \dots \end{cases} \Rightarrow \frac{F_T}{k_T} = \frac{F_1}{k_1} + \frac{F_2}{k_2} + \frac{F_3}{k_3} + \dots \Rightarrow \frac{1}{k_T} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots$$

توجه داشته باشید که در این حالت ثابت فنر معادل، از ثابت هر یک از فنرها، کوچکتر است.



۲- اتصال موازی: در این نوع اتصال، تغییر طول فنرها یکسان است. اما نیروی که مجموعه ای فنرها بر نقطه O وارد می کنند، برابر مجموع نیروی کشسانی فنرها است.

$$\begin{cases} x_T = x_1 = x_2 = x_3 = \dots \\ F_T = F_1 + F_2 + F_3 + \dots \end{cases}$$

$$\Rightarrow k_T x_T = k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3 + \dots \Rightarrow k_T = k_1 + k_2 + k_3 + \dots$$

توجه داشته باشید که در این حالت ثابت نیروی فنر معادل از ثابت نیروی هر یک از فنرها بزرگتر است.

انرژی ذخیره شده در فنر:

اگر به فنر با ثابت k نیرویی اعمال کنیم که از صفر به F برسد و فنر به اندازه x تغییر طول دهد، انرژی ذخیره شده در فنر از رابطه زیر به دست می آید.

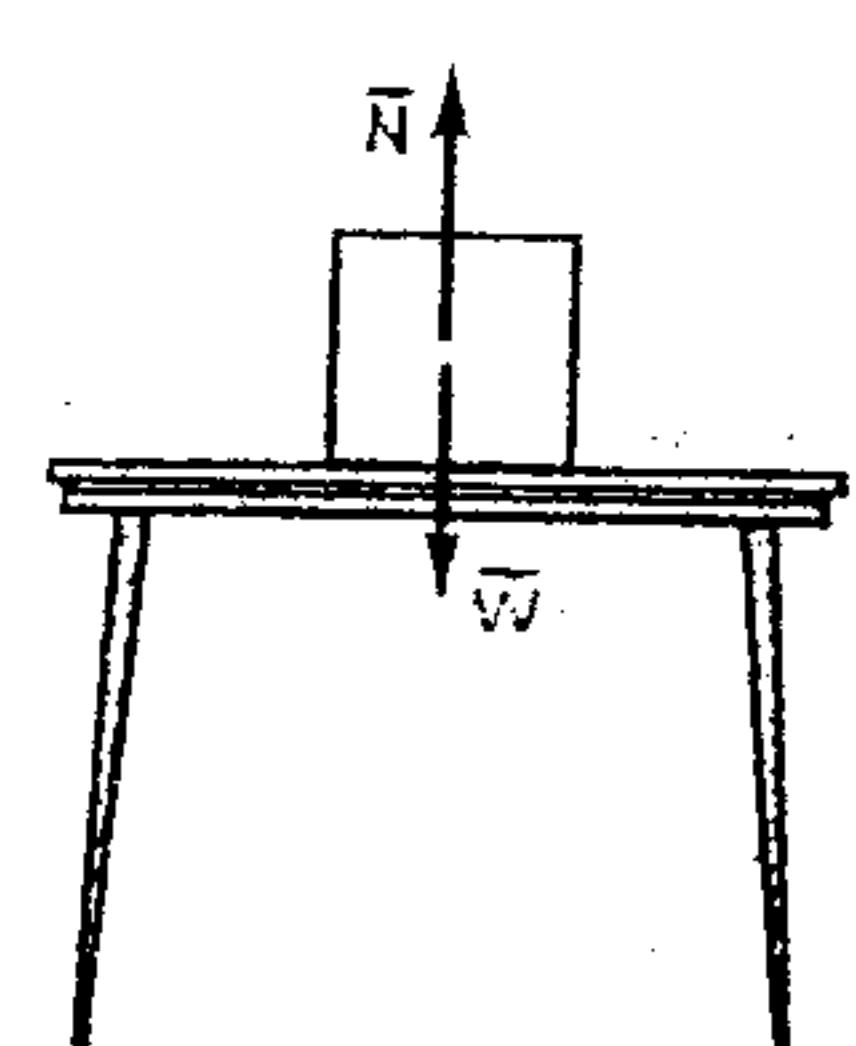
$$U = \frac{1}{2} Fx = \frac{1}{2} kx^2$$

نیروی اصطکاک :

هرگاه دو جسم که با هم در تماس هستند تمايل به لغزش روی یکدیگر داشته باشند (چه ساکن بمانند و چه حرکت کنند) در سطح تماس، به هر یک از دو جسم نیرویی از طرف جسم دیگر وارد می شود که با حرکت دو جسم نسبت به هم مخالفت می کند. این نیروها که موازی سطح تماس (در خلاف جهت یکدیگر) به هر یک از دو جسم وارد می شوند نیروی اصطکاک نام دارند. حال اگر دو جسم نسبت به هم ساکن بمانند نیروی اصطکاک ایستایی می نامیم و آن را بنماد f نمایش می دهیم و

اگر دو جسم نسبت به هم در حرکت باشند، نیروی اصطکاک را اصطکاک جنبشی می نامیم و آن را بنماد \bar{f} نمایش می دهیم.

۱- اصطکاک ایستایی: مطابق شکل جسمی روی یک میز افقی قرار دارد اگر نخواهیم جسم را نسبت به میز حرکت دهیم اصطکاک صفر است. و بر جسم فقط نیروی عمودی تکیه گاه وزن جسم (W, N) وارد می شود، که چون جسم ساکن است بزرگی این دو نیروی ساکن و برآیند آنها صفر است.

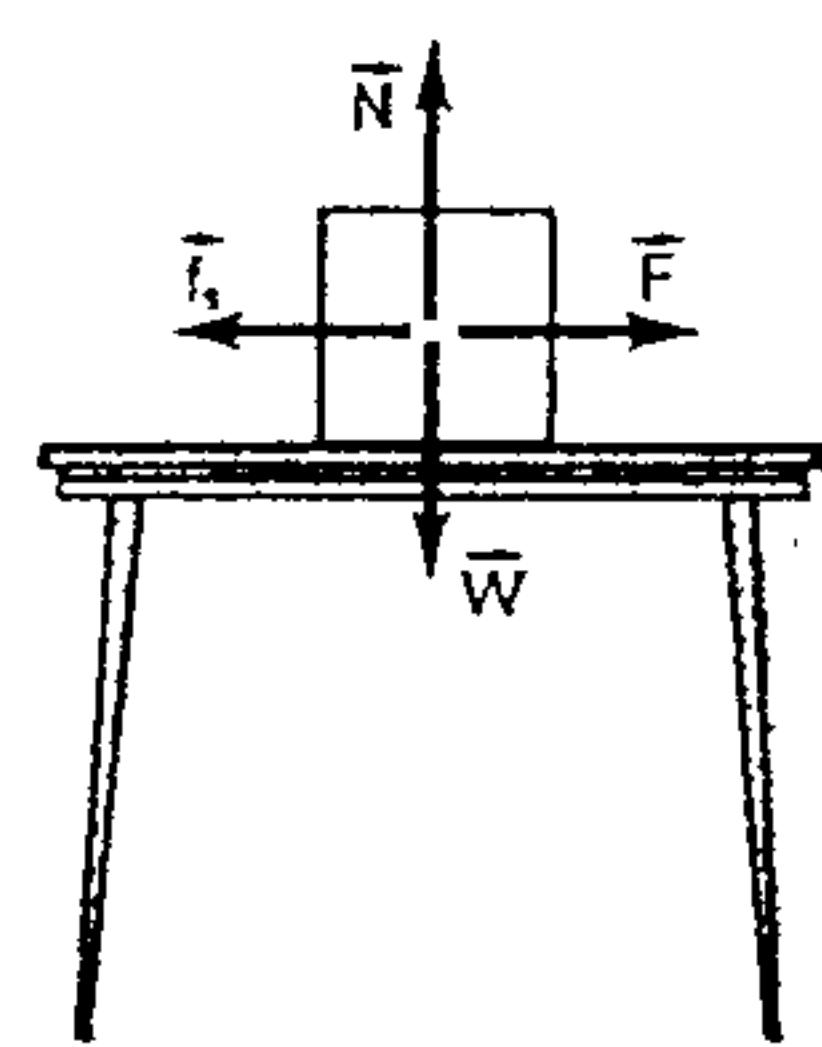


حال اگر مطابق شکل (ب) نیرویی موازی سطح تماس به جسم وارد شود اما جسم ساکن بماند، بنا به قانون دوم نیوتون باید برآیند

نیروهایی وارد بر جسم صفر باشد، بنابراین باید نیرویی افقی مانند \bar{f} به جسم وارد شده باشد تا با خنثی کردن اثر نیروی F مانع شتاب گرفتن و حرکت جسم شده باشد به این نیرو نیروی اصطکاک ایستایی می گوییم.

$$F - f_s = ma = m \times 0 = 0 \Rightarrow f_s = F$$

اگر اندازه‌ی نیروی F را کمی زیادتر کنیم و لی باز جسم نسبت به میز حرکت نکند نیروی اصطکاک همچنان از نوع ایستایی بوده و اندازه‌ی آن با اندازه‌ی جدید نیروی F برابر است.



(ب)

نیروی اصطکاک ایستایی با افزایش نیروی F افزایش می‌یابد و تا زمانی که جسم ساکن است همواره $F = f_s$.

نیروی اصطکاک ایستایی دارای مقدار بیشینه‌ای است که به آن نیروی اصطکاک در آستانه‌ی حرکت گفته می‌شود و با $f_{s\max}$ نشان داده می‌شود.

از این نشان می‌دهد که اندازه‌ی نیروی اصطکاک در آستانه‌ی حرکت را می‌توان از رابطه‌ی زیر به دست آورد.

$$f_{s\max} = \mu_s N$$

در این رابطه N نیروی عمودی تکیه گاه است و μ_s ضریب اصطکاک ایستایی نام دارد.

نتیجه بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی بین صفر تا N μ_s می‌تواند تغییر کند ($0 \leq f_s \leq \mu_s N$)

نکته‌های مهم

۱- نیروی اصطکاک در آستانه‌ی حرکت:

(الف) به مساحت سطح تماس واقعی دو جسم بستگی دارد.

(ب) به مساحت سطح تماس ظاهری دو جسم بستگی ندارد.

(ج) به نیروی عمودی تکیه گاه بستگی دارد (این نیرو باعث می‌شود که سطح تماس واقعی دو جسم افزایش یابد).

(د) به جنس سطح تماس دو جسم و همچنین صافی و زبری آنها نیز بستگی دارد.

(ه) به دمای دو جسم و همچنین میزان رطوبت هوا نیز بستگی دارد.

۲- جهت نیروی اصطکاک ایستایی را بعد از رسم سایر نیروها، با استفاده از قوانین نیوتون در حرکت مشخص می‌کنیم.

۲- نیروی اصطکاک جنبشی: بگذرید بازگشتی داشته باشیم به شکل (ب) در درسنامه‌ی اصطکاک ایستایی، در آن شکل جسمی روی سطح افقی میزی قرار گرفته بود و توسط نیروی افقی F کشیده می‌شد. اگر نیروی F از $f_{s\max}$ بیش تر باشد جسم حرکت می‌کند و از این لحظه به بعد اصطکاک بین دو جسم از نوع جنبشی می‌باشد که آن را با نماد $f_k = \mu_k N$ می‌دهیم مقدار اصطکاک جنبشی از رابطه‌ی رو به رو به دست می‌آید.

در این رابطه N نیروی عمودی تکیه گاه است و μ_k ضریب اصطکاک جنبشی نام دارد.

نکته‌های مهم

۱- نیروی اصطکاک جنبشی نیز مانند نیروی اصطکاک در آستانه‌ی حرکت به سطح تماس واقعی دو جسم، نیروی عمودی تکیه گاه، جنس سطح تماس دو جسم و همچنین صافی و زبری آنها، و به دمای سطح تماس دو جسم و رطوبت هوا بستگی دارد ولی به سطح تماس ظاهری دو جسم بستگی ندارد.

۲- تجربه نشان می‌دهد، که ضریب اصطکاک جنبشی بین دو سطح معین از ضریب اصطکاک ایستایی بین آن دو سطح کوچک‌تر است. بنابراین بزرگی نیروی اصطکاک جنبشی کوچک‌تر از بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه‌ی حرکت است.

۳- جهت نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر یک جسم، در خلاف جهت حرکت آن جسم نسبت به سطحی است که با آن تماس دارد.

۴- با توجه به مطالب گفته شده در مورد این دو نوع اصطکاک (ایستایی و جنبشی) نمودار تغییرات بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر جسم بر حسب تغییرات F به شکل رو به رو است. ابتدا نیروی محركی به جسم وارد نمی‌شود $f = 0$ است. با وارد شدن نیروی F تا زمانی که جسم ساکن است بزرگی اصطکاک و بزرگی نیروی F باهم برابر هستند ($F = f$) در نتیجه نمودار آن خط راست است با شیب یک که از مبدأ می‌گذرد.

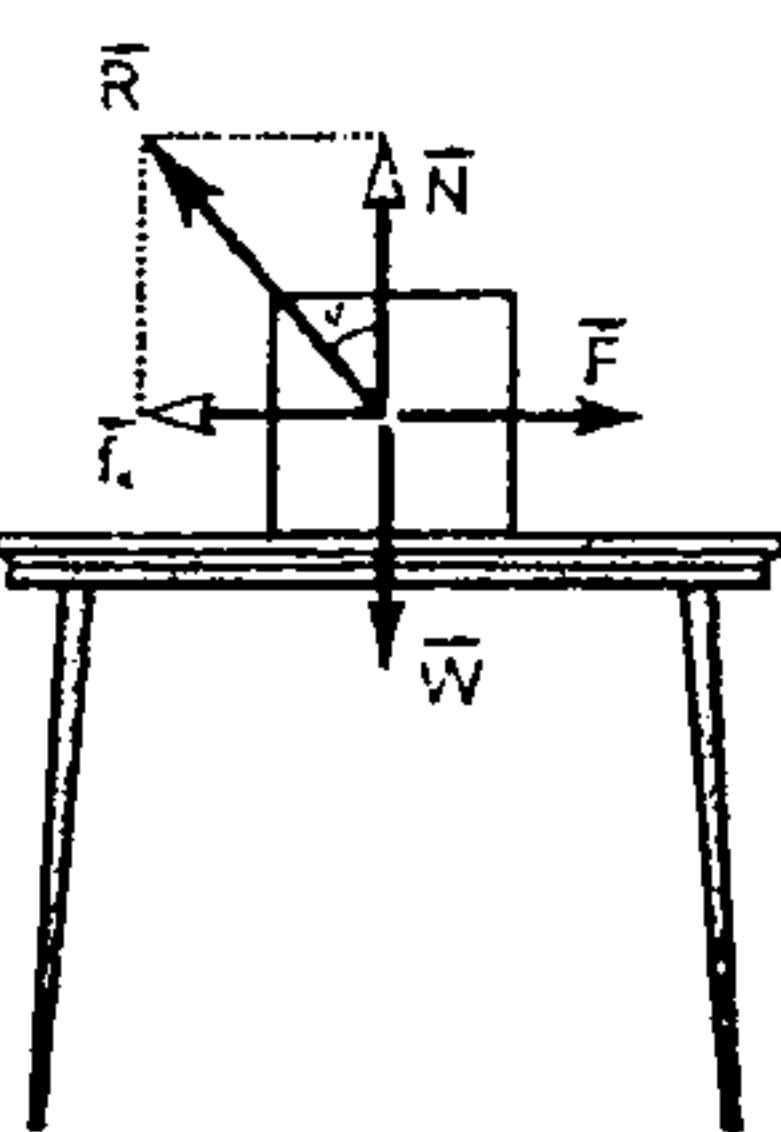
اگر بزرگی نیروی F از بیشینه‌ی اصطکاک ایستایی بیش تر شود جسم به حرکت در می‌آید و نیروی اصطکاک وارد بر آن نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) می‌شود و چون $\mu_s < \mu_k$ آنگاه $f_k < f_{s\max}$ خواهد بود. و از این به بعد با افزایش F نیروی اصطکاک جنبشی تقریباً ثابت می‌ماند.

۵- با توجه به نکته شماره (۴) اگر در مسئله خواستید نیروی اصطکاک را محاسبه کنید، باید بینندی در کدام وضعیت قرار داریم. حال اگر در مسئله وضعیت جسم مشخص نباشد، برای اینکه بینیم جسم ساکن است یا در حال حرکت ابتدا با توجه به رابطه $N = f_s \mu_s$ مقدار f_s را به دست می‌آوریم. که سه حالت ممکن است اتفاق بیفتد.

۱ - اگر $f_d < F$ (محرك) آنگاه جسم ساکن است و نیروی اصطکاک از نوع ایستایی و بزرگی آن با بزرگی نیروی محرك برابر است.

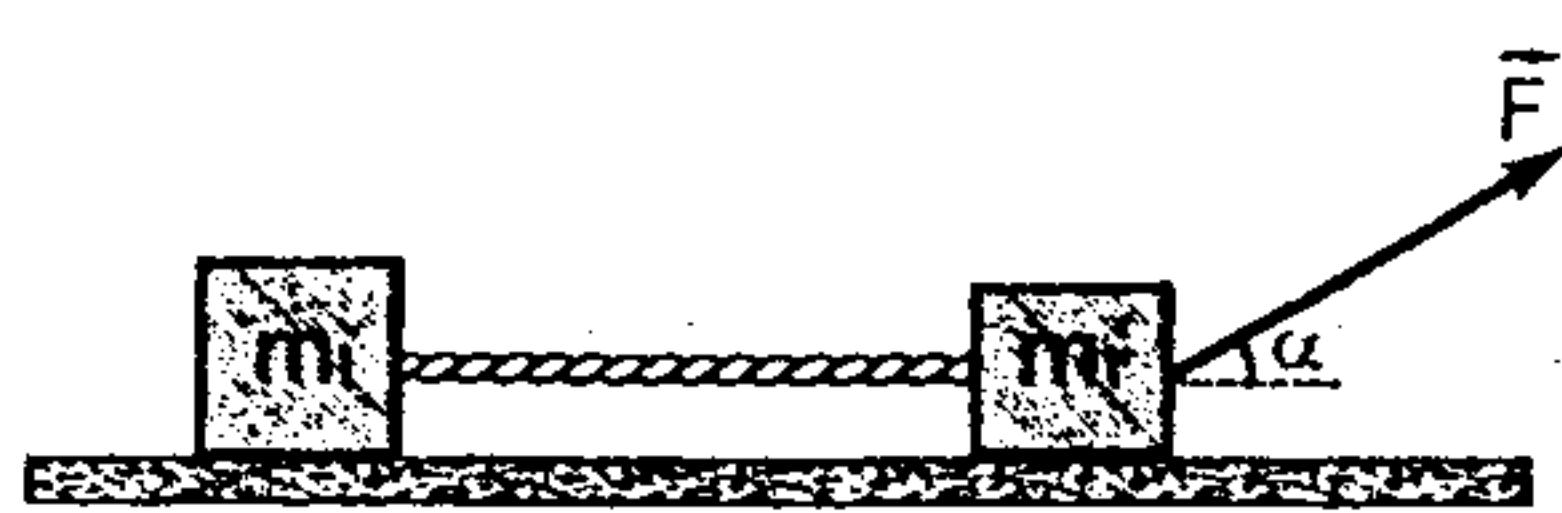
۲ - اگر $f_d = F$ (محرك) آنگاه جسم در استانه هی حرکت است و نیروی اصطکاک از نوع ایستایی و بزرگی آن برابر است با $N_{d, \mu} = f_d$

۳ - اگر $f_d > F$ (محرك) آنگاه جسم در حال حرکت است و نیروی اصطکاک از نوع جنبشی و بزرگی آن برابر است با $N_{\mu, k} = \mu_k N$



۴ - در تعریف نیرو به شما گفتیم که نیرو نتیجهٔ تأثیر متقابل اجسام بر یکدیگر است بنابراین برای تماش نیروهای وارد بر هر جسم ابتدا باید معین کنیم چه اجسامی بر آن تأثیر می‌گذارند در شکل رویه‌رو به غیر از نیرویی که ما به جسم وارد می‌کنیم (F) زمین و سطح میز به جسم نیرو وارد می‌کنند، از طرف زمین نیروی (W) بر جسم وارد می‌شود و از طرف سطح میز نیروهای f_d یعنی اصطکاک جنبشی و (N) یعنی نیروی عمودی تکیه گاه، شاید برسید: چطور سطح میز می‌تواند دونیرو به جسم وارد کند؟ که در جواب به این سوال شما باید بگوییم که سطح میز در حقیقت فقط یک نیرو بر جسم وارد می‌کند که واکنش سطح نامیده می‌شود و آن را با R نمایش می‌دهیم، ولی ما با دو مؤلفهٔ آن که یکی مولزی سطح میز است (نیروی اصطکاک) و دیگری عمود بر آن (نیروی عمودی تکیه گاه) کار داریم، فرمول نیروی اصطکاک نشان می‌دهد که این دونیرو دارای یک منشا هستند.

کاربرد قانون‌های نیوتن در مسأله‌های دینامیک :



برای حل مسأله‌های دینامیک پیشنهاد می‌شود که مرحله‌های زیر را به ترتیب اجرا کنید، تا حل مسأله‌ها راحت‌تر انجام شود:

- ۱ - جسم یا مجموعه‌ای از چند جسم را که می‌خواهیم قانون دوم نیوتن را دربارهٔ آن به کار ببریم انتخاب کرده و آن را دستگاه می‌نامیم.

(انتیاط): در صورتی می‌توانیم مجموعه‌ای از چند جسم متصل به هم را به عنوان دستگاه انتخاب کنیم، که شتاب آنها از نظر بزرگی (اندازه) و جهت یکسان باشد، در غیر این صورت حق نداریم آنها را یک دستگاه در نظر بگیریم.

برای مثال در شکل بالا مجموعه‌ی دو جسم و طناب متصل به آنها یک دستگاه است و هر یک از دو جسم یا طناب نیز می‌تواند دستگاه مورد نظر باشد.

۲ - نیروهای وارد بر دستگاه انتخاب شده را رسم می‌کنیم.

(انتیاط): اگر مجموعه‌ای از چند جسم را به عنوان دستگاه انتخاب کنیم نیازی به رسم نیروهای داخلی (نیروهایی که اجزای دستگاه به هم وارد می‌کنند) نیست زیرا همانطور که پیش از این نیز گفته شد نیروهای داخلی یک دستگاه نمی‌توانند به دستگاه شتاب دهند.

یادآوری: پیش از این گفتیم که نیرو نتیجهٔ تأثیر متقابل اجسام بر یکدیگر است، بنابراین برای مشخص کردن نیروهای وارد بر دستگاه، باید بینیم چه اجسامی بر دستگاه تأثیر می‌گذارند، برای مثال در شکل بالا اگر مجموعهٔ دو جسم و طناب متصل به آنها را به عنوان دستگاه انتخاب کنیم، تکیه گاه و کره‌ی زمین به جسم نیرو وارد می‌کنند، توجه داشته باشید که در این حالت نیازی به رسم نیروهایی که طناب به جسم‌ها یا جسم‌ها به طناب وارد می‌کنند نیست زیرا این نیروها جزو نیروهای داخلی دستگاه هستند، و اگر دستگاه را جرم m_1 انتخاب کنیم طناب متصل به آن، تکیه گاه و کره‌ی زمین به آن نیرو وارد می‌کنند.

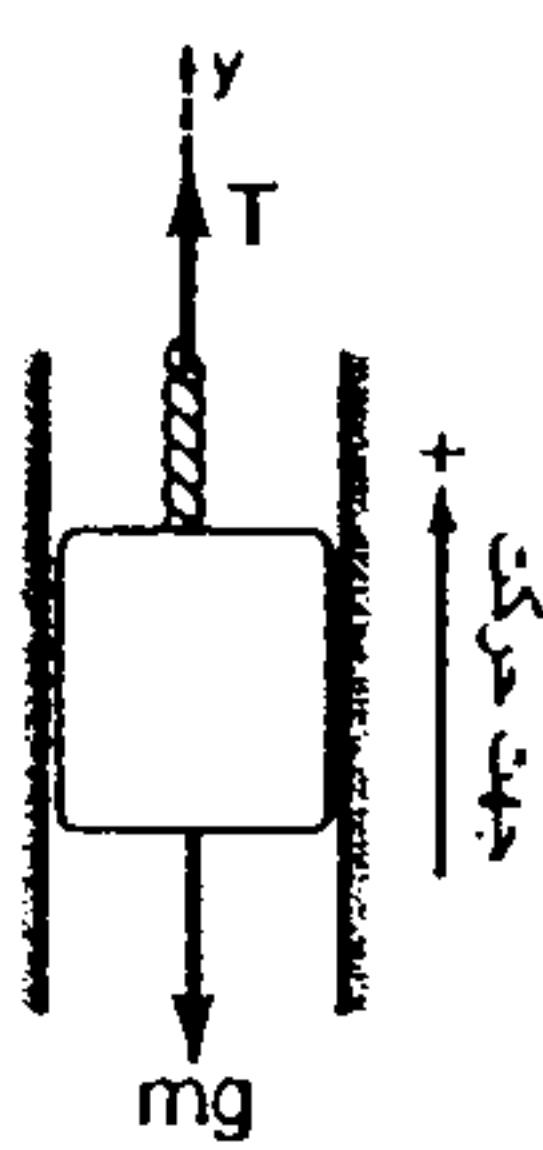
۳ - یک دستگاه محورهای مختصات انتخاب می‌کنیم به طوری که یک محور آن در راستای شتاب دستگاه باشد و محور دوم را عمود بر آن انتخاب می‌کنیم، انتخاب جهت محورها دلخواه است و در نتیجهٔ محاسبه‌ها تأثیر ندارد، سپس نیروهای وارد بر دستگاه را از مبدأ مختصات رسم می‌کنیم و در صورت لزوم نیروهای وارد بر جسم را روی دو محور انتخابی تصویر کرده و بزرگی مؤلفه‌های آن را محاسبه می‌کنیم.

۴ - طبق قانون دوم نیوتن برآیند نیروها روی محور دیگر صفر است، برای مثال اگر محور X هم راستا با شتاب، برابر Ma است که جرم کل دستگاه است و برآیند نیروها روی محور دیگر صفر است، بنابراین برآیند نیروها، روی محور هم راستا با شتاب، برابر Ma است.

$$\begin{cases} \sum F_x = Ma \\ \sum F_y = 0 \end{cases}$$

توجه داشته باشید که $\sum F_x$ و $\sum F_y$ جمع جبری مؤلفه‌ها در امتداد محورهای X و Y هستند اگر مؤلفه‌ای در جهت یک محور باشد اندازه‌ی آن با علامت مثبت و اگر در خلاف جهت محور باشد اندازه‌ی آن با علامت منفی در نظر گرفته می‌شود.

۲ - دینامیک اجسام در حرکت در راستای قائم :



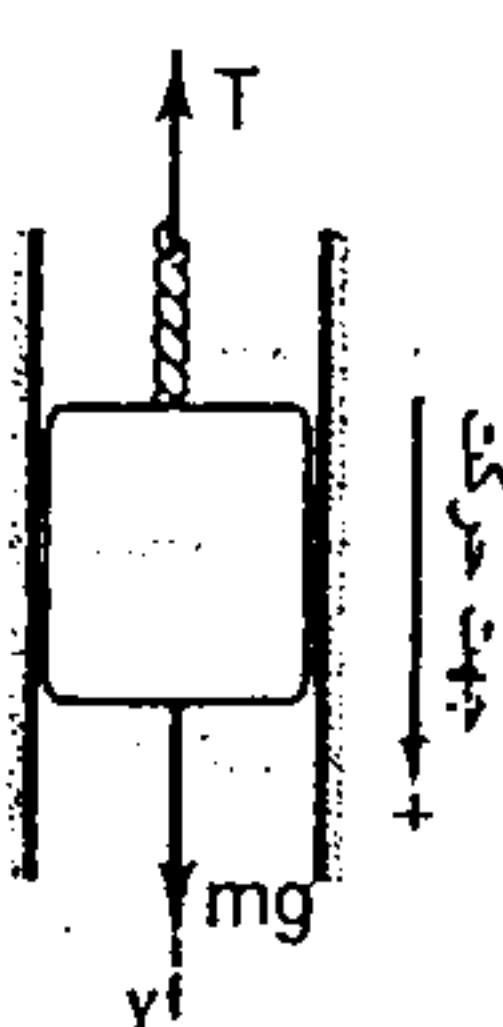
۱ - ۲ - تعیین کشش کابل آسانسور: آسانسور از یک اتاقک تشکیل شده است، که توسط کابل حرکت می‌نماید، برای به دست آوردن نیروی کشش کابل کافی است جهت حرکت را مثبت در نظر گرفته و قانون دوم نیوتون را برای آسانسور بنویسیم.

نیروی کشش کابل در حالت‌های مختلف به صورت زیر می‌باشد:

۱ - آسانسور با شتاب ثابت رو به بالا حرکت کند.

$$\sum F_y = ma_y \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T = m(g + a)$$

۲ - آسانسور با سرعت ثابت رو به بالا حرکت کند.



$$\sum F_y = ma = m \times 0 = 0 \Rightarrow T - mg = 0 \Rightarrow T = mg$$

۳ - آسانسور با شتاب ثابت رو به پائین حرکت کند.

$$\sum F_y = ma_y \Rightarrow mg - T = ma \Rightarrow T = m(g - a)$$

۴ - آسانسور با سرعت ثابت رو به پائین حرکت کند.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow mg - T = 0 \Rightarrow T = mg$$

۲ - ۲ - وزن ظاهری در آسانسور: پیش از این گفته شد که وزن یک جسم در صورتی تغییر می‌کند که g یا m تغییر کند گفته می‌شود که وزن جسم تغییر کرده است، به عنوان مثال شاید شنیده باشد که می‌گویند، جسمی که در مجاورت سطح زمین در حال سقوط آزاد است در حالت بی‌وزنی است ولی همان طور که می‌دانید در این حالت m یا g هر دو ثابت هستند، توجه داشته باشد که منظور از بی‌وزنی در این حالت صفر بودن وزن جسم نیست بلکه صفر بودن نیروی دیگری به نام وزن ظاهری است که طبق تعریف «وزن ظاهری نیرویی است که جسم به سطح تکیه گاه خود وارد می‌کند» و چون نیروی وزن ظاهری و نیروی عمودی سطح دو نیروی کنش و واکنش هستند، برای محاسبه‌ی اندازه‌ی وزن ظاهری می‌توانیم اندازه‌ی نیروی عمودی تکیه گاه را به دست آوریم. حالا می‌توانیم بگوییم چرا یک جسم که در مجاورت سطح زمین در حال سقوط آزاد است در حالت بی‌وزنی است؟ زیرا هنگامی که یک جسم در حال سقوط آزاد است روی سطحی تکیه ندارد و هیچ نیروی دیگری به جز نیروی جاذبه به جسم وارد نمی‌شود.

آبا چنرازی که سقوط می‌کند حالت بی‌وزنی را حس می‌کند با خیر! خیر زیرا همان طور که پیش از این گفتیم برای آنکه جسمی بی‌وزن شود باید شرایطی فراهم کرد که در آن هیچ نیروی دیگری به جز نیروی جاذبه بر جسم وارد نشود اما در اینجا یک نیروی دیگر به جز نیروی جاذبه در کار است و آن هم مقاومت هواست. حال فرض کنید شخص به جرم m درون یک آسانسور قرار دارد می‌خواهیم وزن ظاهری شخص را در حالت‌های مختلف محاسبه می‌کنیم.



$$\sum F_y = ma \Rightarrow N - mg = ma \Rightarrow N = m(g + a)$$

پاسخ ۱ - آسانسور با شتاب ثابت رو به بالا حرکت کند.

$$N = mg' \Rightarrow mg' = m(g + a) \Rightarrow g' = g + a$$

۱ - شتاب ظاهری (شتاب جسم در داخل آسانسور)

$$N - mg = m \times 0 = 0 \Rightarrow N = mg \Rightarrow g' = g$$

۲ - آسانسور با سرعت ثابت رو به بالا حرکت کند.



$$\sum F_y = ma \Rightarrow mg - N = ma \Rightarrow N = m(g - a) \Rightarrow g' = g - a$$

۳ - آسانسور با شتاب ثابت رو به پائین حرکت کند.

$$mg - N = m \times 0 = 0 \Rightarrow N = mg \Rightarrow g' = g$$

۴ - آسانسور با سرعت ثابت رو به پائین حرکت کند.

نتیجه: هنگامی که جسمی داخل آسانسور قرار دارد اگر آسانسور شتاب a به سمت بالا داشته باشد، وزن جسم $m(g + a)$ احساس خواهد شد، پس در صورتی که حرکت تند شونده و به سمت بالا باند a با g جمع می‌شود و در تمام روابط $a + g$ جایگزین g می‌شود. اگر در حرکت هر کدام از این دو مورد یعنی تند شونده و یا به بالا بودن، وارونه شوند علامت a قرینه می‌شود.

تعادل

در کتابهای درسی دوره‌ی دبیرستان در بررسی‌های سینماتیک و دینامیک جسم‌ها را به عنوان نقطه‌ی مادی یا ذره در نظر می‌گیریم یعنی جسم فقط حرکت انتقالی دارد. و حول محوری دوران ندارد. برای آن که چنین جسمی در حال تعادل باشد کافی است که شتاب حرکت آن صفر باشد (نسبت به دستگاه مختصات لخت ساکن و یا در حرکت یکنواخت روی خط راست) در این صورت طبق قانون دوم نیوتون برآیند نیروهای وارد بر جسم ضفر است. ($\sum F = 0$) در نتیجه اگر نیروهای وارد بر جسم را روی هر محور دلخواهی تصویر کنیم جمع جبری مؤلفه‌های نیروهای وارد بر جسم ضفر است. ($\sum F_y = 0$ ، $\sum F_x = 0$)

- برای حل مسأله‌های تعادل باید مرحله‌های زیر را به ترتیب اجرا کنید.

- نیروهای وارد بر جسم در حال تعادل را مشخص می‌کنیم.

- دستگاه‌های محورهای مختصات مناسبی را انتخاب کرده و نیروهای وارد بر جسم را از مبدأ مختصات رسم می‌کنیم و در صورت لزوم نیروها را تجزیه می‌کنیم.

- جمع جبری مؤلفه‌ها را در امتداد محورهای مختصات برابر صفر قرار می‌دهیم. ($\sum F_y = 0$ ، $\sum F_x = 0$) و از حل دو معادله‌ی به دست آمده مجھول‌های مسأله را محاسبه می‌کنیم.

ماشین آنود:

ماشین آنود از یک قرقره‌ی سبک تشکیل شده است که ریسمان سبکی از داخل شیار آن عبور کرده و به هر یک از دو سر ریسمان وزنه‌ای بسته شده و اصطکاک محور قرقره ناچیز است.

۱- بزرگی و جهت شتاب: مطابق شکل روبرو دو وزنه به جرم‌های m_1 و m_2 از دو سر ریسمانی که از روی یک قرقره ثابت (کار این قرقره تغییر جهت حرکت دستگاه می‌باشد) گذشته ایزیان شده‌اند اگر $m_2 > m_1$ و وزنه‌ها از حال سکون رها شوند. وزنه‌ی m_1 پایین آمد و وزنه‌ی m_2 بالا می‌رود. محور y را قائم و به طرف بالا در نظر می‌گیریم. چون طول ریسمان ثابت است بزرگی جابجا‌یی وزنه‌ها در یک بازه‌ی زمانی مشخص برابر است اما جابجا‌یی وزنه‌ی m_1 منفی و جابجا‌یی وزنه‌ی m_2 مثبت است پس داریم:

$$\vec{y}_2 = -\vec{y}_1 \Rightarrow \frac{d^2 y_2}{dt^2} = -\frac{d^2 y_1}{dt^2} \Rightarrow a_2 = -a_1$$

یعنی شتاب دو وزنه هم اندازه ولی در خلاف جهت یکدیگر هستند. می‌توان نشان داد که نیروی کشش نخ در تمام طول آن یکسان است.

در شکل روبرو نیروهای وارد بر هر وزنه نشان داده شده است. قانون دوم نیوتون را برای هر یک از وزنه‌ها می‌نویسیم، در نتیجه داریم:

$$\sum F_y = m a_y \Rightarrow \begin{cases} T - m_1 g = m_1 (-a) \\ T - m_2 g = m_2 a \end{cases} \Rightarrow a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$$

۲- کشش نخ: حال یکی از وزنه‌ها را مورد بررسی قرار داده و کشش نخ را به دست می‌آوریم

$$T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

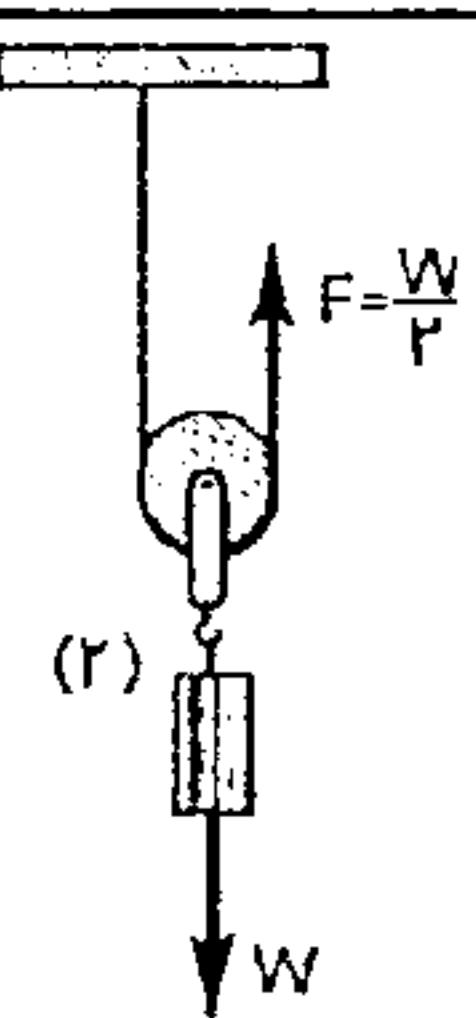
به منظور محاسبه‌ی کشش نخ بالای قرقره، قرقره را به تنها یکی به عنوان دستگاه انتخاب می‌کنیم. و چون جرم قرقره ناچیز است. باید برآیند نیروهای وارد بر آن ضفر باشد. در

غیر این صورت شتاب قرقره بی‌نهایت خواهد شد که غیر فیزیکی است.

