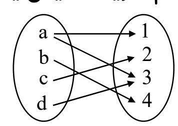
ریاضی دهم-تابع تعداد سوالات: ۹۴

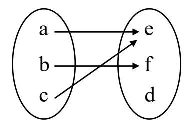
۱. طول یک مستطیل ۳ واحد بیش‌تر از عرض آن است. کدام‌یک از روابط زیر مساحت این مستطیل را برحسب تابعی از طول آن بیان می‌کند؟ (x طول مستطیل و S مساحت آن است.)

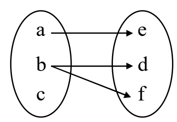
۱) $S = x^{۲} + ۳x$
۲) $S = x^{۲} - ۳x$
۳) $S = x^{۲} + x$
۴) $S = x^{۲} - x$

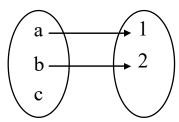
-آسان

۲. کدام گزینه نمایش یک تابع است؟

۱)


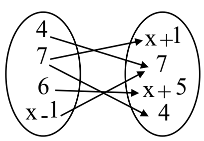
۲)


۳)


۴)


-آسان

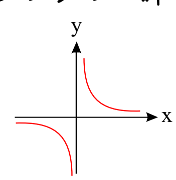
۳. اگر نمودار پیکانی زیر نشان دهندهٔ یک تابع باشد، کوچک‌ترین مؤلفهٔ اول چند واحد با بزرگ‌ترین مؤلفهٔ دوم اختلاف دارد؟

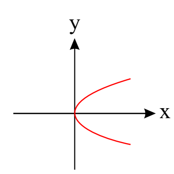


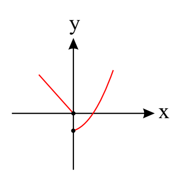
۱) ۳
۲) ۲
۳) ۶
۴) ۹

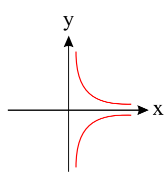
-متوسط

۴. کدام یک از نمودارهای زیر یک تابع را نمایش می‌دهند؟

۱)


۲)


۳)


۴)


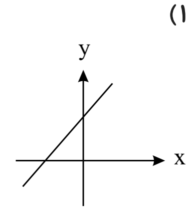
-آسان

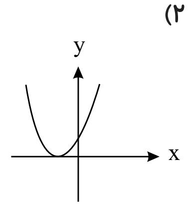
۵. دامنهٔ یک تابع $۴n - ۵۵$ و برد آن $۲n + ۱$ عضو دارد. برای n چند عدد طبیعی وجود دارد؟

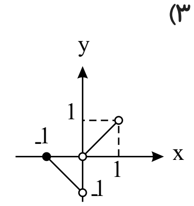
۱) ۱۰
۲) ۹
۳) ۸
۴) ۷

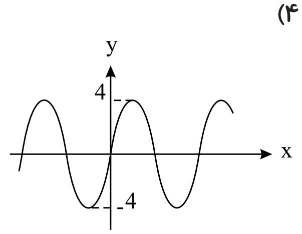
-متوسط

۶. کدام‌یک از نمودارهای زیر، مربوط به تابعی است که برد آن زیرمجموعه‌ای از دامنه‌اش نیست؟

۱)


۲)


۳)


۴)


-متوسط

۷. اگر f تابع همانی، g تابع ثابت و $g(۵)=۳$ باشند، مقدار $۴f(g(-۲))-۲g(f(۷))$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۶− ۳) ۱۲ ۴) ۱۲−

–متوسط

۸. چه تعداد از روابط زیر، مشخص‌کننده‌ی یک تابع هستند؟

الف) رابطه‌ای که به هر خودرو مدل آن را نسبت می‌دهد.

ب) رابطه‌ای که به هر معلم دانش‌آموزش را نسبت می‌دهد.

ج) رابطه‌ای که به هر چندضلعی محدب تعداد اقطارش را نسبت می‌دهد.

