بسمه تعالی

جزوه کنکوری فیزیک دوازدهم

فصل اول

(حرکت شناسی تا ابتدای سقوط آزاد)

از سری جزوات کنکوری مهندس شکیبا

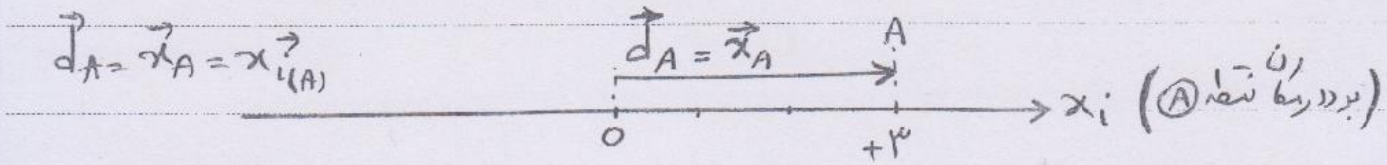
حرکت شناسی: در این بحث حرکت از نظر چگونگی تغییر بردارهای مکان، سرعت، شتاب برحسب زمان مورد بررسی قرار می‌گیرد ولی درباره‌ی علت حرکت که نیروست بحثی نمی‌شود.

حرکت: هرگاه مختصات جسمی نسبت به یک مبدأ با گذشت زمان تغییر کند می‌گوییم آن جسم حرکت کرده است و حرکت یک امر نسبی است.

ذره: هر جسمی که ابعاد آن در برابر فاصله‌های موجود در مسئله قابل چشم‌پوشی باشد ذره نامیده می‌شود.

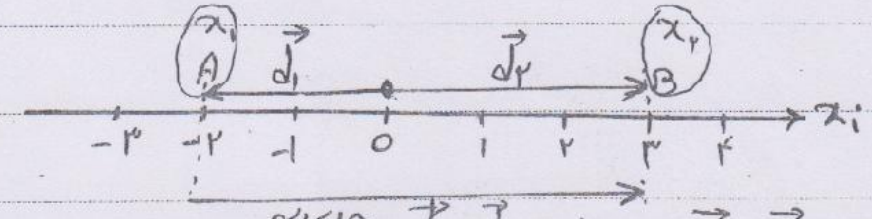
مسافت پیموده شده (مسافت): طول مسیری را که متحرک طی می‌کند تا به مقصد برسد را مسافت پیموده شده می‌گوییم و با (l) نمایش می‌دهیم – لازم به ذکر است یکای واحد آن متر (m) و کمیتی عددی، اسکالر یا نرده‌ای است.

بردار مکان: برداری است که ابتدای آن مبدأ مختصات و انتهای آن مکان جسم است.



بردار جابجایی: هرگاه ذره در لحظه‌ی t_1 در نقطه‌ی A دارای مکان x_1 (بردار مکان $\vec{d}_1$) و در لحظه‌ی t_2 در نقطه‌ی B دارای مکان x_2 (بردار مکان $\vec{d}_2$) باشد، جابجایی ذره بین این دو لحظه برداری است که از A به B رسم می‌شود، بنابراین:

$$\text{جابجایی} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1 = x_2\vec{i} - x_1\vec{i} = \Delta x\vec{i}$$



$$\text{جابجایی} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1 = \Delta x_i = \vec{x}_B - \vec{x}_A = x_2\vec{i} - x_1\vec{i}$$

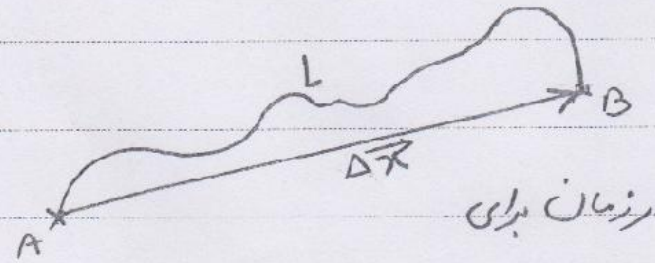
تذکر: بردار جابجایی همانطور که از اسمش پیداست یک کمیت برداری است و از قواعد کمیت برداری پیروی می‌کند یعنی علاوه بر بزرگی و مقدار دارای جهت و راستا نیز می‌باشد.

توجه: اگر جسمی بعد از چند جابجایی مجدداً به محل اولیه بازگردد جابجایی کل او صفر است.

نکته: مسافت طی شده (L) برابر است با کل طول مسیری که متحرک از روی آن عبور می‌کند بنابراین این مقدار (کمیت عددی) از اندازه یا بزرگی جابجایی (کمیت برداری) همواره بیشتر یا حداقل مساوی است.

$$L \geq \Delta x$$

لازم به ذکر است وقتی اندازه جابجایی با مسافت برابر می‌شود که متحرک بروی خط راست و در یک جهت و بدون دور زدن حرکت کند.



تندی متوسط: نسبت مسافت پیموده به گذر زمان برای این مسافت را تندی متوسط می‌گویند که کمیتی نرده‌ای (عددی) است که واحد آن (m/s) است.

$$\bar{S} = S_{av} = \frac{L}{\Delta t} \quad (m/s)$$

سرعت متوسط: جابجایی انجام شده در واحد زمان را سرعت متوسط می‌نامیم که کمیتی برداری است و واحد آن نیز (m/s) است.

$$\vec{\bar{V}} = \vec{V}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} i = \frac{x_2 \vec{i} - x_1 \vec{i}}{\Delta t} \quad (m/s)$$

تذکر: بردار سرعت متوسط ذره، بین دو نقطه هیچ گونه اطلاعاتی درباره‌ی چگونگی حرکت ذره در فاصله‌ی بین آن دو نقطه به ما نمی‌دهد.

نکته: بردار $\vec{V}_{av}$ (سرعت متوسط) همواره در جهت بردار مکان $\vec{d}$ ($\vec{\Delta x}$) است.

تذکر: از این به بعد چون فقط با محور x ها در حرکت شناسی کار داریم به جای $\vec{d}$ از $\vec{\Delta x}$ استفاده می‌کنیم

یادآوری: تبدیل واحد (متر بر ثانیه) m/s $\xrightarrow{\times 3/6}$ $\frac{Km}{h}$ (کیلومتر بر ساعت) $\xrightarrow{\div 3/6}$

مثال ①: پرنده‌ای از لانه خودش ابتدا ۸۰ متر رو به شمال و به مدت ۱۰ ثانیه حرکت می‌کند، سپس به مدت ۵ ثانیه ۶۰ متر به سمت شرق و در آخر ۱۰۰ متر به مدت ۱۰ ثانیه قائم رو به بالا می‌رود.

مطلوبست تعیین: چون پرنده ۲۰ بعد حرکت کرده از مکعب استفاده می‌کنیم تا حرکت را تحلیل کنیم.

الف) مسافت کل طی شده: به سمت داخل را شمال فرض کنیم

ب) جابجایی کل طی شده: اول بین ۶۰ و ۸۰ جابجایی رو رسم می‌کنیم $\sqrt{60^2+80^2}=100$

ج) تندی متوسط در کل مسیر: بعد بین ۱۰۰ و ۱۰۰ جابجایی رو رسم می‌کنیم $\Delta x = 100\sqrt{2}$

د) سرعت متوسط در کل مسیر: $S_{av}=\frac{L}{\Delta t}=\frac{240}{25}=9.6\ m/s$

$L=80+60+100=240$

$V_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{100\sqrt{2}}{25}=4\sqrt{2}\ m/s$

$\Delta x = 100\sqrt{2}$

مثال ②: اگر در لحظه‌ی $t_1=8/5$ ثانیه متحرک در نقطه‌ی A و در لحظه‌ی $t_2=12$ ثانیه در نقطه B باشد، سرعت متوسط در کل حرکت چقدر است:

$V_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_B-x_A}{12-8/5}=\frac{-4-3}{3/5}=\frac{-7}{3/5}=-2\ m/s$

متحرک در خلاف جهت محور x حرکت کرده.

توجه: در سوی (سمت) حرکت ذره را نخواهند به علامت (V) توجه کنید اگر علامت (V) منفی باشد متحرک در خلاف جهت محور x ها در حال حرکت است و اگر علامت (V) مثبت باشد متحرک در جهت محور حرکت کرده است.

مثال ③: دوچرخه سواری از یک نقطه‌ی محیط دایره (میدانی) شروع به حرکت می‌کند بعد از طی ربع میدان مقدار تندی متوسط او چند برابر بزرگی سرعت متوسطش می‌باشد.

مسافت $=L=\frac{1}{4}\times$ محیط دایره $=\frac{1}{4}\times 2\pi R=\frac{\pi R}{2}$

$\Delta x = R\sqrt{2}$

$\frac{S_{av}}{|V_{av}|}=\frac{\frac{L}{\Delta t}}{\frac{\Delta x}{\Delta t}}=\frac{L}{\Delta x}=\frac{\frac{\pi R}{2}}{R\sqrt{2}}$

$\frac{\frac{\pi}{2}}{\sqrt{2}}=\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}\pi}{4}$

مبدا مکان: نقطه ای است اختیاری که در هر لحظه فاصله ی متحرک از آن سنجیده می شود.
معمولاً مبدا مختصات به عنوان مبدا مکان انتخاب می شود.

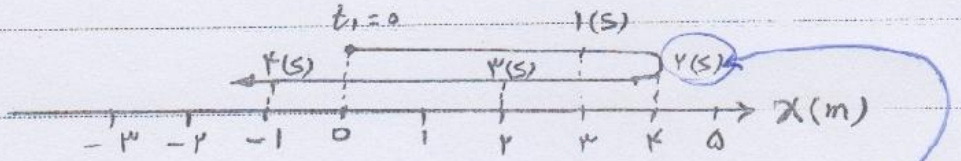
مبدا حرکت و مبدا زمان: مکان متحرک در مبدا زمان را مبدا حرکت یا مکان اولیه نامیده می شود، لازم به ذکر است که مبدا زمان نیز لحظه صفر است ($t=0$) بنابراین مکان اولیه را با (x_0) نشان می دهند

مثال ④: فرض کنید دو متحرک در مدت زمان Δt ④ثانیه فاصله مکان آغازین تا پایانی را طی می کنند جدول را کامل کنید.

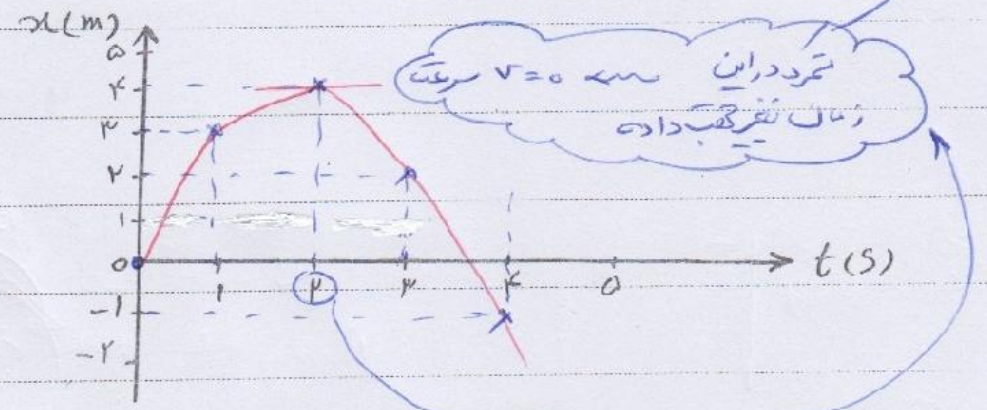
	مکان آغازی (x_0)	مکان پایانی (x)	بردار جابجایی (Δx)	مرعت متوسط (v_{av})	جهت حرکت
متحرک A	$-2m$	$6,4\,m$	$6,4-(-2)=+8,4$	$\frac{+8,4}{4}=+2,1$	هم جهت
متحرک B	$x_0=+3,1$ $-5,4=-2,5-x_0$	$-2,5\,m$	$-5,4\,m$	$\frac{-5,4}{4}=-1,4$	خلاف جهت

تبدیل نموداری مکان حرکت به نمودار مکان زمان: برای توصیف حرکت یک جسم می توان از نمودار مکان زمان که مکان جسم را در هر لحظه نشان می دهد استفاده کرد. برای رسم این نمودار زمان را روی محور افقی و مکان را روی محور قائم در نظر می گیریم.

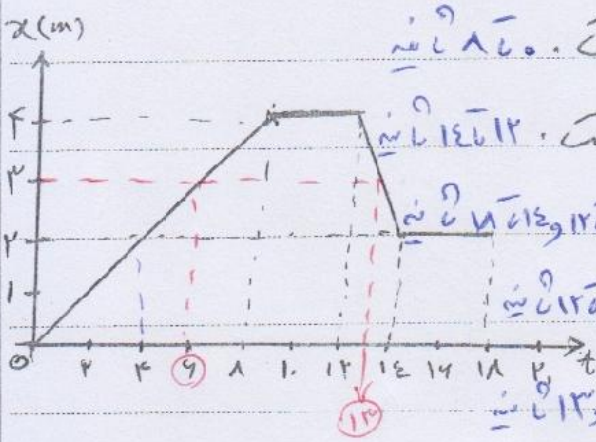
مثال ⑤: حرکت ذره در شکل زیر در بازه های مختلف نشان داده شده است نمودار مکان زمان آن را رسم کنید.