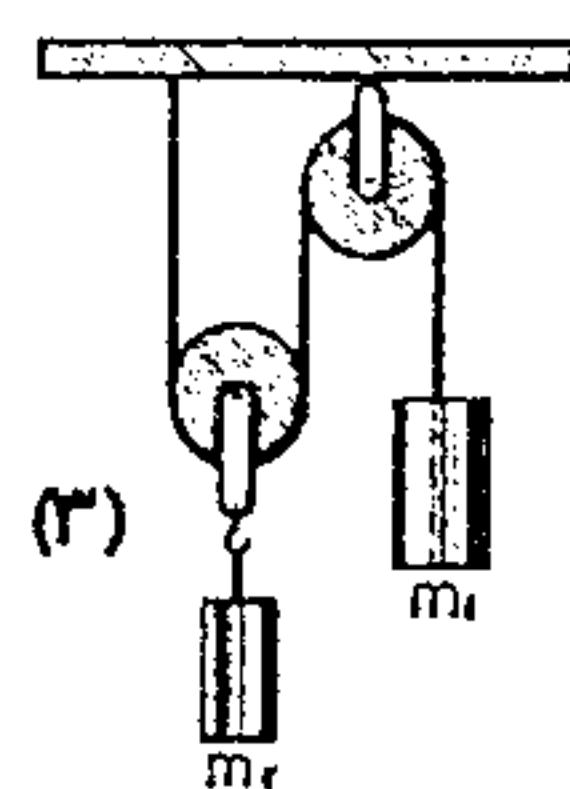
$$T' = 2T \Rightarrow T' = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

قرقره‌ی متحرک :

در قرقره‌ی متحرک با جابجا‌یی نیروی محرک قرقره نیز جابجا می‌شود. شکل (۱) یک قرقره‌ی ثابت را نشان می‌دهد. در این جا نیرویی به بزرگی $F = W$ لازم است تا دستگاه به حال تعادل بماند، پس همان طور که گفته شد قرقره‌ی ثابت با تغییر دادن جهت نیرو به ما کمک می‌کند.



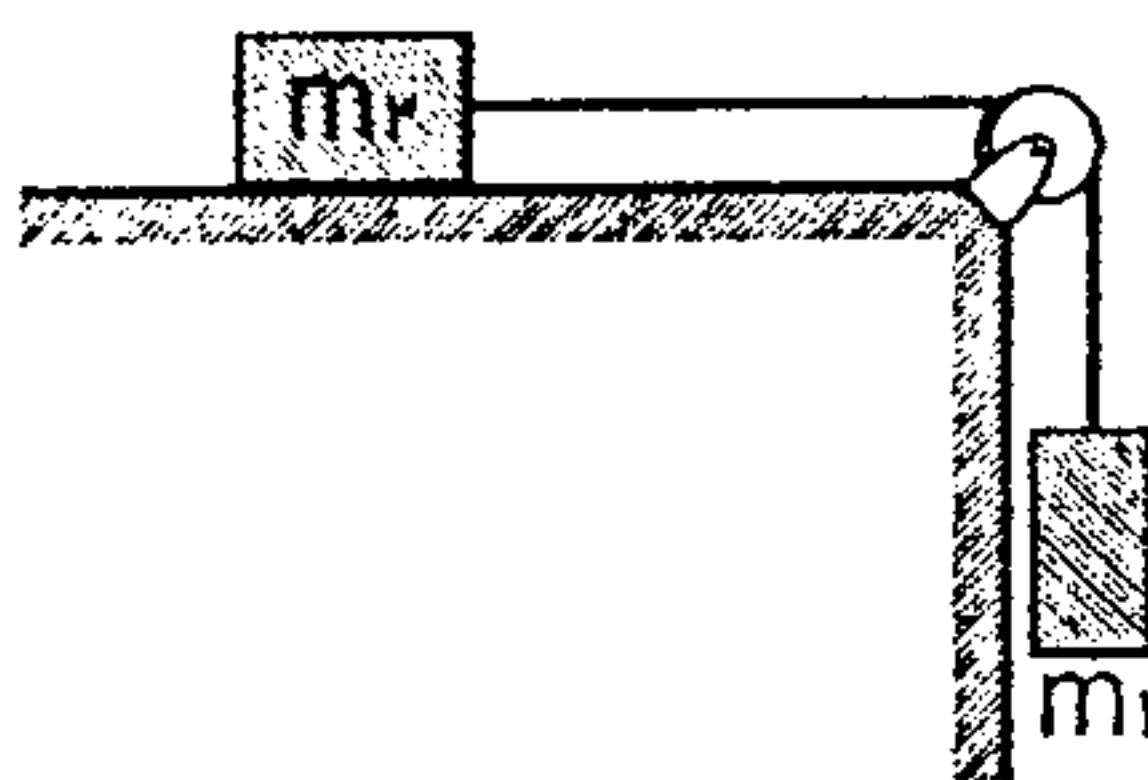
شکل (۲) یک قرقره متحرک را نشان می‌دهد که نیرویی به بزرگی $F = \frac{W}{2}$ لازم است. تا دستگاه به حال تعادل بماند. پس قرقره متحرک با کم کردن نیروی مقاوم به ما کمک می‌کند. حال شکل سوم را در نظر بگیرید که از یک قرقره متحرک و یک قرقره ثابت تشکیل شده است. اگر در یک بازدی زمانی مشخص وزنهای m_2 به اندازه m_2 جابجا شود، در این صورت به نخهای دو طرف قرقره متصل به وزنهای m_2 به اندازه m_2 ۲ نخ اضافه شده است و چون طول کل نخ ثابت است می‌توان گفت که در این بازدی زمانی وزنهای m_1 به اندازه m_2 ۲ نخ جابجا شده است و می‌توان نوشت:



$$y_1 = 2y_2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = \frac{2dy_2}{dt} \Rightarrow V_1 = 2V_2 \\ \frac{d^2y_1}{dt^2} = \frac{2d^2y_2}{dt^2} \Rightarrow a_1 = 2a_2 \end{cases}$$

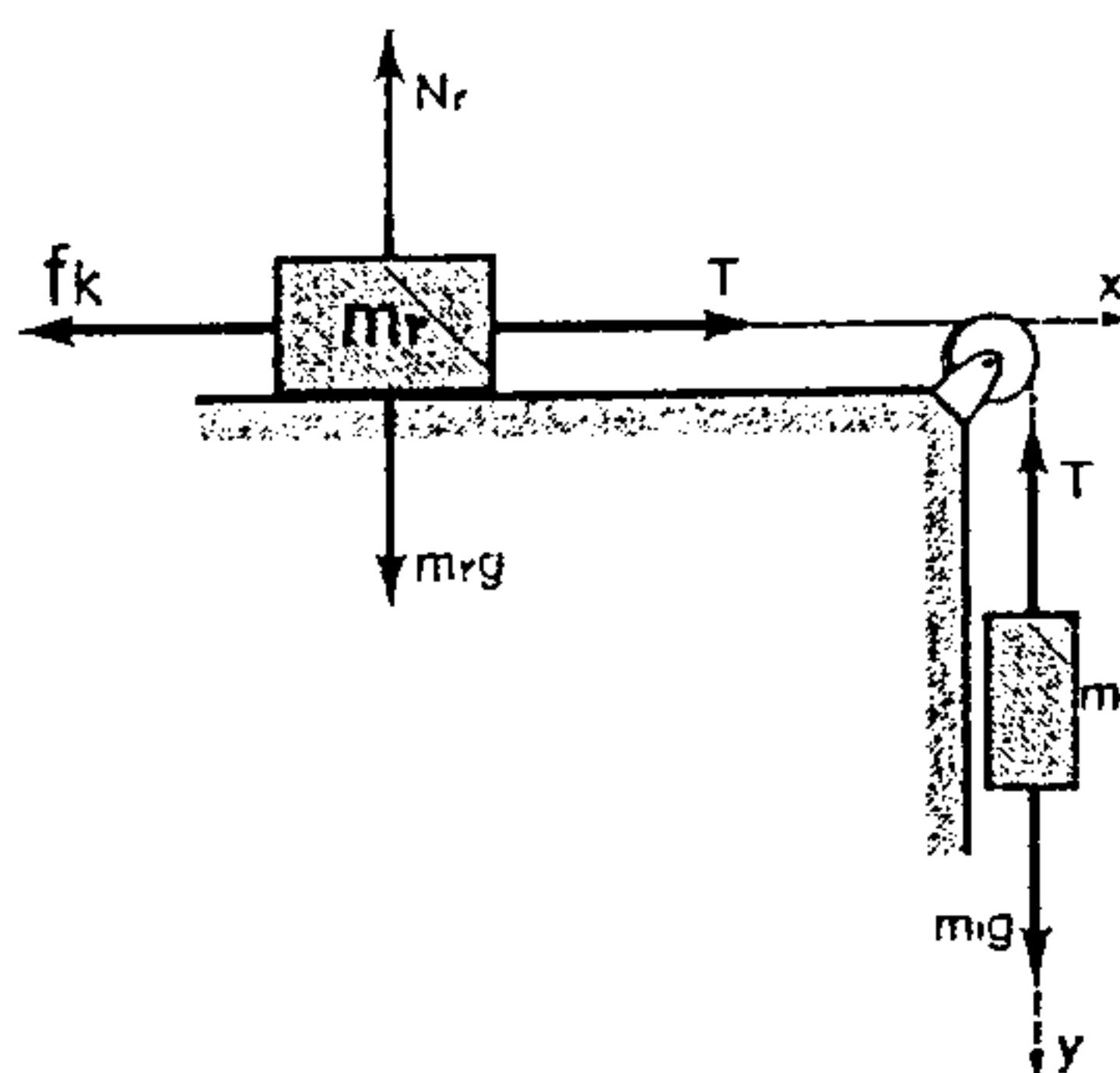
پس بزرگی سرعت و شتاب وزنهای m_1 دو برابر وزنهای m_2 است.

دینامیک حرکت اجسام در دو بعد:



به منظور محاسبه بزرگی شتاب در دستگاهی مطابق شکل روبرو از نظر اصولی نمی‌توانیم کل مجموعه را به عنوان دستگاه در نظر بگیریم زیرا شتاب حرکت وزنهای با هم برابر نیست (فقط بزرگی شتاب وزنهای یکسان است) بنابراین هر یک از وزنهای را جداگانه به عنوان دستگاه انتخاب کرده و قانون دوم نیوتون را برای آن می‌نویسیم و از حل دستگاه دو معادله دو مجهول به دست آمده بزرگی شتاب مجموعه را به دست می‌آوریم.

فرض کنید نیروی وزن وزنهای m_1 و m_2 ($m_1 g$) ($m_2 g$) از نیروی اصطکاک وزنهای m_2 با سطح افقی بیشتر باشد که در این صورت وزنهای m_2 به طور افقی و وزنهای m_1 در راستای قائم رو به پایین شتاب می‌گیرد و چون بزرگی شتاب دو وزنه یکسان است می‌توان نوشت:



$$\begin{aligned} a_{2y} &= 0 \Rightarrow N_2 = m_2 g \\ f_k &= \mu_k N_2 = \mu_k m_2 g \\ \left\{ \begin{array}{l} (\rightarrow) T - \mu_k m_2 g = m_2 a \\ (+\downarrow) m_2 g - T = m_2 a \end{array} \right. \Rightarrow a = \frac{(m_1 - \mu_k m_2)g}{m_1 + m_2} \end{aligned}$$

توجه برای حل تست نیاز به انجام مراحل بالا نیست و چون بزرگی شتاب دو وزنه یکسان است می‌توان کل مجموعه را به عنوان دستگاه انتخاب کرده و نوشت.

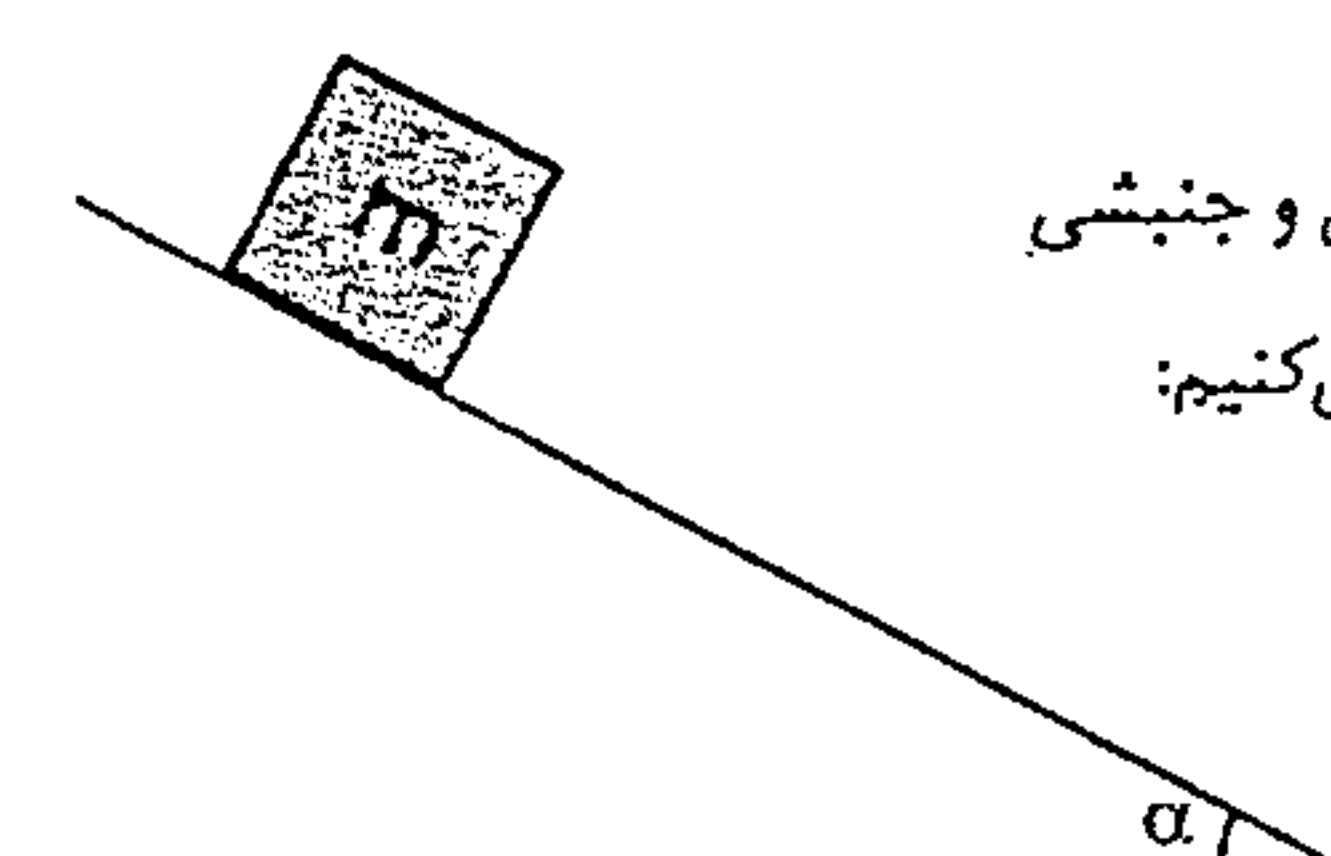
$$a = \frac{F_{\text{مجموع}}}{M_{\text{کل}}} = \frac{m_1 g - f_k}{m_1 + m_2}$$

برای به دست آوردن کشش نخ، یکی از وزنهای مثلاً m_1 را در نظر گرفته و می‌نویسیم (کشش کابل آسانسوری که از حال سکون پایین می‌آید)

$$T = m_1 (g - a)$$

و با جاگذاری مقدار a که از رابطهٔ قبلی به دست آمده مقدار کشش نخ را محاسبه می‌کنیم.

سطح شیبدار:



فرض کنید که جسمی به جرم m را روی سطح شیبداری که با افق زاویه‌ی α می‌سازد قرار می‌دهیم. اگر ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جسم و سطح شیبدار به ترتیب μ_s و μ_d باشد نیروی اصطکاک وارد بر جسم و شتاب حرکت را در حالت‌های زیر محاسبه می‌کنیم:

۱) جسم ساکن باشد

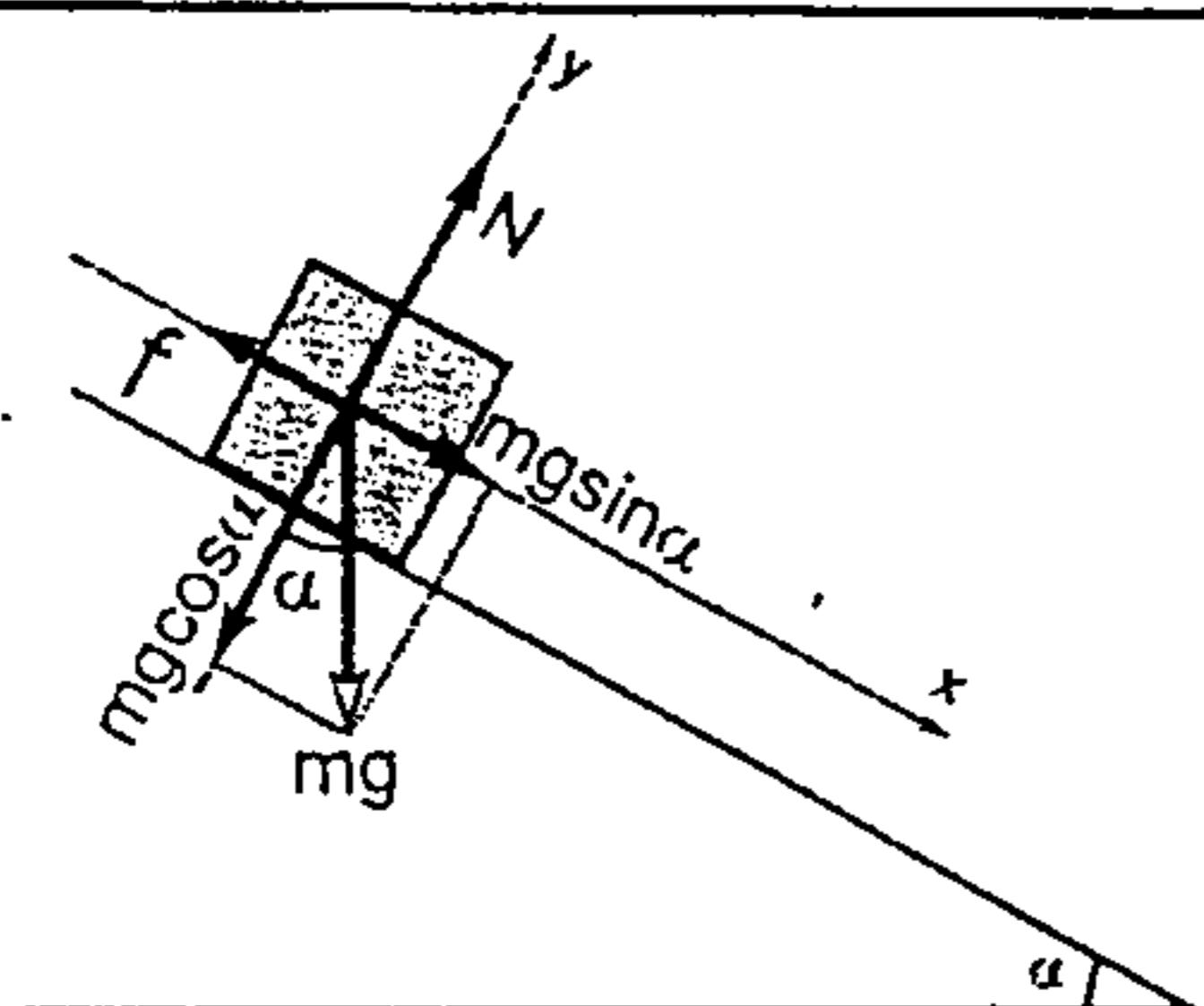
۲) جسم در آستانه‌ی حرکت قرار گیرد.

۳) جسم با سرعت ثابت به طرف پایین حرکت کند.

۴) جسم با شتاب ثابت به طرف پایین حرکت کند.

۵) جسم را از پایین سطح شیب دار با سرعت اولیه‌ی V_0 به طرف بالای سطح پرتاب کنیم.

در هر ۵ حالت به جسم m نیروهای وزن، عمودی تکیه گاه و اصطکاک وارد می‌شود.

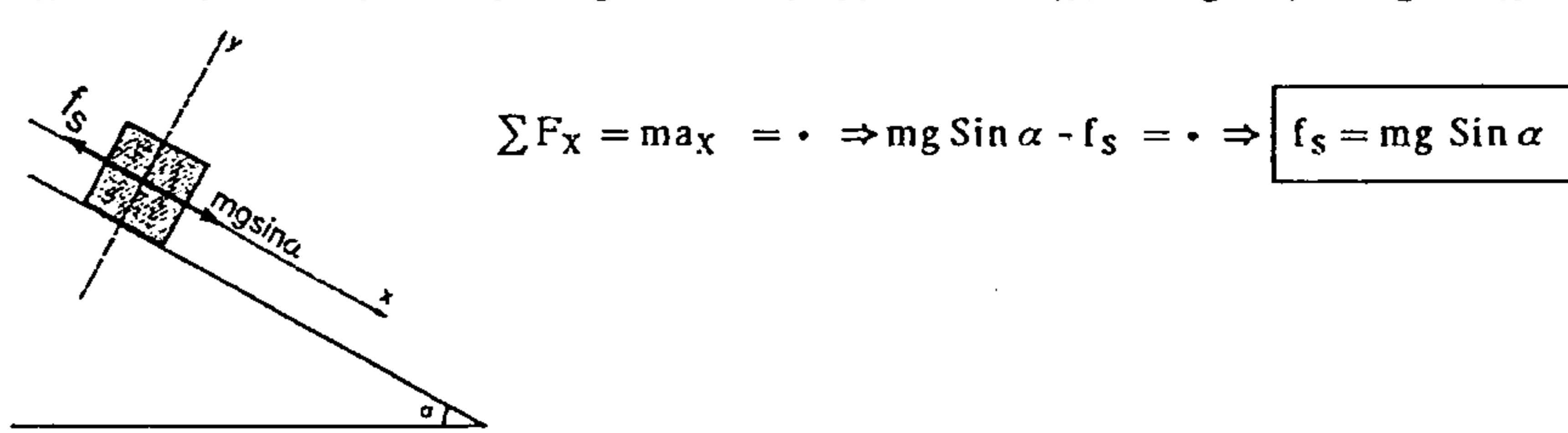


توجه کنید که سطح شیبدار یک نیرو به جسم وارد می‌کند اما برای سادگی در حل مسأله‌ها از مؤلفه‌های آن یعنی نیروی عمودی تکیه گاه و نیروی اصطکاک استفاده می‌کنیم.

اکنون دستگاه مختصاتی را در نظر بگیرید که محور X آن موازی سطح شیبدار و محور Y آن عمود بر سطح شیبدار باشد. چون نیروی وزن در امتداد هیچ یک از محورهای انتخابی نیست باید آن را به دو مؤلفه تجزیه کنیم. توجه کنید که زاویه‌ی نیروی وزن با محور Y همان زاویه‌ی سطح شیب دار با افق است زیرا اضلاع این دو زاویه بر هم عمود هستند. چون جسم در راستای عمود بر سطح شیبدار حرکت نمی‌کند در نتیجه شتاب جسم در امتداد محور Y صفر است و با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$a_y = 0 \Rightarrow \sum F_y = m a_y = 0 \Rightarrow N = mg \cos \alpha$$

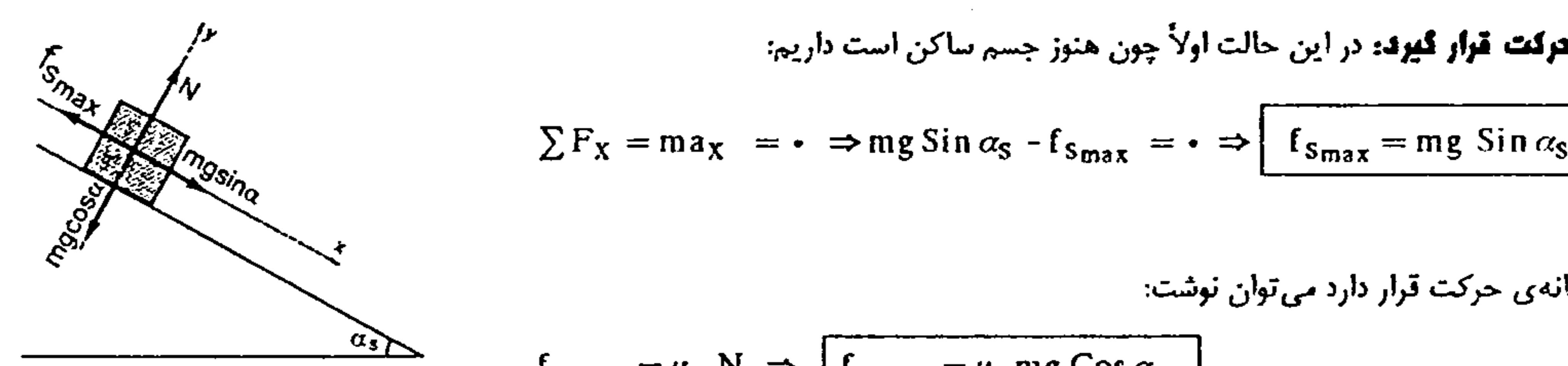
حالت (۱) جسم ساکن باشد: در این حالت چون جسم روی سطح شیبدار ساکن است، نیروی اصطکاک وارد بر جسم ایستایی است و شتاب حرکت جسم در امتداد محور X صفر می‌باشد در نتیجه:



$$\sum F_x = m a_x = 0 \Rightarrow mg \sin \alpha - f_s = 0 \Rightarrow f_s = mg \sin \alpha$$

رابطه‌ی بالا نشان می‌دهد که اگر زاویه‌ی α به تدریج افزایش یابد نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم نیز افزایش می‌یابد. این افزایش تا زمانی ادامه می‌یابد که نیروی اصطکاک ایستایی به بیشینه‌ی مقدار خود برسد یعنی جسم در آستانه‌ی حرکت قرار گیرد.

حالت (۲) جسم در آستانه‌ی حرکت قرار گیرد: در این حالت اولاً چون هنوز جسم ساکن است داریم:



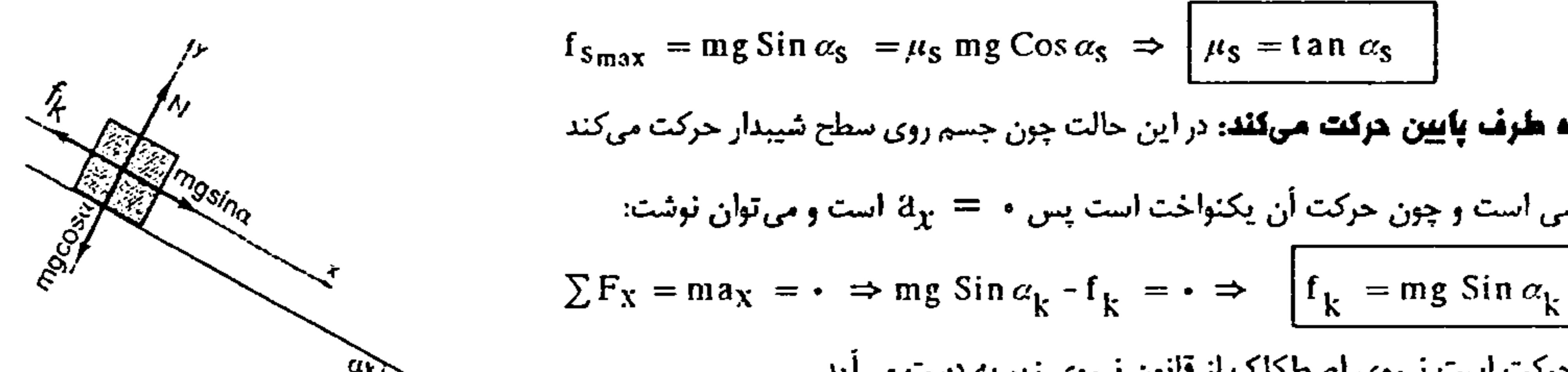
$$\sum F_x = m a_x = 0 \Rightarrow mg \sin \alpha_s - f_{s\max} = 0 \Rightarrow f_{s\max} = mg \sin \alpha_s$$

از طرف دیگر چون جسم در آستانه‌ی حرکت قرار دارد می‌توان نوشت:

$$f_{s\max} = \mu_s N \Rightarrow f_{s\max} = \mu_s mg \cos \alpha_s$$

بنابراین هنگامی که جسم در آستانه‌ی حرکت قرار دارد، نیروی اصطکاک را از هر دو رابطه‌ی بالا می‌توان محاسبه کرد پس:

$$f_{s\max} = mg \sin \alpha_s = \mu_s mg \cos \alpha_s \Rightarrow \mu_s = \tan \alpha_s$$



$$\sum F_x = m a_x = 0 \Rightarrow mg \sin \alpha_k - f_k = 0 \Rightarrow f_k = mg \sin \alpha_k$$

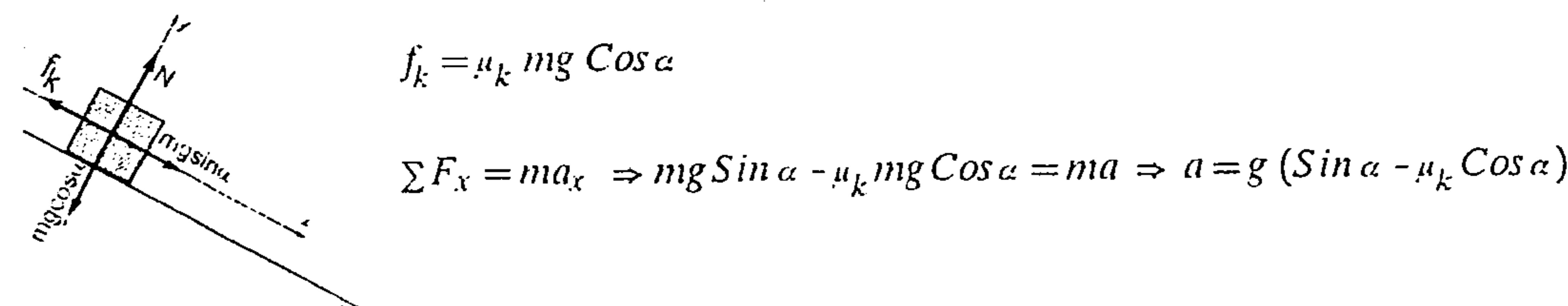
واز طرف دیگر چون جسم در حال حرکت است نیروی اصطکاک از قانون نیروی زیر به دست می‌آید.

$$f_k = \mu_k N \Rightarrow f_k = \mu_k mg \cos \alpha_k$$

پس در این حالت نیز نیروی اصطکاک را از هر دو رابطه می‌توان محاسبه کرد در نتیجه:

$$f_k = mg \sin \alpha_k = \mu_k mg \cos \alpha_k \Rightarrow \mu_k = \tan \alpha_k$$

حالت (۳) جسم با سرعت ثابت به طرف پایین حرکت می‌کند: در این حالت چون جسم روی سطح شیبدار حرکت می‌کند نیروی اصطکاک وارد بر جسم جنبشی است و چون حرکت آن یکنواخت است پس $a = g \sin \alpha$ است و می‌توان نوشت:



$$f_k = \mu_k mg \cos \alpha$$

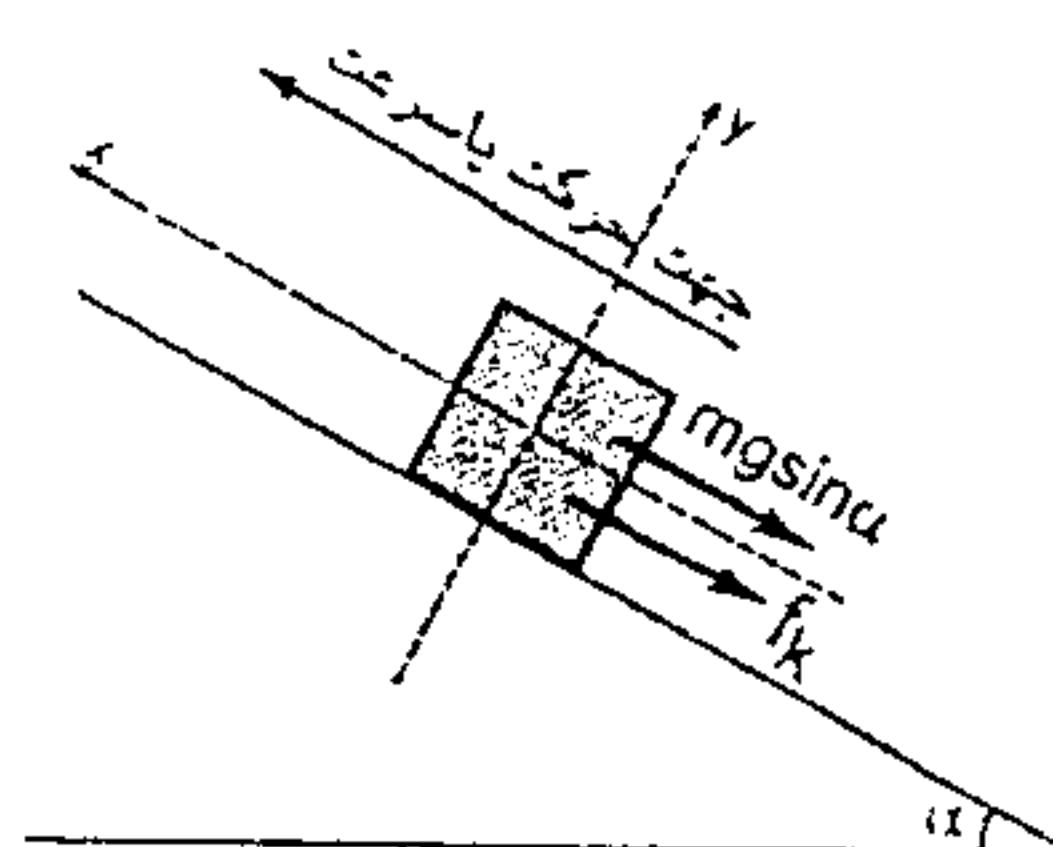
$$\sum F_x = m a_x \Rightarrow mg \sin \alpha - \mu_k mg \cos \alpha = ma \Rightarrow a = g (\sin \alpha - \mu_k \cos \alpha)$$

لکته‌های مهم:

۱- همان گونه که در رابطه‌ی بالا مشاهده می‌کنید شتاب حرکت به جرم جسم بستگی ندارد یعنی اگر دو جسم هم جنس با جرم‌های متفاوت را بر روی یک سطح شبیدار قرار دهیم هر دو با یک شتاب به طرف پایین حرکت می‌کنند.

۲- اگر اصطکاک ناچیز باشد ($\mu_k = 0$) شتاب حرکت از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\mu_k = 0 \Rightarrow a = g \sin \alpha$$



حالت (۵) جسم را از پایین سطح شبیدار با سرعت اولیه‌ی V_0 به طرف بالای سطح پرتاب می‌کنیم: هنگامی که جسم به طرف بالای سطح حرکت می‌کند، نیروهای $mg \sin \alpha$ (مؤلفه‌ی وزن جسم) و اصطکاک جنبشی (f_k) هر دو به طرف پایین سطح است.

تجهیز کنید که در این حالت جسم در اثر سرعت اولیه‌ی داده شده به طرف بالا حرکت می‌کند و دو نیروی وارد شده به جسم که در خلاف جهت حرکت آن هستند با ایجاد شتاب سرعت جسم را کم می‌کنند و تا زمانی که جسم سرعت دارد به طرف بالا حرکت می‌کند. اگر جهت محور X را در جهت حرکت در نظر بگیریم داریم:

$$\sum F_x = ma \Rightarrow 0 - (mg \sin \alpha + \mu_k mg \cos \alpha) = ma \Rightarrow a = -g(\sin \alpha + \mu_k \cos \alpha)$$

لکته‌های مهم:

۱- علامت منفی در رابطه‌ی بالا نشان می‌دهد که شتاب جسم در خلاف جهت حرکت (یا سرعت) می‌باشد در نتیجه حرکت جسم کند شونده است.

۲- در رابطه‌ی بالا اگر $\mu_k = 0$ باشد بزرگی شتاب حرکت جسم در این حالت نیز $a = g \sin \alpha$ می‌شود به عبارتی می‌توان گفت که اگر $\mu_k = 0$ باشد زمان بالا رفتن روی یک سطح شبیدار تا یک محل پر ابر زمان برگشت از آنجا به مکان اولیه است، مانند حرکت در راستای قائم و در شرایط خلاعه.

۱- تکانه (اندازه حرکت): حاصلضرب جرم جسم در سرعت آن را «تکانه یا اندازه حرکت» می‌نامیم و آن را با نماد \vec{p} نمایش می‌دهیم.

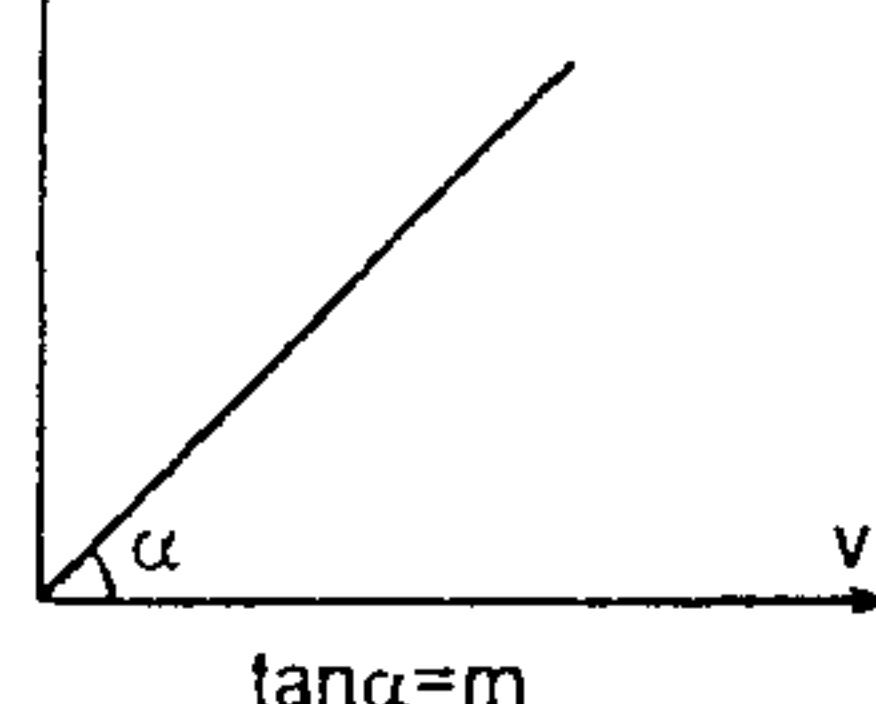
$$\vec{p} = m \vec{V}$$

یکای اندازه‌گیری تکانه در SI کیلوگرم در متر بر ثانیه (kg·m/s) است.