د) رابطه‌ای که به هر شهر، افرادی را که در آن متولد شده‌اند را نسبت می‌دهد.

۱) ۱ ۲) صفر ۳) ۲ ۴) ۳

–آسان

۹. طول یک مستطیل ۳ برابر عرض آن است. کدام رابطهٔ ریاضی عرض مستطیل را بر حسب مساحت آن (S) نشان می‌دهد؟

۱) $(\frac{S}{۳})^{\frac{۱}{۲}}$ ۲) $(\frac{S}{۳})^{\frac{۱}{۲}}$ ۳) $(\frac{S}{۳})^{-\frac{۱}{۲}}$ ۴) $(۳S)^{\frac{۱}{۲}}$

–آسان

۱۰. کدام‌یک از رابطه‌های زیر تابع نیست؟

۱) رابطه‌ای که هر عدد را به ریشهٔ سوم آن مرتبط می‌کند.

۲) رابطه‌ای که طول ضلع هر مربع را به مساحت آن مرتبط می‌کند.

۳) رابطه‌ای که هر عدد مثبت را به ریشهٔ دوم آن مرتبط می‌کند.

۴) رابطه‌ای که مساحت هر مربع را به طول ضلع آن مرتبط می‌کند.

–آسان

۱۱. کدام رابطه الزاما یک تابع نیست؟

۱) رابطه‌ای که به ضلع مربع مساحت مربع را نسبت می‌دهد.

۲) رابطه‌ای که به هر نوزاد یک طول قد نسبت می‌دهد.

۳) رابطه‌ای که به هر دانش آموز در امتحان نمره‌ی آن درس نسبت داده می‌شود.

۴) رابطه‌ای که به تعداد گل‌های زده‌ی شخص در یک لیگ فوتبال نام گل زن نسبت داده شود.

–آسان

۱۲. کدام‌یک از روابط زیر، معرف یک تابع نیست؟

۱) رابطه‌ی بین مساحت دایره و شعاع آن ۲) رابطه‌ی بین افراد و وزن آن‌ها در یک زمان معین

۳) رابطه‌ی بین افراد و سال تولدشان ۴) رابطه‌ی بین اعداد طبیعی و مقسوم‌علیه‌های آن

–آسان

۱۳. اگر مجموعهٔ $f=\left\{(-۳,a),(۳,۲),(۱,۹),(۱,b^۲),(b,۵)\right\}$ یک تابع باشد، مقدار ab کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۵− ۳) ۶ ۴) ۶−

–متوسط

۱۴. با توجه به جدول زیر، کدام گزینه درست است؟

تابع	$f(x)=-3x-1$	$g(x)=-3x+1$
دامنه	A	$x\geq -\frac{1}{3}$
برد	$\{0,1,2\}$	B

۱) $A=\{-1,0,-\frac{1}{3}\}$ و $B=(-\infty,2]$

۲) $A=\{-1,0,-\frac{1}{3}\}$ و $B=[0,+\infty)$

۳) $A=\{-1,-\frac{1}{3},-\frac{2}{3}\}$ و $B=[2,+\infty)$

۴) $A=\{-1,-\frac{1}{3},-\frac{2}{3}\}$ و $B=(-\infty,2]$

-متوسط

۱۵. اگر تابع $f(x)=(a-c)x^2+(a-b)x+3x-4+b$ تابع همانی باشد، مقدار $\frac{f(a)+f(b)}{f(a+c)}$ کدام گزینه است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) ۴ ۴) ۲

-متوسط

۱۶. کدام‌یک از گزینه‌های زیر مربوط به ضابطهٔ یک تابع است؟ (x مؤلفهٔ اول و y مؤلفهٔ دوم است.)

