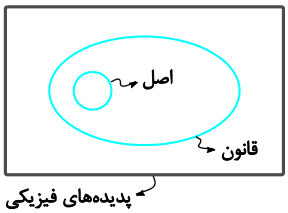
اندازه گیری

قانون‌های فیزیکی: معمولاً رابطهٔ بین برخی از کمیت‌های فیزیکی را توصیف می‌کنند و در دامنهٔ وسیعی از پدیده‌های گوناگون طبیعت، معتبرند؛ مانند قانون‌های نیوتون. دانشمندان برای بیان قانون‌های فیزیکی، اغلب از گزاره‌های کلی و در عین حال مختصر استفاده می‌کنند.



اصل‌های فیزیکی: برای توصیف دامنهٔ محدودتری از پدیده‌های فیزیکی که عمومیت کمتری دارند، استفاده می‌شوند؛ مانند اصل پاسکال. اصل‌های فیزیکی را می‌توان زیرمجموعه‌ای از قانون‌های فیزیکی به‌شمار آورد.

در طرحوارهٔ روبه‌رو، تفاوت «قانون» و «اصل» نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، اصل‌های فیزیکی زیرمجموعه‌ای از قانون‌های فیزیکی‌اند و هردو، زیرمجموعه‌ای از پدیده‌های فیزیکی می‌باشند.

مثال ۱) هریک از گزاره‌های زیر، به‌ترتیب از راست به چپ بیان‌گر چه چیزی هستند؟

الف) انرژی نه خودبه‌خود به وجود می‌آید و نه خودبه‌خود از بین می‌رود، بلکه از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌شود.

ب) هرگاه به یک جسم نیروی خالصی وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو شتاب گرفته و این شتاب از تقسیم نیروی خالص بر جرم جسم به‌دست می‌آید.

۱) اصل ـ قانون ۲) قانون ـ اصل ۳) قانون ـ قانون ۴) اصل ـ اصل

پاسخ ۱) گزینهٔ «۳». مورد (الف) بیان‌گر «قانون پایستگی انرژی» و مورد (ب) بیان‌گر «قانون دوم نیوتون» است. هر دو گزاره، گزاره‌هایی کلی هستند که عمومیت دارند و دامنهٔ وسیعی از پدیده‌ها را شامل می‌شوند؛ پس هر دو قانون هستند.

مدل‌سازی در فیزیک

نکتهٔ کلیدی هنگام مدل‌سازی یک پدیدهٔ فیزیکی این است که باید اثرهای جزئی‌تر را نادیده بگیریم نه اثرهای مهم و تعیین‌کننده را. نادیده گرفتن اثرهای مهم و تعیین‌کننده موجب خواهد شد که مدل پیش‌بینی‌های نادرستی از نحوهٔ رفتار پدیدهٔ فیزیکی داشته باشد.

مثال ۲) در مدل‌سازی فیزیکی پدیدهٔ سقوط سنگ از بالای ساختمان، کدام‌یک از عوامل زیر را می‌توان نادیده گرفت؟

الف) نیروی گرانشی ب) ابعاد سنگ پ) جرم سنگ ت) مقاومت هوا

۱) پ، ت ۲) ب، ت

۳) الف، ت ۴) ب، پ

پاسخ ۲) گزینهٔ «۲». عامل اصلی سقوط سنگ، نیروی گرانشی است که اگر از جرم سنگ صرف‌نظر کنیم، به آن نیروی گرانشی وارد نخواهد شد. در واقع از نیروی گرانشی و جرم سنگ نمی‌توان صرف‌نظر کرد. در مقابل، ابعاد سنگ و مقاومت هوا عواملی هستند که نادیده گرفتن آن‌ها پیش‌بینی مدل را دچار خطا نمی‌کند و به عبارت دیگر، اثرهای جزئی به شمار می‌روند.

دسته بندی کمیت های فیزیکی

کمیت نرده‌ای: کمیتی فیزیکی که برای بیان آن، تنها کافی است یک عدد به همراه یکای مناسب آن گزارش شود. مانند جرم، طول، انرژی و...

کمیت برداری: کمیتی فیزیکی که برای بیان آن، افزون بر یک عدد و یکای مناسب آن، لازم است به جهت آن نیز اشاره کنیم. مانند: جابه‌جایی، سرعت متوسط، نیرو و...

مثال۳)کمیت‌های جریان الکتریکی، تندی، مسافت و جابه‌جایی به‌ترتیب جزء کدام دسته از کمیت‌های فیزیکی هستند؟

۱) نرده‌ای- برداری- نرده‌ای- برداری
۲) نرده‌ای- برداری- برداری- برداری
۳) نرده‌ای- نرده‌ای- نرده‌ای- برداری
۴) نرده‌ای- نرده‌ای- برداری- برداری

پاسخ ۳)گزینهٔ «۳». سه کمیت جریان الکتریکی، تندی و مسافت، نرده‌ای هستند و فقط کمیت جابه‌جایی، برداری است.

کمیت اصلی: کمیتی فیزیکی که طبق توافق بین‌المللی، یکای استاندارد و مستقل دارد. در فیزیک، ۷ کمیت اصلی داریم.

کمیت	طول	جرم	زمان	دما	مقدار ماده	جریان الکتریکی	شدت روشنایی
یکا	متر (m)	کیلوگرم (kg)	ثانیه (s)	کلوین (K)	مول (mol)	آمپر (A)	کندلا یا شمع (cd)

کمیت فرعی: کمیتی فیزیکی که یکای آن به‌طور وابسته و برحسب یکاهای کمیت‌های اصلی بیان می‌شود. مانند: تندی، نیرو، فشار، توان، انرژی و...

مثال۴)..... ازکمیت‌های اصلی و ..... ازکمیت‌های فرعی می‌باشند.

۱) حجم و جرم- زمان و انرژی
۲) جرم و زمان- طول و نیرو
۳) طول و جرم- مساحت و نیرو
۴) نیرو و دما- سرعت و شدت جریان

پاسخ ۴)گزینهٔ «۳». کمیت‌های طول، جرم، زمان، دما و شدت جریان، کمیت‌هایی اصلی و کمیت‌های مساحت، حجم، سرعت، نیرو و انرژی کمیت‌هایی فرعی هستند.

ویژگی‌های یکای یک کمیت

۱- تغییرناپذیر بودن ۲- قابلیت باز تولید (در دسترس بودن)

سازگاری یکاها: در فیزیک، هنگام استفاده از یک رابطهٔ فیزیکی و جایگذاری اندازهٔ هر کمیت در آن، باید یکاها در دو طرف رابطه با هم سازگار باشند. به عبارت دیگر، اگر بخواهیم حاصل دو طرف رابطه برحسب یکاهای SI بیان شوند، باید یکای کمیت‌های داده شده را نیز به یکاهای SI تبدیل کنیم. مثلاً:

$$\underset{\uparrow}{\text{کار}} = \underset{\uparrow}{\text{نیرو}} \times \underset{\uparrow}{\text{جابه‌جایی}} \qquad \underset{\uparrow}{\text{نیرو}} = \underset{\uparrow}{\text{جرم}} \times \underset{\uparrow}{\text{شتاب}}$$

$$\underset{\uparrow}{J} = \underset{\uparrow}{N} \times \underset{\uparrow}{m} \qquad \underset{\uparrow}{N} = \underset{\uparrow}{kg} \times \underset{\uparrow}{m/s^2}$$

برای به‌دست آوردن یکای یک کمیت فیزیکی مجهول در یک رابطهٔ فیزیکی، باید یکای هریک از عبارت‌های دو طرف رابطه را با هم یکی قرار داد و بر اساس آن، یکای مجهول را تعیین نمود.

مثال ۵)در رابطهٔ فیزیکی $A = B\frac{C\times D}{E^2}$، اگر کمیت A برحسب نیوتون (N)، کمیت‌های C و D برحسب کیلوگرم (kg) و کمیت E برحسب متر (m) باشد، یکای کمیت B کدام است؟ (s نماد ثانیه است.)

۱) $\frac{kg\cdot s^2}{m^3}$ ۲) $\frac{m^3}{kg\cdot s^2}$ ۳) $\frac{m^2}{s^2}$ ۴) $\frac{m^2}{kg\cdot s^2}$

پاسخ ۵)گزینهٔ «۲». برای برقراری سازگاری یکاها در دو طرف رابطهٔ فیزیکی صورت سؤال، داریم:

$$A = B\frac{C\times D}{E^2} \Rightarrow [A] = [B]\frac{[C]\times[D]}{[E^2]} \Rightarrow N = [B]\frac{kg\times kg}{m^2} \Rightarrow [B] = \frac{N\cdot m^2}{kg^2} \xrightarrow{N\equiv\frac{kg.m}{s^2}} [B] = \frac{\frac{kg\cdot m}{s^2}\times m^2}{kg^2} = \frac{m^3}{kg\cdot s^2}$$

پیشوندهای SI ◄ برای سهولت در نوشتن نتایج اندازه‌گیری‌هایی با اندازه‌های بسیار بزرگ‌تر یا بسیار کوچک‌تر از یکای اصلی یک کمیت، از پیشوندهای SI استفاده می‌کنیم. هر پیشوند، توان معینی از 10 را نشان می‌دهد که به‌صورت یک عامل ضرب به‌کار می‌رود. به عبارت دیگر، وقتی پیشوندی به یکایی افزوده می‌شود، آن یکا در ضریب مربوط به آن پیشوند، ضرب می‌گردد. در جدول روبه‌رو، پرکاربردترین پیشوندها که بهتر است آن‌ها را به خاطر بسپارید، آورده شده است.

ضریب	پیشوند	نماد	ضریب	پیشوند	نماد
10^{12}	ترا	T	10^{-12}	پیکو	p
10^{9}	گیگا	G	10^{-9}	نانو	n
10^{6}	مگا	M	10^{-6}	میکرو	μ
10^{3}	کیلو	k	10^{-3}	میلی	m
10^{2}	هکتو	h	10^{-2}	سانتی	c
10^{1}	دکا	da	10^{-1}	دسی	d

مثال ۶) کدام‌یک از اعداد گزینه‌های زیر معادل بقیه نیست؟

۱) 10^{2}mm^2 ۲) $10^{8}\mu\text{m}^2$ ۳) 10^{-10}km^2 ۴) 10^{-2}dam^2

پاسخ ۶) گزینهٔ «۴». برای پاسخ، کافی است طبق توجه ۱، یکای هر چهار گزینه را به یکای m^2 تبدیل نماییم تا گزینه‌ای که با سایر موارد یکی نیست، مشخص گردد. داریم:

گزینهٔ «۱»: $10^{2}\,\text{mm}^2=10^{2}\,\cancel{\text{mm}^2}\times\dfrac{(10^{-3})^2\text{m}^2}{1\,\cancel{\text{mm}^2}}=10^{-4}\text{m}^2$

گزینهٔ «۲»: $10^{8}\,\mu\text{m}^2=10^{8}\,\cancel{\mu\text{m}^2}\times\dfrac{(10^{-6})^2\text{m}^2}{1\,\cancel{\mu\text{m}^2}}=10^{-4}\text{m}^2$

گزینهٔ «۳»: $10^{-10}\text{km}^2=10^{-10}\,\cancel{\text{km}^2}\times\dfrac{(10^{3})^2\text{m}^2}{1\,\cancel{\text{km}^2}}=10^{-4}\text{m}^2$

گزینهٔ «۴»: $10^{-2}\text{dam}^2=10^{-2}\,\cancel{\text{dam}^2}\times\dfrac{(10^{1})^2\text{m}^2}{1\,\cancel{\text{dam}^2}}=10^{0}\text{m}^2=1\text{m}^2$

نمادگذاری علمی: روشی است که نوشتن و محاسبهٔ مقدارهای خیلی بزرگ یا خیلی کوچک را ساده‌تر می‌کند. در این روش، اندازهٔ هر کمیت فیزیکی، باید شامل ۳ قسمت باشد:

(۱) عددی از ۱ تا ۱۰ (۲) توان صحیحی از ۱۰ (۳) یکای کمیت فیزیکی

$x\times10^{n}$ (یکا) $\longrightarrow\begin{cases}1\le x<10\\ n\in Z\end{cases}$

مثال ۷) اگر عدد 345dm^3 را به شکل نمادگذاری علمی و برحسب متر مکعب بنویسیم، به‌صورت $a\times10^{b}$ خواهد بود. حاصل $a\times b$ کدام است؟

۱) ۳/۴۵ ۲) ۴/۴۵ ۳) ۱۰/۳۵ ۴) ۳/۴۵-

پاسخ ۷) ابتدا یکای عدد را به مترمکعب تبدیل می‌کنیم. داریم:

$$345\text{dm}^3=345\text{dm}^3\times\frac{1\text{m}^3}{10^{3}\text{dm}^3}=345\times10^{-3}\text{m}^3$$

حال عدد حاصل را به‌صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$345\times10^{-3}=3/45\times10^{-1}\text{m}^3$$

بنابراین:

$$3/45\times10^{-1}=a\times10^{b}\Rightarrow\begin{cases}a=3/45\\ b=-1\end{cases}$$
$$\Rightarrow a\times b=3/45\times(-1)=-3/45$$

دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری

دقت: یک واحد از آخرین رقم قرائت شده توسط ابزار

خطا: مثبت و منفی دقت ابزار

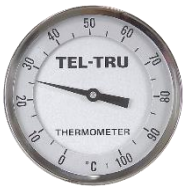
مثال۸) قدرمطلق خطای اندازه‌گیری دماسنج شکل (۱) چند برابر دقت اندازه‌گیری دماسنج شکل (۲) است؟

۱) ۱۰

۲) ۲۵

۳) ۳۰

۴) ۵۰



شکل (۱)

شکل (۲)

پاسخ ۸) گزینهٔ «۳». در شکل (۱)، دماسنجی درجه‌بندی شده نشان داده شده که کمینهٔ تقسیم‌بندی مقیاس آن $5^\circ C$ است. پس داریم:

$$\text{خطای اندازه‌گیری دماسنج (۱)} = \pm\frac{1}{2}\times\text{کمینهٔ تقسیم‌بندی مقیاس} = \pm\frac{1}{2}\times 5 = \pm 2/5^\circ C$$

گرچه این مقدار از نظر ریاضی مشکلی ندارد، ولی به دلیل اینکه باید دقت خطا و کمینهٔ تقسیم‌بندی مقیاس، یکسان باشد ، باید به‌صورت $\pm 3^\circ C$ گرد شود.

در شکل (۲) نیز دماسنج رقمی (دیجیتال) بوده و دقت اندازه‌گیری آن برابر یک واحد از آخرین رقمی است که می‌خواند، یعنی $0/1^\circ C$. بنابراین در مجموع داریم:

$$\frac{(1)}{(2)} = \frac{|\pm 3|}{0/1} = \frac{3}{0/1} = 30$$

رقم‌های بامعنا و گزارش نتیجهٔ اندازه‌گیری

پس از قرائت نتیجهٔ اندازه‌گیری و تعیین خطای آن، نتیجهٔ اندازه‌گیری را به صورت زیر گزارش می‌کنیم:

نتیجهٔ اندازه‌گیری = عدد قرائت شده ± خطای اندازه‌گیری

تعاریف کاربردی زیر در سؤالات این بخش استفاده می‌شوند:

رقم‌های بامعنا: رقم‌های ثبت شده پس از اندازه‌گیری یک کمیت فیزیکی

رقم غیرقطعی: آخرین رقم سمت راست نتیجهٔ اندازه‌گیری (هم در ابزارهای مدرج و هم در ابزارهای رقمی)

مفهوم و کاربرد تخمین در فیزیک

کاربردهای تخمین
- دقت بالا در محاسبه‌ها، اهمیت چندانی نداشته باشد.
- زمان کافی برای محاسبه‌های دقیق نداشته باشیم.
- همه یا بخشی از داده‌های مورد نیاز، در دسترس نباشد.

قاعدهٔ گرد کردن اعداد در فرایند تخمین مرتبهٔ بزرگی

ابتدا عدد مورد نظر را به‌صورت نمادگذاری علمی $(x\times10^{n})$ می‌نویسیم:

$$1\le x<5 \Rightarrow x\sim10^{0} \Rightarrow \text{عدد}\sim10^{n}$$

$$\text{عدد}\quad 5\le x<10 \Rightarrow x\sim10^{1} \Rightarrow$$
$$\text{عدد}\quad \sim10^{n+1}$$

روش حل مسائل تخمین مرتبهٔ بزرگی: در اکثر مسائل تخمین مرتبهٔ بزرگی، ابتدا اعداد را مطابق قاعدهٔ فوق، گرد کرده و سپس از اعداد گرد شده که همگی توانی از ۱۰ هستند، در حل مسأله استفاده می‌کنیم. لازم است توجه شود که در حل مسأله‌ها به روش تخمین مرتبهٔ بزرگی، برخی اوقات ممکن است که مرتبهٔ بزرگی پاسخ، با پاسخ واقعی مسأله، یک یا دو مرتبهٔ بزرگی متفاوت باشد.

مثال۹) تخمین مرتبهٔ بزرگی عمر یک انسان برحسب ثانیه، به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

۱) 10^{6} ۲) 10^{9} ۳) 10^{12} ۴) 10^{15}

پاسخ۹) متوسط عمر یک انسان را ۷۰ سال در نظر می‌گیریم و همانند متن کتاب درسی، اگر عملیات ریاضی همانند ضرب، تقسیم و ... داشته باشیم، ابتدا تخمین مرتبهٔ بزرگی را انجام داده و سپس عملیات ریاضی را انجام می‌دهیم. داریم:

$$70\text{year}=70\text{year}\times\frac{365\text{day}}{1\text{year}}\times\frac{24\text{h}}{1\text{day}}\times\frac{60\text{min}}{1\text{h}}\times\frac{60\text{s}}{1\text{min}}$$

$$=(70\times365\times24\times60\times60)\text{s}\sim((100)\times(100)\times(10)\times(100)\times(100))\text{s}=10^{9}\text{s}$$

اکنون برای تعیین سطح تسلط خود به مبحث ، چند تمرین زیر را حل کنید

۱) کدام دسته از یکاهای زیر همگی از یکاهای اصلی SI هستند؟

۱) کندلا، پاسکال، مول ۲) آمپر، کلوین، متر

۳) ژول، آمپر، مول ۴) اهم، پاسکال، ثانیه

۲) یک استخر کشاورزی به طول $0/05mile$، عرض $0/0125mile$ و ارتفاع $0/0025mile$ به‌طور کامل از آب پُر است. اگر پمپی با آهنگ $40\frac{L}{min}$ آب درون استخر را به بیرون پمپاژ کند، پس از ۱۲ ساعت، ارتفاع آب درون استخر به چند سانتی‌متر خواهد رسید؟ $(1mile=1600m)$

۱) ۰/۰۱۸ ۲) ۱/۸ ۳) ۳/۹۸۲ ۴) ۳۹۸/۲

۳) دماسنج رقمی شکل زیر، دمای محیط را بر حسب درجهٔ سلسیوس نشان می‌دهد. گزارش نتیجهٔ این اندازه‌گیری در کدام گزینه برحسب درجهٔ سلسیوس به‌درستی نشان داده شده است؟

$34.8^{\circ}C$

۱) $34/8\pm0/1$ ۲) $34/8\pm0/01$

۳) $34/8\pm0/05$ ۴) $34/8\pm0/8$

۴) مساحت شهری در حدود $9km^2$ است. اگر در یک روز بارانی به‌طور متوسط $3mm$ باران در این شهر باریده باشد، تخمین مرتبهٔ بزرگی تعداد قطره‌های باران به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ (قطر هر قطرهٔ کروی باران را $4mm$ فرض کنید.)

