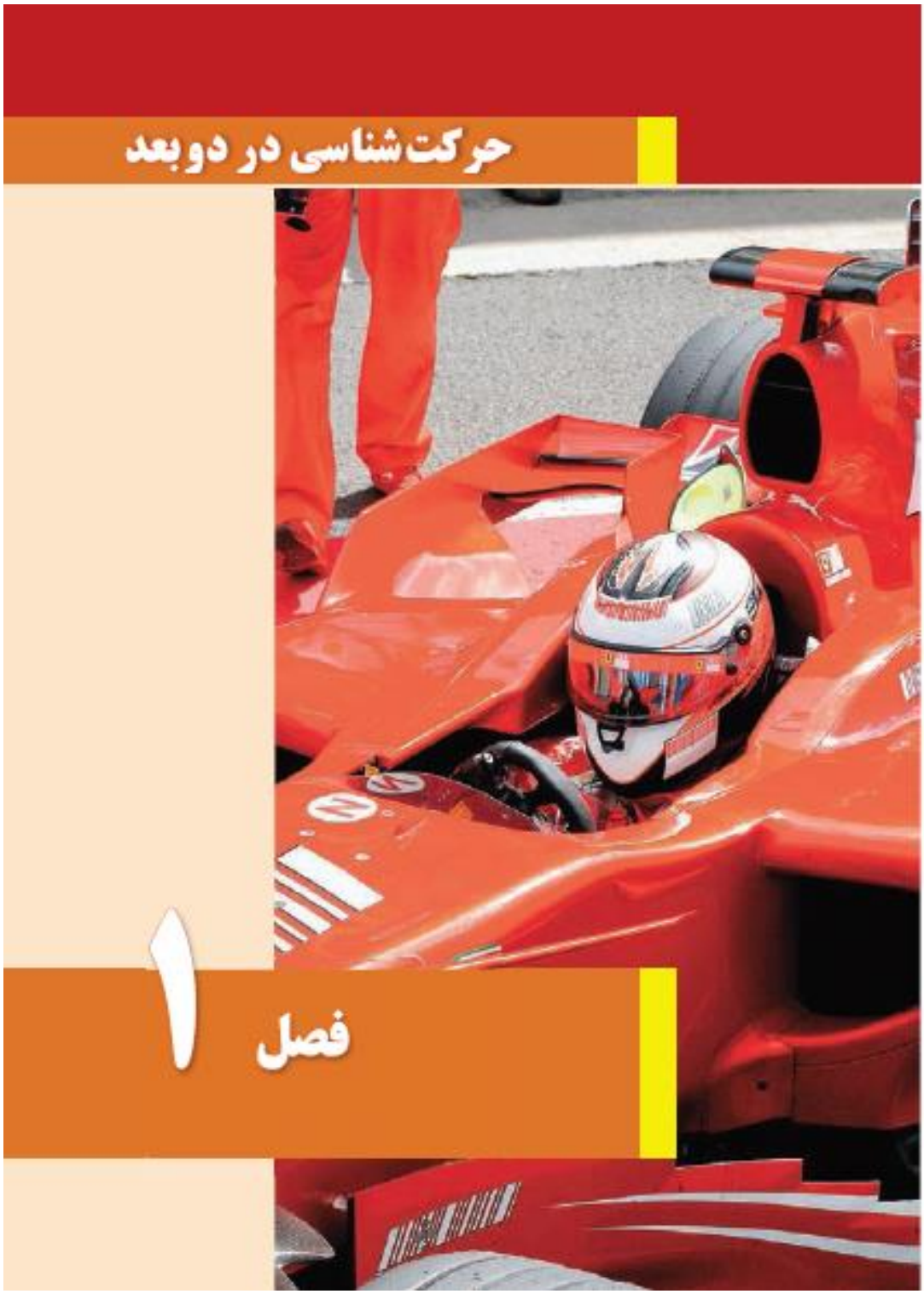


مولف: غلامرضا محبی

سرعت متوسط

۱ تیپ ۱: تعیین سرعت متوسط با استفاده از مختصات حرکت در امتداد یک مسیر مستقیم

اگر در لحظه‌های t_1 و t_2 مکان‌های x_1 و x_2 متحرک معلوم باشد برای تعیین سرعت متوسط بین این دو لحظه با استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

$$\bar{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

مکان متحرکی روی محور xها در لحظه‌ی $t = 2s$ برابر $8m$ و در لحظه‌ی $t = 10s$ برابر $-16m$ می‌باشد. سرعت متوسط متحرک در این مدت چند متر بر ثانیه است؟

۱) -3 ۲) -2 ۳) ۱ ۴) ۲

پاسخ: گزینه‌ی «۱»

مکان ذره در لحظه‌های داده شده معلوم است پس با استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

$$\begin{cases} t_1 = 2s \\ x_1 = 8m \end{cases} \begin{cases} t_2 = 10s \\ x_2 = -16m \end{cases} \quad \bar{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-16 - 8}{10 - 2} = \frac{-24}{8} = -3\frac{m}{s}$$

متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند بین دو لحظه‌ی $t_1 = 2s$ و $t_2 = 10s$ به ترتیب در فواصل $+5m$ و $-5m$ از مبدأ قرار دارد. سرعت متوسط آن بین دو لحظه‌ی t_1 و t_2 چند متر بر ثانیه است؟

۱) $-\frac{5}{6}$ ۲) ✓ $-\frac{5}{4}$ ۳) صفر ۴) $\frac{5}{4}$

متحرکی درمبدأ زمان درمبدأ مکان می‌باشد. این متحرک در لحظه‌ی $t = 4s$ در مکان $x = 10m$ و در لحظه‌ی $t = 5s$ در مکان $x = 20m$ می‌باشد. در این صورت نسبت سرعت متوسط در ۴ ثانیه اول به سرعت متوسط در ثانیه ی پنجم حرکت اش کدام است؟

۱) $\frac{5}{8}$ ۲) $\frac{8}{5}$ ۳) ✓ $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{3}$

۲ تیپ ۲: تعیین سرعت متوسط با استفاده از معادله‌ی حرکت در امتداد یک خط راست

هرگاه متحرکی در امتداد یک خط راست (به طور مثال محور xها) حرکت کند و معادله‌ی حرکت آن در این امتداد معلوم باشد، برای تعیین سرعت متوسط آن بین دو لحظه‌ی t_1 و t_2، مکان ذره را در این دو لحظه تعیین کرده و از رابطه‌ی تعیین سرعت متوسط به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

$$\bar{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

معادله‌ی مکان – زمان متحرکی در SI به صورت $x = 3t^2 - 6t$ است. سرعت متوسط آن در ۲ ثانیه‌ی اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟ (سراسری ریاضی – ۷۷)

۱) -3 ۲) صفر ۳) ۱/۵ ۴) ۳

پاسخ: گزینه‌ی «۲»

می‌دانیم که ۲ ثانیه‌ی اول بین دو لحظه‌ی $t_1 = 0$ و $t_2 = 2s$ است، لذا خواهیم داشت:

$$x = 3t^2 - 6t$$

دو ثانیه‌ی اول $\begin{cases} t_1 = 0 \rightarrow x_1 = (3)(0)^2 - (6)(0) \rightarrow x_1 = 0 \\ t_2 = 2 \rightarrow x_2 = (3)(2)^2 - (6)(2) \rightarrow x_2 = 0 \end{cases}$

و با توجه به تعریف سرعت متوسط داریم:

$$\bar{V}_{۲}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_{۲}-x_{۱}}{t_{۲}-t_{۱}}=\frac{۰-۰}{۲-۰}\rightarrow \bar{V}_{x}=۰$$

معادله مکان – زمان متحرکی در SI به صورت $x(t)=۵t^{۲}-۳۰t-۸۰$ می باشد . سرعت متوسط متحرک از لحظه ی شروع حرکت تا لحظه ی عبور از مبداء چند متر بر ثانیه است ؟ ۱) ۱۰ ✓ ۲) -۱۰ ۳) ۲۰ ۴) -۲۰

معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $x=۰/۲۵+\sin ۲\pi t$ در سیستم SI است. سرعت متوسط آن در ۵ ثانیه‌ی اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) صفر ✓ ۲) ۰/۰۵ ۳) ۰/۲۵ ۴) ۰/۱۵

۳

تیپ ۳ : تعیین سرعت متوسط با استفاده از مسیر حرکت در امتداد یک خط راست

می‌دانیم که بردار سرعت متوسط متحرک در یک بازه‌ی زمانی معین، هم جهت با بردار جابه‌جایی متحرک در آن مدت است لذا چگونگی حرکت متحرک تاثیری در تعیین سرعت متوسط آن ندارد زیرا بردار جابه‌جایی فقط تابعی از مختصات ابتدا و انتهای مسیر است. در این صورت با تعیین مختصات انتهای مسیر و ابتدای آن می‌توان به راحتی سرعت متوسط بین آن دو نقطه را تعیین کرد.

$$\bar{V}_{x}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_{۲}-x_{۱}}{t_{۲}-t_{۱}}$$

x

در یک محور مکان (مطابق شکل) متحرکی در مدت ۳۰ ثانیه از نقطه‌ی A به نقطه‌ی O و سپس در مدت ۲۰ ثانیه از نقطه‌ی O به نقطه‌ی B رسیده است. سرعت متوسط او در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۷/۵

۳) ۳۵ ۴) ۸۰

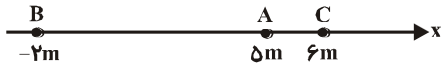
پاسخ: گزینه‌ی «۱»

برای تعیین سرعت متوسط متحرک در کل مسیر از A تا B کل جابه‌جایی و کل زمان حرکت آن را در نظر بگیریم.

$$\bar{V}_{x}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_{B}-x_{A}}{\Delta t}=\frac{۵۰۰-(-۳۰۰)}{۳۰+۲۰}\rightarrow \bar{V}_{x}=۱۶m/s$$

توجه کنید که کل زمان حرکت متحرک از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B برابر مجموع زمان حرکت آن از A تا O و از O تا B است.

متحرکی مطابق شکل در امتداد محور xها حرکت می‌کند به گونه‌ای که در مدت ۳ ثانیه از A تا B و سپس در مدت ۲ ثانیه از B به C می‌رود سرعت متوسط آن در کل این حرکت چند $\frac{m}{s}$ است؟



۱) ۱ ۲) ۰/۲ ✓ ۳) ۱/۶ ۴) ۲/۶

تیپ ۴: تعیین سرعت متوسط متحرکی که بر روی یک خط راست در یک امتداد در بازه‌های زمانی مختلف در یک جهت جابه‌جا می‌شود

۴

اگر متحرکی در امتداد یک مسیر مستقیم در بازه‌های زمانی مختلف در یک جهت جابه‌جا شود برای تعیین کل جابه‌جایی آن، مجموع جابه‌جایی‌های آن را در هر مرحله تعیین کرده و برای تعیین کل زمان حرکت آن، مجموع بازه‌های زمانی حرکت آن را در نظر می‌گیریم. در این صورت برای تعیین سرعت متوسط داریم:

$$\bar{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots}$$

تذکر: اگر در هر مرحله به جای بازه‌ی زمانی، سرعت متوسط و جابه‌جایی در آن بازه داده شده باشد، خواهیم داشت:

$$\bar{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots}{\frac{\Delta x_1}{\bar{V}_1} + \frac{\Delta x_2}{\bar{V}_2} + \dots}$$

تذکر: اگر در هر مرحله به جای جابه‌جایی، سرعت متوسط و بازه‌ی زمانی در آن مرحله معلوم باشد، داریم:

$$\bar{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\bar{V}_1\Delta t_1 + \bar{V}_2\Delta t_2 + \dots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots}$$

متحرکی ۳ دقیقه با سرعت $۲۰m/s$ و ۲ دقیقه با سرعت $۱۰m/s$ بر راستای x مستقیم و در یک‌سو حرکت می‌کند. سرعت متوسط این متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۱۵ ۴) ۱۸

پاسخ: گزینه‌ی «۲»

در این‌جا برای تعیین سرعت متوسط داریم:

$$\bar{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots}$$

ولی جابه‌جایی‌ها در هر مرحله معلوم نیست پس می‌توان با استفاده از سرعت و نیز بازه‌ی زمانی حرکت در هر مرحله این مقادیر را تعیین کرد.

$$\bar{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\bar{V}_1\Delta t_1 + \bar{V}_2\Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \rightarrow \bar{V}_x = \frac{(۲۰)(۳) + (۱۰)(۲)}{۳ + ۲} \rightarrow \bar{V}_x = ۱۶m/s$$

تذکر: دقت کنید که چون یکای زمان برای هر بازه‌ی زمانی به صورت دقیقه بیان شده، نیاز به تبدیل این یکا در SI نیست.

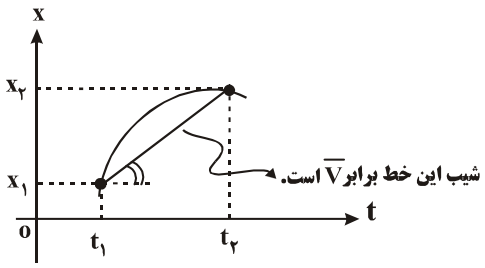
متحرکی مسافت‌های متوالی x و $2x$ و $3x$ را به ترتیب با سرعت‌های V و $2V$ و $3V$ طی می‌کند. سرعت متوسط آن در این حرکت چند V است؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ✓ ۴) ۲/۵

توجه: تیپ‌های دیگری از تعیین سرعت متوسط نیز وجود دارد که آن‌ها را می‌توانید در صفحه‌های بعد در موضوع‌های «حرکت با شتاب ثابت» و نیز «حرکت دو بعدی» و «تعیین سرعت متوسط با استفاده از نمودار مکان – زمان»و همچنین «تعیین سرعت متوسط با استفاده از نمودار سرعت – زمان»پیدا کنید.

۵ تیپ ۵: سرعت متوسط با استفاده از نمودار مکان – زمان

می‌دانیم شیب خطی که دو نقطه از نمودار مکان – زمان را به هم متصل می‌کند برابر سرعت متوسط متحرک بین دو لحظه است.



$$\bar{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱}$$

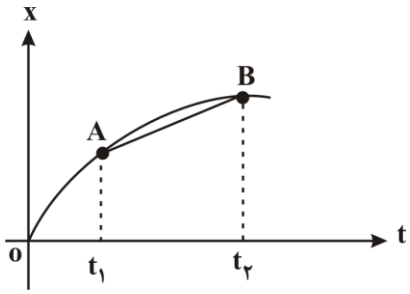
در شکل مقابل شیب خط AB برابر است با:

۱) سرعت لحظه‌ای در لحظه‌ی $t_۱$

۲) شتاب لحظه‌ای در لحظه‌ی $t_۲$

۳) سرعت متوسط در فاصله‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۲$

۴) شتاب متوسط در فاصله‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۲$



پاسخ: گزینه‌ی «۳»

همان‌طور که می‌دانیم شیب این خط به صورت زیر محاسبه می‌شود.

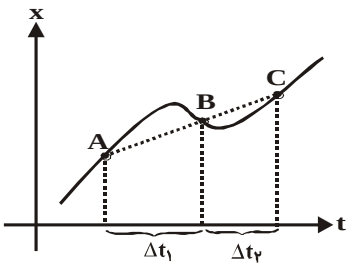
$$\text{شیب خط} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{x_B - x_A}{t_۲ - t_۱} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

و این برابر $\bar{V}_x$ است.

در شکل مقابل نمودار مکان – زمان حرکت یک متحرک در امتداد محورxها داده شده است. در این صورت کدام کمیت الزاماً در بازه‌ی زمانی $\Delta t_۱$ و $\Delta t_۲$ یکسان است؟

۱) جابه‌جایی ✓ ۲) سرعت متوسط

۳) شتاب متوسط ۴) شتاب لحظه‌ای

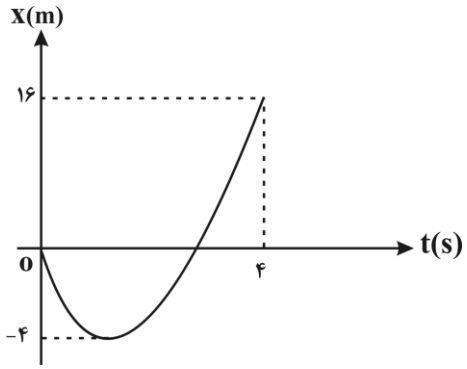


۶ تیپ ۶: محاسبه‌ی سرعت متوسط با استفاده از نمودار مکان – زمان

در این‌جا با توجه به این‌که به راحتی می‌توان در لحظه‌های معلوم، مکان متحرک را تعیین کرد با استفاده از تعریف سرعت متوسط خواهیم داشت.

$$\bar{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱}$$

شکل مقابل نمودار مکان – زمان متحرکی در یک مسیر مستقیم است. سرعت متوسط متحرک در این ۴ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

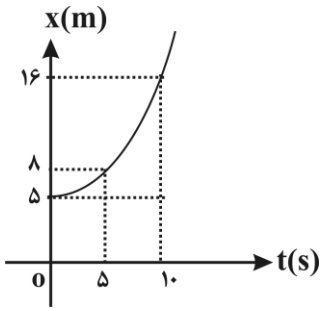
پاسخ: گزینه‌ی «۳»

در ابتدا مکان ذره را در لحظه‌های $t_1 = ۰$ و $t_2 = ۴s$ تعیین می‌کنیم. سپس با تعیین جابه‌جایی در این مدت سرعت متوسط را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} t_1 = ۰ \rightarrow x_1 = ۰ \\ t_2 = ۴ \rightarrow x_2 = ۱۶ \end{cases}$$

$$\bar{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{۱۶ - ۰}{۴ - ۰} \rightarrow \bar{V}_x = ۴ m/s$$

نمودار مکان – زمان متحرکی به شکل زیر است، نسبت سرعت متوسط در ۵ ثانیه‌ی دوم حرکت به ۵ ثانیه‌ی اول حرکت کدام است؟



۱) $\frac{۸}{۵}$

۲) $\frac{۱۶}{۵}$

۳) $\frac{۸}{۳}$ ✓

۴) ۱

سرعت لحظه‌ای

تیپ ۱: تعیین سرعت لحظه‌ای با استفاده از معادله‌ی حرکت

۷

اگر معادله‌ی حرکت متحرکی معلوم باشد به راحتی با تعیین مشتق این معادله نسبت به زمان معادله‌ی سرعت آن را تعیین کرده و با استفاده از این معادله در هر لحظه‌ی دلخواه می‌توان سرعت لحظه‌ای متحرک را در آن لحظه معلوم کرد.

