اتحادها

مربع دوجمله ای:

$$(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab$$

مزدوج :

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

مکعب مجموع و مکعب تفاضل دوجمله:

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

جمله مشترک :

$$(x+a)(x+b)) = x^2 + (a+b)x + ab$$

مجموع و تفاضل مکعبات:

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2)) = a^3 - b^3$$

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2)) = a^3 + b^3$$

مربع سه جمله ای:

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

روابط تکمیلی اتحادها :

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab \qquad (a+b)^2 + (a-b)^2 = 2a^2 + 2b^2$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

تذکر: برای نوشتن ضریب هرجمله توان جمله قبل رادر ضریبش ضرب وبرتعدادجملات تا جمله قبل تقسیم میکنیم

تذکر : برای یافتن مستقل ضریب هرجمله از $\binom{n}{k}$ که در آن kشماره جمله است استفاده می کنیم

$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ مثال ضریب جمله سوم بسط $(a+b)^5$ میشود $\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!(5-3)!}$

تجزیه: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

مثلثات

روابط اولیه

$$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\csc^2\theta - \cot^2\theta = 1$$

$$\tan\theta \times \cot\theta = 1$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$1 + \cot^2\theta = \frac{1}{\sin^2\theta}$$

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$

$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$$

جدول نسبت های مثلثاتی

زاویه	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
		30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan\theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		0	elyasi	0
$\cot\theta$		$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	elyasi	0	elyasi

جدول نسبت های مثلثاتی زوایای مشترک برای

$(^\circ < \theta < \frac{\pi}{2})$

زاویه / تابع	$\pm\theta$	$\frac{\pi}{2} \pm \theta$	$\pi \pm \theta$	$\frac{3\pi}{2} \pm \theta$	$2\pi \pm \theta$
Sin	$\pm\sin\theta$	$\cos\theta$	$\mp\sin\theta$	$-\cos\theta$	$\pm\sin\theta$
Cos	$\cos\theta$	$\mp\sin\theta$	$-\cos\theta$	$\pm\sin\theta$	$\cos\theta$
Tan	$\pm\tan\theta$	$\mp\cot\theta$	$\pm\tan\theta$	$\mp\cot\theta$	$\pm\tan\theta$
Cot	$\pm\cot\theta$	$\mp\tan\theta$	$\pm\cot\theta$	$\mp\tan\theta$	$\pm\cot\theta$

جدول علامت ها

ناحیه / تابع	اول	دوم	سوم	چهارم
Sin	+	+	−	−
Cos	+	−	−	+
Tan Cot	+	−	+	−

نسبت های مثلثاتی مجموع و تفاضل

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}$$

$$\cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot\alpha\cot\beta \mp 1}{\cot\alpha \pm \cot\beta}$$

نسبتهای مثلثاتی 2α و 3α بر حسب α

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$$

$$\cot 2\alpha = \frac{\cot^2\alpha - 1}{2\cot\alpha}$$

$$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$$

$$\tan 3\alpha = \frac{3\tan\alpha - \tan^3\alpha}{1 - 3\tan^2\alpha}$$

$$\sin 3\alpha = 4\sin\alpha \sin(\frac{\pi}{3}-\alpha)\sin(\frac{\pi}{3}+\alpha)$$

$$\cos 3\alpha = 4\cos\alpha \cos(\frac{\pi}{3}-\alpha)\cos(\frac{\pi}{3}+\alpha)$$

$$\tan 3\alpha = \tan\alpha \tan(\frac{\pi}{3}-\alpha)\tan(\frac{\pi}{3}+\alpha)$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$$

$$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$$

$$\tan^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}$$

تبدیل سینوس وکسینوس یک زاویه برحسب تانژانت نصف قوس

اگر $\alpha \neq (2k+1)\pi$

و $k \in Z$

$$\sin\alpha = \frac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}}$$

تبدیل مجموع یا تفاضل دو تابع مثلثاتی به حاصلضرب

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\tan\alpha+\tan\beta=\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$$

$$\tan\alpha-\tan\beta=\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$$

$$\cot\alpha+\cot\beta=\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}$$

$$\cot\alpha-\cot\beta=\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}$$

$$\tan\alpha+\cot\alpha=\frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{2}{\sin2\alpha}$$