لکته‌های مهم:

۱- چون تکانه حاصلضرب یک کمیت نرده‌ای (جرم) در یک کمیت برداری (سرعت) است بنابراین خود یک کمیت برداری است و چون جرم مثبت است، تکانه (\vec{p}) و سرعت (\vec{V}) جسم هم جهت هستند.

۲- اگر جرم جسم ثابت باشد نمودار \vec{p} نسبی به زمان \vec{V} است که اعداد روی محور سرعت در جرم ضرب شده‌اند.



۳- اگر جرم جسم ثابت باشد، تکانه و سرعت رابطه‌ی خطی دارند که شیب این خط نشانگر جرم جسم است.

۲- تکانه و قانون دوم نیوتن: اگر از دو طرف رابطه $\vec{p} = m \vec{V}$ نسبت به زمان مشتق بگیریم نتیجه می‌شود:

$$\frac{\vec{dp}}{dt} = \frac{d(m\vec{V})}{dt} \xrightarrow{\text{چون } m \text{ ثابت است}} \frac{\vec{dp}}{dt} = m \frac{d\vec{V}}{dt} = m \vec{a}$$

بنابراین قانون دوم نیوتن ($\vec{F} = m \vec{a}$) می‌توان نوشت.

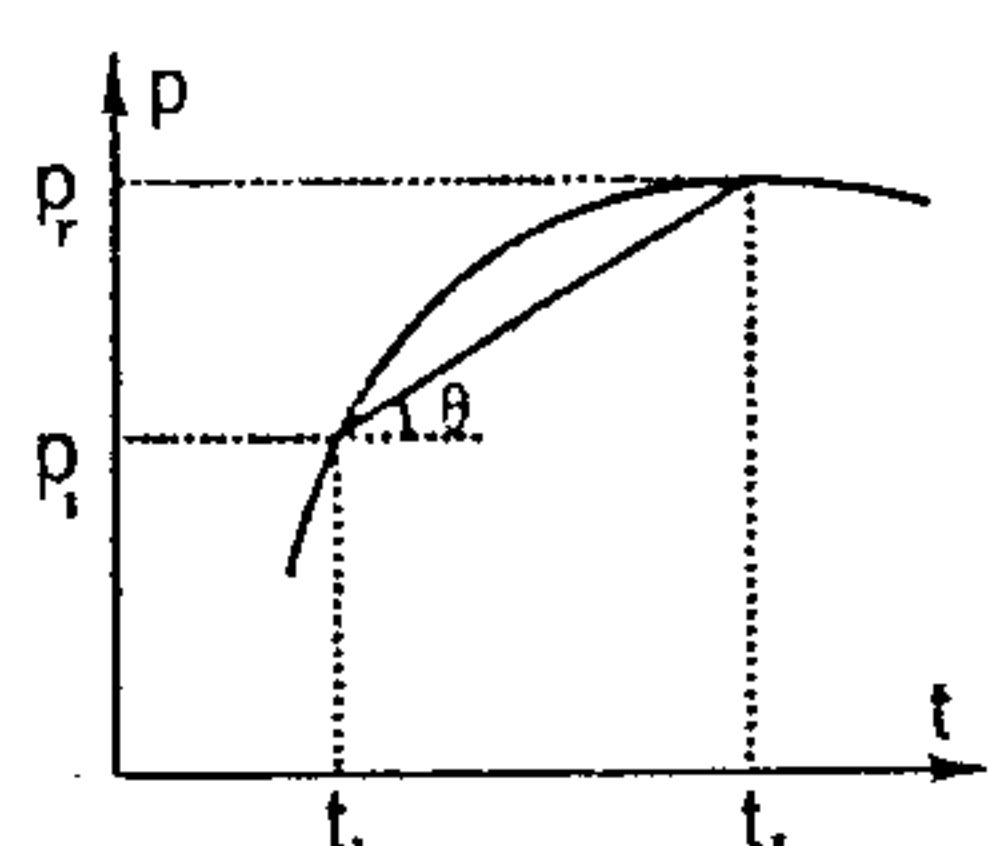
یعنی آنکه تغییر تکانه‌ی یک جسم نسبت به زمان برابر برآیند نیروهای خارجی وارد بر جسم است. به بیان دیگر برآیند نیروهای خارجی وارد بر جسم، مشتق تکانه‌ی آن نسبت به زمان است.

شیب خط مماس بر منحنی \vec{p} در هر لحظه نشان دهنده نیروی وارد بر جسم در آن لحظه است.

۳- اگر در بازه‌ی زمانی Δt تغییر تکانه‌ی یک جسم $\Delta \vec{p}$ باشد، نتیجه می‌شود:

$$\vec{dp} = m \vec{dV} \quad \left. \vec{a} = \frac{\vec{dV}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{dV} = \vec{a} \cdot \Delta t \right\} \Rightarrow \vec{dp} = m \vec{a} \cdot \Delta t \Rightarrow \vec{dp} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

نیروی متوسط وارد بر جسم در بازه‌ی زمانی Δt



نیروی متوسط برابر شیب خطی است که دو نقطه از نمودار $F - t$ مربوط به لحظه‌های داده شده را به هم وصل می‌کند.

$$\tan \theta = \frac{\Delta F}{\Delta t} = \bar{F}$$

$$\Delta t \rightarrow 0 \Rightarrow F = \frac{dp}{dt}$$

لکته:

۴ - ضرب:

حاصل ضرب نیرو در بازه زمانی است که نیرو بر جسم اثر می‌کند، ضربه نیرو که با \vec{I} نشان داده می‌شود کمیتی است برداری و چون زمان مثبت است جهت بردار ضربه همان جهت نیرو و شتاب جسم است.

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot t$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{F} = m\vec{a} \\ \vec{a} = \frac{\vec{V} - \vec{V}_0}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{F} = m \left(\frac{\vec{V} - \vec{V}_0}{t} \right) \Rightarrow \vec{F} \cdot t = m \vec{V} - m \vec{V}_0 = \vec{p} - \vec{p}_0 \Rightarrow \boxed{\vec{F} \cdot t = \Delta \vec{p}}$$

یعنی ضربه برابر تغییر اندازه حرکت جسم است.

لکته‌های مهم:

۱ - سطح زیر نمودار $F - t$ برابر ضربه یا تغییر اندازه حرکت جسم است.

۲ - یکای اندازه گیری ضربه و اندازه حرکت در SI برابر kg.m/s است.

۵ - پایستگی تکانه:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \\ \vec{F} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{ثابت}$$

اگر برآیند نیروهای خارجی وارد بر دستگاهی برابر صفر باشد تکانه دستگاه ثابت می‌ماند.

حال در نظر بگیرید نیروی برآیندی از خارج به اجزای یک دستگاه وارد نمی‌شود. چنین دستگاهی را اصطلاحاً یک دستگاه منفرد می‌نامند. ثابت می‌شود که تکانه دستگاه منفرد همیشه ثابت است. یعنی اگر تکانه کل دستگاه در یک لحظه برابر \vec{p} و تکانه اجزای تشکیل دهنده آن $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \dots$ باشد نتیجه می‌شود:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots$$

اگر به علت برخورد اجزای دستگاه به یکدیگر تکانه ذرات تغییر نماید و در لحظه دیگر برابر $\vec{p}_1', \vec{p}_2', \dots$ شود تکانه کل دستگاه در این لحظه برابر است با:

$$\vec{p}' = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' + \dots$$

طبق قانون پایستگی تکانه داریم:

$$\vec{p} = \vec{p}'$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' + \dots$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2' + \dots$$

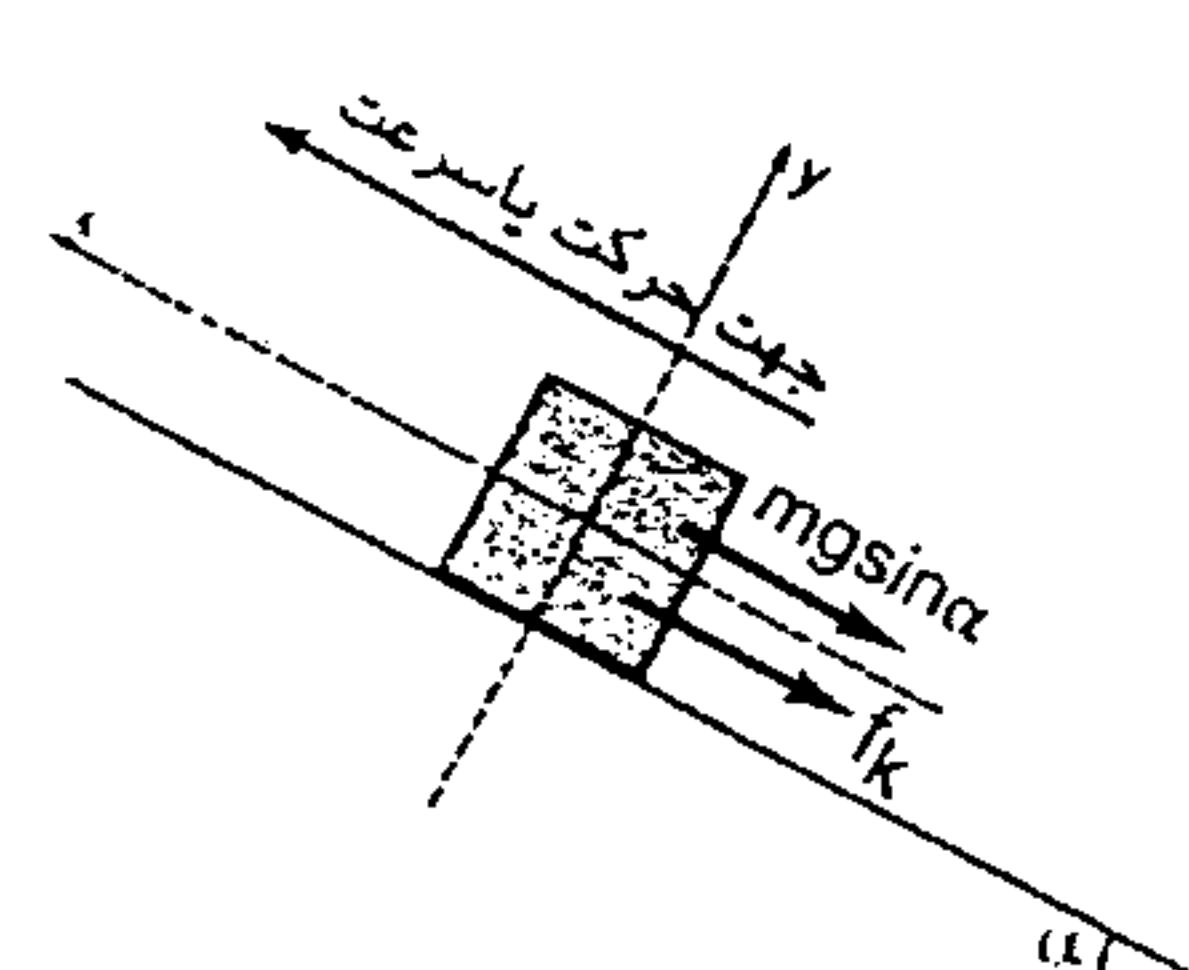
درس

در نظر بگیر جسمی را با سرعت اولیه V_0 روی سطح شیداری به طرف بالای سطح پرتاب می‌کنیم. همان طور

که می‌دانید شتاب این حرکت کند شونده برابر است با:

$$a = -g(\sin \alpha + \mu_k \cos \alpha)$$

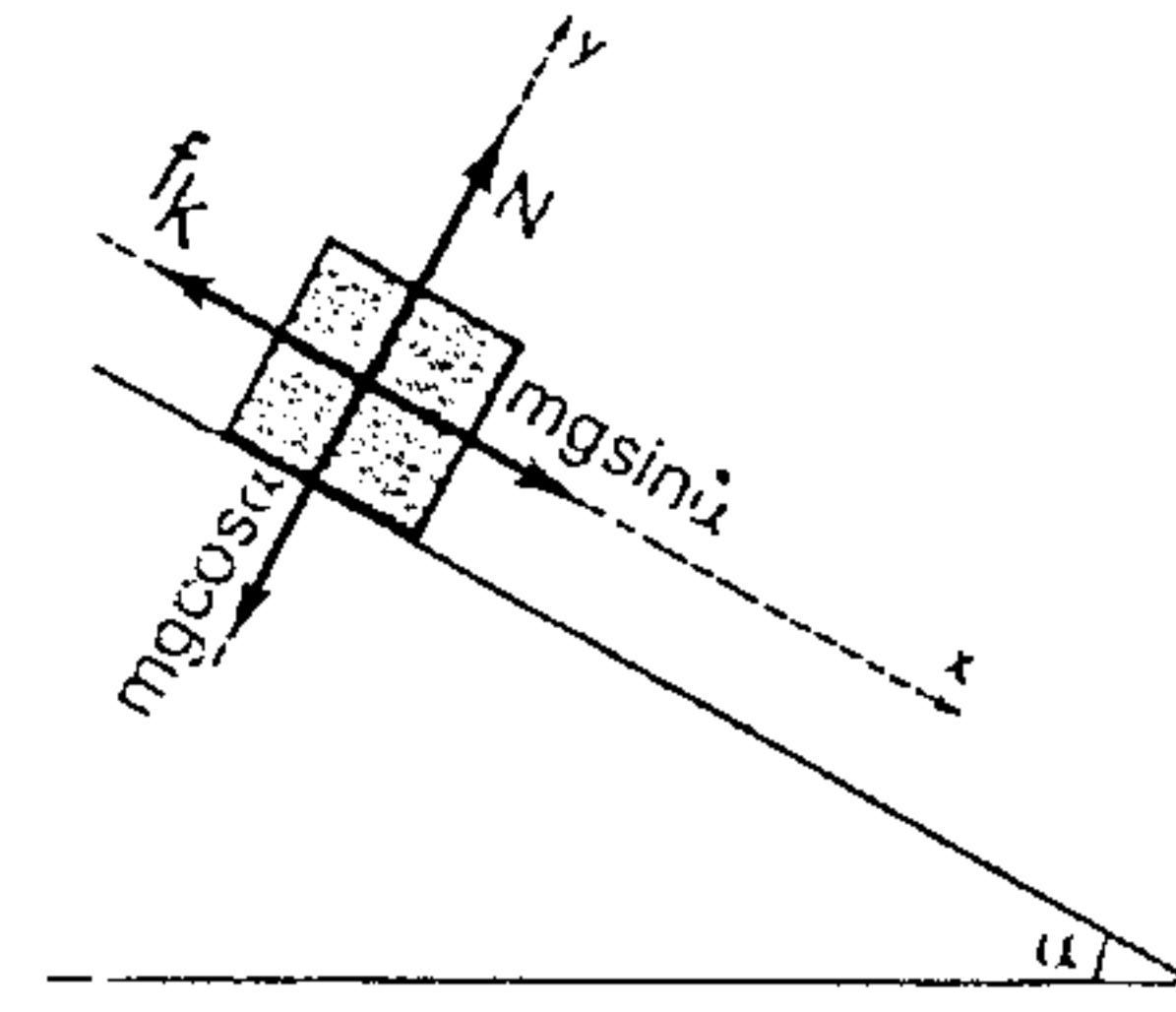
(جهت حرکت جسم را مثبت در نظر گرفته‌ایم)
این جسم تا زمانی روی سطح بالا می‌رود که سرعت آن صفر شود، اکنون با استفاده از معادله سرعت-زمان در حرکت با شتاب ثابت می‌توانیم مدت زمان این حرکت کند شونده را به دست آوریم.



$$V = at + V_0 \Rightarrow t = \frac{V - V_0}{a} \Rightarrow t_1 = \frac{V_0}{g(\sin \alpha + \mu_k \cos \alpha)}$$

و با استفاده از معادله‌ی مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت می‌توانیم بزرگی جابجایی یا مسافتی را که جسم روی سطح بالا می‌رود به دست آوریم:

$$V^T - V_0^T = \tau a \Delta x \xrightarrow{V_0 = 0} \Delta x = \frac{-V_0^T}{\tau a} \Rightarrow \boxed{\Delta x = \frac{V_0^T}{\tau g (\sin \alpha + \mu_k \cos \alpha)}}$$



بعد از توقف جسم، اگر زاویه‌ی سطح شیدار با افق بیشتر از α باشد، جسم به طرف پایین سطح باز می‌گردد، که بزرگی شتاب جسم در این حالت از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید: (جهت حرکت جسم را مثبت در نظر گرفته‌ایم)

$$a = g(\sin \alpha - \mu_k \cos \alpha)$$

اکنون با توجه به اینکه بزرگی جابجایی جسم در بازگشت به مکان اولیه‌اش با بزرگی جابجایی آن در موقع بالا رفتن، برابر است با استفاده از معادله‌ی جابجایی - زمان می‌توانیم زمان حرکت جسم را از لحظه‌ی توقف در بالای سطح تا رسیدن به مکان اولیه‌اش به دست آوریم.

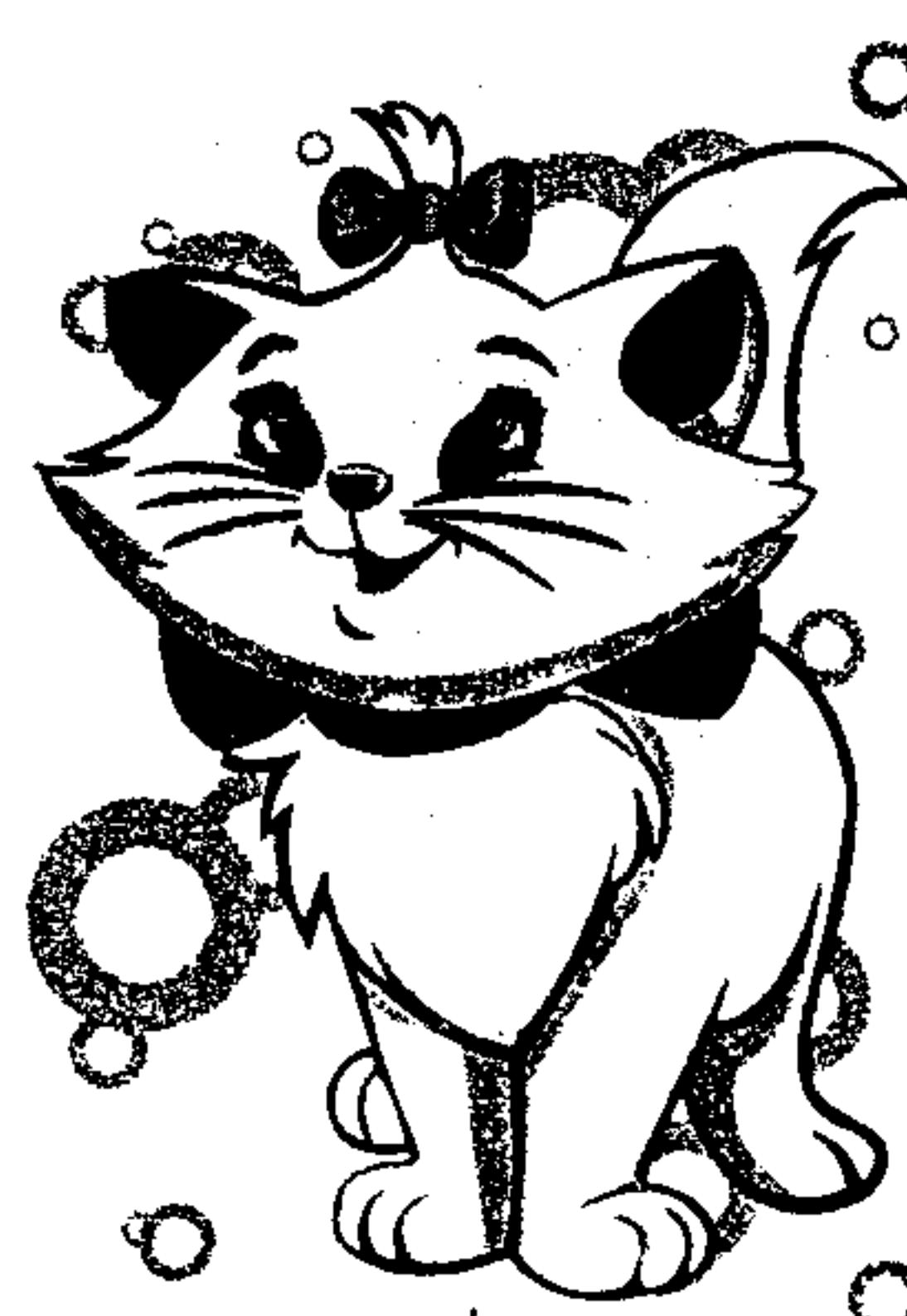
$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + V_0 t \xrightarrow{V_0 = 0} \Delta x = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \Delta x}{a}} \Rightarrow \boxed{t = \frac{V_0}{g \sqrt{(\sin \alpha + \mu_k \cos \alpha)(\sin \alpha - \mu_k \cos \alpha)}}}$$

و با استفاده از معادله‌ی مستقل از زمان می‌توانیم بزرگی سرعت جسم را در لحظه‌ی برگشت به مکان اولیه‌اش به دست آوریم:

$$V^T - V_0^T = \tau a \Delta x \xrightarrow{V_0 = 0} V = \sqrt{2 a \Delta x} \Rightarrow \boxed{V = V_0 \sqrt{\frac{\sin \alpha - \mu_k \cos \alpha}{\sin \alpha + \mu_k \cos \alpha}}}$$

نتیجه :

چون در هنگام بالا رفتن جسم بزرگی برآیند نیروهای وارد بر جسم بیشتر از هنگام پایین آمدن است پس بزرگی شتاب حرکت در هنگام بالا رفتن بیشتر از هنگام پایین آمدن است و چون بزرگی جابجایی در هر دو حالت (بالا رفتن و پایین آمدن) یکسان است می‌توان گفت: $V_1 > V_2 < V_0$ است (جرایی) مانند حرکت یک جسم در راستای قائم در هوا که می‌توان نشان داد هنگام بالا رفتن بزرگی شتاب متوسط بیشتر از هنگام پایین آمدن است و در نتیجه مدت زمان بالا رفتن کمتر از مدت زمان پایین آمدن می‌باشد.

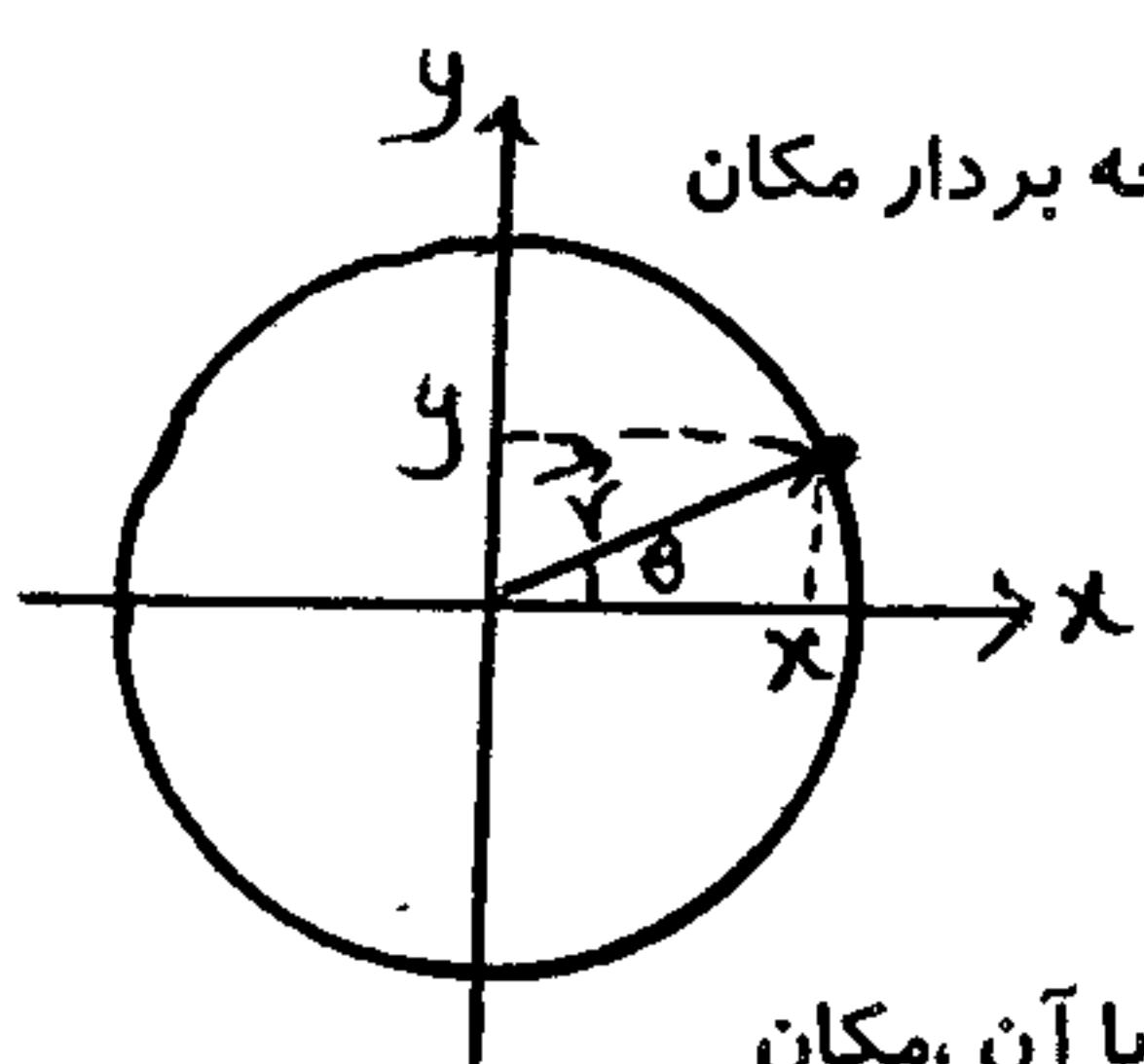


حرکت دایره ای:

۱) حرکت دایره ای: هر وقت مسیر حركت جسم، دایره یا قسمتی از محیط یک دایره باشد، آنرا حركت دایره ای گویند.

۲) دایره ای یکنواخت: اگر در یک حركت دایره ای، سرعت خطی (اندازه ای سرعت جسم) ثابت باشد، آنرا حركت حركت دایره یکنواخت گویند.

در این حركت جهت بردار سرعت که مماس بر مسیر حركت است، مرتب تغییر می کند و این حركت یک شتابدار است. اين حركت به هیچ وجه یک حركت با سرعت ثابت محسوب نمی شه، چون حركت سرعت ثابت حتماً روی خط راست انجام میشه.



$$\begin{aligned} \text{۳) مکان زاویه ای } (\theta) : & \text{ برای بررسی راحت‌تر این حركت محورهای مختصات را از مرکز دایره می‌گذاریم. در نتیجه بردار مکان} \\ & \text{جسم همواره از مرکز به محیط دایره کشیده می‌شود.} \\ & \text{به زاویه } \theta \text{ بین بردار مکان و جهت مثبت محور } x \text{ ها، مکان زاویه ای گویند.} \\ & \text{این کمیت از جنس زاویه است، پس واحد آن رادیان (rad) می‌باشد.} \end{aligned}$$

۴) سرعت زاویه ای: وقتی که جسم روی محیط دایره حركت می کند، مکان آن تغییر می کند، در نتیجه متناسب با آن، مکان زاویه ای (θ) هم تغییر می کند.

$$\begin{aligned} * \text{ سرعت زاویه ای متوسط:} & \text{ به نسبت تغییرات فاز (مکان زاویه ای) به مدت زمان آن، سرعت زاویه ای متوسط گویند و واحد آن رادیان بر ثانیه (rad/s) است.} \\ \frac{\Delta \theta}{\Delta t} & \Rightarrow \bar{\omega} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \\ * \text{ سرعت زاویه ای لحظه ای:} & \text{ مشتق مکان زاویه ای نسبت به زمان است.} \\ \frac{d\theta}{dt} & \Rightarrow \omega = \frac{d\theta}{dt} \\ * \text{ در حركت دایره ای یکنواخت،} & \text{ چون سرعت زاویه ای متوسط و لحظه ای برابر است (مثل سرعت ثابت در خط راست) پس} \\ & \text{ معادله ای مکان زاویه ای به صورت } \theta = \omega t + \theta_0 \text{ در می آید.} \end{aligned}$$

$$x \sim \theta$$

$$\begin{aligned} * \text{ به منظور راحت‌تر بودن با این مبحث می‌توانید از هم ارزی های روبرو استفاده کنید:} & \omega \sim V \\ & \bar{\omega} \sim \bar{V} \end{aligned}$$

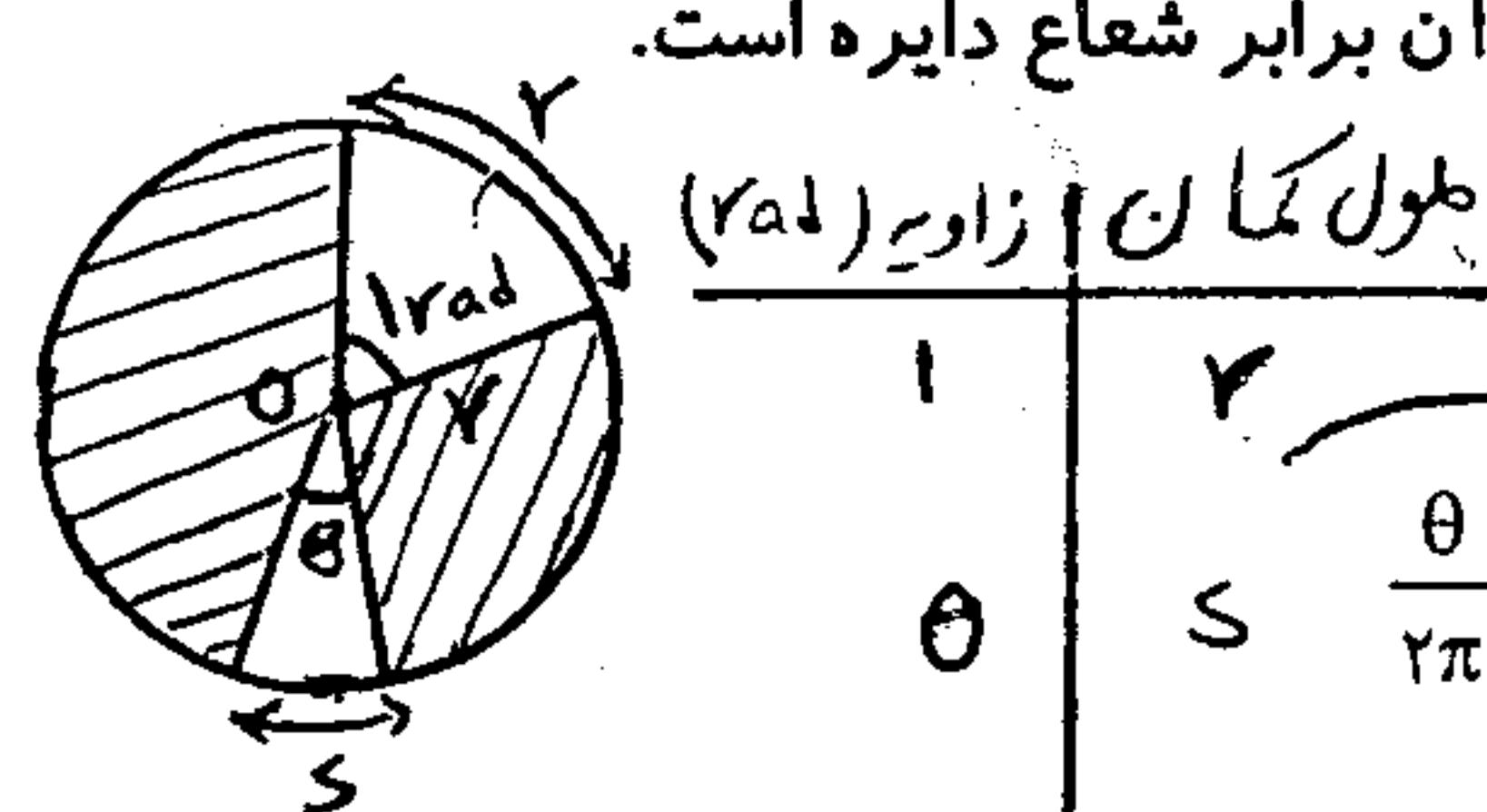
۵) دوره (T): در حركت دایره ای یکنواخت، جسم پس مدت زمان ثابت و مشخص به مکان اوليه اش باز می گردد. اين مدت زمان را دوره گويند و واحد آن s است.

۶) بسامد (f): تعداد دورهایی که متوجه در واحد زمان (s) می چرخد، بسامد گویند. (لزومی ندارد بسامد عددی صحیح باشد و میتواند یک عدد اعشاری هم باشد).

* بسامد عکس دوره است ولذا واحد آن 1/s (بر ثانیه) یا Hz (هر تر) می باشد.

۷) رابطه ای بین بسامد و دوره و بسامد زاویه ای: اگر جسمی در مدت t ثانیه n دور بزند، داریم:

$$\begin{array}{c|c|c} \text{تعداد دور} & \text{زمان (s)} \\ \hline t & n \\ T & 1 \\ 1 & f \end{array} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} f = \frac{n}{t} \\ T = \frac{t}{n} \end{array} \Rightarrow T = \frac{1}{f} \right. \quad \begin{array}{c|c|c} \text{تغییر فاز} & \text{زمان} \\ \hline T & 2\pi \\ 1 & \omega \end{array} \longrightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$



* یه کم ریاضی: یک رادیان، زاویه‌ی مرکزی روبرو به کمانی از دایره است که طول کمان آن برابر شعاع دایره است.

$$\text{پس طول هر کمان مقابل به زاویه‌ی } \theta \text{ رادیان برابر است با: } s = r\theta$$

$$\text{محیط یک دایره به شعاع واحد، برابر } 2\pi \text{ رادیان و } 360^\circ \text{ درجه است پس داریم: } \frac{\theta}{2\pi} = \frac{D}{360}$$

$$* \text{ مقدار: اگر کمان در } S \text{ مدت } T \text{ ثانیه طی شود، داریم: } |V| = \frac{s}{t} = \frac{r\theta}{t} = r\omega$$

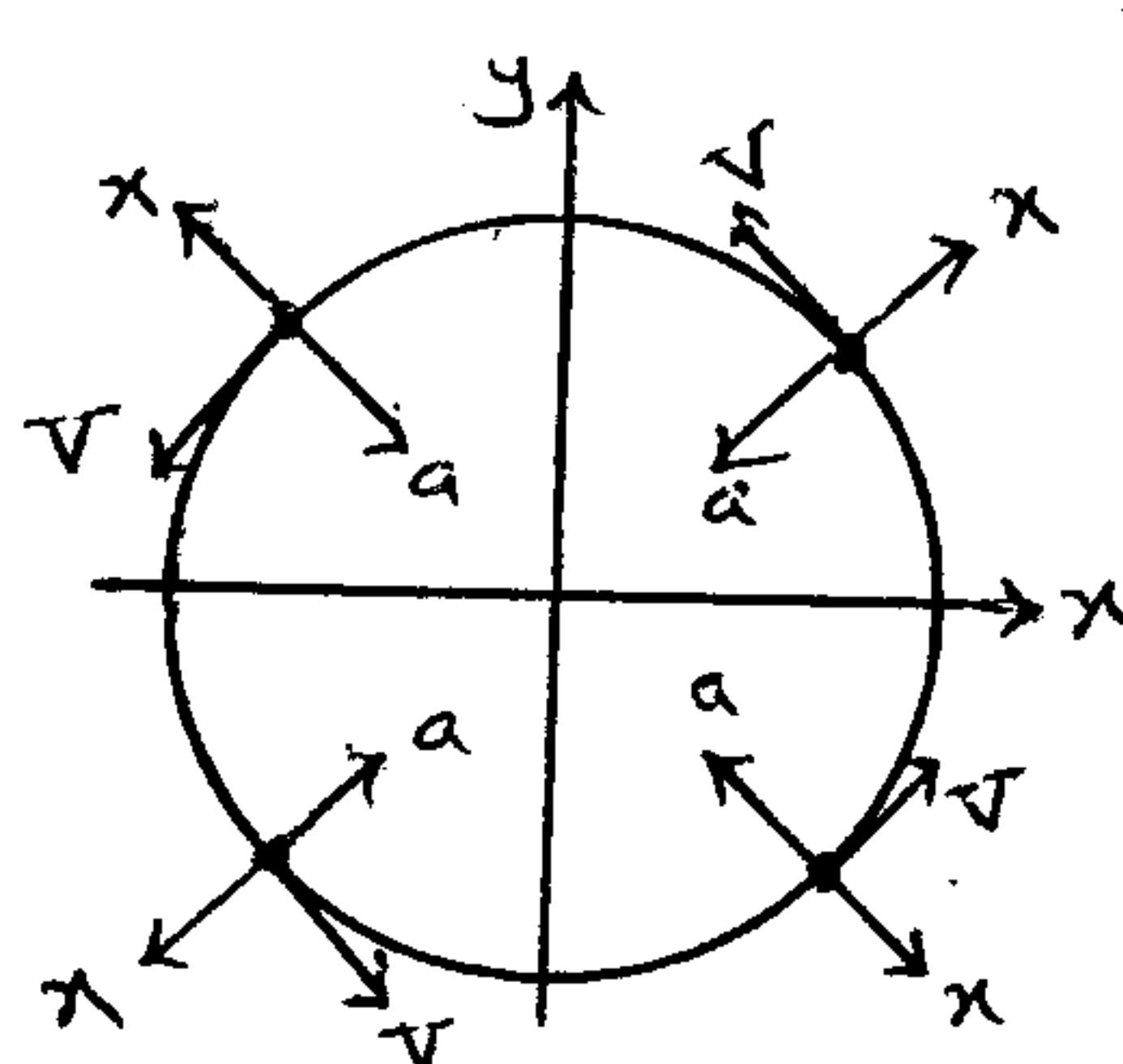
* جهت: همواره مماس بر مسیر حرکت خواهد بود.