اگر رابطه‌ی مکان – زمان متحرکی در SI به صورت $x=\frac{۱}{۳}t^۳+۳t$ شود، سرعت آن در لحظه‌ی $t=۲s$ چند m/s است؟

۱) ۷ ۲) ۹ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینه‌ی «۱»

در ابتدا از معادله‌ی حرکت نسبت به زمان مشتق می‌گیریم تا معادله‌ی سرعت متحرک معلوم شود.

$$x=\frac{۱}{۳}t^۳+۳t \;,\; V_x=\frac{dx}{dt}\rightarrow V_x=t^۲+۳$$

حال برای تعیین سرعت در لحظه‌ی $t=۲s$ داریم:

$$V_x=(۲)^۲+۳\rightarrow V_x=۷m/s$$

معادله‌ی مکان متحرکی در SI به صورت $x=t^۳-۳t^۲+۴$ است. سرعت این متحرک در لحظه‌ی $t=۳$ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟

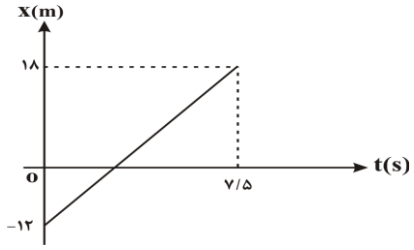
۱) ۱۳ ۲) ۹ ۳) ۴ ۴) ۸

۸

تیپ ۲: تعیین سرعت لحظه‌ای با استفاده از نمودار مکان – زمان

می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان در هر لحظه برابر سرعت متحرک در آن لحظه است.

با توجه به نمودار مکان – زمان رسم شده تغییر مکان متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا $۷/۵s$ و نیز سرعت آن در لحظه‌ی $t=۳s$ به ترتیب از راست به چپ در SI چند است؟



۱) ۶ و $\frac{۴}{۵}$ ۲) ۶ و ۴

۳) ۳۰ و ۶ ۴) ۳۰ و ۴

پاسخ: گزینه‌ی «۴»

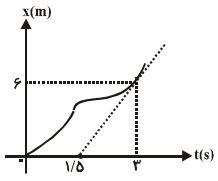
در ابتدا جابه‌جایی متحرک را در بازه‌ی زمانی داده شده تعیین می‌کنیم.

$$\Delta x=x_۲-x_۱=۱۸-(-۱۲)\rightarrow \Delta x=۳۰m \quad \begin{cases} t_۱=۰\rightarrow x_۱=-۱۲m \\ t_۲=۷/۵\rightarrow x_۲=۱۸m \end{cases}$$

و برای تعیین شیب خط مماس بر نمودار که در این‌جا همواره مقداری ثابت است، داریم:

$$V_x=\frac{۳۰}{۷/۵}\rightarrow V_x=۴m/s$$

اگر نمودار مکان – زمان حرکت متحرکی در امتداد محور x ها به صورت مقابل داده شده باشد سرعت متحرک در لحظه‌ی $t=۳s$ چند $\frac{m}{s}$ است؟



۱) ۲ ۲) ۴ ✓

۳) ۱ ۴) ۱/۵

توجه: تیپ‌های دیگری از تعیین سرعت لحظه‌ای وجود دارد که می‌توانید آن‌ها را در موضوع «نمودار سرعت – زمان» و همچنین «حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت» پیدا کنید.

حرکت یکنواخت بر روی یک خط راست

۹

تیپ ۱: تعیین جابه‌جایی با استفاده از معادله‌ی حرکت

می‌دانیم که در حرکت یکنواخت در امتداد یک خط راست (به طور مثال محور x ها) معادله‌ی مکان –ز مان حرکت متحرک از درجـه‌ی اول است. به عبارتی این رابطه به صورت $x = V_x t + x_0$ است.

لذا با قرار دادن هر لحظه‌ی معلوم در معادله‌ی حرکت می‌توان مکان متحرک را در آن لحظه تعیین کرد.

اگر معادله‌ی حرکت جسمی در دستگاه SI به صورت $x = ۱۲t - ۲۴$ باشد، تغییر مکان متحرک در ۲ ثانیه‌ی اول حرکت چند متر است؟

۱) -۲۴ ۲) صفر ۳) ۲۴ ۴) ۴۸

پاسخ: گزینه‌ی «۳»

برای تعیین تغییر مکان (جابه‌جایی) متحرک در دو ثانیه‌ی اول داریم:

$$x = ۱۲t - ۲۴$$
$$\begin{cases} t_۱ = ۰ \rightarrow x_۱ = -۲۴ \\ t_۲ = ۲ \rightarrow x_۲ = ۰ \end{cases} \Rightarrow \Delta x = x_۲ - x_۱ = ۰ - (-۲۴) \rightarrow \Delta x = ۲۴m$$

اگر معادله‌ی حرکت یک متحرک در SI به صورت $x = ۵t + ۳$ باشد جابه‌جایی متحرک در ثانیه‌ی اول چه کسری از جابـه‌جایی آن در ۲ ثانیه‌ی سوم حرکت است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ✓ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۷}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

۱۰

تیپ ۲: تعیین سرعت جسم با استفاده از مختصات حرکت

از آن‌جایی که در حرکت یکنواخت در امتداد یک مسیر مستقیم، سرعت متوسط و سرعت لحظه‌ای متحرک با هم برابرند پس در این نوع حرکت خواهیم داشت:

$$V_x = \bar{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱}$$

جسمی با سرعت ثابت در حرکت است. اگر این جسم در لحظه‌ی $t = ۴s$ در فاصله‌ی ۲۲ متری مبدأ مکان و ۲ ثانیه بعد در فاصله‌ی ۳۴ متری آن مبدأ باشد، سرعت جسم چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱/۲ ۲) ۴ ۳) ۵/۶ ۴) ۶

پاسخ: گزینه‌ی «۴»

به راحتی می‌توان با توجه به مقادیر داده شده سرعت این متحرک را که با سرعت متوسط آن برابر است تعیین کرد.

$$V_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۳۴ - ۲۲}{۲} \rightarrow V_x = ۶m/s$$

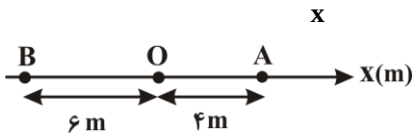
متحرکی در حرکت بر روی محور x ها با سرعت ثابت در مبدأ زمان از مکان $-۲m$ می‌گذرد اگر در لحظه‌ی $t = ۴s$ از مکان $-۶m$ عبور کند سرعت آن چند $\frac{m}{s}$ است؟

۱) $-\frac{۳}{۴}$ ۲) -۱ ✓ ۳) -۲ ۴) $-\frac{۳}{۲}$

۱۱ **تیپ ۳ : تعیین معادله‌ی حرکت با استفاده از مسیرحرکت**

با توجه به مختصات داده شده‌ی مسیر حرکت مقادیر V_x و x_0 را تعیین کرده و سپس این مقادیر را در معادله‌ی $x = V_x t + x_0$ جایگزین می‌کنیم تا معادله‌ی حرکت معلوم شود.

متحرکی با سرعت ثابت مطابق شکل زیر از نقطه‌ی A به حرکت در می‌آید و پس از ۵ ثانیه به نقطه‌ی B می‌رسد. معادله‌ی حرکت این متحرک کدام است؟



۱) $x = -2t + 4$ ۲) $x = 2t + 4$

۳) $x = 2t + 6$ ۴) $x = -2t + 6$

پاسخ: گزینه‌ی «۱»

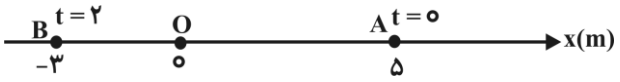
در ابتدا سرعت متحرک را با توجه به مختصات داده شده تعیین می‌کنیم:

$$V_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_B - x_A}{\Delta t} = \frac{-6-(+4)}{5} = -2m/s$$

و از آن‌جایی که در مبدأ زمان از نقطه‌ی A شروع به حرکت کرده است.

$$x_0 = x_A = 4m \rightarrow x = -2t + 4$$

اگر نمودار مسیر حرکت یک متحرک با سرعت ثابت در امتداد محور x ها به صورت مقابل باشد و متحرک در لحظه‌ی $t = 0$ از نقطه‌ی A عبور کند. معادله‌ی حرکت آن در SI کدام است؟



۱) $x = t + 5$ ۲) $x = 2t - 5$

۳) $x = -2t + 5$ ۴) $x = -4t + 5$ ✓

۱۲ **تیپ ۴ : تعیین معادله‌ی حرکت با استفاده از مختصات حرکت**

در این نوع از مسایل با استفاده از یک دستگاه دو معادله‌ی دومجهولی می‌توان مقادیر V_x و x_0 را تعیین وسپس معادله‌ی حرکت را مشخص نمود.

جسمی که با سرعت ثابت روی محور x ها حرکت می‌کند، در لحظه‌ی $t_1 = 5s$ در مکان $x_1 = 16m$ و در لحظه‌ی $t_2 = 7s$ در مکان $x_2 = 24m$ است. معادله‌ی حرکت این جسم در SI کدام است؟

۱) $x = 4t + 8$ ۲) $x = 4t - 4$

۳) $x = 4t - 8$ ۴) $x = 8t - 4$

پاسخ: گزینه‌ی «۲»

با توجه به این که معادله‌ی حرکت در امتداد محور x ها با سرعت ثابت به صورت $x = V_x t + x_0$ است، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} t = 5 \\ x = 16 \end{cases} \begin{cases} t = 7 \\ x = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16 = 5V_x + x_0 \\ 24 = 7V_x + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_x = 4m/s \\ x_0 = -4m \end{cases} \Rightarrow x = 4t - 4$$

ذره‌ای با سرعت ثابت روی محور x ها به حرکت در می‌آید و پس از ۲ ثانیه به نقطه‌ی O (مبدأ مقایسه) می‌رسد و ۲ ثانیه بعد به نقطه‌ی $x=-6m$ می‌رسد، معادله‌ی حرکت آن در SI کدام است؟

۱) $x=-3t-6$ ۲) ✓ $x=-3t+6$ ۳) $x=3t-6$ ۴) $x=3t+6$

۱۳ **تیپ ۵:** مسایل حرکت با سرعت ثابت روی خط راست

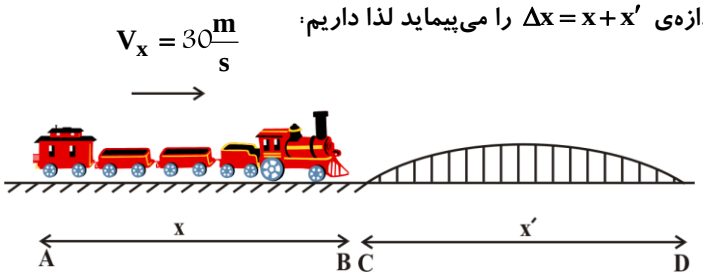
در این نوع مسایل چون متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کند، در زمان‌های مساوی، متحرک جابه‌جایی‌های مساوی را می‌پیماید لذا می‌توان از رابطه‌ی $\Delta x = V_x \Delta t$ جابه‌جایی متحرک را در مدت معین Δt تعیین کرد.

قطاری از روی پلی به طول ۴۰۰ متر می‌گذرد. اگر سرعت آن ثابت و ۳۰ متر بر ثانیه باشد و ۲۰ ثانیه طول بکشد تا از پل عبور کند، طول قطار چند متر است؟

۱) ۲۰۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۶۰۰ ۴) ۸۰۰

پاسخ: گزینه‌ی «۱»

اگر فرض کنیم که قطار AB دارای طول x و پل CD دارای طول x' باشد، هنگامی که قطار به طور کامل از روی پل عبور می‌کند نقطه‌ی A قطار از نقطه‌ی D پل می‌گذرد. یعنی قطار مسافتی به اندازه‌ی $\Delta x = x + x'$ را می‌پیماید لذا داریم:



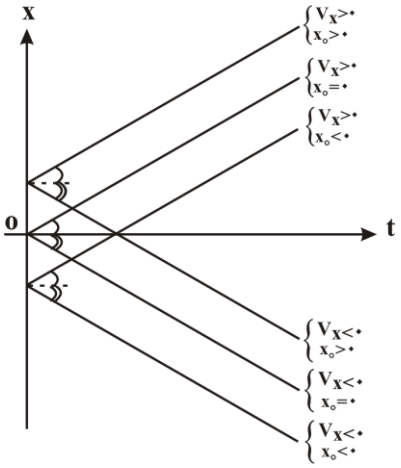
$$\Delta x = V_x \Delta t \rightarrow x + x' = V_x t \rightarrow x + 400 = (30)(20) \rightarrow x = 200\,m$$

دو چرخه‌سواری فاصله‌ی ۹۰ کیلومتری مستقیم بین دو شهر را در مدت ۴/۵ ساعت می‌پیماید. وی با سرعت ثابت ۲۴ کیلومتر بر ساعت رکاب می‌زند، اما برای رفع خستگی توقف‌هایی هم دارد. مدت کل توقف او چند دقیقه است؟

۱) ۸۰ ۲) ✓ ۴۵ ۳) ۳۰ ۴) ۱۵

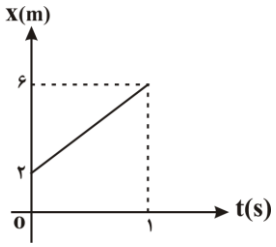
۱۴ **تیپ ٦:** تعیین سرعت و یا مکان با استفاده از نمودار مکان – زمان در حرکت با سرعت ثابت

از آن‌جایی که در حرکت یکنواخت در امتداد یک خط راست سرعت متحرک ثابت است، نمودار مکان – زمان آن یک خط راست با شیب ثابت خواهد بود که می‌توان آن را در حالت‌های مختلف به صورت زیر نمایش داد که شیب خط برابر سرعت متحرک است.



لذا با معلوم بودن سرعت متحرک (شیب نمودار) و مکان اولیه (x_0) می‌توان معادله‌ی حرکت را تعیین کرده و مطابق آن مکان ذره را در هر لحظه تعیین کرد.

نمودار مکان – زمان متحرکی به شکل زیر است این متحرک در لحظه‌ی $t=10s$ در فاصله‌ی چند متری مبدأ مقایسه است؟

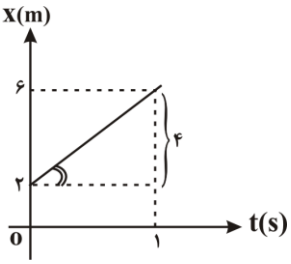


۱) ۳۸ ۲) ۲۴

۳) ۳۶ ۴) ۴۲

پاسخ: گزینه‌ی «۴»

با توجه به شیب نمودار سرعت متحرک را تعیین می‌کنیم.

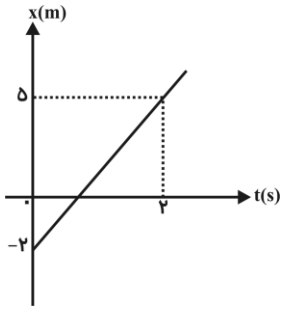


$$V_x=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{4}{1}\rightarrow V_x=4m/s\ ,\ x_\circ=2$$

و با توجه به معادله‌ی حرکت داریم:

$$x=V_xt+x_\circ\rightarrow x=4t+2\xrightarrow{t=10}x=(4)(10)+2\rightarrow x=42m$$

اگر نمودار مکان – زمان حرکت متحرکی به صورت مقابل باشد سرعت متحرک چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۵

۲) ۱/۵ ✓

۳) ۳/۵

۴) ۲/۵

۱۵ تیپ ۷: بررسی مسأله‌های دو متحرک در حرکت یکنواخت

تیپ a: اگر دو متحرک به طور همزمان از دو نقطه‌ی مختلف شروع به حرکت کنند.

در این نوع مسایل معادله‌ی حرکت هر یک را نوشته و هنگامی که دو متحرک به هم می‌رسند مکان دو متحرک را با هم برابر قرار می‌دهیم. توجه داشته باشید که در این‌جا با توجه به جهت مثبت اختیاری و نیز مبدأ مکان اختیاری (که معمولاً نقطه‌ی شروع حرکت یکی از دو متحرک است) می‌توان به طور ساده‌تر به پاسخ مسأله دست یافت.