نمودار $x-t$



مثال ⑥ شکل زیر نمودار مکان زمان حرکت یک ذره است که در راستای محور x حرکت کرده است



الف) در کدام بازه‌ی زمانی متحرک در جهت محور x حرکت کرده است ۰ تا ۸ ثانیه

ب) در کدام بازه زمانی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت کرده است ۱۲ تا ۱۴ ثانیه

پ) در کدام بازه زمانی ساکن مانده است ۸ تا ۱۲ و ۱۴ تا ۱۸ ثانیه

ت) در کدام بازه زمانی فاصله متحرک از مبدأ همواره صعودی است ۰ تا ۱۲ ثانیه

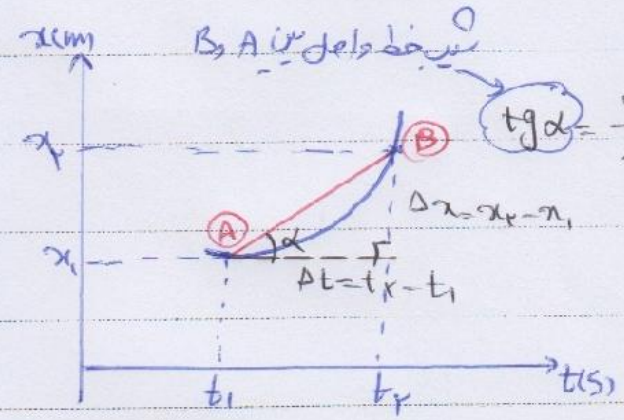
ث) در کدام لحظه فاصله متحرک از مبدأ ۳ متر است ۶ و ۱۳ ثانیه

ج) جابجایی و سرعت متوسط از ۴ تا ۸ ثانیه چقدر است ۰

$$\underset{۴-۸}{\Delta x} = x_۱ - x_۲ = ۴ - ۲ = ۲$$

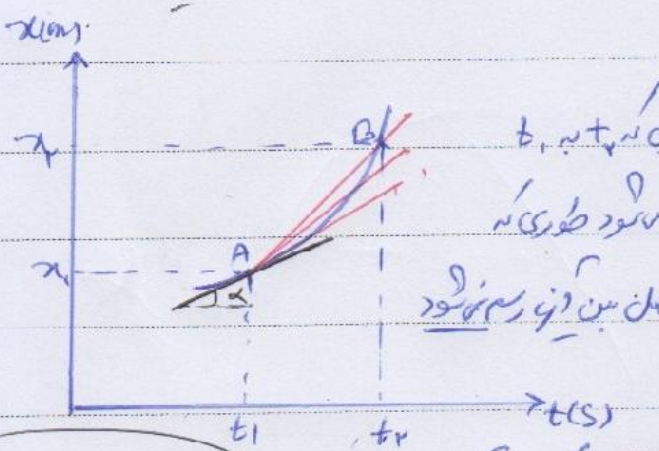
$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲}{۸-۴} = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}\ m/s$$

سوال ① چگونه با استفاده از نمودار مکان زمان می‌توان سرعت متوسط بین دو لحظه‌ی $t_۱$ و $t_۲$ را بدست آورد.



نتیجه: شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار x-t برابر سرعت متوسط بین آن دو نقطه است.

② چگونه با استفاده از نمودار مکان زمان می‌توان سرعت لحظه‌ای را در لحظه‌ی $t_۱$ تعیین کرد.



هرچه در نمودار x-t نقطه B از حرکت دهم به طوری که $t_۲$ به $t_۱$ نزدیک و نزدیک‌تر شود آنگاه نقطه B به A نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود طوری که دو نقطه B و A آنقدر به هم نزدیک می‌شوند که دیگر شیب خط واصل بین آن‌ها رسم نمی‌شود

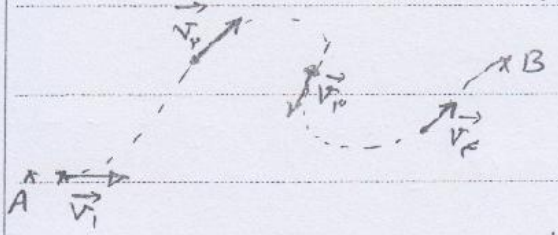
نتیجه: و همانطور شیب خط مماس بر نمودار x-t

در این لحظه یعنی $t_۱$ مقدار سرعت لحظه‌ای و تندی متحرک در آن لحظه است.

$tg\alpha = V_{\text{لحظه‌ای}}$

تعریف: سرعتی که متحرک در هر نقطه از مسیر یا در هر لحظه از حرکت دارا می‌باشد سرعت لحظه‌ای است.

توجه: بردار سرعت همواره مماس بر مسیر حرکت است.



مطالعه آزاد: به درد نمی‌خوره!!!

مشتق بردار مکان نسبت به زمان را سرعت لحظه‌ای می‌گویند.

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

و حفظ از فرمول‌های بردار برد مشتق در فیزیک حرکت:

* $x = c \longrightarrow \frac{dx}{dt} = 0$
* $x = t \longrightarrow \frac{dx}{dt} = 1$
* $x = t^n \longrightarrow \frac{dx}{dt} = n t^{n-1}$
* $x = at^n \longrightarrow \frac{dx}{dt} = na t^{n-1}$
* $x = \sin t \longrightarrow \frac{dx}{dt} = \cos t$
* $x = \cos t \longrightarrow \frac{dx}{dt} = -\sin t$
* $v = at^n \longrightarrow \frac{dv}{dt} = nat^{n-1}$
* $x = u \pm v \longrightarrow \frac{dx}{dt} = u' \pm v'$
* $x = u/v \longrightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{u'v - v'u}{v^2}$
* $x = u \cdot v \longrightarrow \frac{dx}{dt} = u'v + v'u$
* $x = A \sin \omega t \longrightarrow \frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t$
* $x = A \cos \omega t \longrightarrow \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin \omega t$
* $v = -A\omega \sin \omega t \longrightarrow \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \cos \omega t$

پایان مطالعه آزاد

شتاب متوسط: تغییرات سرعت نسبت به زمان را شتاب متوسط می‌گوییم و با $\vec{a}_{av}$ یا $\vec{a}$ نشان می‌دهند و کمیتی است برداری و یکای واحد آن m/s^2 (متر بر مجذور ثانیه) است.

تغییرات سرعت $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$

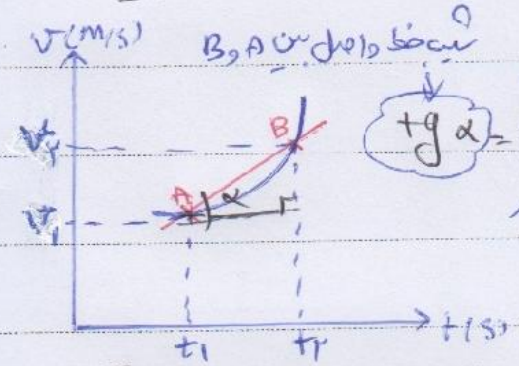
$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (m/s^2)$$

نکته: چون Δt کمیت نرده‌ای و مثبت است پس همواره شتاب متوسط با تغییرات بردار سرعت هم جهت است.

مثال ⑦ خودرویی از حال سکون ($V_0=0$) در امتداد محور x شروع به حرکت می‌کند. پس از 1 ثانیه (Δt) سرعت خود را به $72\ km/h = 20\ m/s$ می‌رساند. شتاب متوسط خودرو را در این بازه زمانی بدست آورید.

$$a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V - V_0}{1} = \frac{20 - 0}{1} = 20\ m/s^2$$

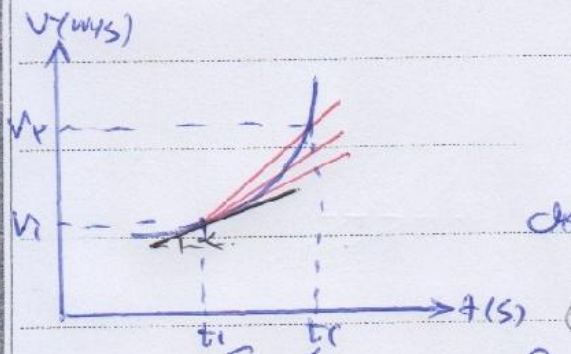
سوال ①: چگونه با استفاده از نمودار سرعت – زمان می‌توان شتاب متوسط را بین دو لحظه‌ی t_1 و t_2 بدست آورد.



شیب خط واصل بین دو نقطه (مقابل) $= \tan\alpha = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = a_{av}$ (مجاور)

نتیجه: شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار V-t معرف شتاب متوسط بین آن دو نقطه است.

② چگونه با استفاده از نمودار سرعت زمان می‌توان شتاب لحظه‌ای لحظه‌ی t_1 را بدست آورد.



هرچه در نمودار V-t نقطه B را حرکت دهیم به طوری که t_2 به t_1 نزدیک و نزدیک‌تر گردد آنگاه B به A نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود طوری که دو نقطه A و B آنقدر به هم نزدیک می‌شوند که دیگر خط واصل بین آنها رسم نمی‌شود چه می‌شود: $\tan\alpha = a_{لحظه‌ای}$

نتیجه: شیب خط مماس بر نمودار V-t در این لحظه یعنی t_1 معرف شتاب لحظه‌ای حرکت در آن لحظه است.

نوع حرکت: حرکت در یک چارچوب کلی به حالات زیر تقسیم می‌شود که به تفصیل بیان خواهد شد.

حرکت
- یکنواخت ← سرعت ثابت است ← شتاب نداریم (کامل بررسی می‌شود)
- غیر یکنواخت
  - شتاب ثابت (کامل بررسی می‌شود)
  - شتاب متغیر (به مفاهیم اصلی اشاره می‌شود)

حرکت یکنواخت (با سرعت ثابت): در این حرکت متحرک بروی خط راست با سرعت ثابت حرکت می‌کند. به بیان دیگر اندازه و جهت بردار سرعت ثابت است. بدین ترتیب می‌توان تعریف‌های زیر را برای آن بیان کرد.

۱- حرکتی است با سرعت ثابت بروی خط راست.

۲- حرکتی است که در آن متحرک در بازه‌های زمانی مساوی، مسافت‌های مساوی طی می‌کند.

۳- حرکتی است که در آن سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط برابر است. $V_{av} = V$

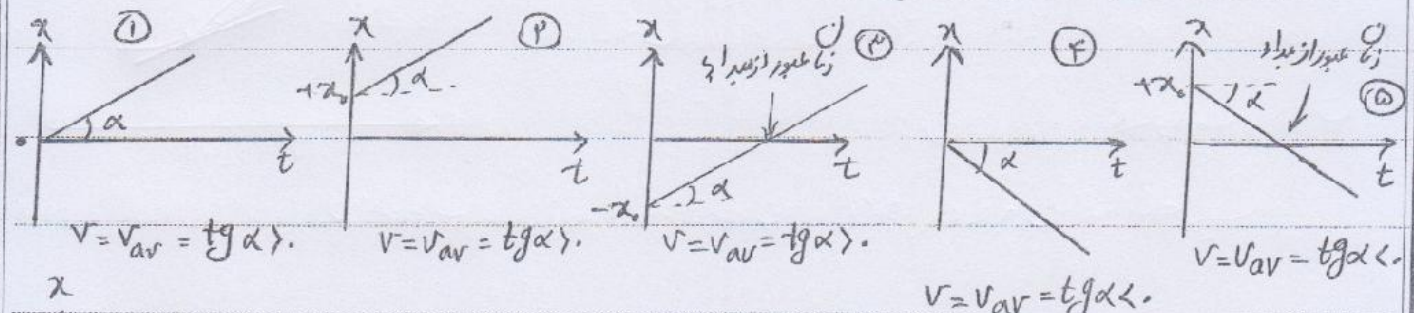
تشکیل معادله حرکت یکنواخت:

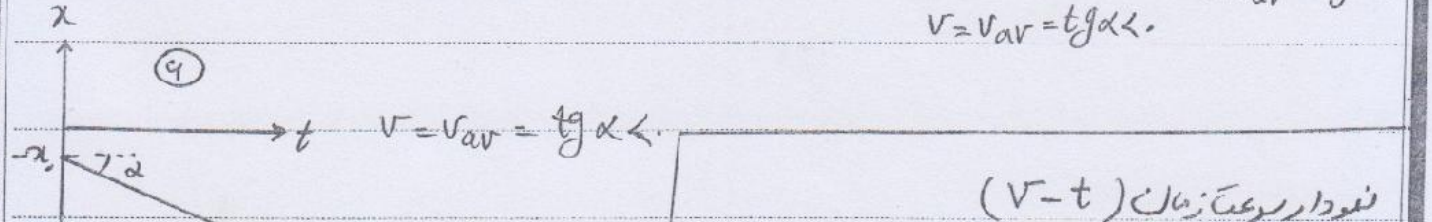
$$V_{av} = V = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} \xrightarrow{t_0 = 0} V = \frac{x - x_0}{t}$$

$$x = vt + x_0$$

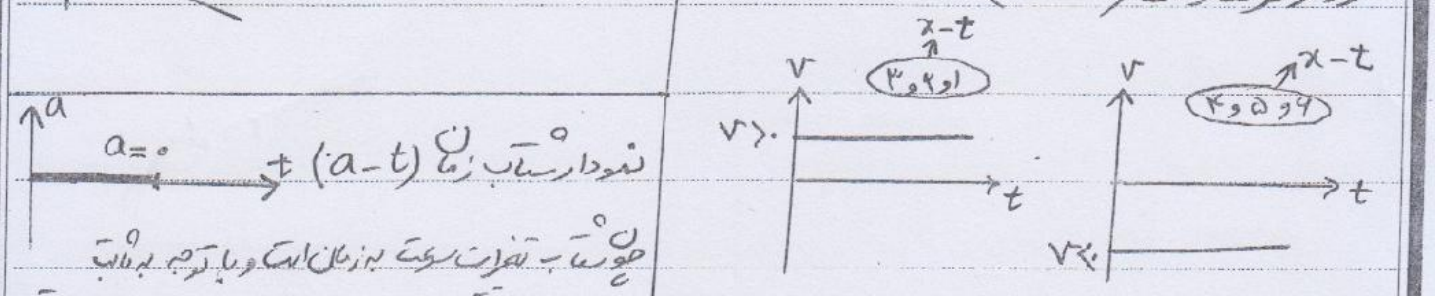
- x: فاصله از مبدا در لحظه‌ای t (m)
- x_0: فاصله در لحظه $t = 0$ (m) یا مکان اولیه
- v: سرعت ثابت حرکت $(\frac{m}{s})$
- t: زمان حرکت (s)