۱) 10^{12} ۲) 10^{8} ۳) 10^{20} ۴) 10^{16}

پاسخ تمرینها

۱) گزینهٔ «۲»

در دستگاه اندازه‌گیری SI، هفت کمیت طول، جرم، زمان، مقدار ماده، شدت جریان، دما و شدت روشنایی به عنوان کمیت‌های اصلی انتخاب شده‌اند و یکاهای اندازه‌گیری آن‌ها به‌ترتیب متر، کیلوگرم، ثانیه، مول، آمپر، کلوین و کندلا است. بقیهٔ کمیت‌ها و یکاهای آن‌ها به عنوان کمیت‌ها و یکاهای فرعی در نظر گرفته می‌شوند.

---

۲) گزینهٔ «۴»

حجم آبی که توسط پمپ در مدت ۱۲ ساعت از داخل استخر به بیرون پمپاژ می‌شود، برابر است با:

$$V = 40\frac{L}{min}\times\frac{60min}{1h}\times 12h\times\frac{10^{-3}m^3}{1L}\Rightarrow V = 28/8m^3$$

با استفاده از قاعدهٔ زنجیره‌ای، ابعاد استخر را برحسب متر می‌نویسیم. داریم:

$$0/05mile = 0/05mile\times\frac{1600m}{1mile} = 80m$$

$$0/0125mile = 0/0125mile\times\frac{1600m}{1mile} = 20m$$

$$0/0025mile = 0/0025mile\times\frac{1600m}{1mile} = 4m$$

بنابراین کاهش ارتفاع آب استخر برابر خواهد بود با:

$$\Delta h = \frac{28/8}{80\times 20} = 0/018m = 1/8cm$$

در نتیجه ارتفاع آب باقی‌مانده در استخر برابر است با:

$$400 - 1/8 = 398/2cm$$

---

۳) گزینهٔ «۱»

در وسایل اندازه‌گیری رقمی، خطای اندازه‌گیری برابر با مثبت و منفی یک واحد از آخرین رقمی است که وسیله نمایش می‌دهد. از آن‌جا که یک واحد از آخرین رقم، یک دهم درجهٔ سلسیوس است، پس گزارش نتیجهٔ این اندازه‌گیری می‌تواند به‌صورت $(34/8\pm 0/1)^\circ C$ باشد.

---

۴) گزینهٔ «۱»تخمین مرتبهٔ بزرگی حجم بارش برابر است با:

$$V = A.h = 9\times 10^6\times 3\times 10^{-3}\sim 10\times 10^6\times 1\times 10^{-3}\Rightarrow V\sim 10^4 m^3$$

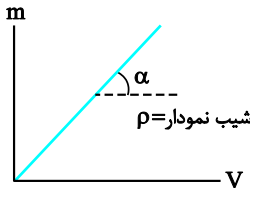
تخمین مرتبهٔ بزرگی حجم هر قطرهٔ کروی برابر است با:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\times 3/14\times\left(2\times 10^{-3}\right)^3\sim 1\times 1\times 10\times 10^{-9}\Rightarrow V\sim 10^{-8}m^3$$

بنابراین مرتبهٔ بزرگی تعداد قطره‌ها برابر است با:

$$\text{تعداد قطره‌ها} = \frac{V_{rain}}{V_{drop}} = \frac{10^4}{10^{-8}} = 10^{12}$$

چگالی



چگالی: کمیتی نرده‌ای بوده و بیان‌گر تراکم ذره‌های تشکیل‌دهندهٔ یک ماده است و به صورت جرم یکای حجم از هر جسم، تعریف می‌شود. اگر مادهٔ همگنی دارای جرم m و حجم V باشد، چگالی آن (ρ) برابر است با:

$$\rho=\frac{m}{V}\begin{array}{l}\longrightarrow (kg)\ SI\\ \longrightarrow (m^3)\ SI\end{array}\longleftarrow (\frac{kg}{m^3})\ SI$$

تذکر: اگر چگالی برحسب $\frac{g}{cm^3}$، $\frac{g}{L}$ و یا $\frac{kg}{L}$ بیان شود، تبدیل یکاها به‌صورت زیر خواهد بود:

$$1\frac{g}{cm^3}=1000\frac{kg}{m^3}\quad,\quad 1\frac{g}{L}=1\frac{kg}{m^3}\quad,\quad 1\frac{kg}{L}=1\frac{g}{cm^3}=1000\frac{kg}{m^3}\quad,\quad (1L=10^{-3}m^3=10^3cm^3)$$

تذکر: برای مقایسهٔ چگالی در دو حالت، می‌توان نوشت:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{m_2}{m_1}\times\frac{V_1}{V_2}$$

تذکر: برای محاسبهٔ حجم اشکال هندسی مختلف، روابط زیر را یادآوری می‌کنیم:

حجم مکعب به ضلع a $=a^3$

حجم مکعب مستطیل با ابعاد a، b و c $=abc$

حجم کره به شعاع R $=\frac{4}{3}\pi R^3$

حجم کرهٔ توخالی به شعاع داخلی R_1 و شعاع خارجی R_2 $=\frac{4}{3}\pi(R_2^3-R_1^3)$

حجم استوانهٔ توخالی به شعاع داخلی R_1 و شعاع خارجی R_2 و ارتفاع h $=\pi(R_2^2-R_1^2)h$

حجم استوانه توپر با سطح مقطع A، شعاع R و ارتفاع h $=Ah=\pi R^2h$

حجم مخروط به شعاع قاعدهٔ R و ارتفاع h $=\frac{1}{3}\pi R^2h$

اگر جسم جامد، شکل هندسی مشخصی نداشته باشد، آن را در داخل استوانه‌ای مدرج که مقدار معینی مایع در آن قرار دارد، می‌اندازیم. در صورتی که جسم جامد کاملاً در مایع غوطه‌ور شود، حجم آب جابه‌جا شده با حجم جسم برابر است.

مثال۱۰) چگالی جسم A، $1/5$ برابر چگالی جسم B است. اگر جرم 500 سانتی‌متر مکعب از جسم B برابر 200 گرم باشد، جرم 200 سانتی‌متر مکعب از جسم A چند گرم است؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۳۶۰

پاسخ۱۰) برای حل این سؤال، رابطهٔ چگالی را به‌صورت مقایسه‌ای نوشته و استفاده می‌کنیم. داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}:\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\xrightarrow[V_B=500cm^3\ ,\ m_B=200g]{\frac{\rho_A}{\rho_B}=1/5\ ,\ V_A=200cm^3}$$

$$1/5=\frac{m_A}{200}\times\frac{500}{200}\Rightarrow m_A=\frac{1/5\times200\times2}{5}=120g$$

مثال۱۱) درون ظرفی اســتوانه‌ای‌شکل به سطح مقطع $150cm^2$ و ارتفاع $26cm$ تا ارتفاع 20 سانتی‌متری آب ریخته‌ایم. اگر قطعــه فلزی توپُر به چگالی $8500\frac{kg}{m^3}$ را به آرامی داخل این ظرف قرار دهیم، $300cm^3$ آب از ظرف بیرون می‌ریزد. جرم قطعه فلز چند کیلوگرم است؟

۱) ۱۰۲۰۰ ۲) ۷۶۵۰

۳) ۱۰/۲ ۴) ۷/۶۵

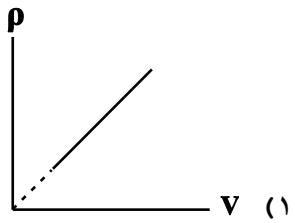
پاســخ۱۱) با قرار دادن قطعه فلز در داخل اســتوانه، آب تا ارتفاع 26 ســانتی‌متری بالا آمده و ســپس $300cm^3$ آب از استوانه بیرون می‌ریزد. بنابراین حجم کل آب جابه‌جا شده که برابر با حجم قطعه فلز است، برابر است با:

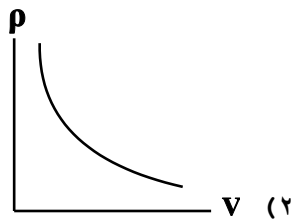
$$V_{\text{فلز}} = 6\times150+300 \Rightarrow V_{\text{فلز}} = 1200cm^3$$

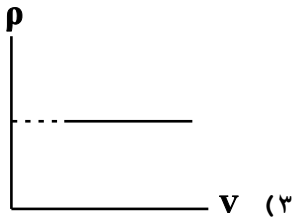
بنابراین جرم قطعه فلز برابر است با:

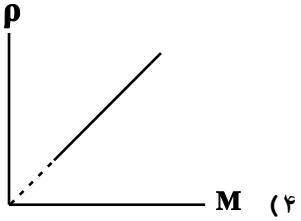
$$m_{\text{فلز}} = \rho_{\text{فلز}}\, V_{\text{فلز}} = 8/5\times1200 = 10200g = 10/2kg$$

مثال۱۲) اگر M بیانگر جرم، V بیانگر حجم و ρ بیانگر چگالی یک مادهٔ معین باشد، در دمای ثابت کدام‌یک از نمودارهای زیر صحیح است؟

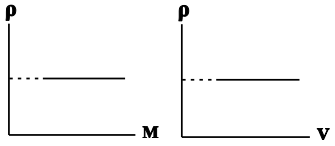
۱)


۲)


۳)


۴)


پاســخ۱۲) چگالی یک جسم از ویژگی‌های فیزیکی آن جسم است و در دمای ثابت به حجم و جرم آن بستگی ندارد. با توجه به این نکته، نمودار چگالی یک مادهٔ معین بر حسب جرم و یا حجم به‌صورت یک خط افقی خواهد بود.



مثال ۱۳) پوسته‌ای استوانه‌ای به ارتفاع $10cm$ و شعاع‌های داخلی و خارجی $4cm$ و $5cm$ از ماده‌ای به چگالی $4\frac{g}{cm^3}$ ساخته شده است. اگر فضای داخل این پوسته با مایعی به چگالی ρ به‌طور کامل پُر شود، جرم استوانه و مایع داخل آن $1/68kg$ می‌شود. چگالی مایع درون استوانه چند کیلوگرم بر مترمکعب است؟ $(\pi = 3)$

۱) ۱۰۰۰ ۲) ۱۲۰۰

۳) ۱۲۵۰ ۴) ۱۵۰۰

پاسخ ۱۳) ابتدا حجم پوستهٔ استوانه‌ای و سپس جرم آن‌را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{\text{پوسته}} = \pi(R_2^2 - R_1^2)h = 3\times(5^2-4^2)\times 10 \Rightarrow V_{\text{پوسته}} = 270cm^3$$

$$m_{\text{پوسته}} = \rho_{\text{پوسته}} V_{\text{پوسته}} = 4\times 270 \Rightarrow m_{\text{پوسته}} = 1080g$$

بنابراین جرم مایع درون پوسته برابر است با:

$$m_{\text{مایع}} = m_{\text{کل}} - m_{\text{پوسته}} = 1680 - 1080 = 600g$$

حجم مایع درون پوسته برابر است با:

$$V_{\text{مایع}} = \pi R_1^2 h = 3\times 4^2 \times 10 \Rightarrow V_{\text{مایع}} = 480cm^3$$

در نتیجه چگالی مایع برابر است با:

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{V_{\text{مایع}}} = \frac{600}{480} = 1/25\frac{g}{cm^3} = 1250\frac{kg}{m^3}$$

محاسبهٔ حجم حفره: برای حل مسائلی که در آن‌ها حجم حفرهٔ درون یک جسم توخالی خواسته شده، ابتدا با استفاده از رابطه مربوط به حجم هندسی جسم، حجم ظاهری را محاسبه میکنیم ، سپس حجم واقعی را به کمک رابطهٔ چگالی پیدا می‌کنیم. (بدیهی است که حجم واقعی به دست آمده کم‌تر از حجم ظاهری یعنی حجم جسم با در نظر گرفتن حفره است.) سپس حجم‌ها را از هم کم می‌کنیم. یعنی برای جرم یکسان: (حجم واقعی $-$ حجم ظاهری $=$ حجم حفره)

مثال۱۴) با 200g از فلزی به چگالی $2000\frac{kg}{m^3}$، مکعبی توخالی به طول ضلع a ساخته‌ایم. اگر 20 درصد از حجم ظاهری این مکعب را حفرهٔ داخل آن تشکیل داده باشد، a برابر با چند متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۵

۳) ۰/۱ ۴) ۰/۰۵

پاسخ۱۴) چون 20 درصد از حجم ظاهری مکعب را حفره تشکیل داده است، پس حجم واقعی فلز تشکیل‌دهندهٔ مکعب برابر با 80 درصد از حجم ظاهری مکعب است.

$$V_{\text{فلز}} = 0/8V_{\text{مکعب}} \Rightarrow \frac{m}{\rho_{\text{فلز}}} = 0/8a^3$$

$$\Rightarrow \frac{200}{2} = 0/8a^3 \Rightarrow a = 5cm = 0/05m$$

محاسبهٔ چگالی مخلوط: اگر دو یا چند مایع با چگالی‌های مختلف با یک‌دیگر مخلوط شوند و یا چند فلز را به صورت آلیاژ درآوریم، در صورتی که تغییر حجمی در حین اختلاط صورت نگیرد، چگالی مخلوط برابر است با:

چگالی آلیاژ یا مخلوط: $\rho_{mix}=\frac{m_{total}}{V_{total}}=\frac{m_1+m_2+\cdots}{V_1+V_2+\cdots}$

بسته به این‌که چه کمیت‌هایی در صورت سؤال معلوم‌اند، می‌توان رابطهٔ فوق را به شکل‌های زیر نیز بازنویسی کرد:

$$\rho_{mix}=\frac{\rho_1V_1+\rho_2V_2+\cdots}{V_1+V_2+\cdots} \quad , \quad \rho_{mix}=\frac{m_1+m_2+\cdots}{\frac{m_1}{\rho_1}+\frac{m_2}{\rho_2}+\cdots}$$

اگر حجم دو ماده‌ای که مخلوط می‌شوند، یکسان باشد، چگالی مخلوط میانگین چگالی آن‌ها است.

$$V_1=V_2 \Leftrightarrow \rho_{mix}=\frac{\rho_1+\rho_2}{2}$$

مثال۱۵) چگالی مخلوط دو مایع A و B با حجم‌های اولیهٔ V_A و V_B، $0/75\frac{g}{cm^3}$ است. اگر چگالی مایع A برابر با $600\frac{g}{L}$ و چگالی مایع B $800\frac{kg}{m^3}$ باشد، حاصل $\frac{V_B}{V_A}$ کدام است؟ (در اثر مخلوط شدن دو مایع، کاهش حجم نداریم.)

۱) 3 ۲) 4 ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{4}$

پاسخ۱۵) با استفاده از رابطهٔ چگالی مخلوط، داریم:

$$\rho_{مخلوط}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}=\frac{\rho_AV_A+\rho_BV_B}{V_A+V_B}$$

$$\Rightarrow 750=\frac{600V_A+800V_B}{V_A+V_B}\Rightarrow \frac{V_B}{V_A}=3$$

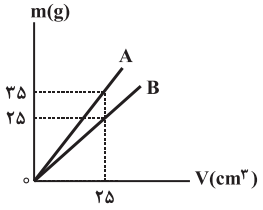
اکنون برای تعیین سطح تسلط خود به مبحث ، چند تمرین زیر را حل کنید

۵) بر روی کره‌ای به شعاع 4cm می‌خواهیم لایه‌ای نقره به ضخامت 2cm قرار دهیم. جرم نقرهٔ لازم برای این کار چند کیلوگرم است؟ $\left(\pi=3\ ,\ \rho_{نقره}=10\frac{g}{cm^3}\right)$

۱) ۵۰۸۰ ۲) ۵/۰۸ ۳) ۶/۰۸ ۴) ۶۰۸۰

۶) نمودار جرم بر حسب حجم برای دو مایع A و B در دمای ثابت و یکسان مطابق شکل زیر است. اگرحجم‌های یکسانی از دو مایع را با یکدیگر مخلوط کنیم، چگالی مخلوط چند کیلوگرم بر متر مکعب می‌شود؟ (تغییر حجم رخ نمی‌دهد.)

۱) ۱/۲ ۲) ۲۴۰۰ ۳) ۲/۴ ۴) ۱۲۰۰



۷) در مخلوط آب و $90g$ یخ، پس از مـدتی تمام یخ ذوب می‌شـود. حجم مخلوط چگونه تغییر می‌کند؟ ($\rho_{ice} = 0/9 \frac{g}{cm^3}$ و $\rho_{water} = 1 \frac{g}{cm^3}$)

۱) $10cm^3$ افزایش می‌یابد.

۲) $100cm^3$ کاهش می‌یابد.

۳) $10cm^3$ کاهش می‌یابد.

۴) $100cm^3$ افزایش می‌یابد.

۸) داخل قطعه فلزی به جرم $324g$، حفره‌ای کروی به قطر $2cm$ وجود دارد. اگر این قطعه را به آرامی درون ظرف پُر از مایعی به $0/8 \frac{g}{cm^3}$ فرو بریم، $32g$ مایع از ظرف بیرون می‌ریزد. چگالی مادهٔ سـازندهٔ این فلز چند گرم بر سـانتی‌متر مکعب است؟ $(\pi = 3)$

۱) ۴/۵ ۲) ۹ ۳) ۸/۱ ۴) ۱۳/۵

پاسخ تمرینها

۵) گزینهٔ «۴» ابتدا حجم پوستهٔ کروی نقره‌ای به شعاع داخلی 4cm و شعاع خارجی 6cm (ضخامت 2cm) را می‌یابیم. داریم:

$$V=\frac{4}{3}\pi\left(R_2^3-R_1^3\right)=\frac{4}{3}\times 3\times\left(6^3-4^3\right)\Rightarrow V=608cm^3$$

حال با استفاده از تعریف چگالی داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow 10=\frac{m}{608}\Rightarrow m=6080g=6/08kg$$

۶) گزینهٔ «۴»

با استفاده از رابطهٔ چگالی مخلوط و با توجه به نمودار می‌توان نوشت:

$$\rho_{mix}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}=\frac{35+25}{25+25}=\frac{60}{50}=1/2\frac{g}{cm^3}$$

$$1/2\frac{g}{cm^3}=1/2\frac{g}{cm^3}\times\frac{1cm^3}{10^{-6}m^3}\times\frac{10^{-3}kg}{1g}=1200\frac{kg}{m^3}$$

---

۷) گزینهٔ «۳»

چون چگالی یخ کمتر از چگالی آب است، بنابراین حجم یخ در حالت جامد بیشتر از حجم آب ناشی از ذوب آن است. بنابراین با ذوب شدن یخ، حجم مخلوط کاهش می‌یابد. برای محاسبهٔ مقدار حجم کاهش یافته، کافیست اختلاف حجم مخلوط در حالت اول و دوم را به‌دست آوریم:

$$\left.\begin{aligned}V_1&=V_{ice}+V_{water}\\V_2&=V_{melted}+V_{water}\end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow\Delta V=V_2-V_1=\left(V_{melted}+V_{water}\right)-\left(V_{ice}+V_{water}\right)$$

$$\Rightarrow\Delta V=V_{melted}-V_{ice}=\frac{90}{1}-\frac{90}{0/9}=-10cm^3$$

۸) گزینهٔ «۲» ابتدا حجم حفرهٔ درون قطعه فلز را محاسبه می‌کنیم.

$$V_{\text{حفره}}=\frac{4}{3}\pi r^3\xrightarrow{r=\frac{d}{2}=1cm}V_{\text{حفره}}=\frac{4}{3}\times 3\times 1=4cm^3$$

حجم ظاهری قطعه فلز برابر با حجم مایع جابه‌جا شده است.

$$V_{\text{ظاهری}}=\frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}}=\frac{32}{0/8}=40cm^3$$

لذا حجم واقعی فلز تشکیل‌دهندهٔ این قطعه، برابر است با:

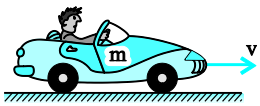
$$V_{\text{واقعی}}=V_{\text{ظاهری}}-V_{\text{حفره}}=40-4=36cm^3$$

حال با استفاده از رابطهٔ چگالی داریم:

$$\rho_{\text{فلز}}=\frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{واقعی}}}=\frac{324}{36}=9\frac{g}{cm^3}$$

کارو انرژی

انرژی جنبشی



تعریف انرژی جنبشی : انرژی وابسته به حرکت یک جسم را انرژی حرکتی یا انرژی جنبشی می‌نامیم. انرژی جنبشی کمیتی نرده‌ای است و هرگز منفی نمی‌شود. این کمیت تنها به جرم (m) و تندی جسم (v) بستگی دارد و به جهت حرکت جسم وابسته نیست و از رابطهٔ روبه‌رو قابل محاسبه است: $K=\frac{1}{2}mv^2$

در رابطهٔ فوق یکاهای SI جرم و تندی به ترتیب کیلوگرم (kg) و متر بر ثانیه (m/s) است. بنابراین، یکای انرژی جنبشی (و هر نوع دیگری از انرژی) در SI، $kg.m^2/s^2$ است که ژول (J) نامیده می‌شود.