دو جسم A و B به فاصله‌ی ۸۰ متر از یک دیگر قرار دارند. اگر A با سرعت $8m/s$ و B با سرعت V هم زمان به سمت هم حرکت کنند، پس از ۴ ثانیه به هم می‌رسند. V چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳۲ ۲) ۱۶ ۳) ۱۲ ۴) ۸

پاسخ: گزینه‌ی «۳»

اگر متحرک B را در مبدأ مکان مطابق شکل در نظر بگیریم می‌توان معادله‌ی حرکت هر یک از آن‌ها را نوشته و در لحظه‌ای که به هم می‌رسند مکان آن‌ها را با یکدیگر مساوی قرار داد. توجه کنید جهت بردارهایی که به طرف راست هستند را مثبت و به طرف چپ را منفی در نظر گرفته‌ایم.

$$x_B = V_B t + x_{\circ B} \xrightarrow[x_{\circ}B=\circ]{V_B=V} x_B = Vt$$

$$x_B = V_B + x_{\circ A} \xrightarrow[x_{\circ}A=۸\circ]{V_A=-۸m/s} x_A = -۸t + ۸\circ$$

$$\xrightarrow{t=۴s} x_A = x_B \rightarrow (-۸)(۴) + ۸\circ = V(۴) \rightarrow V = ۱۲m/s$$

از دو شهر به فاصله‌ی ۹۰۰ کیلومتر، دو متحرک که یکی از آن‌ها سرعتش $\frac{۱}{۴}$ دیگری است، در یک لحظه رو به یکدیگر شروع به حرکت می‌کنند و ۴ ساعت بعد به هم می‌رسند. سرعت متوسط متحرک تند رو چند کیلومتر بر ساعت است؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۲۵ ۳) ۱۴۵ ۴) ۱۸۰ ✓

۱۵ **تیپ ۷: بررسی مسأله‌های حرکت دو متحرک در حرکت یکنواخت**

تیپb: اگر دو متحرک به طور همزمان از یک نقطه در یک جهت شروع به حرکت کنند.

در این تیپ از مسایل در حرکت یکنواخت در یک مدت معین نسبت جابه‌جایی دو متحرک همانند نسبت سرعت آن‌ها است به عبارتی برای دو متحرک فرضی A و B داریم:

$$\left.\begin{matrix}\Delta x_A = V_A t_A \\ \Delta x_B = V_B t_B\end{matrix}\right\} \xrightarrow{t_A=t_B} \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{V_A}{V_B}$$

همچنین برای تعیین فاصله‌ی بین دو متحرک می‌توان از رابطه‌ی زیر استفاده کرد.

$$\Delta x = x_B - x_A = (V_B - V_A)t$$

دو متحرک از یک مکان، هم‌زمان در یک جهت با سرعت $۷۲km/h$ و $۱۰۸km/h$ به حرکت در می‌آیند. پس از چند دقیقه فاصله‌ی دو متحرک از یکدیگر ۳/۶ کیلومتر می‌شود؟

۱) ۱۰ ۲) ۳/۶ ۳) ۶ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینه‌ی «۳»

در ابتدا سرعت متحرک را به m/s تبدیل می‌کنیم می‌دانیم که برای تبدیل سرعت بر حسب km/h به m/s خواهیم داشت:

$$(km/h) \xrightarrow{\div ۳/۶} (m/s)$$

لذا می‌توان این سرعت‌ها را به صورت زیر در واحد SI تبدیل کرد.

$$V_۱ = ۷۲km/h = ۲\circ m/s \quad , \quad V_۲ = ۱\circ۸km/h = ۳\circ m/s$$

$$\Delta x = (V_۲ - V_۱)t \rightarrow ۳۶\circ\circ = (۳\circ - ۲\circ)t \rightarrow t = ۳۶\circ s = ۶ \text{ دقیقه}$$

هواپیمای مافوق صوتی که با سرعتی معادل دو برابر سرعت صوت حرکت می‌کند. در ارتفاع هفتاد کیلومتری از سطح زمین پرواز می‌کند. در مدتی که طول می‌کشد صدای عبور هواپیما به سطح زمین برسد، فاصله‌ای که هواپیما طی کرده است برابر است با:

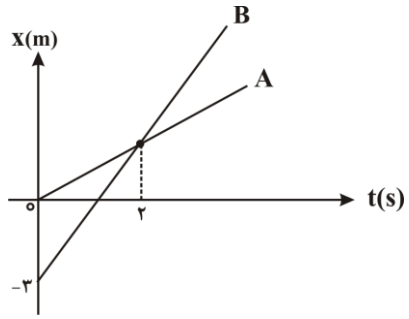
۱) سی‌وپنج کیلومتر ۲) چهارصد و نود کیلومتر ۳) یک‌صد و چهل کیلومتر ۴) دویست‌و هشتاد کیلومتر

✓

۱۶ تیپ ۸: مقایسه‌ی حرکت دو متحرک با سرعت ثابت با استفاده از نمودار مکان – زمان

در این تیپ از مسایل، در مقایسه‌ی سرعت دو متحرک، متحرکی که دارای شیب خط بزرگتر می‌باشد دارای سرعت بیش‌تری نیز هست و فاصله‌ی قائم دو نمودار در هر لحظه برابر فاصله‌ی دو متحرک از هم است.

در شکل مقابل نمودار مکان – زمان حرکت دو متحرک A و B که به طور همزمان شروع به حرکت کرده‌اند نمایش داده شده است. فاصله‌ی دو متحرک از هم در لحظه‌ی $t = ۵s$ چندمتر است؟



۱) ۲

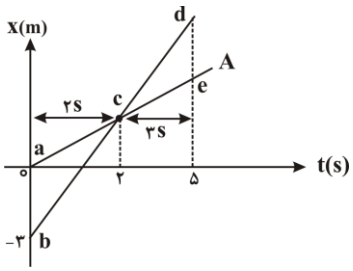
۲) ۳

۳) ۴/۵

۴) ۷/۵

پاسخ: گزینه‌ی «۳»

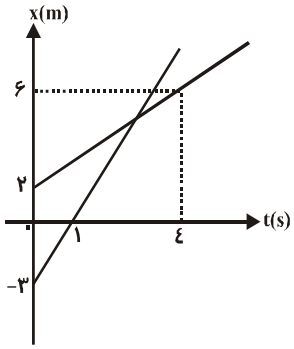
به راحتی می‌توان با توجه به نمودار دریافت که متحرک B دارای سرعت بیشتری از متحرک A است. از آن‌جایی که با توجه به نمودار دو مثلث abc و dec متشابه هستند. خواهیم داشت:



$$\frac{de}{ab} = \frac{۳}{۲} \rightarrow \frac{de}{۳} = \frac{۳}{۲} \rightarrow de = ۴/۵m$$

که این فاصله برابر فاصله‌ی دو متحرک از هم در لحظه‌ی $t = ۵s$ است.

اگر نمودار مکان – زمان حرکت دو متحرک که بر روی محور x ها به طور هم زمان شروع به حرکت کرده‌اند به صورت مقابل باشد این دو متحرک چند ثانیه بعد از شروع حرکت به هم می‌رسند؟



۱) ۱/۵

۲) ۲

۳) ۲/۵ ✓

۴) ۳

شتاب متوسط

۱۷ **تیپ ۱: تعیین شتاب متوسط با استفاده از معادله‌ی حرکت**

در این نوع مسایل با مشتق‌گیری از معادله‌ی حرکت معادله‌ی سرعت متحرک را تعیین کرده و برای تعیین شتاب متوسط با استفاده از معادله‌ی سرعت، سرعت متحرک را در لحظه‌های t_1 و t_2 تعیین کرده و سپس با استفاده از تعریف شتاب متوسط، این کمیت را معلوم می‌کنیم.

$$\bar{a}=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{V_2-V_1}{t_2-t_1}$$

رابطه‌ی مکان – زمان متحرکی بر مسیر مستقیم در SI به صورت $x=\frac{t^3}{2}+2t$ می‌باشد، شتاب متوسط متحرک بین دو لحظه‌ی $t_1=2s$ و $t_2=4s$ چند m/s^2 است؟ (آزاد ریاضی – ۸۰)

۱) ۳ ۲) ۹ ۳) ۴/۵ ۴) ۱/۵

پاسخ: گزینه‌ی «۲»

در ابتدا از معادله‌ی مکان نسبت به زمان مشتق می‌گیریم.

$$x=\frac{t^3}{2}+2t \xrightarrow{V_x=\frac{dx}{dt}} V_x=\frac{3}{2}t^2+2$$

حال سرعت را در لحظه‌های t_1 و t_2 تعیین می‌کنیم.

$$\begin{cases} t_1=2s \rightarrow V_1=(\frac{3}{2})(2)^2+(2) \rightarrow V_1=8m/s \\ t_2=4s \rightarrow V_2=(\frac{3}{2})(4)^2+(2) \rightarrow V_2=26m/s \end{cases}$$

حال با توجه به تعریف شتاب متوسط داریم:

$$\bar{a}=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{V_2-V_1}{t_2-t_1}=\frac{26-8}{4-2} \rightarrow \bar{a}=9m/s^2$$

اگر معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $x=t^2+2t+5$ باشد، شتاب متوسط آن در ثانیه‌ی اول حرکت چند $\frac{m}{s^2}$ است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۴

۱۸ **تیپ ۲: تعیین شتاب متوسط با استفاده از مختصات حرکت**

در این تیپ مسایل هنگامی که در یک بازه‌ی زمانی Δt سرعت متحرک از V_1 به V_2 تغییر می‌کند می‌توان شتاب متوسط متحرک را به صورت زیر تعیین کرد.

$$\bar{a}=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{V_2-V_1}{\Delta t}$$

شتاب متوسط متحرکی که در مدت ۰/۵ ثانیه از سرعت $1cm/s$ به سرعت $99cm/s$ می‌رسد، در SI برابر است با:

۱) ۱/۹۶ ۲) ۲ ۳) ۱۹۶ ۴) ۲۰۰

پاسخ: گزینه‌ی «۱»

با توجه به تعریف شتاب متوسط داریم:

$$\bar{a}=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{V_2-V_1}{\Delta t}=\frac{99-1}{0/5}=196cm/s^2=1/96m/s^2$$

شتاب متوسط متحرکی که در لحظه‌ی $t_1=2s$ دارای سرعت $5\frac{m}{s}$ و در لحظه‌ی $t_2=4s$ دارای سرعت $-4\frac{m}{s}$ بوده و روی محور x ها در حرکت است چند $\frac{m}{s^2}$ است؟

۱) ✓ -۴/۵ ۲) ۴/۵ ۳) ۰/۵ ۴) -۰/۵

۱۹

تیپ ۳: تعیین شتاب متوسط با استفاده از معادله‌ی سرعت

در این تیپ از مسایل چون معادله‌ی سرعت متحرک معلوم است به راحتی می‌توان سرعت متحرک را در دو لحظه‌ی t_1 و t_2 تعیین کرده و سپس شتاب متوسط متحرک را با استفاده از تعریف $\bar{a}=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{V_2-V_1}{t_2-t_1}$ تعیین کرد.

معادله‌ی سرعت – زمان متحرکی بر مسیر مستقیم در SI به صورت $V=t^2+4$ است. شتاب متوسط آن بین دو لحظه‌ی $t_1=4s$ و $t_2=6s$ چند m/s^2 است؟

۱) ۲ ۲) ۱۰ ۳) ۶ ۴) ۸

پاسخ: گزینه‌ی «۲»

به راحتی می‌توان با استفاده از معادله‌ی سرعت متحرک، V_1 و V_2 را در لحظه‌های t_1 و t_2 تعیین کرد.

$$V=t^2+4$$

$$\begin{cases}t_1=4s\rightarrow V_1=(4)^2+4\rightarrow V_1=20m/s\\ t_2=6s\rightarrow V_2=(6)^2+4\rightarrow V_2=40m/s\end{cases}$$

$$\bar{a}=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{V_2-V_1}{t_2-t_1}=\frac{40-20}{6-4}\rightarrow \bar{a}=10m/s^2$$

اگر معادله‌ی سرعت – زمان متحرکی بر مسیر مستقیم در SI به صورت $V=2t^2-4$ باشد شتاب متوسط آن در ثانیه‌ی دوم حرکت چند $\frac{m}{s^2}$ است؟

۱) ✓ ۶ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) ۲

توجه: تیپ‌های دیگری برای تعیین شتاب متوسط نیز وجود دارد که می‌توانید آن‌ها را در موضوع‌های «شتاب متوسط با استفاده از نمودار سرعت زمان» و «شتاب متوسط در حرکت دو بعدی» پیدا کنید.

شتاب لحظه‌ای

تیپ ۱: تعیین شتاب لحظه‌ای با استفاده از معادله‌ی حرکت

۲۰

می‌دانیم که هرگاه از معادله‌ی حرکت نسبت به زمان دوبار مشتق بگیریم می‌توان به راحتی معادله‌ی شتاب متحرک را تعیین کرده و با جایگزین کردن زمان مربوط شتاب متحرک را در آن لحظه معلوم کرد. $a_x = \frac{d^2x}{dt^2}$

رابطه‌ی مکان – زمان متحرکی در SI به صورت $x = \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 2$ می‌باشد. شتاب آن در لحظه‌ی $t = 2s$ برابر چند m/s^2 است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۹

پاسخ: گزینه‌ی «۳»

در ابتدا از معادله‌ی مکان دوبار نسبت به زمان مشتق می‌گیریم تا معادله‌ی شتاب حرکت تعیین شود.

$$x = \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 2 \xrightarrow{V_x = \frac{dx}{dt}} V_x = t^2 + t \xrightarrow{a_x = \frac{dV_x}{dt}} a_x = 2t + 1$$

حال در لحظه‌ی $t = 2s$ خواهیم داشت:

$$a_x = 2t + 1 \xrightarrow{t=2} a_x = (2)(2) + 1 \rightarrow a_x = 5 m/s^2$$

معادله‌ی مکان متحرکی در SI، $x = \frac{1}{5}t^3 + 2t + 2$ است. شتاب حرکت در لحظه‌ی $t = 2s$ چند m/s^2 است؟

۱) ۱/۱ ۲) ۲/۲ ۳) ۲/۴ ✓ ۴) ۴/۴

تیپ ۲: تعیین شتاب لحظه‌ای با استفاده از معادله‌ی سرعت

۲۱

در این‌جا با یکبار مشتق گرفتن از معادله‌ی سرعت نسبت به زمان می‌توان معادله‌ی شتاب متحرک را تعیین کرده و سپس در هر لحظه مقدار شتاب را محاسبه کرد.

اگر معادله‌ی سرعت – زمان حرکت متحرکی در SI به صورت $V = 3t^2 + 2t$ باشد شتاب متحرک در لحظه‌ی $t = 2s$ چند m/s^2 است؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۱۴ ۴) ۸

پاسخ: گزینه‌ی «۳»

در ابتدا معادله ی شتاب را با مشتق‌گیری از معادله‌ی سرعت تعیین می‌کنیم.

$$a = \frac{dV}{dt} \xrightarrow{V = 3t^2 + 2t} a = 6t + 2 \xrightarrow{t=2s} a = (6)(2) + 2 \rightarrow a = 14 m/s^2$$

اگر معادله‌ی سرعت – زمان حرکت متحرکی در SI به صورت $V = t^3 + 3t$ باشد شتاب آن در لحظه‌ی $t = 2s$ چند $\frac{m}{s^2}$ است؟

۱) ۱۵ ✓ ۲) ۱۴ ۳) ۱۲ ۴) ۶

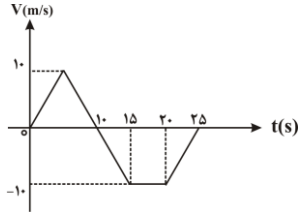
توجه: تیپ‌های دیگر تعیین شتاب لحظه‌ای را می‌توانید در موضوع‌های «نمودار سرعت – زمان»، «نمودار مکان – زمان در حرکت با شتاب ثابت» و «حرکت دو بعدی» بیابید.

تعیین سرعت متوسط به کمک نمودار سرعت – زمان

۲۲ تیپ ۱: نمودار سرعت – زمان یک خط با شیب ثابت نباشد

می‌دانیم که سطح زیر نمودار سرعت – زمان برابر جابه‌جایی متحرک است در این صورت با تعیین سطح زیر نمودار سرعت – زمان می‌توان به راحتی با استفاده از تعریف سرعت متوسط $\bar{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$، سرعت متوسط متحرک را در بازه‌ی زمانی Δt تعیین کرد.

نمودار سرعت – زمان متحرکی به شکل زیر است. سرعت متوسط آن بین دو لحظه‌ی $t=0$ و $t=25s$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) صفر
۲) ۲/۵
۳) -۵
۴) -۲

پاسخ: گزینه‌ی «۴»

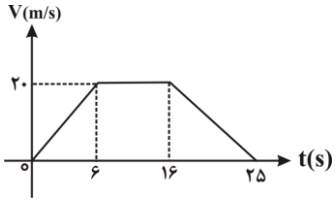
برای تعیین جابه‌جایی متحرک در این ۲۵ ثانیه سطح زیر نمودار سرعت زمان را تعیین می‌کنیم. توجه داشته باشیم که چون ذوزنقه به گونه‌ای است که همواره بین دو لحظه‌ی ۱۰s و ۲۵s سرعت متحرک منفی است پس جابه‌جایی متحرک در این مدت منفی خواهد بود.