نمودارهای مکان زمان حرکت یکنواخت:





نمودار سرعت زمان ($V-t$)

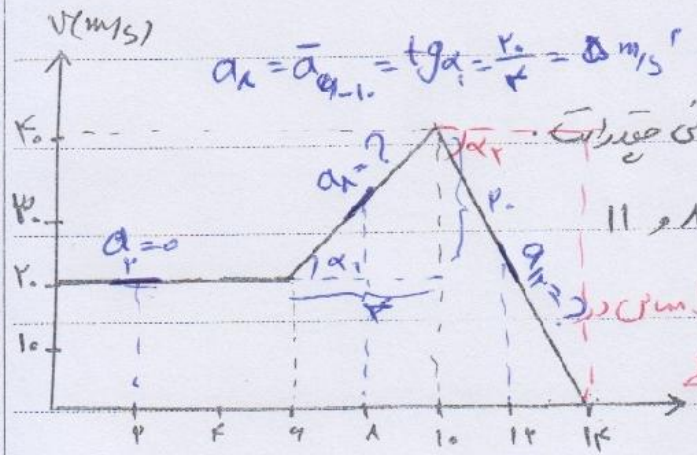


نمودار شتاب زمان ($a-t$)

چون شتاب تغییرات سرعت بر زمان است و با توجه به ثابت بودن سرعت، پس تغییرات سرعت صفر و در نتیجه شتاب صفر است

$a_{۱۲} = \bar{a}_{۱۰-۱۴} = tg\alpha_۲ = \frac{-۲۰}{۲} = -۱۰$ ✓ $a_{۱۲} = -۱۰ \ m/s^۲$ شیب منفی است

مثال ۸ نمودار سرعت زمان متحرکی در راستای محور x در حال حرکت است مطابق شکل زیر است



در بازه‌ی زمانی ۰ تا ۱۴ ثانیه:

$a_۸ = \bar{a}_{۶-۱۰} = tg\alpha_۱ = \frac{۲۰}{۴} = ۵ \ m/s^۲$

الف) شتاب متوسط خودرو در این بازه‌ی زمانی چقدر است؟

ب) شتاب خودرو در هریک از لحظات ۲ و ۸ و ۱۱ ثانیه چند است؟

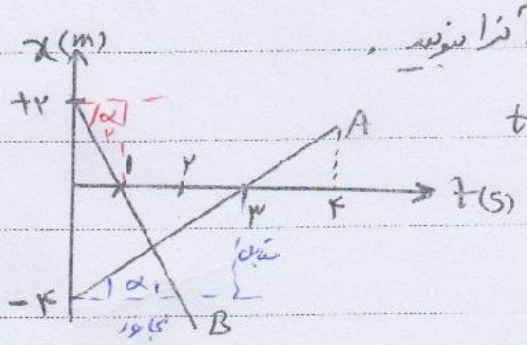
می‌دانیم در نمودار v-t شیب خط مماس در لحظه‌ی t موقع شتاب لحظه‌ای است و چون شیب خطوط در لحظات موردی شده ثابت است بنابراین هر بازه زمانی و هر لحظه را در نظر بگیریم شیب خط مماس ثابت است

$V_۰ = ۲۰$, $V_{۱۴} = ۰$

$\rightarrow a_{av_{۰-۱۴}} = \frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{V_{۱۴} - V_۰}{۱۴ - ۰} = \frac{۰ - ۲۰}{۱۴} = \frac{-۱۰}{۷} \ m/s^۲$ (الف)

مثال ۹ شکل زیر نمودار مکان زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که در راستای محور x حرکت کرده‌اند، سرعت هر متحرک را بدست آورده و معادله مکان زمان آنرا بنویسید.

تعیین کنید وقتی متحرک A در لحظه $t=۲$ و متحرک B در لحظه $t=۲$ در چه مکانی واقع شده‌اند.



(A) $\rightarrow x_{۰A} = -۴$, $tg\alpha_۱ = \frac{۴}{۳} \ m/s$ (V_A) دقت: شیب مثبت است

$x = Vt + x_۰ \rightarrow x = \frac{۴}{۳}t + (-۴) \Rightarrow x = \frac{۴}{۳}t - ۴$

(B) $\rightarrow x_{۰B} = +۲$, $tg\alpha_۲ = \frac{۲}{۱} \Rightarrow V_B = -۲$ دقت: شیب منفی است

$x = Vt + x_۰ \rightarrow x = -۲t + ۲$

(A) $\rightarrow t = ۴ \rightarrow x = \frac{۴}{۳} \times ۴ - ۴ = \frac{۱۶}{۳} - ۴ = \frac{۴}{۳}$

(B) $\rightarrow t = ۲ \rightarrow x = -۲ \times ۲ + ۲ = -۲$

حرکت شتابدار با شتاب ثابت: هرگاه اندازه تغییرات سرعت ثابت باشد حرکت را شتاب ثابت می‌نامند.

شتاب لحظه‌ای ← منظور از شتاب لحظه‌ای شتابی است که متحرک در لحظه یا هر نقطه از مسیر حرکت دارد.

مطالعه‌ی آزاد:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \rightarrow a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

شتاب لحظه‌ای مشتق سرعت نسبت به زمان است.

بنابراین مشتق مرتبه دوم مکان نسبت به زمان هم برابر شتاب است.

پایان مطالعه آزاد

نکته: در حرکت شتابدار با شتاب ثابت شتاب لحظه‌ای و شتاب متوسط متحرک در هر بازه‌ی زمانی دلخواه یکسان است و سرعت متحرک بطور یکنواخت تغییر می‌کند.

توجه: هنگامی که اندازه‌ی سرعت متحرک زیاد می‌شود نوع حرکت شتابدار را تندشونده و هرگاه اندازه سرعت کاهش یابد حرکت شتابدار را کندشونده می‌نامند.

تذکر: روشی سریع برای تعیین تندشونده و کندشونده بودن حرکت توجه به علامت‌های سرعت و شتاب است که اگر هم علامت باشند نوع حرکت تند و در غیر اینصورت کند است.

کندشونده ← $a \cdot v < 0$

$a > 0 \quad v < 0$

یا

$a < 0 \quad v > 0$

تندشونده ← $a \cdot v > 0$

$a > 0 \quad v > 0$

یا

$a < 0 \quad v < 0$

نکته: اگر بردارهای سرعت و شتاب متحرکی در خلاف جهت یکدیگر باشند ابتدا حرکت کندشونده است تا در یک لحظه سرعت متحرک صفر شده و جهت حرکت تغییر کند و متحرک روی همان مسیر قبلی به صورت تندشونده برگردد.

تذکر: هرگاه بخواهیم تعداد دفعات تغییر جهت حرکت را بدست آوریم معادله سرعت را مساوی صفر قرار می‌دهیم و به تعداد ریشه‌های مثبت تغییر جهت انجام شده است.

$v(t) = 0$ ← تغییر جهت

توجه: چنانچه معادله دارای ریشه مضاعف باشد تغییر جهت نمی‌دهد.

نکته مهم: در معادلات مکان زمان اگر بالاترین درجه t برابر (۱) باشد حرکت یکنواخت است، اگر درجه ۲ باشد حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت و اگر درجه ۲ به بالا باشد شتاب‌دار با شتاب متغیر.

$x = f(t)$

- درجه ۱ (t) ← یکنواخت ← $x = vt + x_0$
- درجه ۲ (t^2) ← شتاب ثابت ← $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ (بررسی می‌شود)
- درجه ۲ به بالا (t^n) ← شتاب متغیر ← معادله آن بررسی نمی‌شود

بررسی معادلات حرکت با شتاب ثابت:

شتاب ثابت ← شتاب متوسط = شتاب لحظه‌ای ← $a_{av} = a$

① معادله سرعت ـ زمان

حالا ← $a_{av} = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{v - v_0}{t - t_0} \rightarrow \boxed{v = at + v_0}$

② سرعت متوسط

$\boxed{v_{av} = \frac{v + v_0}{2}}$ در ضمن $\boxed{v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$ نیز به صورت مخصوص با جهت است

③ از ترکیب دو معادله بالا در شماره ②

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v + v_0}{2}$$

حالا $\xrightarrow{\text{به جای } (v)}$ $v = at + v_0$

$$\frac{\Delta x}{t\,\Delta t} = \frac{at + v_0 + v_0}{2}$$

$$2\Delta x = at^2 + v_0t + v_0t$$

$$2\Delta x = at^2 + 2v_0t$$

$$\rightarrow \Delta x = \frac{at^2 + 2v_0t}{2} \rightarrow \boxed{\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t}$$

مکان جابجایی در حرکت شتاب ثابت

معادله مکان ـ زمان در حرکت شتاب ثابت

می‌دانیم $\Delta x = x - x_0$ ←

$$\boxed{x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0}$$

$x = vt + x_0 \rightarrow x = \left(\frac{v+v_0}{2}\right)t + x_0 \rightarrow \boxed{\Delta x = \left(\frac{v+v_0}{2}\right)\Delta t}$ ④ مستقل از شتاب

$x = \left(\frac{v+v_0}{2}\right)\left(\frac{v-v_0}{a}\right) + x_0$

$\boxed{v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x}$ ⑤ معادله سرعت جابجایی یا مستقل از زمان

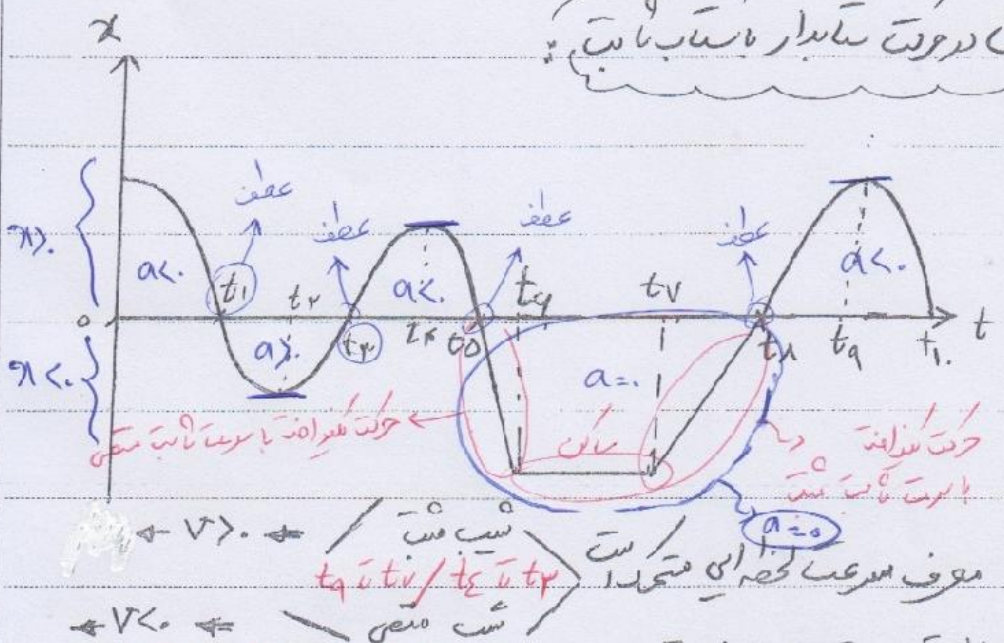
معادلات حرکت شتاب ثابت در یک راه

① $v = at + v_0$ ② $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$ ③ $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

④ $\Delta x = \left(\frac{v+v_0}{2}\right)\Delta t$ ⑤ $v_{av} = \frac{v+v_0}{2}$

تحلیل نمودار مکان – زمان در حرکت شتابدار با شتاب ثابت



v>0 ⇐ شیب مثبت ⇐ t_4 تا t_5 / t_6 تا t_7

v<0 ⇐ شیب منفی ⇐ t_0 تا t_2 / t_4 تا t_6 / t_8 تا t_{10}

۱- خط مماس بر منحنی x-t موقع سرعت لحظه‌ای متحد است

۲- لحظاتی که شیب خط مماس صفر است سرعت برابر صفر است ← t_1 و t_3 و t_5 و t_7 و t_9

۳- نقاط اکستریم (Max و Min) نمودار x-t موقع تغییر جهت سرعت است ← t_2 و t_4 و t_6 و t_8

۴- جهت تقعر منحنی موقع شتاب در نمودار x-t است ← $a>0$ و $a<0$ ← روی نمودار بررسی شود