۹) شتاب مرکز گرا:

$$* \text{ مقدار: } a = r\omega^2 = r\omega^2 = V\omega = \frac{V^2}{r}$$

* جهت: جهت این شتاب در حرکت دایره‌ای یکنواخت همواره به سمت مرکز است و به همین دلیل به آن شتاب مرکز گرانیز می‌گویند.

* چون بردار مکان همواره از مرکز به سمت محیط دایره است، پس شتاب مرکز گرا همواره در خلاف جهت بردار مکان است.



۱۰) زاویه‌ی بین بردار مکان و سرعت و شتاب:

* زاویه‌ی بین سرعت و شتاب همواره $\frac{\pi}{2}$ رادیان است و شتاب تقدم فاز دارد.

* زاویه‌ی بین مکان و سرعت همواره $\frac{\pi}{2}$ رادیان است و سرعت تقدم فاز دارد.

* زاویه‌ی بین مکان و شتاب همواره π رادیان است و شتاب تقدم فاز دارد.

۱۱) نیروی مرکز گرا:

* شتاب مرکز گرا به علت نیرویی است، هم جهت با آن که به آن نیروی مرکز گرا گویند و طبق قانون دوم نیوتون

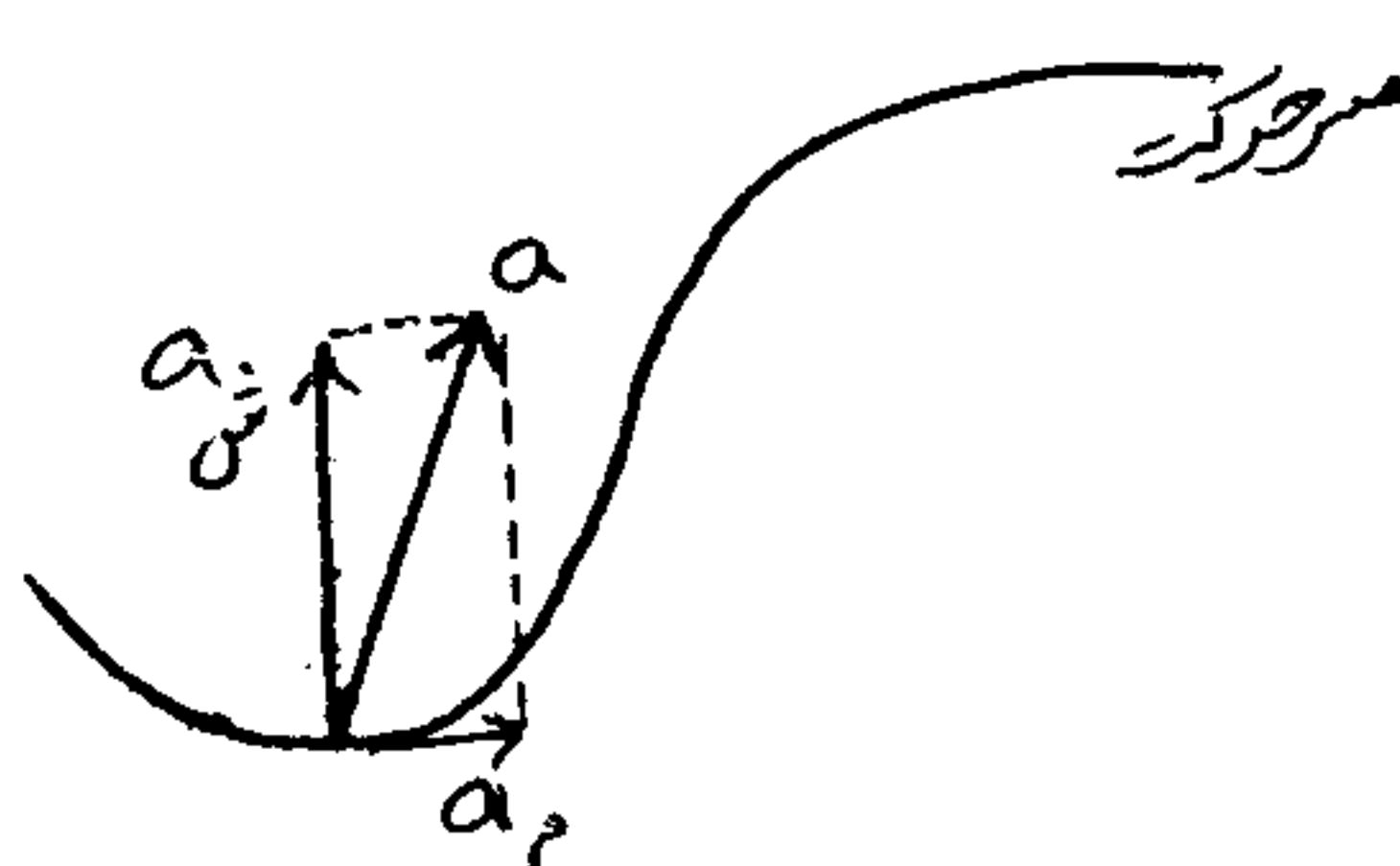
$$F_r = ma_r = mr\omega^2 = mv\omega = m \frac{V^2}{r} \quad \text{داریم:}$$

* F_r برآیند نیروهای وارد بر جسم در راستای شعاع است و در این نیرو به هیچ وجه یکی از نیروهای وارد بر جسم نیست.

$$P = mV, V = r\omega \Rightarrow P = mr\omega \quad F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = m \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad * \text{ رابطه‌ی نیروی مرکز گرا با تکانه‌ی و بسامد زاویه‌ای:}$$

۱۲) بررسی سه موضوع مهم:

اول) * شتاب را میتوان به دو راستای مماس و عمود بر مسیر حرکت تجزیه کرد. این مولفه را شتاب مماسی و شتاب شعاعی مینامیم.



* شتاب مماسی تنها مقدار سرعت را تغییر میدهد و کاری با جهت آن ندارد.

* شتاب شعاعی تنها جهت حرکت را تغییر میدهد و کاری به مقدار ندارد.

دوم) * در حرکت دایره ای یکنواخت، مقدار سرعت ثابت است، پس شتاب مماسی نداریم، بلکه فقط شتاب شعاعی داریم که عمود بر مسیر حرکت است.

* نیروی مرکز گرا هم که هم جهت شتاب مرکز گراست عمود بر مسیر حرکت است. بنابراین کار این نیرو همواره صفر است.

* پس این نیرو نه سرعت حرکت را زیاد میکند و نه کم و باعث حرکت هم نیست. تنها وظیفه ای این نیرو، اصلاح جهت حرکت متحرک بر روی مسیر دایره است.

سوم) * اگر نیروی مرکز گرانبود جسم به حرکت خود روی خط راست ادامه میدارد.(قانون اول نیوتن)

* تمايل اجسام به حرکت روی خط راست و عدم انجام حرکت دایره ای را خاصیت گریز از مرکز گویند.

* بنابراین نیرویی به نام نیروی گریز از مرکز وجود ندارد. این فقط یک خاصیت است و بیان دیگری از قانون اسحاق.

* پس نقش نیروی مرکز گرا در حرکت دایره ای یکنواخت جلوگیری از خروج جسم از مسیر دایره ای و مقابله با خاصیت گریز از مرکز است.

۱۳) انواع حرکت دایره ای:

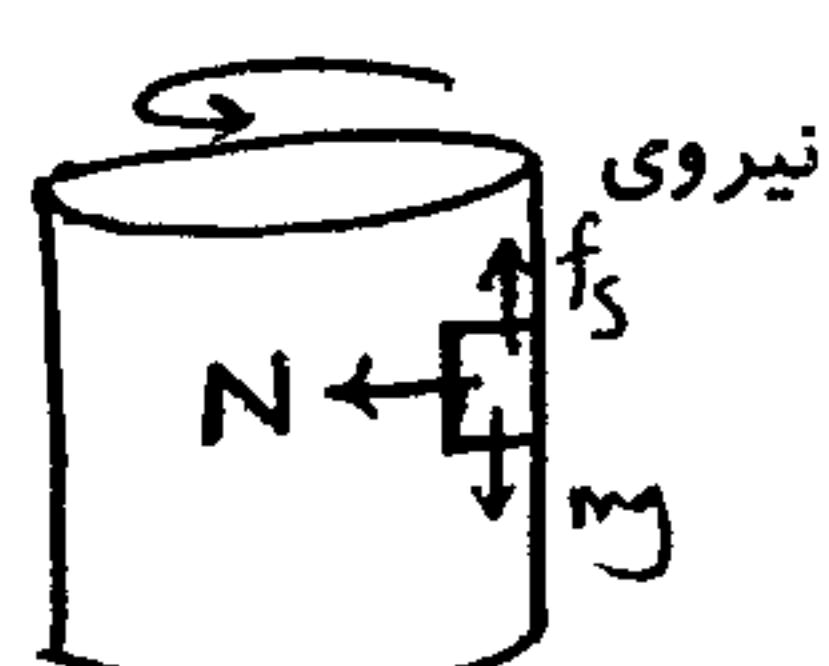
۱) حرکت دایره ای در سطح افقی:

الف) گلوله ای که روی سطح افقی بدون اصطکاک متصل به طناب است \leftarrow در این حالت کشش نخ تأمین کننده ای نیروی مرکز گرا است. ($F_r = T$)

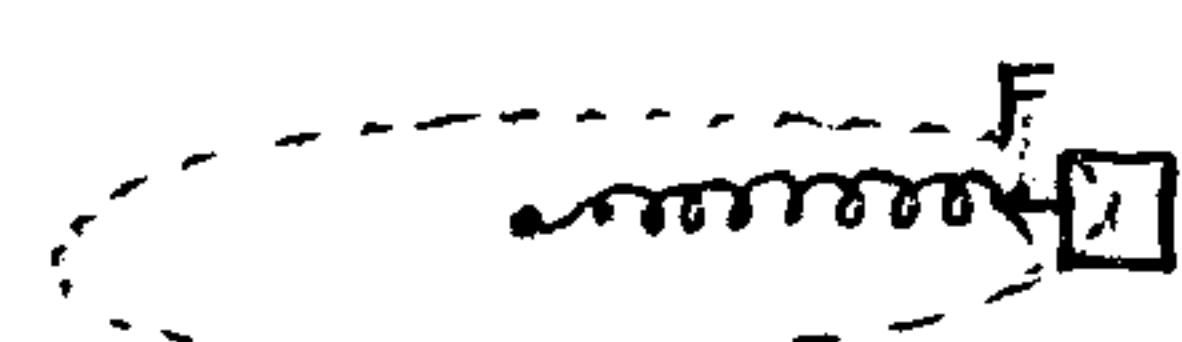


ب) سکه ای روی صفحه ای گرامافون و یا ماشینی که روی پیچ افقی جاده می گردد \leftarrow نیروی اصطکاک ایستایی تأمین کننده ای نیروی مرکز گراست.

$$(F_r = f_s) \leq f_{s \max} \Rightarrow m \frac{V^2}{r} \leq \mu_s \cdot mg \Rightarrow V \leq \sqrt{\mu_s \cdot g \cdot r}$$



ج) ماشین لباسشویی یا در دیوار مرگ \leftarrow نیروی عمودی تکیه گاه تأمین کننده ای نیروی مرکز گراست. ($F_r = N$) و دو نیروی اصطکاک و وزن یکدیگر را خنثی می کنند: $f_s = mg$



د) گلوله ای که به فنری متصل شده و روی سطح افقی بدون اصطکاک می چرخد \leftarrow در این حالت نیروی فنر تأمین کننده ای نیروی مرکز گراست. ($F_r = kx$)

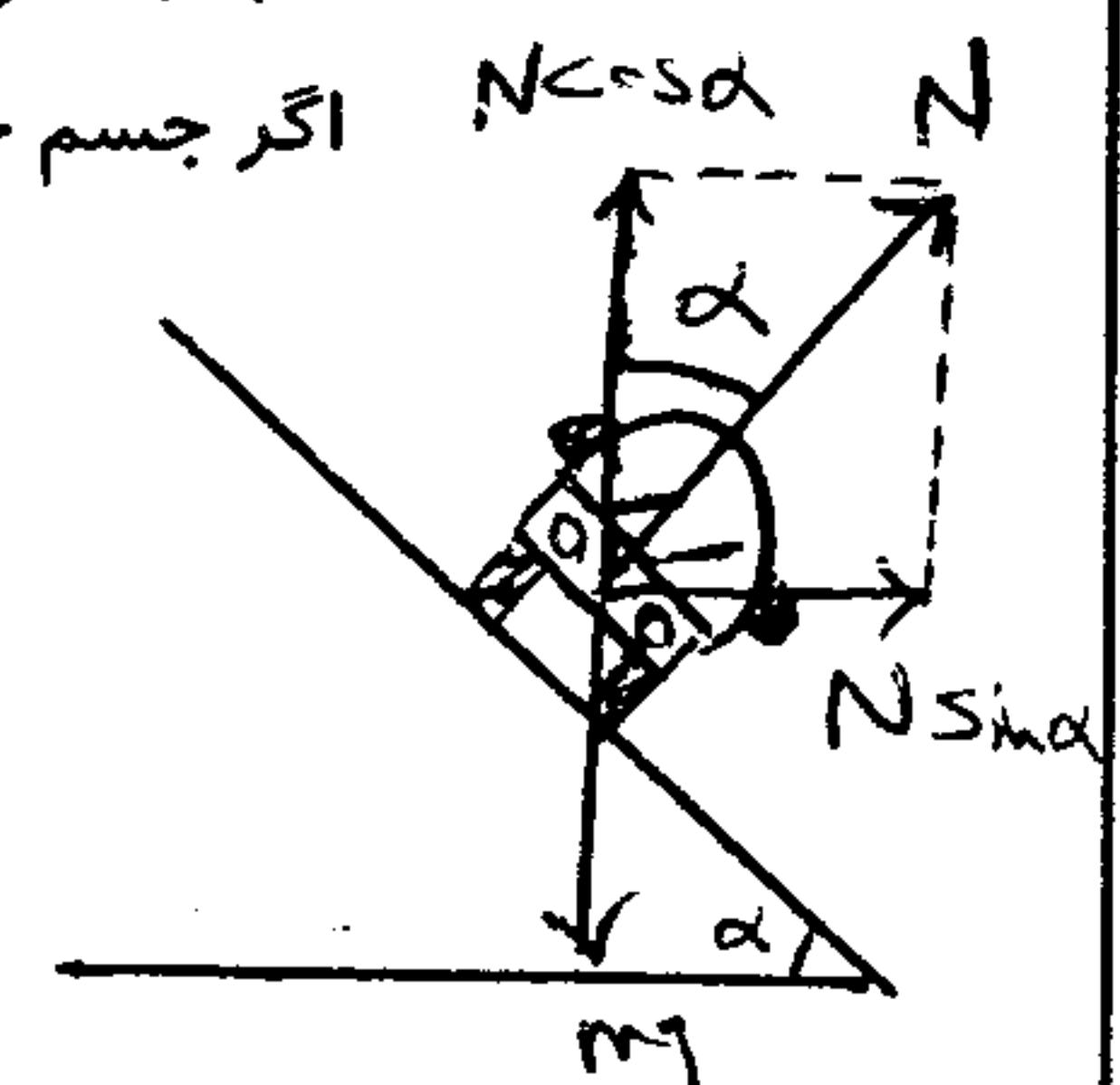
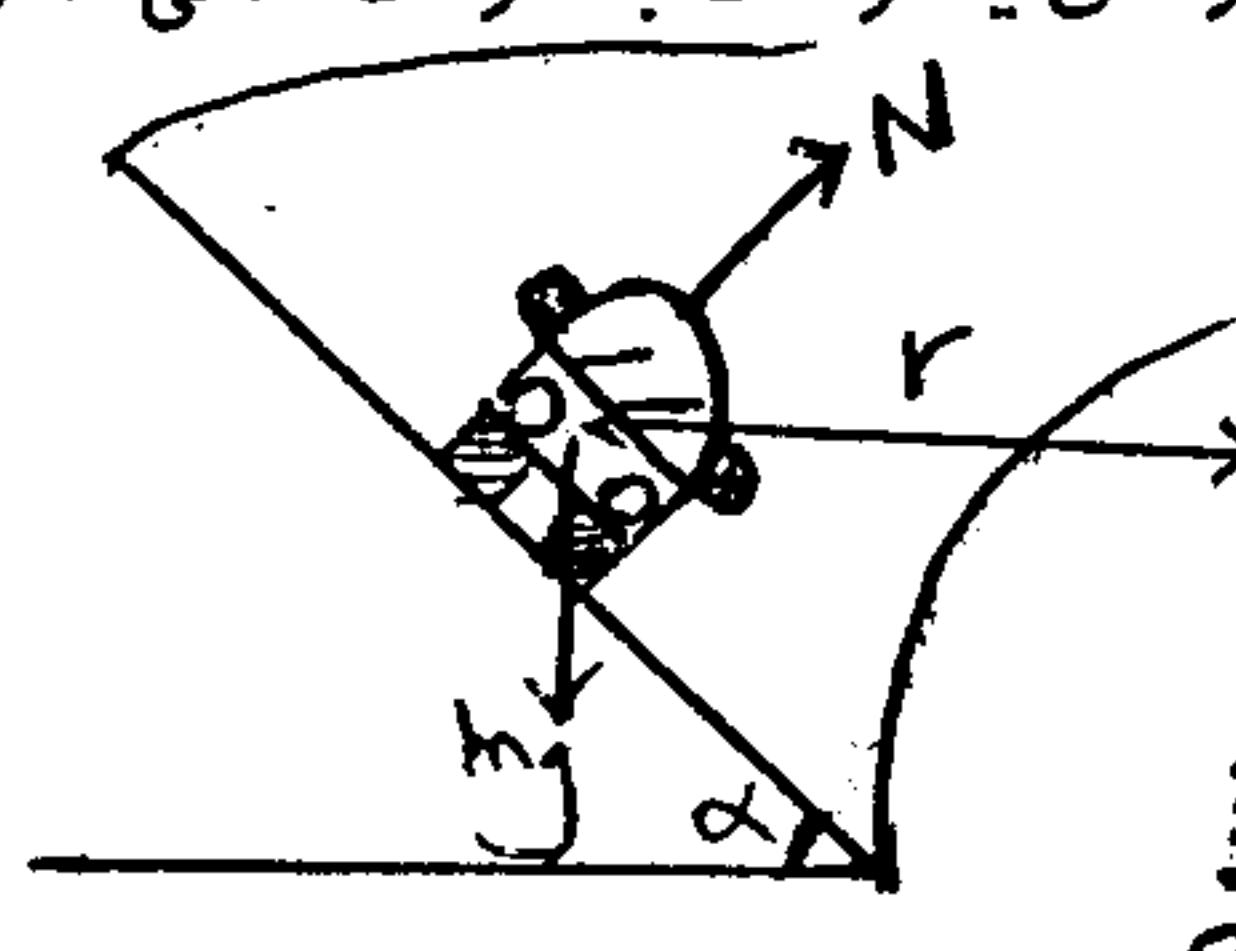
۲) شب عرضی:

* شبیه است که در جهت عرضی به جاده می دهنده به گونه ای که با افق زاویه ای α پیدا می کند، مثل پیست دوچرخه سواری یا پیچ دور برگردانها.

* به جسمی که روی جاده ای با شبیه عرضی α حرکت میکند، اگر اصطکاک را در نظر نگیریم، دو نیروی N و mg وارد میشود.

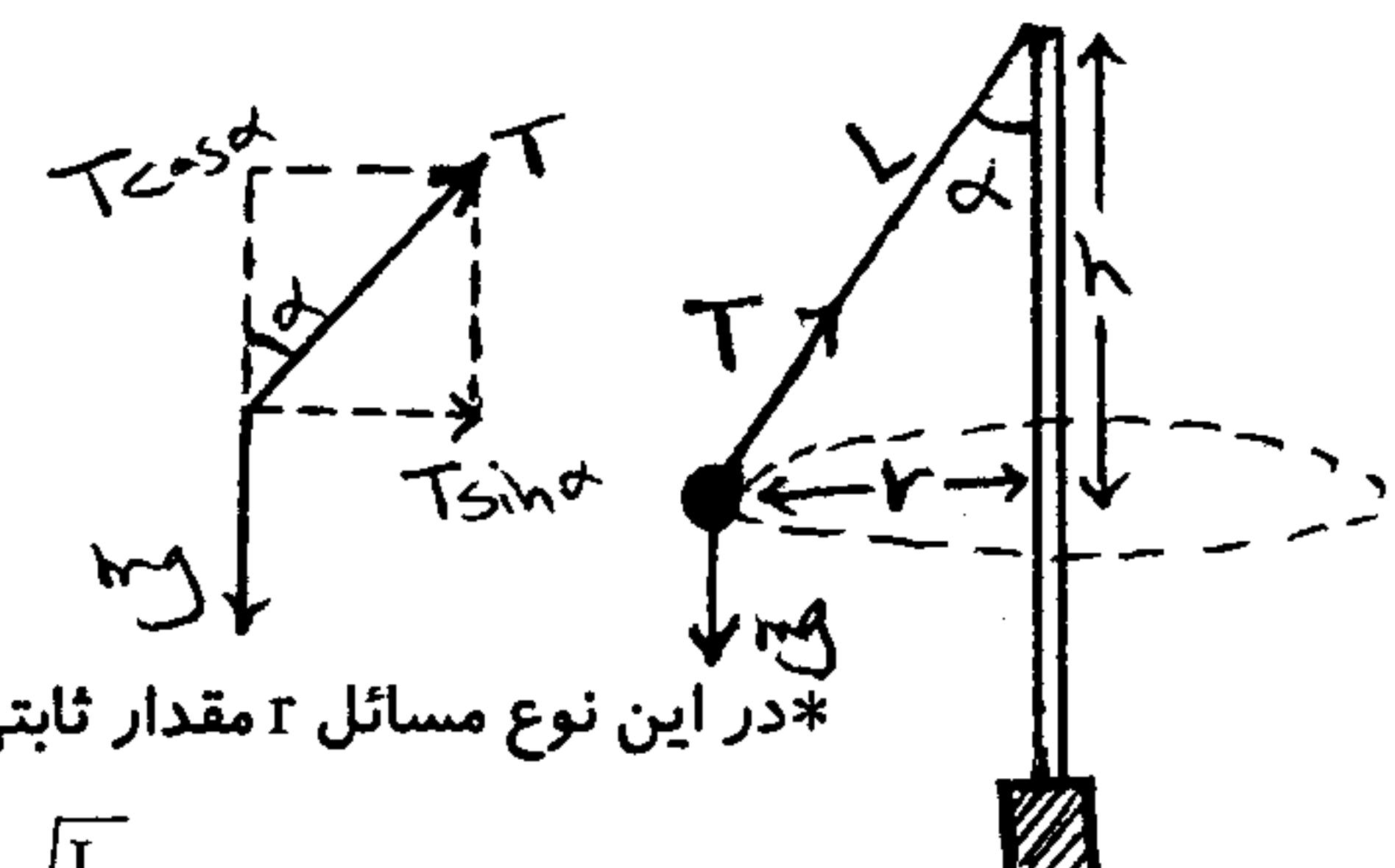
اگر جسم حرکت دایره ای یکنواخت با سرعت خطی V و شعاع r انجام دهد، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} F_r = N \sin \alpha = m \frac{V^2}{r} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{V^2}{rg} \Rightarrow V = \sqrt{r \cdot g \cdot \tan \alpha} \\ N \cos \alpha = mg \end{cases}$$



۳) آونگ مخروطی: اگر گلوله‌ای را مطابق شکل به نخی بندیم و آنرا به دوران در آوریم، نخ با راستای قائم زاویه‌ی α می‌سازد که در این حالت تنها دو نیروی T و mg به جسم وارد می‌شوند که برآیند آنها همان نیروی مرکز است و داریم:

$$\begin{cases} F_r = T \sin \alpha = m \frac{V^2}{r} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{V^2}{rg} \Rightarrow V = \sqrt{r \cdot g \cdot \tan \alpha} \\ T \cos \alpha = mg \end{cases}$$



*در این نوع مسائل مقدار ثابتی نیست بلکه تنها وابسته به α است و برای آن داریم: $r = L \sin \alpha$

$$\begin{cases} T \sin \alpha = mr\omega^2 \Rightarrow T \sin \alpha = m(L \sin \alpha)\omega^2 \Rightarrow \frac{mg}{\cos \alpha} = mL\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{g}{L} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \\ T \cos \alpha = mg \end{cases} \quad * \text{دوره تناوب آونگ:}$$

۴) حرکت ماهواره‌ها:

*ماهواره‌ها اجسامی هستند که به دور زمین (یا هر سیاره‌ی دیگری) حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام میدهد و نیروی مرکز گرا در حرکت آنها، همان نیروی گرانش آنهاست.



*برای سرعت و بسامد زاویه‌ای آنها داریم:

$$F_r = F \rightarrow \frac{mV^2}{r} = \frac{GmM}{r^2} \rightarrow V^2 = \frac{GM}{r} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}, \omega = \sqrt{\frac{GM_e}{r^3}}$$

*بنابراین سرعت و سرعت زاویه‌ای هر ماهواره‌ای در هر مداری به شعاع ($r = R_e + h$) مشخص، مقداری مشخص است و این ربطی به جرم ماهواره و یا فاکتورهای دیگر ندارد و کافیست شعاع مدار ماهواره‌ای را بدانیم تا سرعت و بسامد زاویه‌ای آن تعیین کنیم.

*هر جسم دیگری نیز میتواند با هر جرم دلخواهی در مدار بچرخد به شرط آنکه سرعت و سرعت زاویه‌ای لازم را داشته باشد.

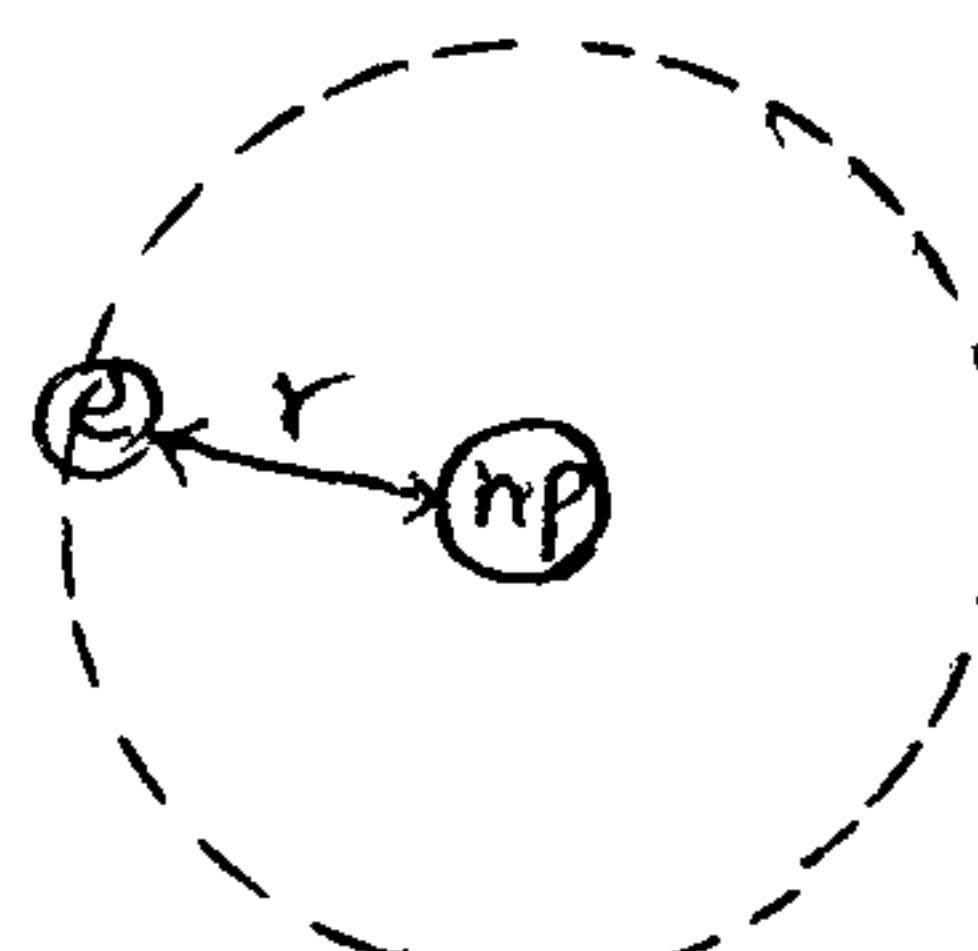
*چون سرعت حرکت همه‌ی اجسامی که روی یک مدار هستند یکسان است، پس اجسامی که در کنار هم روی یک مدار حرکت می‌کنند نسبت به هم ساکن اند.

*تذکر مهم: حالت بی وزنی حالتی است که در آن اجسامی که کنار هم هستند به هم نیرو وارد نکنند (نه اینکه نیروی وزن به آنها وارد نشود).

پس تمامی اجسامی که با هم روی یک مدار چرخش می‌کنند به هم نیرو وارد نمی‌کنند و تنها به آنها نیروی گرانش همان جسم وارد می‌شود و این اجسام در حالت بی وزنی هستند.

۵) حرکت الکترونها به دور هسته: در این حالت نیروی الکتریکی تأمین کننده‌ی نیروی مرکزگرای است. اگر الکترونی در فاصله‌ی

$$r \text{ از هسته با } n \text{ پروتون برگرد داریم: } F_r = k \frac{e \cdot ne}{r^2} = m \frac{V^2}{r} = mr\omega^2$$



۶) حرکت دایره ای در راستای قائم: اگر گلوله ای را به نخی بیندیم و در راستای قائم به حرکت در آوریم، هنگامی که گلوله روی محیط دایره بالا می آید:

* ارتفاع آن زیاد می شود پس انرژی پتانسیل گرانشی آن زیاد می شود و بالعکس.

* با صرف نظر از نیروهای اصطکاک، انرژی مکانیکی جسم باید ثابت بماند، پس با افزایش انرژی پتانسیل انرژی جنبشی جسم کاهش می یابد و بالعکس.

* کاهش انرژی جنبشی به معنای کاهش سرعت جسم است و بالعکس.

* در بالای مسیر انرژی پتانسیل بیشینه و انرژی جنبشی و سرعت جسم کمینه است و بالعکس.

* با تغییر سرعت، سرعت زاویه ای نیز متناسب با آن تغییر میکند. ($v=r\omega$)

* تفاوت نیروی مرکزگرای بالا و پائین mg است.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k_1 + U_1 = k_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + 2mg \Rightarrow \frac{mv_2^2}{r} = \frac{mv_1^2}{r} + 4mg \Rightarrow F_2 = F_1 + 4mg$$

* تفاوت نیروی کشش نخ در بالا و پائین مسیر $6mg$ است.

$$\begin{cases} F_1 = T_1 + mg \Rightarrow T_1 = F_1 - mg \\ F_2 = T_2 - mg \Rightarrow T_2 = F_2 + mg \end{cases} \Rightarrow T_2 - T_1 = (F_2 - F_1) + 2mg = 6mg$$

* در این حرکت سرعت خطی مرتباً تغییر می کند و این به معنی آن است که جسم مؤلفه‌ی مماسی نیز دارد.

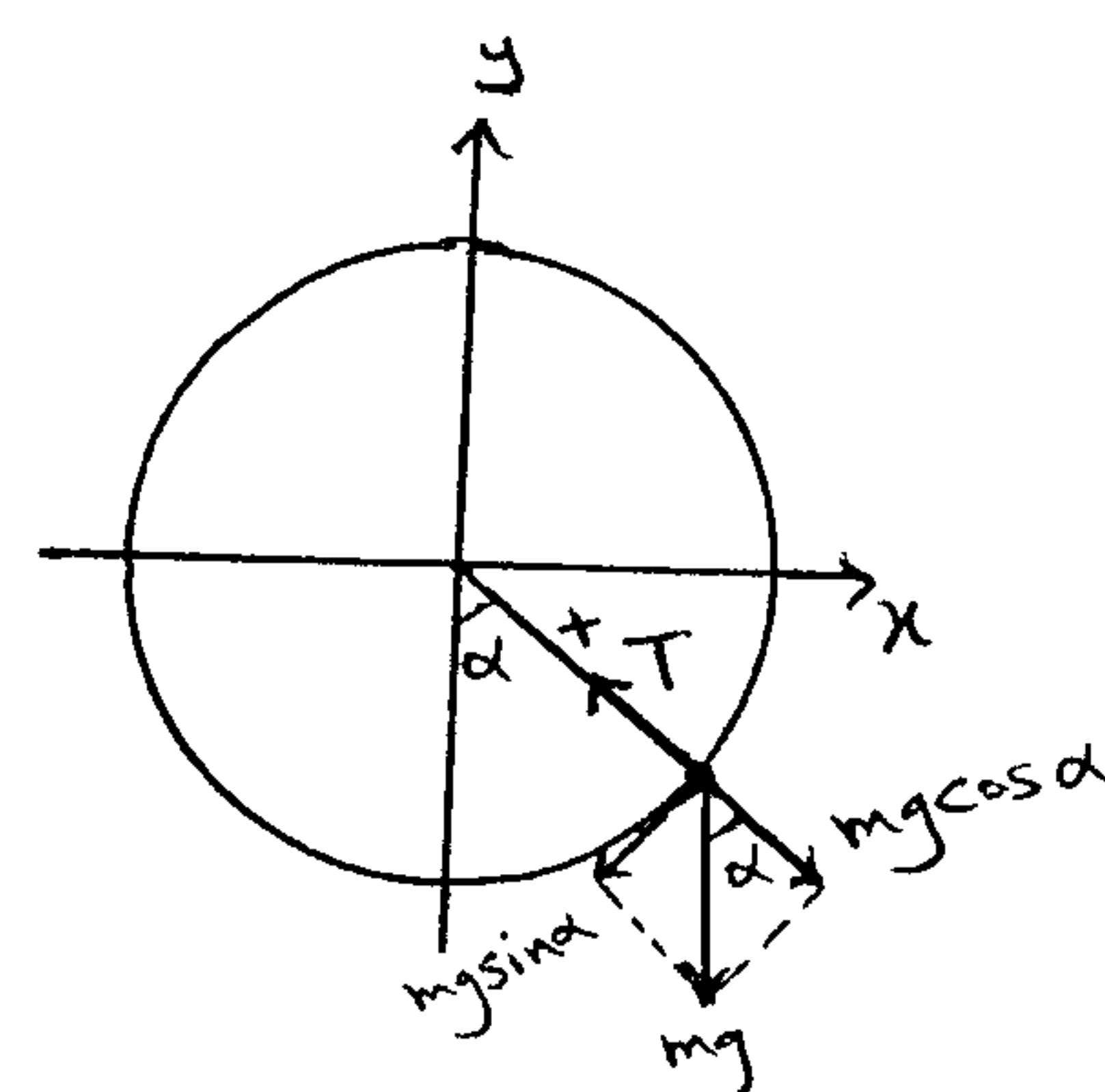
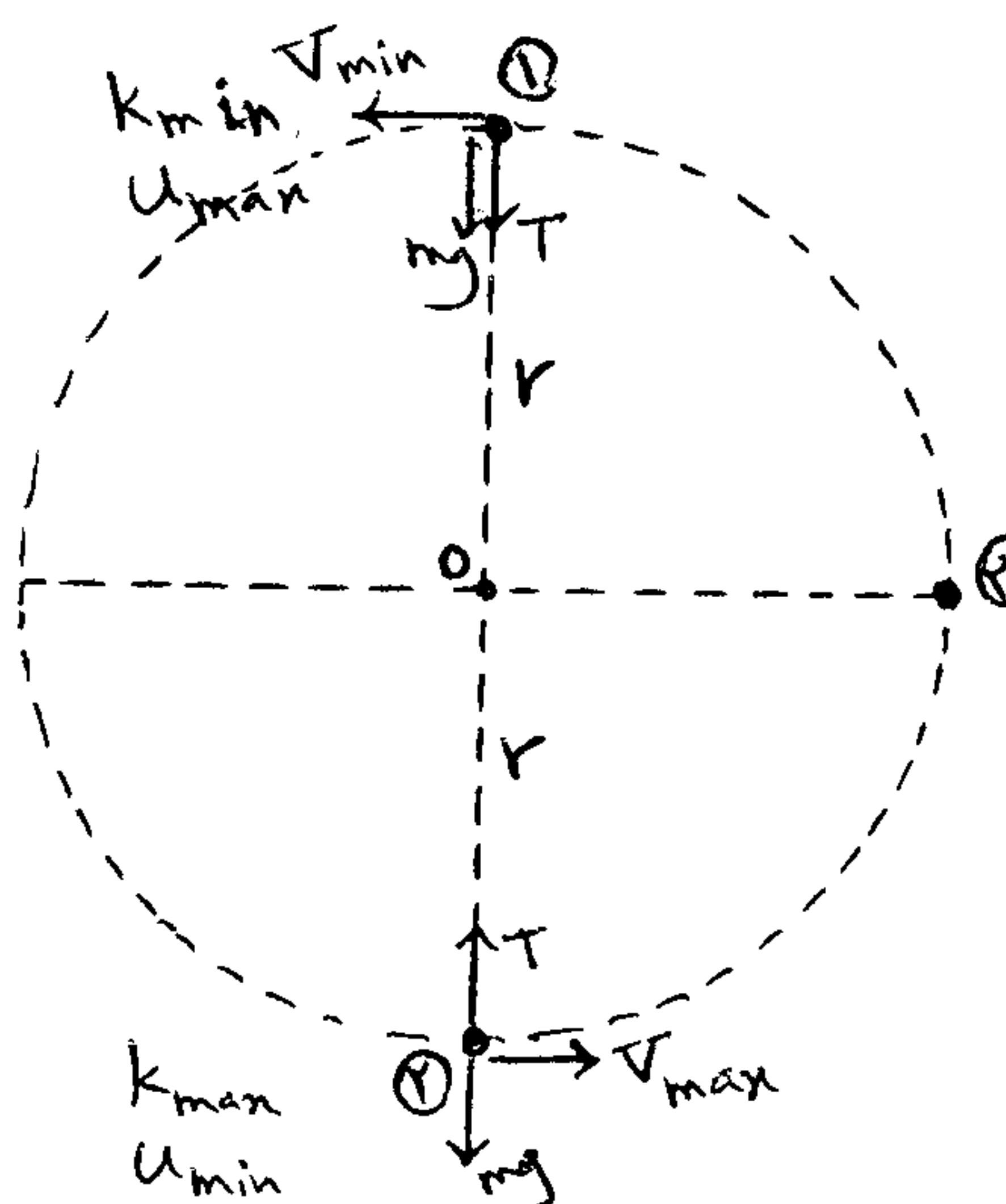
و در حالت کلی داریم:

سرعت از روابط کار و انرژی باید محاسبه شود.

$$\begin{cases} F_r = T - mg \cos \alpha = m \frac{v^2}{r} \\ F_m = mg \sin \alpha \Rightarrow a_m = g \sin \alpha \end{cases}$$

* میتوان نقطه‌ی ۳ را هم مورد بررسی قرار داد:

$$\begin{cases} F_r = T_3 = m \frac{v_3^2}{r} \\ E_3 = \frac{1}{2}mv_3^2 + mgr \end{cases}$$



نوسان:

۱) حرکت نوسانی (دوره ای): حرکتی است که در آن متحرک پس از مدت زمانی مشخص به وضعیت اولیه بر می گردد و حرکت قبل را عیناً تکرار می کند.

