درسنامه فیزیک دهم
فصل کار و انرژی

- آموزش جامع
- ارائه روش و الگوی خاص برای حل مسائل
- جمع بندی نکات و فرمول ها
- بررسی و حل بیش از ۳۰ تست مفهومی با پاسخ کاملا تشریحی

نویسنده :

مهدی حاجی نژادیان.... مدرس فیزیک

از دانشگاه صنعتی امیرکبیر

نویسنده . . ... مهدی حاجی نژادیان

کار و انرژی

۱. تعریف کار و ارائه فرمول و نکات مرتبط به آن
۲. تست های نمونه راجب بحث کار
۳. اندازه کار برحسب مولفه های نیرو و جابه جایی و تست های مرتبط به آن
۴. قضیه کار و انرژی و تست های مرتبط به آن
۵. انرژی پتانسیل و تست های مرتبط به آن
۶. پایستگی انرژی و تست های مرتبط به آن
۷. توان و تست های مرتبط به آن
۸. تست های تکمیلی با پاسخ تشریحی

نویسنده . . ... مهدی حاجی نژادیان

۱. تعریف کار و ارائه فرمول و نکات مرتبط به آن

کار نیروی ثابت F مطابق تعریف عبارت است از حاصل ضرب نرده ای بردار F در بردار جابجایی d جسمی که این نیرو به آن وارد می شود. $W = \vec{F}.\vec{d}$

بنابر تعریف ضرب نرده ای دو بردار ، اندازه ی کار برابر است با : $W = Fd\cos\theta$

(θ) زاویه ای است که دو بردار F و d با یکدیگر می سازند.

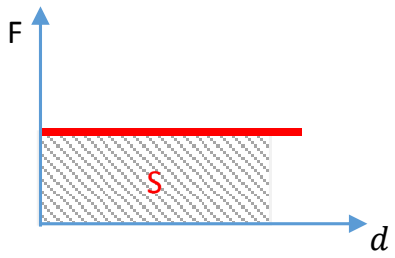
یکای کار در **SI** ، ژول است . ژول عبارت است از کار نیروی یک نیوتن هنگامی که به اندازه ی یک متر در جهت نیرو جابجا شود. $1j = 1N \times 1m$

نکته ۱ : از رابطه $W = Fd\cos\theta$ پیداست که اگر :

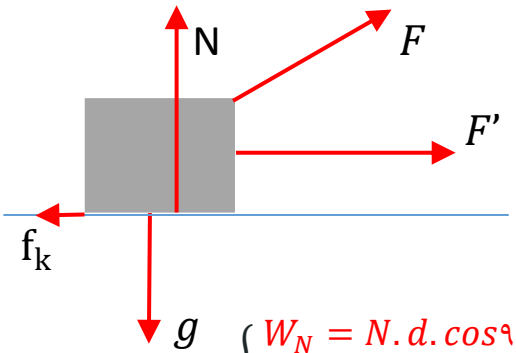
$$\begin{cases} \theta < 90^\circ \Rightarrow W > 0 \\ \theta > 90^\circ \Rightarrow W < 0 \\ \theta = 90^\circ \Rightarrow W = 0 \end{cases}$$

نکته ۲ : معلوم می شود که اگر بردار نیرو بر بردار جابجایی عمود باشد ، کار نیرو صفر است.

نکته ۳ : در نمودار (نیروی – جابجایی) ، مساحت سطح زیر نمودار برابر کار نیروی وارد بر جسم ، است :



توجه :



کار در جابه جایی افقی :

$W_F = F.d.\cos\theta$

$W_{F'} = F'.d.\cos 0^\circ = F'.d$

کار نیروهای قائم در جابه جایی افقی : $\begin{cases} W_N = N.d.\cos 90^\circ \rightarrow W_N = 0 \\ W_g = mg.d.\cos 90^\circ \rightarrow W_N = 0 \end{cases}$

کار نیروی وزن در جابجایی افقی : $W_g = 0$

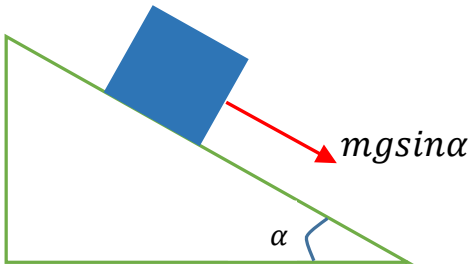
کار نیروی اصطکاک : $W_{f_k} = f_k.d\cos 180^\circ \rightarrow W_{f_k} = -f_k.d$

کار نیروی وزن در جابجایی قائم :

اگر به سمت پایین جابجا شود $(\theta = 0)$: $W = mgd$

اگر به سمت بالا جابجا شود $(\theta = 180^\circ)$: $W' = -mgd$

کار نیروی وزن در جابجایی روی صفحه شیب دار :



اگر به سمت پایین جابجا شود $(\theta = ۰)$: $W = mgsin\alpha.dcos\theta \rightarrow W = mgsin\alpha.d$

اگر به سمت بالا جابجا شود $(\theta = ۱۸۰)$: $W = mgsin\alpha.dcos\theta \rightarrow W = -mgsin\alpha.\boldsymbol{d}$

. . . . . .

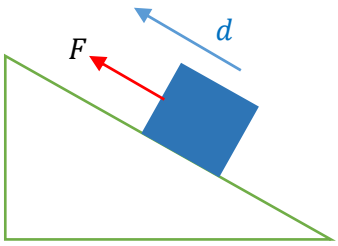
تست های نمونه :

تست ۱ : جسمی به جرم ۱۰ کیلوگرم را تا مسافت ۵ متر روی سطح شیب داری بالا می بریم به طوری که ارتفاع آن سه متر زیاد می شود اگر نیروی اعمال شده موازی سطح شیب دار بوده و آن را با سرعت ثابت بالا ببریم چقدر کار توسط نیرو انجام می شود؟

۱) ۲۰۰ ۲) ۳۰۰ ۳) ۴۰۰ ۴) ۵۰۰

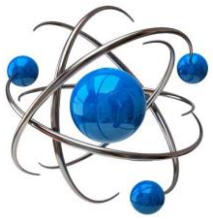
پاسخ :