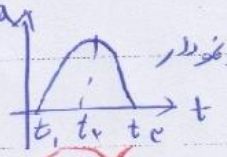
۵- نقاط عطف در نمودار x-t موقع لحظات تغییر شتاب است ← روی نمودار بررسی شود

توجه: نقاط Min و Max همان قسمت مرحله اول مکان زمان و نقطه عطف منتهی مرحله دوم است

۶- نقاط برخورد نمودار با محور t لحظاتی است که متحرک از مبدا مکان عبور می‌کند ← t_1, t_2, t_3, t_4, t_5

۷- نقاط بالای محور t دارای مکان مثبت ($x>0$) و پایین محور t دارای مکان منفی ($x<0$) هستند ← روی محور

یادداشت: همانطور که دایم حاصلضرب $a_{(v)}$ نوع حرکت (تند شونده و کند شونده) بودن حرکت را در حرکت شتاب با شتاب نشان می‌دهد. مثلاً در نمودار

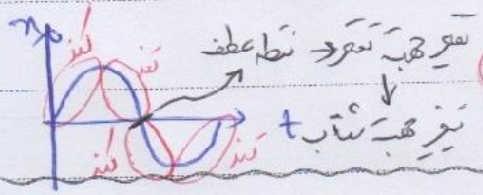


$a<0$ ، $v<0$ ← هم جهت نیستند ← شیب خط منفی ← از لحظه t_1 تا t_2

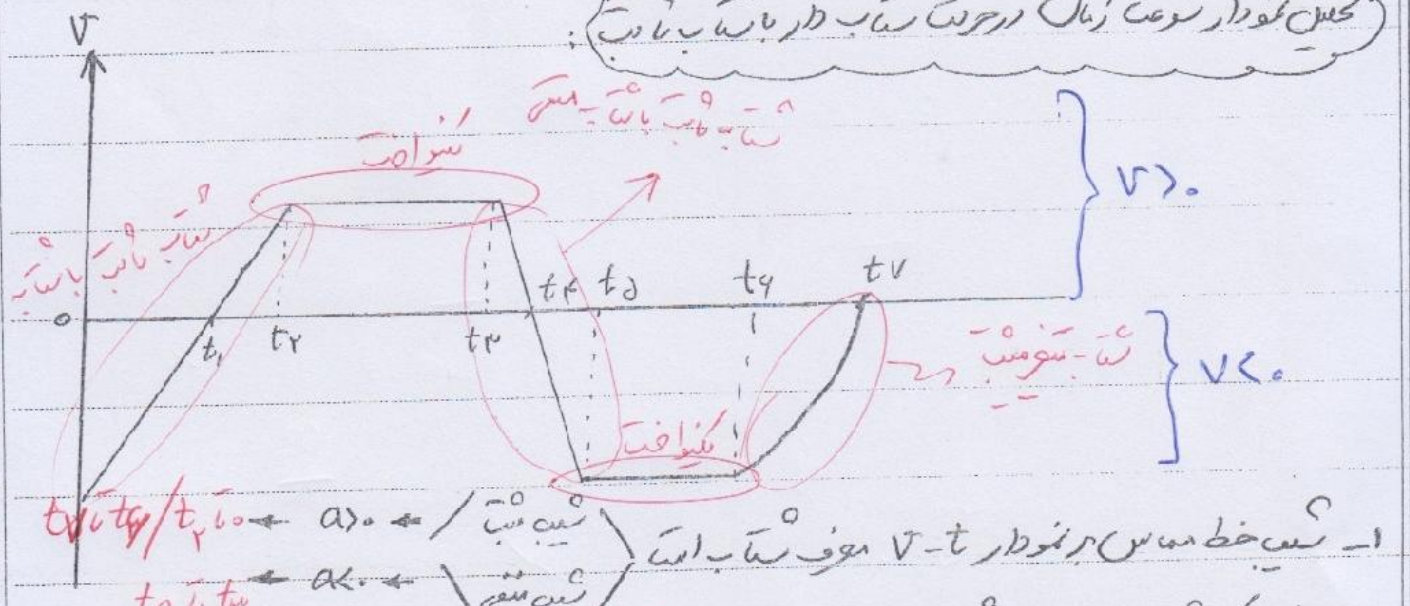
$a<0$ ، $v>0$ ← مخالف جهت ← از لحظه t_2 تا t_3

نکته: اگر بر سمت حرکت یا بر سمت دره ← تند شونده

اگر از حرکت بالایی یا پایین یا از دره بری بالا ← کند شونده



تحلیل نمودار سرعت زمان در حرکت شتاب دار با شتاب ثابت:



۱- شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ معرف شتاب است ← شیب مثبت ← $a>0$ ← t_2 تا t_3 / t_6 تا t_7

شیب منفی ← $a<0$ ← t_5 تا t_6

۲- لحظاتی که شیب خط صفر است شتاب نیز صفر است ← t_4 تا t_5 / t_1 تا t_2

۳- نقاط اکستریم نمودار $v-t$ معرف لحظات تغییر شتاب است ← t_4 یا t_5 / t_1 یا t_2

۴- نقاط بالای محور t دارای سرعت مثبت و پایین محور t سرعت منفی دارند ← روی محور نشان داده شده

۵- سطح محصور بین نمودار و محور t معرف جابجایی است یعنی: $S = |\Delta x|$

دقت شود: برای حساب کردن سطح محصور علامت + و − رعایت نشود و در صورتی که قدر مطلق سطح محصور بررسی شود عدد بدست آمده برابر با مسافت پیموده شده است. $|S| = L$

۶- وقتی به محور t نزدیک می‌شویم حرکت کند شونده و وقتی از آن دور می‌شویم حرکت تند شونده است. مثال: t_1 تا t_2 کند شونده، t_2 تا t_3 تند شونده

۷- در نمودار x-t سه نوع نمودار داریم: یکنواخت

الف: خط صاف با شیب صفر ——— ⟸ حرکت یکنواخت.

ب: خط صاف با شیب ثابت / یا \ ⟸ حرکت شتابدار با شتاب ثابت

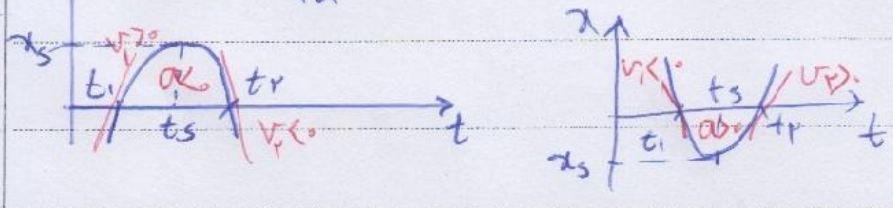
ج: منحنی ∪ یا ∩ و یا ... ⟸ حرکت شتابدار با شتاب متغیر.

۸- لحظاتی که نمودار به محور t برخورد می‌کند سرعت تحرک صفر شده و به شرط ادامه حرکت جهت حرکت تغییر می‌کند

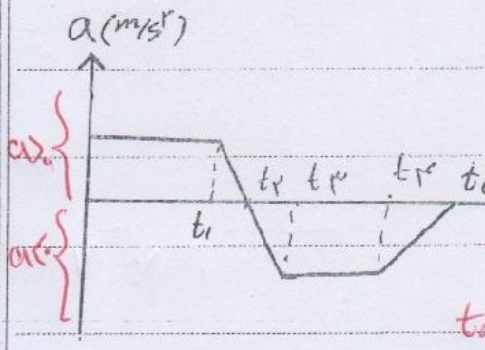
یادآوری: در نمودار x-t

$$t_s = \left|\frac{v_0}{a}\right| \qquad x_s = \frac{v_0^2}{2a} + x_0$$

$$t_1 + t_2 = \left|\frac{2v_0}{a}\right| \qquad t_1 \times t_2 = \left|\frac{2x_0}{a}\right|$$



تحلیل نمودار شتاب-زمان در حرکت شتابدار با شتاب ثابت:



۱- نقاط بالای محور t شتاب مثبت و نقاط پائین محور دارای شتاب منفی هستند ⟸ روی نمودار نشان داده شده

۲- لحظات برخورد نمودار با محور t شتاب صفر می‌شود ⟸ t_5 و t_2

۳- سطح محصور بین نمودار و محور t برابر اندازه تغییرات سرعت است. $S = |\Delta v|$

نکته: برای محاسبه سطح زیر نمودار علامت + و - رعایت شود.

۴- لحظات برخورد نمودار با محور t شتاب صفر می‌شود و به شرط ادامه حرکت جهت شتاب عوض می‌شود ⟸ نقطه t_2

۵- دو نوع خط در نمودار a-t موجود است:

خط با شیب صفر ⟸ شتاب ثابت ⟸ t_4 تا t_5 و t_1 تا t_2

" " غیر صفر ⟸ شتاب متغیر ⟸ t_5 تا t_6 و t_3 تا t_4

مثال ۱۰: کدام نمودار مربوط به حرکت شتابدار با شتاب ثابت و بدون سرعت اولیه است

۱) شتاب متغیر
۲) شتاب متغیر
۳) ✓ شتاب ثابت
۴) شتاب ثابت

مثال ۱۱: با توجه به نمودارهای (v-t) نوع حرکت هریک را مشخص کنید.

الف) شتاب متغیر
چون از محور t دور می‌شود تند شونده است

ب)
شتاب ثابت ابتدا تند شونده
سپس کند شونده

مثال ۱۲: بین لحظات t_1 تا t_2 چندبار تغییر جهت حرکت و چندبار تغییر جهت نیرو داریم و در کدام لحظات؟

اکسترمم
نقطه عطف
اکسترمم
نقطه عطف

لحظه t_3 ← تغییر جهت
لحظه t_4 ← نیرو و شتاب تغییر می‌کند

مثال ۱۳: نمودار سرعت زمان متحرکی مطابق شکل است.

اولاً) در چه بازه زمانی بردار شتاب در جهت محور x و t_1 تا t_2 و t_3 تا t_4 ← شیب خط
و در کدام بازه در خلاف جهت محور x هاست. t_0 تا t_1 ← شیب خط

ثانیاً) بین صفر تا t_4 چندبار جهت حرکت و چندبار جهت نیرو تغییر کرده است.

جهت حرکت ← نقطه t_4 ← چون با محور t برخورد داشته پس v=0 و حرکت ادامه داشته جهت حرکت تغییر کرده

جهت نیرو ← جهت شتاب ← نقطه اکسترمم نمودار v-t ← t_1 و t_3

مثال ۱۴: منحنی شکل مقابل قسمتی از یک سهمی است. نوع حرکت این متحرک را معین کنید.

حرکت شتاب ثابت چون داریم می‌بینیم با لا رفتن تند شونده است.

مثال ⑮ : معادله مکان زمان متحرکی $x=4t^2-14t+11$ است. تعیین کنید آیا متحرک تغییر جهت می دهد؟ اگر پاسخ مثبت است تعداد و زمان تغییر جهت ها را تعیین کنید.

سریعتر: $v=\frac{dx}{dt}=8t-14=0 \rightarrow t=2(s)$ شتاب!!

$x=4t^2-14t+11$ | $\frac{1}{2}a=4 \rightarrow a=8$ | $v_0=-14$ | $x_0=11$

$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$

$v=at+v_0 \rightarrow v=8t-14$ تغییر جهت $\rightarrow v=0 \rightarrow 8t-14=0$

$t=2(s)$ → یک ثانیه تغییر جهت

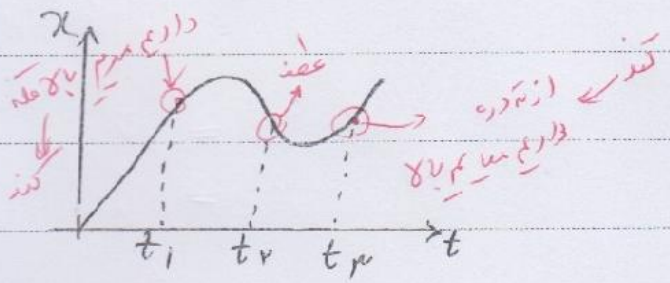
مثال ⑯ معادله سرعت متحرکی $v=t^2-4t+4$ است، این متحرک در مدت حرکت خود چند بار تغییر جهت می دهد؟

$t^2-4t+4=0 \rightarrow t=2$ ولی $\Delta=0$ پس تغییر جهت نمی دهد

$\Delta=b^2-4ac=0$ ۴) ۳ ۳) ۲ ۲) ۱ ✓ ۱) ۰

رجوع شود به توجیه بالای صفحه ۱۱

مثال ⑰ متحرکی روی خط راست حرکت می کند در کدام یک از نمودارهای نشان داده شده حرکت جسم تند شونده است.



۱) t_1 ۲) t_2 ✓ ۳) t_3 ۴) t_3, t_1

مثال ⑱ : معادله حرکت متحرکی که روی محور x حرکت می کند در SI بصورت $x=-5t^2+4t+12$ است. نوع و جهت حرکت را تعیین کنید.