$\Delta x = S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{(۱۰+۲۵)\times ۴}{۲} = -۵۰m$

و برای تعیین سرعت متوسط در این مدت داریم:

$\bar{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-۵۰}{۲۵}=-۲m/s$

تمرین: نمودار سرعت – زمان متحرکی در ۲۵ ثانیه مطابق شکل است، سرعت متوسط این متحرک در این مدت چند متر بر ثانیه است؟



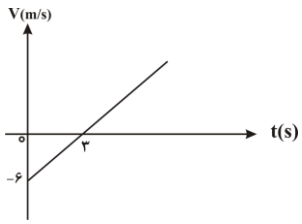
۱) ۱۲/۵
۲) ۱۳/۵
۳) ۱۴ ✓
۴) ۱۵

۲۳ تیپ ۲: نمودار سرعت – زمان یک خط با شیب ثابت باشد

در چند صفحه‌ی بعد خواهیم دید که اگر متحرک با شتاب ثابت حرکت کند نمودار سرعت – زمان آن یک خط با شیب ثابت خواهد بود لذا می‌توان برای پیدا کردن سرعت متوسط از رابطه‌ی $\bar{V}=\frac{V_۱+V_۲}{۲}$ که در آن $V_۱$ سرعت در لحظه‌ی $t_۱$ و $V_۲$ سرعت در لحظه‌ی $t_۲$ است استفاده کرد.

به خاطر داشته باشیم در این حالت نیز می‌توان با تعیین سطح زیر نمودار جابه‌جایی و سپس با استفاده از رابطه‌ی $\bar{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ مقدار سرعت متوسط را تعیین کرد که در هر دو روش، نتیجه یکسان خواهد بود.

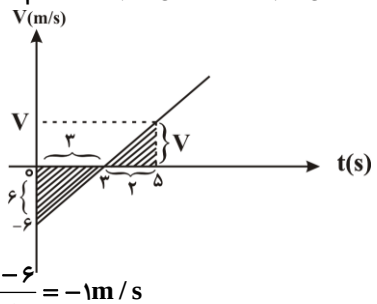
اگر شکل مقابل، نمودار سرعت – زمان متحرک باشد، سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیه‌ی اول چند متر بر ثانیه است؟



۱) -۳
۲) -۱
۳) ۲
۴) ۳

پاسخ: گزینه‌ی «۲»

در ابتدا می‌توان سرعت را در لحظه‌ی $t = ۵s$ با استفاده از تشابه مثلث‌ها تعیین کرد،که در این صورت داریم:

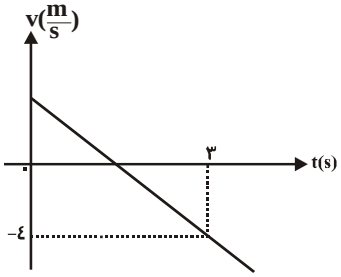


$$\frac{۲}{۳}=\frac{V}{۶}\rightarrow V=۴m/s$$

و برای تعیین سرعت متوسط در پنج ثانیه‌ی اول داریم:

$$\bar{V}=\frac{V+V_{۰}}{۲}=\frac{۴-۶}{۲}=-۱m/s$$

اگر نمودار سرعت – زمان حرکت متحرکی که در امتداد محور xها حرکت می‌کند به صورت مقابل باشد و سرعت متوسط آن در ۳ ثانیه‌ی اول حرکتش $-۱\frac{m}{s}$ باشد سرعت اولیه‌ی متحرک چند $\frac{m}{s}$ است؟



۱) ۲ ✓

۲) ۴

۳) $\frac{۴}{۳}$

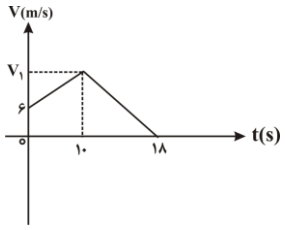
۴) $\frac{۸}{۳}$

تیپ ۳: نمودار سرعت – زمان و مقدار سرعت متوسط معلوم بوده و بیش‌ترین سرعت متحرک مطلوب است

۲۴

در این حالت نیز به راحتی می‌توان با تعیین سطح زیر نمودار به عنوان جابه‌جایی و استفاده از رابطه‌ی تعیین سرعت متوسط به وسیله‌ی رابطه‌ی $\bar{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ مقادیر مجهول را تعیین کرد.

شکل مقابل نمودار سرعت – زمان در مسیر مستقیم است. اگر سرعت متوسط x در مدت ۱۸ ثانیه برابر $\frac{۲۰}{۳}m/s$ باشد، $V_۱$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۸

۲) ۱۰

۳) ۱۲

۴) ۱۵

پاسخ: گزینه‌ی «۲»

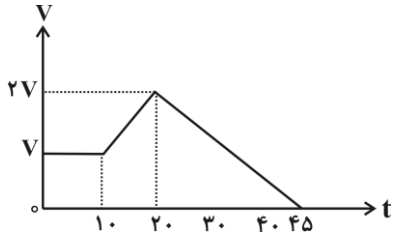
می‌دانیم که جابه‌جایی متحرک برابر سطح زیر نمودار سرعت زمان است پس این مساحت را در مدت ۱۸ ثانیه تعیین می‌کنیم.

$$\Delta x=S=\left(\frac{۶+V_۱}{۲}\right)(۱۰)+\frac{۸\times V_۱}{۲}\rightarrow \Delta x=۹V_۱+۳۰$$

و برای تعیین سرعت متوسط در این مدت داریم:

$$\bar{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۹V_۱+۳۰}{۱۸}\xrightarrow{\bar{V}=\frac{۲۰}{۳}}\frac{۲۰}{۳}=\frac{۹V_۱+۳۰}{۱۸}\rightarrow V_۱=۱۰m/s$$

نمودار سرعت – زمان متحرکی بر مسیر مستقیم به شکل مقابل و سرعت متوسط آن در کل مسیر $۴۰m/s$ است. ماکزیمم سرعت آن چند m/s است؟



۱) ۶۴

۲) ۶۰

✓ ۳) ۷۲

۴) ۴۸

مسایل حرکت با شتاب ثابت بر روي خط راست

۲۵

تیپ ۱: تعیین معادله‌ی حرکت

می‌دانیم که معادله‌ی حرکت یک متحرک بر روی یک مسیر مستقیم (به طور مثال محور x ها) با شتاب ثابت به صورت $x=\frac{۱}{۲}a_xt^۲+V_{۰x}t+x_۰$ خواهد بود که در آن $V_{۰x}$ سرعت متحرک و $x_۰$ مکان متحرک در لحظه‌ی $t=۰$ (مبدأ زمان) است.

متحرکی که با سرعت ثابت $۵m/s$ در حال حرکت است، در لحظه‌ی $t=۰$ در مکان $x=۰$ است. در اثر نیروی ثابتی در راستا و هم جهت با سرعت آن شتابی برابر $۴m/s^۲$ پیدا می‌کند معادله‌ی حرکت آن کدام است؟

۱) $X=۲t^۲+۵$ ۲) $X=۲t^۲+۵t$ ۳) $X=۲t^۲-۵t$ ۴) $X=۲t^۲-۵$

پاسخ: گزینه‌ی «۲»

همان‌طور که می‌دانیم معادله‌ی حرکت این متحرک به صورت زیر خواهد بود.

$$X=\frac{۱}{۲}a_xt^۲+V_{۰x}t+x_۰ \xrightarrow[a_x=۴m/s^۲]{x_۰=۰,V_۰=۵m/s} x=(\frac{۱}{۲})(۴)t^۲+۵t+۰ \rightarrow x=۲t^۲+۵t$$

اگر متحرکی در حرکت بر روی محور x ها در مبدأ زمان از مکان $x=-۲m$ در جهت منفی محور x ها با سرعت اولیه‌ی $۳\frac{m}{s}$ به طور کندشونده و با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ عبور کند معادله‌ی حرکت آن در SI کدام است؟

✓ ۱) $x=t^۲-۳t-۲$ ۲) $x=-t^۲+۳t-۲$ ۳) $x=t^۲+۳t-۲$ ۴) $x=-t^۲-۳t-۲$

۲۶

تیپ ۲: تعیین معادله‌ی سرعت

می‌دانیم که در حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت معادله‌ی سرعت متحرک در امتداد یک خط راست (به طور مثال محور x ها) به صورت $V_x=a_xt+V_{۰x}$ است که در آن $V_{۰x}$ سرعت متحرک در لحظه‌ی $t=۰$ (مبدأ زمان) است.

شتاب متحرکی بر مسیر مستقیم $-۴m/s^۲$ و سرعت آن در لحظه‌ی $t=۱s$ برابر $۲۰m/s$ است. معادله‌ی سرعت متحرک در SI کدام است؟

۱) $V=-۲t+۲۲$ ۲) $V=-۴t+۲۰$ ۳) $V=-۲t+۲۰$ ۴) $V=-۴t+۲۴$

پاسخ: گزینه‌ی «۴»

برای تعیین معادله‌ی سرعت در حرکت بر مسیر مستقیم با شتاب ثابت باید مقادیر a_x و $V_{۰x}$ را تعیین کنیم.

$$V_x=a_xt+V_{۰x} \xrightarrow{a_x=-۴} V_x=-۴t+V_{۰x}$$

$$\begin{cases} t=۱ \\ V_x=۲۰m/s \end{cases} \rightarrow ۲۰=-۴t+V_{۰x} \rightarrow V_{۰x}=۲۴m/s$$

در نتیجه خواهیم داشت: $V_x=-۴t+۲۴$

اگر متحرکی با سرعت اولیه‌ی $۲\frac{m}{s}$ در سوی منفی محور x ها با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ و به طور تندشونده شروع به حرکت کند معادله‌ی سرعت آن در SI کدام است؟

۱) $V=۲t+۲$ ۲) $V=۲t-۲$ ۳) $V=-۲t+۲$ ۴) $V=-۲t$ ✓

۲۷ **تیپ ۳ : تعیین جابه‌جایی با استفاده از معادله‌ی حرکت**

می‌دانیم که اگر معادله‌ی حرکت متحرک در امتداد یک مسیر مستقیم (به طور مثال محور x ها) داده شده باشد این معادله‌ی به صورت $x=\frac{۱}{۲}a_x t^۲+V_{ox}t+x_o$ خواهد بود. برای تعیین جابه‌جایی در یک مدت معین می‌توان با قرار دادن زمان‌های داده شده مکان متحرک را در آن لحظه‌ها تعیین کرده و سپس با استفاده از رابطه‌ی $\Delta x=x_۲-x_۱$ جابه‌جایی متحرک را تعیین نمود.

مثال) معادله‌ی مکان متحرکی در SI به صورت $x=۲۰t-۲t^۲$ است. این متحرک پس از طی مسافت چند متر متوقف می‌شود؟

۱) ۴۰ ۲) ۵۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۲۰۰

پاسخ: گزینه‌ی «۲»

در ابتدا برای آن‌که مدت زمان حرکت متحرک از لحظه‌ی شروع حرکت تا توقف را تعیین کنیم باید از معادله‌ی حرکت نسبت به زمان مشتق بگیریم تا معادله‌ی سرعت متحرک تعین شود سپس سرعت متحرک را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$x=۲۰t-۲t^۲ \rightarrow V_x=۲۰-۴t \xrightarrow{V_x=۰} ۰=۲۰-۴t \rightarrow t=۵s$$

حال جابه‌جایی متحرک را در این پنج‌ثانیه $(\Delta t=۵s)$ تعیین می‌کنیم:

$$\begin{cases} t_۱=۰ \rightarrow x_۱=۰ \\ t_۲=۵ \rightarrow x_۲=(۲۰)(۵)-(۲)(۵)^۲ \rightarrow x_۲=۵۰ \end{cases} \rightarrow \Delta x=۵۰m$$

تمرین: اگر معادله‌ی حرکت جسمی در SI، $x=-۴t^۲+۲۰t$ باشد، این جسم پس از طی چند متر متوقف می‌شد؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۲۵ ✓ ۴) ۵۰

تذکر: در حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت می‌توان مدت زمان حرکت متحرک از لحظه‌ی شروع حرکت کندشونده تا توقف را با استفاده از رابطه‌ی $t_s=\frac{V_{ox}}{|a|}$ نیز تعیین کرد (چرا؟) و برای تعیین جابه‌جایی متحرک در این مدت (جابه‌جایی از لحظه‌ی شروع حرکت کندشونده تا توقف) که به آن خط ترمز نیز گفته می‌شود از رابطه‌ی $x_s=\frac{V_{ox}^۲}{۲|a_x|}$ استفاده می‌کنیم. به طور مثال برای مثال حل شده‌ی بالا داریم:

$$x=۲۰t-۲t^۲ \xrightarrow{V_x=\frac{dx}{dt}} V_x=۲۰-۴t \begin{cases} \xrightarrow{t=۰} V_{ox}=۲۰ \\ \xrightarrow[a_x=\frac{dV_x}{dt}]{} a_x=-۴ \end{cases}$$

$$x_s=\frac{V_{ox}^۲}{۲|a_x|}=\frac{(۲۰)^۲}{(۲)(۴)}=۵۰m$$

دقت کنید که این روابط فقط مربوط به حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت است.

۲۸

تیپ ۴ : تعیین جابه‌جایی با استفاده از معادله‌ی سرعت

می‌دانیم که در حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت معادله‌ی سرعت متحرک به صورت $V_x = a_x t + V_{\circ x}$ بوده که در آن ضریب t برابر شتاب حرکت و مقدار ثابت معادله $(V_{\circ x})$ برابر سرعت اولیه‌ی متحرک است لذا در مدت t می‌توان جابه‌جایی متحرک را به صورت $\Delta x = \frac{۱}{۲}a_x t^۲ + V_{\circ x} t$ تعیین کرد.

معادله‌ی سرعت جسمی بر حسب زمان $V = ۴t - ۶$ است اگر در $t = ۰$ جسم در مبدأ مختصات باشد، جابه‌جایی جسم پس از گذشت ۳ ثانیه چند متر است؟

۱) صفر ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

پاسخ: گزینه‌ی «۱»

در ابتدا مقادیر a و V را تعیین می‌کنیم.

$$V = ۴t - ۶ \quad \begin{cases} t=۰ \rightarrow V_{\circ} = -۶ \\ a = \frac{dv}{dt} \rightarrow a = ۴ \end{cases}$$

حال برای تعیین جابه‌جایی داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + V_{\circ}t \Rightarrow \Delta x = (\frac{۱}{۲})(۴)t^۲ + (-۶)t \Rightarrow \Delta x = ۲t^۲ - ۶t \xrightarrow{t=۳} \Delta x = (۲)(۳)^۲ - (۶)(۳) \Rightarrow \Delta x = ۰$$

معادله‌ی سرعت متحرکی در SI به صورت $V = ۳t + ۳$ است. شتاب و جابه‌جایی متحرک در ثانیه‌ی اول به ترتیب از راست به چپ چند $m/s^۲$ و چند متر است؟

۱) ۳ و ۴/۵ ✓ ۲) ۳ و ۶ ۳) ۶ و ۴/۵ ۴) ۶ و ۶

۲۹

تیپ ۵ : تعیین جابه‌جایی و یا مکان متحرک با استفاده از مختصات حرکت

اگر در حرکت با شتاب ثابت بر روی یک خط راست مقادیر سرعت اولیه و شتاب حرکت داده شده باشد می‌توان جابه‌جایی متحرک را در مدت t از رابطه $\Delta x = \frac{۱}{۲}a_x t^۲ + V_{\circ x} t$ و یا این‌که مکان متحرک را در لحظه‌ی t از رابطه $x = \frac{۱}{۲}a_x t^۲ + V_{\circ x} t + x_{\circ}$ تعیین کرد.

جسمی با سرعت اولیه‌ی $V_{\circ}$ و شتاب $۰/۵ m/s^۲$ به حرکت در می‌آید و پس از ۶ ثانیه سرعت آن به $۶ m/s$ می‌رسد. در این مدت جسم چند متر را طی کرده است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۹/۵ ۳) ۲۷ ۴) ۳۶

پاسخ: گزینه‌ی «۳»

در ابتدا $V_{\circ}$ را با استفاده از معادله‌ی سرعت تعیین می‌کنیم:

$$V = at + V_{\circ} \quad \begin{cases} t=۶ \rightarrow ۶ = ۰/۵(۶) + V_{\circ} \rightarrow V_{\circ} = ۳ m/s \\ a=۰/۵ \\ V=۶ \end{cases}$$

و حال برای تعیین جابه‌جایی متحرک در این مدت داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + V_{\circ}t \rightarrow \Delta x = (\frac{۱}{۲})(۰/۵)t^۲ + ۳t \rightarrow \Delta x = \frac{۱}{۴}t^۲ + ۳t \xrightarrow{t=۶} \Delta x = (\frac{۱}{۴})(۶)^۲ + (۳)(۶) \rightarrow \Delta x = ۲۷m$$

جسمی از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند، در لحظه‌ی $t = ۲s$ در یک متری مبدأ و در لحظه‌ی $t = ۴s$ در ۱۳ متری مبدأ است . در شروع حرکت در چند متری مبدأ بوده است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) -۲ ۴) -۳

پاسخ: گزینه‌ی «۴»

در ابتدا معادله‌ی مکان متحرک را نوشته، سپس با توجه به مقادیر مربوط به هر لحظه دستگاه دو معادله‌ی دو مجهولی زیر را تشکیل می‌دهیم:

$$V_{0x}=0 \quad , \quad x=\frac{1}{2}a_x t^2+V_{0x}t+x_0$$

$$\begin{cases} t_1=2s \\ x_1=1 \end{cases} \quad 1=\frac{1}{2}a_x(2)^2+x_0 \rightarrow 1=2a_x+x_0$$

$$\begin{cases} t_2=4s \\ x_2=13 \end{cases} \quad 13=\frac{1}{2}a_x(4)^2+x_0 \rightarrow 13=8a_x+x_0$$

$$\rightarrow \begin{cases} a_x=2m/s^2 \\ x_0=-3 \end{cases}$$

متحرکی با شتاب ثابت $2m/s^2$ روی محور xها حرکت می‌کند، اگر در مکان $x=-2/5m$ سرعت آن برابر $2/5m/s$ باشد، سه ثانیه بعد از آن متحرک در فاصله‌ی چند متری مبدأ خواهد بود؟

۱) ۱۶/۵ ۲) ۱۴ ✓ ۳) ۱۱/۵ ۴) ۱۶

۳۰ **تیپ ٦: تعیین جابه‌جایی در t ثانیه nام**

در حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت بر روی یک مسیر مستقیم (به طور مثال محور xها) می‌توان جابه‌جایی متحرک در t ثانیه n ام حرکتش را به صورت زیر نیز تعیین کرد.

$$x_n=\frac{1}{2}at^2(2n-1)+V_0t$$

طبیعی است که اگر متحرک از حال سکون شروع به حرکت کند نسبت جابه‌جایی‌های آن در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی همانند نسبت اعداد فرد متوالی است و می‌توان نسبت جابه‌جایی متحرک در t ثانیه m ام به t ثانیه‌ی n ام را به صورت زیر تعیین کرد.

$$\begin{cases} V_0=0 \\ \frac{x_m}{x_n}=\frac{2m-1}{2n-1} \end{cases}$$

به عبارتی به ازای $(V_{0x}=0)$ اگر متحرک در t ثانیه‌ی اول $(n=1)$ به اندازه‌ی x_1 جابه‌جا شود در t ثانیه‌ی دوم $(n=2)$ به اندازه‌ی $3x_1$ و در t ثانیه سوم به اندازه‌ی $5x_1$ و ... جابه‌جا می‌شود.

