

مبحث : درسنامه فصل اول فیزیک دهم ریاضی اندازه گیری

مزه ی فیزیک - بخش اندازه گیری



۱- اندازه گیری و کمیت

در محیط پیرامون ما برخی از ویژگی‌ها مانند زیبایی یا مهربانی قابل اندازه‌گیری نمی‌باشند. اما برای برخی از ویژگی‌ها مانند سنگینی و سبکی و یا بلندی و کوتاهی می‌توان یک روش اندازه‌گیری مورد توافق همگان تعریف کرد و آن‌ها را اندازه‌گیری کرد. ویژگی‌ای که بر اساس ارائه‌ی یک روش اندازه‌گیری مورد توافق همگان قابل اندازه‌گیری است **کمیت** نامیده می‌شود.

۲- یکای (واحد) اندازه‌گیری

مقدار مشخصی از هر کمیت را به عنوان مقیاس اندازه‌گیری آن کمیت انتخاب می‌کنند که به آن یکا یا واحد اندازه‌گیری آن کمیت گفته می‌شود. اندازه‌گیری هر کمیت به این صورت انجام می‌شود که مقدار آن کمیت چند برابر مقداری است که به عنوان یکا یا واحد اندازه‌گیری برای آن کمیت در نظر گرفته شده است. برای آن که رقم‌های حاصل از اندازه‌گیری‌های مختلف یک کمیت با هم یکی باشند، دانشمندان توافق کرده‌اند که برای هر کمیت یکای معینی تعریف کنند. یکای هر کمیت باید به گونه‌ای انتخاب شود که در شرایط فیزیکی تعیین شده تغییر نکند و همواره در دسترس باشد. مجموعه یکاهای مورد توافق بین‌المللی را به اختصار یکاهای SI می‌نامند. SI حروف اول واژه‌ی فرانسوی Systeme International به معنای دستگاه بین‌المللی است.

۳- یکاهای اصلی و فرعی

آن دسته از کمیت‌هایی را که یکاهای آن‌ها به طور مستقل و بدون رابطه با سایر یکاهای دیگر تعریف می‌شود **کمیت اصلی** و یکاهای آن‌ها را **یکای اصلی** می‌نامند. سایر کمیت‌ها را که یکاهای آن‌ها با کمک رابطه‌ی آن‌ها با کمیت‌های دیگر و با استفاده از یکاهای دیگر تعریف می‌شود **کمیت فرعی** و یکاهای آن‌ها را **یکای فرعی** می‌نامند. طول، جرم، زمان، دما و شدت جریان الکتریکی از جمله کمیت‌های اصلی در SI هستند. نیرو، اندازه حرکت، کار و میدان الکتریکی از جمله کمیت‌های فرعی در SI هستند.

۴- تعریف یکای طول در SI

یکای طول در SI متر نام دارد و آن را با نماد m نشان می‌دهند. برای این یکا نمونه‌ی استاندارد ساخته شده است که در موزه‌ی سور پاریس نگهداری می‌شود. این نمونه میله‌ای است از جنس آلیاژ پلاتین و ایریدیوم با دو علامت روی آن که فاصله‌ی بین آن‌ها در دمای صفر درجه‌ی سلسیوس به طور دقیق برابر طول توافق شده‌ی بین‌المللی برای یک متر است. در موسسه‌های استاندارد هر کشور نمونه‌هایی مشابه با این نمونه‌ی استاندارد تهیه و نگهداری می‌شود.

۵- تعریف یکای جرم در SI

یکای جرم در SI کیلوگرم نام دارد و آن را با نماد kg نشان می‌دهند. برای این یکا نمونه‌ی استاندارد به صورت استوانه‌ای از جنس آلیاژ پلاتین و ایریدیوم ساخته شده است که در موزه‌ی سور فرانسه نگهداری می‌شود. در موسسه‌های استاندارد همه‌ی کشورها نمونه‌هایی مشابه با این نمونه‌ی استاندارد را تهیه و نگهداری می‌کنند.

۶- تعریف یکای زمان در SI

یکای زمان در SI ثانیه نام دارد و آن را با نماد s نشان می‌دهند. طبق تعریف اولیه و قدیمی یک ثانیه برابر $\frac{1}{86400}$ یک شبانه‌روز است.

مبحث : درسنامه فصل اول فیزیک دهم ریاضی اندازه گیری

مزوه ی فیزیک - بخش اندازه گیری



-۷

یکای مناسب برای کمیت‌های خیلی بزرگ و خیلی کوچک در SI پیشوندهایی برای یکاها تعریف کرده‌اند که با اضافه کردن آن‌ها به یکای هر کمیت می‌توان یکاهای بزرگ‌تر و کوچک‌تری را برای اندازه‌گیری مقدارهای خیلی بزرگ و خیلی کوچک به وجود آورد. این یکاها در جدول زیر آورده شده‌اند.