۱. محاسبهٔ تغییرات انرژی جنبشی (ΔK): در صورتی که جرم جسم از m_1 به m_2 و تندی جسم از v_1 به v_2 تغییر کند، تغییر انرژی جنبشی به صورت زیر به‌دست می‌آید: $\Delta K=K_2-K_1\Rightarrow \Delta K=\frac{1}{2}m_2v_2^2-\frac{1}{2}m_1v_1^2$

و برای یک جسم که جرم آن ثابت می‌ماند: $\Delta K=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$

۲. مقایسهٔ انرژی جنبشی $(\frac{K_2}{K_1})$: در صورتی که نسبت انرژی جنبشی دو جسم را بخواهیم، کافی است که رابطهٔ انرژی جنبشی برای هر جسم را نوشته و به هم تقسیم کنیم. به این ترتیب داریم: $K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow \frac{K_2}{K_1}=\frac{m_2}{m_1}\times(\frac{v_2}{v_1})^2$

مثال ۱۶) اگر تندی جسمی از v به $3v$ تغییر کند، تغییر انرژی جنبشی آن چند برابر انرژی جنبشی اولیه‌اش خواهد شد؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۹

پاسخ ۱۶) گزینه «۳». به کمک رابطهٔ مربوط به مقایسهٔ انرژی جنبشی در دو حالت با ثابت ماندن جرم جسم $(m_1=m_2)$ داریم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow \frac{K_2}{K_1}=(\frac{v_2}{v_1})^2\xrightarrow{v_2=3v_1}\frac{K_2}{K_1}=(3)^2=9\Rightarrow K_2=9K_1$$

تغییر انرژی جنبشی جسم برابر است با: $\Delta K=K_2-K_1\xrightarrow{K_2=9K_1}\Delta K=9K_1-K_1=8K_1$

محاسبهٔ درصد تغییر انرژی جنبشی: برای تعیین درصد تغییر انرژی جنبشی، ابتدا به کمک مقایسهٔ انرژی جنبشی در دو حالت، نسبت $\frac{K_2}{K_1}$ را می‌یابیم و سپس به کمک رابطه‌ای که در زیر بیان شده است، درصد تغییر انرژی جنبشی را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{فرمول محاسبهٔ درصد} = \frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100 = \frac{\Delta K}{K_1} \times 100$$

مثال ۱۷) اتومبیلی با تندی ۱۰۸ کیلومتر بر ساعت در مسیری مستقیم و افقی در حال حرکت است. ناگهان راننده مانعی را می‌بیند و ترمز می‌کند. اگر انرژی جنبشی جسم تا لحظهٔ رسیدن به مانع، ۹۶ درصد نسبت به حالت اولیه کاهش یابد، تندی اتومبیل در هنگام برخورد به مانع چند متر بر ثانیه بوده است؟

۱) ۲۱/۶ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۱۲

پاسخ ۱۷) گزینه «۳».

انرژی جنبشی اتومبیل در حالت دوم برابر است با: $K_2 = K_1 - \frac{96}{100}K_1 = \frac{4}{100}K_1$

به کمک رابطهٔ مربوط به مقایسهٔ انرژی جنبشی در دو حالت با ثابت ماندن جرم $(m_1 = m_2)$ داریم:

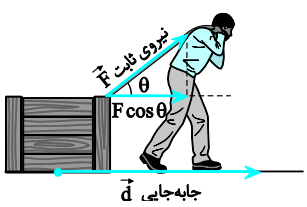
$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow[v_1=108\,km/h=30\,m/s]{K_2=\frac{4}{100}K_1} \frac{4}{100} = \left(\frac{v_2}{30}\right)^2 \Rightarrow \frac{2}{10} = \frac{v_2}{30} \Rightarrow v_2 = 6\,m/s$$

تذکر: در یک جمع بندی ، برای مسائل مربوط به انرژی جنبشی دقت کنید که اگر پرسیده شود انرژی جنبشی جسم چقدر تغییر می‌کند، باید ΔK را محاسبه کنید. اگر پرسیده شود انرژی جنبشی جسم چند برابر می‌شود یعنی $\frac{K_2}{K_1}$ چقدر است. اگر پرسیده شود انرژی جنبشی جسم چند درصد تغییر می‌کند یعنی $\frac{\Delta K}{K_1} \times 100$ مطلوب است.

کار انجام شده توسط نیروی ثابت

محاسبه و مقایسهٔ کار نیروی ثابت

کار نیروی ثابت $\vec{F}$: اگر مطابق شکل زیر نیروی وارد شده به جسم $(\vec{F})$ با جابه‌جایی $(\vec{d})$ زاویهٔ θ بسازد، کاری که نیروی ثابت $\vec{F}$ به ازای جابه‌جایی $\vec{d}$ روی جسم انجام می‌دهد، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.



نیروی ثابت **(N)**

$W = (F\cos\theta)d$

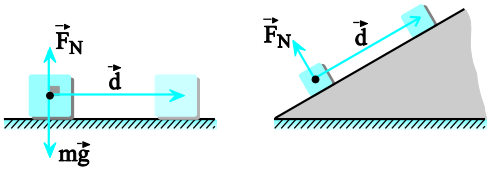
جابه‌جایی **(m)**

زاویه بین بردار نیرو و جابه‌جایی

کار **(J)**

نتایج مهم از مفهوم و تعریف کار

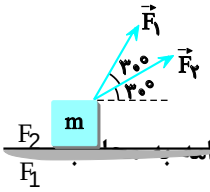
۱. اگر نیروی $\vec{F}$ بر جابه‌جایی $\vec{d}$ عمود باشد $(\theta = 90^\circ)$، آن‌گاه نیرو کاری انجام نمی‌دهد.



$$W = Fd\cos\theta \xrightarrow[\cos 90^\circ = 0]{\theta = 90^\circ} W = 0$$

بنابراین در جابه‌جایی افقی همواره کار نیروی وزن صفر است و در جابه‌جایی در راستای سطح کار نیروی عمودی سطح $\vec{F}_N$ همواره صفر است.

مثال ۱۸) جسمی روی سطحی افقی قرار دارد و تحت تأثیر دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ که مطابق شکل زیر به آن وارد می‌شوند، روی سطح افقی مقداری جابه‌جا می‌شود. اگر کار نیروی $\vec{F}_2$ در این جابه‌جایی، ۲ برابر کار نیروی $\vec{F}_1$ باشد، حاصل $\frac{F_2}{F_1}$ کدام است؟



۱) 2 ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

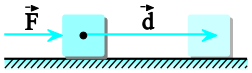
پاسخ ۱۸) گزینه «۳». به کمک رابطهٔ $W = Fd\cos\theta$ نسبت کار دو نیرو $(\frac{W_2}{W_1})$ را نوشته و در ادامه با

می‌پردازیم:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{F_2}{F_1}\times\frac{d_2}{d_1}\times\frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1} \xrightarrow[\theta_1=60^\circ\,,\,\theta_2=30^\circ]{d_2=d_1\,,\,W_2=2W_1} 2 = \frac{F_2}{F_1}\times 1\times\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow 2 = \sqrt{3}\times\frac{F_2}{F_1} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

---

۲. اگر نیروی $\vec{F}$ و جابه‌جایی همسو باشند $(\theta = 0^\circ)$، آن‌گاه کار این نیرو بیشینه بوده و خواهیم داشت:



$$W = Fd\cos\theta \xrightarrow[\cos 0^\circ = 1]{\theta = 0^\circ} W = Fd$$

مثال ۱۹) به جسمی به جرم M نیروی ثابت $20\,N$ وارد می‌شود و جسم ۳ متر جابه‌جا می‌شود. کدام‌یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند کار انجام شده توسط این نیرو بر روی جسم باشد؟

۱) 40 ۲) -30 ۳) $-30\sqrt{3}$ ۴) $60\sqrt{3}$

پاسخ ۱۹) گزینه «۴». مقدار کار انجام شده توسط نیروی F در جابه‌جایی d همواره کمتر یا مساوی Fd است:

$$0 \le |W| \le Fd \xrightarrow[d=3m]{F=20N} 0 \le |W| \le 60J$$ بنابراین کار این نیرو نمی‌تواند $60\sqrt{3}J$ باشد $\Rightarrow$

---

۳. اگر بردار نیرو به صورت $\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}$ و جابه‌جایی به صورت $\vec{d}=d_x\vec{i}+d_y\vec{j}$ داده شده باشد، کار نیروی $\vec{F}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases}\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}\\ \vec{d}=d_x\vec{i}+d_y\vec{j}\end{cases}\Rightarrow W=\underset{W_x}{F_xd_x}+\underset{W_y}{F_yd_y}$$

مثال۲۰) جسمی تحت اثر نیروی $\vec{F}=6\vec{i}+8\vec{j}$ (در SI) در حال حرکت است و به اندازهٔ $5m$ در جهت محور x ها جابه‌جا می‌شود. کار نیروی $\vec{F}$ در این جابه‌جایی چند ژول است؟

۱) صفر ۲) ۳۰ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

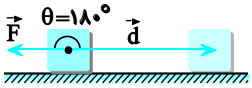
پاسخ۲۰) گزینهٔ «۲»

نیروی $\vec{F}$ شامل دو نیروی افقی و قائم می‌باشد و از آنجاکه جابه جایی در راستای قائِم صفر است، بنابراین تنها نیروی افقی وارد بر جسم، کار انجام می‌دهد.

$$\left.\begin{matrix}W_{F_x}=F_xd_x+F_yd_y=(6\times5)+0=30J\\ d_{y=0}\end{matrix}\right\}$$

---

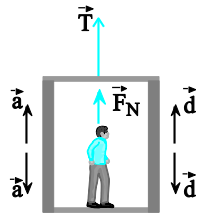
۴. اگر نیروی $\vec{F}$ و جابه‌جایی ناهمسو باشند $(\theta=180^\circ)$، آن‌گاه خواهیم داشت:



$$W=Fd\cos\theta\xrightarrow[\cos180^\circ=-1]{\theta=180^\circ}W=-Fd$$

۵. اگر زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی کم‌تر از 90° باشد $(0\le\theta<90^\circ)$، کار نیرو مثبت $(W>0)$ است و اگر بین 90° و 180° باشد، $(90^\circ<\theta\le180^\circ)$ کار نیرو منفی $(W<0)$ است.

کار نیروی عمودی سطح بر جسم درون آسانسور :هرگاه جسمی درون آسانسور باشد و آسانسور به اندازهٔ d جابه‌جا شود، کار نیروی عمودی سطح $(W_{\vec{F}_N})$ برابر است با:



حرکت رو به بالا

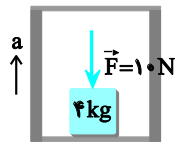
$$W_{\vec{F}_N}=\pm F_Nd\xrightarrow{F_N=m(g\pm a)}W_{F_N}=\pm m(g\pm a)d$$

حرکت رو به پایین

شتاب حرکت رو به بالا

شتاب حرکت رو به پایین

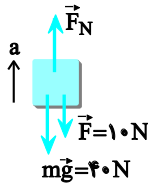
مثال۲۱) مطابق شکل جسمی به جرم $4kg$ درون آسانسوری قرار دارد و مجموعه با شتاب ثابت $2/5m/s^2$ رو به بالا حرکت می‌کند. کار نیروی عمودی سطح وارد بر این جسم پس از جابه‌جایی $10m$ رو به بالا چند کیلوژول است؟ $(g=10m/s^2)$



۱) ۰/۶ ۲) ۶

۳) ۶۰ ۴) ۶۰۰

پاسخ۲۱) گزینه «۱». ابتدا به کمک قانون دوم نیوتون نیروی عمودی سطح وارد بر جسم را به‌دست می‌آوریم و سپس کار این نیرو را در جابه‌جایی $d=10m$ رو به بالا محاسبه می‌کنیم. به این ترتیب داریم:

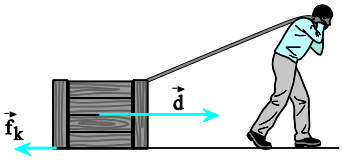


$$F_{net}=ma\Rightarrow F_N-F-mg=ma\Rightarrow F_N=F+mg+ma=10+4\times10+4\times2/5=60N$$

کار این نیرو برابر است با:

$$W=F_Nd=60\times10=600J=0/6kJ$$

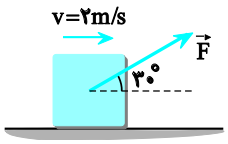
کار نیروی اصطکاک جنبشی: کار نیروی اصطکاک در حرکت جسم روی خط راست همواره برابر است با:



$$W=f_kd\cos\theta\xrightarrow[\cos180^\circ=-1]{\theta=180^\circ}W=-f_kd$$

تذکر: در حرکت یک جسم در امتداد یک سطح ، **کار نیروی سطح** برابر با **کار نیروی اصطکاک** است.

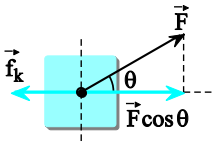
مثال۲۲) مطابق شکل مقابل، توسط نیروی ثابت $F=20N$، جسمی را با تندی ثابت $2m/s$ روی یک سطح افقی می‌کشیم. کار نیروی سطح روی جسم بعد از گذشت $8s$ چند ژول است؟



۱) ۱۶۰ ۲) $160\sqrt{3}$

۳) ۳۲۰ ۴) $320\sqrt{3}$

پاسخ۲۲) گزینه «۲». جسم با تندی ثابت روی یک سطح افقی حرکت می‌کند، بنابراین نیروی خالص وارد بر جسم در امتداد سطح صفر است:



$$f_k=F\cos\theta=20\cos30^\circ=20\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}\,N$$

جابه‌جایی جسم پس از $8s$ برابر است با: $d=vt=2\times8=16m$

برای محاسبهٔ کار نیروی سطح که در اینجا برابر با کار نیروی اصطکاک جنبشی است ، داریم:

$$W_{f_k}=-f_kd=-(10\sqrt{3})(16)=-160\sqrt{3}J\Rightarrow|W_{f_k}|=160\sqrt{3}J$$

کار نیروی وزن

کار نیروی وزن روی جسمی به جرم m برای جابه‌جایی h در راستای قائم از رابطهٔ مقابل محاسبه می‌شود:

$$W_{mg} = \pm mgh$$

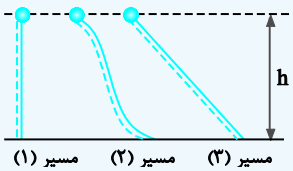
برای حرکت جسم به سمت پایین: mg و h همسو هستند $(\theta = 0^\circ)$ پس:

$$W_{mg} = +mgh$$

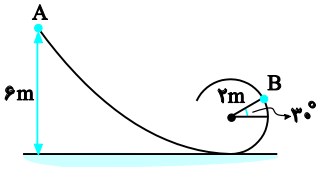
برای حرکت جسم به سمت بالا: mg و h غیرهمسو هستند $(\theta = 180^\circ)$ پس:

$$W_{mg} = -mgh$$

کار نیروی وزن به جابه‌جایی جسم در راستای قائم (h) بستگی دارد و به مسیر حرکت بستگی ندارد.



$$W_1 = W_2 = W_3 = mgh$$

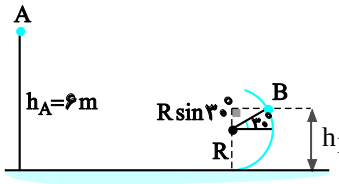


مثال ۲۳) در شکل مقابل، جسمی به جرم $4kg$ را از نقطهٔ A روی سطح پرتاب می‌کنیم. کار نیروی وزن بر روی جسم در جابه‌جایی از نقطهٔ A تا نقطهٔ B چند ژول است؟ $(g = 10N/kg)$

۱) -120 ۲) -80

۳) ۱۲۰ ۴) ۸۰

پاسخ ۲۳) گزینه «۳». کار نیروی وزن روی جسم در جابه‌جایی از نقطهٔ A تا نقطهٔ B به جابه‌جایی در امتداد قائم بستگی دارد و در این‌جا چون ارتفاع نقطهٔ B پایین‌تر از نقطهٔ A است، کار این نیرو $W = mgh$ است که h برابر $h = h_A - h_B$ می‌باشد. بنابراین داریم:

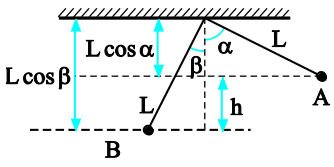


$$h_B = R + R\sin 30^\circ = 2 + \left(2\times\frac{1}{2}\right) = 3m$$

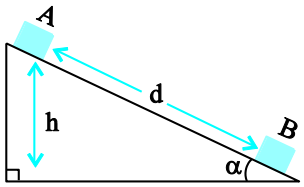
$$W_{mg} = +mgh \xrightarrow[m=4kg\ ,\ g=10m/s^2]{h=6-3=3m}$$

$$W_{mg} = 4\times 10\times 3 = 120J$$

تذکر: در جدول زیر چند نمونه از مثال‌های مهم برای محاسبهٔ کار نیروی وزن در جابه‌جایی از A تا B آورده شده است.



$$\begin{cases} h = L\cos\beta - L\cos\alpha \\ W_{mg} = mgh \\ = mgL(\cos\beta - \cos\alpha) \end{cases}$$

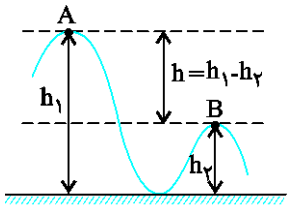


$h = d\sin\alpha$

$$W_{mg} = mgd\sin\alpha$$

$h = 0$

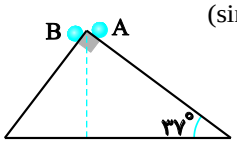
$$W_{mg} = 0$$



$h = h_1 - h_2$

$$W_{mg} = mg(h_1 - h_2)$$

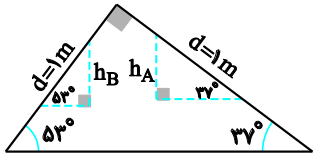
مثال۲۴) مطابق شکل زیر دو جسم روی دو سطح شیب‌دار با سرعت ثابت در حرکت‌اند. برای هر متر جابه‌جایی، کار نیروی وزن جسم A چند برابر کار نیروی وزن جسم B است؟ $(\sin 37^\circ = 0/6\ ,\ m_A = 2m_B)$



۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{4}{3}$

۳) $\frac{3}{5}$ ۴) ۱

پاسخ۲۴) گزینه «۱». ابتدا جابه‌جایی در امتداد قائم را روی هر سطح به طور جداگانه محاسبه می‌کنیم و سپس نسبت کار را درمی‌یابیم:



$$W = mgh \Rightarrow \frac{W_A}{W_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{h_A}{h_B}$$

$$\xrightarrow[h_B = d\sin 53^\circ = 1\times 0/8 = 0/8m]{h_A = d\sin 37^\circ = 1\times 0/6 = 0/6m} \frac{W_A}{W_B} = 2\times\frac{0/6}{0/8} = \frac{3}{2}$$

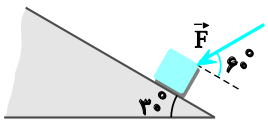
کار کل

اگر به‌جای یک نیرو، چند نیرو بر جسمی وارد شود، برای محاسبهٔ کار کل به دو روش زیر عمل می‌کنیم:

روش اول: با استفاده از رابطهٔ $W = Fd\cos\theta$ کار انجام شده توسط هر نیرو را به طور جداگانه محاسبه می‌کنیم. سپس با جمع جبری کار انجام شده توسط تک‌تک نیروها کار کل (W_t) را می‌یابیم. $W_t = W_1 + W_2 + \ldots$

روش دوم: ابتدا مؤلفهٔ در امتداد جابه‌جایی را برای هر نیرو مشخص می‌کنیم. آن‌گاه با توجه به جهت این مؤلفه‌ها، اندازهٔ نیروی خالص (F_{net}) را در رابطهٔ $W_t = F_{net}d\cos\theta$ (که در اینجا θ زاویه بین نیروی خالص و بردار جابه جایی است)قرار می‌دهیم و به محاسبهٔ کار کل می‌پردازیم.