۲) حرکت نوسانی ساده: نوعی حرکت نوسانی است که دارای ۳ ویژگی است:

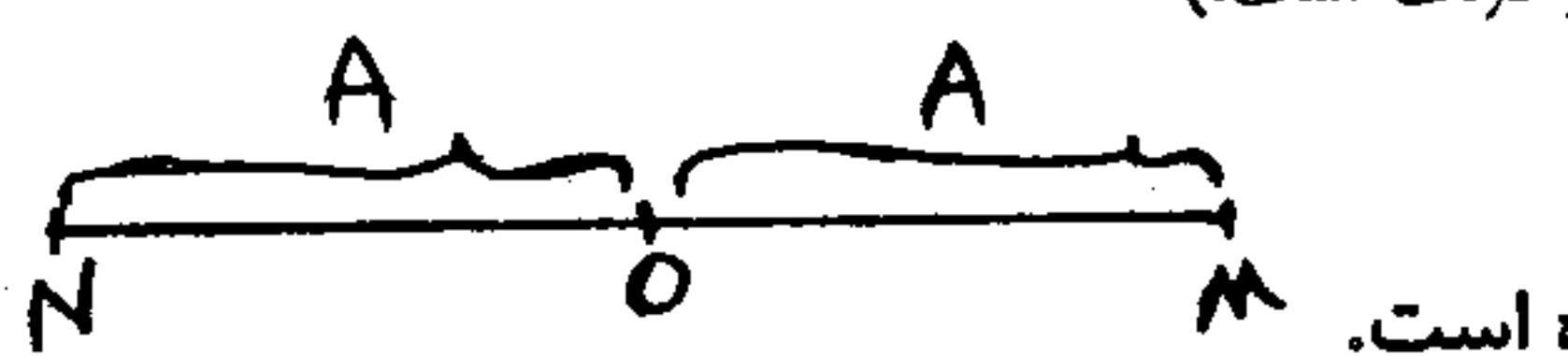
۱. مسیر حرکت متحرک یک خط راست است.

۲. نقطه‌ی تعادل دقیقاً وسط این پاره خط است (نقطه‌ی تعادل جایی است که در آن برآیند نیروهای وارد بر نوسانگر صفر است.)

۳. علت بازگشت جسم به نقطه‌ی تعادل، نیروی بازگرداننده است.

* این نیرو همواره به سمت مرکز تعادل است و اندازه‌ی آن با فاصله‌ی متحرک از مبدأ تعادل (بعد نوسانگر) متناسب است.
 $|F| = kx$ (قانون هوک).

۳) دامنه: اگر نوسانگر روی پاره خط MN در حال نوسان باشد، نقطه‌ی تعادل (O) وسط این پاره خط خواهد بود. به فاصله‌ی نقطه تعادل (O) تا هر یک از دو سر مسیر (نقطه‌ی M یا N) یک دامنه گویند. (دامنه نصف طول مسیر هرکت است).

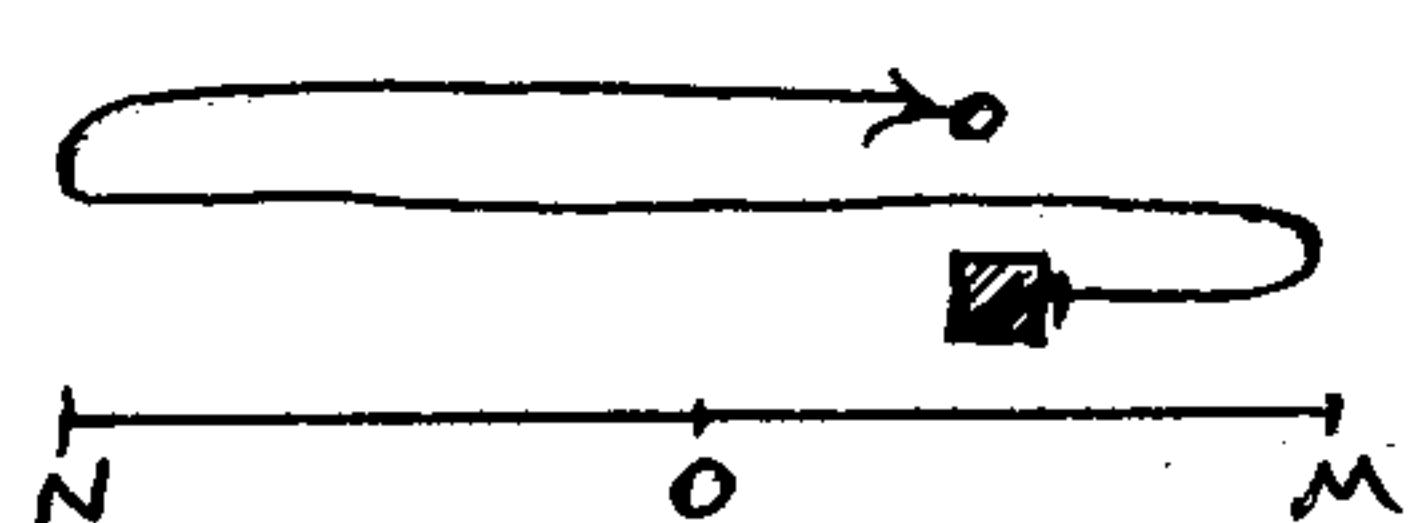


۴) نوسان کامل: هر گاه نوسانگر دوباره به شرایط اولیه برگردید یک نوسان کامل انجام داده است.

در این صورت تمامی کمیت‌های نوسانگر (مثل مکان‌سرعت و شتاب و انرژی جنبشی و پتانسیل) دوباره همان مقادیر اولیه خواهد بود.

* البته نیازی نیست شما تمامی موارد بالا را چک کنید. فقط کافیست نوسانگر به مکان اولیه برگشته و جهت حرکت آن همان جهت اولیه باشد.

* در این حالت نوسانگر دوباره طول مسیر نوسان را طی می کند و مسافتی برابر $4A$ را طی می کند. (یعنی نیست که از کجا شروع به هرکت کرده)



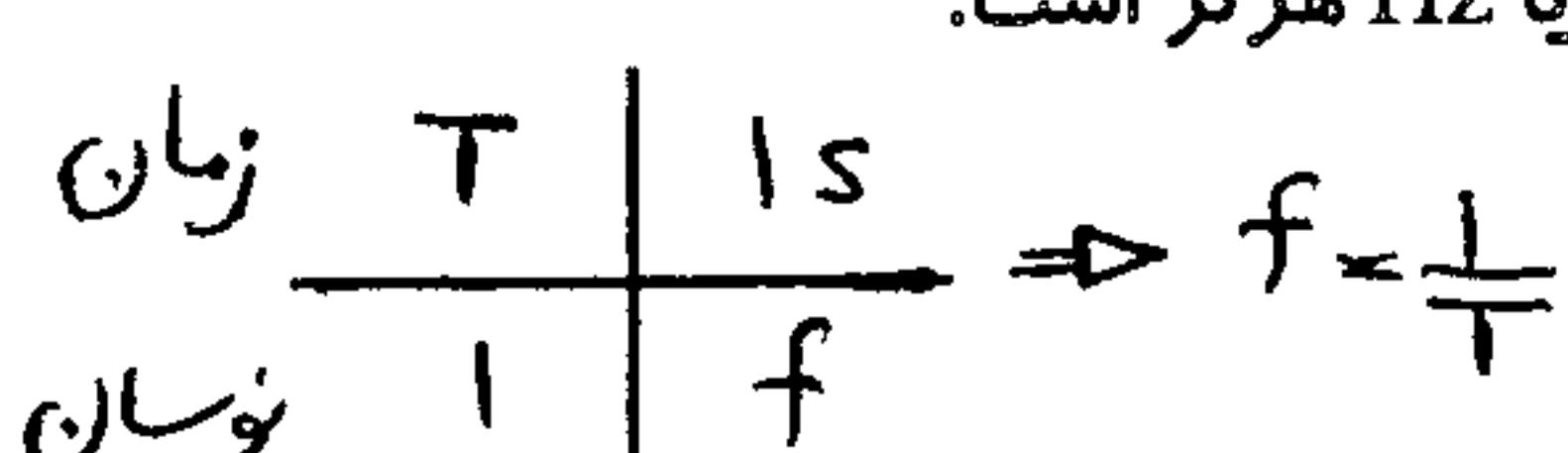
* در نوسان کامل، نوسانگر از هر نقطه از مسیر دو بار عبور می کند.

۵) دوره (T): مدت زمانی است که طول می کشد تا نوسانگر یک نوسان کامل انجام دهد و واحد آن s است.

* در یک نوسان ساده، T مقدار مشخص و ثابتی است و ربطی به نقطه‌ی شروع نوسان ندارد.

۶) بسامد (f): به تعداد نوسان‌هایی که نوسانگر در یک ثانیه انجام می دهد بسامد گویند و واحد آن $\frac{1}{\text{s}}$ یا Hz هرتز است.

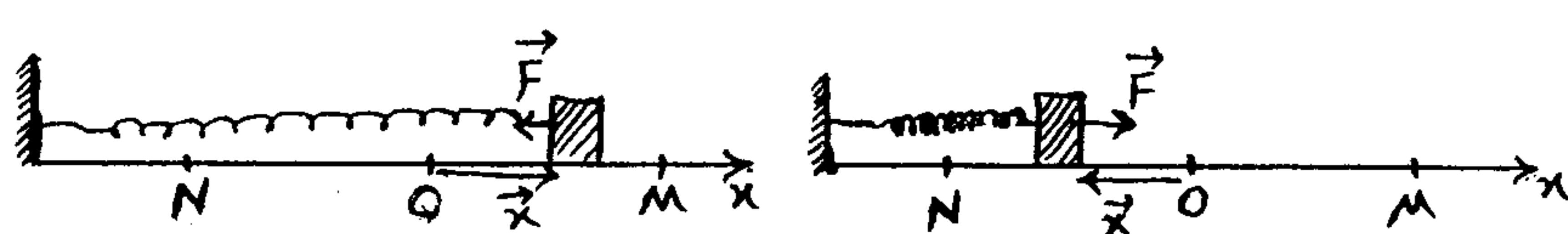
* هر چه T بزرگتر باشد نوسان بیشتر طول می کشد پس f کمتر خواهد بود.



۷) دستگاه وزنه-فنر: از یک جسم متصل به فنر تشکیل شده است، که برای تحلیل راحت‌تر یک حرکت نوسانی ساده استفاده می‌شود.

* برای این کار آنرا روی محور x قرار می‌دهیم. به گونه‌ای که مسیر حرکت روی محور و نقطه‌ی تعادل

روی مبدأ محور قرار می‌گیرد.



۸) بررسی کمیت‌ها در وزنه-فنر:

* مکان (بعد) نوسانگر: اگر نوسانگر در سمت راست مبدأ (O) قرار داشته باشد (بین O و M) x مثبت است.

اگر نوسانگر در سمت چپ مبدأ (O) قرار داشته باشد (بین O و N) x منفی است.

* نیروی وارد بر نوسانگر (نیروی بازگرداننده):

اگر نوسانگر روی نقطه‌ی تعادل باشد ($x=0$)، فنر طول عادی خود را دارد. ($|F|=kx=0$)

اگر نوسانگر در انتهای مسیر باشد ($x=A$)، فنر بیشترین کشیدگی یا فشردگی را دارد و نیرو بیشینه است. ($|F|=kA$)

اگر جسم سمت راست نقطه‌ی تعادل باشد (بین O و M)، نیروی فنر به سمت چپ است (خلاف محور x) و بالعکس.

بنابراین F و X مختلف العلامه‌اند. ($\bar{F}=-k\bar{x}$)

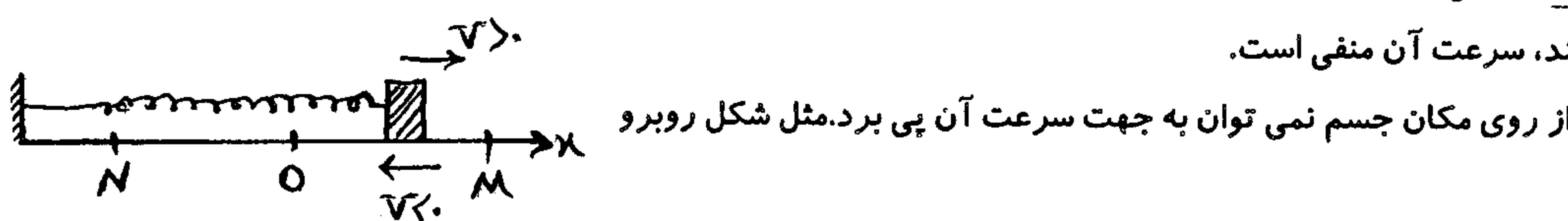
نیروی بازگرداننده‌ی F بهمواره به سمت مبدأ است و می‌خواهد نوسانگر را به مرکز نوسان بکشد و بردار مکان همواره از مبدأ به سمت محل جسم است و این به معنی ($\bar{F}\cdot\bar{x}<0$) است.

* شتاب نوسانگر: متناسب با نیروی فنر است ($\bar{F}=m\bar{a}$) پس: در مبدأ مکان داریم: $\bar{F}=0 \Rightarrow \bar{a}=0$

در سمت راست نقطه‌ی O شتاب منفی است، چون نیرو منفی است.

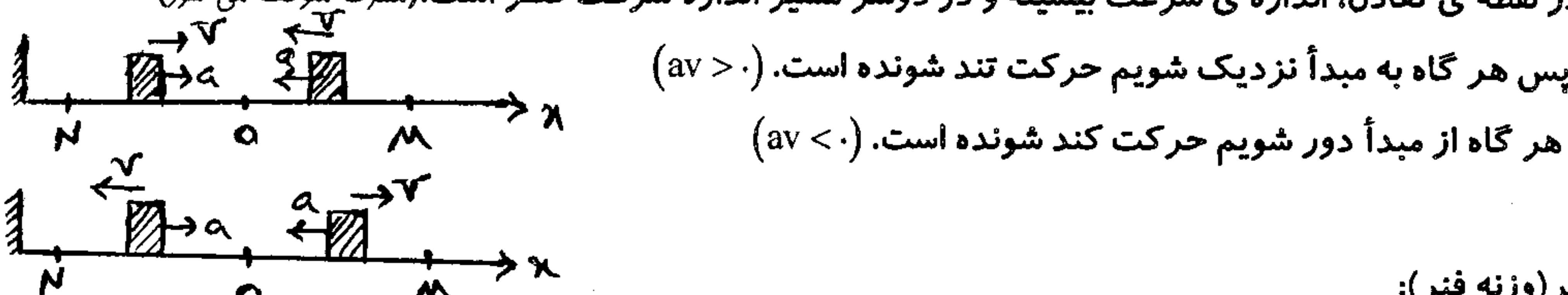
در سمت چپ نقطه‌ی O شتاب مثبت است، چون نیرو مثبت است.

* سرعت نوسانگر: هنگامی که نوسانگر به سمت راست، حرکت می‌کند (در جهت محور x) سرعت آن مثبت و هنگامی که به سمت چپ حرکت می‌کند، سرعت آن منفی است.



* نوع حرکت نوسانگر: هر چه نوسانگر به مبدأ نزدیک تر باشد، اندازه‌ی سرعت آن بیشتر است. و هر چه از مبدأ دورتر باشد اندازه‌ی سرعت آن کمتر است.

در نقطه‌ی تعادل، اندازه‌ی سرعت بیشینه و در دوسر مسیر اندازه سرعت صفر است. (مثُل موقوف می‌شدن)



* انرژی‌های نوسانگر (وزنه فنر):

$$\text{الف) انرژی پتانسیل کشسانی: } U = \frac{1}{2} kx^2$$

در مرکز نوسان، فنر طول عادی خود را دارد. $x=0 \Rightarrow U=0$

$x=\pm A \Rightarrow U = \frac{1}{2} kA^2$ در دوسر مسیر، فنر بیشترین کشیدگی یا فشردگی خود را دارد.

$$\text{ب) انرژی جنبشی: } k = \frac{1}{2} mv^2$$

$V = \pm V_{\max} \Rightarrow k = \frac{1}{2} mV_{\max}^2$ در مرکز نوسان سرعت نوسانگر بیشینه است.

$V=0 \Rightarrow k=0$ در دوسر مسیر، سرعت نوسانگر صفر است.

ج) انرژی مکانیکی: دستگاه وزنه-فنر در هر لحظه دارای انرژی پتانسیل و جنبشی است، که به مجموع این دو انرژی انرژی مکانیکی می‌گویند. ($E = K + U$)

اگر از اصطکاک و دیگر نیروهای ناپایستار، صرف نظر کنیم، کار این نیروها صفر خواهد بود و انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند. (کار و انرژی)

$\Delta E = W_f = 0 \Rightarrow E = 0$ ثابت = چنین نوسانگری را یک نوسانگر آبد گویند.

وقتی نوسانگر، نوسان می‌کند انرژی‌های جنبشی و پتانسیل آن دائماً به یکدیگر تبدیل می‌شوند.

$$E = \cdot + k_{\max}$$

مرکز نوسان:

$$E = K + U$$

$$E = k_{\max} = U_{\max} \leftarrow E = U_{\max} + \cdot$$

(۹) دایره‌ی مرجع:

* اگر ذره‌ی e روی محیط دایره، حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام دهد، سایه (تصویر) آن روی محور عمودی (نقطه e') یک حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد.

* به ازای هر دور کامل ذره‌ی e ، نقطه‌ی e' یک نوسان کامل را انجام می‌دهد.

یعنی دوره‌ی (T) هر دو حرکت یکسان است.

* در هر لحظه با داشتن مکان ذره‌ی e می‌توان موقعیت نقطه‌ی e' را بدست آورد و

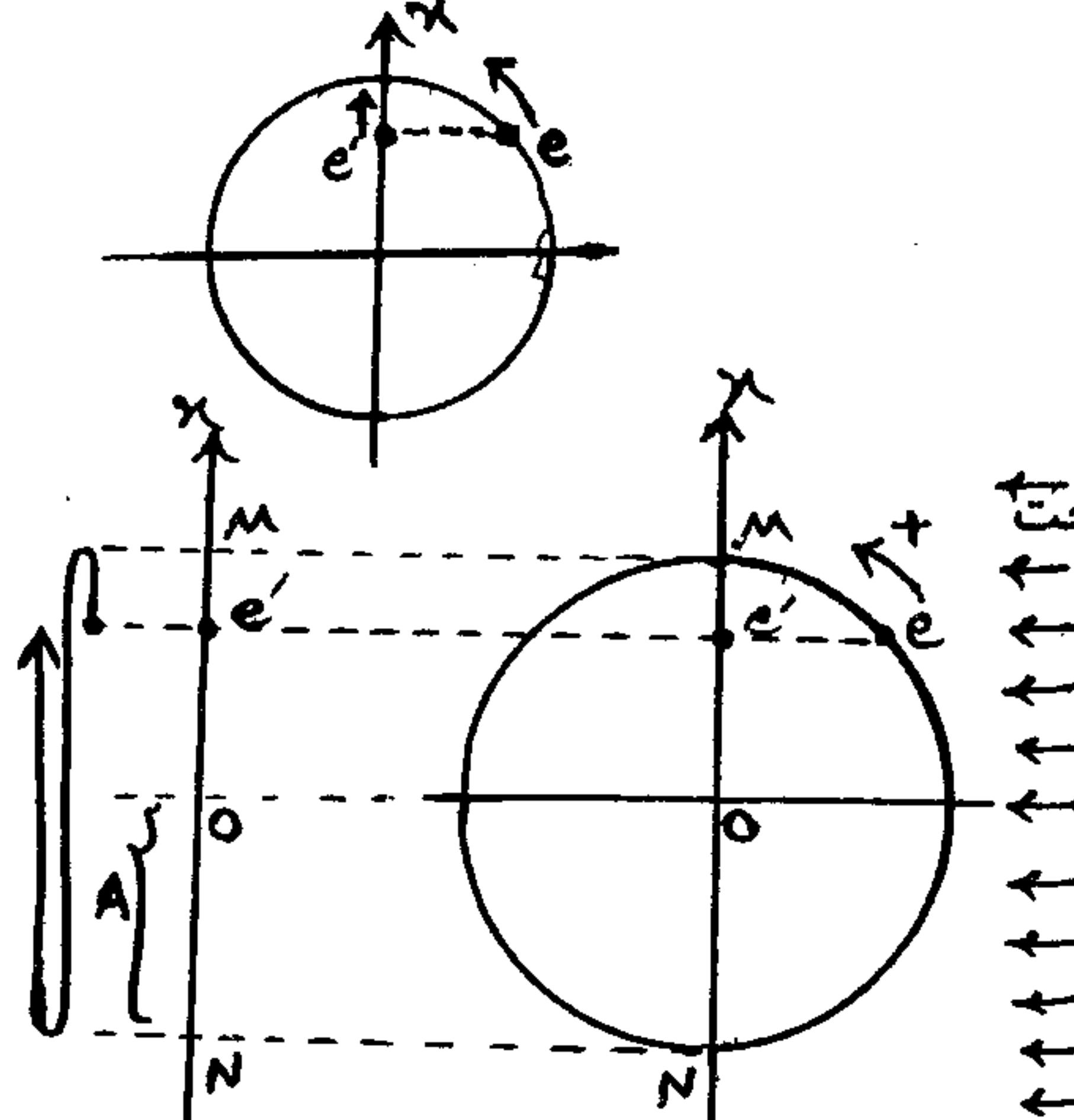
در واقع می‌توان حرکت یک نوسانگر ساده (نقطه‌ی e') را با یک حرکت دایره‌ای یکنواخت (حرکت نقطه‌ی e) در جهت مثبت مثلثاتی شبیه سازی کرد.

* به دایره‌ای که e روی آن حرکت می‌کند، دایره‌ی مرجع گویند.
مرکز این دایره بر نقطه‌ی تعادل منطبق است و شعاع آن A (دامنه‌ی حرکت) می‌باشد.

* معلوم: چون شعاع دایره A است پس: $x = A \sin \phi$

و چون نقطه‌ی e حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام می‌دهد.

فاز حرکت نیز به صورت خطی تغییر می‌کند: $(\phi = \omega t + \phi_0)$

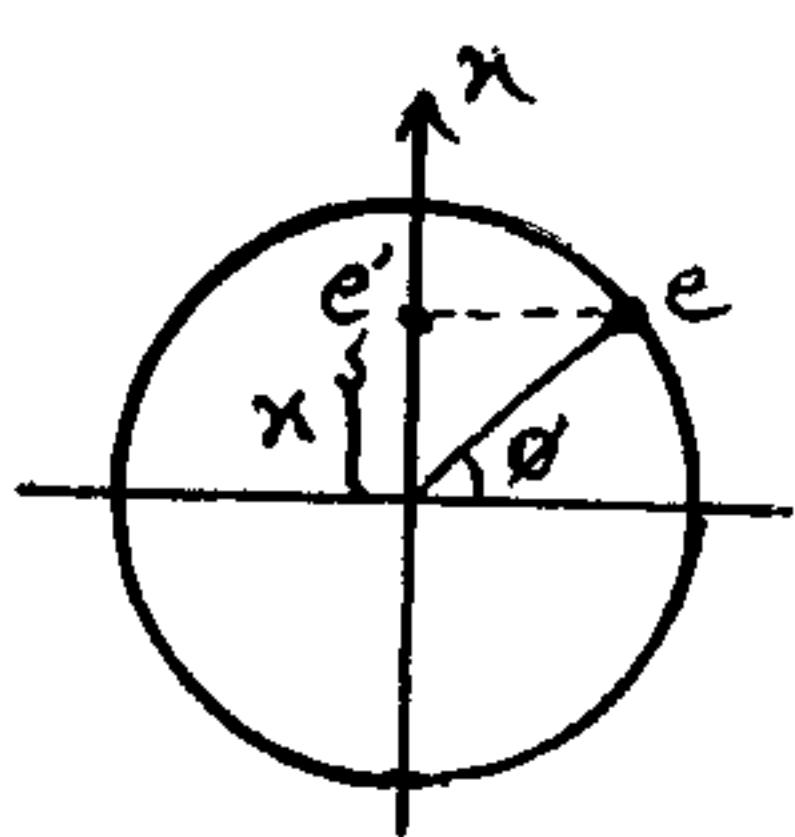


(۱۰) معادلات حرکت نوسانی:

* مکان-زمان:

$$x_m = \pm A \leftarrow x = A \sin(\omega t + \phi_0)$$

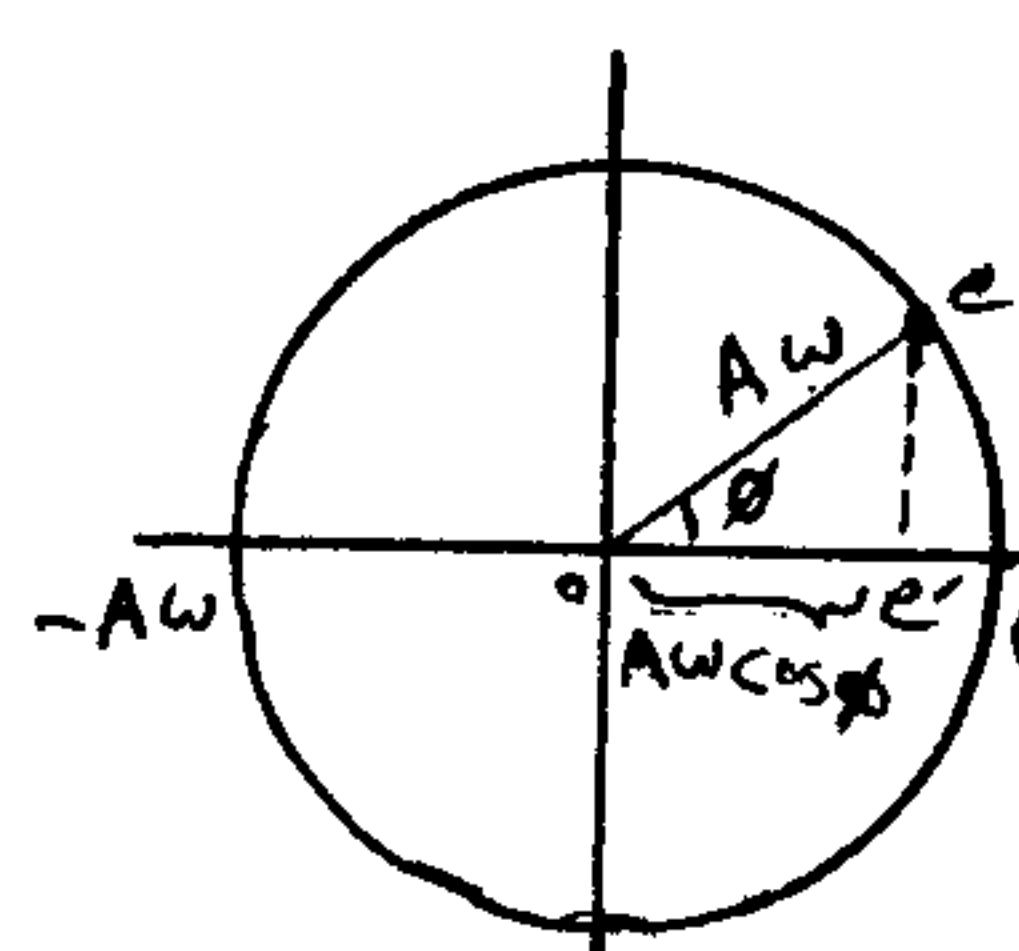
* سرعت-زمان: مشتق معادله مکان نسبت به زمان است. $v = \frac{dx}{dt} = A \omega \cos(\omega t + \phi_0)$



اگر شعاع دایره‌ی مرجع A باشد. آنگاه سایه‌ی e روی محور افقی

(نقطه‌ی e') در هر لحظه بیانگر سرعت نوسانگر است.

پس محور افقی را محور سرعت می‌نامیم.



* شتاب-زمان: مشتق معادله سرعت نسبت به زمان است. $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A \omega^2 \sin(\omega t + \phi_0)$

* نیرو-زمان: طبق قانون دوم، برآیند نیروهای وارد بر یک جسم عبارت است از:

$$F = ma = -mA \omega^2 \sin(\omega t + \phi_0) \rightarrow F_{\max} = \pm mA \omega^2$$

(۱۱) برنامه زمانی حرکت نوسانگرها:

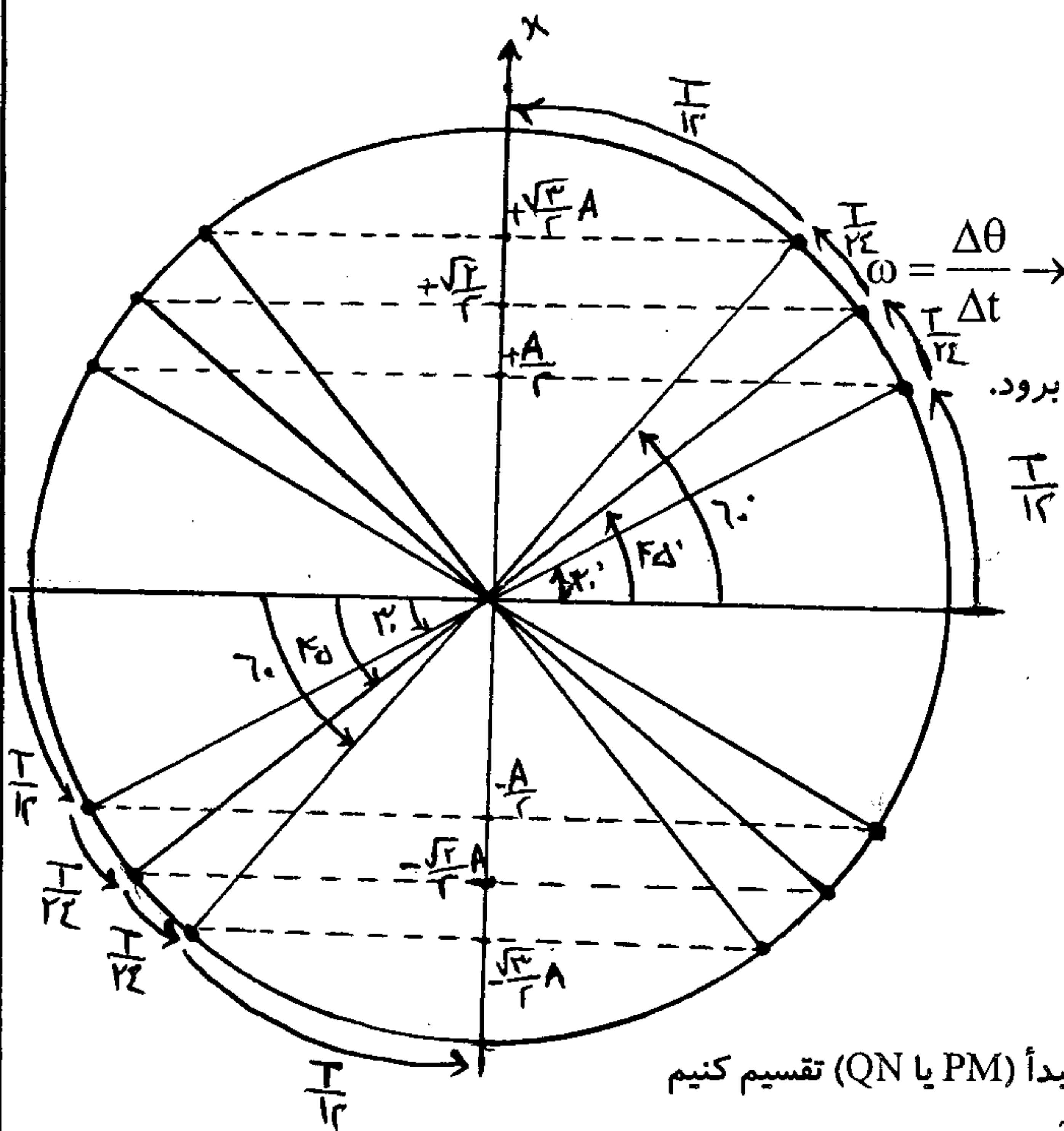
* در نوسانگرها، نیرو متغیر است، پس شتاب هم متغیر است و نیز سرعت هم متغیر خواهد بود. پس دلیلی ندارد که نوسانگر در بازه‌های زمانی یکسان مسافت‌های یکسان را طی کند.

* اما تغییر فاز یک نوسانگر به صورت یکنواخت انجام می‌شود. پس زمان انجام جابجائی‌های مختلف را از روی تغییر فازشان

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta \theta}{\omega} = \frac{\Delta \theta}{2\pi} \times T$$

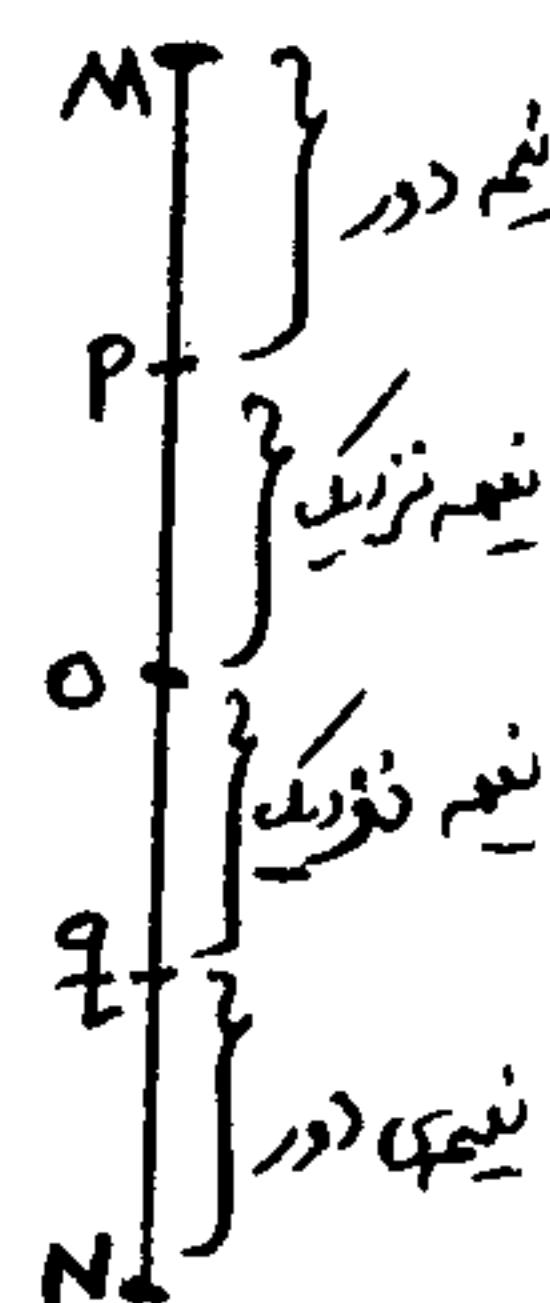
* نتایج:

الف) یک نوسان کامل همواره ثانیه طول می کشد و مهم نیست که نوسانگر از چه نقطه ای شروع به حرکت کند.



ب) $\frac{T}{2}$ ثانیه طول می کشد تا نوسانگر از یک سر مسیر به سر دیگر برود.

ج) زمان طی کردن یک دامنه همواره $\frac{T}{4}$ ثانیه است.