اتومبیلی از حالت سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند. اگر مسافت طی شده در ثانیه‌ی اول ۲/۵ متر باشد، مسافت طی شده در ثانیه‌ی دوم چند متر است؟

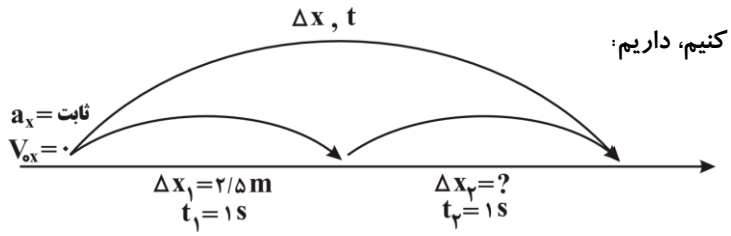
۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینه‌ی «۳»

همانطور که گفتیم اگر متحرک از حال سکون شروع به حرکت کند جابه‌جایی طی شده توسط آن در ثانیه‌ی دوم حرکت ۳ برابر جابه‌جایی طی‌شده توسط آن در ثانیه‌ی اول حرکتش است. یعنی ۷/۵ متر.

راه حل دیگری را که عموماً می‌توان از آن استفاده کرد و به هیچ حالت خاصی بر نمی‌گردد به صورت زیر ارائه می‌کنیم که ما این روش را بیش‌تر توصیه می‌نماییم چون راه حل اول برای حالت‌های خاص صادق است. دقت کنید که این دو راه حل فقط در حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت صادق است.

اگر مسیر حرکت متحرک را به صورت زیر مشخص کنیم، داریم:



$$\Delta x_1=\frac{1}{2}a_x t_1^2+V_{0x}t_1 \xrightarrow{V_{0x}=0} \begin{cases} t_1=1s \\ \Delta x_1=2/5m \end{cases}$$

$$\Delta x=\Delta x_1+\Delta x=\Delta x=\frac{1}{2}at^2+V_{0x}t \xrightarrow{V_{0x}=0} \begin{cases} t=2s \\ \Delta x=2/5+\Delta x_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2/5=\frac{1}{2}a_x \\ 2/5+\Delta x_2=2a_x \end{cases}$$

با تقسیم دو رابطه به هم داریم:

$$\frac{2/5}{2/5+\Delta x_2}=\frac{\frac{1}{2}a_x}{2a_x}\rightarrow \Delta x_2=7/5m$$

یک اتومبیل از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. اگر شتاب این حرکت ثابت باشد. نسبت مسافت‌های پیموده شده در ثانیه‌ی یکم و ثانیه‌ی سوم چه‌قدر است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{5}$ ۳) $\frac{1}{6}$ ۴) $\frac{1}{9}$

۳۱

تیپ ۷: تعیین سرعت متوسط با استفاده از معادله‌ی حرکت

به نحوه‌ی پرداختن به این تیپ از مسایل در زیر موضوع سرعت متوسط به طور کامل پرداخته ایم. روش تعیین سرعت متوسط در این‌جا نیز همانند آن‌چه که قبلاً گفته شده، می‌باشد.

معادله‌ی مکان یک متحرک $x=4t^2-6t+3$ می‌باشد. سرعت متوسط متحرک در فاصله‌ی $t=1s$ و $t=4s$ کدام است؟

۱) ۱۴ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

پاسخ: گزینه‌ی «۱»

با تعیین مکان ذره در لحظه‌های داده شده خواهیم داشت:

$$x=4t^2-6t+3$$

$$\begin{cases} t_1=1s \\ x_1=(4)(1)^2-(6)(1)+3\rightarrow x_1=1m \end{cases} \qquad \begin{cases} t_2=4_s \\ x_2=(4)(4)^2-(6)(4)+3\rightarrow x_2=43m \end{cases}$$

و برای تعیین سرعت متوسط داریم:

$$\bar{V}_x=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{43-1}{4-1}\rightarrow \bar{V}_x=14m/s$$

معادله‌ی حرکت متحرکی در SI به صورت $x=\frac{1}{5}t^2+t+2$ است. سرعت متوسط آن در ۵ ثانیه‌ی اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۲ ✓ ۲) ۲/۴ ۳) ۶ ۴) ۶/۳

۳۲

تیپ ۸: تعیین سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت با استفاده از معادله‌ی سرعت

می‌دانیم که در حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت معادله‌ی سرعت متحرک به صورت $V_x=a_xt+V_{0x}$ است که در آن V_{0x} سرعت اولیه و a_x شتاب حرکت متحرک است. در این نوع حرکت برای تعیین سرعت متوسط می‌توان از رابطه‌ی $\bar{V}=\frac{V_2+V_1}{2}$ استفاده کرد.

همچنین در این نوع حرکت برای تعیین سرعت متوسط متحرک در t ثانیه اول حرکت می‌توان از رابطه‌ی $\bar{V}_x=\frac{1}{2}a_xt+V_{0x}$ نیز استفاده کرد.

اگر معادله‌ی سرعت – زمان جسمی در SI به صورت $V = ۲t + V_۰$ بوده و سرعت متوسط آن در مدت ۳ ثانیه‌ی اول برابر با ۱۲ متر بر ثانیه باشد، $V_۰$ چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۹

پاسخ: گزینه‌ی «۴»

با توجه به معادله‌ی سرعت به راحتی می‌توان دریافت که:

$$V = ۲t + V_۰$$

$$\begin{cases} t_۱ = ۰ \rightarrow V_۱ = V_۰ \\ t_۲ = ۳ \rightarrow V_۲ = ۶ + V_۰ \end{cases} \rightarrow \bar{V} = \frac{V_۲ + V_۱}{۲} \xrightarrow{\bar{V}=۱۲} ۱۲ = \frac{۶ + V_۰ + V_۰}{۲} \rightarrow V_۰ = ۹m/s$$

اگر معادله‌ی سرعت متحرکی در حرکت بر روی محور x ها به صورت $V = ۲t + ۱$ داده شده باشد سرعت متوسط آن در ثانیه‌ی سوم حرکتش چند $\frac{m}{s}$ است؟

۱) ۷ ۲) ۶ ✓ ۳) ۵ ۴) ۱

۳۳

تیپ ۹: تعیین سرعت متوسط با استفاده از مختصات حرکت در حرکت با شتاب ثابت

با معلوم بودن دو پارامتر از پارامترهای سرعت اولیه، شتاب حرکت و یا سرعت متوسط متحرک می‌توان به پارامترهای دیگر دست یافت که عموماً می‌توان توسط رابطه‌ی $\bar{V} = \frac{۱}{۲}at + V_۰$ ارتباطی بین آن‌ها برقرار کرد.

متحرکی با سرعت اولیه‌ی $۱۰m/s$ و شتاب ثابت $۰/۵m/s^۲$ مسافت ۴۴ متری را طی می‌کند. سرعت متوسط آن در طی این مسافت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۷ ۲) ۱۲ ۳) ۱۶ ۴) ۱۱

پاسخ: گزینه‌ی «۴»

در ابتدا زمان جابه جایی متحرک را با استفاده از معادله‌ی جابه جایی تعیین می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + V_۰t \rightarrow ۴۴ = (\frac{۱}{۲})(۰/۵)t^۲ + ۱۰t \rightarrow t^۲ + ۴۰t - ۱۷۶ = ۰ \rightarrow t = ۴s$$

و برای تعیین سرعت متوسط در این مدت داریم: $\bar{V} = \frac{۱}{۲}at + V_۰ = (\frac{۱}{۲})(۰/۵)(۴) + ۱۰ \rightarrow \bar{V} = ۱۱\frac{m}{s}$ (و یا می‌توان از رابطه‌ی $\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ استفاده کرد $\bar{V} = \frac{۴۴}{۴} = ۱۱\frac{m}{s}$)

سرعت متوسط اتومبیلی که از حال سکون با شتاب ثابت $۱/۸m/s^۲$ به حرکت در می‌آید، در ۱۰ ثانیه‌ی اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۴/۵ ۲) ۹ ✓ ۳) ۱۸ ۴) ۲۲/۵

متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم به حرکت در می‌آید اگر سرعت متوسط این متحرک در ۳ ثانیه‌ی اول حرکت برابر $۶m/s$ باشد، سرعت آن در پایان ثانیه‌ی چهارم چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

۱) ۲۴ ۲) ۱۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶ ✓

۳۴

تیپ ۱۰ : مسائل مستقل از زمان

در این گونه مسائل چون مدت زمان حرکت متحرک معلوم نیست از رابطه‌ی مستقل از زمان به صورت $V_x^2 - V_{ox}^2 = 2a_x\Delta x$ استفاده می‌کنیم که در آن $\Delta x = x - x_o$ و V_x سرعت متحرک در مکان x و V_{ox} سرعت متحرک در مکان x_o است.

در یک مسیر مستقیم سرعت متحرکی در مکان $x_1 = 4m$ برابر $8\frac{m}{s}$ است. اگر شتاب حرکت $2/25\frac{m}{s^2}$ باشد، در چه مکانی بر حسب متر سرعت متحرک برابر $10\frac{m}{s}$ خواهد بود؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

پاسخ: گزینه‌ی «۳»

با استفاده از رابطه‌ی مستقل از زمان داریم:

$$V_x^2 - V_{.x}^2 = 2a_x\Delta x \rightarrow (10)^2 - (8)^2 = (2)(2/25)(x-4) \rightarrow 36 = 4/5(x-4) \rightarrow x = 12m$$

متحرکی که با شتاب ثابت بر محور $x'ox$ حرکت می‌کند، در مکان $x = -5m$ سرعتش برابر $4m/s$ و در مکان $x = 5m$ سرعتش برابر $8m/s$ است. شتاب حرکت چند m/s^2 است؟

۱) ۲/۴ ✓ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۳/۲ ۴) ۱/۶

۳۵

تیپ ۱۱ : تعیین معادله‌ی حرکت و معادله‌ی سرعت با استفاده از تعیین پارامترهای حرکت

در این نوع از مسائل با استفاده از حل مسئله می‌توان پارامترهای حرکت را تعیین و سپس معادله‌ی حرکت متحرک را تعیین کرد. یادآوری می‌کنیم که در حرکت شتاب دار با شتاب ثابت معادله‌ی حرکت و سرعت متحرک به صورت زیر است.

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}a_x t^2 + V_{ox}t + x_o \\ V_x = a_x t + V_{ox} \end{cases}$$

متحرکی روی محور xها از مکان $x_o = 5m$ با سرعت اولیه‌ی $8\frac{m}{s}$ وشتاب ثابت به حرکت در می‌آید و در مکان $x = 8/5m$ سرعت آن به $6\frac{m}{s}$ می‌رسد. معادله‌ی مکان این متحرک در SI کدام است؟

۱) $x = 4t^2 + 8t + 5$ ۲) $x = -4t^2 + 8t + 5$ ۳) $x = 2t^2 + 8t + 5$ ۴) $x = -2t^2 + 8t + 5$

پاسخ: گزینه‌ی «۴»

در ابتدا با استفاده از رابطه‌ی مستقل از زمان شتاب حرکت متحرک را تعیین می‌کنیم.

$$V_x^2 - V_{ox}^2 = 2a_x\Delta x \rightarrow (6)^2 - (8)^2 = (2)(a_x)(8/5-5) \rightarrow a_x = -4\frac{m}{s}$$

و برای تعیین معادله‌ی حرکت خواهیم داشت:

$$x = \frac{1}{2}a_x t^2 + V_{ox}t + x_o \rightarrow x = (\frac{1}{2})(-4)t^2 + 8t + 5 \rightarrow x = -2t^2 + 8t + 5$$

جسمی با شتاب ثابت و سرعت اولیه‌ی $4m/s$ از مکان $x_o = 3m$ در جهت مثبت محور ox به حرکت در می‌آید. اگر سرعت آن در مکان $x = 12m$ برابر $5m/s$ باشد، معادله‌ی حرکت آن در SI کدام است؟

۱) $x = \frac{1}{4}t^2 + 4t + 3$ ✓ ۲) $x = \frac{1}{2}t^2 + 4t + 3$ ۳) $x = t^2 + 4t + 3$ ۴) $x = 2t^2 + 4t + 3$

۳۶

تیپ ۱۲: تعیین مسافت توقف در حرکت شتاب دار با شتاب ثابت

همانطوری که می‌دانیم در حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت هنگامی که حرکت متحرک کند شونده است تا متوقف شود می‌توان جابه جایی متحرک از لحظه‌ی شروع حرکت کند شونده تا توقف را به صورت زیر تعیین کرد.

$$V_x^2 - V_{ox}^2 = 2a_x\Delta x \xrightarrow{V_x=0} x_s = \frac{V_{ox}^2}{2|a|}$$

ترنی با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه در حرکت است. نزدیک به ایستگاه، راننده حرکت آن را کند می‌کند و در ایستگاه متوقف می‌شود. اگر میزان کاهش سرعت در هر ثانیه ۱/۶ متر بر ثانیه باشد، از چه فاصله ای نسبت به ایستگاه راننده‌ی قطار شروع به کند کردن حرکت آن کرده است؟

۱) ۱۲۵متر ۲) ۲۵۰متر ۳) ۱۲۵۰متر ۴) ۲۵۰۰ متر

پاسخ: گزینه‌ی «۱»

چون متحرک در هر ثانیه ۱/۶متر بر ثانیه از سرعت خود کاسته، شتاب آن $-1/6\frac{m}{s^2}$ خواهد بود. برای تعیین مسافت طی شده تا توقف آن داریم:

$$x_s = \frac{V_{ox}^2}{2|a_x|} = \frac{(20)^2}{(2)(1/6)} \rightarrow x_s = 125m$$

اتومبیلی با سرعت ۴۰ کیلومتر بر ساعت حرکت می‌کند و پس از طی مسافت ۵۰ متر می‌ایستد. اگر این اتومبیل با سرعت ۸۰ کیلومتر بر ساعت حرکت کند و با همان وضع ترمز کند، پس از طی مسافت چند متر خواهد ایستاد؟

۱) ۲۰۰ ✓ ۲) ۱۰۰ ۳) ۵۰ ۴) ۲۵

۳۷

تیپ ۱۳: مسائل مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت

می‌دانیم که در حرکت شتاب دار با شتاب ثابت می‌توان سرعت متوسط متحرک را به صورت $\bar{V} = \frac{V_2 + V_1}{2}$ محاسبه کرد و با توجه به تعریف سرعت متوسط می‌دانیم که $\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \Delta x = \bar{V}_x\Delta t$ در نهایت می‌توان رابطه‌ای به صورت زیر که به آن معادله‌ی مستقل از شتاب نیز می‌گوییم را معرفی کرد.

$$\Delta x = \frac{V_2 + V_1}{2}\Delta t, \begin{cases}\Delta x = x_2 - x_1\\ \Delta t = t_2 - t_1\end{cases}$$

متحرکی باشتاب ثابت مسافت ۲۰۰ متر را بر مسیر مستقیم طی می کند.اگر سرعت اولیه‌ی متحرک $5\frac{m}{s}$ و سرعت آن در پایان مسافت مذکور $15\frac{m}{s}$ باشد، زمان طی این مسافت چند ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) ۲۰ ۳) ۴۰ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینه‌ی «۲»

چون شتاب حرکت ثابت بوده و معلوم نیست از رابطه‌ی مستقل از شتاب استفاده می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{V_2 + V_1}{2}\Delta t \rightarrow 200 = (\frac{15+5}{2})t \rightarrow t = 20s$$

متحرکی با شتاب ثابت، مسافت ۴۸ متر را بر مسیر مستقیم، بین دو لحظه‌ی t و $(t+3)$ ثانیه طی می‌کند و در پایان این مسیر سرعتش به $20\,m/s$ می‌رسد، سرعت این متحرک در لحظه‌ی t چند m/s است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ✓ ۳) ۱۴ ۴) ۱۶

۳۸

تیپ ۱۴: متحرک برروی یک مسیر مستقیم در چند مرحله و در یک جهت حرکت کند

در این تیپ از مسایل، اگر متحرک در هر مرحله با شتاب ثابت حرکت کند. می‌توان جابه‌جایی متحرک را در هر مرحله تعیین کرده، سپس کل جابه‌جایی متحرک را به دست آورد.

متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت به حرکت در می‌آید و پس از t ثانیه سرعتش به V می‌رسد. سپس به مدت $2t$ ثانیه سرعتش به طور یکنواخت کاهش پیدا می‌کند تا به $\frac{V}{2}$ برسد. کل مسافتی که متحرک تا این لحظه پیموده برابر است با:

۱) Vt ۲) $\frac{2}{3}Vt$ ۳) $\frac{3}{2}Vt$ ۴) $2Vt$

پاسخ: گزینه‌ی «۴»

در هر مرحله جابه جایی متحرک را با استفاده از رابطه‌ی مستقل از زمان تعیین می‌کنیم.

$$\Delta x_1 = \frac{V_1 + V_0}{2} t_1 \rightarrow \Delta x_1 = \frac{V + 0}{2} t \rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} Vt$$

$$\Delta x_2 = \frac{V_2 + V_1}{2} t_2 \rightarrow \Delta x_2 = \left(\frac{\frac{V}{2} + V}{2}\right)(2t) \rightarrow \Delta x_2 = \frac{3}{2} Vt$$

و برای تعیین کل جابه‌جایی داریم:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{1}{2} Vt + \frac{3}{2} Vt \rightarrow \Delta x = 2Vt$$

جسمی از حال سکون با شتاب $2\,m/s^2$ به حرکت در می‌آید و پس از ۵ ثانیه سرعت خود را به طور یکنواخت کاهش می دهد تا متوقف شود. اگر زمان کل حرکت ۲۰ ثانیه باشد، مسافت طی شده چند متر است؟

۱) ۵۰ ۲) ۱۷۵ ۳) ۱۰۰ ✓ ۴) ۲۰۰

جسمی با سرعت اولیه‌ی V_0 و شتاب ثابت بر مسیر مستقیم به حرکت در می‌آید و پس از ۴ ثانیه متوقف می‌شود. اگر مسافت طی شده در ۲ ثانیه‌ی اول x_1 و بقیه‌ی مسافت x_2 باشد، $\frac{x_2}{x_1}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{3}$ ✓

۳۹

تیپ ۱۵: بررسی حرکت دو متحرک که از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند

اگر دو متحرک در یک جهت به طور همزمان از یک نقطه عبور کنند تا مدتی که مجدداً به هم می‌رسند جابه جایی دو متحرک و زمان جابه‌جایی آن ها یکسان خواهد بود. یعنی:

$$\Delta x_A = \Delta x_B$$

اتومبیلی با شتاب ثابت $2\,\frac{m}{s^2}$ در جاده‌ی افقی در حرکت است. در لحظه‌ای که سرعت اتومبیل $8\,\frac{m}{s}$ است، کامیونی با سرعت ثابت $20\,\frac{m}{s}$ حرکت می‌کند و از آن سبقت می‌گیرد چند ثانیه بعد اتومبیل به کامیون می‌رسد؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۰ ۳) ۸ ۴) ۶

پاسخ: گزینه‌ی «۱»

از آنجایی که دو متحرک در لحظه‌ی سبقت گرفتن کامیون از اتومبیل و نیز در لحظه‌ای که اتومبیل به کامیون می‌رسد در یک نقطه قرار دارند پس جابه‌جایی آن ها در این مدت یکسان خواهد بود اگر اتومبیل را با A و کامیون را با T نمایش دهیم چون حرکت اتومبیل شتاب دار با شتاب ثابت و حرکت کامیون یکنواخت است خواهیم داشت.

$$\Delta x_A = \Delta x_T \rightarrow \frac{1}{2}a_A t^2 + V_{0A}t = V_T t$$

$$\rightarrow (\frac{1}{2})(2)t^2 + 8t = 20t \rightarrow t^2 + 8t = 20t \rightarrow t = 12s$$

اتومبیلی با شتاب ثابت $2m/s^2$ از حال سکون به حرکت در می‌آید و در همین لحظه کامیونی که با سرعت ثابت $10m/s$ در حرکت است، از آن سبقت می‌گیرد. اتومبیل پس از طی مسافت چند متر به کامیون می‌رسد؟

۱) ۸۰ ۲) ۱۰۰ ✓ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

دو متحرک از حال سکون با شتاب‌های a_1 و $a_2 = \frac{9}{4}a_1$ هم‌زمان از یک نقطه به سوی مقصدی معین به حرکت در می‌آیند و با فاصله‌ی زمانی ۴ ثانیه به مقصد می‌رسند. زمان حرکت جسمی که زودتر می‌رسد چند ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۸ ✓ ۴) ۹

۴۰

تیپ ۱۶: بررسی حرکت دو متحرک که به طور همزمان از دو نقطه‌ی مختلف شروع به حرکت می‌کنند

در این حالت چون دو متحرک به طور همزمان شروع به حرکت کرده‌اند مدت زمانی که طول می‌کشد تا دو متحرک به هم برسند برای هر دو متحرک برابر بوده و در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می رسند مکان دو متحرک نسبت به مبدأ مکان با هم برابر خواهد بود بنابراین معادله‌ی حرکت هر یک از دو متحرک را نوشته و بعد از آن آنها را با هم مساوی قرار می‌دهیم.در این تیپ از مسایل معمولاً یکی از متحرک‌ها را در مبدأ زمان در مبدأ مکان $(x_0 = 0)$ در نظر می‌گیریم.

فاصله‌ی دو متحرک که از حالت سکون با شتاب $1\frac{m}{s^2}$ هم زمان به سوی هم حرکت و بعد از ۸ ثانیه به هم می‌رسند، در ابتدا چند متر بوده است؟

۱) ۱۲۲ ۲) ۶۴ ۳) ۳۲ ۴) ۸

پاسخ: گزینه‌ی «۲»

فاصله‌ی دو قطار $80km$ است و با سرعت $40km/h$ به سمت هم حرکت می‌کنند، پرنده‌ای با سرعت $60km/h$ بین دو قطار به طور مرتب رفت و برگشت می‌کند. پس از رسیدن دو قطار به هم پرنده چه مسافتی را طی کرده است؟

۱) $40km$ ۲) $80km$ ۳) $60km$ ۴) $10km$

۴۱ **تیپ ۱۷:** بررسی حرکت دو متحرک که در دو لحظه‌ی مختلف در امتداد یک خط راست شروع به حرکت می‌کنند.

در این تیپ از مسائل معمولاً زمان حرکت متحرکی که زودتر به راه افتاده را t و زمان حرکت دیگری را $(t' = t - \Delta t)$ در نظر می‌گیریم و در آن Δt مدت زمانی است که متحرک دوم از اولی دیرتر شروع به حرکت کرده. بعد از آن اگر در لحظه‌ای که به هم می‌رسند مکان دو متحرک را با هم مساوی قرار دهیم می‌توان پارامترهای مجهول سؤال را تعیین کنیم.

جسمی با سرعت ثابت $۱۰\frac{m}{s}$ از نقطه‌ی O بر مسیر مستقیم می‌گذرد ۳ثانیه‌ی بعد جسم دیگری از همان نقطه از حال سکون با شتاب ثابت به دنبال جسم اول به حرکت در می‌آید و در فاصله‌ی ۹۰متری O به آن می‌رسد. شتاب حرکت جسم دوم چند $\frac{m}{s^۲}$ است؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۳

پاسخ: گزینه‌ی «۳»

اگر متحرک اول را با A و متحرک دوم را با B نمایش دهیم مدت زمان حرکت A برابر t و برای متحرک B برابر $(t-۳)$ خواهد بود و چون هر دو از یک نقطه شروع به حرکت کرده‌اند تا مدتی که به هم می‌رسند جابه‌جایی آن‌ها یکسان خواهد بود.

از طرفی می‌دانیم در لحظه‌ای که به هم می‌رسند. $\Delta x_A = \Delta x_B$

از این رو با توجه به حرکت متحرک A داریم:

$$\Delta x_A = V_A t \rightarrow ۹۰ = ۱۰t \rightarrow t = ۹s$$

و برای متحرک B داریم:

$$\Delta x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + V_{۰B} t \rightarrow ۹۰ = \frac{۱}{۲}(t-۳)^۲ a \rightarrow ۹۰ = \frac{۱}{۲}(۹-۳)^۲ a \rightarrow a = ۵m/s^۲$$

جسمی که با سرعت ثابت $۱۵m/s$ بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در یک لحظه از نقطه‌ی O می‌گذرد. پس از ۵ ثانیه جسم دیگری با شتاب ثابت از نقطه‌ی O به دنبال جسم اول به حرکت در می‌آید و ۱۵ ثانیه پس از آن به جسم اول می‌رسد سرعت جسم دوم در این لحظه چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳۵ ۲) ۴۰ ✓ ۳) ۴۵ ۴) ۶۰

تعیین نوع حرکت

۴۲ **تیپ ۱:** تعیین نوع حرکت با استفاده از معادله‌ی حرکت

می‌دانیم که اگر متحرکی با شتاب ثابت برروی یک مسیر مستقیم حرکت کند معادله‌ی حرکت آن به صورت $x = At^2 + Bt + C$ خواهد بود. اگر A و B هم علامت باشند حرکت متحرک الزاماً تند شونده و اگر A و B هم علامت نباشند، حرکت متحرک در ابتدا کند شونده (قبل از توقف) سپس تند شونده خواهد بود(بعد از توقف)

به عبارتی به طور کلی اگر در یک حرکت، شتاب حرکت (a) و سرعت متحرک (V) در هرلحظه هم علامت باشند یعنی $a.V > 0$ باشد حرکت متحرک تندشونده و اگر شتاب حرکت (a) وسرعت متحرک V در هر لحظه هم علامت نباشند یعنی $a.V < 0$ باشد حرکت متحرک کند شونده (یعنی بزرگی سرعت متحرک کاهش می‌یابد).

معادله‌ی مکان متحرکی در SI به صورت $x = -t^2 + 4t + 20$ است. حرکت‌آن از $t = 0$ تا $t = 8_s$ چگونه است؟

۱)ابتدا کند شونده سپس تند شونده ۲) ابتدا تند شونده، سپس کند شونده

۳)پیوسته تند شونده ۴) پیوسته کند شونده

پاسخ: گزینه‌ی «۱»

می بینیم که ضریب t^2 و ضریب t هم علامت نیستند، پس حرکت متحرک تا قبل از توقف کند شونده سپس تند شونده خواهد بود پس باید دید که زمان توقف در بازه‌ی زمانی داده شده قرار دارد یا خیر.

$$x = -t^2 + 4t + 20 \xrightarrow{V_x = \frac{dx}{dt}} V_x = -2t + 4 \xrightarrow{V_x = 0} t_s = 2s$$

یعنی متحرک در لحظه‌ی $t = 2s$ متوقف می‌شود لذا متحرک تا قبل از $t = 2s$ حرکت کند شونده وپس از آن تند شونده خواهد بود.

توجه: با استفاده از نمودارهای مکان – زمان و نیز سرعت- زمان نیز می‌توان به چگونگی حرکت یک متحرک پی برد که در زیر موضوع‌های بعدی به‌آن پرداخته می‌شود.

اگر معادله‌ی مکان – زمان متحرکی روی خط راست به صورت $x = -t^2 - 4t + 2$ باشد، متحرک در زمان‌های $t > 0$ در ..... محور x حرکت می‌کند و حرکت آن ..... است.

۱) جهت – تندشونده ۲) جهت – کندشونده ۳) خلاف جهت - تندشونده ✓ ۴) خلاف جهت - کندشونده

۴۳

تیپ ۲ : تعیین نوع حرکت در حرکتی که در چند مرحله انجام شده است

در این تیپ از مسایل سرعت در ابتدا و انتهای هر مرحله را تعیین کرده، سپس با مقایسه‌ی بزرگی سرعت در ابتدا و انتهای مسیر به راحتی می‌توان دریافت که در آن مرحله حرکت متحرک تند شونده بوده یا کند شونده.

اگر سرعت متوسط جسمی از حال سکون به حرکت در می‌آید در t ثانیه‌ی اول حرکت $۴\frac{m}{s}$ و در t ثانیه‌ی دوم حرکت $۶\frac{m}{s}$ و در t ثانیه‌ی سوم حرکت نیز $۶\frac{m}{s}$ باشد، نوع حرکت آن (با توجه به این که شتاب هر مرحله ثابت است) از شروع حرکت به ترتیب کدام است؟

۱)تند شونده ، تند شونده، کند شونده

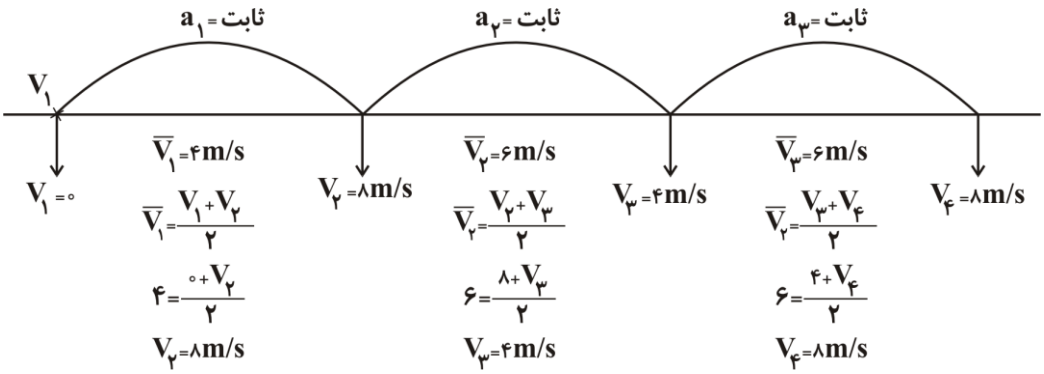
۲) تند شونده، تند شونده، یکنواخت

۳)تند شونده، کند شونده، یکنواخت

۴) تند شونده، کند شونده، تند شونده

پاسخ: گزینه‌ی «۴»

با توجه به این که در هر مرحله شتاب حرکت ثابت است می‌توان از رابطه‌ی $\bar{V}=\frac{V_۲+V_۱}{۲}$ استفاده کرد. سرعت متحرک را در ابتدا و انتهای هر مرحله تعیین می‌کنیم.



یعنی در مرحله‌ی اول سرعت آن افزایش یافته پس حرکت‌آن تند شونده، در مرحله‌ی دوم سرعتش کاهش یافته یعنی حرکتش کند شونده و در مرحله ی سوم نیز سرعتش افزایش یافته یعنی حرکتش تند شونده بوده است.

متحرکی در حرکت بر روی محور x ها، سرعتش را در مرحله‌ی اول از $۲\frac{m}{s}$ به صفر رسانده و سپس سرعتش به $-۳\frac{m}{s}$ می‌رسد. نوع حرکت آن در این جابه‌جایی چگونه بوده است؟

۱) همواره تندشونده

۲) همواره کندشونده

۳) ابتدا تندشونده سپس کندشونده

✓ ۴) ابتدا کندشونده سپس تندشونده

رسم نمودارها

۴۴

تیپ ۱: نمودار مکان – زمان

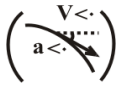
می‌دانیم هر نقطه از نمودار مکان – زمان نشان دهنده‌ی مکان متحرک (فاصله از مبدا) در یک لحظه‌ی دلخواه است.

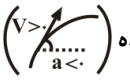
همچنین می‌دانیم که شیب خط مماس برنمودار مکان- زمان در یک نقطه برابر سرعت لحظه‌ای متحرک در آن لحظه بوده و شیب خطی که دو نقطه از نمودار مکان – زمان را به هم وصل می‌کند برابر سرعت متوسط متحرک بین آن دو نقطه است.

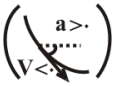
اگر این نمودار به صورت یک منحنی باشد، در صورتی که تقعر منحنی به سمت بالا باشد شتاب حرکت مثبت و اگر به سمت پایین باشد شتاب حرکت منفی خواهد بود پس به تعداد نقاط عطف نمودار مکان- زمان، شتاب حرکت متحرک تغییر علامت می‌دهد (از این رو جهت برآیند نیروهای وارد برجسم تغییر جهت می‌دهد).

از طرفی می‌دانیم که در نقاط ماکزیمم یا مینیمم نمودار مکان زمان که شیب خط مماس بر نمودار صفر است سرعت متحرک صفر بوده و متحرک می‌تواند در آن لحظه تغییر جهت دهد پس به ازای تعداد نقاط ماکزیمم و یا مینیمم نمودار مکان – زمان متحرک تغییر جهت می‌دهد.

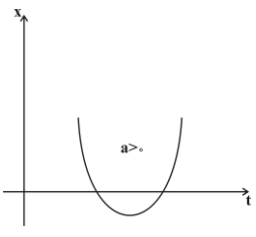
لذا در مجموع می‌توان چنین گفت که اگر در هر لحظه شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان مثبت باشد (سرعت آن مثبت) و شتاب آن نیز مثبت باشد(تقعر منحنی رو به بالا) پس حرکت تند شونده

و اگر این دو مقدار منفی باشند باز هم حرکت تند شونده 

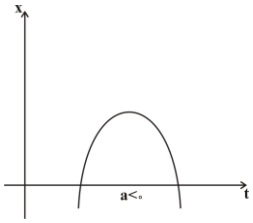
و اگر شتاب مثبت و سرعت منفی باشد حرکت کند شونده 

و اگر شتاب منفی و سرعت مثبت باشد نیز حرکت کند شونده خواهد بود. 