پیشوند	مضرب	نماد	پیشوند	مضرب	نماد
دسی	10^{-1}	d	دکا	10	da
سانتی	10^{-2}	c	هکتو	10^2	h
میلی	10^{-3}	m	کیلو	10^3	k
میکرو	10^{-6}	μ	مگا	10^6	M
نانو	10^{-9}	n	گیگا	10^9	G
پیکو	10^{-12}	p	ترا	10^{12}	T

-۸

نمادگذاری علمی

در اندازه‌گیری مقدارهای بسیار بزرگ و یا بسیار کوچک به اعدادی برخورد می‌کنیم که به علت تعداد زیاد صفر در سمت راست آن اعداد و یا تعداد زیاد صفر بعد از ممیز آن اعداد در نمایش و خواندن آن‌ها با مشکل مواجه می‌شویم و در نتیجه احتمال اشتباه افزایش پیدا می‌کند و نوشتن و محاسبه آن‌ها دشوار است. این اعداد را با استفاده از روشی که آن را نمادگذاری علمی می‌نامند نمایش می‌دهند تا هم در نمایش و هم در محاسبه سهولت ایجاد شود.

در نمادگذاری علمی هر مقدار را به صورت حاصل ضرب عددی بین ۱ و ۱۰ و ضرب توان صحیحی از ۱۰ می‌نویسند.

مثال ۱ : جرم یک الکترون بر حسب کیلوگرم برابر 9.109×10^{-31} است که آن را به صورت 9.109×10^{-31} نشان می‌دهند.

مثال ۲ : فاصله‌ی زمین تا خورشید بر حسب متر حدود $150,000,000,000$ است که آن را به صورت 1.5×10^{11} نشان می‌دهند.



دقت اندازه گیری

-۹

کمترین مقداری را که یک وسیله ی اندازه گیری می تواند اندازه بگیرد دقت اندازه گیری آن وسیله می نامند. یک وسیله ی اندازه گیری نمی تواند مقداری را که کم تر از دقت اندازه گیری آن است اندازه گیری کند. بنابراین نتیجه ی اندازه گیری توسط یک وسیله ی اندازه گیری باید همواره مضرب درستی از دقت اندازه گیری آن وسیله باشد. مثال ۱: در اندازه گیری طول با خط کشی که بر حسب میلی متر درجه بندی شده است، اگر نتیجه ی اندازه گیری بر حسب میلی متر بیان شود باید حتما عدد صحیح باشد. مثال ۲: در اندازه گیری جرم با ترازویی که کمترین درجه بندی آن برابر ۲۵۰ گرم است، اگر نتیجه ی اندازه گیری بر حسب گرم بیان شود باید حتما بر ۲۵۰ بخش پذیر باشد. مثال ۳: در اندازه گیری حجم مایع با پیمانه ای که حجم آن برابر ۵ سی سی است، اگر نتیجه ی اندازه گیری بر حسب سی سی بیان شود باید حتما بر ۵ بخش پذیر باشد. مثال ۴: اگر طول جسمی ۱۵۵ میلی متر و با خط کشی که دقت آن ۱ cm است، طول آن را اندازه بگیریم مقدار اندازه گیری شده برابر ۱۵ cm خواهد بود چرا که این خط کش مقادیر کوچک تر از ۱ cm را نمی تواند اندازه بگیرد.

۱۰- تبدیل یکای طول :

فرض کنید می خواهیم مقدار یک طول را که بر حسب میکرومتر بیان شده است بر حسب هکتومتر بیان کنیم. برای این کار باید ببینیم هر یک میلی متر چند هکتومتر است.

$$1 \text{ mm} = ? \text{ hm}$$

(۱) روش اول :

$$\begin{cases} 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m} \\ 1 \text{ hm} = 10^2 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \frac{1 \text{ mm}}{1 \text{ hm}} = \frac{10^{-3} \text{ m}}{10^2 \text{ m}} = 10^{-5} \Rightarrow 1 \text{ mm} = 10^{-5} \text{ hm}$$

(۲) روش دوم :

$$1 \text{ mm} = x \text{ hm} \Rightarrow 1 \times 10^{-3} \text{ m} = x \times 10^2 \text{ m} \Rightarrow 10^{-3} = x \times 10^2 \Rightarrow x = 10^{-5}$$

مبحث : درسنامه فصل اول فیزیک دهم ریاضی اندازه گیری

جزوه ی فیزیک - بخش اندازه گیری



۱۱- تبدیل یکای مساحت :

فرض کنید می‌خواهیم مقدار یک مساحت را که برحسب کیلومتر مربع بیان شده است برحسب دسی‌متر مربع بیان کنیم. برای این کار باید ببینیم هر یک کیلومتر مربع چند دسی‌متر مربع است.

$$1 \text{ km}^2 = ? \text{ dm}^2$$

توجه کنید که منظور از مساحت یک کیلومتر مربع (1 km^2) مساحت یک مربع به ضلع یک کیلومتر است که این مساحت برابر $10^6 \text{ m}^2 = 1000 \text{ m} \times 1000 \text{ m} = 1 \text{ km} \times 1 \text{ km}$ به دست می‌آید. به عبارت دیگر منظور از km^2 دقیقاً $(\text{km})^2$ است و نباید آن را $k(\text{m}^2)$ یا 10^3 m^2 فرض کرد. (۱) روش اول :

$$\begin{cases} 1 \text{ km} = 10^3 \text{ m} \\ 1 \text{ dm} = 10^{-1} \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \frac{1 \text{ km}}{1 \text{ dm}} = \frac{10^3 \text{ m}}{10^{-1} \text{ m}} = 10^4 \Rightarrow \left(\frac{1 \text{ km}}{1 \text{ dm}}\right)^2 = 10^8$$

$$\Rightarrow \frac{1 \text{ km}^2}{1 \text{ dm}^2} = 10^8 \Rightarrow 1 \text{ km}^2 = 10^8 \text{ dm}^2$$