۱) $2|y|-|x|=0$ ۲) $x=|y|$ ۳) $|x|=|y|$ ۴) $|x|+|y|=0$

-سخت

۱۷. تابع $f=\left\{(m^2-m,m^2-3m),(2,n^2-2n+5),(2,P)\right\}$ شامل یک زوج مرتب است. $m+n+p$ کدام است؟

۱) -2 ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) -4

-آسان

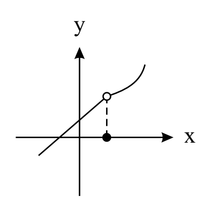
۱۸. رابطه‌ی $f=\left\{(3,m^2),(2,1),(-3,m),(-2,m),(3,m+2),(m,4)\right\}$ به‌ازای چند مقدار m، یک تابع است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) بی‌شمار ۴) هیچ مقدار m

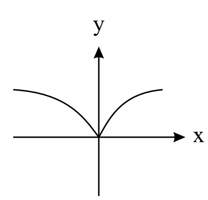
-متوسط

۱۹. کدام‌یک از نمودارهای زیر، یک تابع را نمایش نمی‌دهد؟

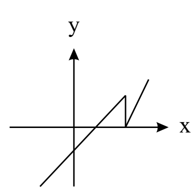
۱)



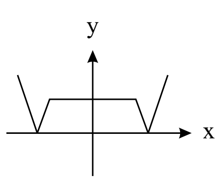
۲)



۳)

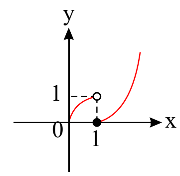


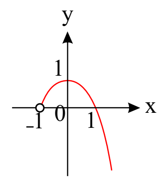
۴)

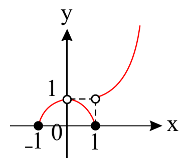


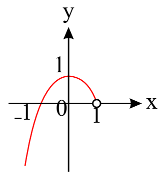
-آسان

۲۰. برد کدام یک از توابع زیر، همه‌ی اعداد طبیعی را شامل می‌شود؟

۱) 

۲) 

۳) 

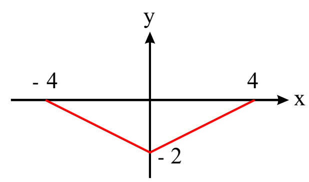
۴) 

-آسان

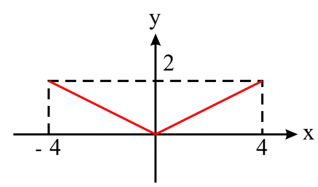
۲۱. تابع f به صورت $f=\{(۱,۴),(۳,۹),(a,۱),(-۲,a^{۲})\}$ مفروض است. اگر برد این تابع دارای ۳ عضو متمایز باشد، چند مقدار مختلف برای a وجود دارد؟

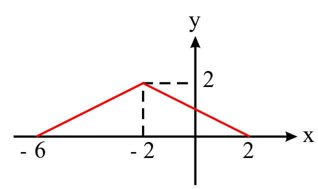
۱) ۲　　۲) ۳　　۳) ۴　　۴) ۶

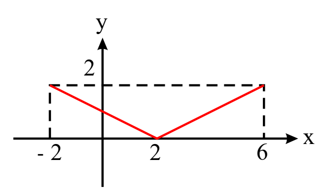
-متوسط

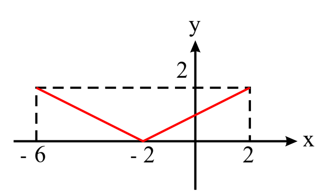
۲۲. اگر نمودار تابع $f(x)$ به‌صورت 

باشد، نمودار تابع $y=f(x-۲)+۲$ کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

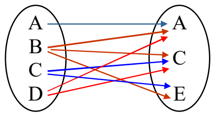
۴) 

-آسان

۲۳. اگر رابطهٔ $\{(۲,۲a-۳),(۲,۴a+۱),(-\frac{۴}{a},b+۱),(-a,c-۱)\}$ یک تابع باشد، حاصل $a-b+c$ کدام است؟