$$\sqrt{2}\sin\left(\alpha\pm\frac{\pi}{4}\right)=\sin\alpha\pm\cos\alpha$$

$$\sqrt{2}\cos\left(\alpha\pm\frac{\pi}{4}\right)=\cos\alpha\mp\sin\alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=\frac{1+\tan\alpha}{1-\tan\alpha}$$

$$4\sin\alpha\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)=\sin 3\alpha$$

$$4\cos\alpha\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)=\cos 3\alpha$$

$$\tan\alpha\tan\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)\tan\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)=\tan 3\alpha$$

$$\cot\alpha\cot\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)\cot\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)=\cot 3\alpha$$

$$\alpha+\beta+\gamma=k\pi\Longrightarrow\tan(\alpha+\beta+\gamma)\ =0\Longrightarrow$$

$$\tan\alpha+\tan\beta+\tan\gamma=\tan\alpha\tan\beta\tan\gamma$$

$$\alpha+\beta+\gamma=k\pi+\frac{\pi}{2}\Longrightarrow$$

$$\tan\alpha\tan\beta+\tan\alpha\tan\gamma+\tan\beta\tan\gamma=1$$

تبدیل ضرب به جمع

$$\sin p \sin q = \frac{1}{2}[\cos(p-q) - \cos(p+q)]$$

$$\sin p \cos q = \frac{1}{2}[\sin(p-q) + \sin(p+q)]$$

$$\cos p \cos q = \frac{1}{2}[\cos(p-q) + \cos(p+q)]$$

فرمول های مشتق

تابع	مشتق
$y = c$	$y' = 0$
$y = x^n$	$y' = nx^{n-1}$
$y = u^n$	$y' = nu'u^{n-1}$
$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = e^u$	$y' = u'e^u$
$y = a^u$	$y' = u'a^u \ln a$
$y = \sqrt{u}$	$y' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$y = \sqrt[m]{u^n}$	$y' = \frac{nu'}{m\sqrt[m]{u^{m-n}}}$
$y = \frac{ax+b}{cx+d}$	$y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

$y = \ln u$	$y' = \dfrac{u'}{u}$
$y = \sin u$	$y' = u' \cos u$
$y = \cos u$	$y' = -u' \sin u$
$y = \tan u$	$y' = u'(1 + \tan^2 u)$
$y = \cot u$	$y' = -u'(1 + \cot^2 u)$
$y = \sin^{-1} u$	$y' = \dfrac{u'}{\sqrt{1 - u^2}}$
$y = \cos^{-1} u$	$y' = \dfrac{-u'}{\sqrt{1 - u^2}}$
$y = \tan^{-1} u$	$y' = \dfrac{u'}{1 + u^2}$
$y = \cot^{-1} u$	$y' = \dfrac{-u'}{1 + u^2}$
تابع ضمنی **d_xیعنی مشتق نسبت به x**	$y' = \dfrac{-(d_x)}{(d_y)}$
مشتق زنجیری وقتی y تابعی ازx و x تابعی از t باشد ومشتق y نسبت به t را بخواهیم	$\dfrac{d_y}{d_t} = \dfrac{d_y}{d_x} \times \dfrac{d_x}{d_t}$
$y = (fog)(x)$	$y' = g'(x) \times f'\big(g(x)\big)$
$y =$	$y' =$

فرمول های ساده انتگرال

$$\int d_x = x + c$$

$$\int \frac{d_x}{x} = \ln|x| + c$$

$$\int \frac{d_x}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + c$$

$$\int e^x d_x = e^x + c$$

$$\int e^u d_u = e^u + c$$

$$\int \frac{d_x}{x^2} = \frac{-1}{x} + c$$

$$\int \frac{u'}{u} d_x = \ln|u| + c$$

$$\int \sin x \, d_x = -\cos x + c$$

$$\int \cos x \, d_x = \sin x + c$$

$$\int u' \cos u \, d_x = \int \cos u \, d_u = \sin u + c$$

$$\int u' \sin u \, d_x = \int \sin u \, d_u = -\cos u + c$$

$$\int \tan x \, d_x = -\ln|\cos x| + c$$

$$\int \cot x \, d_x = \ln|\sin x| + c$$

$$\int (1 + \tan^2 x) d_x = \tan x + c$$

$$\int (1 + \cot^2 x) d_x = -\cot x + c$$

$$\int x^n d_x = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

$$\int u' u^n d_x = \int u^n d_u = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$$

تهیه وتنظیم الیاسی دبیر ریاضی شهرستان مسجد سلمان   جهت استفاده همکاران و دانش آموزان کنکوری