(۲) روش دوم :

$$1 \text{ km}^2 = x \text{ dm}^2 \Rightarrow 1 \times (10^3 \text{ m})^2 = x \times (10^{-1} \text{ m})^2 \Rightarrow 10^6 \text{ m}^2 = x \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow 10^6 = x \times 10^{-2} \Rightarrow x = 10^8$$

۱۲- تبدیل یکای حجم :

فرض کنید می‌خواهیم مقدار یک حجم را که برحسب دکامترمکعب بیان شده است برحسب گیگامترمکعب بیان کنیم. برای این کار باید ببینیم هر یک دکامترمکعب چند گیگامترمکعب است.

$$1 \text{ dam}^3 = ? \text{ Gm}^3$$

توجه کنید که منظور از حجم یک دکامترمکعب (1 dam^3) حجم یک مکعب به ضلع یک دکامتر است که این حجم برابر $10^3 \text{ m}^3 = 10 \text{ m} \times 10 \text{ m} \times 10 \text{ m} = 1 \text{ dam} \times 1 \text{ dam} \times 1 \text{ dam}$ به دست می‌آید. به عبارت دیگر منظور از dam^3 دقیقاً $(\text{dam})^3$ است و نباید آن را $\text{da}(\text{m}^3)$ یا 10 m^3 فرض کرد. (۱) روش اول :

$$\begin{cases} 1 \text{ dam} = 10 \text{ m} \\ 1 \text{ Gm} = 10^9 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \frac{1 \text{ dam}}{1 \text{ Gm}} = \frac{10 \text{ m}}{10^9 \text{ m}} = 10^{-8} \Rightarrow \left(\frac{1 \text{ dam}}{1 \text{ Gm}}\right)^3 = 10^{-24}$$

$$\Rightarrow \frac{1 \text{ dam}^3}{1 \text{ Gm}^3} = 10^{-24} \Rightarrow 1 \text{ dam}^3 = 10^{-24} \text{ Gm}^3$$

(۲) روش دوم :

$$1 \text{ dam}^3 = x \text{ Gm}^3 \Rightarrow 1 \times (10 \text{ m})^3 = x \times (10^9 \text{ m})^3 \Rightarrow 10^3 \text{ m}^3 = x \times 10^{27} \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow 10^3 = x \times 10^{27} \Rightarrow x = 10^{-24}$$

مبحث: درسنامه فصل اول فیزیک دهم ریاضی اندازه گیری

جزوه ی فیزیک - بخش اندازه گیری



۱۳- ۲- چگالی:

اگر از شما بپرسند که چوب سنگین تر است یا آهن، احتمالاً پاسخ شما آهن است. اما آیا یک میخ آهنی کوچک از تنه ی یک درخت سنگین تر است؟ منظور شما از این که آهن سنگین تر از چوب است، این بوده که اگر دو حجم مساوی از آهن و چوب برداریم، جرم آهن بیش تر خواهد بود. کمیت چگالی هم این موضوع را بررسی می کند. جرم یک واحد از حجم (مثلاً جرم یک سانتی متر مکعب) از هر ماده را جرم حجمی و یا چگالی آن ماده می نامند و با نماد ρ نمایش می دهند. بنابراین اگر جسمی با حجم V دارای جرم m باشد، می توان نتیجه گرفت که یک واحد از حجم

$$\rho = \frac{m}{V} \text{ است. بنابراین: } \rho = \frac{m}{V}$$

یکای SI چگالی $\frac{kg}{m^3}$ است ولی واحدهای دیگری چون $\frac{g}{cm^3}$ ، $\frac{kg}{lit}$ و ... نیز کاربرد فراوانی دارند.

مثال: یک گلوله ی ۱۰۰ گرمی از فلزی به چگالی $\frac{4}{cm^3} g$ را درون یک لیوان پر از مایعی به چگالی $\frac{0.8}{cm^3} g$

می اندازیم. چه جرمی از مایع بیرون می ریزد؟

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\text{برای گلوله}} \rho = \frac{100}{V_1} \Rightarrow V_1 = 25 \text{ cm}^3$$

حجم مایعی که بیرون می ریزد، برابر حجم گلوله است. بنابراین $V_2 = 25 \text{ cm}^3$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 0.8 = \frac{m}{25} \Rightarrow m = 0.8 \times 25 = 20 \text{ g}$$

جرم مایعی که بیرون می ریزد ۲۰g است.