۱) -۸　　۲) -۱۶　　۳) ۴−−۴　　۴) صفر

-سخت



۲۴. چند پیکان از نمودار ون زیر حذف کنیم تا رابطه‌ی حاصل، یک تابع باشد؟

۱) ۲   ۲) ۳

۳) ۴   ۴) ۵

–آسان

۲۵. اگر رابطه‌ی $f=\left\{(a,۳),(۵,a^{۲}-۱),(۲,-۱),(۵,۳),(۲,b)\right\}$ یک تابع باشد، a و b کدامند؟

۱) $b=-۱$ و $a=۲$ ۲) $b=-۱$ و $a=-۲$ ۳) $b=-۱$ و $a=\pm ۲$ ۴) $b=۱$ و $a=-۲$

–آسان

۲۶. تابع f به صورت $f=\left\{(۱,۲),(m,۱),(۱,m^{۲}+m),(m^{۲}-۲,m+۱)\right\}$ مفروض است. کدام زوج مرتب عضو تابع f نیست؟

۱) $(۲,-۱)$ ۲) $(۱,۲)$ ۳) $(-۲,۱)$ ۴) $(۱,-۲)$

–متوسط

۲۷. مجموع عضوهای مجموعه برد تابع $f=\{(۱,۲),(m^{۲}-m,۵),(۰,-۴),(۱,m^{۲}+m)\}$ کدام است؟

۱) ۳   ۲) ۴   ۳) ۵   ۴) ۶

–متوسط

۲۸. اگر $f(\sqrt{x})=x-\sqrt{x}$ باشد، حاصل $f(۵)-۲f(۴)$ کدام است؟

۱) -۸ ۲) -۴ ۳) ۴   ۴) ۸

–آسان

۲۹. اگر عرض مستطیلی از نصف طول آن ۲ واحد کم‌تر باشد، کدام گزینه محیط مستطیل (P) را برحسب تابعی از طول آن (x) نمایش می‌دهد؟

۱) $P(x)=x+۲$ ۲) $P(x)=۳x-۲$

۳) $P(x)=۳x-۴$ ۴) $P(x)=۲x-۴$

–آسان

۳۰. اگر تابع $f=\{(۲n,-۱),(۴,m+۱)\}$ یک تابع ثابت و تابع $g=\{(m-۱,۲n),(۱,۱)\}$ یک تابع همانی باشد، آن‌گاه $n-m$ کدام است؟

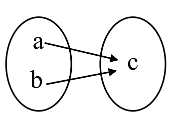
۱) $-\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) -۱ ۴) ۳

–متوسط

۳۱. اگر رابطه‌ی $R=\left\{(۲,b),(a+۳,۳),(۴,a^{۲}+۴),(۴,۵)\right\}$ معرف یک تابع باشد، دوتایی مرتب (a,b) کدام است؟

۱) $(-۱,۳)$ ۲) $(۱,۳)$ ۳) $(۱,۲)$ ۴) $(-۱,۲)$

–متوسط



۳۲. اگر نمودار پیکانی تابع $\{(x,۲x-۱۵),۳,x(x-۶))\}$ به صورت زیر باشد، مقدار x کدام است؟ $(a\neq b)$

۱) -۳ ۲) ۳

۳) -۵ ۴) ۵

–متوسط

۳۳. اگر بدانیم رابطهٔ $f=\{(a,۳),(۵,a^{۲}-۱),(۲,-۱),(۵,۳),(۲,b)\}$ یک تابع است، آن‌گاه حاصل $\frac{f(-۲)+f(۲)}{f(۵)}$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

-متوسط

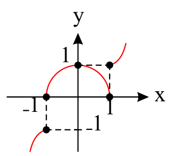
۳۴. اگر رابطهٔ $f=\left\{(۵,-۴),(n,۴),(۵,n^{۲}-۵n),(۱,n)\right\}$ تابع باشد، آن‌گاه معادلهٔ $x^{۳}+xn^{۲}=۸x^{۲}$ چند جواب متمایز دارد؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

-سخت

۳۵. نمودار زیر با حذف حداقل چند نقطه به یک تابع تبدیل می‌شود؟

۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) ۴



-آسان

۳۶. دامنهٔ تابع خطی f بازهٔ $[۰,۲]$ و برد آن بازهٔ $[-۲,۱]$ است. مقدار $f(\frac{۲}{۳})$ کدام عدد می‌تواند باشد؟