مثال۲۵) مطابق شکل روبه‌رو، جسمی به جرم $10kg$ توسط نیروی $F = 300N$ به‌طرف بالای سطح شیب‌دار حرکت می‌کند. کار کل انجام شده روی جسم هنگامی که جسم به اندازهٔ ۵ متر روی سطح شیب‌دار حرکت می‌کند، چند ژول است؟ ($g = 10N/kg$ و اندازهٔ نیروی اصطکاک بین جسم و سطح شیبدار $20N$ فرض شود.)



۱) ۱۲۰ ۲) ۶۰۰

۳) ۴۰۰ ۴) ۵۰۰

پاسخ۲۵) گزینه «۳». برای محاسبهٔ کار کل، کار تک‌تک نیروها را با هم جمع جبری می‌کنیم (کار نیروی عمودی سطح صفر است):

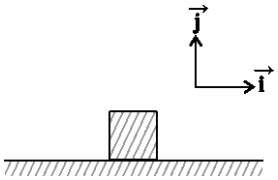
$$W_t = W_{mg} + W_{f_k} + W_F = -mgd\sin 30^\circ - f_k d + Fd\cos 60^\circ = -10\times 10\times 5\times\left(\frac{1}{2}\right) - 20\times 5 + 300\times 5\times\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow W_t = 400J$$

اکنون برای تعیین سطح تسلط خود به مبحث ، چند تمرین زیر را حل کنید

۹) اتومبیلی با تندی $23\frac{m}{s}$ در حال حرکت است. تندی اتومبیل چگونه تغییر کند تا انرژی جنبشی آن $\frac{4}{9}$ انرژی جنبشی اولیه‌اش شود؟

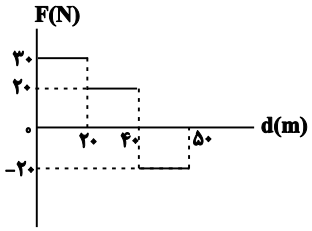
۱) تقریباً ۳۳ درصد کاهش یابد.
۲) تقریباً ۶۶ درصد افزایش یابد.
۳) تقریباً ۶۶ درصد کاهش یابد.
۴) تقریباً ۳۳ درصد افزایش یابد.

۱۰) مطابق شکل زیر، نیروی ثابت $\vec{F}=(2b)\vec{i}+(3b-2)\vec{j}$ در SI به جسم ساکنی به جرم $5kg$ که روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد، وارد می‌شود و جسم در راستای افق با شتاب ثابت $2/4\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. کار نیروی $\vec{F}$ پس از ۲۰ متر جابه‌جایی افقی جسم، چند ژول است؟



۱) ۷۲۰
۲) ۴۰۰
۳) ۳۶۰
۴) ۲۴۰

۱۱) نمودار تغییرات نیروی خالص افقی $\vec{F}$ بر حسب جابه‌جایی افقی جسمی که از حال سکون شروع به حرکت کرده، مطابق شکل زیر است. کار انجام شده روی جسم در ۵۰ متر اول جابه‌جایی چند ژول است؟



۱) ۶۰۰
۲) ۸۰۰
۳) ۱۰۰۰
۴) ۱۲۰۰

۱۲) در شرایط خلأ، جسمی به جرم $3kg$ از ارتفاع معینی از سطح زمین رها می‌شود و پس از $5s$ به سطح زمین می‌رسد. نسبت کار نیروی وزن در ثانیهٔ پنجم سقوط به کار نیروی وزن در ثانیهٔ سوم سقوط، کدام است؟

۱) $\frac{9}{5}$ ۲) $\frac{5}{3}$ ۳) $\frac{25}{9}$ ۴) $\frac{12}{5}$

۱۳) شخصی به جرم $60kg$ درون آسانسوری قرار دارد و آسانسور او را به $2\frac{m}{s^2}$ از طبقهٔ اول به طبقهٔ ششم می‌برد و سپس او را به‌صورت تندشونده با همان اندازه شتاب از طبقهٔ ششم به طبقهٔ اول می‌آورد. اگر کار نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر شخص در هنگام بالا رفتن را W_N و در هنگام پایین آمدن را W'_N بنامیم، حاصل $\frac{W_N}{W'_N}$ کدام است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۱/۵ ۴) -۱/۵

پاسخ تمرینها

۹) گزینه ی "۱" با استفاده از رابطهٔ انرژی جنبشی داریم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1}=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{\frac{K_2}{K_1}=\frac{4}{9}} \frac{4}{9}=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1}=\frac{2}{3}$$

درصد تغییرات تندی اتومبیل: $\frac{\Delta v}{v_1}\times 100=\left(\frac{v_2}{v_1}-1\right)\times 100=(\frac{2}{3}-1)\times 100\simeq -33\,\%$

---

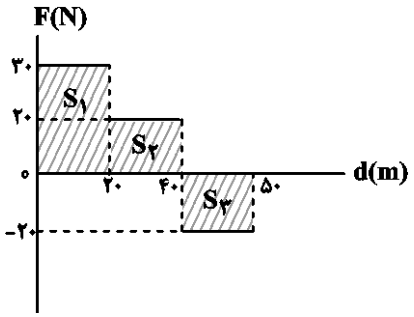
۱۰) گزینه ی 4 در جابه‌جایی افقی جسم، فقط مؤلفهٔ افقی نیرو کار انجام می‌دهد $(d_y=0)$. بنابراین:

$$F_x=ma_x \Rightarrow 2b=5\times 2/4 \Rightarrow b=6$$
$$F_x=2b=2\times 6 \Rightarrow F_x=12N$$
$$W=F_x d_x=12\times 20 \Rightarrow W=240J$$

---

۱۱) گزینه ی "۲"با توجه به رابطهٔ $W=Fd\cos\theta$ و هم‌راستا بودن نیرو و جابه‌جایی، مساحت زیر نمودار بیانگر کار انجام شده روی جسم خواهد بود. بنابراین داریم:

$$W=S_1+S_2-S_3 \Rightarrow W=30\times 20+20\times 20-10\times 20 \Rightarrow W=600+400-200=800J$$



---

۱۲)گزینه ی "1" ثانیهٔ T اُم، بازهٔ زمانی بین زمان‌های $(T-1)$ و T است. بنابراین برای محاسبهٔ جابه‌جایی در ثانیهٔ T اُم، داریم: $y=-\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta y=-\frac{1}{2}g[T^2-(T-1)^2] \Rightarrow |\Delta y|=\frac{1}{2}g(2T-1)$

حال با توجه به این‌که نیروی وزن در کل مسیر ثابت و به سمت پایین است، داریم:

$$W=mgd \Rightarrow \frac{W_5}{W_3}=\frac{d_5}{d_3}=\frac{2\times 5-1}{2\times 3-1} \Rightarrow \frac{W_5}{W_3}=\frac{9}{5}$$

---

۱۳)گزینه ی"4" اندازهٔ نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر شخص در آسانسور از رابطهٔ $F_N=m(g\pm a)$ محاسبه می‌شود. در این رابطه وقتی آسانسور به‌صورت تندشونده به سمت بالا حرکت می‌کند علامت $(+)$ و وقتی آسانسور به‌صورت تندشونده به سمت پایین حرکت می‌کند، علامت $(-)$ را در نظر می‌گیریم. با توجه به این‌که نیروی عمودی تکیه‌گاه به سمت بالا است، داریم:

$$W_N=F_N d\cos\theta \Rightarrow \frac{W_N}{W'_N}=\frac{F_N}{F_{N'}}\times\frac{d}{d'}\times\frac{\cos\theta}{\cos\theta'} \Rightarrow \frac{W_N}{W'_N}=\frac{m(g+a)}{m(g-a)}\times 1\times\frac{1}{-1} \Rightarrow \frac{W_N}{W'_N}=\frac{10+2}{10-2}\times(-1) \Rightarrow \frac{W_N}{W'_N}=-1/5$$

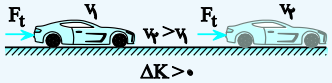
قضیهٔ کار- انرژی جنبشی

کار کل انجام شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است.

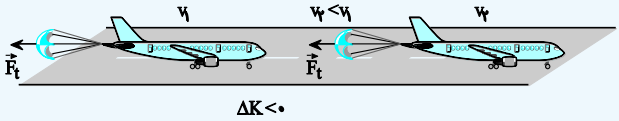
$$W_t = \Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

۱. در صورتی که نیروی خالص وارد بر جسم در جهت حرکت باشد، تندی جسم افزایش می‌یابد:

$$W_t = F_t d > 0 \Rightarrow K_2 > K_1 \Rightarrow v_2 > v_1$$



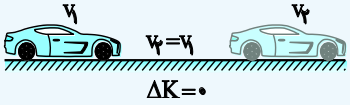
۲. در صورتی که نیروی خالص وارد بر جسم در خلاف جهت حرکت باشد، تندی جسم کاهش می‌یابد:



$$W_t = -F_t d < 0 \Rightarrow K_2 < K_1 \Rightarrow v_2 < v_1$$

۳. در صورتی که کار نیروی خالص وارد بر جسم صفر باشد، جسم با تندی ثابت حرکت می‌کند و انرژی جنبشی جسم تغییر نمی‌کند:

$$W_t = 0 \Leftrightarrow K_2 = K_1 \Leftrightarrow v_2 = v_1$$



مثال۲۶) جسمی به جرم $8kg$ با تندی $10m/s$ روی خط راست حرکت می‌کند. چه نیرویی بر حسب نیوتون و در کدام جهت باید در راستای حرکت به آن وارد شود، تا پس از طی مسافت ۸ متر انرژی جنبشی آن به ۱۲۰۰ ژول برسد؟

۱) ۱۰۰ و در جهت حرکت
۲) ۵۰ و در جهت حرکت
۳) ۵۰ و در خلاف جهت حرکت
۴) ۱۰۰ و در خلاف جهت حرکت

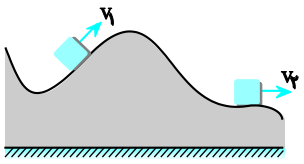
پاسخ۲۶) گزینه «۱». ابتدا انرژی جنبشی اولیهٔ جسم را محاسبه می‌کنیم، اگر انرژی جنبشی جسم افزایش یافته، یعنی نیرو در جهت حرکت به آن وارد شده و اگر انرژی جنبشی جسم کاهش یافته، یعنی نیرو در خلاف جهت حرکت به آن وارد شده است، بنابراین داریم:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}\times(8)\times(10)^2 = 400J \Rightarrow K_2 > K_1 \Rightarrow$$ نیرو در جهت حرکت به جسم وارد شده است

برای محاسبهٔ نیرو در جهت حرکت به کمک رابطهٔ $W = Fd$ داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow Fd = K_2 - K_1 \Rightarrow 8F = 1200 - 400 \Rightarrow F = 100N$$

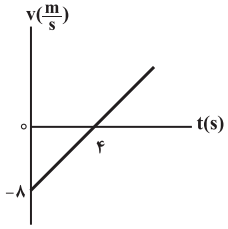
کاربرد قضیهٔ کار- انرژی جنبشی با معلوم بودن سرعت ابتدایی و انتهایی



در صورتی که تندی ابتدا و انتهای مسیر حرکت در یک جابه‌جایی معین را داشته باشیم، کار برایند نیروها (کار کل) را از تفاضل انرژی جنبشی در این دو مکان حساب می‌کنیم.

$$W_t = \Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

مثال ۲۷) نمودار سرعت – زمان حرکت متحرکی به جرم $2kg$ مطابق شکل زیر است. کار برایند نیروهای وارد بر این متحرک در سه ثانیهٔ دوم حرکت چند ژول است؟



۱) ۱۲ ۲) ۸

۳) ۲۰ ۴) ۱۶

پاسخ ۲۷) گزینهٔ «۱»

ابتدا معادلهٔ سرعت – زمان متحرک را می‌نویسیم. داریم:

$$\frac{v}{-8} + \frac{t}{4} = 1 \Rightarrow v = 2t - 8$$

سه ثانیهٔ دوم حرکت، بازهٔ زمانی بین $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 6s$ است. سرعت متحرک در این لحظه‌ها برابر است با:

$$t_1 = 3s \Rightarrow v_1 = -2\frac{m}{s}$$

$$t_2 = 6s \Rightarrow v_2 = 4\frac{m}{s}$$

حال طبق قضیهٔ کار – انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m\left(v_2^2 - v_1^2\right) = \frac{1}{2}\times 2\times\left(4^2 - (-2)^2\right) \Rightarrow W_t = 12J$$

کاربرد قضیهٔ کار- انرژی جنبشی با در نظر گرفتن نیروها و جابه‌جایی

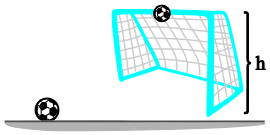
در صورتی که کار هر یک از نیروهای وارد بر جسم را داشته باشیم، برای محاسبهٔ قسمت اول تساوی یعنی W_t که همان کار کل است، جمع جبری کار هر یک از نیروها را حساب می‌کنیم.

$$W_t = \Delta K = W_F + W_{f_k} + W_{F_N} + W_{mg} + \cdots$$

مثال ۲۸) فوتبالیستی یک توپ فوتبال به جرم ۰/۵ کیلوگرم را با تندی $10m/s$ از روی نقطهٔ پنالتی به سمت دروازه شوت می‌کند و این توپ با تندی $6m/s$ به تیر افقی دروازه به ارتفاع ۲/۵ متر برخورد می‌کند. کار نیروی مقاومت هوا در این جابه‌جایی چند ژول است؟ $(g = 10m/s^2)$

۱) $-3/5$ ۲) ۳/۵ ۳) -9 ۴) ۹

پاسخ۲۸) گزینه «۱». کار برایند نیروهای وارد بر یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن یکسان است. نیروهای وزن $(m\vec{g})$ و نیروی مقاومت هوا در مسیر حرکت به توپ وارد می‌شوند، بنابراین به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی داریم:



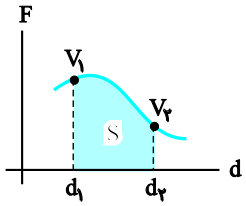
$$W_t = W_{mg} + W_f = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow -mgh + W_f = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow[v_2=6m/s\ ,\ g=10m/s^2]{m=0/5kg\ ,\ v_1=10m/s\ ,\ h=2/5m} -0/5\times10\times2/5 + W_f = \frac{1}{2}\times0/5\times(6^2-10^2)$$

$$\Rightarrow -12/5 + W_f = -16 \Rightarrow W_f = -3/5J$$

کاربرد قضیهٔ کار- انرژی جنبشی با معلوم بودن نیروی خالص و جابه‌جایی

در صورتی که برایند نیروهای وارد بر جسم (نیروی خالص) را داشته باشیم، کار کل برابر حاصل‌ضرب نیروی خالص در جابه‌جایی است:

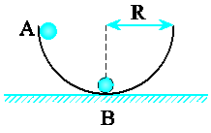


$$W_t = \Delta K = F_{net}d \xrightarrow[F_{net}=ma]{\text{if } \cos\theta=1} W_t = mad = \Delta K$$

اگر نمودار نیروی خالص برحسب جابه‌جایی را داشته باشیم، مساحت سطح محصور بین نمودار و محور جابه‌جایی، برابر با کار کل در این جابه‌جایی است.

$$W_t = S = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

مثال۲۹) مطابق شکل، جسمی به جرم $2kg$ در حالت سکون از نقطهٔ **A** پرتاب می‌شود و در یک مسیر دایره‌ای بدون اصطکاک به شعاع $R=0/5m$ رو به پایین می‌لغزد. در مدتی که جسم از نقطهٔ **A**، ربع دایره را پیموده و به نقطهٔ **B** می‌رسد، کار برایند نیروهای وارد بر جسم چند ژول است؟ $(g=10N/kg)$



۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

پاسخ۲۹) گزینه «۲». در اینجا تنها نیرویی که کار انجام می‌دهد، نیروی وزن جسم می‌باشد $(W=W_{mg})$. از طرفی کار نیروی وزن در هر مسیری فقط به جابه‌جایی در راستای قائم بستگی دارد (در اینجا چون جسم به طرف پایین جابه‌جا شده است $W_{mg}=+mgh$) بنابراین خواهیم داشت:

$$W = W_{mg} = +mgh \xrightarrow[h=R=0/5m]{m=2kg} W_{mg} = 2\times10\times0/5 = 10J$$

دقت کنید: در اینجا نیروی عمودی سطح (F_N) در تمام طول مسیر بر جسم وارد می‌شود و همواره $W_{F_N}=0$ است. به همین دلیل کاری انجام نمی‌دهد.

کار و انرژی پتانسیل

مفهوم انرژی پتانسیل

انرژی پتانسیل بر خلاف انرژی جنبشی که به حرکت یک جسم منفرد وابسته است، به سامانه بستگی دارد. به عبارتی دیگر، انرژی پتانسیل ویژگی یک سامانه است که به مکان اجسام یک سامانه نسبت به هم بستگی دارد. چهار سامانه مهم در طبیعت عبارتند از:

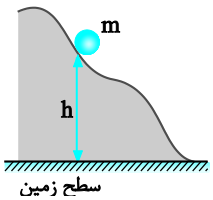
۱) سامانهٔ جسم- زمین ۲) سامانهٔ جرم- فنر ۳) سامانهٔ دو جسم باردار

۴) سامانهٔ دو جسم مغناطیسی

اگر جسم در سامانه رها شود، همواره در جهتی حرکت می‌کند که انرژی پتانسیل سامانه کاهش و تندی جسم افزایش یابد. در صورتی‌که در خلاف جهت دلخواه آن جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل سامانه افزایش و تندی جسم کاهش می‌یابد.