• چگالی یک مخلوط و یا یک آلیاژ، نسبت جرم مخلوط به حجم آن می باشد:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

مثال: 100 cm^3 از مایعی به چگالی $\frac{1}{cm^3} g$ را با 100 cm^3 از مایعی به چگالی $\frac{2}{cm^3} g$ مخلوط می کنیم. چگالی مخلوط

چقدر می شود؟

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \times 100 = 100 \text{ g} \\ m_2 = 2 \times 100 = 200 \text{ g} \end{cases}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{100 + 200}{100 + 100} = \frac{300}{200} = 1.5 \frac{g}{cm^3}$$

مثال: 100 g از مایعی به چگالی $\frac{1}{cm^3} g$ را با 100 g از مایعی به چگالی $\frac{2}{cm^3} g$ مخلوط می کنیم. چگالی مخلوط چقدر

می شود؟

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = \frac{100}{1} = 100 \text{ cm}^3 \\ V_2 = \frac{100}{2} = 50 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{100 + 100}{100 + 50} = \frac{200}{150} = \frac{4}{3} \frac{g}{cm^3}$$

۵ $\frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$ می شود و اگر دو جرم

جزوه ی فیزیک - بخش بردار



۱- کمیت های فیزیکی

کمیت های نرده ای : کمیت هایی هستند که برای مشخص شدن آنها بیان یک عدد که اندازه یا مقدار آن کمیت می باشد، با یکای معین کافی است.
 کمیت هایی مثل طول ، مساحت ، حجم ، جرم ، زمان ، چگالی و دما و جریان الکتریکی نرده ای هستند.
کمیت های برداری : کمیت هایی هستند که برای مشخص شدن آنها بیان یک عدد با یکای معین کافی نیست و باید راستا و سوی این کمیت ها مشخص شود. به عبارت دیگر این کمیت ها دارای اندازه و جهت می باشند.
 کمیت هایی مثل جابه جایی ، سرعت و نیرو برداری هستند.

۲- بردارهای برابر

دو بردار در صورتی با هم برابرند که دارای اندازه ، راستا و سوی یکسانی باشند.

بردارهای قرینه

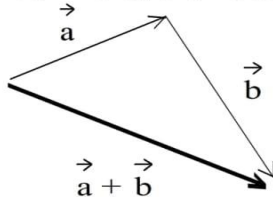
دو بردار در صورتی قرینه ی یکدیگرند که دارای اندازه و راستا یکسانی باشند و سوی آنها متفاوت است.

زاویه یک بردار

زاویه ای است که این بردار در جهت مثلثاتی با راستای مثبت محور طولها (x ها) می سازد.

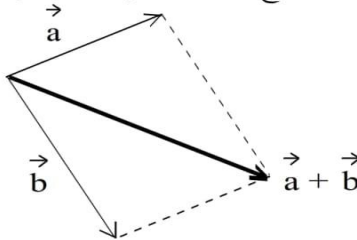
۳- جمع دو بردار با استفاده از روش مثلث

در این روش برای محاسبه ی $\vec{a} + \vec{b}$ ، مطابق شکل زیر ابتدای بردار \vec{b} را روی انتهای بردار \vec{a} قرار می دهیم. برداری که ابتدای آن روی ابتدای بردار \vec{a} و انتهای آن روی انتهای بردار \vec{b} قرار دارد برآیند دو بردار است.



۴- جمع دو بردار با استفاده از روش متوازی الاضلاع

در این روش برای محاسبه ی $\vec{a} + \vec{b}$ ، مطابق شکل زیر ابتدای بردارهای \vec{a} و \vec{b} را روی هم قرار می دهیم. متوازی الاضلاعی رسم می کنیم که بردارها دو ضلع مجاور آن را تشکیل می دهند. برداری که ابتدای آن روی ابتدای بردارها و انتهای آن روی راس مقابل متوازی الاضلاع قرار دارد برآیند دو بردار است.



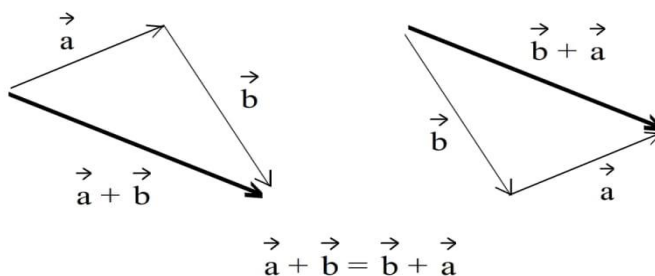
مبحث : درسنامه فصل اول فیزیک دهم ریاضی اندازه گیری

جزوه ی فیزیک - بخش بردار



نمایش خاصیت جابه جایی جمع برداری (با استفاده از روش مثلث)

-۵



نمایش بزرگی (اندازه ی) بردار

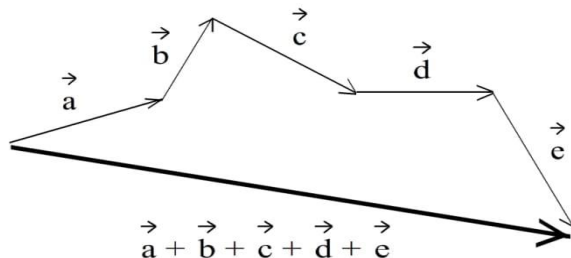
-۶

برای نمایش بزرگی (اندازه ی) بردار \vec{X} از نماد $|\vec{X}|$ یا X استفاده می شود.
 توجه : برای نمایش بزرگی (اندازه ی) بردار $\vec{X} + \vec{Y}$ باید از نماد $|\vec{X} + \vec{Y}|$ استفاده کنیم و نمی توانیم از نماد $X + Y$ استفاده کنیم. زیرا نماد $X + Y$ به معنای مجموع بزرگی های (اندازه های) بردارهای \vec{X} و \vec{Y} است و به عبارت دیگر $X + Y$ برابر $|\vec{X}| + |\vec{Y}|$ است.