۱) -۲ ۲) -۱ ۳) $-\frac{۱}{۲}$ ۴) ۲

-سخت

۳۷. اگر رابطهٔ $f=\{(۳,m^{۲}),(۲,۱),(-۲,m),(۳,m+۲),(m,۴n)\}$ به ازای دو مقدار مختلف m تابع باشد، n کدام است؟

۱) $n=۱$ ۲) $n=\frac{۱}{۲}$ ۳) $n=\frac{۱}{۴}$ ۴) صفر

-متوسط

۳۸. تابع خطی $f(x)=ax+b$ مفروض است. اگر دامنه و برد این تابع به‌ترتیب $[۲,۴]$ و $[-۵,۳]$ باشد، آن‌گاه $a+b$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۱۷ ۲) ۹ ۳) ۷ ۴) -۷

-سخت

۳۹. در یک تابع خطی داریم: $f(-۱)=-۵$ و $f(۲)=۱$. اگر $f(t)=۴۷$ باشد، مقدار t کدام است؟

۱) ۹۱ ۲) ۲۵ ۳) ۲۲ ۴) ۱۲

-آسان

۴۰. اگر $f=\{(-۱,۲m+۱),(۲,۳-m),(-۶,۲),(-m,m-۱)\}$ و $f(۲)-f(-۶)+۲f(-۱)=۹$ باشد، برد تابع f کدام است؟

۱) $\{۵,-۱,۲\}$ ۲) $\{۱,-۵,۲\}$
۳) $\{-۵,-۲,۱\}$ ۴) $\{۵,۱,۲\}$

-متوسط

۴۱. در مورد تابع f با دامنهٔ R، اگر تساوی $f(۲x+۱)+f(۳)=۵x-۱$ برقرار باشد، آنگاه مقدار $f(۵)$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۷

-آسان

۴۲. اگر طول یک مستطیل ۵ واحد از عرض آن بیشتر باشد، رابطهٔ ریاضی بین مساحت و محیط مستطیل کدام است؟ (S مساحت و P محیط مستطیل می‌باشد.)

۱) $P^2 - 100 = 16S$ ۲) $P^2 - 40P = 16S$
۳) $S = P^2 - 5$ ۴) $S = 2(P^2 - 5P)$

-متوسط

۴۳. اگر $f = \{(3,7), (3, a^2+3), (a,5), (2,4), (6,b), (6, a+1)\}$ یک تابع باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) -3 ۲) -1 ۳) 3 ۴) 5

-متوسط

۴۴. اگر $f(x) = x^2 - 4$ و $f(m) + f(3m) = 2$ باشد، مقدار $f(m+1)$ برابر کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱) 1 ۲) -4 ۳) -1 ۴) 4

-متوسط

۴۵. کدام‌یک از روابط زیر تابع نیست؟

۱) رابطه‌ای که به هر فرد، سنش را نسبت می‌دهد.
۲) رابطه‌ای که به هر دانش‌آموز، معلمانش را نسبت می‌دهد.
۳) رابطه‌ای که به هر فرد، شناسنامه‌اش را نسبت می‌دهد.
۴) رابطه‌ای که به هر فرد، وزنش را نسبت می‌دهد.

-آسان

۴۶. اگر $f = \{(4a+b, b+1), (4a+b^2, 1-2b), (b^2, 4)\}$ یک تابع همانی باشد، $a+b$ کدام است؟

۱) $-\frac{7}{4}$ ۲) $\frac{9}{4}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $-\frac{1}{4}$

-متوسط

۴۷. با حذف حداقل چند زوج مرتب $R = \{(1,2), (1,1), (2,3), (2,2), (3,2), (1,1), (2,2)\}$ تبدیل به تابع می‌شود؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

-متوسط

۴۸. اگر دامنهٔ تابع $f(x) = \left|\frac{3}{2}x - 1\right| + 1$ بازهٔ $(-2, 3]$ باشد، برد این تابع کدام است؟