با توجه به متن سوال می فهمیم که جابجایی و نیرو در یک راستا بوده در نتیجه زاویه بین نیرو و جابجایی صفر خواهد بود ، همچنین $mg\sin\alpha$ در راستای شیب بوده و خلاف نیرو $\mathbf{F}$ می باشد پس مقدار آن ها در صورت شتاب صفر و نداشتن اصطکاک برابر است. یعنی :



$$F = mg\sin\alpha \rightarrow F = mg \times \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = ۱۰۰ \times \frac{۳}{۵} = ۶۰\,N$$

$$W = F.d\cos\theta = F.d\cos۰ = F.d = ۶۰ \times ۵ = ۳۰۰$$

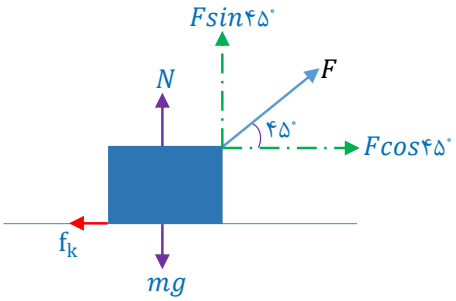


تست ۲ : کودکی تسمه ای به جرم ۵ کیلوگرم را تا مسافت ۱۲ متر روی سطح افقی با سرعت ثابت جلو می کشد اگر ضریب اصطکاک جنبشی برابر ۰/۲ و زاویه طناب با سطح افقی ۴۵ درجه باشد کودک چقدرکار انجام می دهد. $\left(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}\right)$

۱) ۲۰۰ ۲) ۳۰۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۵۰۰

پاسخ :

چون گفته سرعت آن ثابت است یعنی مقدار شتاب آن صفر خواهد بود یعنی مجموع نیروها در راستای افقی صفر خواهد بود داریم :



$\sum$ مجموع نیروها در راستای افق $= ۰ \rightarrow F\cos\theta = f_k$

$\sum$ مجموع نیروها در راستای قائم $= ۰ \rightarrow F\sin\theta + N = mg$

حال با تقسیم دو معادله ایجاد شده برهم داریم :

$$\tan\theta = \frac{mg - N}{f_k} \xrightarrow{f_k = \mu_k N} \tan۴۵^\circ = \frac{mg - N}{\mu_k N} \rightarrow\rightarrow ۱ = \frac{mg - N}{۰/۲\,N}$$

$$۰/۲N = ۵ \times ۱۰ - N \rightarrow N = ۴۱/۶$$

حال مقدار F برابر است با :

$$F\sin\theta + N = mg \rightarrow\rightarrow F\sin۴۵^\circ + ۴۱/۶ = ۵ \times ۱۰ \rightarrow\rightarrow F = \frac{۱۶/۸}{\sqrt{۲}}$$

حالا مقدار کار برابر :

$$W = F.d\cos\theta \xrightarrow{\text{زاویه بین نیرو و جابجایی ۴۵ درجه بوده}} W = \frac{۱۶/۸}{\sqrt{۲}} \times ۱۲ \times \cos۴۵^\circ$$

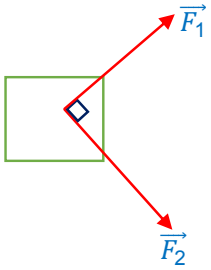
$$W = \frac{۱۶/۸}{\sqrt{۲}} \times ۱۲ \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} \approx ۱۰۰$$

. . . . . .

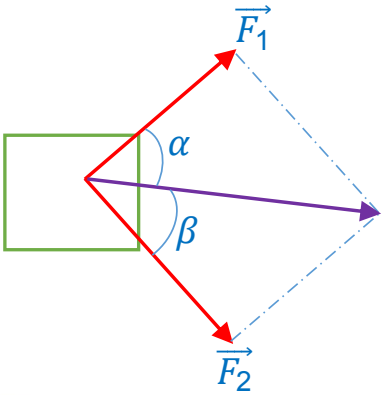
تست ۳ : مطابق شکل بر جسمی دو نیروی $F_۱ = ۱۰\,N$ و $F_۲ = ۷/۵\,N$ اثر می کند اگر این جسم در راستای برآیند نیروها ۵ متر جابجا شود. کار نیروی $F_۱$ چند برابر کار نیروی $F_۲$ است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۱۶}{۹}$

۳) $\frac{۹}{۱۶}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

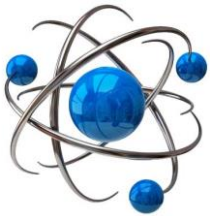


پاسخ :



$$\tan\alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{F_۲}{F_۱} = \frac{۷/۵}{۱۰} = \frac{۳}{۴} \rightarrow \alpha = ۳۷^\circ$$

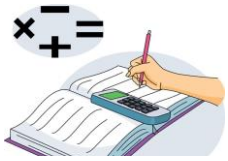
$$\alpha + \beta = ۹۰^\circ \rightarrow \beta = ۹۰^\circ - ۳۷^\circ = ۵۳^\circ$$



با توجه به رابطهٔ $W = F.d\cos\theta$ می توان نوشت :

$$\frac{W_۱}{W_۲} = \frac{F_۱}{F_۲} \times \frac{d_۱}{d_۲} \times \frac{cos\alpha}{cos\beta} \rightarrow \frac{W_۱}{W_۲} = \frac{۱۰}{۷/۵} \times \frac{۵}{۵} \times \frac{۰/۸}{۰/۶} = \frac{۴}{۳} \times \frac{۴}{۳} = \frac{۱۶}{۹}$$

. . . . . .



۳. اندازه کار برحسب مولفه های نیرو و جابه جایی و تست های مرتبط به آن

برای بدست آوردن کار نیروی $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j}$ در جابجایی $\vec{d} = d_x\vec{i} + d_y\vec{j}$ با استفاده از ضرب نرده ای دو بردار داریم :

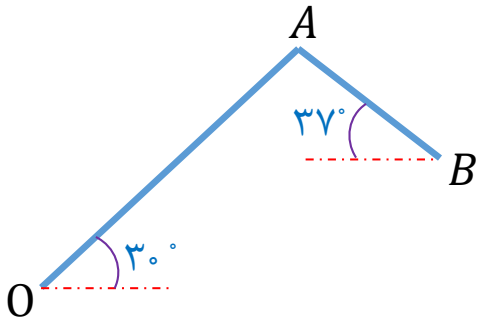
$$W = F_x d_x + F_y d_y$$

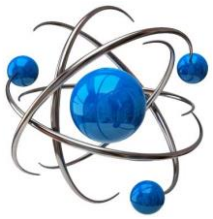
تست های نمونه :

تست۱: شخصی جعبه ای به جرم ۲۰ کیلوگرم را مطابق شکل ، روی مسیر OA به طول ۱۰متر ، از O به A بالا می کشد و سپس روی مسیر AB به طول ۵ متر آن را پایین می آورد ، کار نیروی وزن در این جابجایی چند ژول می باشد. $(\cos 37^\circ = 0/8)$