$x=-5t^2+4t+12$

$v=-10t+4 \rightarrow v=0 \rightarrow t=0/4(s)$ ، $a=-10$ ثابت

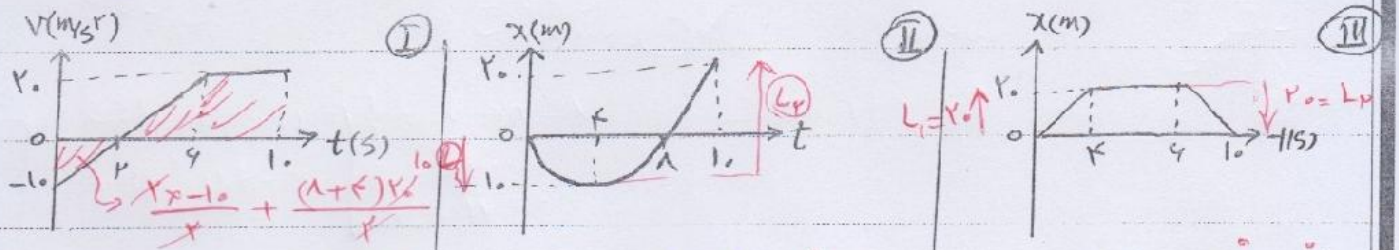
	۰	۰/۴	∞
av	+	۰	−
a	ثابت −		
av	−	۰	+

از ۰ تا ۰/۴ ثانیه کند شونده | از ۰/۴ ثانیه به بعد تند شونده

سریعتر: با توجه به جدول (نکته آخر) چون بردارهای سرعت و شتاب در ابتدای حرکت خلاف جهت هستند $\begin{cases} a=-10<0 \\ v_0=4>0 \end{cases}$ پس حرکت ابتدا کند شونده است تا در یک لحظه که سرعت صفر می شود که همان لحظه $t=0/4$ ثانیه است و پس از حرکت تند شونده می شود

تذکر مهم: در حرکت هموار اگر بردار a و v_0 ابتدا حرکت هم علامت باشند حرکت همواره تند شونده باقی می ماند

مثال (۱۹): با توجه به نمودارهای زیر سرعت متوسط را در ۱۰ ثانیه اول حرکت حساب کنید. تندی چطور؟ چیه؟



$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_{۷+۴}}{۱۰} = ۱۱ m/s$

$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{۱۰} - x_۰}{۱۰} = \frac{۲۰ - ۰}{۱۰} = ۲ m/s$

$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\cancel{x_{۱۰}} - \cancel{x_۰}}{۱۰} = ۰$

$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{|-۱۰| + ۱۲۰}{۱۰} = ۱۳ m/s$

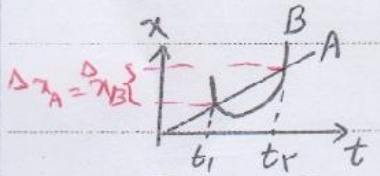
$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{۸ + L_۲}{۱۰} = \frac{۱۰ + ۳۰}{۱۰} = ۴ m/s$

$= ۴ m/s$

$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{۴ + ۲۰ + ۲۰}{۱۰} = ۴ m/s$

مثال (۲۰): با توجه به نمودارهای زیر سرعت متوسط متحرک A و B را در بازه‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ با هم مقایسه کنید.

(ب)



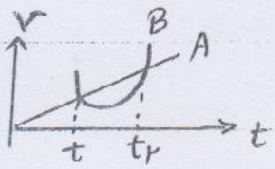
$\Delta x_A = \Delta x_B$

$\bar{v}_A = \bar{v}_B$

$\frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{\Delta x_B}{\Delta t}$

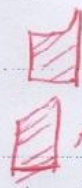
$t_۲ - t_۱$ $\quad$ $t_۲ - t_۱$

(الف)



$\bar{v}_A > \bar{v}_B$

$S_A \leftarrow \frac{\Delta x_A}{\Delta t} > \frac{\Delta x_B}{\Delta t} \rightarrow S_B$



نکته: اگر متحرکی چند جابه‌جایی متوالی در یک جهت روی خط راست انجام دهد، سرعت متوسط در کل مسیر:

$$v_{av} = \frac{\text{مجموع طول جابه‌جایی‌ها}}{\text{کل مدت حرکت}}$$

مثال (۲۱): متحرکی روی خط راست در مدت t با سرعت v و در مدت $۳t$ با سرعت $۲v$ روی خط راست حرکت می‌کند (در یک جهت). سرعت متوسط در کل مسیر چند است؟

t	v	Δx
t	v	vt
$۳t$	$۲v$	$۶vt$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_۱ + \Delta x_۲}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲} = \frac{vt + ۶vt}{t + ۳t} = \frac{۷vt}{۴t} = \frac{۷}{۴}v$$

نکته: هرگاه متحرکی روی خط راست در بازه‌های زمانی یکسان با سرعت‌های $v_۱$ و $v_۲$ و ... طوری حرکت کند که هر بار را با طول یکسانی طی کند سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲ + \cdots}{n}$$

مثال (۲۲): اگر متحرکی حالت‌های x، $۳x$ و $۵x$ را با سرعت‌های ثابت $۲m/s$، $۶m/s$ و $۱۰m/s$ روی خط راست طی کند سرعت متوسط در کل مسیر چقدر است؟

$x \to ۲$ ، $۳x \to ۶$ ، $۵x \to ۱۰$; $t = \frac{\Delta x}{v}$; $\frac{x}{۲}$ ، $\frac{x}{۶}$ ، $\frac{x}{۱۰}$; بنابر $\to v_{av} = \frac{۱۰+۶+۲}{۳} = \frac{۱۸}{۳} = ۶m/s$

نکته: متحرکی روی خط راست و در یک جهت حرکت می‌کند، چنانچه کل مسیر به n قسمت مساوی تقسیم شود و $\frac{a}{n}$ کل مسیر با سرعت ثابت v_1 و $\frac{b}{n}$ کل مسیر با سرعت ثابت v_2 و ... طی شود، سرعت متوسط از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\frac{n}{v_{av}} = \frac{a}{v_1} + \frac{b}{v_2} + \cdots$$

مثال (۲۳): متحرکی $\frac{۳}{۵}$ مسیرش روی خط راست را در یک جهت با سرعت ثابت $۹m/s$ و بقیه مسیر را با سرعت $۱۴/۴ km/h = ۴m/s$ طی می‌کند، سرعت متوسط در کل مسیر چقدر است.

$a:۳$ ، $n:۵$ ، $b:۲$ ، $v_1 = ۹m/s$ ، $v_2 = ۴m/s$

$$\frac{۵}{v_{av}} = \frac{۳}{۹} + \frac{۲}{۴} = ۱ \to v_{av} = ۵\,m/s$$

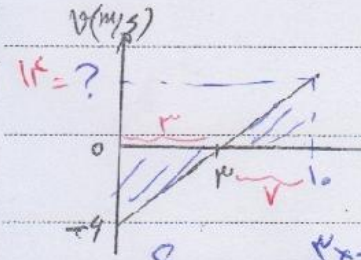
مثال (۲۴): متحرکی $\frac{۳}{۵}$ کل زمان حرکت خود را با سرعت $۱۰m/s$ و بقیه زمان حرکت را با سرعت $۲۰m/s$ روی خط راست و در یک جهت طی کرده است. سرعت متوسط آن در کل مسیر چقدر است؟

$\frac{۳}{۵}t \to ۱۰$ ، $\Delta x_1 = \frac{۳}{۵}t \times ۱۰ = ۶t$

$\frac{۲}{۵}t \to ۲۰$ ، $\Delta x_2 = \frac{۲}{۵}t \times ۲۰ = ۸t$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{۶t + ۸t}{\frac{۳}{۵}t + \frac{۲}{۵}t} = \frac{۱۴t}{t} = ۱۴\,m/s$$

مثال (۲۵): با توجه به نمودار سرعت زمان، سرعت متوسط متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکت را بدست آورید.



تشابه: $\frac{۶}{۳} = \frac{?}{۷} \to ? = \frac{۷ \times ۶}{۳} = \frac{۴۲}{۳} = ۱۴$

$$S_{۰\to t} = \frac{۳ \times ۶}{۲} + \frac{۷ \times ۱۴}{۲} = -۹ + ۴۹ = ۴۰$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_{۰\to t}}{\Delta t} = \frac{۴۰}{۱۰} = ۴\,m/s$$

S_{av} (تندی متوسط) در واقعیت

$$S_{av} = \frac{۱۰۹ + ۴۹}{۱۰} = ۵/۸\,m/s$$

مثال (۲۶) اگر معادله مکان - زمان متحرکی به صورت زیر باشد

$x = 2t^2 - 12t + 3$

الف) سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیه اول حرکت چیست.

ب) مسافت طی شده در ۵ ثانیه اول حرکت چیست.

ج) از لحظه‌ی صفر تا چه لحظه‌ای سرعت متوسط متحرک صفر می‌شود.

سرعت متوسط / لحظه‌ای صفر تا چه لحظه‌ای سرعت متحرک صفر

$V_{av} = 0 \rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = 0 \rightarrow \Delta x = 0$ ($\Delta t \neq 0$)

$x = 2t^2 - 12t + 3 \rightarrow x - 3 = 2t^2 - 12t$ (Δx)

$\Delta x = 0 \rightarrow 2t^2 - 12t = 0$

$t(2t - 12) = 0$ ($t = 0$ / $t = 6$)

سوال: رسم نمودار $v-t$

$x = 2t^2 - 12t + 3$

راه اول

$V = 4t - 12 \rightarrow V = 0 \rightarrow t = 3(s)$

نقطه تغییر جهت

$V = 4t - 12$ (a, V_0)

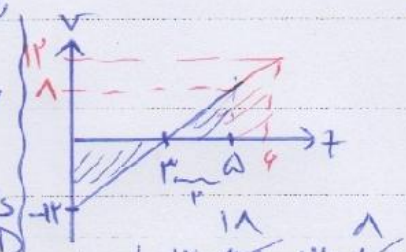
$4t - 12 = 0$

$t = 3$

$t = 5 \rightarrow V = 4(5) - 12$

$V = 8$

شبیه هم می‌شود



$L = \left|\frac{-12 \times 3}{2}\right| + \left|\frac{12 \times 8}{2}\right|$

ب $L = 24m$

ان $V_{av} = \frac{-18 + 8}{\Delta t_5} = \frac{-10}{5} = -2 m/s$

$V_{av_{0-5}} = \frac{x_5 - x_0}{5} = \frac{-7 - 3}{5} = -2 m/s$

ان

$x_5 = -7$

$x_3 = -15$

$x_0 = 3$

ب) مسافت در دو قسمت حرکت را حساب می‌کنیم

$L_1 \rightarrow$ ۳ تا ۰ و $L_2 \rightarrow$ ۵ تا ۳

$L_1 = x_3 - x_0 = -15 - 3 = |-18|$

$L_2 = x_5 - x_3 = -7 - (-15) = +8$ (۲۶)

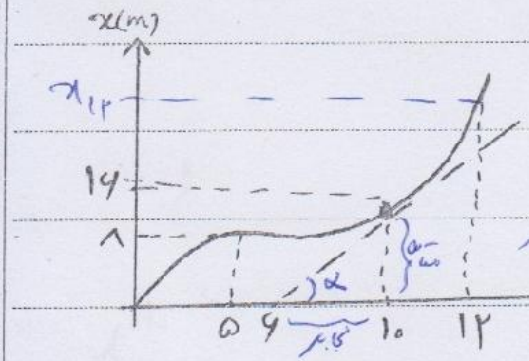
ج) $V_{av} = 0 \rightarrow \Delta x = 0 \rightarrow S_{v-t} = 0$

تابع به جلو

سطح زیر نمودار

که مقدار مثبت مقاومت نمود سیر روشن نشد. ۶ ثانیه

مثال (۲۷) نمودار مکان - زمان متحرکی بر مسیر مستقیم به شکل زیر است. اگر سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = 10$ ثانیه برابر سرعت متوسط آن بین دو لحظه‌ی $t_1 = 5$ و $t_2 = 12$ ثانیه باشد، متحرک در لحظه‌ی $t = 12$ ثانیه در چه مکانی می‌باشد.



$V_{av_{5-12}} = V_{10}$

$V_{10} = tg\alpha = \frac{\Delta 14}{4} = 4 m/s$ شیب خط مماس

$V_{av_{5-12}} = 4 \rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4}{1}$

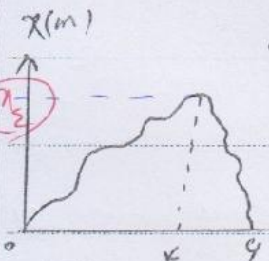
$\Delta t = 12 - 5 = 7$

$\Delta x = 28$

$x_{12} - x_5 = 28 \rightarrow x_{12} = 39m$ (ب)

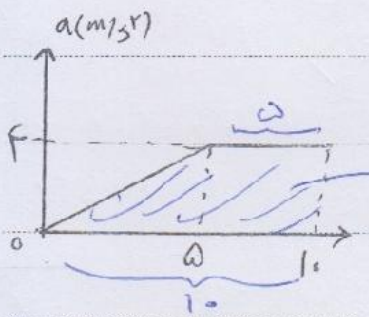
$x_5 = 8$

مثال (۲۸): سرعت متوسط در ۴ ثانیه اول حرکت برابر سرعت متوسط در ۲ ثانیه دوم آن است.



$$\frac{v_{av_{0-4}}}{v_{av_{4-6}}} = \frac{\frac{x_4 - x_0}{4-0}}{\frac{x_6 - x_4}{6-4}} = \frac{\frac{x_4}{4}}{\frac{-x_4}{2}} = \frac{\frac{1}{4}}{-\frac{1}{2}} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$ (گزینه ۱)

مثال (۲۹): در یک سیر مستقیم نمودار شتاب - زمان متحرکی به صورت شکل زیر است. اگر سرعت اولیه متحرک $5\ m/s$ باشد سرعت آن در لحظه‌ی $t=10$ ثانیه چقدر است؟

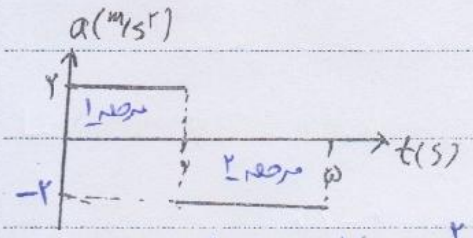


$$S_{a-t} = \Delta v = v_{10} - v_0 \rightarrow 20 = v_{10} - 5$$

$$v_{10} = 25\ m/s$$ (گزینه ۱)

$$\frac{(5+10)\times 4}{2} = 30$$

مثال (۳۰): نمودار شتاب - زمان متحرکی بر مسیر مستقیم مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در این مدت $6/4\ m/s$ باشد، سرعت اولیه آن چقدر خواهد بود؟



حرکت به دو مدت شتاب ثابت مرحله ۱ و مرحله ۲ تقسیم می‌شود.