انرژی پتانسیل گرانشی

تعریف انرژی پتانسیل گرانشی



انرژی پتانسیل گرانشی سامانه متشکل از زمین و جسمی به جرم m که در ارتفاع h از سطح زمین است، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$U = mgh$

U: انرژی پتانسیل گرانشی (J)

g: شتاب جاذبه (m/s^2)

m: جرم جسم (kg)

h: ارتفاع از سطح زمین (m)

تغییر انرژی پتانسیل گرانشی

تغییر انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم برابر با منفی کار نیروی وزن در جابه‌جایی آن جسم از ارتفاع h_1 به ارتفاع h_2 است و رابطهٔ آن به صورت مقابل است:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -W_{mg}$$

مثال۳۰) انرژی پتانسیل گرانشی جسمی در نقطهٔ **A** برابر با $30J$ می‌باشد. اگر این جسم را به نقطهٔ **B** ببریم، نیروی وزن روی آن $-20J$ کار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل گرانشی جسم در نقطهٔ **B** چند ژول است؟

۱) ۱۰ ۲) -10 ۳) -50 ۴) ۵۰

پاسخ۳۰) گزینه «۴». تغییر انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم برابر منفی کار نیروی وزن است، بنابراین داریم:

$$\Delta U = U_B - U_A = -W_{mg} \xrightarrow[W_{mg}=-20J]{U_A=30J} U_B - 30 = -(-20) \Rightarrow U_B = 50J$$

طبق رابطهٔ $\Delta U = \pm mg\Delta h$، تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم به مسیر حرکت بستگی ندارد و صرفاً به اختلاف ارتفاع دو مکان (Δh) بستگی دارد. بنابراین انتخاب مبدأ پتانسیل گرانشی (جایی که پتانسیل گرانشی را صفر درنظر می‌گیریم) تأثیری در نتیجهٔ نهایی و فیزیک مسئله ندارد.

دقت کنید مقدار انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم، بسته به انتخاب مبدأ پتانسیل گرانشی می‌تواند مثبت یا منفی و یا صفر باشد.

مثال۳۱) جسمی را از سطح زمین به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. اگر کار نیروی وزن به روی جسم را با W_{mg} و کار نیروی مقاومت هوا روی جسم را با W_{air} و تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی جسم را با ΔU نشان دهیم، کدام گزینه در مدت زمان دلخواه حرکت درست است؟

۱) $W_{mg} + W_{air} = \Delta U$ ۲) $W_{mg} - W_{air} = \Delta U$

۳) $W_{mg} + \Delta U = 0$ ۴) $\Delta U + W_{air} = 0$

پاسخ۳۱) گزینه «۳». تغییر انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم در هر جابه‌جایی برابر با منفی کار نیروی وزن در این جابه‌جایی است:

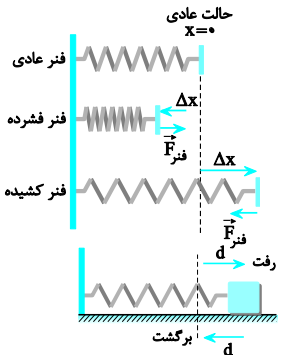
$$\Delta U = -W_{mg} \Rightarrow \Delta U + W_{mg} = 0$$

دقت کنید از قضیهٔ کار- انرژی جنبشی می‌توانیم به این رابطه به‌صورت زیر برسیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow \underbrace{W_{mg} + W_{air}}_{W_t} = \Delta K \xrightarrow{W_{mg} = -\Delta U} -\Delta U + W_{air} = \Delta K \Rightarrow \underline{W_{air} = \Delta U + \Delta K}$$

انرژی پتانسیل کشسانی

هرگاه فنری را از حالت عادی‌اش خارج کنیم، در فنر نیرویی به‌وجود می‌آید که تمایل به برگرداندن فنر به حالت عادی‌اش را دارد. به همین دلیل همواره در طی کشیده یا فشرده شدن فنر نیرویی در خلاف جابه‌جایی وارد می‌کند:



تغییر انرژی پتانسیل کشسانی فنر برابر قرینهٔ کار نیروی فنر است: $W_{spring} = -\Delta U$

۱. کار نیروی فنر هرگاه فنر نسبت به حالت آزادش فشرده یا کشیده شود، همواره منفی است (چون نیرو و جابه‌جایی در خلاف جهت هم‌اند).

۲. کار نیروی فنر در حال برگشت به حالت عادی‌اش (طول آزادش) همواره مثبت است.

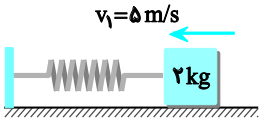
۳. کار نیروی فنر در مسیر رفت از یک نقطه و برگشت به همان نقطه صفر است.

$$W_{\text{کل}} = W_{\text{رفت}} + W_{\text{برگشت}} = -\Delta U = 0$$

مثال ۳۲) مطابق شکل جسمی به جرم $2kg$ با تندی $5m/s$ به فنری افقی که در حالت عادی خود قرار دارد برخورد کرده و حداکثر آن را $45cm$ فشرده و سپس برمی‌گردد. تندی جسم در برگشت در لحظه‌ای که فنر طول عادی‌اش را پیدا کرده، چند درصد کاهش پیدا می‌کند؟ (اندازهٔ نیروی اصطکاک ثابت و برابر $10N$ است.)

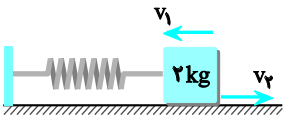
۱) ۱۰ ۲) ۲۰

۳) ۱۵ ۴) ۵



پاسخ ۳۲) گزینه «۲». در حل این مسئله دقت کنید:

۱) کار نیروی فنر در رفت و برگشت یکسان و قرینه‌اند $(W=-W')$، بنابراین کار نیروی فنر در کل مسیر صفر است: $W_t=0$



۲) کار نیروی اصطکاک در رفت و برگشت یکسان است و در کل برابر است با: $W_{f_k}=-2f_kd$

به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی داریم:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{\text{فنر}}+W_{f_k}=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2\Rightarrow 0-2f_kd=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2\Rightarrow -2\times10\times\frac{45}{100}=\frac{1}{2}\times2\times v_2^2-\frac{1}{2}\times2\times25$$

$$\Rightarrow v_2^2=16\Rightarrow v_2=4m/s$$

درصد تغییر تندی برابر است با:

$$\text{درصد تغییر}=\frac{v_2-v_1}{v_1}\times100=\frac{4-5}{5}\times100=-20\%$$

پایستگی انرژی مکانیکی

انرژی مکانیکی

مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل هر جسم را انرژی مکانیکی آن می‌نامیم که با E نشان می‌دهیم. رابطهٔ انرژی مکانیکی به صورت مقابل است: $E=U+K$

اصل پایستگی انرژی مکانیکی

در صورتی که اثر نیروی تلف‌کنندهٔ انرژی مانند نیروی اصطکاک و مقاومت هوا ناچیز فرض شود، انرژی مکانیکی جسم در طی حرکت در هر نقطه از مسیر همواره ثابت باقی می‌ماند.

$$E_1=E_2\Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2$$

در استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی به نکات زیر توجه می‌کنیم:

۱. انرژی پتانسیل الزاماً فقط گرانشی نیست بلکه شامل انرژی پتانسیل کشسانی در صورت وجود فنر نیز می‌باشد.

۲. با توجه به ثابت بودن انرژی مکانیکی، کاهش انرژی جنبشی برابر با افزایش انرژی پتانسیل است و برعکس:

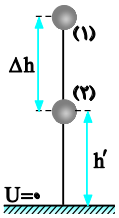
$$E=U+K\Rightarrow\Delta E=\Delta U+\Delta K=0\Rightarrow\Delta U=-\Delta K$$

۳. در حل مسائل بهتر است پایین‌ترین سطحی که جسم در آن قرار می‌گیرد را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی (انرژی پتانسیل صفر $U=0$) در نظر بگیریم.

مثال ۳۳) گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود و پس از طی Δh، انرژی جنبشی آن با $\frac{1}{4}$ انرژی پتانسیل گرانشی آن برابر می‌شود. $\frac{\Delta h}{h}$ چقدر است؟ (مبدأ پتانسیل سطح زمین است و مقاومت هوا ناچیز فرض شود) (سراسری ریاضی-۹۷)

۱) $\frac{1}{5}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{5}$

پاسخ ۳۳) گزینه «۱». با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی در دو نقطهٔ نشان داده شده در مسیر حرکت داریم:

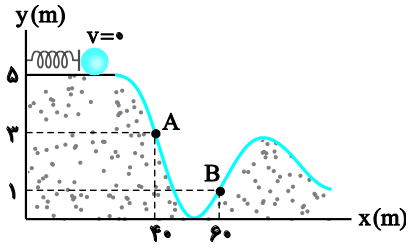


$$E_1=E_2 \xrightarrow{K_1=0} U_1=U_2+K_2 \xrightarrow{K_2=\frac{1}{4}U_2} U_1=U_2+\frac{1}{4}U_2=\frac{5}{4}U_2 \Rightarrow mgh=\frac{5}{4}mgh' \Rightarrow h'=\frac{4}{5}h$$

برای محاسبهٔ $\frac{\Delta h}{h}$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{\Delta h}{h}=\frac{h-h'}{h}=\frac{h-\frac{4}{5}h}{h}=\frac{1}{5}$$

مثال ۳۴) مطابق شکل مقابل وزنه‌ای به جرم $2kg$ را به فنری می‌فشاریم، طوری که ۸۰ ژول انرژی پتانسیل کشسانی در سامانهٔ جسم و فنر ذخیره شود. اگر وزنه را رها کنیم، تندی جسم در نقطهٔ **A** چند برابر تندی جسم در نقطهٔ **B** است؟ ($g=10m/s^2$ و اتلاف انرژی ناچیز فرض شود.)



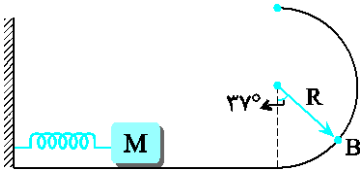
۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

پاسخ ۳۴) گزینه «۱». اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای لحظهٔ رها شدن جسم (E_1) و دو نقطهٔ **A** و **B** بطور جداگانه در نظر می‌گیریم:

$$E_1=E_A \Rightarrow U_1+K_1+\cancel{U_{spring}^{\circ}}=U_A+K_A \Rightarrow mgh_1+U_{spring}=mgh_A+\frac{1}{2}mv_A^2 \Rightarrow 2\times10\times5+80=2\times10\times3+v_A^2 \Rightarrow v_A=\sqrt{120}\,m/s$$

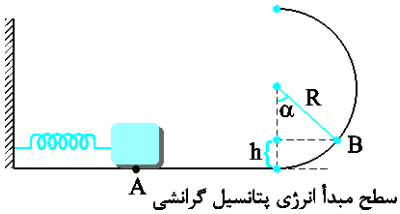
$$E_1=E_B \Rightarrow U_1+K_1+\cancel{U_{spring}^{\circ}}=U_B+K_B \Rightarrow mgh_1+U_{spring}=mgh_B+\frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow 2\times10\times5+80=2\times10\times1+v_B^2 \Rightarrow v_B=\sqrt{160}\,m/s$$

$$\Rightarrow \frac{v_A}{v_B}=\frac{\sqrt{120}}{\sqrt{160}}=\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$



مثال۳۵) در شکل مقابل فنری را متراکم کرده‌ایم و حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در سامانهٔ جسم- فنر ۳۶ ژول است. با آزاد شدن فنر وزنهٔ M به جرم $2kg$ در مسیر قوس دایره‌ای به شعاع $5m$ بالا می‌رود. اندازهٔ انرژی جنبشی وزنه در نقطهٔ B روی مسیر حرکت چند ژول است؟ ($g=10m/s^2$ ،$\sin 37^\circ=0/6$ و اتلاف انرژی نداریم.)

۱) ۲۰ ۲) ۱۶ ۳) ۱۸ ۴) ۲۲



پاسخ۳۵) گزینه «۲». ارتفاع جسم از سطح زمین از رابطهٔ $h=R(1-\cos\alpha)$ محاسبه می‌شود. اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای دو مکان A و B نوشته و به محاسبهٔ انرژی جنبشی جسم در نقطهٔ B می‌پردازیم:

$$h_B=R(1-\cos\alpha)\xrightarrow[\alpha=37^\circ]{R=5m}h_B=5(1-0/8)=1m$$

$$U_B=mgh_B\xrightarrow[h_B=1m]{m=2kg}U_B=2\times10\times1=20J$$

$$E_A=E_B\xrightarrow[U_A=36J]{K_A=0,\ U_B=20J}36=20+K_B\Rightarrow K_B=16J$$

کار و انرژی درونی

تعریف انرژی درونی

انرژی درونی یک جسم برابر مجموع انرژی‌های ذره‌های تشکیل‌دهندهٔ جسم است. انرژی درونی یک جسم هم به تعداد ذرات جسم و هم به انرژی هر ذره بستگی دارد.

رابطهٔ تبدیل انرژی مکانیکی به انرژی درونی

اگر در طول مسیر حرکت، جسم تحت تأثیر نیروهایی قرار گیرد که تلف‌کنندهٔ انرژی هستند، تغییر انرژی مکانیکی جسم در یک جابه‌جایی برابر با کار نیروی تلف‌کنندهٔ انرژی است که معمولاً به صورت گرما ظاهر می‌شود.

$$W_f=E_2-E_1=(U_2+K_2)-(U_1+K_1)=\Delta U+\Delta K$$

کار نیروهای تلف کنندهٔ انرژی از جمله نیروی مقاومت هوا و نیروی اصطکاک همواره منفی و برابر با $W_f=-fd$ است.

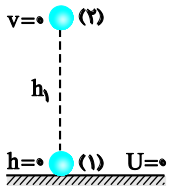
قانون پایستگی انرژی

در یک سامانه منزوی (سامانه‌ای که نه از محیط اطراف انرژی بگیرد و نه به محیط اطراف انرژی بدهد) مجموع کل انرژی‌ها پایسته می‌ماند. به عبارتی انرژی را نمی‌توان خلق یا نابود کرد و تنها می‌توان آن را از یک شکل به شکل دیگر تبدیل کرد.این بیان راقانون پایستگی انرژی می‌نامند.

مثال ۳۶) گلوله‌ای به جرم $200g$ با سرعت اولیهٔ $30m/s$ در راستای قائم، رو به بالا پرتاب می‌شود. مقاومت هوا باعث می‌شود $10J$ از انرژی گلوله تا رسیدن به اوج تلف شود. اگر مقاومت هوا وجود نمی‌داشت، گلوله چند متر بالاتر می‌رفت؟ $(g=10m/s^2)$ (سراسری تجربی-۹۷)

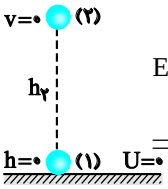
۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

پاسخ ۳۶) گزینه «۱». در حالت اول که مقاومت هوا (W') وجود دارد، کاهش انرژی مکانیکی برابر با کار نیروی مقاومت هوا است، بنابراین داریم:



$$E_2-E_1=W' \Rightarrow mgh_1-\frac{1}{2}mv_1^2=W'$$
$$\Rightarrow 0/2\times 10\times h_1-\frac{1}{2}\times 0/2\times 900=-10 \Rightarrow h_1=40m$$

در حالت دوم که مقاومت هوا نداریم، انرژی مکانیکی پایسته می‌ماند و داریم:



$$E_2=E_1 \Rightarrow mgh_2=\frac{1}{2}mv_1^2$$
$$\Rightarrow h_2=\frac{v_1^2}{2g}=\frac{(30)^2}{20}=45m$$

مقدار ارتفاعی که جسم بالاتر می‌رود برابر با $\Delta h=45-40=5m$ است.

توان و بازده

توان

آهنگ انجام کار را توان می‌نامیم که کمیتی نرده‌ای است.

توان متوسط

هنگامی که کار W در بازهٔ زمانی Δt انجام می‌شود، کار انجام شده در واحد زمان با توان متوسط $\bar{P}$ به صورت زیر تعریف می‌شود که یکای SI آن، وات (W) و معادل ژول بر ثانیه است.

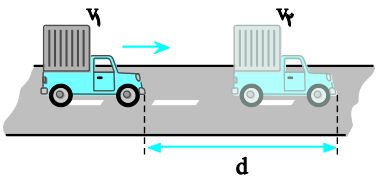
$$\bar{P}=\frac{W}{\Delta t}$$

یکای قدیمی توان، اسب بخار (hp) است که هنوز هم از آن استفاده می‌شود و یک اسب بخار معادل ۷۴۶ وات است. یعنی:

$$1hp=746W$$

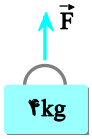
تذکر:

اگر جسمی با تندی ثابت v، در اثر نیروی محرک $\vec{F}$ جابه‌جا شود، در این صورت توان متوسط نیروی $\vec{F}$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



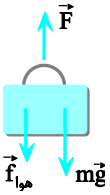
$$P=\frac{W}{t}=\frac{Fd}{t} \xrightarrow[v_{av}=v]{v_{av}=\frac{d}{t}} P=Fv$$

مثال ۳۷) مطابق شکل جسمی به جرم $4kg$ در راستای قائم با نیروی F با تندی ثابت $10m/s$ رو به بالا حرکت می‌کند. اگر ۲۰ درصد از نیروی F جهت غلبه بر نیروی مقاومت هوا به کار رود، توان نیروی F چند کیلووات است؟ $(g=10m/s^2)$



۱) ۶ ۲) ۰/۶ ۳) ۵ ۴) ۰/۵

پاسخ ۳۷) گزینه «۴». نیروهای وارد بر جسم در شکل مقابل نشان داده شده است. تندی حرکت جسم ثابت است، بنابراین نیروی خالص صفر می‌باشد:



$$F = f_D + mg \xrightarrow{f_D=0/2F} F = 0/2F + mg$$

$$\Rightarrow 0/8F = mg = 40 \Rightarrow F = 50N$$

توان نیروی F با توجه به اینکه تندی جسم ثابت است، از رابطهٔ $P=Fv$ به‌دست می‌آید:

$$P = Fv = 50\times 10 = 500W = 0/5kW$$

مثال ۳۸) اتومبیلی به جرم ۱ تُن بر روی یک مسیر افقی از حالت سکون به حرکت درمی‌آید و بعد از ۵ ثانیه تندی آن به $80m/s$ می‌رسد. توان متوسط برایند نیروهای وارد بر اتومبیل برحسب kW کدام است؟

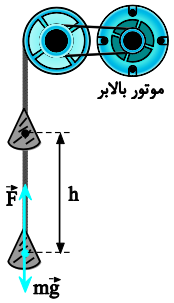
۱) ۳۲۰ ۲) ۶۴۰ ۳) ۳۲۰۰ ۴) ۶۴۰۰

پاسخ ۳۸) گزینه «۲». به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی کار کل نیروهای وارد بر اتومبیل با تغییر انرژی جنبشی اتومبیل برابر است:

$$W_{\text{کل}} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}\times 10^3 \times (80^2 - 0) = 32\times 10^5 J$$

برای محاسبهٔ توان متوسط داریم:

$$P = \frac{W_{\text{کل}}}{t} = \frac{32\times 10^5}{5} = 6/4\times 10^5 W = 640kW$$