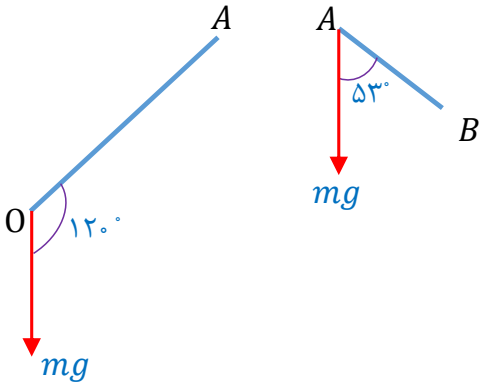
۱) -400 ۲) 1600

۳) 1000 ۴) -100





پاسخ :



$$W_{OA} = (mg)OAcos۱۲۰^\circ = ۲۰ \times ۱۰ \times ۱۰ \times \left(-\frac{۱}{۲}\right) \rightarrow W_{OA} = -۱۰۰۰j$$

$$W_{AB} = (mg)ABcos۵۳^\circ = ۲۰ \times ۱۰ \times ۵ \times ۰/۶ \rightarrow W_{OA} = ۶۰۰j$$

$$W_{OB} = W_{OA} + W_{AB} = -۱۰۰۰ + ۶۰۰ \rightarrow W_{OB} = -۴۰۰j$$

. . . . . .

تست ۲ : کار نیروی $\vec{F} = ۳\vec{i} + ۴\vec{j}$ در جابجایی $\vec{d} = -۲\vec{i} + ۲\vec{j}$ چند ژول است؟

۱) صفر ۲) ۱۰ ۳) ۲ ۴) ۳

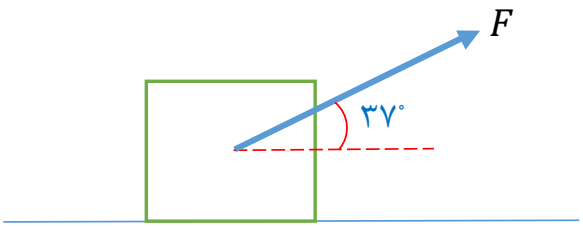
پاسخ :

$$W = \vec{F}.\vec{d} = (۳\vec{i} + ۴\vec{j}) \times (-۲\vec{i} + ۲\vec{j}) = ۳(-۲) + ۴(۲) = ۲ \rightarrow W = ۲j$$

. . . . . .

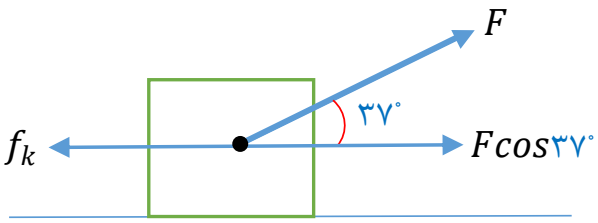
تست ۳ : مطابق شکل جسمی به جرم ۲ کیلوگرم تحت تاثیر نیروی $F = ۱۰\,N$ با سرعت ثابت حرکت می کند. پس از طی مسافت ۱/۵ متر ، کار نیروی اصطکاک چند ژول است ؟

۱) ۱۲ ۲) −۱۲ ۳) ۲۴ ۴) −۲۴



پاسخ :

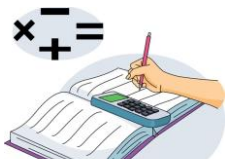
چون جسم با سرعت ثابت حرکت می کند : $F\cos\theta = f_k$



$$W_f = f_k d\cos\alpha \xrightarrow{F\cos\theta = f_k} W_f = F\cos\theta \times d\cos\alpha = (۱۰\cos۳۷^\circ) \times (۱/۵\cos۱۸۰^\circ)$$

$$W_f = ۱۰ \times ۰/۸ \times ۱/۵ \times (-۱) = -۱۲j$$

. . . . . .



قضیه کار و انرژی :

کار برآیند نیروهای وارد بر جسم (پایستار و ناپایستار) در یک جابجایی معین ، با تغییر انرژی جنبشی جسم برابر است.

توجه : حاصل ضرب مجذور سرعت جسم در نصف جرم آن را انرژی جنبشی جسم می نامند و آن را با K نشان می دهند :

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

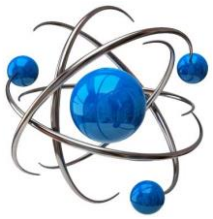
لذا می توان کار انجام شده روی جسم (کار برآیند نیروهای وارد برجسم) را با رابطه ی سادهٔ زیر نشان داد :

$$W_T = K_2 - K_1 \qquad \begin{cases} K_1 : \text{انرژی جنبشی جسم در ابتدای جابجایی} \\ K_2 : \text{انرژی جنبشی جسم در انتهای جابجایی} \end{cases}$$

نکته :

اگر روی جسم کار مثبت انجام شود ($W_T > 0$) ، انرژی جنبشی جسم افزایش پیدا می کند ($K_2 > K_1$)

اگر روی جسم کار منفی انجام شود ($W_T < 0$) ، انرژی جنبشی جسم کاهش پیدا می کند ($K_2 < K_1$)



تست های نمونه :

تست۱: جسمی به جرم ۵ کیلوگرم با شتاب $۲\ \frac{m}{s^۲}$ شروع به حرکت می کند. کار برآیند نیروهای وارد بر آن در مدت ۱۰ ثانیه ، چند کیلوژول است؟

۱) ۲ ۲) ۰/۵ ۳) ۱۰ ۴) ۱

پاسخ :

ابتدا چون شروع به حرکت کرده است پس سرعت اولیه آن صفر بوده است و همچنین با توجه به مشخص بودن شتاب و رابطه شتاب – سرعت ، میتوان مقدار سرعت ثانویه را حساب کرد ، داریم :

$$v_۲ = at + v_۱ \overset{v_۱=۰}{\Longrightarrow} v_۲ = ۲ \times ۱۰ = ۲۰ \rightarrow v_۲ = ۲۰\ \frac{m}{s}$$

$$W_T = K_۲ - K_۱ \rightarrow W_T = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۵ \times (۲۰)^۲ - ۰ = ۱۰۰۰j$$

$$= ۱kj$$

. . . . . .