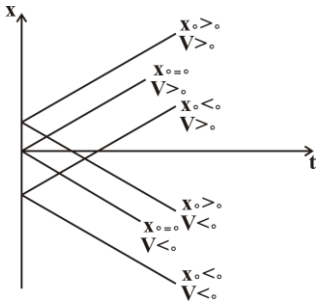
همچنین می‌دانیم که اگر نمودار مکان- زمان قسمتی از یک سهمی باشد حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت بوده و اگر یک خط راست باشیب ثابت باشد حرکت یکنواخت خواهد بود. می‌توان نمودار مکان – زمان حرکت یکنواخت و شتاب دار با شتاب ثابت را به صورت زیر نمایش داد.



حرکت شتاب‌دار

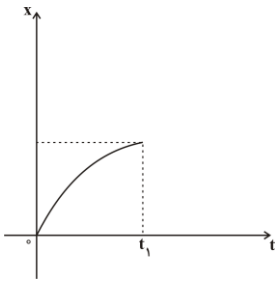


حرکت شتاب‌دار



حرکت یکنواخت

نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق شکل، قسمتی از یک سهمی است. نوع حرکت در بازه‌ی زمانی از صفر تا t_1 کدام است؟



۱) تند شونده با شتاب ثابت

۲) تند شونده با شتاب متغیر

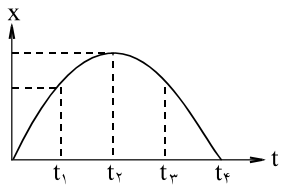
۳) کند شونده با شتاب ثابت

۴) کند شونده با شتاب متغیر

پاسخ: گزینه‌ی «۳»

چون نمودار مکان- زمان قسمتی از یک سهمی است پس شتاب حرکت آن ثابت است و با توجه به این که در این مدت $V>0$ (با توجه به شیب خط مماس برنمودار) و $a<0$ (با توجه به منحنی) پس $(a.V<0)$ یعنی حرکت کند شونده خواهد بود.

در کدام یک از لحظه‌های نشان داده شده در نمودار، متحرک بیش‌ترین فاصله را از مبدأ دارد؟



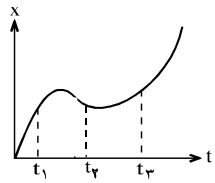
۱) t_1

۲) t_2 ✓

۳) t_3

۴) t_4

شکل مقابل نمودار مکان - زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند در کدام یک از زمان‌های نشان داده شده ، حرکت جسم تند شونده است؟



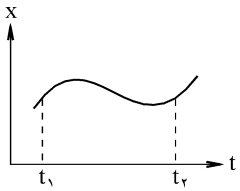
۱) t_1

۲) t_2

۳) t_3 ✓

۴) t_3 ,t_1

نمودار مکان – زمان متحرکی مطابق شکل است. در فاصله‌ی زمانی میان t_1 تا t_2، سرعت جسم چند بار تغییر جهت داده است؟



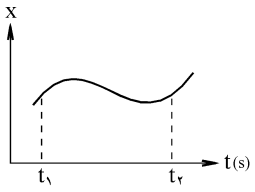
۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲ ✓

۴) ۳

نمودار مکان – زمان متحرکی مطابق شکل است. در فاصله‌ی زمانی t_1 تا t_2 چند بار نیروی وارد بر جسم تغییر جهت داده است؟



۱) صفر

۲) ۱ ✓

۳) ۲

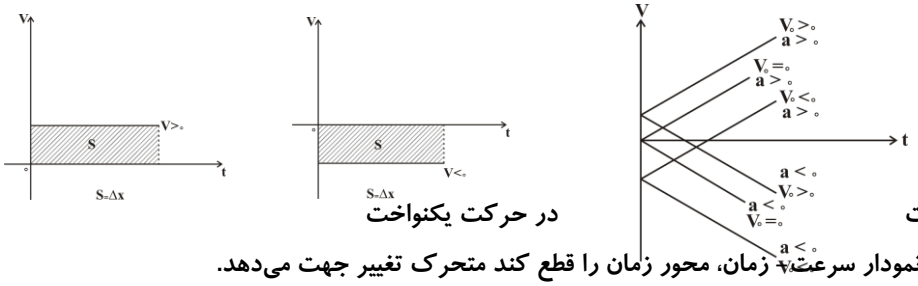
۴) ۳

۴۵ **تیپ ۲: نمودار سرعت - زمان**

می‌دانیم که سطح زیر نمودار سرعت- زمان. برابر جابه‌جایی متحرک در یک بازه‌ی زمانی معین می‌باشد و شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان در هر لحظه برابر شتاب متحرک در آن لحظه است و شیب خطی که دو نقطه از نمودار سرعت- زمان را به هم متصل می‌کند برابر شتاب متوسط متحرک بین آن دو لحظه بوده و نیز می‌دانیم که به تعداد نقاط ماکزیمم و یا مینیمم نمودار، شتاب حرکت متحرک و نیز برآیند نیروهای وارد بر آن تغییر جهت می‌دهد.

همچنین می دانیم که اگر نمودار سرعت- زمان از محور زمان دور شود حرکتش تند شونده و اگر به محور زمان نزدیک شود حرکتش کند شونده خواهد بود.

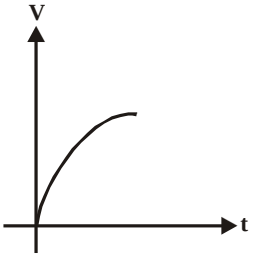
نیز می‌دانیم که در حرکت یکنواخت، نمودار سرعت- زمان یک خط با شیب صفر بوده و در حرکت شتاب دار با شتاب ثابت این نمودار به صورت خطی است با شیب ثابت که می‌توان آن را به صورت زیر نمایش داد.



در حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت در حرکت یکنواخت

همچنین می‌دانیم به تعداد دفعاتی که نمودار سرعت- زمان، محور زمان را قطع کند متحرک تغییر جهت می‌دهد.

شکل مقابل نمودار سرعت- زمان یک متحرک است نوع حرکت این متحرک کدام است؟



۱) تند شونده با شتاب ثابت

۲) تند شونده با شتاب متغیر

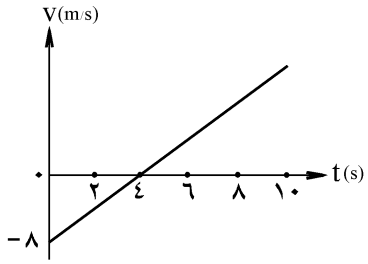
۳) کند شونده با شتاب ثابت

۴) کند شونده با شتاب متغیر

پاسخ: گزینه‌ی «۲»

چون شیب خط مماس بر نمودار در حال تغییر است پس شتاب حرکت متحرک متغیر بوده و با توجه به این که شیب خط مماس بر نمودار سرعت زمان یعنی شتاب حرکت همواره مثبت $(a>0)$ و سرعت متحرک نیز همواره مثبت یعنی $(V>0)$ است پس همواره $aV>0$ یعنی حرکت تند شونده است.

اگر نمودار سرعت – زمان متحرکی مطابق شکل مقابل باشد این متحرک چه شتابی خواهد داشت؟



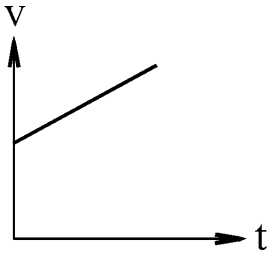
۱) مقداری ثابت و منفی

۲) مقداری ثابت و مثبت

۳) ابتدا مقداری مثبت و سپس منفی

۴) ابتدا مقداری منفی و سپس مثبت

شکل مقابل نمودار سرعت – زمان حرکت یک متحرک بر خط راست است. اندازه‌ی شتاب این متحرک:



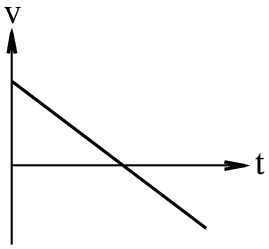
۱) مقدار ثابتی است ✓

۲) صفر است

۳) متناسب با زمان است

۴) متناسب با مجذور زمان است

نمودار سرعت – زمان متحرکی به شکل زیر است، نیروی وارد بر آن:



۱) مقدار ثابت است ✓

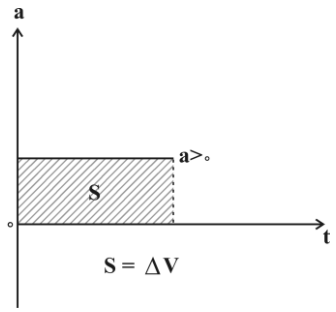
۲) بین دو مقدار ثابت نوسان می‌کند

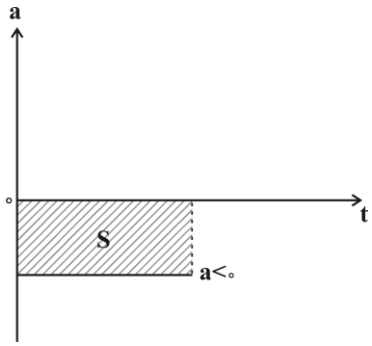
۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد

۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد

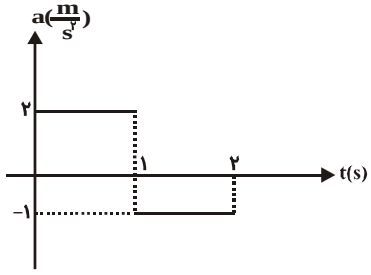
۴۶ **تیپ ۳ : نمودار شتاب- زمان**

می‌دانیم که سطح زیر نمودار شتاب – زمان برابر تغییرات سرعت متحرک (ΔV) است در حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت این نمودار یک خط راست با شیب صفر خواهد بود.





در شکل مقابل نمودار شتاب زمان حرکت یک متحرک داده شده است شتاب متوسط این متحرک در ۲ ثانیه‌ی اول چند $\frac{m}{s^2}$ است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) ۱

۳) ۲

۴) صفر

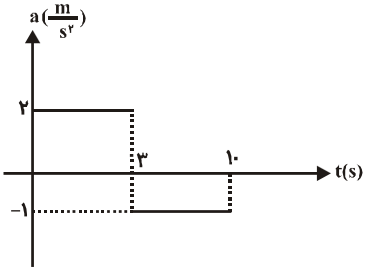
پاسخ: گزینه‌ی «۱»

در ابتدا سطح زیر نمودار را تعیین کرده تا ΔV را در این ۲ ثانیه معلوم کنیم در این صورت با استفاده از رابطه‌ی $\bar{a}=\frac{\Delta V}{\Delta t}$ شتاب متوسط را تعیین می‌کنیم.

$$\Delta V = S_1 + S_2 = 2\times 1 - 1\times 1 = 1\frac{m}{s}$$

$$\bar{a}=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{1}{2}\frac{m}{s^2}$$

اگر نمودار شتاب – زمان حرکت یک متحرک که از حال سکون بر خط راست شروع به حرکت می‌کند به صورت مقابل باشد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه این متحرک بعد از شروع حرکت مجدداً متوقف می‌شود؟



۱) ۹ ✓

۲) ۶

۳) ۵

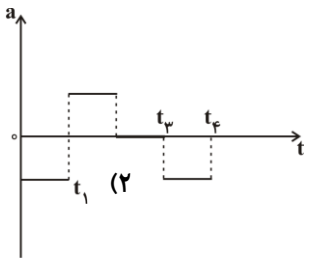
۴) مجدداً متوقف نمی‌شود.

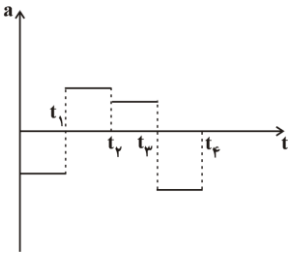
۴۷

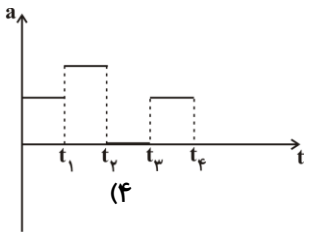
تیپ ۴ : رسم نمودار از روی نموداری دیگر

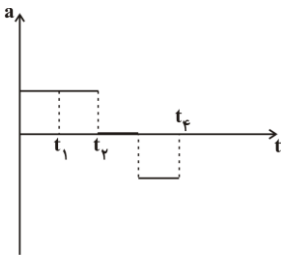
می‌دانیم که نمودار شتاب – زمان در یک بازه‌ی زمانی از معادله‌ی شتاب متحرک رسم می‌شود که این معادله، مشتق معادله‌ی سرعت متحرک نسبت به زمان است.

با توجه به شکل مقابل نمودار تقریبی شتاب – زمان متحرک کدام است؟

۱)


۲)


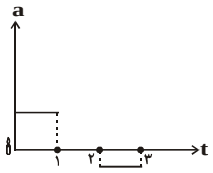
۳)


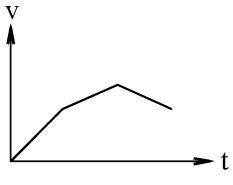
۴)


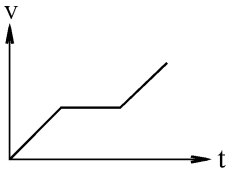
پاسخ: گزینه‌ی «۴»

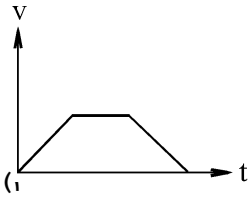
با توجه به نمودار سرعت – زمان در بازه‌ی زمانی $(۰-t_۲)$ حرکت متحرک با شتاب ثابت (چون شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان ثابت است) بوده و مقداری است مثبت و بین دو لحظه‌ی $t_۲-t_۳$ مقدار سرعت ثابت پس شتاب حرکت صفر است و بین دو لحظه‌ی $(t_۳-t_۴)$ شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان ثابت و منفی است یعنی شتاب حرکت ثابت و منفی است که تنها گزینه ی ۴ چنین است.

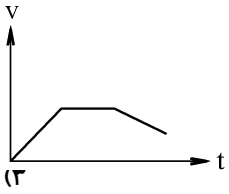
نمودار شتاب – زمان متحرکی به صورت زیر است. نمودار سرعت – زمان آن به کدام صورت می‌تواند باشد؟



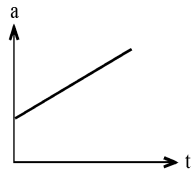
۱) 

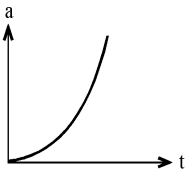
۲) 

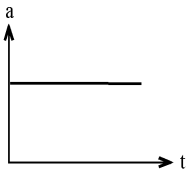
۳) 

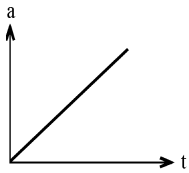
۴) 

معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $x=-۲t+t^۳$ است، نمودار شتاب – زمان متحرک کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

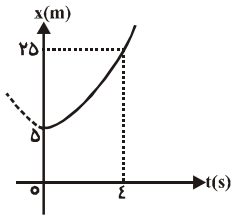
✓ ۴) 

مسایل نمودارها

۴۸ **تیپ ۱: تعیین شتاب حرکت با استفاده از نمودار مکان زمان در حرکت با شتاب ثابت**

می‌دانیم که در حرکت شتاب دار ، شتاب ثابت، نمودار مکان- زمان قسمتی از یک سهمی بوده و تمام روابط مربوط به حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت برای آن صادق است پس می‌توان با به کارگیری این رابطه‌ها، شتاب حرکت را تعیین کرد.

نمودار مکان- زمان حرکت متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، شبیه به شکل مقابل است.شتاب حرکت چند $\frac{m}{s^۲}$ است؟



۱) ۲/۵ ۲) ۵

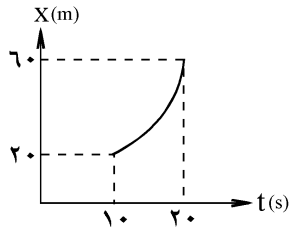
۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۸}{۵}$

پاسخ: گزینه‌ی «۱»

از آن‌جایی که شیب خط مماس بر نمودار در لحظه‌ی $t=۰$ برابر صفر است پس متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است. با توجه به رابطه‌ی تعیین جابه‌جایی متحرک دراین ۴ ثانیه خواهیم داشت.

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+V_{۰x}t \xrightarrow{\Delta x=x-x_{۰}=۲۰m} ۲۰=\frac{۱}{۲}a(۴)^{۲} \rightarrow a=۲/۵\frac{m}{s^{۲}}$$

اگر نمودار مسافت – زمان متحرکی بر مسیر مستقیم قسمتی از سهمی به شکل زیر و ضریب زاویه‌ی مماس بر این نمودار در لحظه‌ی $t=۱۰s$ برابر ۲ باشد شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟



۱) ۰/۴

۲) ۲

۳) ۰/۸

۴) معلومات داده شده کافی نیست

۴۹ تیپ ۲ : تعیین سرعت و یامعادله‌ی سرعت با استفاده از نمودار مکان- زمان

می‌دانیم که در حرکت شتاب دار با شتاب ثابت نمودار مکان – زمان قسمتی از یک سهمی است و تمام روابط مربوط به حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت برای آن صادق بوده و می‌توان به کمک این روابط، سرعت متحرک در هر لحظه و یا معادله‌ی سرعت آن را تعیین کرد.