جمع چند بردار

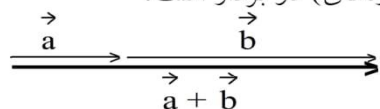
-۷

برای جمع کردن چند بردار مانند بردارهای \vec{a} ، \vec{b} ، \vec{c} ، \vec{d} و \vec{e} می توانیم به این ترتیب عمل کنیم که مطابق شکل زیر از انتهای بردار اول، برداری مساوی بردار دوم و از انتهای بردار دوم، برداری مساوی بردار سوم و همین طور تا آخر . . . رسم می کنیم. مطابق شکل زیر برداری که ابتدای آن روی ابتدای بردار اول و انتهای آن روی انتهای بردار آخر قرار دارد برآیند بردارها است.



۸- بردارهای هم راستا و هم سو :

اگر بردارهای \vec{a} و \vec{b} هم راستا و هم سو باشند، برای بزرگی (اندازه ی) جمع دو بردار داریم :
 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ یا $a + b = |a + b|$
 یعنی بزرگی (اندازه ی) جمع دو بردار هم راستا و هم سو برابر جمع بزرگی های (اندازه های) دو بردار است.



در این حالت جمع دو بردار هم سو است.

جزوه ی فیزیک - بخش بردار

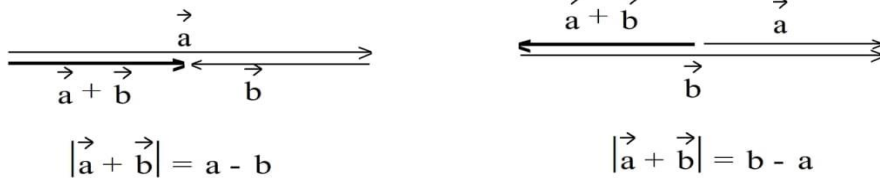


۹- بردارهای هم راستا و ناهم سو :

اگر بردارهای \vec{a} و \vec{b} هم راستا و ناهم سو باشند، برای بزرگی (اندازه‌ی) جمع دو بردار داریم :

$$|\vec{a} + \vec{b}| = ||\vec{a}| - |\vec{b}|| \quad \text{یا} \quad |\vec{a} + \vec{b}| = |a - b|$$

یعنی بزرگی (اندازه‌ی) جمع دو بردار هم راستا و ناهم سو برابر قدرمطلق تفریق بزرگی‌های (اندازه‌های) دو بردار است. در این حالت جمع دو بردار با برداری که بزرگی‌اش بزرگ‌تر است، هم سو خواهد بود.



۱۰- بردارهای عمود بر هم :

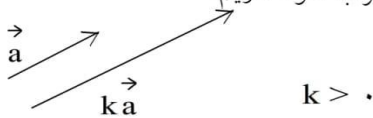
اگر بردارهای \vec{a} و \vec{b} بر هم عمود باشند، برای بزرگی (اندازه‌ی) جمع دو بردار داریم :

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2} \quad \text{یا} \quad |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

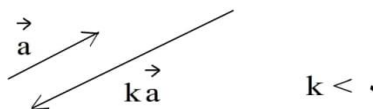
ضرب عدد در بردار

-۱۱

ضرب عدد مثبت در بردار : وقتی برداری را در عدد مثبتی ضرب می‌کنیم، راستا و سوی آن تغییر نمی‌کند و تنها بزرگی بردار در آن عدد ضرب می‌شود. اگر فرض کنیم عدد مثبت k در بردار \vec{a} ضرب شود داریم:



ضرب عدد منفی در بردار : وقتی برداری را در عدد منفی ضرب می‌کنیم، راستای آن تغییر نمی‌کند و سوی آن عکس می‌شود و بزرگی بردار در قدرمطلق آن عدد ضرب می‌شود. اگر فرض کنیم که عدد منفی k در بردار \vec{a} ضرب شود، داریم:



مبحث : درسنامه فصل اول فیزیک دهم ریاضی اندازه گیری

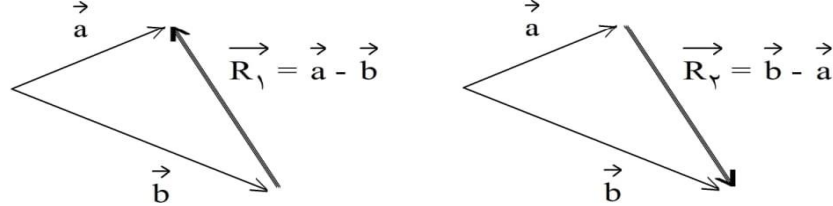
جزوه ی فیزیک - بخش بردار



تفریق دو بردار

-۱۲

برای به دست آوردن تفریق دو بردار \vec{a} و \vec{b} مطابق شکل‌های زیر ابتدای بردارها را روی هم قرار می‌دهیم. برداری که ابتدای آن روی انتهای بردار \vec{b} و انتهای آن روی انتهای بردار \vec{a} است برابر بردار $\vec{a} - \vec{b}$ است.