تست ۲ : گلوله ای به جرم ۳۰۰ گرم با سرعت اولیهٔ ۴۰ متربرثانیه در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می شود و تا ارتفاع ۳۰ متر بالا می رود. مقدار متوسط نیروی مقاومت هوا در مقابل حرکت گلوله چند نیوتن است ؟ $\left(g = ۱۰\ \frac{m}{s^۲}\right)$

۱) ۵ ۲) -۵ ۳) ۱۰ ۴) -۱۰

پاسخ :

چون به نقطه اوج می رسد سرعت در نقطه اوج همان سرعت ثانویه مقدارش صفر می باشد.و مجموع کار برابر مقدار تغییرات انرژی جنبشی خواهد بود ، داریم :

$$W_{mg} + W_f = \Delta K \rightarrow -mgh + W_f = \frac{۱}{۲}mv_{۱}^{۲} - \frac{۱}{۲}mv_{۰}^{۲}$$

$$-\frac{۳}{۱۰} \times ۱۰ \times ۳۰ + W_f = ۰ - \frac{۱}{۲} \times \frac{۳}{۱۰} \times ۱۶۰۰ \rightarrow -۹۰ + W_f = -۲۴۰ \rightarrow W_f$$

$$= -۱۵۰\,j$$

حالا با توجه به مقدار W_f و ارتفاع و رابطه $W = Fd\cos\theta$ داریم :

$$W_f = f.h\cos۱۸۰ \rightarrow\rightarrow -۱۵۰ = -f \times ۳۰ \rightarrow F = ۵N$$

. . . . . .

انرژی پتانسیل

انرژی پتانسیل گرانشی جسم در ارتفاع h از مبنا ، برابر است با : $U = mgh$

لذا بصورت ساده می توان نوشت : $-W_{mg} = U_۲ - U_۱$

توجه : اجسامی که در بالای مبنای انرژی پتانسیل گرانشی باشند ، انرژی پتانسیل گرانشی مثبت دارند و اجسامی که در پایین تر از مبنای انرژی پتانسیل گرانشی باشند ، انرژی پتانسیل گرانشی منفی دارند :

$h > ۰ \rightarrow U > ۰$
$h < ۰ \rightarrow U < ۰$

و انرژی پتانسیل گرانشی اجسامی که روی مبنا قرار دارند صفر است :

$h = ۰ \rightarrow U = ۰$

انرژی پتانسیل کشسانی :

انرژی که فنر فقط به سبب کشیدگی (یا فشردگی) دارد ، انرژی پتانسیل کشسانی نامیده می شود.

توجه : کار نیروی کشسانی فنر برابر :

$$W_e = -\frac{۱}{۲}Kx^۲$$

توجه : رابطهٔ تغییرات انرژی پتانسیل با کار فنر :

$$W_e = U_۲ - U_۱$$

توجه : انرژی پتانسیل گرانش : $U = mgh$

انرژی پتانسیل فنر : $U = \frac{۱}{۲}Kx^۲$

مقدار k ثابت فنر بر حسب $\frac{N}{m}$ ، x برحسب متر می باشد.

تست : جسمی به جرم ۲۰۰ گرم بدون سرعت اولیه از ارتفاع ۲۵ متری سقوط می کند. انرژی پتانسیل جسم به اندازهٔ ژول ..... می یابد.

۱) ۵۰ - افزایش ۲) ۹۰ - افزایش ۳) ۵۰ - کاهش ۴) ۹۰ - کاهش

پاسخ : گزینه سه

$$W_{mg} = mgh = \frac{۲}{۱۰} \times ۱۰ \times ۲۵ = ۵۰\,j$$

$$-W_{mg} = \Delta U \rightarrow \Delta U = -۵۰\,j$$

. . . . . .

پایستگی انرژی :

ویژگی نیروهای پایستار :

۱ : کار نیروی پایستار به مسیر بستگی ندارد و فقط تابع نقاط ابتدا و انتهاست.

۲ : کار رفت قرینه کار برگشت است (کار در رفت و برگشت صفر است $W = 0$)

$$W_{رفت} = -W_{برگشت}$$

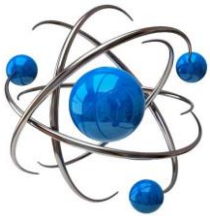
توجه :

انرژی پتانسیل تنها برای نیروهای پایستار تعریف می شود.

نیروی وزن پایستار است یعنی مجموع کار نیروی وزن رفت و برگشت صفر است.

نیروی فنر پایستار است یعنی مجموع کار نیروی فنر رفت و برگشت صفر است.

نیروی اصطکاک پایستار نیست.



انرژی مکانیکی : مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل گویند. $E = K + U$

قانون پایستگی انرژی مکانیکی برابر :

$$\Delta E = 0 \rightarrow E_2 = E_1 \Rightarrow K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

توجه : در صورت پایستار نبودن مانند نیروی اصطکاک ، ΔE برابر :

$$\Delta E = W_f \rightarrow E_2 - E_1 = -f_k d$$

در کل وجود اصطکاک باعث برقرار نشدن پایستگی می شود یعنی : $E_2 \neq E_1$

. . . . . .

تست های نمونه :

تست۱ : فنر تفنگی به اندازهٔ ۳ سانتی متر از حالت آزاد خود فشرده شده و گلوله ای به جرم ۱۲ گرم از لوله شلیک می شود ، گلوله با چه سرعتی از لوله تفنگ خارج می شود. $K = ۱۰/۸ \frac{N}{cm}$

۱) ۸ ۲) -۸ ۳) ۹ ۴) -۹

پاسخ :

چون اصطکاک نداریم پس پایستگی برقرار است : $E_۲ = E_۱$

واحد k بر حسب $\frac{N}{m}$ می باشد پس مقدار k اینجا نیاز به تبدیل واحد دارد داریم:

$$۱۰/۸ \frac{N}{\cancel{cm}} \times \frac{۱۰۰\,cm}{۱m} = ۱۰۸۰ \frac{N}{m}$$

حالا طبق قانون پایستگی داریم : سرعت اولیه صفر پس $K_۱ = ۰$ ، و چون در لحظه اول فنر فشرده می شود انرژی پتانسیل فنر داریم و با آزاد شدن از فنر انرژی پتانسیل ثانویه نخواهیم داشت چون نه به فنر وصله و نه ارتفاع دارد ، حالا سرعت ثانویه بدست می آوریم :

توجه : x باید بر حسب متر و m باید بر حسب کیلوگرم در فرمول جای گذاری کنیم :

$$E_۲ = E_۱ \rightarrow K_۲ + U_۲ = K_۱ + U_۱ \rightarrow \frac{۱}{۲}mv^۲ + ۰ = ۰ + \frac{۱}{۲}kx^۲ \rightarrow V = x \times \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$V = ۳ \times ۱۰^{-۲} \times \sqrt{\frac{۱۰۸۰}{۱۲ \times ۱۰^{-۳}}} = ۹\ m/s$$

. . . . . .