۱) $[1,5)$ ۲) $(1,5]$ ۳) $(0,5]$ ۴) $(0,5)$

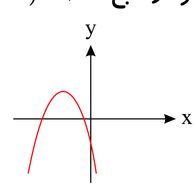
-سخت

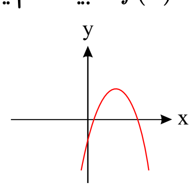
۴۹. اگر برد تابع $f(x) = \begin{cases} (x+3)^2 & x \leq -1 \\ -|x| - 1 & -1 < x \leq 2 \end{cases}$ به‌صورت $[a,b] \cup [c, +\infty)$ باشد، $a+b+c$ کدام است؟

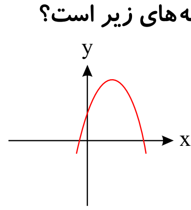
۱) -5 ۲) -4 ۳) -3 ۴) -6

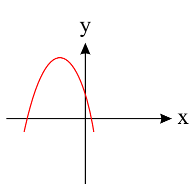
-متوسط

۵۰. نمودار تابع $f(x) = -(x-1)^2 + 2$ شبیه کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

-آسان

۵۱. برد تابع $f(x)=۳-|x+۱|$ کدام است؟

۱) $[۳,+\infty)$ ۲) $(-\infty,۳)$ ۳) $(۳,+\infty)$ ۴) $(-\infty,۳]$

-متوسط

۵۲. در یک تابع خطی داریم: $f(x)+f(-x)=-۱۲$ و $f(۴)=-۲f(۱)$، در این صورت $f(۱۰)$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۰ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

-سخت

۵۳. اگر $f(x)=(a-b)x+a+b$ یک تابع همانی باشد، $۳a+۲b$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۱

-آسان

۵۴. اگر نمودار تابع خطی $f(x)$ از نقاط $(۲,۵)$ و $(-۱,-۴)$ عبور کند و $g(x)=|f(x)|$ باشد، نمودار توابع $f(x)$ و $g(x)$ در کدام بازه برهم منطبق‌اند؟

۱) $(-\infty,\frac{۱}{۳}]$ ۲) $[\frac{۱}{۳},+\infty)$ ۳) $(-\infty,-\frac{۱}{۳}]$ ۴) $[-\frac{۱}{۳},+\infty)$

-متوسط

۵۵. اگر دامنهٔ هر یک از توابع $f(x)=-۲x+۶$ و $g(x)=\frac{۲}{۳}x-۱$ برابر $[-۳,۳)$ باشد، آن‌گاه اشتراک برد دو تابع شامل چند عدد صحیح است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

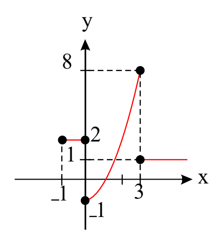
-متوسط

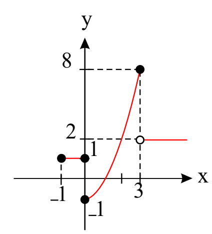
۵۶. اگر f تابع همانی و g تابع ثابت برابر با (-۳) باشد، حاصل عبارت $|۲g(-۱)|-f(-۴)$ کدام است؟

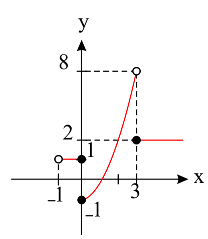
۱) -۲ ۲) ۲ ۳) ۱۰ ۴) ۷

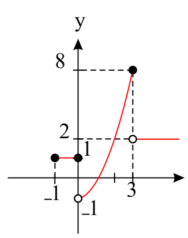
-متوسط

۵۷. نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}۱ & , \quad -۱\leq x\leq ۰\\ x^۲-۱ & , \quad ۰<x\leq ۳\\ ۲ & , \quad x>۳\end{cases}$ کدام است؟