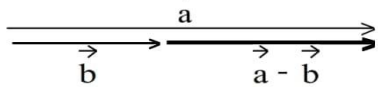


$$\Rightarrow \text{روش مثلث برای جمع دو بردار} \quad \begin{cases} \vec{b} + \vec{R}_1 = \vec{a} \Rightarrow \vec{R}_1 = \vec{a} - \vec{b} \\ \vec{a} + \vec{R}_2 = \vec{b} \Rightarrow \vec{R}_2 = \vec{b} - \vec{a} \end{cases}$$

با توجه به شکل‌های بالا نتیجه گرفته می‌شود تفریق دو بردار خاصیت جابه‌جایی ندارد. یعنی: $(\vec{a} - \vec{b}) \neq (\vec{b} - \vec{a})$.
هم‌چنین با توجه به شکل‌های بالا نتیجه گرفته می‌شود بردارهای $\vec{a} - \vec{b}$ و $\vec{b} - \vec{a}$ قرینه‌اند و $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{b} - \vec{a}|$.

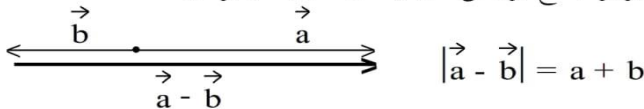
۱۳- بردارهای هم‌راستا و هم‌سو :

اگر بردارهای \vec{a} و \vec{b} هم‌راستا و هم‌سو باشند، برای بزرگی (اندازه‌ی) تفریق دو بردار داریم :
 $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{b} - \vec{a}| = ||\vec{a}| - |\vec{b}||$ یا $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{b} - \vec{a}| = |\vec{a} - \vec{b}|$
یعنی بزرگی (اندازه‌ی) تفریق دو بردار هم‌راستا و هم‌سو برابر قدرمطلق تفریق بزرگی‌های (اندازه‌های) دو بردار است.



۱۴- بردارهای هم‌راستا و ناهم‌سو :

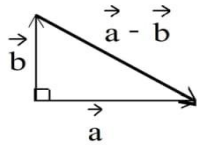
اگر بردارهای \vec{a} و \vec{b} هم‌راستا و ناهم‌سو باشند، برای بزرگی (اندازه‌ی) تفریق دو بردار داریم :
 $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{b} - \vec{a}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ یا $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{b} - \vec{a}| = \vec{a} + \vec{b}$
یعنی بزرگی (اندازه‌ی) تفریق دو بردار هم‌راستا و ناهم‌سو برابر جمع بزرگی‌های (اندازه‌های) دو بردار است.



جزوه ی فیزیک - بخش بردار

۱۵- بردارهای عمود بر هم :

اگر بردارهای \vec{a} و \vec{b} بر هم عمود باشند، برای بزرگی (اندازه‌ی) تفریق دو بردار داریم :

$$|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{b} - \vec{a}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2} \quad \text{یا} \quad |\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{b} - \vec{a}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$


۱۶- بیشینه و کمینه‌ی بزرگی (اندازه‌ی) جمع دو بردار

برآیند دو بردار وقتی بیشترین بزرگی (اندازه) را دارد که بردارها هم‌راستا و هم‌سو باشند. بنابراین بیشینه‌ی بزرگی (اندازه‌ی) جمع دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر $a + b$ است.

هم‌چنین برآیند دو بردار وقتی کمترین بزرگی (اندازه) را دارد که بردارها هم‌راستا و ناهم‌سو باشند. بنابراین کمینه‌ی بزرگی (اندازه‌ی) جمع دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر $|a - b|$ است.

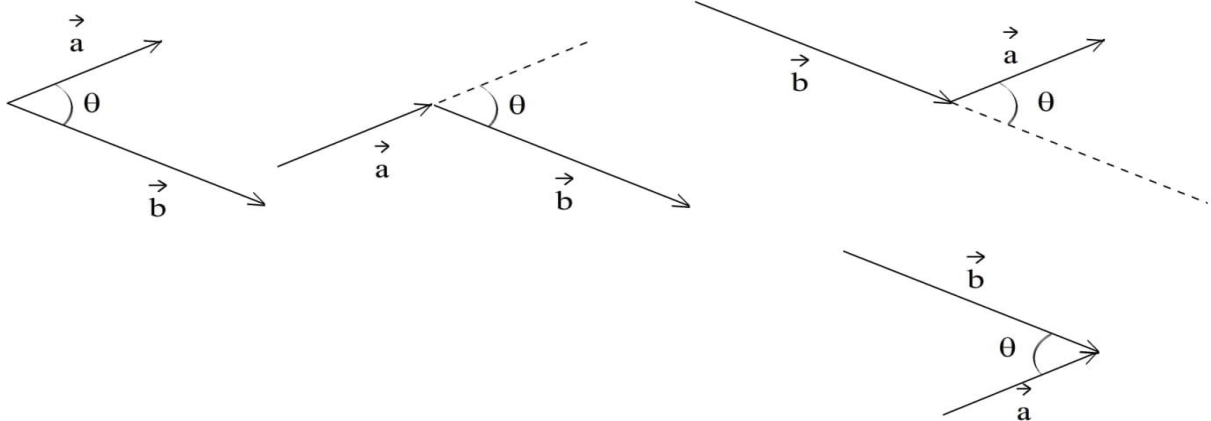
یعنی برای بردارهای \vec{a} و \vec{b} همواره داریم :