تست ۲ : یک ترن هوای پر از مسافر به آرامی از ارتفاع ۲۵ متر رد شده و از آنجا به طرف پایین شتاب می گیرد با صرف نظر از اصطکاک سیستم این ترن به چه سرعتی به پایین مسیر می رسد؟

۱) ۱۰ ۲) $۱۰\sqrt{۵}$ ۳) ۵ ۴) $\sqrt{۵}$

پاسخ :

چون بحث بدون اصطکاک شده پس پایستار بوده و $E_۲ = E_۱$

مقدار $E_۲$ در پایین مسیر چون ارتفاع صفر است پس $U_۲ = ۰$ و با توجه به $K_۲$ مقدار سرعت بدست می آوریم و مقدار $E_۱$ ابتدای مسیر در قسمت بالای ترن قرار دارد سرعت اولیه صفر بوده پس $K_۱ = ۰$ و $U_۱ = mgh$ خواهد بود.

$$E_۲ = E_۱ \rightarrow K_۲ + U_۲ = K_۱ + U_۱ \rightarrow \frac{۱}{۲}mv^۲ + ۰ = ۰ + mgh \rightarrow ۲gh = v^۲$$

$$v = \sqrt{۲gh} = \sqrt{۲ \times ۱۰ \times ۲۵} = ۱۰\sqrt{۵}$$

. . . . . .

تست۳ : مکعب یخی کوچکی از لبهٔ ظرف بدون اصطکاکی که نیم کره ای به شعاع ۲۰ سانتی متر است به داخل آن انداخته می شود تعیین کنید مکعب در ته ظرف با چه سرعتی حرکت می کند ؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ :

چون بحث بدون اصطکاک شده پس پایستار بوده و $E_۲ = E_۱$

در قسمت لبه ظرف چون نسبت به مبنی ارتفاع دارد پس $U_۱ = mgh$ و سرعت اولیه صفر بوده $K_۱ = ۰$ می باشد.

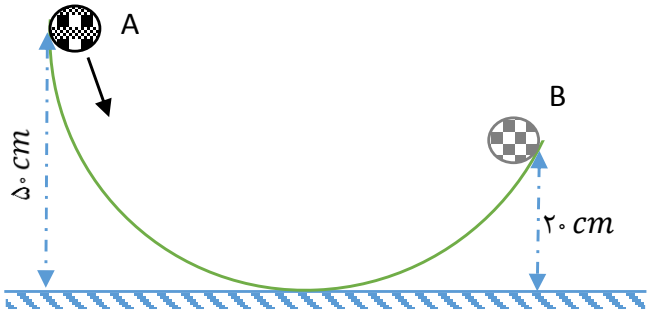
در قسمت پایین ظرف ارتفاع صفر بود و $U_۲ = ۰$ و با توجه $K_۲$ مقدار سرعت بدست می آوریم :

$$E_۲ = E_۱ \rightarrow K_۲ + U_۲ = K_۱ + U_۱ \rightarrow \frac{۱}{۲}mv^۲ + ۰ = ۰ + mgh \rightarrow ۲gh = v^۲$$

$$v = \sqrt{۲gh} = \sqrt{۲ \times ۱۰ \times ۰/۲۰} = ۲$$

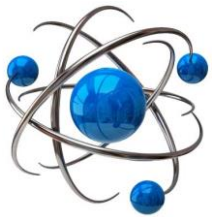
. . . . . .

تست ۴ : جسمی به جرم m از نقطه A روی سطح رها می شود. سرعت آن در نقطهٔ B چند متربرثانیه است؟



۱) ۶ ۲) $\sqrt{۶}$

۳) ۵ ۴) $\sqrt{۵}$



پاسخ :

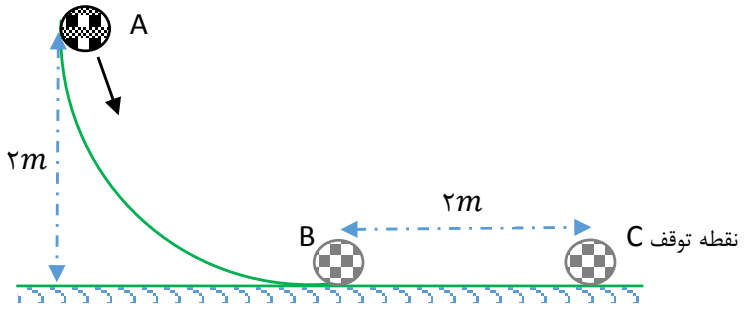
انرژی مکانیکی جسم پایسته می ماند ، داریم :

$$E_A = E_B \rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \rightarrow ۰ + mgh_A = \frac{۱}{۲}mv_B^{۲} + mgh_B \rightarrow$$

$$gh_A = \frac{۱}{۲}v_B^{۲} + gh_B \rightarrow ۱۰ \times ۰/۵ = \frac{۱}{۲}v_B^{۲} + (۱۰ \times ۰/۲) \rightarrow v_B^{۲} = ۶ \rightarrow V_B = \sqrt{۶}$$

. . . . . .

تست ۵ : جسمی از ارتفاع دو متری سطح زمین ، از نقطهٔ A رها می شود و پس از رسیدن به سطح افقی و طی مسافت ۲ متر می ایستد. کار نیروی اصطکاک در مسیر ABC چقدر است؟ $(m = ۲kg)$



۱) ۶۰ ۲) −۴۰

۳) ۴۰ ۴) −۶۰

پاسخ :

چون سطح داره اصطکاک می باشد پس پایستار نبوده و از رابطه فوق استفاده می کنیم :

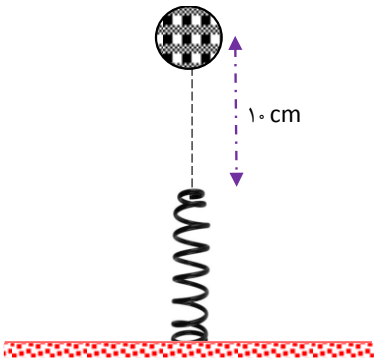
$$\Delta E = W_f \rightarrow E_۲ - E_۱ = -f_k d$$

حالا طبق داده های مسئله داریم :

$$E_C - E_A = W_{f_{ABC}} \rightarrow (K_C + U_C) - (K_A + U_A) = W_{f_{ABC}} \rightarrow$$
$$(۰ + ۰) - (۰ + mgh) = W_{f_{ABC}} \rightarrow -(۲ \times ۱۰ \times ۲) = W_{f_{ABC}} \rightarrow W_{f_{ABC}} = -۴۰\,j$$

. . . . . .