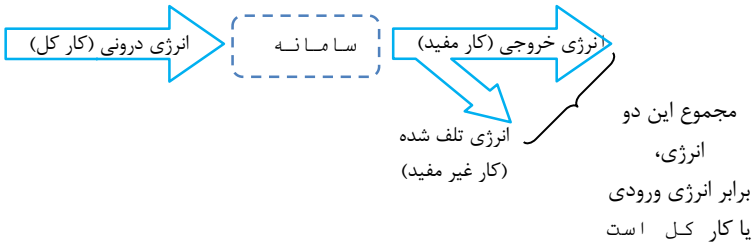
محاسبهٔ توان دستگاه‌های بالابر

هرگاه جسمی به جرم m با تندی ثابت توسط نیروی $\vec{F}$ به طرف بالا تا ارتفاع h جابه‌جا شود، کار انجام شده توسط نیروی $\vec{F}$ برابر با کار نیروی وزن در این جابه‌جایی است.

$$\bar{P}=\frac{W}{t}=\frac{mgh}{t}$$

بررسی توان با اتلاف انرژی (بازدهٔ کم‌تر از ۱۰۰٪)

در هر سامانه تنها بخشی از انرژی تولیدی یا انرژی ورودی به انرژی موردنظر (انرژی مفید یا انرژی خروجی) تبدیل می‌شود و بخش دیگر انرژی تلف می‌شود (کار غیر مفید). شکل زیر طرح‌واره‌ای است که این نوع تبدیل انرژی‌ها را در سامانه نشان می‌دهد:



بازده

نسبت انرژی خروجی به انرژی ورودی (کل انرژی) در یک سامانه، بازدهٔ آن سامانه نام دارد:

$$\text{بازده}=\frac{W_{out}}{W_{in}}\times 100=\frac{E_{useful}}{E_{total}}\times 100=\frac{P_{out}}{P_{in}}\times 100$$

مثال۳۹) یک پمپ آب با توان کل **1750** وات در هر دقیقه **120kg** آب را از سطح زمین از حال سکون به ارتفاع ۵۰ متری برده و با تندی **20m/s** به سمت بیرون پرتاب می‌کند. بازدهٔ این پمپ چند درصد است؟ (از نیروهای اتلافی صرف‌نظر کنید و $g=10m/s^2$)

۱) ۶۰

۲) 75

۳) 80

۴) 85

پاسخ۳۹) گزینه ی "3"

در اینجا توان کل را به ما داده و بازده را می‌خواهد، بنابراین ابتدا باید توان مفید را محاسبه کنیم و سپس به کمک رابطهٔ بازده ،به محاسبهٔ آن بپردازیم. بنابراین خواهیم داشت:

$$P_{out}=\frac{mgh+\frac{1}{2}mv^2}{t}\xrightarrow[v=20m/s\ ,\ t=60s]{m=120kg\ ,\ h=50m}P_{out}=\frac{120\times 10\times 50+\frac{1}{2}\times 120\times 400}{60}=1400\,W$$

برای محاسبهٔ درصد بازده داریم:

$$\text{درصد بازده}=\frac{P_{out}}{P_{in}}\times 100=\frac{1400}{1750}\times 100=80\%$$

مثال۴۰)در یک ماشین، نسبت توان تلف شده به توان خروجی آن برابر با $\frac{2}{3}$ است. بازدهٔ این ماشین چند درصد است؟

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

پاسخ۴۰)گزینه ی " 3"

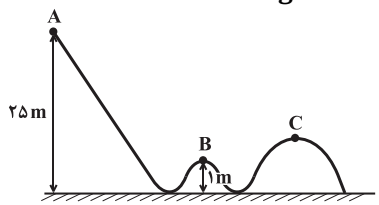
قسمتی از توان ورودی به یک ماشین، به‌صورت توان خروجی از ماشین خارج می‌شود و بقیهٔ آن تلف خواهد شد. داریم:

$$\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}=\frac{2}{3}\Rightarrow P_{\text{خروجی}}=\frac{2}{3}P_{\text{تلف شده}}\Rightarrow \eta=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{تلف شده}}+P_{\text{خروجی}}}\times 100=\frac{P_{\text{خروجی}}}{\frac{2}{3}P_{\text{خروجی}}+P_{\text{خروجی}}}\times 100$$

$$\Rightarrow \eta=\frac{P_{\text{خروجی}}}{\frac{5}{3}P_{\text{خروجی}}}\times 100=\frac{3}{5}\times 100\Rightarrow \eta=60\%$$

اکنون برای تعیین سطح تسلط خود به مبحث ، چند تمرین زیر را حل کنید

۱۴)مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $2kg$ از نقطهٔ A و از حال سکون رها می‌شود و با تندی $20\frac{m}{s}$ از نقطهٔ C می‌گذرد. تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم در جابه‌جایی از نقطهٔ B تا C چند ژول است؟ ($g=10\frac{N}{kg}$ و نیروی اصطکاک و نیروی مقاومت هوا ناچیز است.)



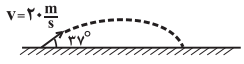
۱) ۱۲۰ ۲) ۸۰

۳) ۵۰ ۴) ۴۰

۱۵)بازیکن فوتبالی توپ را از روی زمین با تندی $90\frac{km}{h}$ به سمت دروازه شوت می‌کند ولی توپ با تیر افقی دروازه که فاصلهٔ آن تا زمین $2/45m$ است برخورد می‌کند. تندی توپ در لحظهٔ برخورد با تیر افقی دروازه چند متر بر ثانیه است؟ ($g=10\frac{m}{s^2}$ و از اتلاف انرژی صرف‌نظر کنید.)

۱) ۲۴ ۲) ۸۶/۴ ۳) ۲۲ ۴) ۲۰

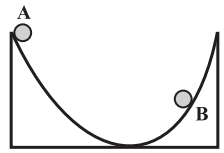
۱۶)مطابق شکل زیر، شخصی توپی به جرم $300g$ را با تندی $20\frac{m}{s}$ از سطح زمین شوت می‌کند. اگر هنگامی که توپ به سطح زمین می‌رسد، تندی آن به $10\frac{m}{s}$ برسد، کار نیروی مقاومت هوا برابر با چند ژول است؟



۱) ۶۰- ۲) ۱۰۰-

۳) ۴۵- ۴) ۴۰۰-

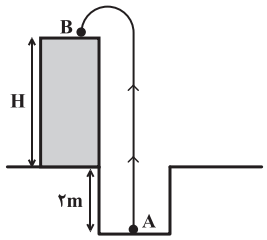
۱۷)مطابق شکل زیر، توپی به جرم $4kg$ از نقطهٔ A با تندی $8\frac{m}{s}$ روی سطح پرتاب می‌شود و پس از طی مسافت $12m$، در نقطهٔ B متوقف می‌شود. اگر اندازهٔ کار نیروی وزن طی مسیر A تا B برابر با $52J$ باشد، اندازهٔ نیروی اصطکاک در مسیر A تا B به‌طور متوسط چند نیوتون است؟



۱) ۱۲/۵ ۲) ۱۴

۳) ۱۵ ۴) ۱۸

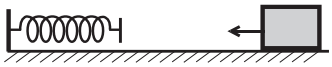
۱۸)مطابق شکل، پمپی با توان خروجی $250W$ در مدت $4s$ مقدار $10kg$ آب را که در نقطهٔ A تندی آن $4\frac{m}{s}$ است، به سمت نقطهٔ B پمپاژ می‌کند. اگر آب با تندی $2\frac{m}{s}$ به نقطهٔ B برسد و اندازهٔ کار نیروی اتلافی در کل مسیر $160J$ باشد، H چند متر است؟ $\left(g=10\frac{N}{kg}\right)$



۱) ۵ ۲) ۷

۳) ۹ ۴) ۱۰

۱۹)جسمی را با سرعت v روی سطح افقی بدون اصطکاکی پرتاب می‌کنیم. جسم به فنری برخورد می‌کند و بیشترین انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر $64J$ می‌شود. بار دیگر این جسم را با $\frac{v}{2}$ روی سطح افقی دیگری که دارای اصطکاک است به سمت همان فنر پرتاب می‌کنیم. اگر در این حالت $9J$ از انرژی جسم در اثر اصطکاک تلف شود، کار نیروی فنر تا وقتی که جسم فنر را کاملاً فشرده می‌کند، چند ژول خواهد شد؟



۱) ۷ ۲) -۷

۳) ۲۵ ۴) -۲۵

۲۰)شخصی به جرم $60kg$ در مدت $1/5$ دقیقه از ۶۰ پلهٔ نردبان قائمی به ارتفاع $30cm$، با تندی ثابت بالا می‌رود. اگر بازدهٔ شخص ۷۵ درصد باشد، توان مصرفی شخص چند وات است؟ $\left(g=10\frac{N}{kg}\right)$

۱) ۱۶۰ ۲) ۱۵۰

۳) ۳۲۰ ۴) ۲۰۰

پاسخ تمرینها

۱۴)گزینهٔ «۲»

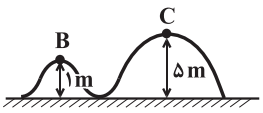
اگر زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، با نوشتن قانون پایستگی انرژی مکانیکی بین دو نقطهٔ A و C، ارتفاع C نسبت به زمین را می‌یابیم:

$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \xrightarrow[h_A=25m]{v_A=0\ ,\ v_C=20\frac{m}{s}} \frac{1}{2}\times m\times 0 + m\times 10\times 25 = \frac{1}{2}\times m\times 20^2 + m\times 10\times h_C$$

$$\Rightarrow h_C = 5m$$

حال بین دو نقطهٔ B و C داریم:



$$\Delta U_{BC} = U_C - U_B = mg(h_C - h_B)$$

$$\xrightarrow{m=2kg} \Delta U_{BC} = 2\times 10\times(5-1) \Rightarrow \Delta U = 80J$$

---

۱۵)گزینهٔ «۱»

چون اتلاف انرژی نداریم، انرژی مکانیکی پایسته است. با درنظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\times 625 = 10\times 2/45 + \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow v_2 = 24\frac{m}{s}$$

---

۱۶)گزینهٔ «۳»

تغییرات انرژی مکانیکی برابر با کار نیروی مقاومت هوا است. بنابراین داریم:

$$W_f = E_2 - E_1 = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1)$$

$$\xrightarrow{U_2=U_1} W_f = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow W_f = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}\times 0/3\times(10^2 - 20^2) = -45J$$

---

۱۷)گزینهٔ «۳»

کار نیروی اصطکاک برابر با تغییرات انرژی مکانیکی جسم است. بنابراین:

$$W_f = E_B - E_A \Rightarrow W_f = (K_B + U_B) - (K_A + U_A)$$

$$\xrightarrow{K_B=0} W_f = (U_B - U_A) - \frac{1}{2}mv_A^2 = -W_{AB} - \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Rightarrow W_f = -52 - \frac{1}{2}\times 4\times 8^2 \Rightarrow W_f = -180J$$

از طرفی با توجه به تعریف کار نیروی ثابت، می‌توان نوشت:

$$W_f = \bar{f}d\cos 180^\circ \Rightarrow -180 = \bar{f}\times 12\times(-1) \Rightarrow \bar{f} = 15N$$

۱۸)گزینهٔ «۲»

با در نظر گرفتن نقطهٔ A به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، در نقطهٔ A، انرژی جنبشی و انرژی خروجی از پمپ را داریم و در نقطهٔ B، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی. داریم:

$$W_f = E_B - E_A \Rightarrow W_f = (K_B + U_B) - (K_A + W_{out})$$

$$\Rightarrow W_f = \left(\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B\right) - \left(\frac{1}{2}mv_A^2 + P.t\right)$$

$$\Rightarrow -160 = \left(\frac{1}{2}\times 10\times 2^2 + 10\times 10\times (2+H)\right) - \left(\frac{1}{2}\times 10\times 4^2 + 250\times 4\right)$$

$$\Rightarrow H = 7m$$

---

۱۹)گزینهٔ «۲»

در حالت اول انرژی مکانیکی جسم پایسته است، پس داریم:

$$E_2 = E_1$$

$$(U_e)_2 = \frac{1}{2}mv^2 = 64J$$

در حالت دوم کار نیروی اصطکاک برابر با $-9J$ است و می‌توان نوشت:

$$W_f = E'_2 - E'_1 \Rightarrow -9 = (U'_e)_2 - K'_1$$

$$\Rightarrow -9 = (U'_e)_2 - \frac{1}{2}m\left(\frac{1}{4}v^2\right)$$

$$\xrightarrow{\frac{1}{2}mv^2=64J} -9 = (U'_e)_2 - \frac{1}{4}(64) \Rightarrow (U'_e)_2 = 7J$$

بنابراین:

$$W_{\sigma\hat{i}} = -\Delta U = -\left((U'_e)_2 - (U'_e)_1\right) = -7J$$

---

۲۰)گزینهٔ «۱»

ابتدا ارتفاعی را که شخص بالا می‌رود، می‌یابیم. داریم:

$$h = 60\times 0/3 = 18m$$

چون تندی بالا رفتن شخص ثابت است، بنابراین اندازهٔ کاری که شخص انجام می‌دهد با اندازهٔ کار نیروی وزن شخص برابر است. بنابراین:

$$W = mgh = (60\times 10\times 18)J$$

در نتیجه توان خروجی شخص برابر است با:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{60\times 10\times 18}{1/5\times 60} \Rightarrow P = 120W$$

با توجه به این‌که بازدهٔ بدن شخص ۷۵ درصد است، توان مصرفی شخص برابر است با:

$$Ra^0/_0 = \frac{P_{out}}{P_{in}}\times 100 \Rightarrow 75 = \frac{120}{P_{in}}\times 100 \Rightarrow P_{in} = 160W$$

آزمون جمع بندی نهایی از فصل های ۱و۲ فیزیک۱(دهم)

۱۶۱- اگر حجم ظرفی استوانه‌ای که مساحت کف آن برابر با $200cm^2$ است، برابر با ۲/۵۴۰ لیتر باشد، ارتفاع این ظرف چند اینچ است؟ (هر اینچ معادل ۲/۵۴ سانتی‌متر است.)

۱) ۲ ۲) ۰/۲ ۳) ۵ ۴) ۰/۵

۱۶۲- حاصل عبارت $8\times10^{-3}dam^2+4dm^2$ کدام است؟

۱) $8/4m^2$ ۲) $8400cm^2$

۳) $400m^2$ ۴) $4\times10^8cm^2$

۱۶۳- یک محقق پس از انجام یک آزمایش علمی، نتایج حاصل را در رابطهٔ مربوطه قرار داده و به مقدار $1650\frac{g.m.cm.dm^2}{mL.s^2}$ دست یافته است. این مقدار بر حسب یکاهای SI برابر با کدام گزینه است؟

۱) $165Pa$ ۲) $1/65\times10^4J$

۳) $165N$ ۴) $0/165J$

۱۶۴- اندازهٔ نسبت خطای اندازه‌گیری به دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی چند برابر این نسبت در ابزارهای مدرج است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$

۳) ۲ ۴) اظهارنظر قطعی ممکن نیست.

۱۶۵- از یک مقطع فرضی از یک خیابان، در هر ۱۰s، ۳ ماشین عبور می‌کند. تخمین مرتبهٔ بزرگی تعداد ماشین‌های عبوری از این مقطع فرضی، در طول یک سال کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱) 10^2 ۲) 10^{10}

۳) 10^6 ۴) 10^{14}

۱۶۶- ۶۰۰ گرم از مادهٔ A را با ۴۰ سانتی‌متر مکعب از مادهٔ B مخلوط می‌کنیم. اگر چگالی این آلیاژ $15\frac{g}{cm^3}$ باشد، طی عمل مخلوط کردن، چند سانتی‌متر مکعب کاهش حجم اتفاق افتاده است؟ $\left(\rho_B=7/5\frac{g}{cm^3},\rho_A=20\frac{g}{cm^3}\right)$

۱) صفر ۲) ۵

۳) ۷/۵ ۴) ۱۰

۱۶۷- کره‌ای به شعاع $10cm$ و جرم $8kg$ در اختیار داریم. اگر ۲۰ درصد حجم این کره را حفره‌ای توخالی تشکیل داده باشد، چگالی مادهٔ تشکیل‌دهندهٔ آن در SI کدام است؟ $(\pi = 3)$

۱) ۲/۵ ۲) ۲

۳) ۲۵۰۰ ۴) ۲۰۰۰

۱۶۸- ارتفاع یک مخروط تو پُر به چگالی ρ_2، نصف ارتفاع یک استوانهٔ توخالی به چگالی ρ_1 است. اگر جرم این دو قطعه با هم برابر باشد و شعاع قاعدهٔ داخلی استوانه برابر با شعاع قاعدهٔ مخروط و شعاع خارجی قاعدهٔ استوانه، دو برابر شعاع داخلی آن باشد، $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) $\frac{1}{18}$

۳) ۹ ۴) $\frac{1}{9}$

۱۶۹- نیرویی به بزرگی $10N$ به جسمی به جرم m وارد می‌شود. کار این نیرو برحسب ژول در جابه‌جایی افقی جسم به اندازهٔ ۳ متر، کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

۱) ۱۵ ۲) ۳۲

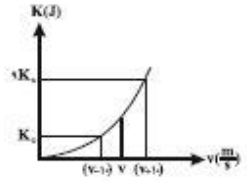
۳) ۳۶ ۴) بستگی به مقدار m دارد.

۱۷۰- گلوله‌ای به جرم $20g$ از تفنگ ثابتی به جرم $2kg$ شلیک می‌شود. در لحظه‌ای که تندی حرکت این گلوله $72\frac{km}{h}$ است، انرژی جنبشی آن چند ژول است؟

۱) ۲ ۲) ۴

۳) ۴۰۰۰ ۴) ۲۰۰۰

۱۷۱- نمودار انرژی جنبشی بر حسب تندی جسمی به جرم m مطابق شکل زیر است. v بر حسب متر بر ثانیه مطابق کدام‌یک از مقادیر زیر است؟



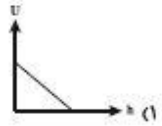
۱) ۲/۵

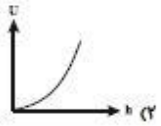
۲) ۱۲

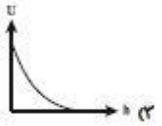
۳) ۵

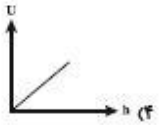
۴) ۲۰

۱۷۲- نمودار انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم نسبت به سطح زمین بر حسب ارتفاع آن جسم از سطح زمین، مطابق کدام گزینه است؟ (اندازهٔ شتاب گرانش ثابت فرض شود.)

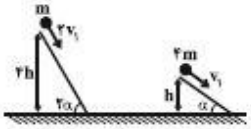
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۷۳- مطابق شکل زیر، دو گلوله روی سطح بدون اصطکاکی به سمت پایین پرتاب می‌شوند. تندی گلولهٔ سنگین‌تر هنگام رسیدن به سطح زمین، چند برابر تندی گلولهٔ سبک‌تر هنگام رسیدن به سطح زمین است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) ۲

۳) $\frac{۱}{۴}$

۴) ۴

۱۷۴- در شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم m با تندی اولیهٔ $v_۰$ در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود. در لحظه‌ای که تندی گلوله به $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$ تندی اولیه‌اش می‌رسد، .....

۱) انرژی جنبشی جسم به اندازهٔ $\frac{۱۳}{۳۲}mv_۰^۲$ افزایش می‌یابد.

۲) انرژی جنبشی جسم به اندازهٔ $\frac{۱۳}{۳۲}mv_۰^۲$ کاهش می‌یابد.

۳) انرژی پتانسیل گرانشی جسم به اندازهٔ $\frac{۳}{۱۶}mv_۰^۲$ افزایش می‌یابد.

۴) انرژی پتانسیل گرانشی جسم به اندازهٔ $\frac{۳}{۱۶}mv_۰^۲$ کاهش می‌یابد.