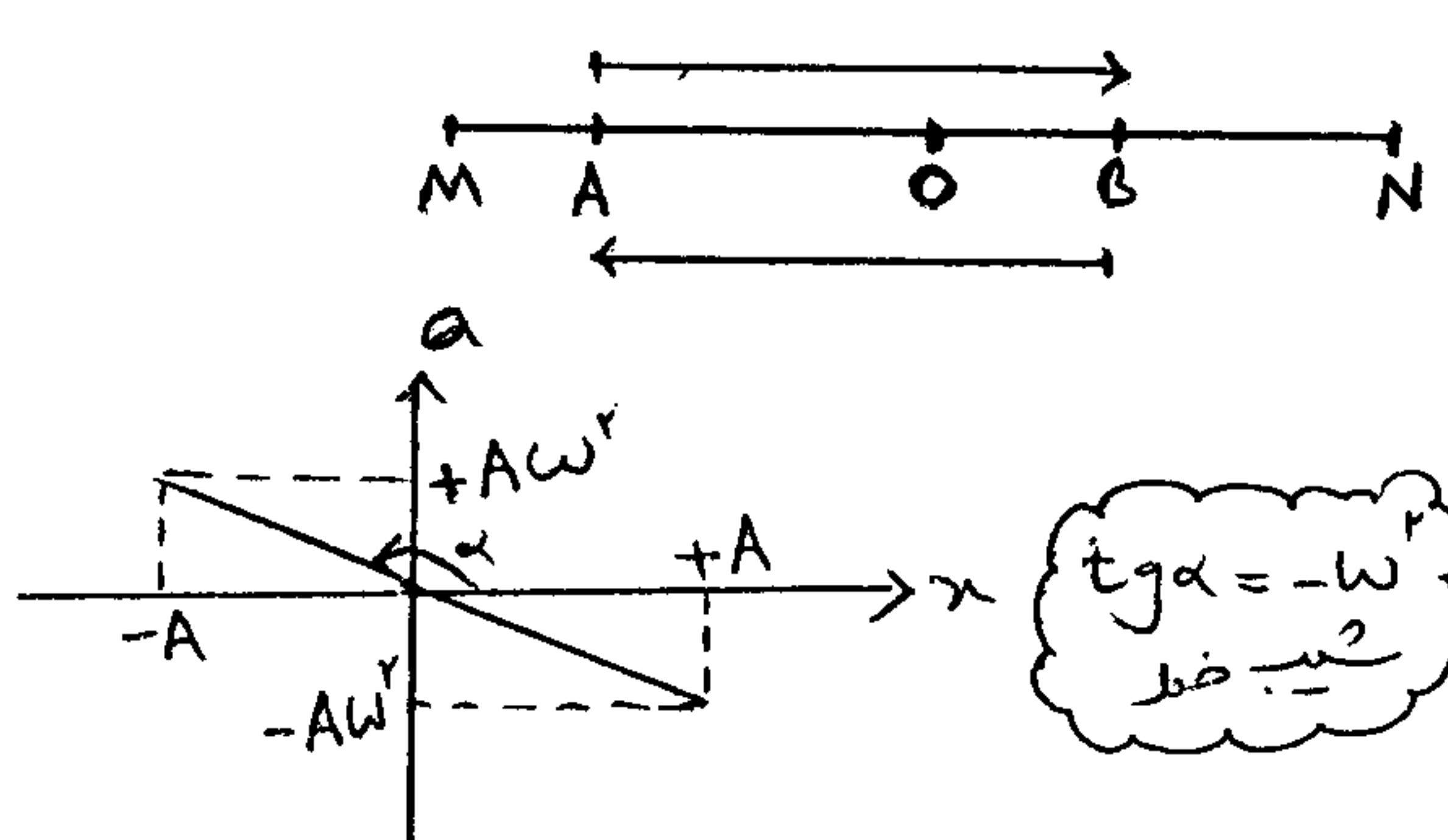
د) اگر دامنه را به دو نیمه نزدیک به مبدأ (OQ لیا OP) و دور از مبدأ (QN لیا PM) تقسیم کنیم

نیمه نزدیک به مبدأ را در $\frac{T}{12}$ ثانیه نیمه دور از مبدأ را در $\frac{T}{6}$ طی می کند.

پس طی کردن نیمه دور برابر طی کردن نیمه دور نزدیک زمان می برد.

ه) دو نقطه ای دلخواه از مسیر را A و B می نامیم. اگر حرکت از A تا B، n ثانیه طول بکشد،

حرکت از B تا A نیز n ثانیه طول خواهد کشید.



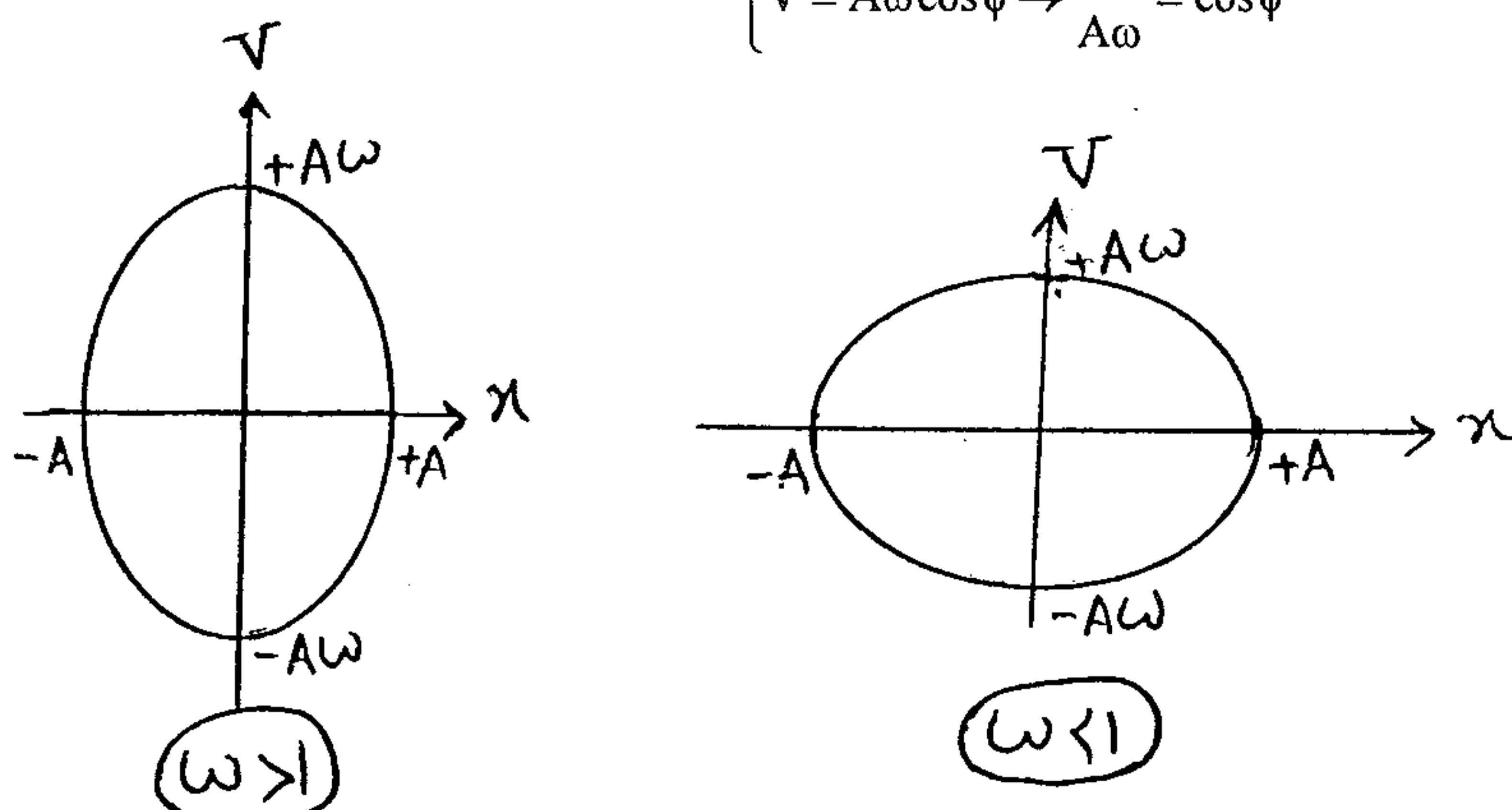
۱۲) رابطه ای بین کمیت ها و نمودار آنها :

* رابطه ای مکان-شتات:

$$\begin{cases} a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi) \\ x = A \sin(\omega t + \phi) \end{cases} \Rightarrow \ddot{x} = -\omega^2 x$$

* رابطه ای مکان-سرعت:

$$\begin{cases} x = A \sin \phi \rightarrow \frac{x}{A} = \sin \phi \\ V = A\omega \cos \phi \rightarrow \frac{V}{A\omega} = \cos \phi \end{cases} \Rightarrow \sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1 \Rightarrow \left(\frac{x}{A} \right)^2 + \left(\frac{V}{A\omega} \right)^2 = 1 \rightarrow V = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

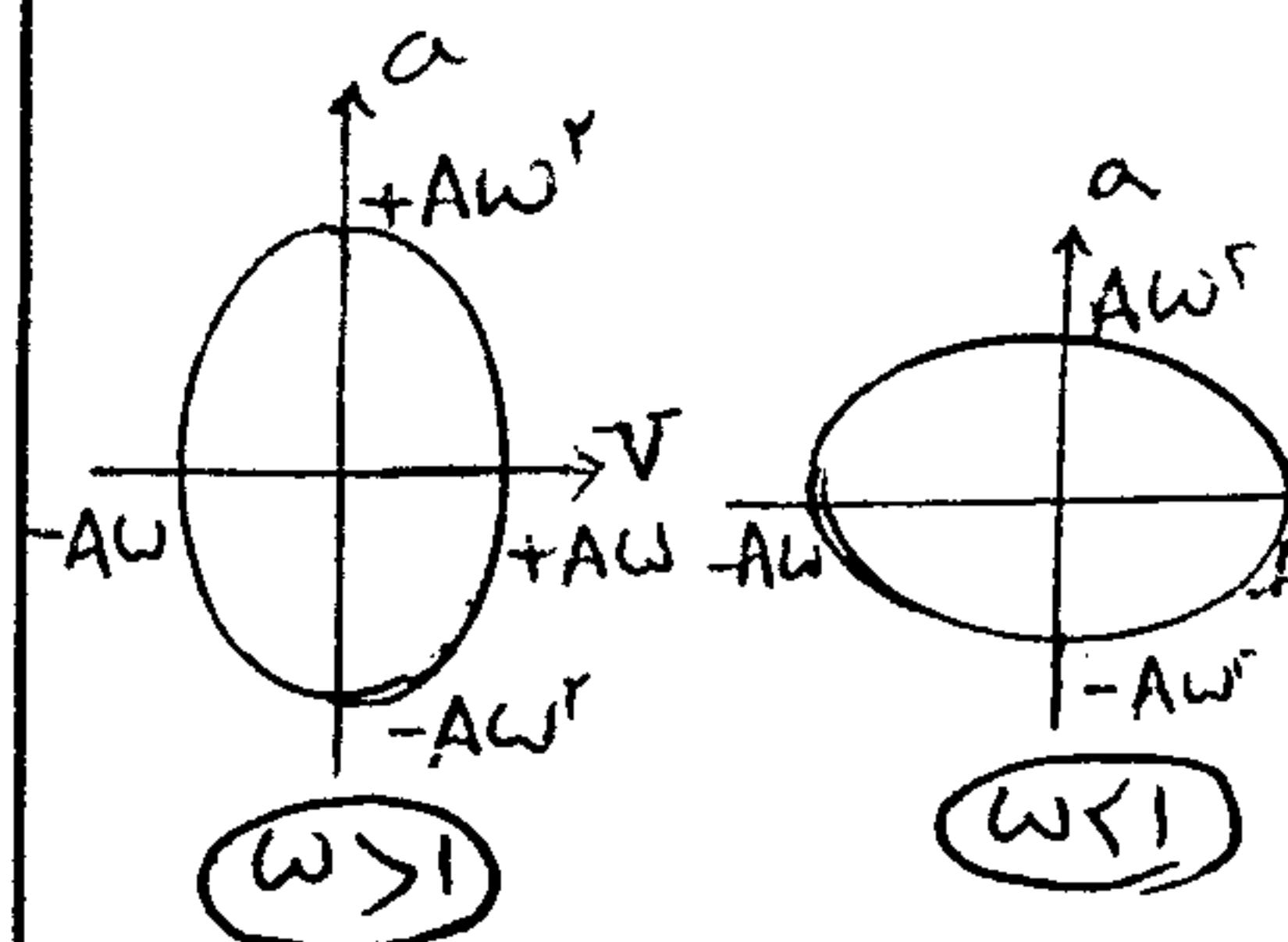


* معادله ای فوق، معادله ای یک بیضی است.

اگر $1 = \omega$ شود \leftrightarrow معادله ای دایره می شود.

اگر $1 > \omega$ شود \leftrightarrow بیضی قائم است.

اگر $1 < \omega$ شود \leftrightarrow بیضی افقی است.



$$\left\{ \begin{array}{l} V = A\omega \cos(\phi) \Rightarrow \frac{V}{V_{\max}} = \cos \phi \\ a = -A\omega^2 \sin(\phi) \Rightarrow \frac{a}{a_{\max}} = -\sin \phi \end{array} \right. \Rightarrow (\cos \phi)^2 + (-\sin \phi)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{V}{V_{\max}} \right)^2 + \left(\frac{a}{a_{\max}} \right)^2 = 1$$

* مقایسه نیروی نوسانگر و نیروی وزنه - فنر:

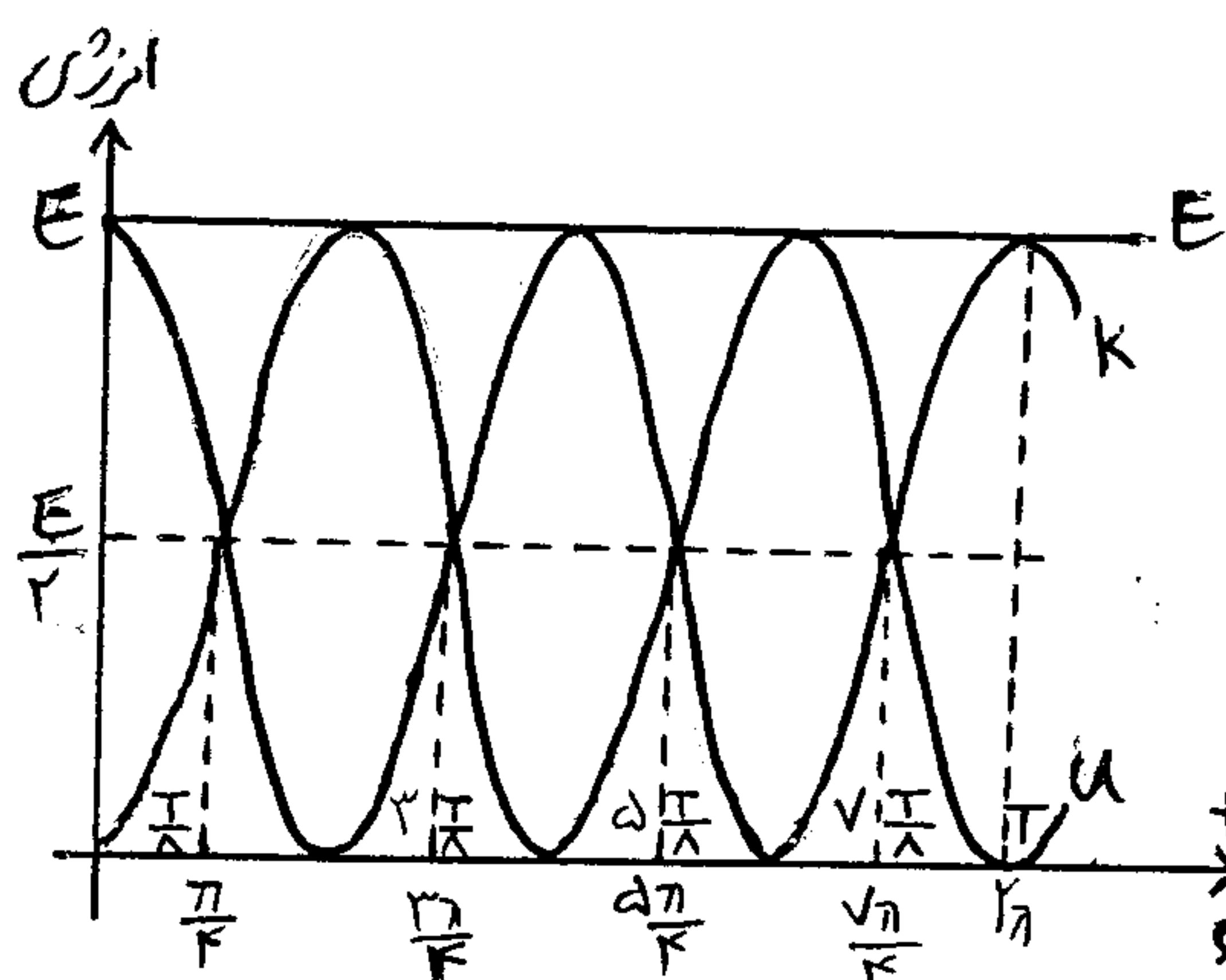
$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{a} = -\omega^2 \bar{x} \Rightarrow \bar{F} = -m\omega^2 \bar{x} \\ \bar{F} = -k\bar{x} \end{array} \right. \Rightarrow -m\omega^2 \bar{x} = -k\bar{x} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

و با داشتن ω و f رابدست می آوریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \\ f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \end{array} \right.$$

نتیه ۱) ω و f تنها وابسته به شرایط فیزیکی نوسانگر (جرم نوسانگر و سختی فنر متصل به نوسانگر) می باشد و نحوه نوسان و دامنه نوسان تأثیری روی آن ندارد.

نتیه ۲) نمودارهای نیرو بر حسب مکان و سرعت به صورت نمودارهای شتاب بر حسب مکان و سرعت است. فقط اینجا یک ضریب m اضافه می شود.



* رابطه بین انرژی ها:

۱) بر حسب فاز و زمان:

$$\left\{ \begin{array}{l} U = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} k(A \sin(\omega t + \phi))^2 = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2 \phi = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2 \phi \\ k = \frac{1}{2} mV^2 = \frac{1}{2} m(A\omega \cos(\omega t + \phi))^2 = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 \cos^2 \phi = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2 \phi \\ E = k + U = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 \cos^2 \phi + \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 \sin^2 \phi = \boxed{\frac{1}{2} mA^2 \omega^2 = k_{\max} = U_{\max}} \end{array} \right.$$

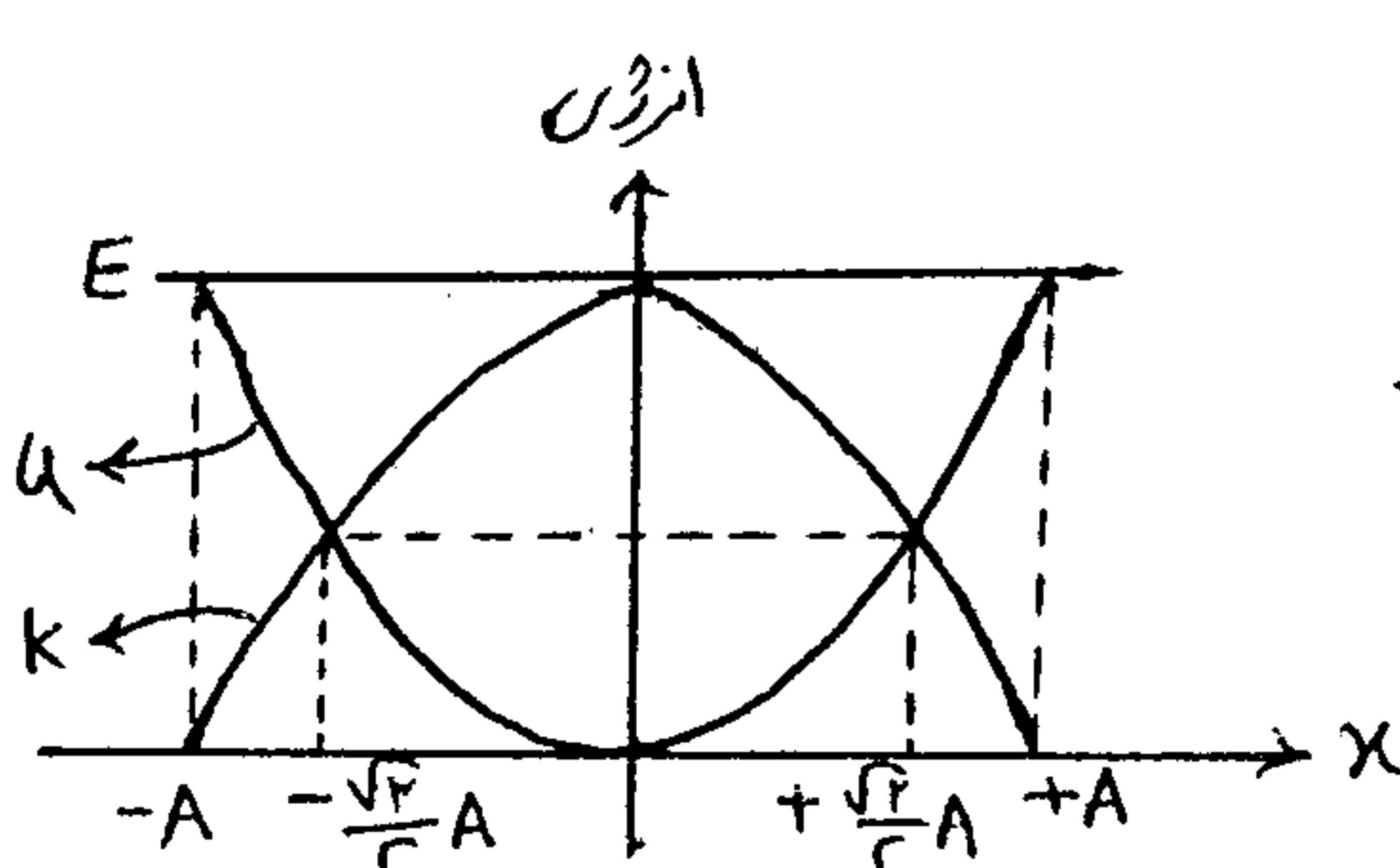
* نسبت ها:

$$\frac{U}{E} = \sin^2 \phi = \sin^2(\omega t + \phi)$$

$$\frac{k}{E} = \cos^2 \phi = \cos^2(\omega t + \phi)$$

$$\frac{U}{k} = \tan^2 \phi = \tan^2(\omega t + \phi)$$

۲) بر حسب مکان:



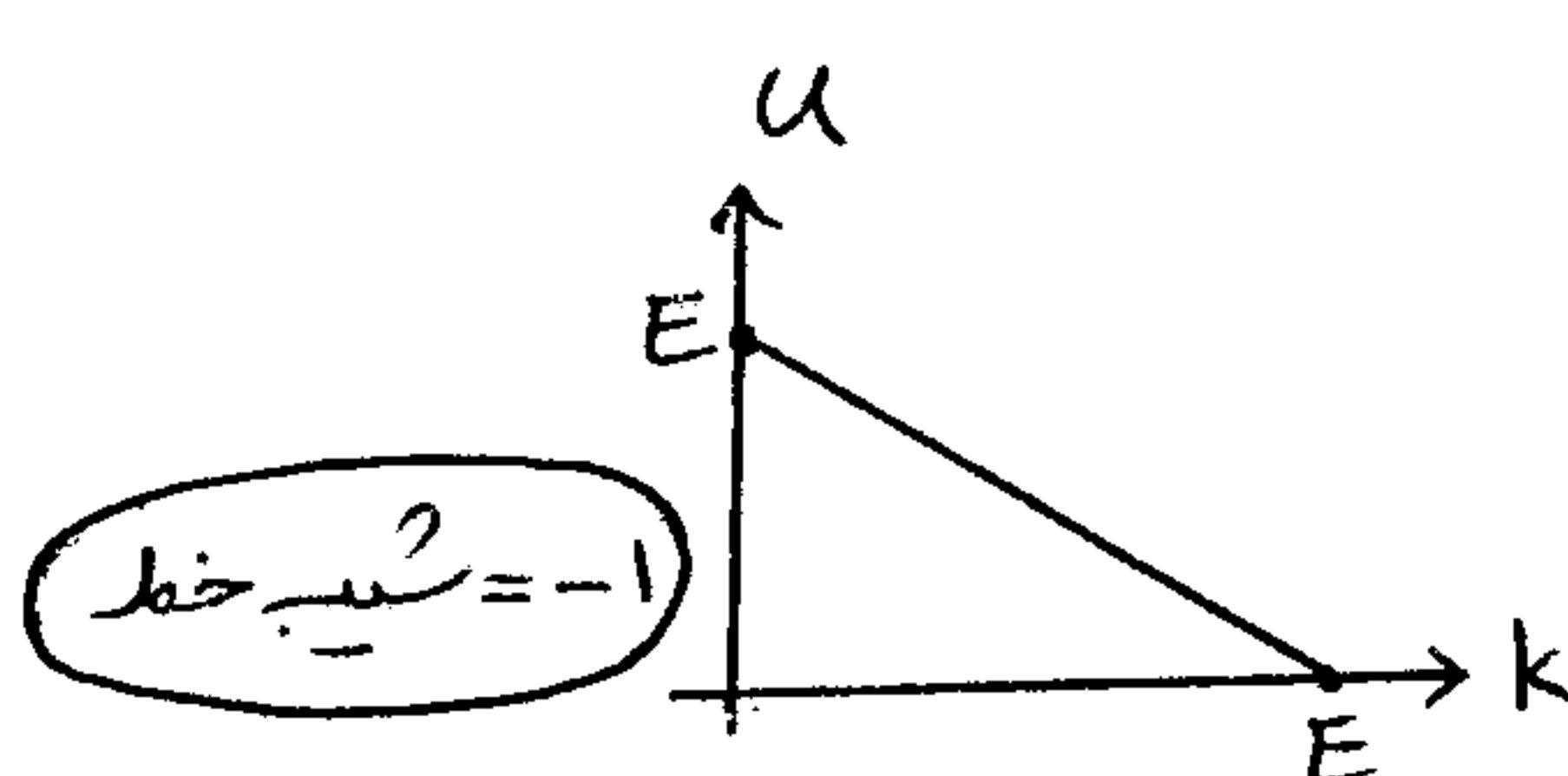
$$\left\{ \begin{array}{l} U = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 \\ k = \frac{1}{2} mV^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x^2) \\ E = K + U = \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x^2 + x^2) = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \end{array} \right.$$

* نسبت ها:

$$\frac{U}{E} = \frac{\frac{1}{2}kx^2}{\frac{1}{2}kA^2} = \left(\frac{x}{A}\right)^2$$

$$\frac{k}{E} = \frac{\frac{1}{2}mV^2}{\frac{1}{2}mV_m^2} = 1 - \left(\frac{x}{A}\right)^2 = \frac{A^2 - x^2}{A^2}$$

$$\frac{U}{K} = \frac{\frac{U}{E}}{\frac{K}{E}} = \frac{\frac{x^2}{A^2}}{\frac{A^2 - x^2}{A^2}} = \frac{x^2}{A^2 - x^2}$$



* رابطه ای انرژی جنبشی و پتانسیل:

$$U + k = E \rightarrow U = E - K \quad (\text{رابطه ای خطا})$$

(۱۳) مقایسه فاز مکان و سرعت و شتاب:

* فاز حرکت: منظور از فاز، کمان حالت اصلی معادلات است. پس اگر معادله ای دارند و فاز آن را خواستند،

ابتدا آنرا به شکل اصلی معادلات تبدیل می کنیم و سپس فاز اعلام می نمائیم.

* اختلاف فاز: تفاوت فاز دو حرکت را اختلاف فاز می نامند.

اگر اختلاف فاز دو نوسانگر صفر باشد آنها همفازند.

اگر اختلاف فاز آنها $\pi \text{ rad}$ باشد، در فاز مخالفند.* تقدم فاز: اگر معادلات مکان و سرعت و شتاب را بحسب \sin بنویسیم داریم:

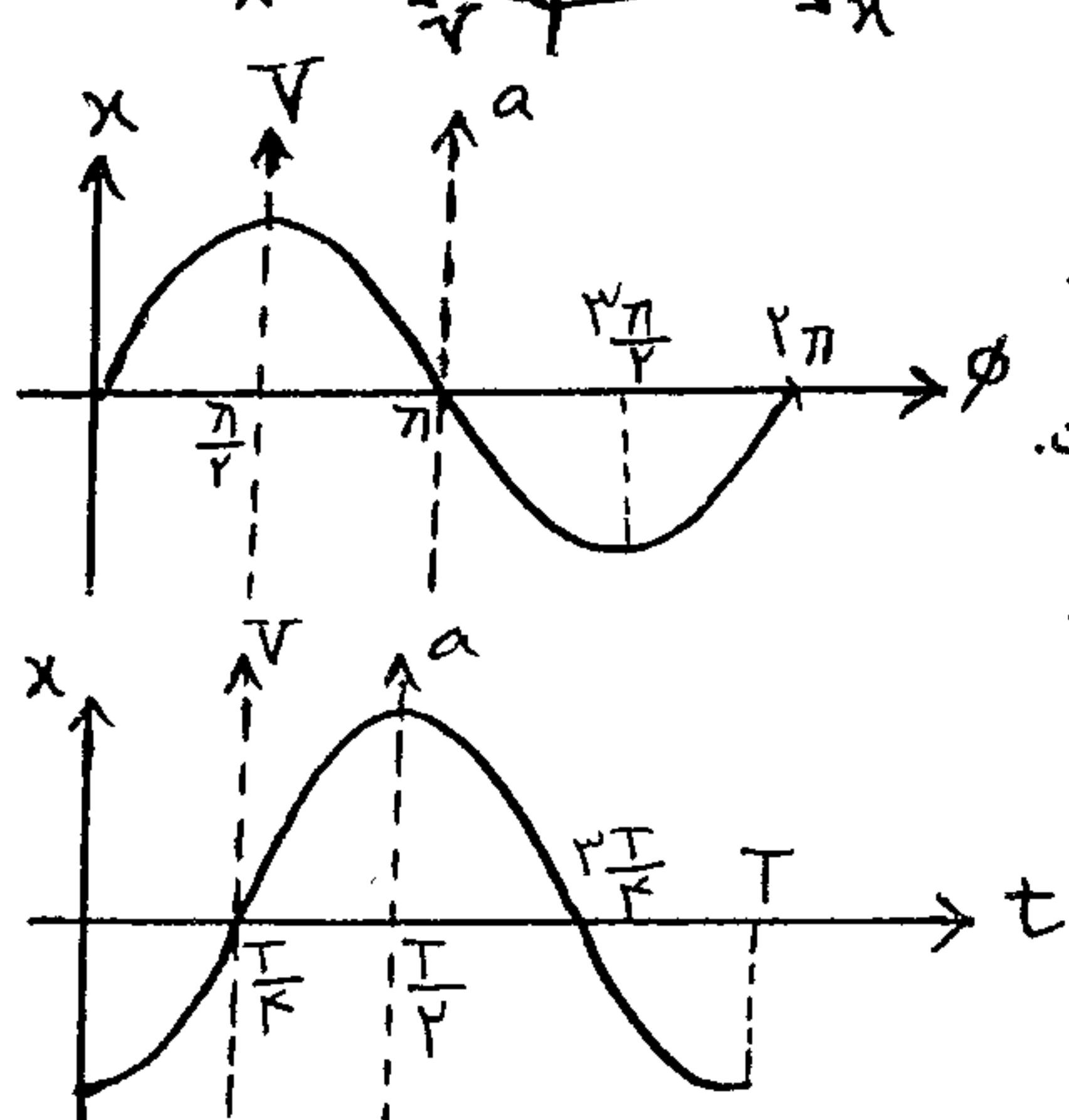
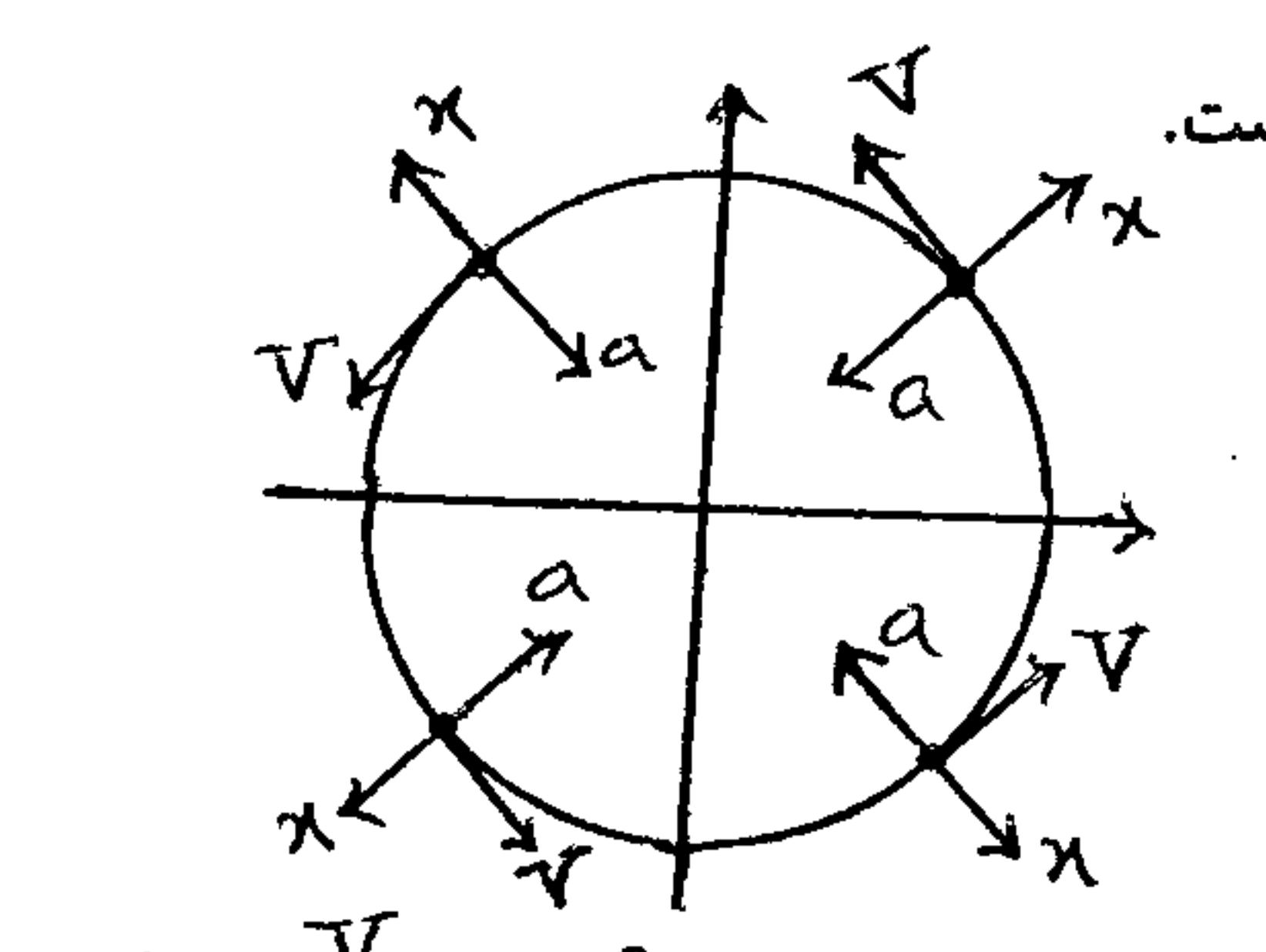
$$x = A \sin(\omega t + \phi_0)$$

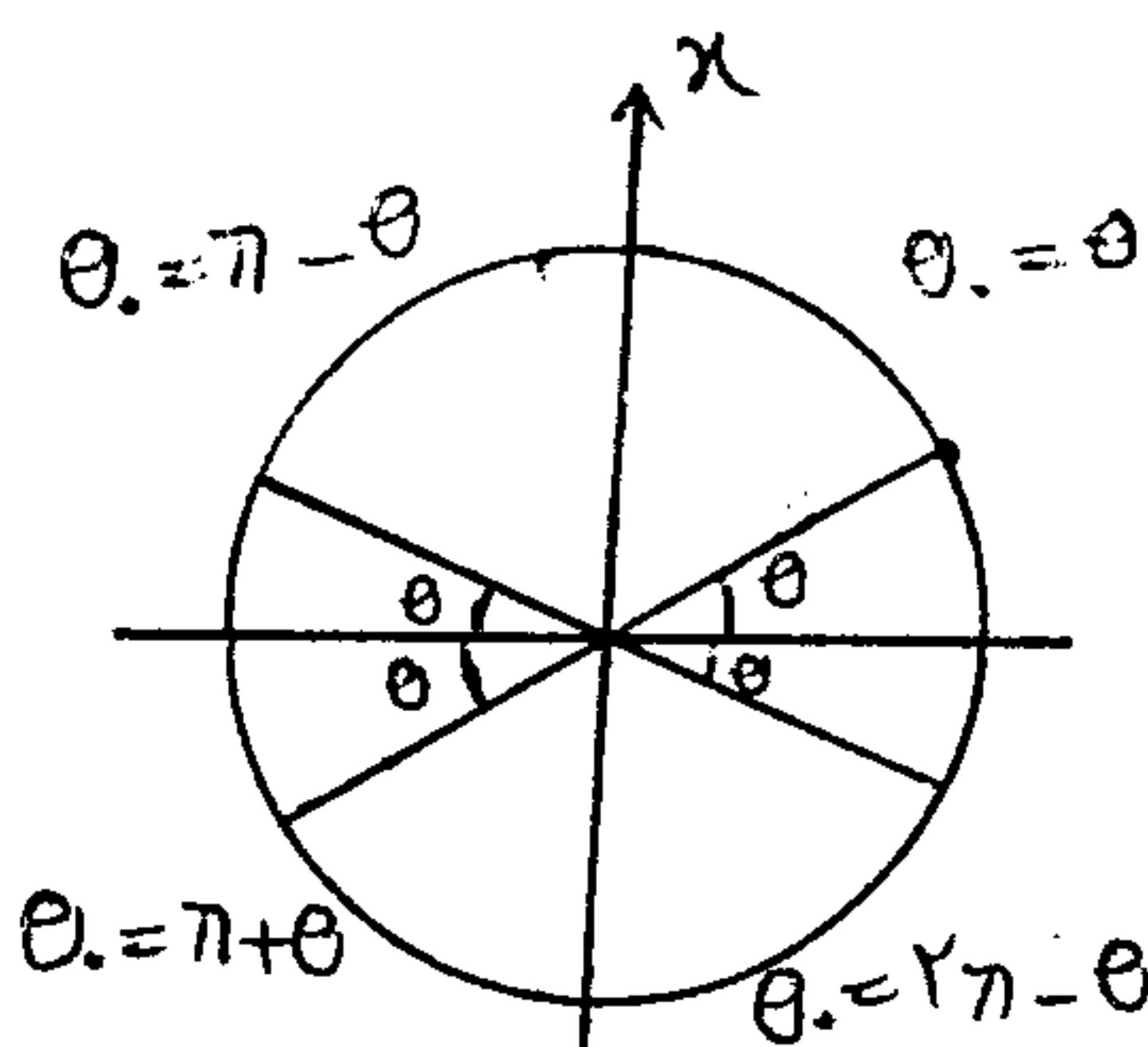
$$v = A\omega \cos(\omega t + \phi_0) \rightarrow v = A\omega \sin\left(\omega t + \phi_0 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi_0) \rightarrow a = A\omega^2 \sin(\omega t + \phi_0 + \pi)$$

می بینیم که فاز سرعت $\frac{\pi}{2}$ بیشتر از فاز مکان و فاز شتاب $\frac{\pi}{2}$ بیشتر از فاز سرعت است.پس: سرعت نسبت به مکان $\frac{\pi}{2}$ تقدم فاز دارد.شتاب نسبت به سرعت $\frac{\pi}{2}$ تقدم فاز دارد.شتاب نسبت به مکان π رادیان تقدم فاز دارد.