تست ۶ : گلوله ای به جرم ۹ کیلوگرم را از ارتفاع ۱۰ سانتی متری بالای فنر قائمی با ثابت فنر $۸۰۰\ \frac{N}{m}$ رها می کنیم . این گلوله بعد از برخورد با فنر ، آن را حداکثر چند سانتی متر فشرده می کند؟



۱) ۶۰ ۲) ۴۰

۳) ۳۰ ۴) ۵۰

پاسخ :

با استفاده از رابطه $E_۱ = E_۲$ داریم :

توجه :

انرژی پتانسیل در نقطه اولیه چون دارای ارتفاع از مبنا می باشد از رابطه $U = mgh$ استفاده میشود و در نقطه ثانویه چون به فنر چسپیده و آن را فشار می دهد انرژی پتانسیل فنر خواهیم داشت که از رابطهٔ $U = \frac{۱}{۲}kx^۲$ استفاده می کنیم.

ارتفاع h شامل ۱۰ سانتی متر بعلاوه مقدار فاصله ایی که فنر را فشار داده تا به حالت سکوت در آید یعنی برابر $h = ۱۰ + x$ البته اینجا بر حسب سانتی متر می باشد برای قرار دادن در فرمول باید به حالت استاندارد یعنی متر در بیاریم ، یعنی : $h = ۰/۱ + x$

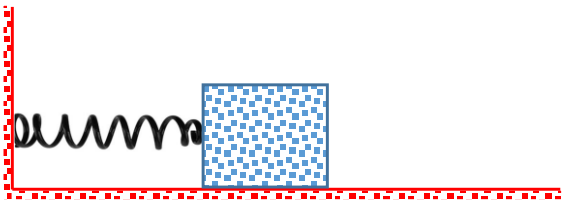
$$E_۱ = E_۲ \rightarrow K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \rightarrow ۰ + mgh = ۰ + \frac{۱}{۲}kx^۲ \rightarrow$$

$$mg(۰/۱ + x) = ۰ + \frac{۱}{۲}kx^۲ \rightarrow ۹۰ \times (۰/۱ + x) = \frac{۱}{۲} \times ۸۰۰ \times x^۲$$

$$۴۰۰x^۲ - ۹۰x - ۹ = ۰ \rightarrow x = ۰/۳\,m \quad \text{یا} \quad x = ۳۰\,cm$$

. . . . . .

تست ۷ : در شکل روبه رو وزنه ای به جرم یک کیلوگرم فنری با ثابت $\frac{N}{m}$ ۱۰۰ را به اندازه ۱۰ سانتی متر نسبت به وضع تعادل فشرده کرده است. اگر این وزنه رها شود. بعد از جدا شدن از فنر چه مسافتی را می پیماید تا متوقف شود ؟ (ضریب اصطکاک جنبسی سطح ۰/۲ است.)

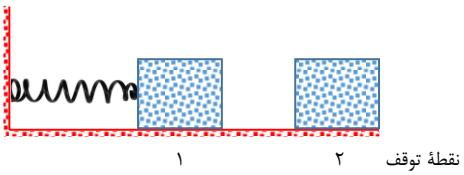


۱) 15 cm ۲) ۴۰ cm

۳) 30cm ۴) ۵۰ cm

پاسخ :

مسافتی که وزنه بعد از جدا شدن از فنر می پیماید d فرض می کنیم :



چون سطح دارای اصطکاک می باشد پس پایستار نبوده و از رابطه فوق استفاده می کنیم :

$$\Delta E = W_f \quad \rightarrow _ E_۲ - E_۱ = -f_k d$$

حالا داریم :

$$E_۲ - E_۱ = -f_k d \rightarrow \quad ۰ - \frac{۱}{۲}kx^۲ = -f_k(x+d) \rightarrow$$

$$-\frac{۱}{۲} \times ۱۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰}\right)^۲ = -۰/۲ \times ۱ \times ۱۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰} + d\right) \rightarrow d = ۰/۱۵\,m \quad \text{یا} \quad d = ۱۵cm$$

. . . . . .

توان :

برای نشان دادن کُندی یا تندی انجام کار از کمیتی به نام توان استفاده می شود. در واقع توان نشان می دهد که کار در چه مدت زمانی انجام می گرفته است.

$$\overline{P} = \frac{W}{\Delta t}$$

توجه :

W کار انجام شده برحسب ژول ، Δt مدت زمان انجام کار بر حسب ثانیه و واحد توان برابر $\frac{J}{s}$ است که وات (w) نامیده می شود.

هر اندازه کار معینی در زمان کمتری انجام شود ، توان مقدار بیشتری است.

بازده (کارآیی)

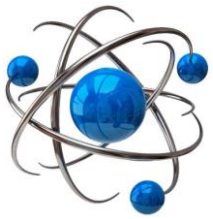
هر وسیله ای بخشی از انرژی ورودی به آن را به انرژی خروجی (مفید) تبدیل می کند و بخش دیگر به علت اصطکاک و یا حرکت دادن اجزای وسیله تلف می شود.

برای نشان دادن این که چه کسری از انرژی ورودی قابل استفاده است ، بازده برای وسیله تعریف می شود

$$R = \frac{P_E}{P_I} \times ۱۰۰$$

توجه : P_I توان ورودی (مصرفی) و P_E توان خروجی (مفید) می باشد.

. . . . . .



تست های نمونه :

تست ۱ : یک پمپ الکتریکی ، ۵۰ کیلوگرم آب را از عمق ۴۰ متری بالا آورده و با سرعت ۲۰ متربرثانیه بیرون می ریزد. اگر توان خروجی پمپ $2\ kw$ باشد ، مدت زمان لازم برای بالا آوردن آب چند ثانیه است؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۵ ۳) ۵ ۴) ۱۰

پاسخ :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh + \frac{1}{2}mv^2}{t} \rightarrow t = \frac{mgh + \frac{1}{2}mv^2}{P} = \frac{50 \times 10 \times 40 + 25 \times 400}{2 \times 10^3}$$

$$t = 15\ s$$

. . . . . .

تست ۲ : از آبشاری به ارتفاع ۸۴ متر در هر دقیقه ۱۰۰ متر مکعب آب می ریزد. اگر در پایین آبشار توربینی گذاشته شده باشد که ۶۰ درصد انرژی را به انرژی مکانیکی تبدیل کند ، توان تولید شده چند کیلو وات است؟

۱) ۱۴۰۰ ۲) ۸۴۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۷۰۰

پاسخ :

با توجه به اینکه چگالی آب یک است پس هر متر مکعب برابر ۱۰۰۰ کیلوگرم آب می باشد حالا ۱۰۰ متر مکعب برابر $۱۰^{۵}$ کیلوگرم می باشد.

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{۱۰^{۵} \times ۱۰ \times ۸۴}{۶۰} = ۱۴۰۰\,KW$$

$$\text{توان الکتریکی خروجی توربین} = \frac{۶۰}{۱۰۰} \times ۱۴۰۰ = ۸۴۰\ KW$$

. . . . . .