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2 + v_{0_1} t = \frac{1}{2}\times 2 \times 2^2 + v_{0_1} \times 2$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}a t^2 + v_{0_2} t = \frac{1}{2}\times -2 \times 3^2 + v_{0_2} \times 3$$

$$\Delta x_1 = 4 + 2v_{0_1}$$

$$\Delta x_2 = -9 + 3v_{0_2}$$

$v_{0_2} = v_2$ (مرحله ۱ / مرحله ۲)

سرعت پایان حرکت در مرحله اول برابر سرعت اولیه حرکت در مرحله دوم است.

$$v_{0_2} = v_2 = at + v_{0_1}$$

$$v_{0_2} = v_2 = 2\times 2 + v_{0_1} = 4 + v_{0_1}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t} \quad (6/4 = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{5})$$

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 6/4 \times 5$$

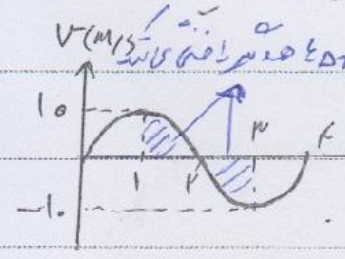
$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 32$$

$$4 + 2v_{0_1} + (-9 + 3v_{0_2}) = 32$$

$$4 + 2v_{0_1} + (-9 + 3(4 + v_{0_1})) = 32$$

$$v_{0_1} = 8\ m/s$$

مثال (۳۱): با توجه به نمودار شتاب متوسط و سرعت متوسط بین لحظات ۱ تا ۳ ثانیه را حساب کنید.



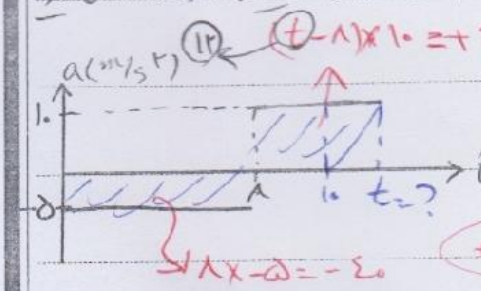
$$a_{av_{1-3}} = \frac{v_3 - v_1}{3-1} = \frac{-10 - 10}{2} = -10\ m/s^2$$

Δx همیشه مثبت است

$$v_{av_{1-3}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_{v-t}}{2} = \frac{0}{2} = 0$$ (گزینه ۱)

مثال (۳۲): نمودار شتاب زمان ذره‌ای که از حال سکون بر مسیر مستقیم به حرکت درمی‌آید به صورت شکل زیر است. چند ثانیه پس از شروع حرکت سرعت صفر می‌شود.

$v_0 = 0$



$\Delta v = v - v_0 = 0$

$+۴۰ - ۴۰ = ۰$

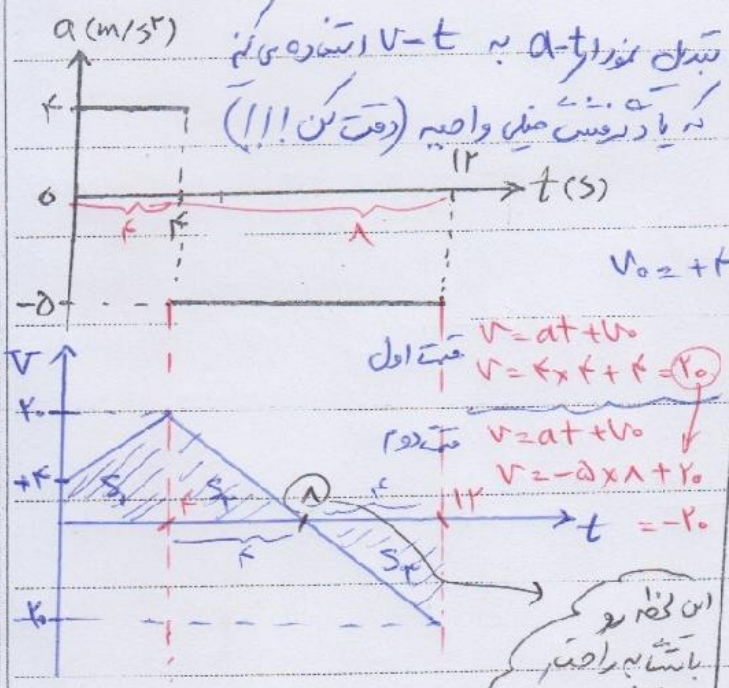
دو ضلع زیر نمودار باید هم دیگر را خنثی کنند تا $\Delta v = 0$ شود

مثال (۳۳): در نمودار با شتاب متوسط را در ۱۰ ثانیه اول حساب کنید.

$۱۰ - ۸$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۴۰ + (۲ \times ۱۰)}{۱۰} = \frac{-۲۰}{۱۰} = -۲ m/s^2$$

مثال (۳۴): جسمی در مبدأ زمان با سرعت $۴ m/s$ در جهت محور xها از مبدأ مکان می‌گذرد. با توجه به نمودار شتاب-زمان آن مسافت طی شده در بازه‌ی زمانی صفر تا ۱۲ ثانیه چند متر است.



تبدیل نمودار a-t به v-t استفاده می‌کنیم که با دو بررسی خیلی واجبه (دقت کن!!!)

$v = at + v_0$

قسمت اول: $v = ۴ \times ۴ + ۴ = ۲۰$

قسمت دوم: $v = -۵ \times ۸ + ۲۰ = -۲۰$

این نکته رو باشتاب براحتی محاسبه می‌کنی

$$L_{۰ \to ۱۲} = |S_{v-t}| = ۴۸ + ۴۰ + ۴۰ = ۱۲۸ m$$

مساحت زیر نمودار

$$S_1 = \frac{(۴ + ۲۰) \times ۴}{۲} = ۴۸$$

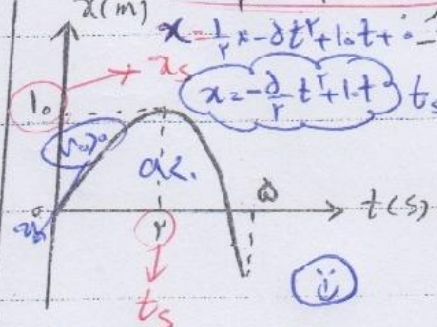
$$S_2 = \frac{۴ \times ۲۰}{۲} = ۴۰$$

$$S_3 = \left|\frac{۴ \times -۲۰}{۲}\right| = ۴۰$$

$$S_{total} = ۱۲۸ m$$

مثال (۳۵): در شکل زیر نمودار مکان زمان یک حرکتی رسم شده است معادله‌ی مکان زمان این متحرک در SI را بنویسید.

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$



$x = -\frac{۵}{۲}t^2 + ۱۰t + ۰$

$x = -\frac{۵}{۲}t^2 + ۱۰t$

$t_s = \frac{v_0}{a}$

$۲ = \frac{v_0}{a}$

$v_0 = ۲a$

$$x_s = \frac{v_0^2}{۲a} + x_0 \to ۱۰ = \frac{(۲a)^2}{۲a} = \frac{۴a^2}{۲a}$$

$۱۰ = ۲a \to a = ۵ \to a = -۵$ (تغییر جهت می‌کند)

$v_0 = ۲ \times ۵ = ۱۰ \to v_0 = +۱۰$ (شیب مثبت)

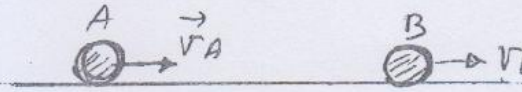
تذکر مهم: از نمودار a-t هیچ وقت خواسته $\frac{\Delta x}{v_{av}}$ و سرعت اولیه v_0 رو هم داد سریع نمودار at رو به vt تبدیل کن

سرعت نسبی

(I) اگر دو متحرک نسبت به یک مبدأ ثابت (مثلاً زمین) دارای سرعت‌های $\vec{v_1}$ و $\vec{v_2}$ باشند سرعت نسبی آن‌ها برابر تفاضل دو بردار سرعت آن‌هاست.

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$$
$$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$

۱- متحرک در یک راستا حرکت کند و جهت حرکت آن‌ها یکی باشد.



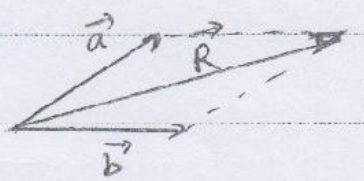
سرعت A نسبت به B: $v_{AB} = v_A - v_B$ (حرکت A نسبت به B)

سرعت B نسبت به A: $v_{BA} = v_B - v_A$ (حرکت B نسبت به A)

۲- متحرک در یک راستا حرکت کند و جهت حرکت آن‌ها خلاف جهت هم باشد.

$v_{AB} = v_A + v_B$ $\qquad$ $v_{AB} = v_A + v_B$

یادآوری: بردار برآیند



$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$$
$$|\vec{R}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\alpha}$$

شرایط خاص

(۱) اگر $\alpha = 0^\circ \rightarrow |\vec{R}| = \sqrt{a^2+b^2+2ab\cos 0^\circ} = \sqrt{(a+b)^2}$

$$|\vec{R}| = a + b$$

(۲) اگر $\alpha = 180^\circ \rightarrow |\vec{R}| = \sqrt{a^2+b^2+2ab\cos 180^\circ} = \sqrt{(a-b)^2} \rightarrow |\vec{R}| = |a-b|$

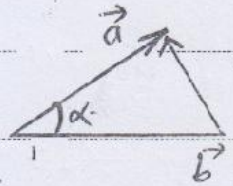
(۳) اگر $\alpha = 90^\circ \rightarrow |\vec{R}| = \sqrt{a^2+b^2+2ab\cos 90^\circ} \rightarrow |\vec{R}| = \sqrt{a^2+b^2}$

(۴) اگر $\vec{a}=\vec{b} \Rightarrow |\vec{R}| = 2a\cos\frac{\alpha}{2} \xrightarrow{\vec{a}=\vec{b}}$

$\alpha = 90^\circ \rightarrow |\vec{R}| = a\sqrt{2}$

$\alpha = 90^\circ \rightarrow |\vec{R}| = a\sqrt{2}$

$\alpha = 120^\circ \rightarrow |\vec{R}| = a$



$$\vec{\Delta R} = \vec{a} - \vec{b}$$
$$|\vec{\Delta R}| = \sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\alpha}$$

بردار تفاضل:

(۱) اگر $\alpha = 0 \rightarrow |\vec{\Delta R}| = |a-b|$

(۲) اگر $\alpha = 180^\circ \rightarrow |\vec{\Delta R}| = a+b$

(۳) اگر $\alpha = 90^\circ \rightarrow |\vec{\Delta R}| = \sqrt{a^2+b^2}$

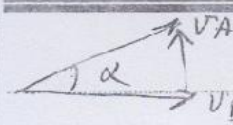
(۴) اگر $\vec{a}=\vec{b} \rightarrow |\vec{\Delta R}| = 2a\sin\frac{\alpha}{2}$

$\alpha = 90^\circ \rightarrow |\vec{\Delta R}| = a$

$\alpha = 90^\circ \rightarrow |\vec{\Delta R}| = a\sqrt{2}$

$\alpha = 120^\circ \rightarrow |\vec{\Delta R}| = a\sqrt{3}$

حالا ؛ بردار تفاضل دو بردار سرعت در سرعت نسبی که ذکر شد می‌شود $\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A - \vec{V}_B$

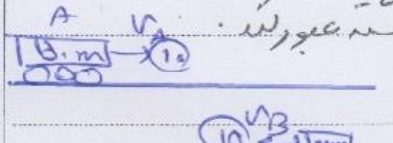


$$|\vec{V}_{AB}| = \sqrt{V_A^2 + V_B^2 - 2V_A V_B \cos\alpha}$$

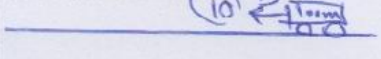
مثال (۳۶) : دونده‌ای به طول ۱۵۰m و سرعت ۱۰m/s و قطاری به طول ۱۰۰ متر و سرعت ۱۵ m/s روی دو ریل موازی به دو طرف هم حرکت می‌کنند.

الف) از لحظه‌ای که دو قطار هم می‌رسند چند ثانیه طول می‌کشد تا قطارها از هم عبور کنند.

ب) چند ثانیه طول می‌کشد تا قطار اول از مقابل مسافری که در قطار دوم نشسته عبور کند.