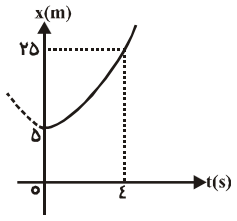
نمودار مکان- زمان متحرکی قسمتی از سهمی به شکل مقابل است.سرعت متحرک در لحظه ی $t=۴s$ چند $\frac{m}{s}$ است؟

۱) ۱۵

۲) ۲۰

۳) ۵

۴) ۱۰

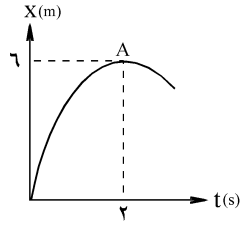


پاسخ: گزینه‌ی «۴»

از آن جایی که نمودار مکان- زمان به صورت قسمتی از یک سهمی داده شده پس حرکت شتاب دار با شتاب ثابت بوده و با توجه به این که در مبدا زمان شیب خط مماس برنمودار صفر است سرعت اولیه‌ی متحرک صفر بوده یعنی متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است لذا با استفاده از معادله‌ی مستقل از شتاب حرکت داریم:

$$\Delta x=\frac{V+V_{۰}}{۲}\Delta t \rightarrow ۲۰=(\frac{V+۰}{۲})(۴) \rightarrow V=۱۰\frac{m}{s}$$

شکل مقابل که قسمتی از یک سهمی است، نمودار مکان- زمان یک متحرک را نشان می‌دهد. اگر نقطه‌ی A ماکزیمم نمودار باشد، معادله‌ی سرعت کدام است؟



۱) $V = ۳ - ۶t$

۲) $V = ۶ + ۳t$ ✓

۳) $V = ۳ + ۶t$

۴) $V = ۶ - ۳t$

۵۰

تیپ ۳ : تعیین سرعت متوسط با استفاده از نمودار مکان -زمان

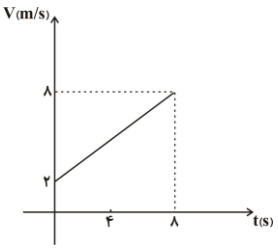
چگونگی تعیین سرعت متوسط با استفاده از نمودار مکان – زمان قبلاً در زیر موضوع دوم بحث شده است.

۵۱

تیپ ۴ : تعیین شتاب با استفاده از نمودار سرعت- زمان

همان طوری که می‌دانیم شیب خط مماس برنمودار سرعت – زمان برابر شتاب متحرک است.پس با تعیین شیب خط مماس بر نمودار می‌توان شتاب حرکت متحرک را در هر مرحله از حرکتش تعیین کرد. همچنین می‌توان با استفاده از سطح زیر نمودار (جابه‌جایی متحرک) بیش‌ترین سرعت متحرک را تعیین و سپس با استفاده از شیب نمودار، شتاب را در هر مرحله تعیین کرد.

اگر نمودار سرعت – زمان متحرکی مطابق شکل روبه‌رو باشد شتاب و سرعت جسم در لحظه‌ی $t = ۴s$ به ترتیب از راست به چپ در SI کدام‌اند؟ (سراسری تجربی-۷۶)



۱) ۰/۷۵و۴

۲) ۱و۴

۳) ۰/۷۵و۵

۴) ۱و۸

پاسخ: گزینه‌ی «۳»

از آنجایی که نمودار سرعت- زمان یک خط با شیب ثابت است پس شتاب حرکت ثابت بوده لذا شتاب متوسط و لحظه ای آن با هم برابرند یعنی:

$$a = \bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_۲ - V_۱}{t_۲ - t_۱}$$

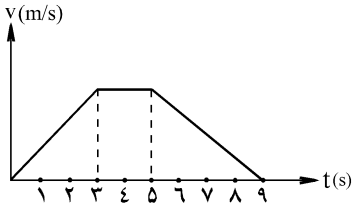
که با توجه به نمودار $\begin{cases} t_۱ = ۰ \\ V_۱ = ۲ \end{cases}$ و $\begin{cases} t_۲ = ۸ \\ V_۲ = ۸ \end{cases}$ است پس خواهیم داشت.

$$a = \frac{۸ - ۲}{۸ - ۰} \rightarrow a = ۰/۷۵ \frac{m}{s^۲}$$

و با توجه به معادله‌ی سرعت در حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت داریم:

$$V = at + V_{\circ} \rightarrow V = \circ/۷۵t + ۲ \xrightarrow{t=۴s} V = (\circ/۷۵)(۴) + ۲ \rightarrow V = ۵\frac{m}{s}$$

نمودار سرعت- زمان حرکت مستقیم الخطی به صورت شکل مقابل است. در صورتی که کل مسافت پیموده شده ۱۶۵ متر باشد، قدرمطلق شتاب کندشونده‌ی حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟



۱) ۷/۵

۲) ۶/۵

۳) ۵/۵

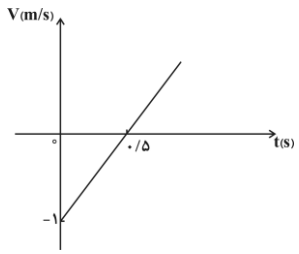
۴) ۴/۵

پاسخ: گزینه‌ی «۱»

در ابتدا با استفاده از سطح زیر نمودار بیش‌ترین سرعت را تعیین می‌کنیم. سپس شیب نمودار را بین دو لحظه‌ی $t_۱ = ۵s$ و $t_۲ = ۹s$ که مرحله‌ی کندشونده‌ی حرکت است محاسبه می‌کنیم.

$$S = \Delta x = \frac{۹+۲}{۲}v = ۱۶۵ \Rightarrow v = ۳۰\frac{m}{s} \rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۳۰}{۴} = -۷/۵\frac{m}{s^۲} \Rightarrow |a| = ۷/۵\frac{m}{s^۲}$$

اگر نمودار سرعت – زمان حرکت متحرکی به صورت مقابل باشد، شتاب آن در لحظه‌ی $t = ۲s$ چند $\frac{m}{s}$ است؟



۱) ۱

۲) ۲ ✓

۳) $\frac{۱}{۲}$

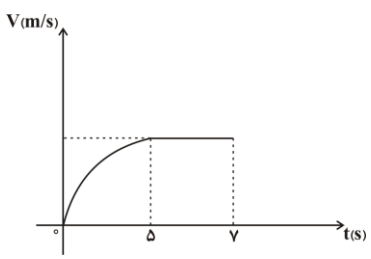
۴) $\frac{۱}{۴}$

تیپ ۵: تعیین شتاب متوسط با استفاده از نمودار سرعت- زمان

۵۲

از آن جایی که می‌توان با استفاده از نمودار سرعت- زمان سرعت متحرک را در هر لحظه تعیین کرد با استفاده از رابطه‌ی $\bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_۲ - V_۱}{t_۲ - t_۱}$ شتاب متوسط متحرک را محاسبه می‌کنیم.

نمودار سرعت- زمان متحرکی به شکل مقابل است. اگر متحرک بین دو لحظه‌ی $t_۱ = ۵_s$ و $t_۲ = ۷_s$ مسافت ۱۸ متر را طی کرده باشد شتاب متوسط آن بین دو لحظه‌ی $t = \circ_s$ و $t = ۵_s$ چند $\frac{m}{s^۲}$ است؟



۱) ۱/۸

۲) ۴/۵

۳) ۳/۶

۴) ۰/۷۲

پاسخ: گزینه‌ی «۱»

از آن‌جایی که بین دو لحظه‌ی $t_1 = 5_s$ و $t_2 = 7_s$ نمودار سرعت- زمان خطی است با شیب صفر پس در این مدت

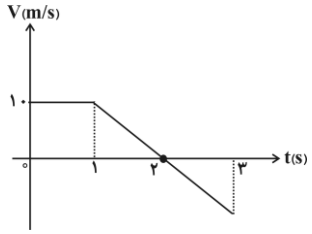
سرعت متحرک ثابت بوده، لذا می‌توان سرعت آن را در این مدت به صورت زیر تعیین کرد.

$$\Delta x = V\Delta t \rightarrow 18 = V(2) \rightarrow V = 9\frac{m}{s}$$

یعنی سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = 5s$ برابر $9\frac{m}{s}$ بوده است و برای تعیین شتاب متوسط بین دو لحظه‌ی $t_1 = 0$ و $t_2 = 5_s$ داریم:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \\ V_1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} t_2 = 5 \\ V_2 = 9 \end{cases} \qquad \bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{9-0}{5-0} = 1/8\frac{m}{s^2}$$

اگر نمودار سرعت – زمان حرکت متحرکی به صورت مقابل باشد، شتاب متوسط آن در ثانیه‌ی سوم حرکت چند $\frac{m}{s^2}$ است؟



۱) صفر ۲) -۱۰ ✓

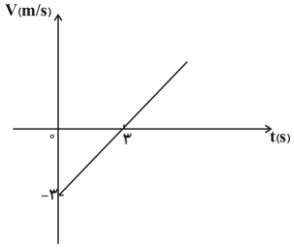
۳) -۵ ۴) -۲۰

۵۳

تیپ ٦ : تعیین معادله‌ی حرکت با استفاده از نمودار سرعت- زمان

با استفاده از شیب خط مماس بر نمودار سرعت زمان می‌توان شتاب حرکت متحرک را تعیین کرد و با توجه به مختصات سرعت متحرک در لحظه‌ای که نمودار، محور سرعت را قطع می‌کند V_0 یعنی سرعت اولیه‌ی متحرک را می‌توان مشخص کرد.

اگر متحرکی بر مسیر مستقیم حرکت کرده و نمودار سرعت- زمان آن شکل مقابل باشد، معادله‌ی حرکت آن در SI کدام است؟



۱) $x = -3t^2 + 3t$ ۲) $x = -\frac{1}{2}t^2 + 3t$

۳) $x = \frac{1}{2}t^2 - 3t$ ۴) $x = 3t^2 - 3t$

پاسخ: گزینه‌ی «۳»

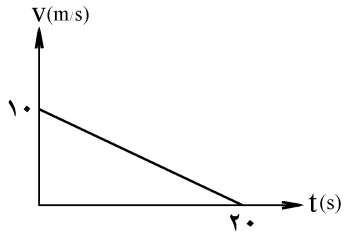
با توجه به نمودار به راحتی می‌توان دریافت که $V_0 = -3\frac{m}{s}$ و شتاب حرکت برابر شیب نمودار است که مقداری است ثابت.

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{0-(-3)}{3-0} \rightarrow a = 1\frac{m}{s^2}$$

لذا با توجه به معادله‌ی حرکت متحرک با شتاب ثابت داریم: $x_0 = 0$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t \rightarrow x = \frac{1}{2}t^2 - 3t$$

اگر نمودار تغییرات سرعت- زمان متحرکی مطابق شکل مقابل باشد، معادله‌ی حرکت آن کدام است؟



۱) $x=-\frac{۱}{۴}t^{۲}+۱۰t$ ✓

۲) $x=-۲t^{۲}+۱۰t$

۳) $x=\frac{۱}{۴}t^{۲}-۱۰t$

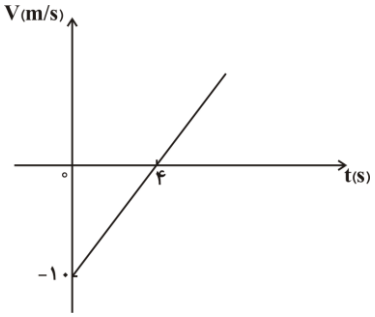
۴) $x=۲t^{۲}-۱۰t$

۵۴ **تیپ ۷ : تعیین جابه‌جایی و نیز مکان متحرک با استفاده از نمودار سرعت- زمان**

می‌دانیم که سطح زیر نمودار سرعت- زمان در هر بازه‌ی زمانی معین برابر جابه‌جایی متحرک در آن بازه‌ی زمانی است که در این صورت با استفاده از رابطه‌ی تعیین جابه‌جایی $\Delta x=x_{۲}-x_{۱}$ می‌توان مکان متحرک را در هر لحظه‌ی معین، محاسبه کرد.

و یا این که با توجه به شیب نمودار شتاب حرکت و نیز با توجه به نمودار، سرعت اولیه‌ی متحرک را تعیین سپس جابه‌جایی و یا مکان متحرک را با استفاده از روابط مربوطه معلوم کرد.

اگر نمودار سرعت- زمان متحرکی مطابق شکل زیر باشد، این متحرک ۱۰ ثانیه پس از شروع حرکت در چند متری مبدأ مقایسه خواهد بود؟ $(x_{۰}=۰)$



۱) ۱۵

۲) ۲۵

۳) ۴۵

۴) ۶۵

پاسخ: گزینه‌ی «۲»

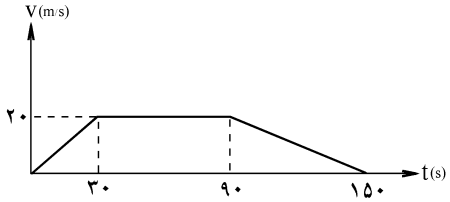
با توجه به نمودار به راحتی می‌توان دریافت که

$$a=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{۰-(-۱۰)}{۴-۰}=۲/۵\frac{m}{s^{۲}}$$

پس با توجه به معادله حرکت متحرک داریم: $x_{۰}=۰$

$$x=\frac{1}{2}at^{2}+V_{۰}t\rightarrow x=(\frac{1}{2})(2/5)t^{2}-10t\rightarrow x=\frac{5}{4}t^{2}-10t\xrightarrow{t=10s}x=(\frac{5}{4})(10)^{2}-(10)(10)\Rightarrow x=25m$$

نمودار سرعت- زمان یک متحرک بر مسیر مستقیم به شکل مقابل است، مسافت طی شده در مرحله‌ی کند شونده چند متر است؟



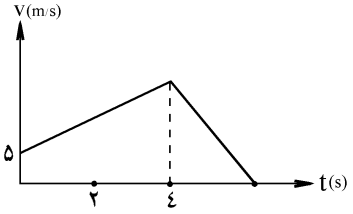
۱) ۶۰۰ ✓

۲) ۱۲۰۰

۳) ۶۰

۴) ۹۰۰

نمودار سرعت- زمان متحرکی در شکل مقابل رسم شده است. اگر شتاب حرکت در قسمت اول و دوم حرکت به ترتیب $۲/۵ \frac{m}{s^۲}$ و $-۷/۵ \frac{m}{s^۲}$ باشد، جابه‌جایی متحرک چند متر است؟



۱) ۴۵ ✓

۲) ۵۰

۳) ۵۵

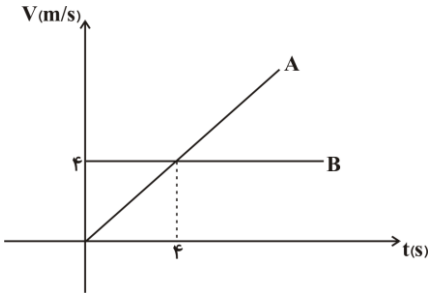
۴) ۶۰

۵۵

تیپ ۸: بررسی ومقایسه‌ی وضعیت دو متحرک بااستفاده از نمودار سرعت- زمان

با توجه به ویژگی نمودار هر متحرک، در صورت حرکت یکنواخت ، سرعت متحرک را تعیین و در صورت دارا بودن حرکت شتاب دار با شتاب ثابت، شتاب حرکت متحرک و سرعت اولیه‌ی آن را تعیین می‌کنیم.لذا می‌توان معادله‌ی حرکت دو متحرک و یا معادله‌ی جابه‌جایی آن ها را تعیین کرد و سپس آن‌ها را با هم مقایسه کرد. اگر دو متحرک به طور همزمان از یک نقطه شروع به حرکت کنند تا مدتی که مجدداً به هم می‌رسند جابه‌جایی دو متحرک با هم برابر خواهد بود.

نمودار سرعت- زمان دو متحرک A و B که در لحظه‌ی $t=۰$ از یک نقطه در یک سو حرکت می‌کنند به شکل زیر است پس از چند ثانیه A به B می‌رسد؟



۱) ۴

۲) ۶

۳) ۸

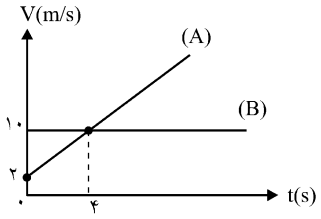
۴) ۱۰

پاسخ: گزینه‌ی «۳»

چون دو متحرک به طور همزمان از یک نقطه شروع به حرکت کرده‌اند تا مدتی که مجدداً به هم می‌رسند جابه‌جایی آن‌ها با هم برابر خواهد بود یعنی $\Delta x_A = \Delta x_B$ و با توجه به نمودار، حرکت B یکنواخت با سرعت $۴ \frac{m}{s}$ و حرکت A شتاب دار با شتاب ثابت $a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{۴-۰}{۴-۰} = ۱ \frac{m}{s^۲}$ و سرعت اولیه‌ی $V_۰ = ۰$ است لذا داریم:

$$\frac{۱}{۲} a_A t^۲ + V_{۰A} t = V_B t \rightarrow \frac{۱}{۲} t^۲ = ۴t \rightarrow t = ۸s$$

نمودار سرعت – زمان دو متحرک A و B که هم زمان از یک نقطه در یک سو حرکت می‌کنند به شکل مقابل است در لحظه‌ی سبقت گرفتن A از B نسبت سرعت آن‌ها $\frac{V_A}{V_B}$ برابر کدام است؟



۱) ۱/۸ ✓

۲) ۱/۲۵

۳) ۲/۵

۴) ۴

۵۶ **تیپ۹:** تعیین سرعت متوسط با استفاده از نمودار سرعت- زمان

در این مورد نیز قبلاً در بحث تعیین سرعت متوسط با استفاده از نمودار سرعت- زمان پرداخته‌ایم.