نویسنده . . ... مهدی حاجی نژادیان

تست های تکمیلی :

۱. کار نیروی $\vec{F} = ۳\vec{i} + ۴\vec{j}$ در تغییر مکان از نقطه $A\begin{vmatrix} ۲\ m \\ -۳\ m \end{vmatrix}$ تا نقطه $A\begin{vmatrix} ۶\ m \\ -۱\ m \end{vmatrix}$ چند ژول است؟

۱) ۷ ۲) $۱۴\sqrt{۵}$ ۳) $۱۰\sqrt{۵}$ ۴) ۲۰

. . . . . .

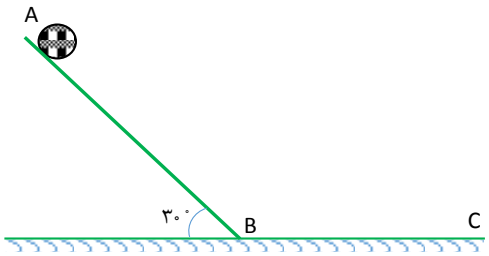
۲. ماشینی با سرعت ۱۵ متربرثانیه در حال حرکت است. یک گلولهٔ برف به جرم ۴۰۰ گرم با سرعت ۲۰ متربرثانیه به طور افقی به طرف ماشین پرتاب شده و به آن می چسبد. اتلاف انرژی آن چند ژول است؟

۱) ۱۴۰ ۲) ۷۰ ۳) ۳۵ ۴) ۱۷

. . . . . .

نویسنده . . ... مهدی حاجی نژادیان

۳. جسمی به جرم ۶ کیلوگرم ، از بالای سطح شیبدار بدون اصطکاک AB به طول ۴ متر مطابق شکل رها می شود و روی سطح افقی BC به حرکت خود ادامه می دهد . پس از طی چه مسافتی روی سطح BC بر حسب متر متوقف می شود؟

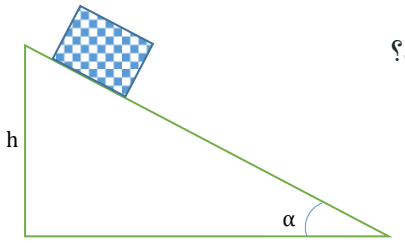


۱) ۲۰ ۲) ۱۰

۳) ۱۵ ۴) ۵

. . . . . .

۴. جسمی به جرم ۲ کیلوگرم از بالای سطح شیبدار بدون اصطکاکی شروع به حرکت می کند و با سرعت ۵ متربرثانیه به پایین سطح شیبدار می رسد. ارتفاع **h** کدام است؟



۱) ۲/۵ ۲) ۱/۲۵

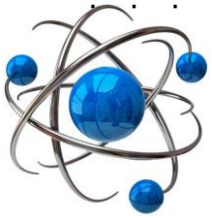
۳) ۳ ۴) ۴

. . . . . .

۵. گلوله به جرم ۱۰۰ گرم را تحت زاویه α نسبت به افق با سرعت اولیهٔ ۳۰ متربرثانیه رو به بالا پرتاب می کنیم. اگر سرعت گلوله در اوج ۱۰ متربرثانیه باشد کار برآیند نیروهای وارد بر جسم از لحظه پرتاب تا نقطه اوج چند ژول است؟

۱) ۴۰ ۲) ۴۰− ۳) ۲۰ ۴) ۲۰−

. . . . . .



۶. گلوله ای به جرم ۱۰۰ گرم در شرایط خلاء با سرعت اولیه v_0 از ارتفاع h پرتاب می شود. اگر هنگام برخورد به زمین انرژی جنبشی آن ۱۰۰ ژول بیشتر از لحظهٔ پرتاب باشد ، ارتفاع h چند متر است؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۵۰ ۳) ۱۰ ۴) ۵

. . . . . .

۷. در یک سطح افقی بدون اصطکاک فنری با ثابت $۴۰۰ \frac{N}{m}$ به دیواری متصل است. جسمی به جرم ۴ کیلوگرم با سرعت ۳ متر بر ثانیه به فنر برخورد می کند ، حداکثر فشردگی فنر چند سانتی متر است؟

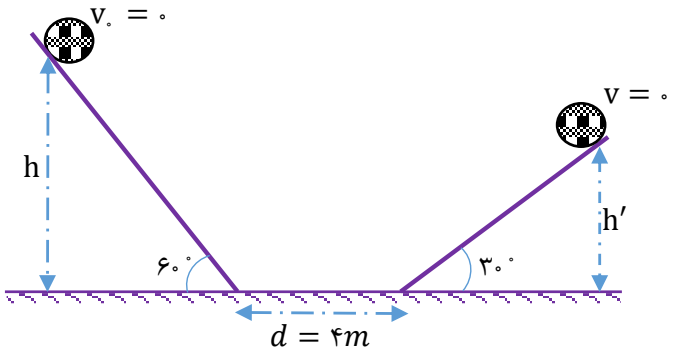
۱) ۰/۰۹ ۲) ۹

۳) ۳۰ ۴) ۰/۳

. . . . . .

۸. در شکل مقابل جسمی از ارتفاع h روی سطح شیبداری به پایین می لغزد سپس ۴ متر روی سطح افقی با ضریب اصطکاک $\mu_k = ۰/۲$ طی کرده و مجددا از سطح شیبدار دیگری بالا می رود اگر $h' = ۵cm$ باشد ، h چند سانتی متر است؟

(سطوح شیبدار بدون اصطکاک و $g = ۱۰ \frac{N}{kg}$ است.)



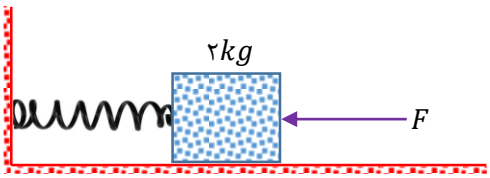
۱) ۸۵ ۲) ۱۰

۳) ۱۵ ۴) ۱۵۰

. . . . . .

۹. در شکل مقابل بر اثر اعمال نیروی F به جسم ، فنر به اندازهٔ ۳ سانتی متر فشرده شده و ساکن مانده است. هرگاه در یک لحظه نیروی F حذف شود. جسم به طرف راست لغزیده و نهایتا از فنر جدا می شود.