$V_{نسبی} = V_A + V_B = 10 + 15 = 25\ m/s$



$\Delta x_{نسبی} = V_{نسبی}\,\Delta t_{نسبی}$

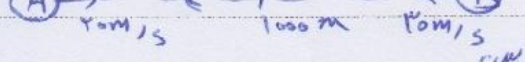
$150 + 100 = 25\,\Delta t \rightarrow \Delta t = 10\,(s)$ این قطار از دید ناظر قطار دوم عبور می‌کند

$\Delta x = V_{نسبی}\,\Delta t$

$150 = 25\,\Delta t \rightarrow \Delta t = 6$ قطار اول از دید ناظر قطار دوم عبور می‌کند

مثال (۳۷) دو اتومبیل A و B با سرعت‌های ۲۰m/s و ۳۰m/s از شهرهای A و B به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند اگر فاصله دو شهر ۱۰۰۰m باشد، در کدام بازه زمانی فاصله دو اتومبیل کمتر از ۲۰۰ متر است.

۱) $16 < t < 20$ ۲) $16 < t < 24$ ۳) $20 < t < 24$ ۴) $18 < t < 22$



$V_{نسبی} = 20 + 30 = 50$ $\quad \Delta x = V_{نسبی}\,\Delta t$

$800 = 50\,\Delta t \rightarrow \Delta t = 16$

$1200 = 50\,\Delta t \rightarrow \Delta t = 24$

یکبار قبل از برخورد و یکبار بعد از برخورد هر دو با هم ۱۲۰۰ متر با یکدیگر فاصله شدند

(۲)

(II) دو متحرک با هم تماس فیزیکی داشته باشند عنوان مثال حرکت دو شخص بروی یک برقی و یا حرکت قایق روی آب متحرک در واقع از قاعده‌ی برآیند بردارها (که قبلا توضیح داده شد) سرعت تبعیت می‌کند.

الف) هم جهت حرکت کنند $\alpha = 0) \quad \vec{V}_{AB} = \vec{V}_A + \vec{V}_B \rightarrow |V_{AB}| = V_A + V_B$

ب) خلاف جهت هم حرکت کنند. $\alpha = 180) \quad \vec{V}_{AB} = \vec{V}_A + \vec{V}_B \rightarrow |V_{AB}| = |V_A - V_B|$

مثال (۳۸) : قایقی آب در سر آب حرکت کند فاصله دو نقطه را که ۲Km است در ۱۲ دقیقه و آب در خلاف جهت جریان آب حرکت کند همان فاصله را در ۱۵ دقیقه طی می‌کند، سرعت قایق نسبت به آب ساکن چند $\frac{Km}{h}$ است:

حرکت با سرعت $\Delta x = V_{نسبی}\,\Delta t$

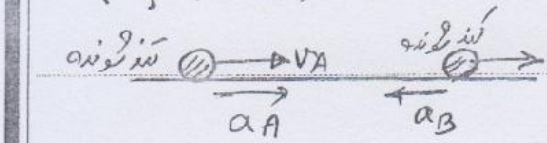
$$\begin{cases} 2 = (V_{ق} + V_{آ}) \times 0.2 \\ 2 = (V_{ق} - V_{آ}) \times 0.25 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} V_{ق} + V_{آ} = 10 \\ V_{ق} - V_{آ} = 8 \end{cases}$$

$2V_{ق} = 18 \rightarrow V_{ق} = 9\ Km/h$

$12\,min = 0.2\,(h)$ $\quad \frac{1}{60}$

(۲)

شتاب نسبی: ابتدا باتوجه به نوع حرکت و بردار سرعت جهت بردار شتاب را تعیین می‌کنیم، اگر حرکت‌ها غیروابسته باشند شتاب نسبی تفاضل برداری شتاب‌ها می‌شود و اگر حرکت دو متحرک وابسته باشد برآیند برداری آن‌هاست.



$a_{نسبی} = a_A + a_B$

نکته:

شرط رسیدن دو متحرک به هم این است که معادله مکان-زمان هردو متحرک را نسبت به یک مبدأ بنویسیم و مساوی هم قرار دهیم.

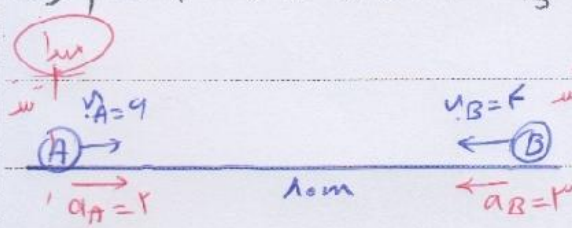
تذکر:

معادله مکان-زمان حرکت یکنواخت بروی خط راست: $x = Vt + x_0$

معادله حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت: $x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0$

$x = (\frac{V+V_0}{2})t + x_0$

مثال (۳۹): فاصله‌ی بین دو متحرک A و B، ۸۰ متر است اگر متحرک A با سرعت اولیه‌ی $9\,m/s$ و شتاب $2\,m/s^2$ و متحرک B با سرعت اولیه‌ی $4\,m/s$ و شتاب $3\,m/s^2$ به صورت تندشونده به سمت هم حرکت کنند.



الف) سرعت نسبی آن‌ها موقع رسیدن به هم چقدر است.

ب) پس از چه مدت به هم می‌رسند.

$v_{0نسبی} = 5 + 5 = 10\,m/s$

$a_{نسبی} = 2 + 3 = 5\,m/s^2$

$v^2_{نسبی} - v^2_{0نسبی} = 2a_{نسبی}\Delta x$

$v^2_{نسبی} - 10^2 = 2 \times 5 \times 80$

$v^2_{نسبی} = 900 \rightarrow v_{نسبی} = 30\,m/s$

(۱) انف

$\frac{1}{2}(5t^2 + 10t - 80) = 0$

$t^2 + 2t - 32 = 0$

$t = -8$ ق ق ق

$t = +4$ ق ق ق ب

یکی از دوستان را میابید

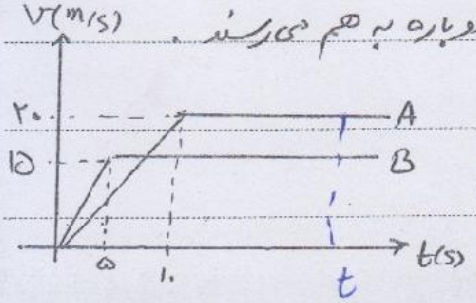
$x_A = x_B$

$\frac{1}{2}a_A t^2 + v_{0A}t + x_{0A} = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{0B}t + x_{0B}$

$\frac{1}{2} \times 2 \times t^2 + 9t = \frac{1}{2} \times 3 \times t^2 + (-4t) + 80$

$t^2 + 9t = \frac{3}{2}t^2 - 4t + 80$

مثال (۴۰): شکل روبرو نمودار سرعت-زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که در لحظه‌ی صفر از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند، پس از چند ثانیه دو متحرک دوباره به هم می‌رسند.



$x_A = x_B \quad x_{0A} = x_{0B} \rightarrow \Delta x_A = \Delta x_B \rightarrow S_A = S_B$

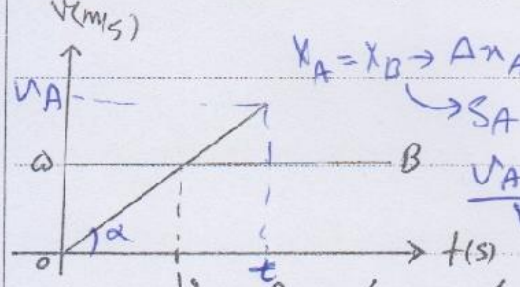
$\frac{(t-10)+t}{2} \times 20 = \frac{(t-5)+t}{2} \times 15$ (۱)

$4(2t-10) = 3(2t-5)$

$8t - 40 = 6t - 15 \rightarrow 2t = 25 \rightarrow t = 12.5$

(۲۴)

مثال (۴۱) شکل مقابل نمودار سرعت – زمان دو متحرک A و B را که روی خط راست از یک نقطه در یک سو حرکت می‌کنند نشان داده است. چند ثانیه پس از لحظه‌ی t_0 متحرک A به متحرک B می‌رسد.



$x_{0A} = x_{0B}$ ← $x_A = x_B \rightarrow \Delta x_A = \Delta x_B \rightarrow S_A = S_B$

$\frac{V_A \times t}{2} = \omega \times t \rightarrow V_A = 10$

$tg\alpha = a = \frac{BC}{AC} = 0.5$

$V = at + V_0$

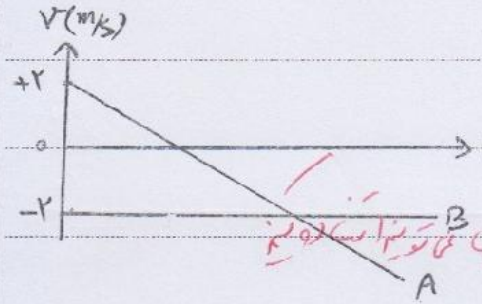
$V_A = 2t + 10$

$10 = 0.5t + 0 \rightarrow t = 20(s)$

نکته: اگر دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت کنند و هر یک دلخواه فقط یک نوع حرکت با سرعت ثابت یا شتاب ثابت)، زمان رسیدن دو متحرک به هم همواره دو برابر زمانی است که طول می‌کشد تا سرعت آن‌ها یکسان شود.

برای مثال بالا ← $10 \times 2 = 20$

مثال (۴۲): اگر در مبدأ زمان دو متحرک A و B از کنار هم عبور کنند با توجه به نمودار سرعت زمان زیر سرعت متحرک A موقع رسیدن به متحرک B چند m/s است.



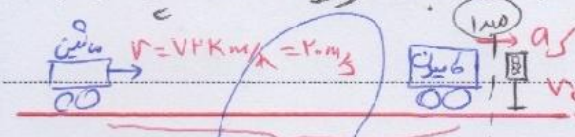
$x_{0A} = x_{0B}$ ، $x_A = x_B$

$\frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_{0A} = V_B t + x_{0B}$

$(\frac{V_A + V_0}{2})t + x_{0A} = V_B t + x_{0B}$

$\frac{V_A + 2}{2} = -2 \rightarrow V_A = -6$

مثال (۴۳): خودرویی از پشت چراغ سبز راهنمایی از حال سکون با شتاب $\frac{1}{2} m/s^2$ به راه می‌افتد و در همین لحظه اتومبیلی که با سرعت ثابت $72 Km/h$ در همان جهت در حرکت است پس از (۲۰)s به چراغ راهنمایی می‌رسد.



الف) پس از چه مدت اتومبیل به خودرو می‌رسد؟

$t = 20s \rightarrow \Delta x = Vt = 20 \times 20 = 400$

ب) در همین مدت فاصله دو متحرک تا چراغ راهنمایی چقدر است؟

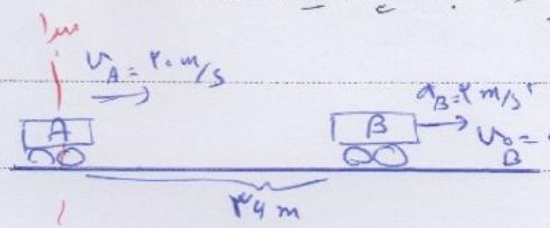
$x_{ماشین} = x_{موتور} \rightarrow Vt + x_0 = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0$

$20t - 400 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} t^2 \rightarrow \frac{1}{4}t^2 - 20t + 400 = 0 \rightarrow t^2 - 80t + 1600 = 0$

الف) $t = 40(s)$

ب) $x_{موتور} = \frac{1}{2}at^2 + 0 + 0 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 40^2 = 400$ ← ۲۵

مثال (۴۴): در یک مسیر مستقیم اتومبیلی با سرعت ثابت $20\ m/s$ در حرکت است، از ۳۶ متر جلوتر اتومبیل دیگری با شتاب ثابت $2\ m/s^2$ از حال سکون در همان جهت به راه می افتد. در این حرکت اتومبیل ها چند بار از هم سبقت می گیرند، فاصله زمانی این دو سبقت چند ثانیه است؟ (۱)



$x_A = x_B$

$v_A t + x_{0A} = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t + x_{0B}$

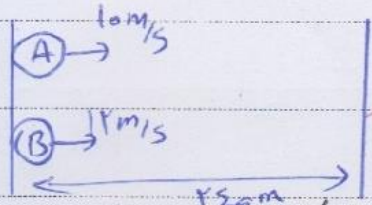
$20t = \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 + 36 \rightarrow t^2 - 20t + 36 = 0$

$t = 18$ ، $t = 2$

$\Delta t = 18 - 2 = 16$

نکته: اگر دو متحرک از یک نقطه و در یک جهت برای رسیدن به مقصد معینی حرکت کنند حداکثر فاصله‌ی دو متحرک را بخواهند ابتدا زمان رسیدن متحرک سریع‌تر تا مقصد را تعیین می کنیم، سپس مسافتی که متحرک کندتر در این زمان پیموده را از مسافت کل کم می کنیم.

مثال (۴۵): دو متحرک یکی با سرعت $10\ m/s$ و دیگری با سرعت $12\ m/s$ از یک نقطه هم‌زمان به سوی مقصدی به فاصله ۲۴۰ متری به حرکت در می آیند، حداکثر فاصله‌ی این دو متحرک در طول مسیر چند متر است؟



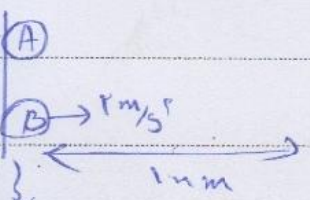
سریع‌تر: $\Delta x = v_0 \Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{240}{12} = 20\ s$

جابه‌جایی کندتر: $\Delta x = v_0 \Delta t = 10 \times 20 = 200\ m$

حداکثر فاصله: $240 - 200 = 40\ m$ (۲)

نکته: اگر دو متحرک با اختلاف زمانی از یک نقطه شروع به حرکت کنند، مثلاً متحرک اول ۲ ثانیه زودتر حرکت کند، وقتی به مقصد مشترک می رسند، زمان حرکت متحرک دوم t و اولی $t+2$ ثانیه است.