۱۷۵- مطابق شکل زیر، روی سطح افقی بدون اصطکاکی، جسمی به جرم ۲۰۰g با تندی ثابت $۲\frac{m}{s}$ به فنری افقی با جرم ناچیز که در حال تعادل است، برخورد می‌کند. بیش‌ترین انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره‌شده در مجموعهٔ جسم و فنر چند ژول است؟

۱) ۰/۴

۲) ۲۰۰

۳) ۴۰۰

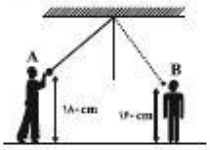
۴) ۰/۲

www.kanoon.ir

۱۷۶- جسمی از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین رها می‌شود. اگر ۱۰ درصد از انرژی مکانیکی اولیهٔ جسم، در طول مسیر حرکت تا لحظهٔ برخورد با زمین تلف شود، تندی جسم در لحظهٔ برخورد با زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g=10\frac{m}{s^2}$ و سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته شود.)

۱) ۲۰ ۲) $10\sqrt{6}$ ۳) $5\sqrt{6}$ ۴) $6\sqrt{10}$

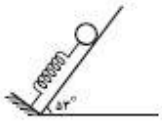
۱۷۷- در شکل زیر، شخص A که فاصلهٔ نوک بینی او تا زمین ۱۸۰cm است، گلوله‌ای را درست در برابر نوک بینی خود گرفته و آن را به سمت شخص B پرتاب می‌کند. اگر فاصلهٔ نوک بینی شخص B تا زمین ۱۶۰cm بوده و ۲۰ درصد از انرژی اولیهٔ گلوله بر اثر مقاومت هوا تلف شود، حداکثر تندی پرتاب گلوله چند متر بر ثانیه باشد تا گلوله به شخص B اصابت نکند؟ ($g=10\frac{m}{s^2}$ و سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته شود.)



۱) ۰/۲ ۲) ۰/۴

۳) ۴ ۴) ۲

۱۷۸- در شکل زیر جسمی به جرم 2kg را به فنری با جرم ناچیز فشار داده تا فنر در وضعیت نشان داده شده قرار بگیرد. در این حالت در فنر ۳۴J انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره می‌شود. با رها کردن جسم، پس از طی مسافت چند متر از محل رها شدن، جسم برای بار اول از حرکت می‌ایستد؟ ($g=10\frac{N}{kg}$ ، $\sin 53^\circ=0/8$ و اندازهٔ نیروی اصطکاک متوسط وارد بر جسم را ۱N در نظر بگیرید.)



۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۴ ۴) ۸

۱۷۹- توان ورودی یک موتور الکتریکی 5kW است. چند ثانیه طول می‌کشد تا این موتور وزنه‌ای ۸۰۰۰ نیوتونی را ۲۰ متر با تندی ثابت بالا ببرد؟ (بازدهٔ موتور الکتریکی را صد در صد در نظر بگیرید.)

۱) ۱۶ ۲) ۴۰

۳) ۳۲ ۴) ۳۲۰

۱۸۰- توان یک تلمبه 4kW است. اگر این تلمبه در مدت ۲ ساعت، 36×10^3 لیتر آب را با تندی ثابت به اندازهٔ 40m بالا ببرد، بازدهٔ آن چند درصد است؟ ($g=10\frac{m}{s^2}$ و $\rho=1\frac{g}{cm^3}$)

۱) ۳۰ ۲) ۵۰ ۳) ۷۰ ۴) ۹۰

پاسخ

۳(۱۶۱	۲(۱۶۲	۳(۱۶۳	۳(۱۶۴	۳(۱۶۵	۴(۱۶۶	۳(۱۶۷	۱(۱۶۸	۱(۱۶۹	۲(۱۷۰
۴(۱۷۱	۴(۱۷۲	۱(۱۷۳	۲(۱۷۴	۱(۱۷۵	۴(۱۷۶	۴(۱۷۷	۲(۱۷۸	۳(۱۷۹	۲(۱۸۰

آزمون جمع بندی نهایی دوم از فصل های ۱و۲ فیزیک۱(دهم)

۱ اگر مساحت هر قاعدهٔ مکعبی برابر $1/6\times10^{7}\,mm^2$ باشد، حجم این مکعب چند میکرومتر مکعب است؟

۱) $1/28\times10^{20}$ ۲) $6/4\times10^{10}$ ۳) $1/28\times10^{11}$ ۴) $6/4\times10^{19}$

۲ طول جسمی را توسط یک کولیس رقمی، 5 بار اندازه‌گیری کرده‌ایم و اعداد زیر نمایش داده شده است:

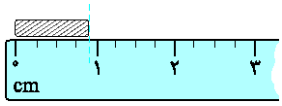
5/85cm ، 5/46cm ، 5/45cm ، 5/47cm ، 5/46cm

گزارش نتیجهٔ اندازه‌گیری در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۱) $(5/53\pm0/05)\,cm$ ۲) $(5/53\pm0/01)\,cm$

۳) $(5/46\pm0/05)\,cm$ ۴) $(5/46\pm0/01)\,cm$

۳ مطابق شکل روبه‌رو، می‌خواهیم طول جسمی را به کمک یک خط‌کش اندازه‌گیری کنیم. کدام گزینه عدد گزارش شده و تعداد ارقام بامعنی در این اندازه‌گیری را به درستی می‌تواند بیان کند؟



۱) $0/90cm\pm0/125cm$ و ۲ ۲) $0/90cm\pm0/13cm$ و ۲

۳) $0/90cm\pm0/125cm$ و ۳ ۴) $0/90cm\pm0/13cm$ و ۳

۴ خطای اندازه‌گیری یک متر لیزری دیجیتال $\pm0/1mm$ است. کدام یک از طول‌های گزارش شدهٔ زیر توسط این متر اندازه‌گیری نشده است؟

۱) $4/261dm$ ۲) $726/5\times10^{-4}m$ ۳) $29/15cm$ ۴) $0/00081dam$

۵ سنگ نوشتهٔ حقوق بشر کوروش، پادشاه ایران در سال ۱۲۵۸ خورشیدی پیدا شد. مرتبهٔ بزرگی سن پیدا شدن این سنگ نوشته برحسب ثانیه تاکنون، چقدر می‌باشد؟

۱) 10^{5} ۲) 10^{9} ۳) 10^{13} ۴) 10^{17}

۶ قلب هر انسان به طور متوسط در یک دقیقه ۷۵ بار می‌تپد. تخمین مرتبهٔ بزرگی تعداد کل تپش‌های قلب یک انسان با میانگین عمر ۷۵ سال، کدام است؟

۱) 10^{6} ۲) 10^{9} ۳) 10^{13} ۴) 10^{17}

۷ فاصلهٔ بین زمین تا یک ستاره 5 میلیون سال نوری است. اگر بخواهیم فاصلهٔ بین زمین تا این ستاره را گوی‌های کروی به شعاع 2 سانتی‌متر بچینیم طوری که مراکز گوی‌ها، زمین و ستاره در یک خط قرار گیرند، مرتبهٔ بزرگی حجم کل گوی‌ها برحسب مترمکعب کدام است؟ ($3\times10^8\,m/s$ = تندی نور)

۱) 10^{19} ۲) 10^{5} ۳) 10^{12} ۴) 10^{15}

۸ دو استوانهٔ فلزی هم‌ارتفاع و هم‌جرم با جنس‌های مس و آلومینیم در اختیار داریم. چگالی مس $8100kg/m^3$ و چگالی آلومینیم $2700kg/m^3$ است. کدام گزینه صحیح است؟

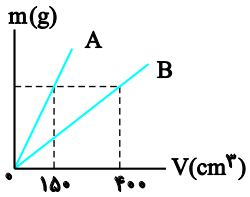
۱) قطر استوانهٔ مسی $\sqrt{3}$ برابر قطر استوانهٔ آلومینیمی است. ۲) شعاع استوانهٔ مسی $\frac{1}{3}$ برابر شعاع استوانهٔ آلومینیمی است.

۳) شعاع استوانهٔ مسی ۳ برابر شعاع استوانهٔ آلومینیمی است. ۴) قطر استوانهٔ مسی $\frac{\sqrt{3}}{3}$ برابر قطر استوانهٔ آلومینیمی است.

۹ کره‌ای به شعاع 10cm و جرم 8kg در اختیار داریم. اگر 20 درصد حجم این کره را حفره‌ای توخالی تشکیل داده باشد، چگالی مادهٔ تشکیل‌دهندهٔ آن در SI کدام است؟ ($\pi\simeq3$)

۱) 2/5 ۲) ۲ ۳) 2500 ۴) 2000

۱۰ نمودار جرم برحسب حجم دو مایع مجزای A و B مطابق شکل مقابل است. اگر جرم یکسانی از دو مایع را با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط چند برابر چگالی مایع A است؟ (دما، ثابت و یکسان است و مخلوط تغییر حجم نمی‌دهد.)

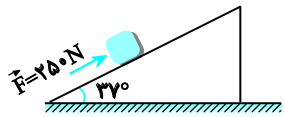


۱) $\frac{6}{11}$ ۲) $\frac{16}{11}$ ۳) $\frac{3}{11}$ ۴) $\frac{11}{3}$

۱۱ نسبت انرژی جنبشی به جرم m که با سرعت v در حرکت است، به انرژی جنبشی جسم دیگری که جرم آن 2m و سرعت آن $\frac{1}{2}v$ می‌باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) ۲

۱۲ مطابق شکل زیر، برای هل دادن صندوقی به جرم 20kg به سمت بالای سطح شیب دار، نیروی $\vec{F}$ به موازات سطح شیب‌دار به صندوق وارد می‌شود. در مدتی که صندوق 2 متر روی سطح بالا می‌رود، کار نیرویی که از طرف سطح به صندوق وارد می‌شود، چند ژول است؟ (نیروی اصطکاک جنبشی 40N است، $g=10m/s^2$ و $\sin37^\circ=0/6$ است.)



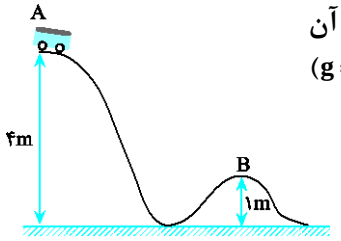
۱) صفر

۲) -80

۳) $-80\sqrt{5}$

۴) $-80\sqrt{17}$

۱۳ مطابق شکل، ارابه‌ای به جرم m از نقطهٔ A با تندی 2 متر بر ثانیه می‌گذرد، تندی آن هنگام عبور از نقطهٔ B چند متر بر ثانیه است؟ (از اصطکاک صرف‌نظر شود، $g=10m/s^2$)



۱) ۴ ۲) ۸

۳) $\sqrt{46}$ ۴) بستگی به جرم M دارد.

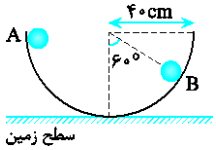
۱۴ جسمی از ارتفاع h سقوط می‌کند. در اثر سقوط، از انرژی پتانسیل اولیهٔ آن 40 ژول کاسته شده و به انرژی جنبشی آن ۲۸ ژول اضافه می‌شود. اگر اندازهٔ نیروی متوسط مقاومت هوا در مقابل حرکت جسم $2N$ باشد، h چند متر است؟

۱) ۶ ۲) ۲۹ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

۱۵ برای آن‌که تندی خودرویی که از حال سکون شروع به حرکت کرده است، در جابه‌جایی d به v برسد، می‌بایست نیروی $\vec{F}$ را در جهت حرکت به آن وارد کنیم. برای اینکه تندی همان خودرو در جابه‌جایی d از v به $2v$ برسد، نیروی $(\vec{F}+\vec{F'})$ را باید وارد کنیم. $\frac{F'}{F}$ کدام است؟ ($\vec{F}$ و $\vec{F'}$ هر دو در جهت و راستای حرکت هستند.)

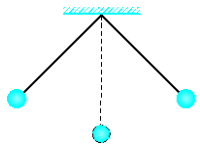
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۶ در شکل زیر، اگر جسم را بدون تندی اولیه از نقطهٔ A رها کنیم و ۲۰٪ انرژی مکانیکی اولیه‌اش در مسیر AB در اثر اصطکاک تلف شود، تندی جسم در نقطهٔ B چند متر بر ثانیه است؟ ($g=10m/s^2$ و سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)



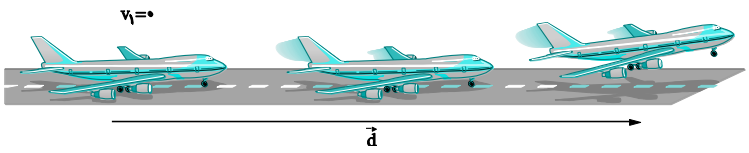
۱) $\frac{5}{12}\sqrt{12}$ ۲) $\sqrt{\frac{12}{5}}$
۳) $\sqrt{\frac{5}{12}}$ ۴) $5\sqrt{12}$

۱۷ آونگی به طول 1/6 متر در حال نوسان است. وقتی گلولهٔ آونگ از پایین‌ترین نقطهٔ مسیر می‌گذرد، سرعت آن $4m/s$ است. زاویهٔ راستای نخ با خط قائم وقتی گلوله به بالاترین نقطهٔ مسیر می‌رسد، چند درجه است؟ ($g=10m/s^2$ و مقاومت هوا ناچیز است.)



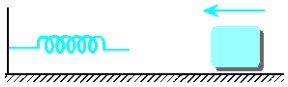
۱) ۴۵
۲) ۳۰
۳) ۶۰
۴) ۹۰

۱۸ شکل زیر هواپیمایی به جرم 60 تن را نشان می‌دهد که از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و پس از جابه‌جایی d در امتداد باند هواپیما، به تندی برخاستن $720km/h$ می‌رسد. یک دقیقه پس از شروع حرکت تا ارتفاع $1km$ از سطح زمین اوج می‌گیرد و تندی آن به $1080km/h$ می‌رسد. توان کل انجام کار توسط نیروهای غیر از وزن در این مدت چند وات است؟ ($g=10m/s^2$)



۱) 4×10^7 ۲) 5×10^6
۳) $5/5\times10^7$ ۴) $4/5\times10^6$

۱۹ قطعه‌ای به جرم 2 کیلوگرم با سرعت $5m/s$ به فنری که مطابق شکل، روی یک سطح افقی قرار دارد برخورد می‌کند و پس از طی مسافت0/2 متر متوقف می‌شود. در صورتی که حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در سامانهٔ جسم- فنر 24 ژول باشد، نیروی اصطکاک بین قطعه و سطح میز چند نیوتون است؟ $(g=10m/s^2)$



۱) ۰/۵ ۲) ۵

۳) ۱۰ ۴) ۱۵

۲۰ یک تلمبهٔ برقی در مدت زمان 1 دقیقه می‌تواند 800 کیلوگرم آب را از چاهی به عمق h بالا کشیده و آن را با تندی $15m/s$ بیرون بریزد. یک مهندس برق با اصلاح مدار داخلی این تلمبه، عملکرد آن را بهبود می‌بخشد به‌گونه‌ای که تلمبه همان کار را 20 ثانیه سریع‌تر انجام می‌دهد. توان متوسط تلمبه پس از اصلاح نسبت به حالت قبل چند درصد افزایش یافته است؟ $(g=10m/s^2)$

۱) ۳۳/۳۳ ۲) ۵۰ ۳) ۲۰۰ ۴) باید عمق چاه (h) معلوم باشد.

پاسخ آزمون دوم

(۱)

گزینهٔ ۴

ابتدا با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای یکای mm^2 را به یکای μm^2 تبدیل می‌نماییم. سپس طول ضلع مکعب را برحسب μm به‌دست می‌آوریم. داریم:

$$S=1/6\times10^{7}\,\cancel{mm^2}\times\frac{(10^{-3})^2\,\cancel{m^2}}{1\,\cancel{mm^2}}\times\frac{1\,\mu m^2}{(10^{-6})^2\,\cancel{m^2}}=1/6\times10^{13}\mu m^2=16\times10^{12}\mu m^2\xrightarrow{S=a^2}$$

$$a^2=16\times10^{12}\longrightarrow a=4\times10^{6}\mu m$$

اکنون با در اختیار داشتن طول ضلع مکعب، حجم آن را محاسبه می‌نماییم:

$$V=a^3=(4\times10^{6})^3=64\times10^{18}\mu m^3\longrightarrow V=6/4\times10^{19}\mu m^3$$

(۲)

گزینهٔ ۴

عدد 5/85cm با سایر اعداد تفاوت زیادی دارد، بنابراین طول جسم میانگین ۴ عدد دیگر است:

$$\text{طول جسم}=\frac{5/46+5/47+5/45+5/46}{4}=5/46cm$$

خطای ابزار اندازه‌گیری رقمی (دیجیتال) برابر با مثبت و منفی یک واحد از آخرین رقمی است که می‌خواند، بنابراین:

$$\text{خطا}=\pm0/01cm$$

لذا نتیجهٔ اندازه‌گیری به‌صورت زیر خواهد بود:

$$(5/46\pm0/01)cm$$

(۳)

گزینهٔ ۲

با توجه به شکل صورت سؤال، خط‌کش طول 0/90cm را نشان می‌دهد. کمینهٔ درجه‌بندی این خط‌کش نیز برابر

$0/25\,cm$ است و مطابق قاعدهٔ خطای اندازه‌گیری در وسایل مدرج، خطای اندازه‌گیری آن به‌صورت $\pm\frac{1}{2}\times 0/25=\pm 0/125\,cm$ بیان می‌شود که از آن‌جایی که طول قرائت شده برحسب سانتی‌متر، ۲ رقم اعشار دارد، خطا نیز باید به‌صورت $\pm 0/13cm$ گرد شود تا گزارش نتیجهٔ اندازه‌گیری از نظر محاسبه‌های فیزیکی درست باشد. بنابراین می‌توان نتیجهٔ اندازه‌گیری توسط این خط‌کش را به شکل $0/90\,cm\pm 0/13cm$ گزارش کرد. در مورد تعداد ارقام بامعنا (رقم‌های ثبت شده بعد از اندازه‌گیری) نیز با چشم‌پوشی از صفر سمت چپ که جزو ارقام بامعنا نیست، ۲ رقم بامعنا (ارقام ۹ و ۰) داریم.