$$|a - b| \leq |a + b| \leq a + b$$

۱۷- زاویه‌ی دو بردار

زاویه‌ی بین دو بردار هنگامی معلوم می‌شود که ابتدای دو بردار روی هم قرار بگیرند. در شکل‌های زیر زاویه‌ی بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} در حالت‌های مختلف نشان داده شده است. این زاویه، زاویه‌ای است بین صفر تا 180° درجه.

$$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$$



۱۸- بزرگی اندازه‌ی برآیند دو بردار در حالت کلی

بزرگی برآیند دو بردار \vec{a} و \vec{b} که زاویه‌ی بین آنها θ است از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} \Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta}$$



جزوه ی فیزیک - بخش بردار

بزرگی اندازه ی تفریق دو بردار در حالت کلی

-۱۹

بزرگی تفریق دو بردار \vec{a} و \vec{b} که زاویه ی بین آنها θ است از رابطه ی زیر به دست می آید.

$$\vec{r} = \vec{a} - \vec{b} \Rightarrow r = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta}$$

بزرگی اندازه ی برآیند دو بردار هم اندازه

-۲۰

بزرگی برآیند دو بردار \vec{x} و \vec{y} که زاویه ی بین آنها θ است و اندازه ی یکسان a دارند، به صورت زیر به دست می آید.

$$\vec{R} = \vec{x} + \vec{y} \Rightarrow R = \sqrt{x^2 + y^2 + 2xy \cos \theta} = \sqrt{a^2 + a^2 + 2aa \cos \theta}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{2a^2 + 2a^2 \cos \theta} = a\sqrt{2(1 + \cos \theta)} = a\sqrt{2\left(2 \cos^2 \frac{\theta}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow R = 2a \cos \frac{\theta}{2}$$

بزرگی اندازه ی تفریق دو بردار هم اندازه

-۲۱

بزرگی تفریق دو بردار \vec{x} و \vec{y} که زاویه ی بین آنها θ است و اندازه ی یکسان a دارند، به صورت زیر به دست می آید.

$$\vec{r} = \vec{x} - \vec{y} \Rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy \cos \theta} = \sqrt{a^2 + a^2 - 2aa \cos \theta}$$

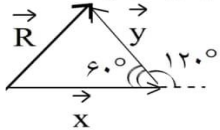
$$\Rightarrow r = \sqrt{2a^2 - 2a^2 \cos \theta} = a\sqrt{2(1 - \cos \theta)} = a\sqrt{2\left(2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow r = 2a \sin \frac{\theta}{2}$$

-۲۲ نکته: اندازه ی برآیند دو بردار هم اندازه با a که زاویه ی بین آنها 90° درجه است برابر $\sqrt{2}a$ است.

$$R = 2a \cos \frac{\theta}{2}, \theta = 90^\circ \Rightarrow R = 2a \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow R = \sqrt{2}a$$

-۲۳ نکته: اندازه ی برآیند دو بردار هم اندازه با a که زاویه ی بین آنها 120° درجه است برابر a (هم اندازه با بردارها) است.



$$R = 2a \cos \frac{\theta}{2}, \theta = 120^\circ \Rightarrow R = 2a \times \frac{1}{2} = a$$



جزوه ی فیزیک - بخش بردار

۲۴- نکته: اندازه ی برآیند دو بردار هم اندازه با a که زاویه ی بین آنها ۶۰ درجه است برابر $\sqrt{۳}a$ است.

$$R = ۲a \cos \frac{\theta}{۲}, \theta = ۶۰^\circ \Rightarrow R = ۲a \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳}a$$

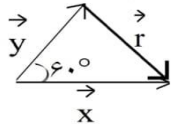
۲۵- نکته: اندازه ی تفریق دو بردار هم اندازه با a که زاویه ی بین آنها ۹۰ درجه است برابر $\sqrt{۲}a$ است.

$$R = ۲a \sin \frac{\theta}{۲}, \theta = ۹۰^\circ \Rightarrow R = ۲a \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \sqrt{۲}a$$

۲۶- نکته: اندازه ی تفریق دو بردار هم اندازه با a که زاویه ی بین آنها ۱۲۰ درجه است برابر $\sqrt{۳}a$ است.

$$R = ۲a \sin \frac{\theta}{۲}, \theta = ۱۲۰^\circ \Rightarrow R = ۲a \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳}a$$

۲۷- نکته: اندازه ی تفریق دو بردار هم اندازه با a که زاویه ی بین آنها ۶۰ درجه است برابر a (هم اندازه با بردارها) است.