مثال (۴۶): دو متحرک A و B از یک نقطه شروع به حرکت می کنند و متحرک A، ۲ ثانیه زودتر از B حرکت را شروع می کند، اگر هر دو در یک زمان به نقطه‌ای به فاصله‌ی ۱۰۰ متری شروع برسند و شتاب حرکت متحرک B، $2\ m/s^2$ باشد، زمان حرکت و شتاب متحرک A را حساب کنید.



$t_A = t_B + 2 = 10 + 2 = 12\ (s)$

$\Delta x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t = \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 = 100 \rightarrow t = 10\ (s)$

۲۶

$\Delta x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t \rightarrow 100 = \frac{1}{2} a_A \times 12^2$

$a_A = \frac{100}{72} = 1.38\ m/s^2$

نکته: چند جابجایی مهم:

۱- جابجایی انجام شده در t ثانیه‌ی nام حرکت $\Delta x = \frac{1}{2}a t^2(2n-1) + v_0 t$

۲- جابجایی انجام شده در ثانیه‌ی nام $\Delta x = (n - 0/5)a + v_0$

۳- جابجایی انجام شده در n ثانیه‌ی آخر حرکت (t زمان کل حرکت) $\Delta x = \frac{1}{2}a n(2t - n) + v_0 n$

مثال ۴۷: معادله سرعت-زمان متحرکی که روی محور xها حرکت می‌کند در SI به صورت $v = -2t + 4$ است. بزرگی جابجایی متحرک در ۲ ثانیه‌ی سوم حرکت چند متر است.

($a = -2$, $v_0 = 4$)

$\Delta x = \frac{1}{2}a t^2(2n-1) + v_0 t$

$\Delta x = \frac{1}{2} \times (-2) \times 2^2(2 \times 3^5 - 1) + 4 \times 2 = -20 + 8 = -12 \rightarrow |\Delta x| = 12m$ ①

مثال ۴۸: متحرکی با سرعت اولیه‌ی v_0 و شتاب ثابت روی خط راست شروع به حرکت کرده و در ثانیه‌ی پنجم و ششم حرکت به ترتیب جابجایی‌های ۳۰ متر و ۳۴ متر را انجام داده است. سرعت اولیه متحرک چند m/s بوده است. ③

$\Delta x = (n - 0/5)a + v_0$

$\begin{cases} 30 = (5 - 0/5)a + v_0 \\ 34 = (6 - 0/5)a + v_0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 30 = 4/5a + v_0 \\ 34 = 5/5a + v_0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -30 = -4/5a - v_0 \\ 34 = 5/5a + v_0 \end{cases} \rightarrow 4 = a$

$a = 4 m/s^2$

$30 = 4/5 \times 4 + v_0$

$v_0 = 12 m/s$

مثال ۴۹: اتومبیلی از حال سکون با شتاب ثابت $2 m/s^2$ به مدت ۱۰ ثانیه حرکت می‌کند جابجایی آن در ۲ ثانیه‌ی آخر حرکت را به دست آورید.

$v_0 = 0$

$a = 2 m/s^2$

$t = 10(s)$

$n = 2$

$\Delta x = \frac{1}{2}a n(2t - n) + v_0 n$

$\Delta x = \frac{1}{2} \times 2 \times 2(2 \times 10 - 2) + 0 = 36$

نکته : تشکیل تصاعد عددی در حرکت شتاب ثابت :

در این نوع حرکت جابجایی های انجام شده در بازه های زمانی متوالی و مساوی t با هم تشکیل یک تصاعد عددی می دهد .

$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$

$\Delta x_2 = \frac{3}{2}at^2 + v_0 t$

$\Delta x_3 = \frac{5}{2}at^2 + v_0 t$

$\vdots$

قدرنسبت : $d = at^2$

جمله سانی : $\Delta x_2 = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_3}{2}$

جمله عمومی : $\Delta x_n = \Delta x_1 + (n-1)d$

مثال ۵۰ : متحرکی با شتاب ثابت در ۳ ثانیه ۱۳٫۵ متر جابجا می شود و در ۳ ثانیه بعدی ۱۸ متر جابجا می شود . شتاب حرکت آن چند متر بر مجذور ثانیه است .

$\Delta x_1 = 13.5 \rightarrow d = at^2 = 18 - 13.5 = 4.5$

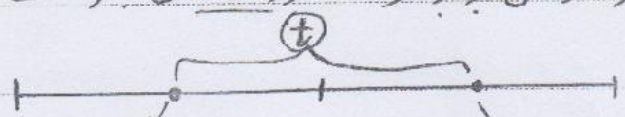
$\Delta x_2 = 18$

$at^2 = 4.5 \rightarrow a \times 3^2 = 4.5 \rightarrow 9a = 4.5$

$a = \frac{1}{2}\ m/s^2$

نکته : پرسش غیر درسی !!!

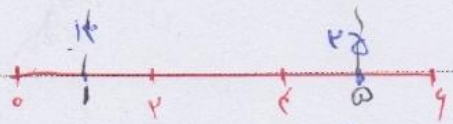
می دانیم سرعت متوسط در یک بازه زمانی برابر سرعت در وسط آن بازه است ، بنابراین



$\bar{v}_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ $\quad \bar{v}_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ $\quad a = \bar{v}_2 - \bar{v}_1$

t	v
1	$a \rightarrow ?$

مثال ۵۱ : متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیه v_0 در ۲ ثانیه اول حرکت خود ۱۳ m و در ۲ ثانیه سوم حرکت ۲۵ متر را طی می کند . شتاب حرکت در تک تک ثانیه ها چند متر بر مجذور ثانیه است .



$\bar{v}_1 = \frac{13}{2} = 6.5$ $\quad \bar{v}_2 = \frac{25}{2} = 12.5$ $\quad a = \bar{v}_2 - \bar{v}_1 = 6$

t	v
4	6
1	$a = ? \rightarrow a = \frac{6}{4}$

$= 1.5\ m/s^2$

نکته: زمان توقف و جابجایی طی شده تا استِ کامل

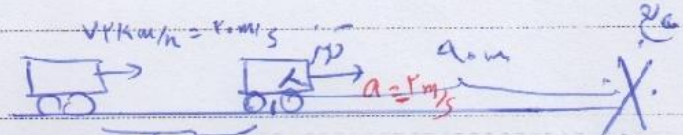
$$v = at + v_0 \rightarrow t_{stop} = \left|\frac{v_0}{a}\right|$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow \Delta x_{stop} = \left|\frac{v_0^2}{2a}\right|$$

مثال ۵۲: اتومبیلی با سرعت ثابت ۷۲ km/h در حرکت است. راننده ناگهان متوجه مانعی که در انتهای آن است می‌شود و اتومبیل خود را با شتاب $2\ m/s^2$ ترمز می‌کند. اگر زمان عکس‌العمل راننده ۰/۵ ثانیه باشد، آیا اتومبیل به مانع برخورد می‌کند. اگر برخورد می‌کند سرعت برخورد با مانع چند m/s می‌شود.

$$\Delta x_{stop} = \left|\frac{v_0^2}{2a}\right| = \left|\frac{20^2}{2\times 2}\right| = 100\ m$$

برخورد نمی‌کند



زمان عکس‌العمل = ۰/۵

Δx ثابت $= 20 \times 0.5 = 10\ m$

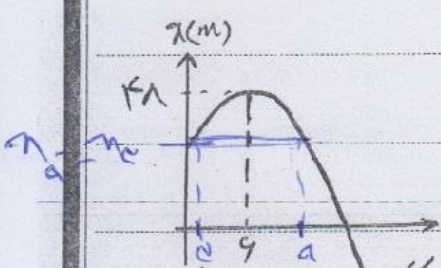
100 m

سرعت برخورد

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

$$v^2 - 20^2 = 2\times -2 \times 90 \rightarrow v = \sqrt{40}\ m/s$$

مثال ۵۳: نمودار مکان زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر به صورت سهمی است. اگر مسافت طی شده توسط متحرک در بازه‌ی زمانی ۳ تا ۹ ثانیه برابر ۱۲m باشد، جابجایی متحرک در این بازه چقدر است.

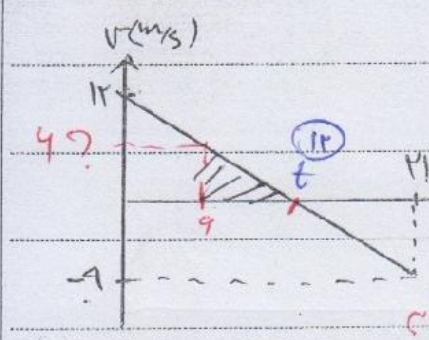


$x_9 = x_3$

$$\Delta x = x_9 - x_3 = 0$$

(۱)

مثال ۵۴: نمودار سرعت زمان متحرکی که روی محور x مطابق شکل روبرو است. بزرگی جابجایی متحرک در فاصله زمانی $t = 9(s)$ تا $t = 12(s)$ چند متر است



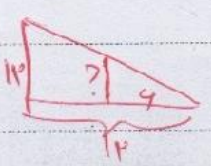
پرتاب از سکون

$$\frac{12}{t} = \frac{9}{21-t} \rightarrow t = 12$$

$$S_{3\to t} - \Delta x = S_{9\to 12}$$

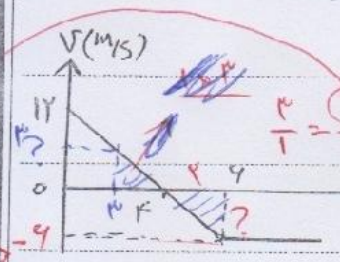
$$\frac{9\times 9}{2} = 40.5\ m$$

بازه‌ی ۹ تا ۱۲



(۱)

مثال ۵۵ : نمودار سرعت زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند مطابق شکل است. بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی $۴(s) \le t \le ۹(s)$ چند متر بر مجذور ثانیه است.

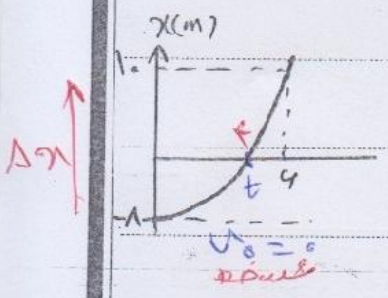


$\frac{۱۲}{۴} = \frac{?}{۱} \rightarrow ? = ۳$ (بازه ۴ ثانیه)

$\frac{۳}{۱} = \frac{?}{۲}$

$a_{av} = \frac{v_۹ - v_۴}{۹-۴} = \frac{-۶-۳}{۵} = -۳ m/s^۲$

مثال ۵۶ : متحرکی روی محور x با شتاب ثابت مطابق نمودار مکان زمان حرکت می‌کند. سرعت متحرک در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است چند (m/s) است.



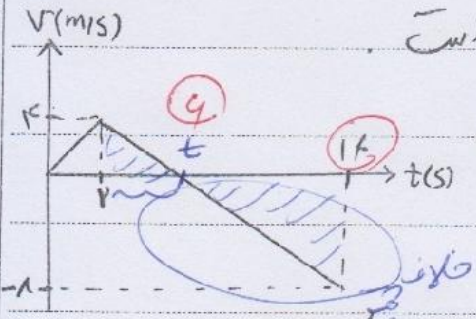
$v_t = ?$ $\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \rightarrow ۱۸ = \frac{۱}{۲}a \times ۹^۲ \rightarrow a = ۱$

$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \rightarrow \frac{۱}{۲}t^۲ - ۸ = ۰ \rightarrow t = ۴(s)$

$v = at + v_۰$

$v = ۱ \times ۴ = ۴ m/s$

مثال ۵۷ : متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و نمودار سرعت زمان آن مطابق شکل زیر است. متحرک در ۱۴ ثانیه اول، چند ثانیه در سوی مخالف محور x حرکت کرده است.

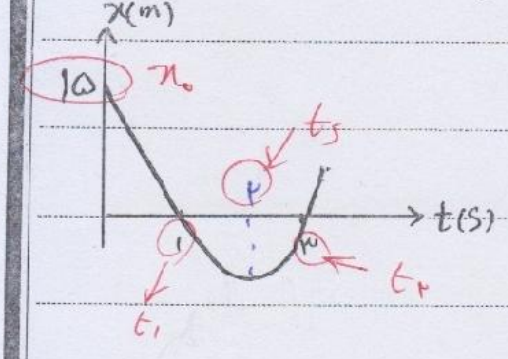


$\frac{۴}{t-۲} = \frac{۸}{۱۴-t}$ (بازه t ثانیه)

$۲t - ۴ = ۱۴ - t \rightarrow ۳t = ۱۸ \rightarrow t = ۶$

$\Delta t = ۱۴ - ۶ = ۸$ ثانیه در سوی خلاف حرکت کرده

مثال ۵۸ : شکل زیر نمودار مکان زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. شتاب آن چند متر بر مجذور ثانیه است.



$t_۱ \times t_۲ = \frac{۲x_۰}{a}$

$۳ = \frac{۲ \times ۱۵}{a} \rightarrow a = ۱۰ m/s^۲$