* مقایسه نمودارها:

نمودار سرعت شبیه نمودار مکان است ولی به اندازه $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ یا $\frac{T}{4} \text{ s}$ به جلو کشیده شده است.نمودار شتاب شبیه نمودار سرعت است ولی به اندازه $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ یا $\frac{T}{4} \text{ s}$ به جلو کشیده شده است.نمودار شتاب شبیه نمودار مکان است ولی به اندازه $\pi \text{ rad}$ یا $\frac{T}{2} \text{ s}$ به جلو کشیده شده است.توجه معلم: نمودار a شبیه قرینه x نسبت به محور فاز یا زمان است.



۱۴) تعیین فاز اولیه از روی نمودارها:

از روی نمودار $(x-t)$:

الف) ابتدا بعد اولیه (x_0) را نگاه می کنیم:

اگر نمودار به طرف مکان \max (قله) می رفت \rightarrow ناحیه اول

* اگر مثبت باشد:

اگر نمودار به سمت محور t می رفت \rightarrow ناحیه دوم

اگر نمودار به طرف مکان \min (دره) می رفت \rightarrow ناحیه سوم

* اگر منفی باشد:

اگر نمودار به سمت محور t می رفت \rightarrow ناحیه چهارم

ب) بعد از تعیین ناحیه، مقدار زاویه با محور افقی θ را از رابطه $\sin \theta = \frac{x_0}{A}$

زویر و استفاده می کنیم.

از روی نمودار $(V-t)$:

الف) ابتدا سرعت اولیه (V_0) را نگاه می کنیم:

اگر نمودار به طرف محور t رفت \rightarrow ناحیه اول

* اگر مثبت بود (منظرک در بحث محور t حرکت من کند):

اگر نمودار به طرف \max (قله) می رفت \rightarrow ناحیه چهارم

اگر نمودار به طرف محور t می رفت \rightarrow ناحیه سوم

* اگر منفی بود (منظرک در فلافل بحث محور t حرکت من کند):

اگر نمودار به طرف \min (دره) می رفت \rightarrow ناحیه دوم

ب) بعد از تعیین ناحیه، مقدار θ را از رابطه $\cos \theta = \frac{V}{V_{\max}}$

بالایی رجوع می کنیم.

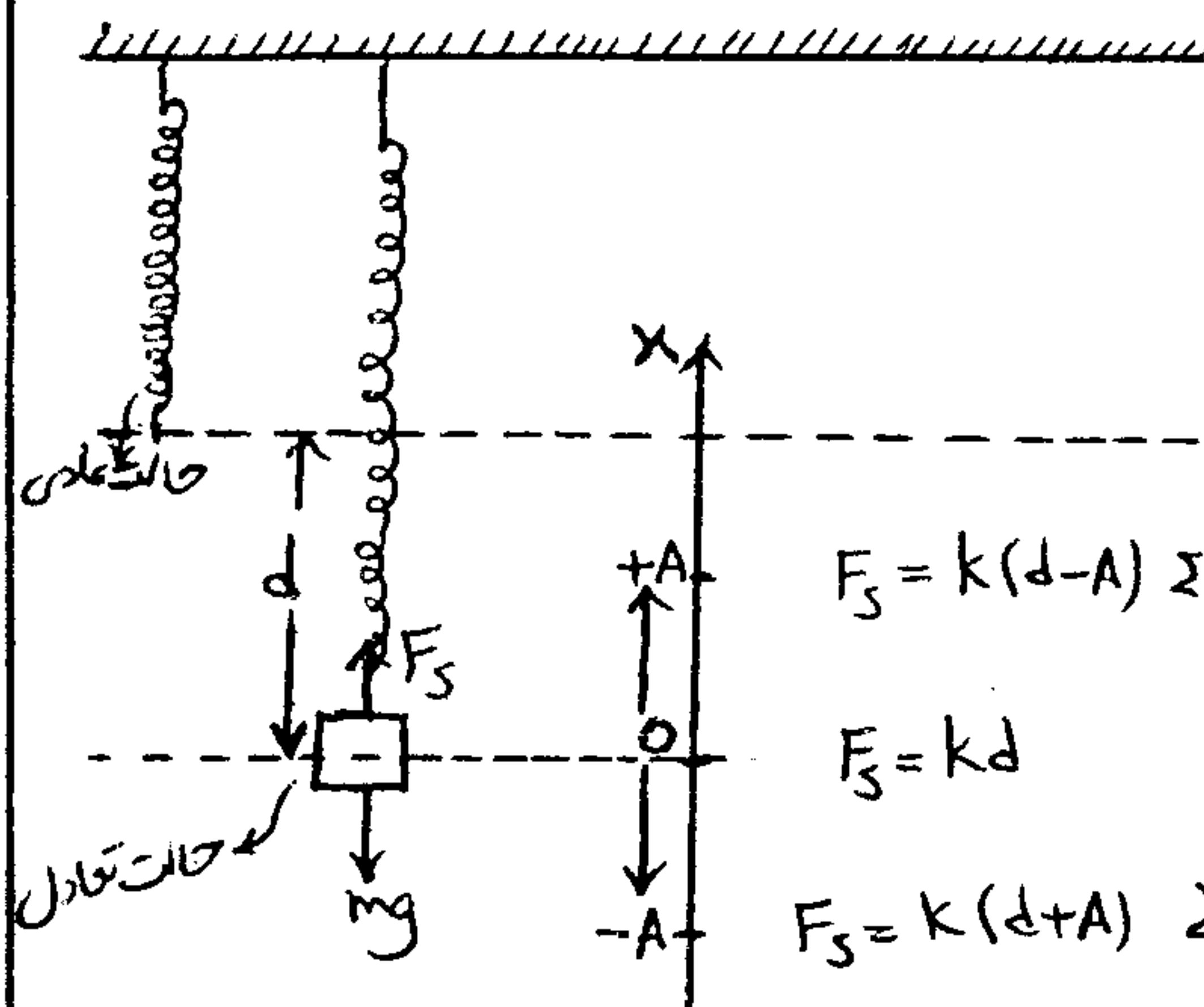
از روی نمودار $(a-t)$:

الف) در این حالت کافیست، قرینه ای نمودار را نسبت به محور t رسم کنید تا نمودار $(x-t)$ مربوط به حرکت مورد نظر را بدست

آورید. (یادتون هست که $\ddot{a} = -\omega^2 \vec{x}$)

ب) بعد از خوندن نمودار $(x-t)$ و تعیین ناحیه ای حرکت در اینجا از رابطه θ رو بدهست آورده و به سراغ

دایره ای فوق بروید.



(۱۵) حرکت نوسانی در راستای قائم:

الف) جسمی به جرم m را به فنری به ثابت k می بندیم و آنرا آرام رها می کنیم

تا جسم در حال تعادل قرار گیرد، در این صورت فنر به اندازه A تغییر طول می دهد.

در این صورت داریم:

$$\begin{aligned} F &= mg \Rightarrow kd = mg \\ d &= \frac{m}{k}g \\ \frac{m}{k} &= \frac{d}{g} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{d}{g}} \end{aligned}$$

* اگر جسم را به اندازه A ، از حالت تعادل خارج کنیم، جسم حول نقطه O با دامنه A نوسان می کند.

* برای بدست آوردن نیروی فنر در هر لحظه، تغییر طول فنر را از حالت عادی محاسبه می کنیم: $F_s = -k(x - d)$

* برای بدست آوردن نیروی باز گرداننده در هر لحظه، تغییر طول فنر را از حالت تعادل محاسبه می کنیم: $F = -kx$

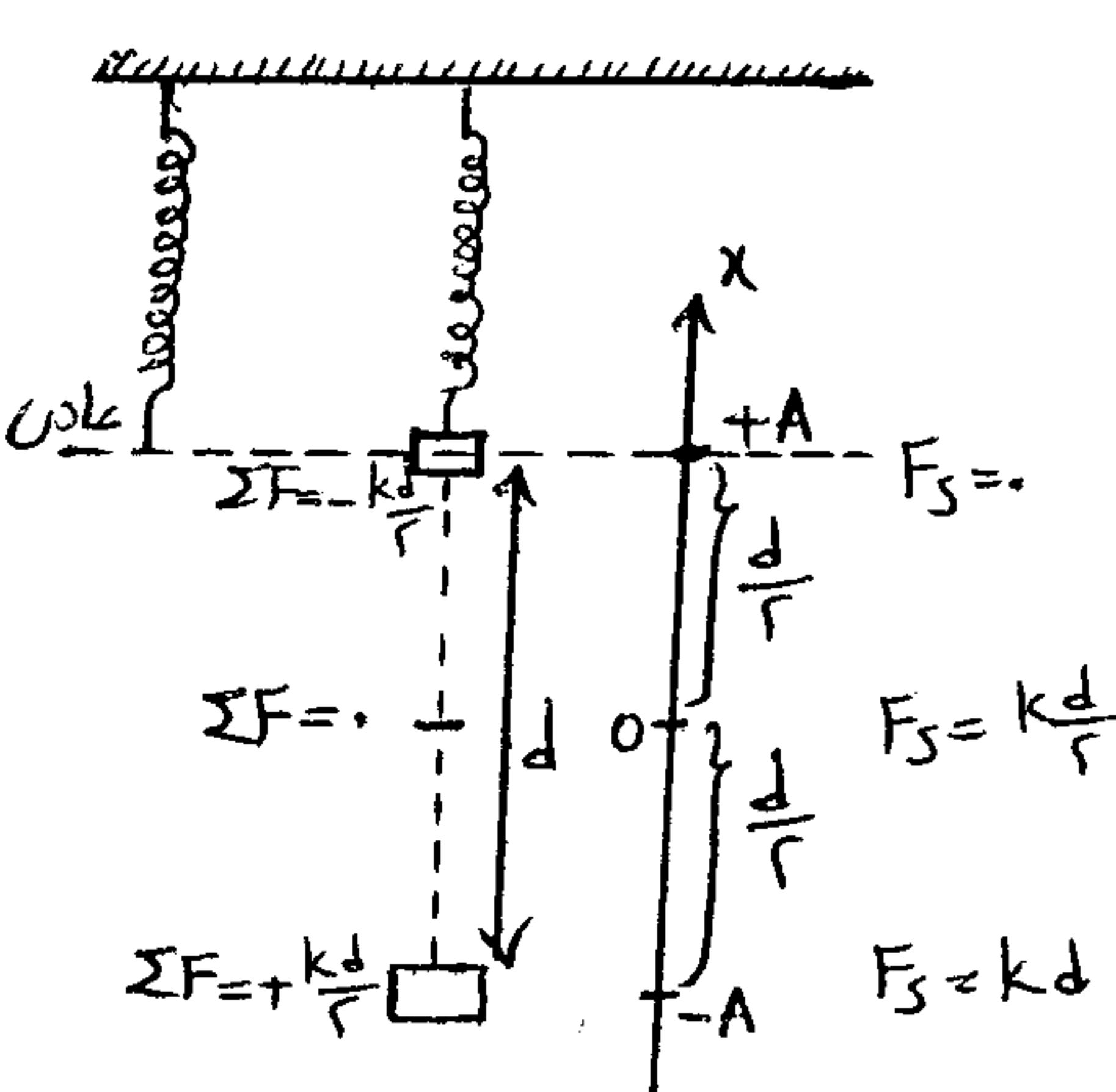
* اختلاف نیروی فنر (F_s) و نیروی باز گرداننده (F) همواره برابر kd یا mg خواهد بود.

* برای محاسبه ای انرژی پتانسیل کشسانی فنر در هر لحظه، غیر طول فنر را از حالت عادی محاسبه می کنیم: $U = \frac{1}{2}k(d - x)^2$

* انرژی پتانسیل، در حالت عمودی جمع انرژی پتانسیل کشسانی و انرژی پتانسیل گرانشی نوسانگر است.

پس برای بدست آوردن آن در هر لحظه، تغییر طول فنر را از حالت تعادل محاسبه می کنیم: $U = \frac{1}{2}kx^2$

* اختلاف انرژی پتانسیل و انرژی پتانسیل کشسانی و نیروی فنر بقیه ای ویژگی های دستگاه وزن فنر عیناً مثل دستگاه وزن افقی است.



ب) گاهی اوقات در مسائل عنوان می کنند که جسمی به جرم m را به فنری قائم متصل کرده و ناگهان رها می کنیم و فنر به اندازه d کشیده می شود.

در این صورت جسم با دامنه $\frac{d}{2}$ حول نقطه O تعادل نوسان می کند.

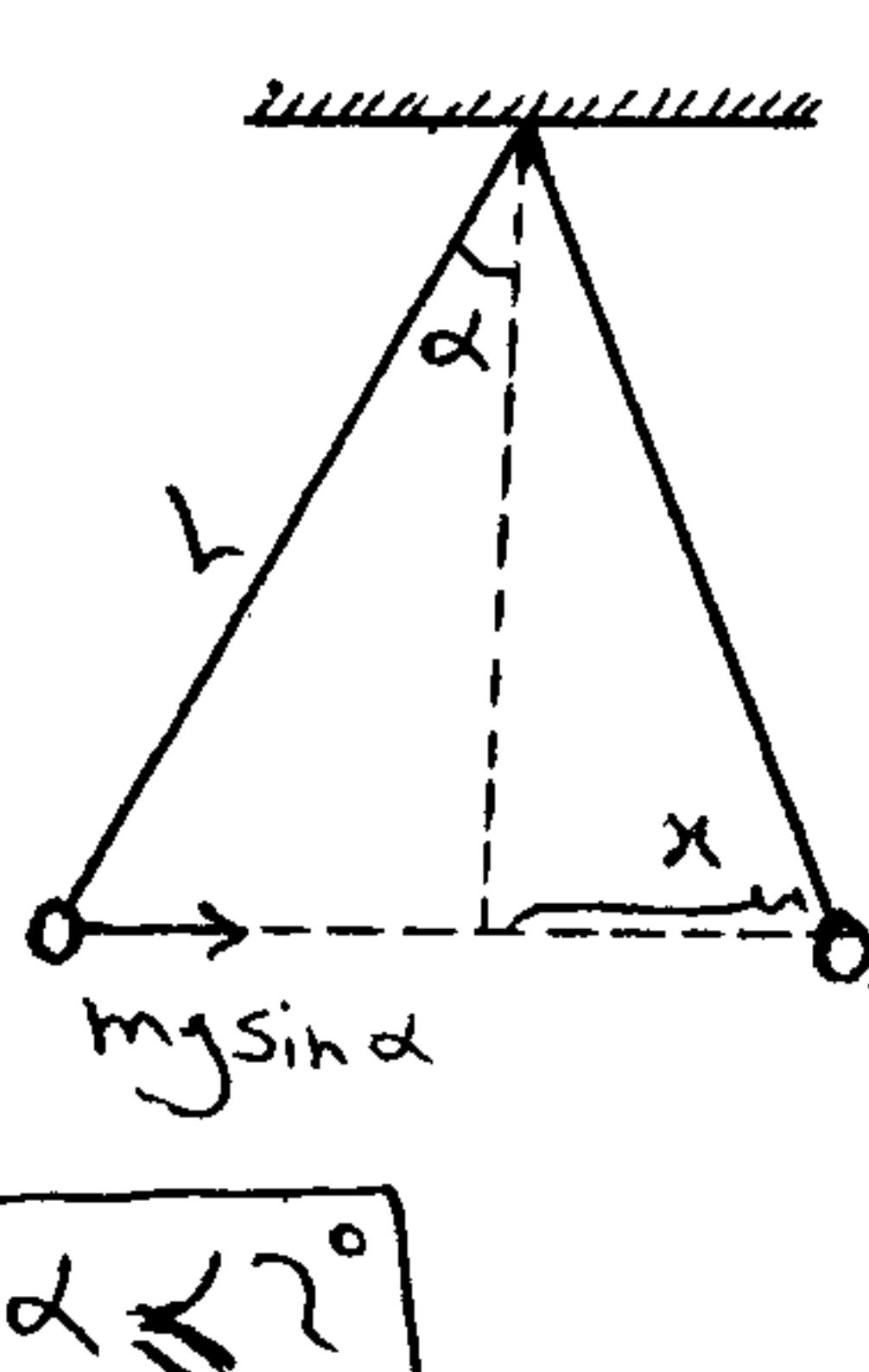
$$F = . \Rightarrow mg = k \frac{d}{2} \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{d}{2g} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{d}{2g}}$$

(۱۶) آونگ ساده:

هنگامی که زاویه انحراف آونگ کمتر از ۶ درجه باشد تقریباً میتوان کمان مسیر حرکت را خط راست در نظر گرفت و آونگ را با اغماس یک نوسانگ هماهنگ ساده فرض کرد.

* در این حالت T و $mg \cos \alpha$ یکدیگر را ختنی می کنند و $mg \sin \alpha$ تأمین کننده می باشد:

$$\bar{F} = mg \sin \alpha = -m\omega^2 x \Rightarrow g \times \frac{-x}{L} = -\omega^2 x \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$



* اثر دما بر زمان تناوب آونگ: $T \propto \sqrt{L} \rightarrow L' = L(1 + \alpha \Delta \theta)$

* اثر تغییر شتاب گرانش در زمان تناوب آونگ: $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}} \rightarrow g' = g + \frac{F}{m}$

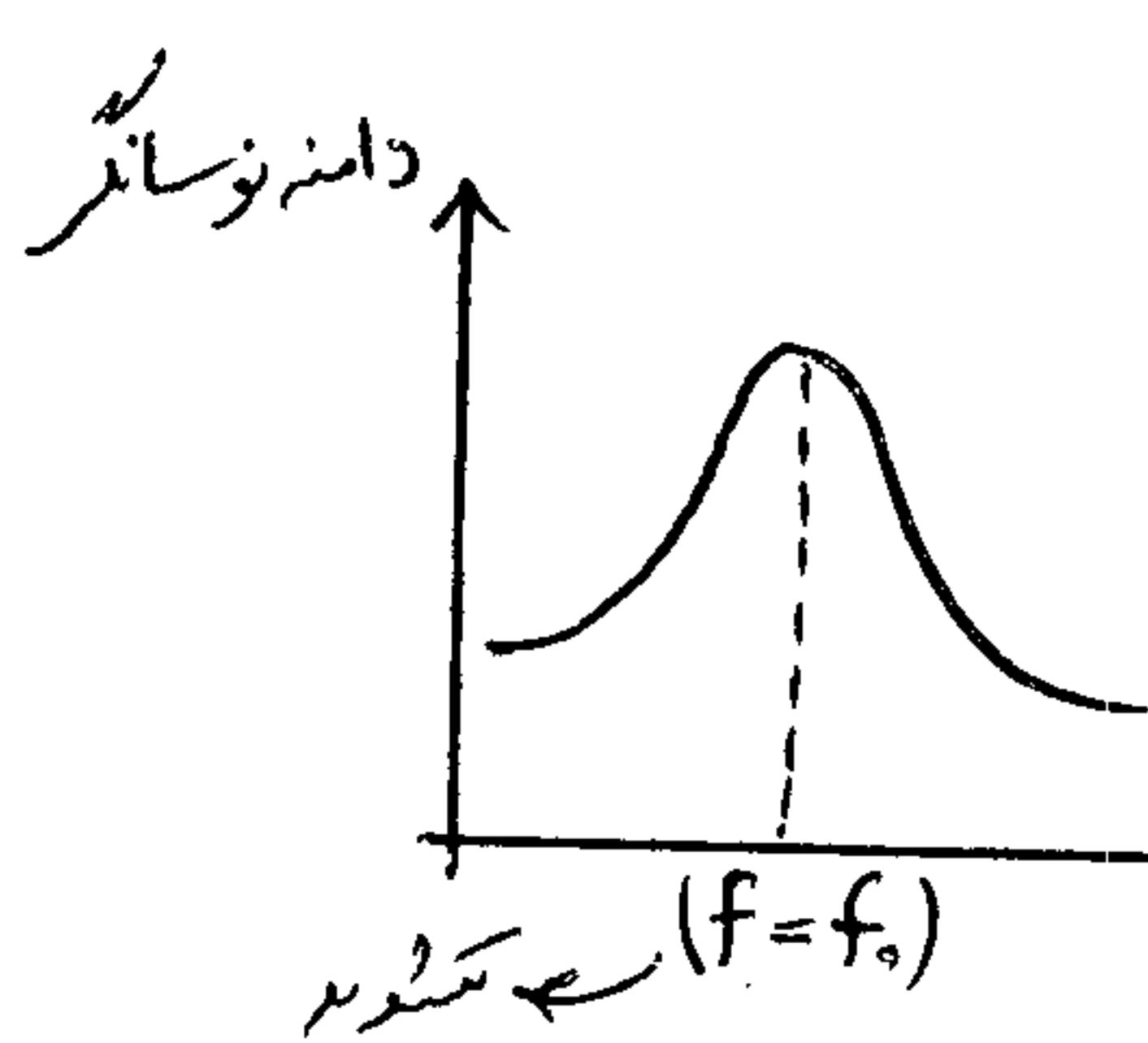
(مثلاً اگر آهنربایی را زیر آونگ فلنی قرار (هیم)

* تطابق آونگ ها: اگر دو آونگ با دوره های T_A و T_B به نوسان در آیند و $T_A > T_B$ باشد، آونگ B سریعتر نوسان خواهد کرد.
هر گاه در مدت زمان n ثانیه تعداد نوسان های آونگ B، n واحد بیشتر از تعداد نوسانات آونگ A باشد، داریم:

$$\begin{cases} N_A = \frac{t}{T_A} \\ N_B = \frac{t}{T_B} \end{cases} \Rightarrow |N_A - N_B| = n \Rightarrow \left| \frac{t}{T_A} - \frac{t}{T_B} \right| = n$$

۱۷) تشدید:

* هنگامی که نوسانگر را از حالت تعادل خارج کنیم و آن را به نوسان در آوریم، به علت نیروهای اتلافی از قبیل اصطکاک و مقاومت هوا، دامنه‌ی نوسان آنها به تدریج کاهش می‌یابد و دستگاه پس از چند نوسان می‌ایستد. این نوسانها را نوسان میرا گویند. (مثل تاب که بعد از مدتی وامیسته).



* اگر بخواهیم این نوسانگر به نوسان خود ادادمه دهد می‌توانیم به آن نیرو وارد کنیم.
اگر دوره‌ی (T) وارد کردن نیرو با دوره‌ی نوسان های نوسانگر یکسان باشد و یا ضریب صحیحی از دوره‌ی آن باشد و نیز جهت نیروی ما با جهت نیروی نوسانگر در آن نقطه یکی باشد، باعمال این نیرو دامنه‌ی نوسان افزایش می‌یابد به یک مقدار بیشینه‌ای

می‌رسد و از این پس حرکت نوسانی بدون کاهش دامنه ادامه می‌یابد. (بسامد نیروی محکم)
* در حالت ذکر شده نیروی اعمال شده‌های نیروهای اتلافی را خنثی می‌کند و در این صورت می‌گوئیم که پدیده‌ی تشدید رخ داده است.

* بیشترین انرژی در حالت تشدید به نوسانگر منتقل می‌شود. (یعنی اگر بسامد یا دوره‌ی نوسانگر برابر نباشد هم انرژی به نوسانگر انتقال می‌یابد.)



موج*مفاهیم اولیه موج:

۱. انواع موج :

مکانیکی ← برای انتشار نیاز به محیط مادی دارند. مثل امواج آب بر سطح آب، انتقال صوت از منبع به شنونده، انتقال تراکم و انبساط در فنر، انتقال برجستگی و فرو رفتگی در طناب

الکترومغناطیسی ← این امواج علاوه بر بعضی از محیط های مادی که شفاف اند در محیط های غیر مادی (خلأ) نیز منتشر می شوند ← مثل نور ستارگان که به ما می رسد.

۲. محیط کشسان: محیطی است که وقتی در آن تغییر شکلی ایجاد شود نیروهای کشسانی ایجاد شده بین اجزای محیط، تمایل دارند محیط را به حالت اولیه خود برگردانند.

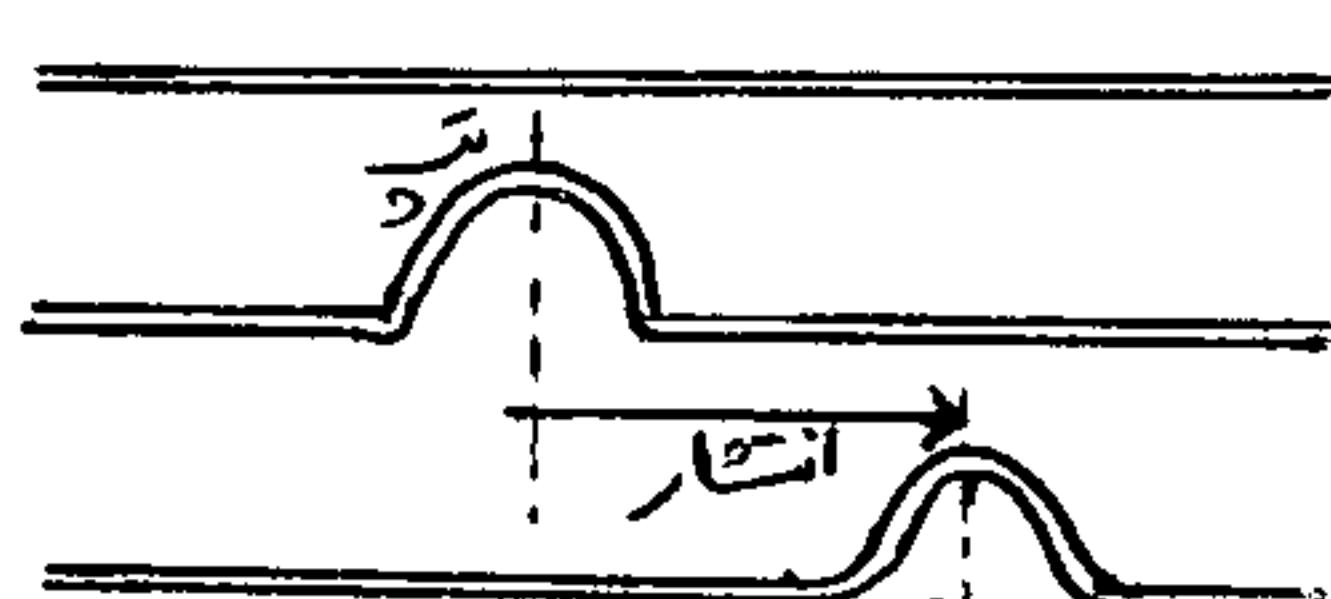
مثال: اگر در یک فنر تغییر طول ایجاد کنیم، بین هر دو میله ای مجاور فنر نیروی کشسانی به وجود می آید که می فواهد فنر را به حالت اولیه برگرداند.

*بیشتر جامد ها و مایع ها و گازها محیط کشسان هستند:

جامد: یک تیغه ای فنری را خم کرده و رها می کنیم، به حالت اول بر می گردد.

مایع: چوب پنبه ای را روی سطح آب اندازی به داخل فشار می دهیم و رها می کنیم، به حالت اولیه بر می گردد.

گاز: انتهای سرنگی را با انگشت خود مسدود می کنیم و پیستون را می کشیم، پس از رها کردن آن به حالت اولیه بر می گردد.



۳. تپ و انتشار: هر گاه تغییر شکل (و یا آشفتگی) در یک جزء از محیط کشسانی به حال تعادل است،

ایجاد کنیم آن تغییر شکل جزء به جزء در محیط منتقل می شود.

* خود تغییر شکل ایجاد شده در محیط را تپ و انتقال تپ در محیط را انتشار گوئیم.

* علت انتقال تغییر شکل در محیط، وجود نیروی بازگرداننده (با همون نیروی کشسانی) بین اجزای محیط است.

۴. موج سینوسی: اگر یک جزء از محیط کشسانی را که در حال تعادل است با حرکت هماهنگ ساده به نوسان در آوریم، با نوسان آن جزء تپ های متوالی در محیط تولید و به دنبال یکدیگر، منتشر می شوند.

چنین موجی که شبیه تابع سینوس است، موج سینوسی گویند.

* چشمته ای این موج، نوسانگری است که می تواند با بسامد

(و یا دوره) و دامنه ای ثابتی، حرکت هماهنگ ساده انجام دهد.



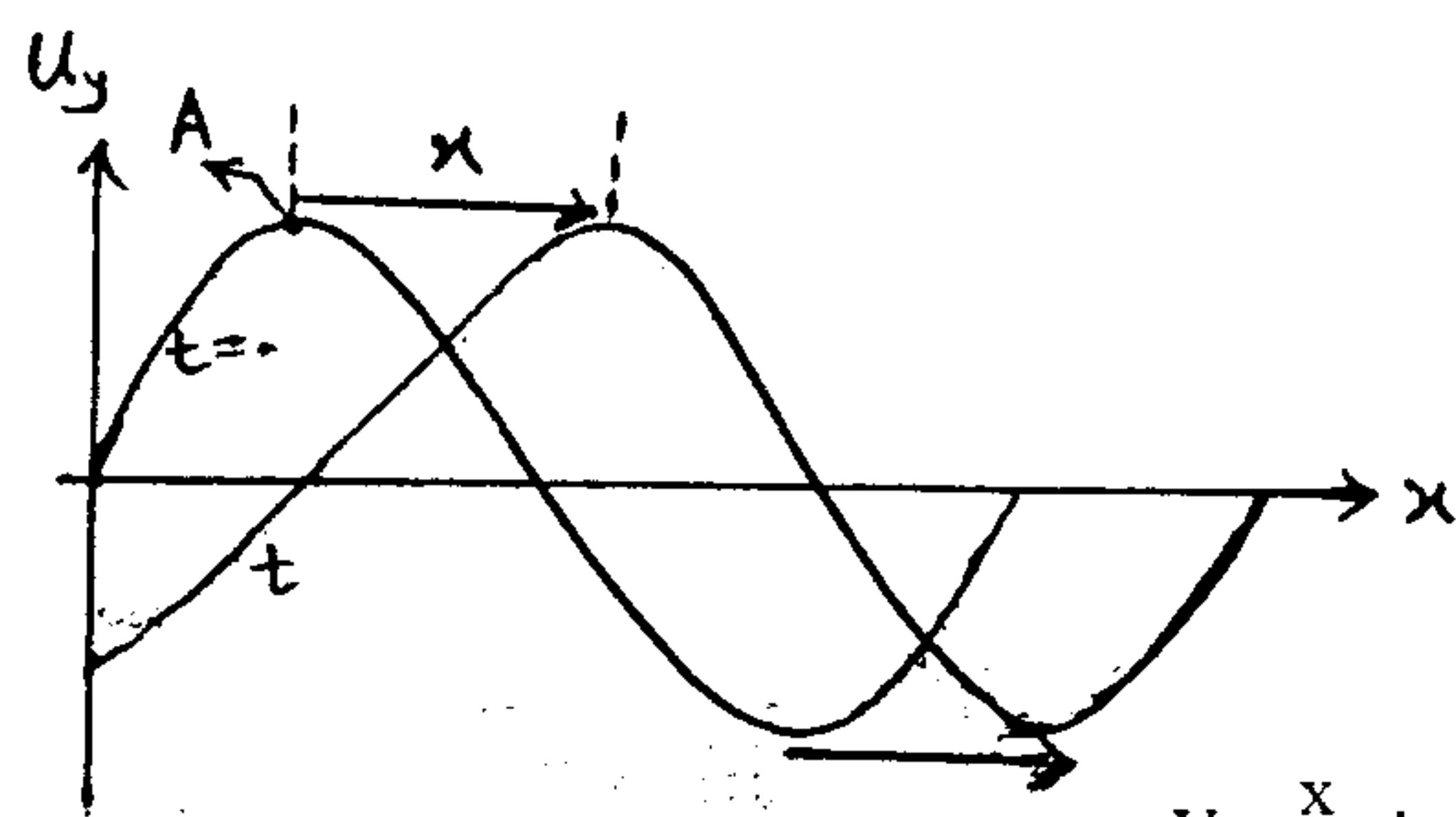
* توبه: محیط، همراه با انتقال موج در فضا منتقل نمی شود و آن چه منتقل می شود نقش موج است. مثلا ذره ای A در شکل بالا نوسان می کند ولی منتقل نمی شود.

موج مکانیکی استاریوم ها رورقت کنید ← هر کی بلند میشه و میشینه ولی موج در کل استاریوم منتقل می شه.

۵. بسامد موج: هنگام انتشار موج در یک محیط، همه ای اجزای محیط، مستقل از ویژگی های فیزیکی محیط، حرکت هماهنگ ساده ای با همان بسامد چشمته ای موج انجام می دهند، به بسامد چشمته ای موج یا بسامد نوسانی هر یک از اجزای محیط، اصطلاحا "بسامد موج" گفته می شه.

۶. سرعت انتشار موج :

اگر شرایط فیزیکی یک محیط کشسان در تمام نقطه ها یکسان باشد (محیط همسانگرد باشد) موج با سرعت ثابت در آن محیط منتشر می شود.



* اگر از یک موج مطابق شکل، در دو لحظه $t = 0$ و t دو عکس فوری بگیریم، ابتدا نقطه A در وضعیت قله است و بعد از t ثانیه، نقطه A دیگری که به اندازه x با آن فاصله دارد، در این وضعیت (قله) قرار می‌گیرد.

در این صورت سرعت پیشروی موج که آنرا سرعت انتشار می‌نامیم، برابر است با:

$V = \frac{x}{t}$

* سرعت انتشار موج در یک محیط به ویژگی‌های فیزیکی محیط (پنس، رما و ...) بستگی دارد اما به شرایط فیزیکی چشم می‌گذرد (سامانه، ...).

* سرعت انتشار موج عرضی در طناب (و یا تار) یکنواختی به جرم m و طول L از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$F = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{m}} = \sqrt{\frac{FL}{m}}$$

$\mu = \frac{m}{L}$ را جرم واحد طول طناب گویند و کمیتی است که لختی (مفاومت اجزای محیط در برابر تغییر سرعت) را بیان می‌کند. با افزایش لختی، حرکت طناب کمتر شد.

F^* نیرویی است که طناب را از دو طرف می‌کشد، با افزایش کشش (F)، نیروی بازگرداننده ذرات طناب افزایش می‌یابد و آنها را سریعتر به وضع تعادل بر می‌گرداند، در نتیجه سرعت انتشار موج نیز در طناب بیشتر می‌شود.

۷. طول موج: شکل یک تپ در موج سینوسی (---) است و شکل آن ضمن انتشار در یک طناب همگن تغییری نمی‌کند.

* جابجایی موج در طول یک دوره (T) را طول موج گویند و داریم:

* طول موج: هم به مشخصه‌ی فیزیکی محیط و هم به مشخصه‌های فیزیکی چشم می‌گذرد (بستگی دارد).

* فاصله‌ی هر دو نقطه‌ی مشابه متواالی موج (مثل دو قله یا دو دره‌ی متواالی) برابر طول موج است.

$\lambda = V \cdot T \rightarrow \lambda = V \cdot \frac{1}{f} \rightarrow \lambda = \frac{V}{f}$

۸. نقاط هم فاز و نقاط در فاز مخالف:

* نقطه‌هایی از محیط که فاصله‌ی آنها از یکدیگر مضرب صحیحی از طول موج یا مضرب زوجی از نصف طول موج باشد، هم فازند.

$$x = n\lambda = 2n \frac{\lambda}{2}$$

* نقاط هم فاز وضعیت نوسانی مشابهی دارند (یعنی بایهان آنها از وضع تعادلشان برابر و هم جهت و سرعت و شتاب آنها نیز در هر لحظه یکسان است.)

* بردار جابجایی، برداری را از وضع تعادل در راستای قائم به مکان ذره وصل می‌کنیم و شتاب همواره در خلاف جهت این بردار

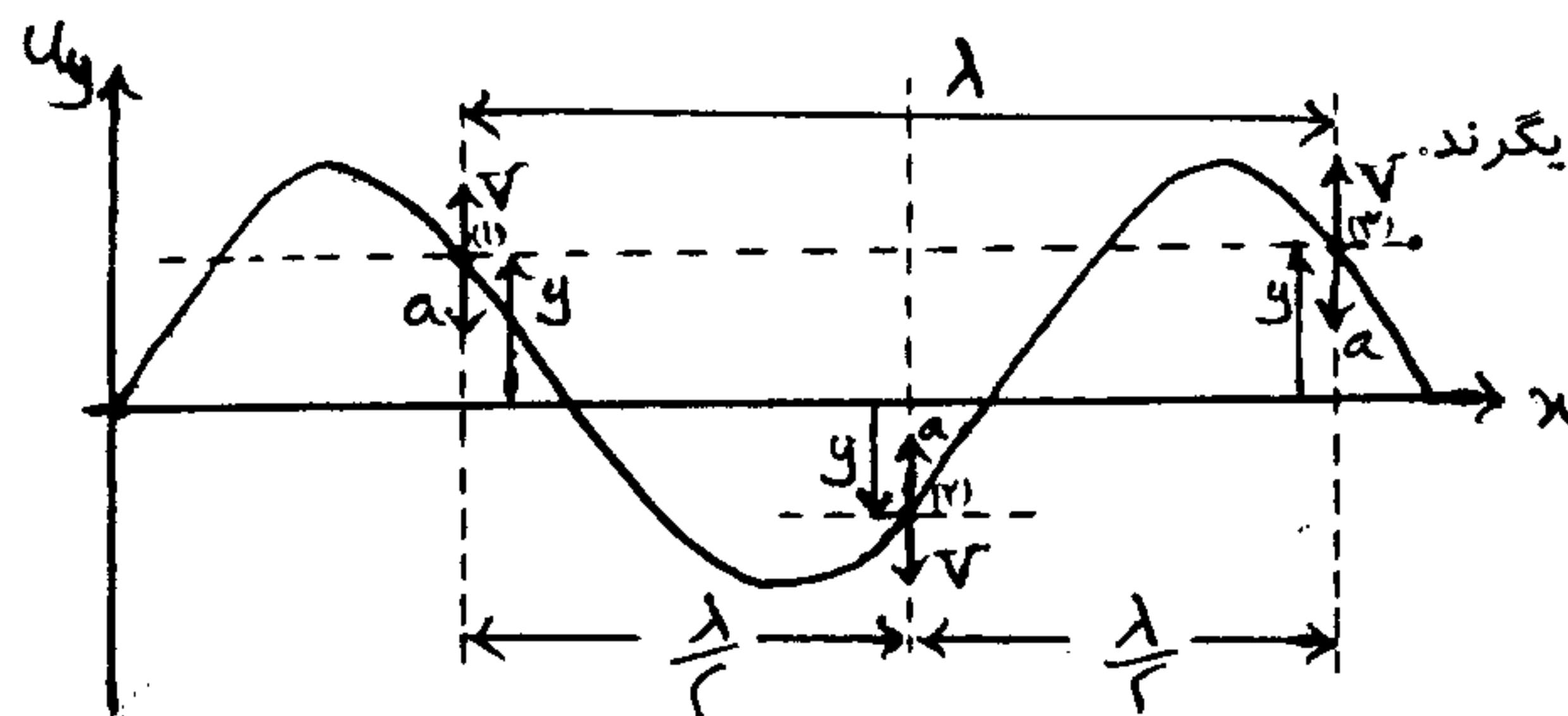
است $(a = -\omega^2 y)$ و به سمت وضع تعادل است.