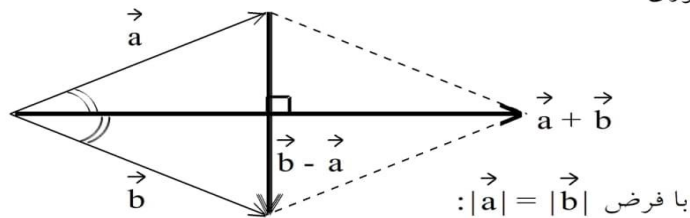


$$R = ۲a \sin \frac{\theta}{۲}, \theta = ۶۰^\circ \Rightarrow R = ۲a \times \frac{1}{۲} = a$$

خواص جمع و تفریق بردارهای هم اندازه

-۲۸

با توجه به شکل زیر جمع بردارهای هم اندازه در راستای نیمساز بردارها قرار می گیرد و جمع و تفریق بردارهای هم اندازه بر هم عمود هستند. زیرا متوازی الاضلاعی که بردارها با یکدیگر می سازند لوزی است و قطرهای لوزی بر هم عمود و نیمساز زاویه های لوزی هستند.



مبحث : درسنامه فصل اول فیزیک دهم ریاضی اندازه گیری

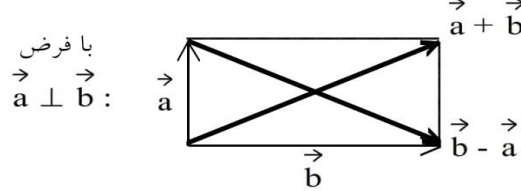
جزوه ی فیزیک - بخش بردار



خواص جمع و تفریق بردارهای عمود بر هم

-۲۹

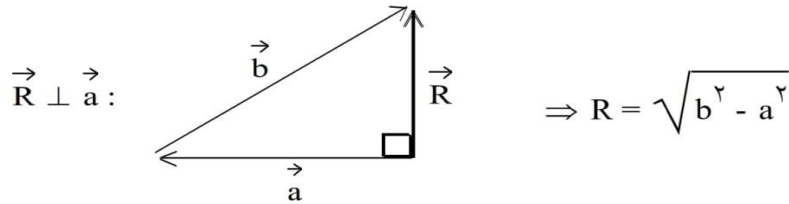
با توجه به شکل زیر جمع و تفریق بردارهای عمود بر هم، هم اندازه هستند. زیرا متوازی الاضلاعی که بردارها تشکیل می دهند مستطیل است و قطرها ی مستطیل هم اندازه اند.



عمود بودن برآیند بردارها بر یکی از بردارها

-۳۰

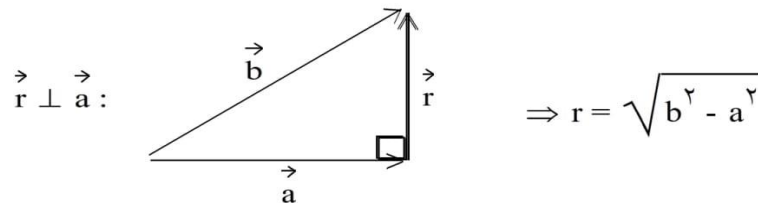
اگر برآیند دو بردار \vec{a} و \vec{b} را \vec{R} فرض کنیم و \vec{R} بر بردار \vec{a} عمود باشد، با توجه به شکل زیر داریم :



عمود بودن تفریق بردارها بر یکی از بردارها

-۳۱

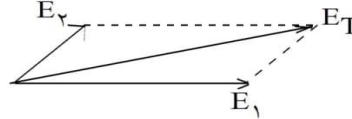
اگر تفریق دو بردار \vec{a} و \vec{b} را \vec{r} فرض کنیم و \vec{r} بر بردار \vec{a} عمود باشد، با توجه به شکل زیر داریم :





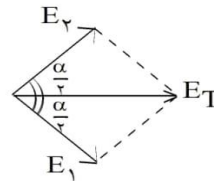
-۳۲

برآیند نیروها و میدان های الکتریکی



برآیند دو میدان الکتریکی E_1 و E_2 که با هم زاویه ی α می سازند $\leftarrow E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos \alpha}$

$\leftarrow E_T = 2E_1 \cos \frac{\alpha}{2}$ اگر بزرگی E_1 و E_2 برابر باشد



-۳۳

اگر بزرگی E_1 و E_2 مساوی نباشد، میدان الکتریکی برآیند نزدیک به میدان بزرگتر می شود و اگر بزرگی E_1 و E_2 مساوی باشد، میدان الکتریکی برآیند نیمساز زاویه ی بین آنها می باشد.

$\Rightarrow \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ اگر میدان های الکتریکی هم امتداد باشند.

	$E_T = E_1 + E_2 $
	$E_T = E_2 - E_1 $