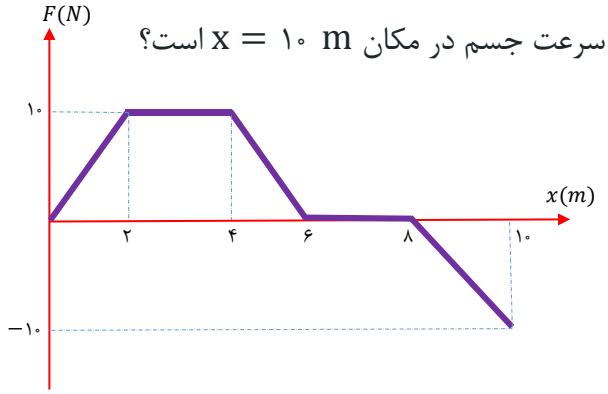
جابجایی جسم پس از جدا شدن از فنر چند سانتی متر است؟ ($\mu_k = ۰/۱۸$ ، $K = ۴۰۰ \frac{N}{m}$)



۱) ۲ ۲) ۳

۳) ۵ ۴) ۱۰

۱۰. جسمی به جرم ۲ کیلوگرم بر اثر نیروی متغیری روی یک سطح افقی بدون اصطکاک بر روی خط راست حرکت می کند . نمودار مقابل تغییرات نیرو بر حسب مکان جسم را نشان می دهد. اندازهٔ سرعت جسم در مکان $x = ۴\ m$ چند برابر اندازهٔ سرعت جسم در مکان $x = ۱۰\ m$ است؟



۱) ۳ ۲) ۲

۳) ۱ ۴) ۴

. . . . . .

پاسخ تشریحی :

۱. گزینه ۴ :

$$\vec{F} = ۳\vec{i} + ۴\vec{j} \rightarrow \vec{d} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} \rightarrow \vec{d} = ۴\vec{i} + ۲\vec{j}$$
$$W = F_x d_x + F_y d_y = (۳ \times ۴) + (۴ \times ۲) = ۲j$$

. . . . . .

۲. گزینه ۳ :

اختلاف انرژی های مکانیکی گلولهٔ برف قبل و بعد از برخورد را تعیین می کنیم تا اتلاف انرژی گلوله برف به دست آید. با توجه به اینکه گلوله افقی پرتاب شده است ، تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی آن صفر است. بعد از برخورد به ماشین سرعت گلولهٔ برف همان سرعت ماشین است :

$$\Delta E = \Delta U + \Delta K \overset{\Delta U=۰}{=\!=\!=\Rightarrow} \Delta E = \frac{۱}{۲} m(V^۲ - V_۰^۲) = \frac{۱}{۲} \times ۰/۴ (۱۵^۲ - ۲۰^۲) = -۳۵j$$

. . . . . .

۳. گزینه ۲ :

$$\sin ۳۰ = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} \rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{h}{۴} \rightarrow h = ۲m$$

طبق رابطه مستقل از زمان $v_B^{۲} - v_A^{۲} = ۲gh$ سرعت در نقطه **A** صفر بوده و می توان سرعت در نقطه **B** بدست آورد داریم :

$$v_B^{۲} - ۰ = ۲gh \rightarrow v_B = \sqrt{۲gh} \rightarrow v_B = \sqrt{۲ \times ۱۰ \times ۲} = \sqrt{۴۰}\ {}^{m}/_{s}$$

از نقطه **B** تا **C** داریم : $E_C - E_B = W_f$

$$(U_C + K_C) - (U_B + K_B) = -f_k \,.\, BC \rightarrow (۰ + ۰) - \left(۰ + \frac{۱}{۲} m v_B^{۲}\right)$$

$$= -\mu_k mg \,.\, BC$$

$$\frac{۱}{۲} v_B^{۲} = -\mu_k g \,.\, BC \rightarrow -\frac{۱}{۲} \times ۴۰ = -۰/۲ \times ۱۰ \times BC \rightarrow BC = ۱۰\,m$$

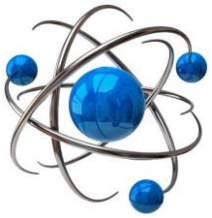
. . . . . .

۴. گزینه ۲ :

$$E_۱ = E_۲ \rightarrow K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \rightarrow ۰ + mgh = ۰ + \frac{۱}{۲} m v^{۲} \rightarrow gh = \frac{۱}{۲} v^{۲}$$

$$۱۰ \times h = \frac{۱}{۲} \times ۵^{۲} \rightarrow h = ۱/۲۵\ m$$

. . . . . .



۵. گزینه ۲ :

$W_T = K_2 - K_1 \rightarrow$ ازنقطهٔ پرتاب تا اوج $W_T = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$

$W_T = \frac{1}{2} \times 0/1 \times 10^2 - \frac{1}{2} \times 0/1 \times 30^2 = -40\,j$

. . . . . .

۶. گزینه ۱ :

مقدار $U_2 = 0$ است داریم :

$E_1 = E_2 \rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \rightarrow U_1 = K_2 - K_1 \rightarrow mgh = 100$

$0/1 \times 10h = 100 \rightarrow h = 100\,m$

. . . . . .

۷. گزینه ۳ :

$E_1 = E_2 \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 \rightarrow 4 \times 9 = 400x^2 \rightarrow x = 0/3\,m = 30\ cm$

. . . . . .

۸. گزینه ۱ :

$$mgh' - mgh = -\mu_k mg \times d \rightarrow h' - h = -\mu_k \times d$$

$$\frac{۵}{۱۰۰} - h = -۰/۲ \times ۴ \rightarrow h = ۰/۸۵\ m = ۸۵\ cm$$

. . . . . .

۹. گزینه ۱ :

پس از حذف F ، جسم به اندازه $(d + x)$ جابجا می شود که d جابجایی جسم پس از جدا شدن از فنر است . داریم :

$$E_۲ - E_۱ = W_f \rightarrow ۰ - \frac{۱}{۲}kx^۲ = -f_k(d + x) \rightarrow \frac{۱}{۲}kx^۲ = f_k(d + x)$$

$$\frac{۱}{۲}kx^۲ = \mu_k mg(d + x) \overset{x=۰/۰۳}{\Rightarrow} ۲۰۰ \times (۰/۰۳)^۲ = ۰/۱۸ \times ۲ \times ۱۰(d + ۰/۰۳)$$

$$d = ۰/۰۲\ m = ۲\ cm$$

. . . . . .

۱۰. گزینه ۳ :

مساحت سطح زیر نمودار (نیرو - مکان) برابر کار است.

از مکان $x = ۴m$ تا $x = ۱۰\,m$ مساحت برابر :

$$S = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۲ + \frac{۱}{۲} \times (-۱۰) \times ۲ = ۱۰ - ۱۰ = ۰ \quad \rightarrow \quad W = ۰$$

$$W_T = K_۲ - K_۱ \quad \rightarrow \quad ۰ = K_۲ - K_۱ \quad \rightarrow \quad K_۲ = K_۱$$

با برابری $K_۲ = K_۱$ می توان نتیجه گرفت که سرعت جسم تغییر نکرده است و نسبت آن ها برابر ۱ است.

. . . . . .