(۴)

گزینهٔ ۲

با توجه به این‌که وسیلهٔ اندازه‌گیری رقمی (دیجیتال) است، دقت اندازه‌گیری‌اش (با توجه به خطای داده شده) برابر با $0/1mm$ می‌باشد. حال کافی است یکای هر چهار گزینه را به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای به mm تبدیل نماییم و گزینه‌ای که دقتی غیر از $0/1mm$ دارد، انتخاب کنیم، داریم:

گزینهٔ «۱»:

$$4/261\,dm=4/261\,\cancel{dm}\times\frac{1\,\cancel{m}}{10\,\cancel{dm}}\times\frac{10^3\,mm}{1\,\cancel{m}}$$
$$=426/1\,mm\Rightarrow accu=0/1\,mm$$

گزینهٔ «۲»:

$$726/5\times10^{-4}\,m=726/5\times10^{-4}\,\cancel{m}\times\frac{10^3\,mm}{1\,\cancel{m}}$$
$$=72/65\,mm\Rightarrow accu=0/01\,mm$$

گزینهٔ «۳»:

$$29/15\,cm=29/15\,\cancel{cm}\times\frac{1\,\cancel{m}}{10^2\,\cancel{cm}}\times\frac{10^3\,mm}{1\,\cancel{m}}$$
$$=291/5\,mm\Rightarrow accu=0/1\,mm$$

گزینهٔ «۴»:

$$0/00081\,dam=0/00081\,\cancel{dam}\times\frac{10^1\,\cancel{m}}{1\,\cancel{dam}}\times\frac{10^3\,mm}{1\,\cancel{m}}$$
$$=8/1\,mm\Rightarrow accu=0/1\,mm$$

(۵)

گزینهٔ ۲

سن پیدا شدن سنگ‌نوشته برابر با $1398-1258=140year$ است. ابتدا مرتبهٔ بزرگی سن پیدا شدن سنگ‌نوشته و مرتبهٔ بزرگی زمان یک سال (برحسب ثانیه) را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{سن پیدا شدن سنگ‌نوشته}=140year=1/4\times10^2\,year\xrightarrow{1/4<5}$$
$$\text{سن پیدا شدن سنگ‌نوشته}\sim10^0\times10^2=10^2\,year$$

$$\text{زمان یک سال}=365\,\cancel{day}\times\frac{24\,\cancel{h}}{1\,\cancel{day}}\times\frac{60\,\cancel{min}}{1\,\cancel{h}}\times\frac{60\,s}{1\,\cancel{min}}=(3/65\times10^2)\times(2/4\times10^1)\times(6\times10^1)\times(6\times10^1)\xrightarrow[6\geq5]{3/65<5\ ,\ 2/4<5}$$
$$\text{زمان یک سال}\sim(10^0\times10^2)\times(10^0\times10^1)\times(10^1\times10^1)\times(10^1\times10^1)=10^7\,s$$

حالا می‌توانیم مرتبهٔ بزرگی سن پیدا شدن سنگ‌نوشته برحسب ثانیه را به‌دست آوریم:

$$\text{سن پیدا شدن سنگ‌نوشته}\sim10^2\,\cancel{year}\times\frac{10^7\,s}{1\,\cancel{year}}=10^9\,s$$

۶)

گزینهٔ ۲

ابتدا مرتبهٔ بزرگی عمر انسان را برحسب دقیقه به‌دست می‌آوریم:

$$\text{عمر انسان} = 75\,\text{year} \times \frac{365\,\text{day}}{1\,\text{year}} \times \frac{24\,\text{h}}{1\,\text{day}} \times \frac{60\,\text{min}}{1\,\text{h}}$$

$$\text{عمر انسان} = (7/5\times10^{1})\times(3/65\times10^{2})\times(2/4\times10^{1})\times(6\times10^{1}) \xrightarrow[7/5\geq5\ ,\ 6\geq5]{3/65<5\ ,\ 2/4<5}$$

$$\text{عمر انسان} \sim (10^{1}\times10^{1})\times(10^{0}\times10^{2})\times(10^{0}\times10^{1})\times(10^{1}\times10^{1}) = 10^{7}\,\text{min}$$

از سوی دیگر، مرتبهٔ بزرگی تعداد تپش‌های قلب در هر دقیقه برابر است با:

$$\text{تعداد تپش‌های قلب در هر دقیقه} = 75 = 7/5\times10^{1} \xrightarrow{7/5\geq5}$$

$$\text{تعداد تپش‌های قلب در هر دقیقه} \sim 10^{1}\times10^{1} = 10^{2}\ \frac{\text{تپش}}{\text{min}}$$

حالا مرتبهٔ بزرگی تعداد تپش‌های قلب در کل عمر را محاسبه می‌نماییم:

$$\text{تعداد تپش‌های قلب در کل عمر} \sim 10^{7}\,\text{min}\times10^{2}\ \frac{\text{تپش}}{\text{min}} = 10^{9}\ \text{تپش}$$

۷)

گزینهٔ ۱

ابتدا مرتبهٔ بزرگی فاصلهٔ زمین تا ستاره را برحسب متر به‌دست می‌آوریم:

$$1\,\text{Ly} = 3\times10^{8}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \times 365\,\text{day} \times \frac{24\,\text{h}}{1\,\text{day}} \times \frac{60\,\text{min}}{1\,\text{h}} \times \frac{60\,\text{s}}{1\,\text{min}} \Rightarrow$$

$$1\,\text{Ly} = (3\times10^{8})\times(3/65\times10^{2})\times(2/4\times10^{1})\times(6\times10^{1})\times(6\times10^{1}) \xrightarrow[2/4<5\ ,\ 6\geq5]{3<5\ ,\ 3/65<5}$$

$$1\,\text{Ly} \sim (10^{0}\times10^{8})\times(10^{0}\times10^{2})\times(10^{0}\times10^{1})\times(10^{1}\times10^{1})\times(10^{1}\times10^{1}) = 10^{15}\,\text{m}$$

$$\text{فاصلهٔ زمین تا ستاره} = 5\times10^{6}\,\text{Ly} \xrightarrow{5\geq5}$$

$$\text{فاصلهٔ زمین تا ستاره} \sim 10^{1}\times10^{6} = 10^{7}\,\text{Ly}$$

$$\Rightarrow \text{فاصلهٔ زمین تا ستاره} = 10^{7}\,\text{Ly} \times \frac{10^{15}\,\text{m}}{1\,\text{Ly}} = 10^{22}\,\text{m}$$

اکنون مرتبهٔ بزرگی قطر یک گوی و سپس مرتبهٔ بزرگی تعداد گوی‌ها را محاسبه می‌نماییم:

$$D = 2r = 2\times2 = 4\,\text{cm} \Rightarrow D = 4\,\text{cm} \times \frac{10^{-2}\,\text{m}}{1\,\text{cm}} = 4\times10^{-2}\,\text{m} \xrightarrow{4<5} D \sim 10^{0}\times10^{-2} = 10^{-2}\,\text{m}$$

$$N \sim \frac{10^{22}}{10^{-2}} = 10^{24}$$

در نهایت مرتبهٔ بزرگی حجم یک گوی و سپس مرتبهٔ بزرگی حجم کل گوی‌ها را حساب می‌کنیم:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^{3} = \frac{4}{3}\times3\times(2\times10^{-2})^{3} = 3/2\times10^{-5}\,\text{m}^{3} \xrightarrow{3/2<5} V \sim 10^{0}\times10^{-5} = 10^{-5}\,\text{m}^{3}$$

$$V_{t} = N\times V = 10^{24}\times10^{-5} = 10^{19}\,\text{m}^{3}$$

(۸

گزینهٔ ۴

برای حل این سؤال، رابطهٔ چگالی را به‌صورت مقایسه‌ای نوشته و استفاده می‌کنیم، داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}:\frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}}=\frac{m_{Al}}{m_{Cu}}\times\frac{V_{Cu}}{V_{Al}}\xrightarrow[V_{Al}=A_{Al}h_{Al}=\pi R_{Al}^2h_{Al}]{V_{Cu}=A_{Cu}h_{Cu}=\pi R_{Cu}^2h_{Cu}}\frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}}=\frac{m_{Al}}{m_{Cu}}\times(\frac{R_{Cu}}{R_{Al}})^2\times\frac{h_{Cu}}{h_{Al}}\xrightarrow[\rho_{Al}=2700\frac{kg}{m^3}\,,\,\rho_{Cu}=8100\frac{kg}{m^3}]{m_{Al}=m_{Cu}\,,\,h_{Cu}=h_{Al}}$$

$$\frac{2700}{8100}=1\times(\frac{R_{Cu}}{R_{Al}})^2\times1\Rightarrow(\frac{R_{Cu}}{R_{Al}})^2=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{R_{Cu}}{R_{Al}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\xrightarrow[D_{Al}=2R_{Al}]{D_{Cu}=2R_{Cu}}\frac{D_{Cu}}{D_{Al}}=\frac{R_{Cu}}{R_{Al}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

(۹

گزینهٔ ۳

چگالی یک جسم به‌صورت جرم واحد حجم، یعنی حاصل تقسیم جرم بر حجم اشغال شده توسط ذرات سازندهٔ ماده تعریف می‌شود. چون شکل هندسی جسم، به‌صورت یک کره است و ۸۰٪ این کره توسط ذرات تشکیل‌دهندهٔ جسم اشغال شده، خواهیم داشت:

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{m}{\frac{80}{100}(\frac{4}{3}\pi r^3)}\xrightarrow[r=10cm=10^{-1}m]{m=8kg\,,\,\pi=3}\rho=\frac{8}{\frac{80}{100}\times\frac{4}{3}\times3\times(10^{-1})^3}=2/5\times10^3\frac{kg}{m^3}=2500\frac{kg}{m^3}$$

(۱۰

گزینهٔ ۱

ابتدا رابطهٔ چگالی را به‌صورت مقایسه‌ای نوشته و استفاده می‌کنیم، داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}:\frac{\rho_B}{\rho_A}=\frac{m_B}{m_A}\times\frac{V_A}{V_B}\xrightarrow[V_A=150cm^3,\,V_B=400cm^3]{m_A=m_B}\frac{\rho_B}{\rho_A}=1\times\frac{150}{400}=\frac{3}{8}\Rightarrow\rho_B=\frac{3}{8}\rho_A$$

حالا با استفاده از رابطهٔ چگالی مخلوط و با توجه به این‌که رابطه باید برحسب جرم و چگالی مواد باشد، داریم:

$$\rho_{mix}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\xrightarrow[V_B=\frac{m_B}{\rho_B}]{V_A=\frac{m_A}{\rho_A}}\rho_{mix}=\frac{m_A+m_B}{\frac{m_A}{\rho_A}+\frac{m_B}{\rho_B}}\xrightarrow{\rho_B=\frac{3}{8}\rho_A}\rho_{mix}=\frac{m_A+m_A}{\frac{m_A}{\rho_A}+\frac{m_A}{\frac{3}{8}\rho_A}}=\frac{m_A+m_A}{\frac{m_A}{\rho_A}+\frac{8}{3}\frac{m_A}{\rho_A}}=\frac{2m_A}{\frac{11}{3}\frac{m_A}{\rho_A}}=\frac{6}{11}\rho_A$$

(۱۱

گزینهٔ ۴

به کمک رابطهٔ مقایسهٔ انرژی جنبشی جسم در دو حالت داریم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=\frac{m_2}{m_1}\times(\frac{v_2}{v_1})^2\xrightarrow[v_1=\frac{v}{2},\,v_2=v]{m_1=2m,\,m_2=m}\frac{K_2}{K_1}=\frac{m}{2m}\times(\frac{v}{\frac{v}{2}})^2\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=\frac{1}{2}\times4=2$$

(۱۲

گزینهٔ ۲

در اینجا نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند دارای دو مؤلفه هست که یکی نیروی عمودی تکیه‌گاه می‌باشد که به‌واسطهٔ عمود بودن بر جابه‌جایی کاری انجام نمی‌دهد ($W_{F_N}=0$) و دیگری نیروی اصطکاک جنبشی است که در خلاف جهت حرکت به جسم وارد می‌شود، بنابراین کار نیروی سطح همان کار نیروی اصطکاک است:

$$W=f_k d\cos\theta\xrightarrow[\theta=180^\circ]{f_k=40N,\,d=2m}$$
$$W=40\times2\times(-1)=-80J$$

(۱۳

گزینهٔ ۲

با توجه به این‌که اتلاف انرژی ناچیز است، به کمک اصل قانون پایستگی انرژی مکانیکی در دو نقطهٔ A و B، تندی ارابه در نقطهٔ B را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}m v_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}m v_B^2 + mgh_B$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}\times(2)^2 + 10\times 4 = \frac{1}{2}v_B^2 + 10\times 1$$
$$\Rightarrow 2+40 = \frac{v_B^2}{2} + 10 \Rightarrow v_B^2 = 64 \Rightarrow v_B = \sqrt{64} = 8\,m/s$$

(۱۴

گزینهٔ ۱

در صورتی که اتلاف انرژی نداشته باشیم، کاهش انرژی پتانسیل گرانشی با افزایش انرژی جنبشی یکسان است. در صورتی که نیروهای اتلافی وجود داشته باشد، مقدار انرژی تلف شده با کار نیروی مقاومت هوا یکسان است. بنابراین داریم:

$$W_f = E_2 - E_1 = \Delta U + \Delta K \xrightarrow[\Delta K = 28\,J]{\Delta U = -40\,J}$$
$$W_f = -40 + 28 = -12\,J$$

برای محاسبهٔ ارتفاع سقوط (همان جابه‌جایی جسم) داریم:

$$\Rightarrow -f\,d = -12 \xrightarrow[d=h]{f=2N} -2h = -12 \Rightarrow h = 6\,m$$

(۱۵

گزینهٔ ۲

در متن سوال تندی خودرویی در سه مکان به ما داده شده است $(v_1 = 0,\ v_2 = v,\ v_3 = 2v)$ و نیروی وارد بر خودرو $(\vec{F},\ \vec{F}+\vec{F}')$ بین هر دو مکان معلوم است. از طرفی نیروها در جهت جابه‌جایی به خودرو وارد شده‌اند $(\theta = 0)$ و جابه‌جایی در هر دو مرحله یکسان و برابر d است. بنابراین طبق قضیهٔ کار - انرژی جنبشی خواهیم داشت:

جابه‌جایی اول: $F_t d = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow[F_t = F]{v_1 = 0,\ v_2 = v}$

$$Fd = \frac{1}{2}mv^2 - 0 = \frac{1}{2}mv^2 \quad (۱)$$

جابه‌جایی دوم: $F_t d = \frac{1}{2}m(v_3^2 - v_2^2) \xrightarrow[F_t = F + F']{v_2 = v,\ v_3 = 2v}$

$$(F+F')d = \frac{1}{2}m(4v^2 - v^2) = \frac{3}{2}mv^2 \quad (۲)$$

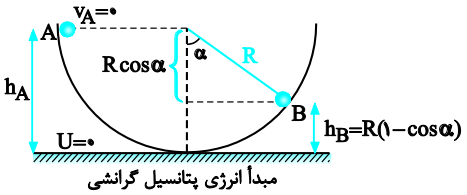
به کمک رابطهٔ (۱) و (۲) و تقسیم آن‌ها خواهیم داشت:

$$\frac{Fd}{(F+F')d} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{3}{2}mv^2} \Rightarrow \frac{F}{F+F'} = \frac{1}{3}$$
$$\Rightarrow 3F = F + F' \Rightarrow 2F = F' \Rightarrow \frac{F'}{F} = 2$$

(۱۶)

گزینهٔ ۲

در این مسئله، 20% انرژی مکانیکی جسم از نقطهٔ A تا نقطهٔ B تلف شده است، بنابراین 80% آن برای B باقی می‌ماند. برای حل مسئله، E_A و E_B را محاسبه کرده و از تساوی $E_B = 0/8E_A$ استفاده می‌کنیم.



جسم در نقطهٔ A رها شده است $(v_A = 0 \Rightarrow K_A = 0)$ و انرژی مکانیکی جسم در نقطهٔ A برابر است با:

$$E_A = U_A + K_A \xrightarrow{K_A=0} E_A = mgh_A$$

$$\xrightarrow[g=10\,m/s^2]{h_A=R=0/4m} E_A = m\times 10\times 0/4 = 4m$$

جسم در نقطهٔ B دارای انرژی جنبشی و پتانسیل گرانشی می‌باشد، بنابراین داریم:

$$E_B = U_B + K_B = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 \xrightarrow[\alpha=60^\circ,\ R=0/4m]{h_B=R(1-\cos\alpha)}$$

$$E_B = m\times 10\times 0/4\left(1-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}\times mv_B^2$$

$$\Rightarrow E_B = 2m + \frac{1}{2}mv_B^2$$

در مسیر A تا B، 20 درصد انرژی جسم تلف می‌شود، بدین ترتیب خواهیم داشت:

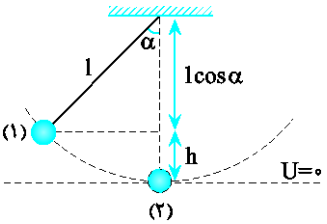
$$E_B = 0/80E_B \Rightarrow 2m + \frac{1}{2}mv_B^2 = 0/8\times 4m$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{2/4} = \sqrt{\frac{12}{5}}\,m/s$$

(۱۷)

گزینهٔ ۳

انرژی پتانسیل گرانشی آونگ در هر نقطه از مسیر حرکت‌اش از رابطهٔ $U = mgl(1-\cos\alpha)$ به‌دست می‌آید که α زاویهٔ انحراف آونگ به طول l از امتداد قائم می‌باشد. اصل پایستگی را برای پایین‌ترین نقطه (۲) و بالاترین نقطه (۱) از مسیر حرکت آونگ در نظر می‌گیریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + \cancel{K_1^0} = \cancel{U_2^0} + K_2 \xrightarrow[K_1=0]{U_2=0}$$

$$U_1 = K_2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow 2gh = v_2^2$$

$$\xrightarrow{h=l(1-\cos\alpha)} 2gl(1-\cos\alpha) = v_2^2 \xrightarrow[l=1/6m,\ g=10\,m/s^2]{v_2=4\,m/s}$$

$$32(1-\cos\alpha) = 16 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

(۱۸

گزینهٔ ۳

برای یافتن توان کار نیروهایی غیر از نیروی وزن لازم است ابتدا کار این نیروها را بیابیم. کار کل در مسیر حرکت مجموع کار نیروی وزن و سایر نیروها در کل مسیر حرکت است. نیروی وزن در جابه‌جایی افقی کاری انجام نمی‌دهد. اگر کار کل سایر نیروها را W_F در نظر بگیریم داریم:

$$W_t = W_{mg} + W_F = \Delta K$$
$$\Rightarrow -mgh + W_F = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$
$$\xrightarrow[v_2=1080km/h=300\,m/s]{m=6\times10^4 kg,\ v_1=0,\ h=10^3 m} -6\times10^4\times10\times10^3 + W_F = \frac{1}{2}\times6\times10^4\times9\times10^4 - 0$$
$$\Rightarrow W_F = 33\times10^8\,J$$

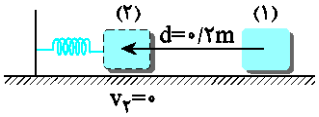
برای محاسبهٔ توان این نیروها داریم:

$$\bar{P} = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{33\times10^8}{60} = 5/5\times10^7\,W$$

(۱۹

گزینهٔ ۲

تغییر انرژی مکانیکی سامانهٔ جسم- فنر با کار نیروی اصطکاک برابر است. حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی زمانی رخ می‌دهد که فنر بیش‌ترین تغییر طول را دارد و جسم متوقف می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:



$$E_2 - E_1 = W_f \xrightarrow[E_1=K_1]{E_2=U_2} U_2 - K_1 = -f\,d$$
$$\Rightarrow U_2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = -f_k d \xrightarrow[v_1=5\frac{m}{s},\ m=2kg]{U_2=24J,\ d=0/2m}$$
$$24 - \frac{1}{2}\times2\times5^2 = -f_k\times0/2 \Rightarrow f_k = 5N$$

(۲۰

گزینهٔ ۲

ابتدا کار تلمبهٔ برقی در انجام این کار یعنی بالا بردن آب و پرتاب آن با تندی v را محاسبه می‌کنیم:

$$W_t + W_{mg} = \Delta K \xrightarrow{W_{mg}=-mgh}$$
$$W_t = mgh + \Delta K$$

با دقت در رابطهٔ بالا می‌بینیم که کار تلمبه در هر دو حالت یکسان است و توان متوسط تلمبه فقط با زمان انجام این کار رابطهٔ وارون دارد، بنابراین داریم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{60}{40} = 1/5$$
$$\Rightarrow \text{درصد تغییر توان} = \frac{P_2 - P_1}{P_1}\times100 = \frac{1/5P_1 - P_1}{P_1}\times100 = 50\%$$