* برای رسم بردار سرعت، با توجه به اینکه هر ذره از محیط، حرکت نوسانی ذره‌ی قبلی خود را تقلید می‌کند، ابتدا با توجه به جهت انتشار موج، ذره‌ی قبلی نقطه‌ی مورد نظر را مشخص می‌کنیم. اگر ذره‌ی قبلی پائین تر از نقطه مورد نظر باشد، نقطه به سمت پائین می‌رود و در غیر اینصورت به سمت بالا حرکت خواهد کرد.

* در قله و دره‌ی موج، سرعت یک ذره از محیط برابر صفر است. (پون در دو انتقامی مسیر حرکت نوسان هستیم.)

* اگر فاصله‌ی دو نقطه از موج در راستای انتشار موج برابر نصف طول موج و یا ضریب فردی از آن باشد، آن دو نقطه را در فاز مخالف گویند.

$$\Delta x = \left(2m - 1\right) \frac{\lambda}{2}$$

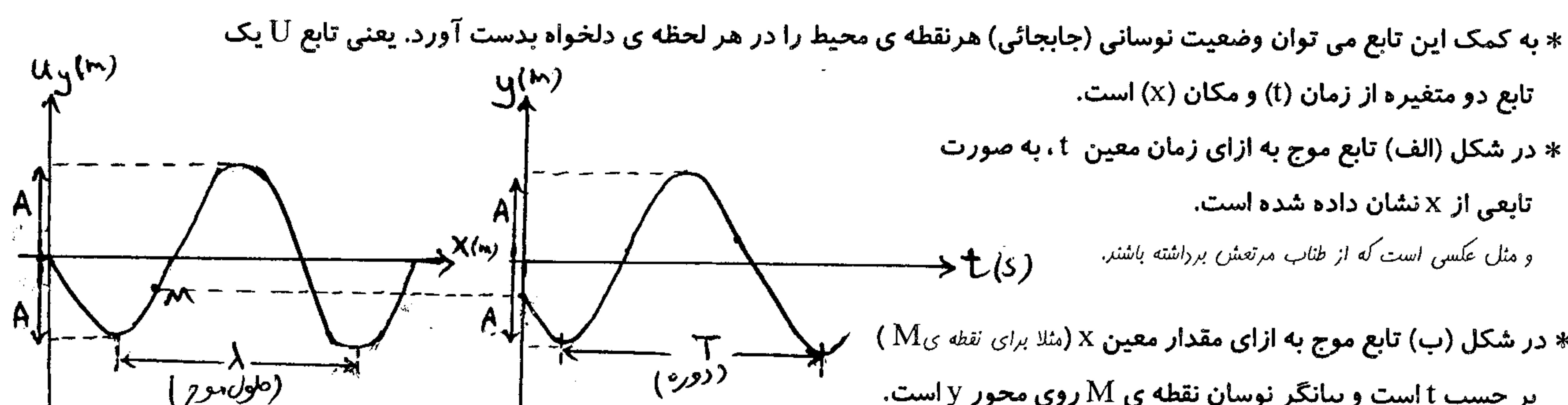
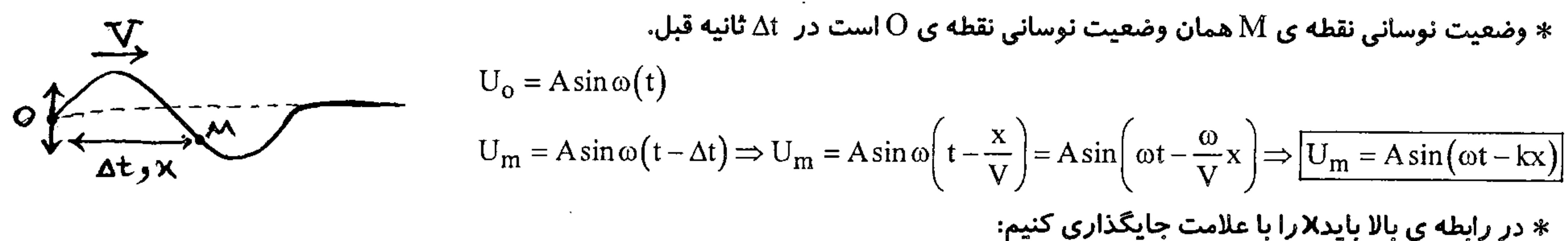


- * بردارهای جابجایی و سرعت و شتاب این نقطه‌ها، در این حالت قرینه‌ی یکدیگرند.
- * در شکل: نقاط ۱ و ۳ هم فازند.
- نقاط ۲ و ۴، نیز نقاط ۲ و ۳ در فاز مخالفند.

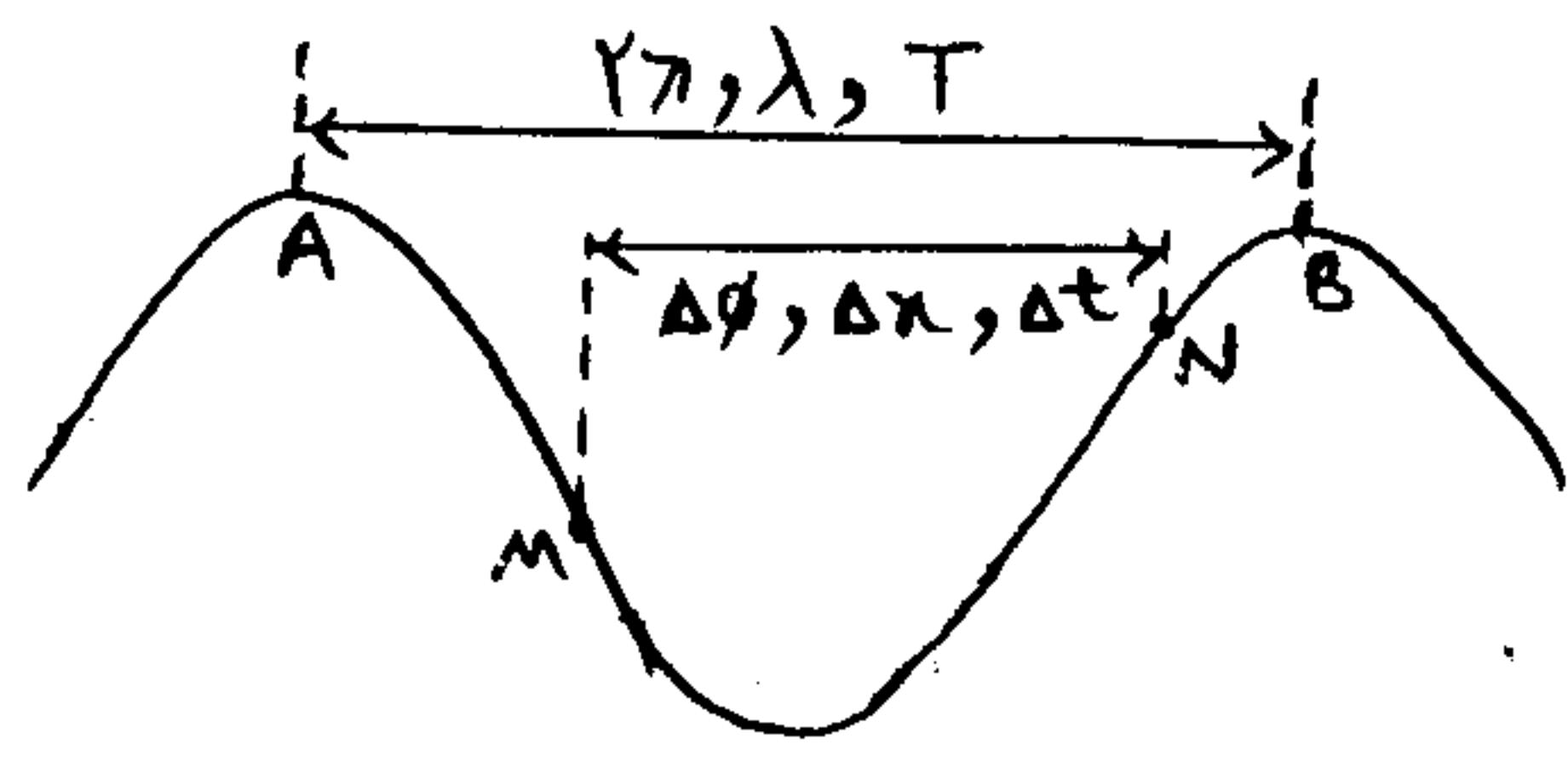
** دسته‌بندی موج‌ها :

- * در طول طناب دو حرکت همزمان وجود دارد، یک حرکت انتشار موج در طول طناب و حرکت دیگر حرکت نوسانی ذرات طناب.
- * موج عرضی: راستای نوسان ذرات محیط عمود بر راستای انتشار موج می‌باشد. ← در جامدها (فقر کشیده شده) و سطح آزاد مایع هایی که نیروی کشش سطحی قابل توجه دارند (مثل آب) منتشر می‌شود.
- * موج طولی: راستای نوسان ذرات محیط موازی راستای انتشار موج می‌باشد. ← در جامدها (در فقر بصورت تراکم و انبساط) و داخل مایعات و در گازها (صوت) منتشر می‌شود.
- * سرعت انتشار موج‌های طولی و عرضی در یک محیط یکسان نیست. موج‌های طولی در یک محیط با سرعت بیشتری نسبت به موج‌های عرضی منتشر می‌شوند.

** تابع موج :



** مقایسه‌ی اختلاف فاز، فاصله و اختلاف زمانی دو نقطه از محیط :



- * تناسب: مطابق شکل رویرو تناسب مهم زیر برقرار است:

$$\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta \phi}{2\pi} = \frac{\Delta t}{T}$$

$$\begin{cases} \Delta x = \frac{\lambda}{2} \Delta t = V \Delta t \\ \Delta \phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x = k \Delta x \\ \Delta \phi = \frac{2\pi}{T} \Delta t = \omega \Delta t \end{cases}$$

$$\Delta x = (2m-1) \frac{\lambda}{2}, \Delta\phi = (2m-1)\pi, \Delta t = nT$$

انتشار موج در دو و سه بعد:

* جبهه موج: مکان هندسی نقاطی از محیط است که در آن نقطه ها تابع موج دارای فاز یکسانی است.

بنابراین اختلاف فاز نقطه های واقع بر یک جبهه موج همیشه برابر صفر است و فاصله ای آنها تا منبع موج برابر است.

* موج تخت: در انتشار سه بعدی، در فاصله های دور از منبع موج، جبهه موج های کروی به صورت صفحه های موازی در می آیند.

* انرژی موج: موج حامل انرژی است و انرژی یک ذره ای آن به جرم m که با دامنه A و بسامد f نوسان می کند برابر است با:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = 2\pi^2 m f^2 A^2$$

انرژی کل داده شده به جبهه های موج ثابت است ولی با پیش روی موج چون تعداد ذرات در یک جبهه موج افزایش

می یابد و دامنه ای موج ثابت است. دامنه ای موج در جبهه ها کاهش می یابد.

بازتاب موج:

از مانع سخت: در این حالت موج نسبت به حالت عادی طناب قرینه می شود یعنی بر جستگی به فرورفتگی و فرورفتگی

به بر جستگی تبدیل می شود و باز می تابد.

از مانع نرم: در این حالت موج فقط در خلاف جهت قبل و با همان شکل باز می تابد یعنی بر جستگی به صورت

بر جستگی و فرورفتگی به صورت فرورفتگی باز می تابد.

بر هم نهی امواج:

اصل بر هم نهی موج:

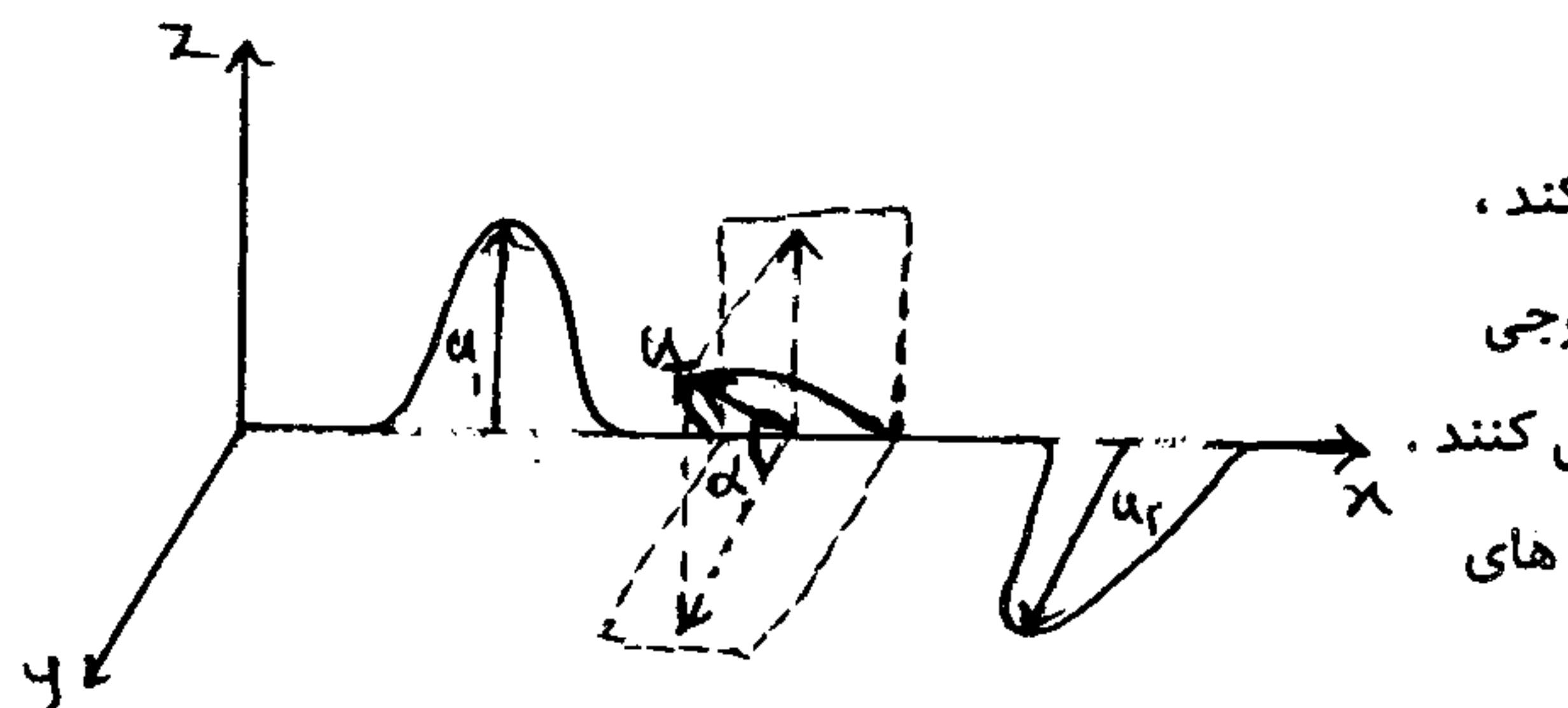
هر موج در حال انتشار، بدون آنکه برای انتشار سایر موج ها مزاحمتی ایجاد کند،

از آنها عبور کرده و به انتشار خود ادامه میدهد، درست مانند آن که هیچ موجی

دیگر در محیط منتشر نمی شود. در نقطه ای که دو یا چند موج با هم تلاقی می کنند.

جابجایی ذره ای از محیط که در آن نقطه است، برابر برآیند برداری جابجایی های

$$\bar{U}_T = \bar{U}_1 + \bar{U}_2 + \dots$$

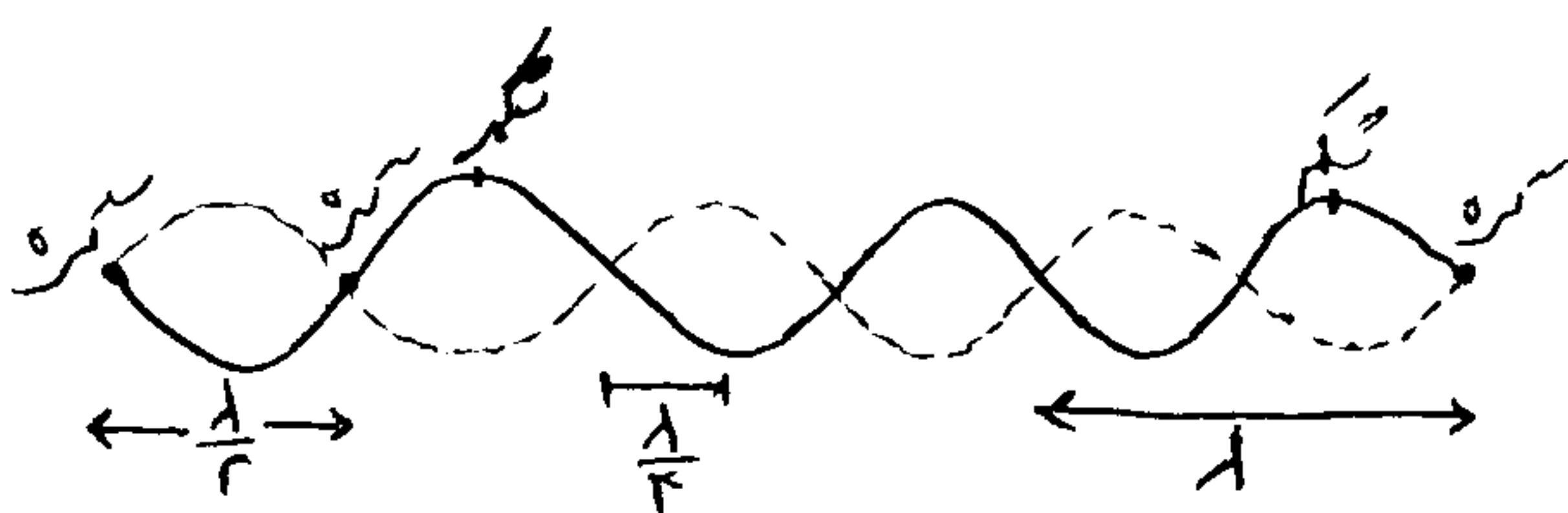


* انواع موج ها: در حالتی که موج ها نوسان های هم راستا ایجاد کنند، جمع برداری بالا هم ارز جمع جبری می شود.

سازنده: جابجایی حاصل از دو تپ هم جهت اند و برآیند آنها برابر مجموع اندازه های جابجایی های حاصل از هر یک است.

ویرانگر: جابجایی ها در خلاف جهت یکدیگرند و جابجایی برآیند برابر تفاضل اندازه ای جابجایی های حاصل از هر یک است.

در یک بعد (موج ایستاده):

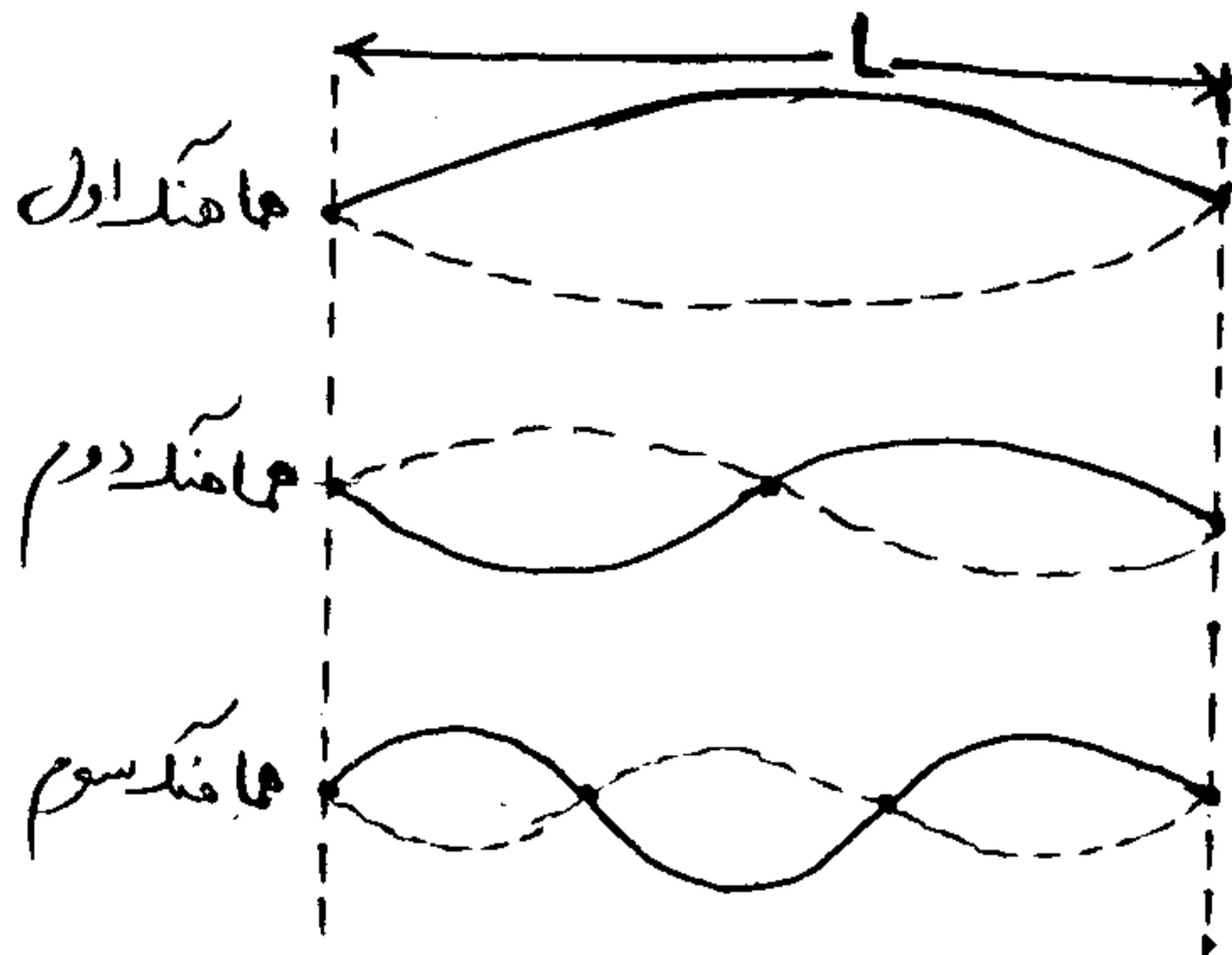


* تعریف: چون نقش موج ثابت است و در محیط منتشر نمی شود و فقط ذره های محیط، هر یک با دامنه ای ثابت و متفاوت با ذره های مجاور خود نوسان می کند، موج را ایستاده گویند.

* ویژگی ها :

۱. فاصله‌ی بین دو گره یا شکم مجاور برابر نصف طول موج است و فاصله‌ی یک گره و یک شکم مجاور برابر یک چهارم طول موج است.
۲. هر چه طول موج کوچکتر باشد (بسامد موج بیشتر باشد) تعداد کرده‌ها و شکم‌های بیشتری در طول یک طناب معین جا می‌گیرد.
۳. دامنه‌ی نوسان ذرات در شکم A و در گردها صفر است، پس انرژی مکانیکی ذرات واقع در شکم بیشینه و در گرده صفر است.
۴. بنابراین دامنه‌ی نوسان همه‌ی نقاط محیط یکسان نیست و از صفر در گردها تا $2A$ در شکم تغییر می‌کند و از گرده به طرف شکم افزایش می‌یابد ولی دامنه‌ی نوسان موج پیشرونده در همه‌ی نقطه‌های محیط یکسان است.
۵. چون موج منتشر نمی‌شود، انتقال انرژی صورت نمی‌گیرد. ولی در موج پیشرونده انرژی با سرعتی ثابت انتقال می‌یابد.
۶. نوسان نقطه‌های میان دو گره مجاور، هم فاز و با نوسان‌های بین دو گره‌ی بعد یا قبل در فاز مخالف است.
- ولی در موج پیشرونده اختلاف فاز نوسان نقطه‌های مختلف از رابطه‌ی $\Delta\phi = k\Delta x$ بدست می‌آید.

* حالات موج ایستاده در طناب:

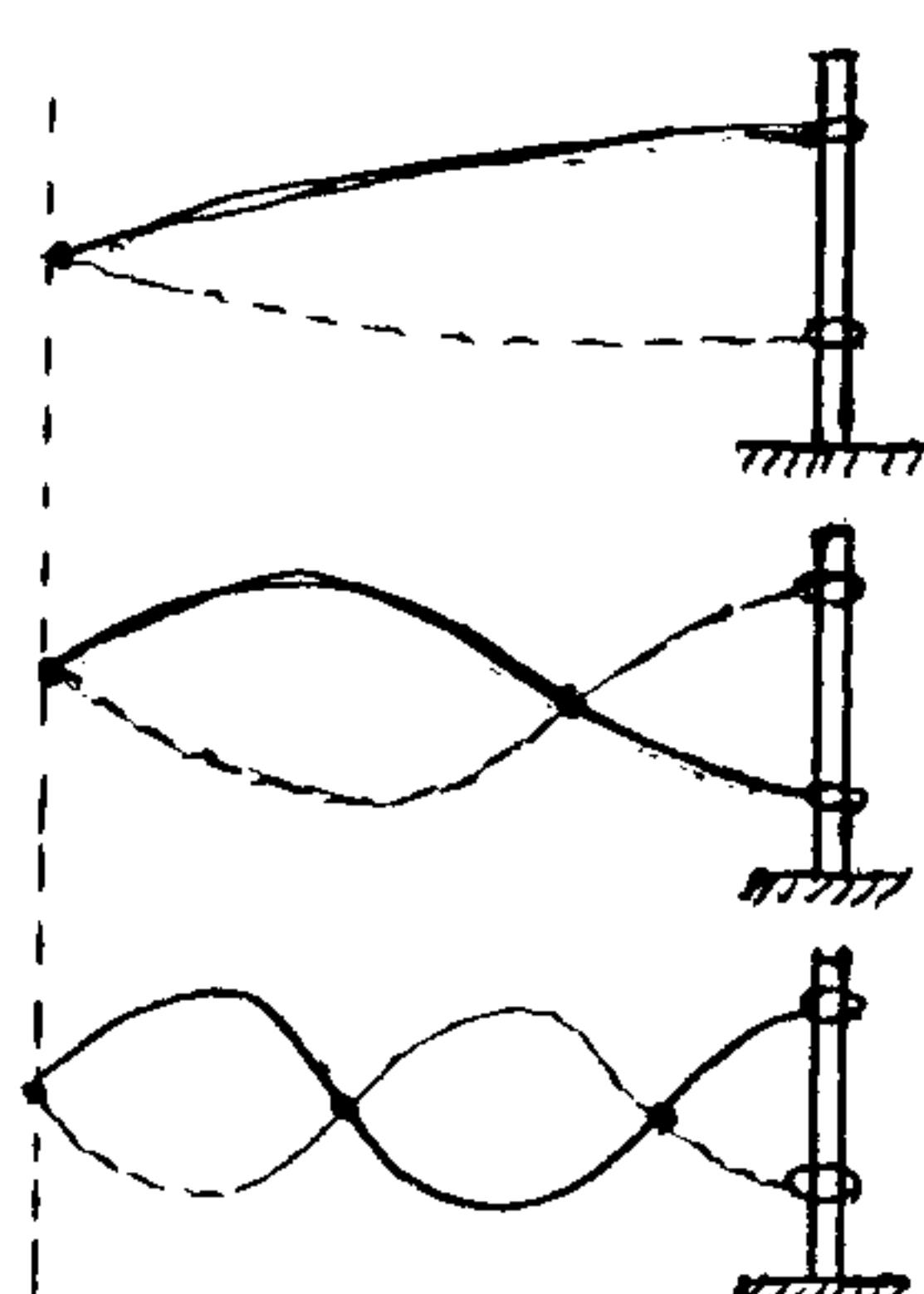


* ۱. دو سر طناب ثابت باشد: n تعداد کمترین گره و شکم است.

$$\left. \begin{aligned} L &= \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2L \Rightarrow f_1 = \frac{V}{\lambda_1} = \frac{V}{2L} \\ L &= \frac{2\lambda_2}{2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{2L}{2} \Rightarrow f_2 = \frac{V}{\lambda_2} = \frac{V}{2L} \\ L &= \frac{3\lambda_3}{2} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{2L}{3} \Rightarrow f_3 = \frac{V}{\lambda_3} = \frac{V}{\frac{2L}{3}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow f_n = nf_1 = n \frac{V}{2L} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}, \Delta f = f_1$$

* n در اینجا تعداد شکم‌های است و $n+1$ تعداد گره است. شماره هماهنگ اینجا همون n است.

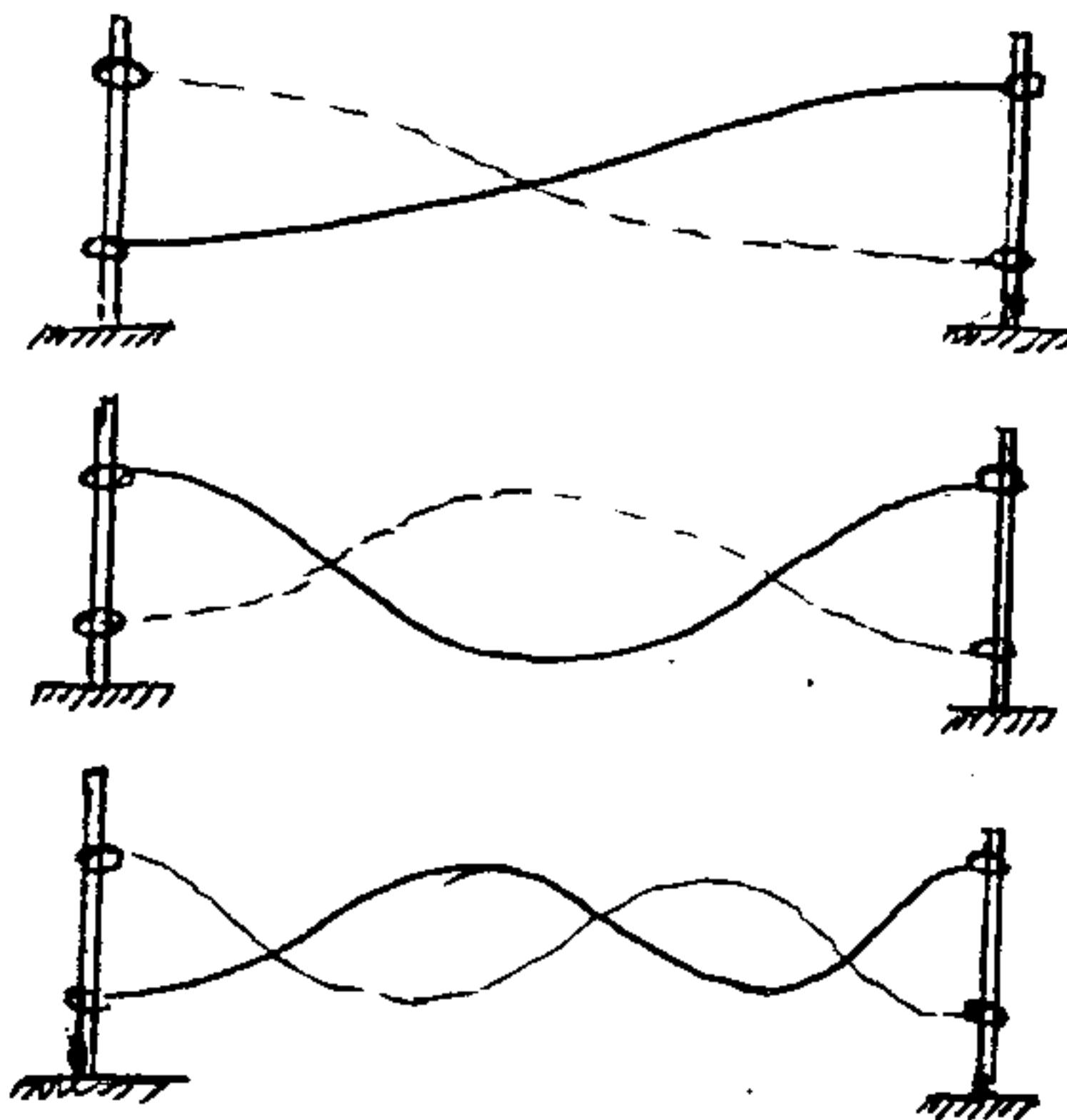
* ۲. یک سر طناب ثابت است و سر دیگر آزاد است.



$$\left. \begin{aligned} L &= \frac{\lambda_1}{4} \Rightarrow \lambda_1 = 4L \Rightarrow f_1 = \frac{V}{\lambda_1} = \frac{V}{4L} \\ L &= \frac{2\lambda_2}{4} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{4L}{2} \Rightarrow f_2 = \frac{V}{\lambda_2} = \frac{V}{2L} \\ L &= \frac{5\lambda_5}{4} \Rightarrow \lambda_5 = \frac{4L}{5} \Rightarrow f_5 = \frac{V}{\lambda_5} = \frac{V}{\frac{4L}{5}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow f_{(2n+1)} = (2n+1)f_1 = (2n+1) \frac{V}{4L}, \Delta f = 2f_1$$

* n در اینجا تعداد گره یا شکم است.

* شماره‌ی هماهنگ اینجا $(2n+1)$ است یعنی فقط ضرایب فرد هماهنگ اصلی تولید می‌کند.



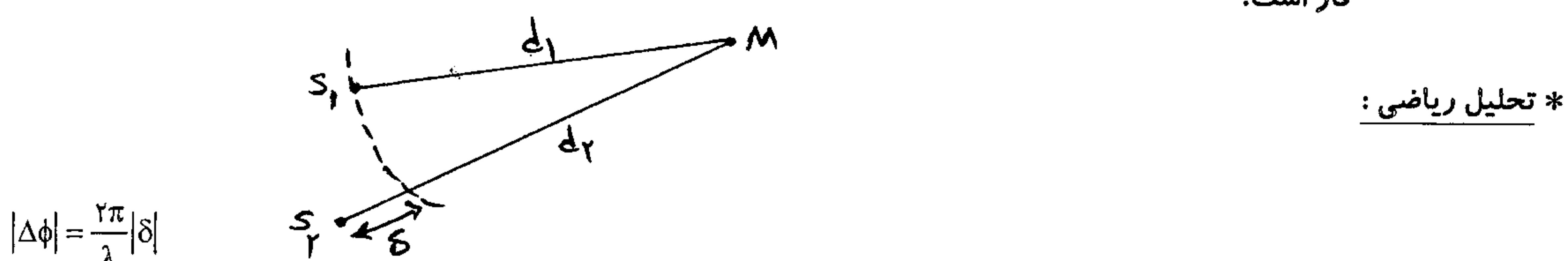
* ۳. دو سر طناب آزاد(باز) است.

$$\left. \begin{aligned} L = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2L \Rightarrow f_1 = \frac{V}{\lambda_1} = \frac{V}{2L} \\ L = \frac{2\lambda_2}{2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{2L}{2} \Rightarrow f_2 = \frac{V}{\lambda_2} = \frac{V}{2L} \\ L = \frac{3\lambda_3}{2} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{2L}{3} \Rightarrow f_3 = \frac{V}{\lambda_3} = \frac{V}{\frac{2L}{3}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow f_n = n f_1 = n \frac{V}{2L}, \Delta f = f_1$$

* در اینجا تعداد گره هاست $n+1$ تعداد شکم هاست. شماره‌ی هماهنگ اینجا همون n است

* برهم نهی امواج در دو بعد:

* در سطح آب: تداخل موج‌ها در دو بعد و تشکیل موج ایستاده در سطح آب ناشی از تداخل دو موج با دو چشمی هم بسامد و هم فاز است.



* نقطه‌هایی از سطح آب که اختلاف راه آنها از دو چشمی موج، مضرب درستی از طول موج است، در هر لحظه دو موج هم فاز دریافت می‌کند که بر هم نهی آنها سازنده است. این نقطه‌ها با بیشینه‌ی دامنه نوسان می‌کنند.

$$|\Delta\phi| = n(2\pi), \Delta x = n\lambda, \Delta t = nT$$

* به نقطه‌هایی از سطح آب که اختلاف راه آنها از دو چشمی موج، مضرب فردی از نصف طول موج است. در هر لحظه دو موج می‌رسد که با یکدیگر در فاز مخالفند و در نتیجه بر هم نهی آنها ویرانگر است. این نقطه‌ها ساکن‌اند.

$$|\Delta\phi| = (2n-1)\pi, \Delta x = (2n-1)\frac{\lambda}{2}, \Delta t = (2n-1)\frac{T}{2}$$