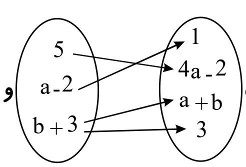
۱)


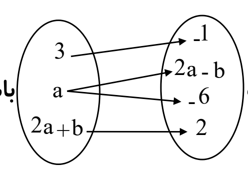
۲)


۳)


۴)


-متوسط

۵۸. اگر نمودار تابع f به صورت


و تابع g به صورت


باشد، حاصل $۲b-a$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۹

۳) ۳ ۴) ۵

-متوسط

۵۹. همهٔ توابع خطی با دامنهٔ $[-۳,۲]$ و برد $[۲,۶]$ را نوشته و سپس مقدار همهٔ توابع را به ازای $x=۱$ حساب کرده‌ایم. مجموع مقادیر به دست آمده کدام است؟

۱) صفر ۲) ۸

۳) هر عدد دلخواه در بازهٔ $[۲,۶]$ ۴) -۱

-سخت

۶۰. اگر تابع $f=\left\{(۲,۳),(۴,m),(۵,n^۲-m^۲)\right\}$، تابع ثابت و تابع $g=\left\{(۱,\frac{a^۲}{۳}),(۳,a^۲),(۷,b^۳)\right\}$، تابع همانی باشد، حاصل $۴f(۵)-۵g(۳)$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۶ ۳) ۳ ۴) -۳

-متوسط

۶۱. اگر $f(x)=(۲m-۴)x-m^۲+۳$ یک تابع ثابت باشد، $f(m^۳-۱)$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) ۷

-متوسط

۶۲. نمودار تابع $y=-|x-۴|+۲$ از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟

۱) اول ۲) دوم ۳) سوم ۴) چهارم

-آسان

۶۳. اگر رابطه‌ی $f=\left\{(\sqrt{۳},۷),(-۲,b),(\sqrt{۳},a^۲+۳),(a,۱),(۲,۲)\right\}$ تابع باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) -۱ ۴) ۱

-متوسط

۶۴. در یک تابع خطی داریم: $f(۲)=۵$ و $f(x+۲)=f(x)+۲$، ضابطهٔ این تابع به کدام صورت است؟

۱) $f(x)=۲x-۱$ ۲) $f(x)=x+۳$

۳) $f(x)=۳x-۱$ ۴) $f(x)=۷-x$

-متوسط

۶۵. اگر $xf(۳)+۳f(x)=x+۶$ باشد $f(۶)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

-سخت

۶۶. برد تابع $f(x)=(a-b-۱)x^۲+(b-۲)x+a+c-۱$ مجموعه تک عضوی $Rf=\{۲c-a\}$ و دامنه آن مجموعه اعداد حقیقی است. در این صورت $a+b+c$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۹ ۳) ۸ ۴) ۷

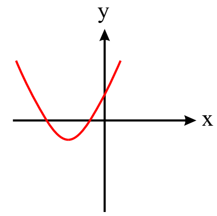
-متوسط

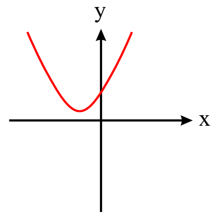
۶۷. اگر f تابعی ثابت و g تابع همانی باشد و تساوی $۴f(۴)=g(۳)+(f(۳))^۲$ برقرار باشد، $g(۵)+f(۵)$ کدام می‌تواند باشد؟

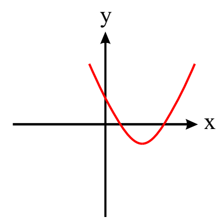
۱) -۵ ۲) -۶ ۳) ۷ ۴) ۸

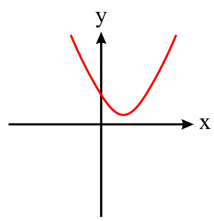
-متوسط

۶۸. کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند نمودار تابع $f(x)=(x+۲)^۲-۱$ باشد؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

-آسان

۶۹. یک تانکر گاز از یک استوانه به ارتفاع ۸ متر و دو نیم‌کره به شعاع r متر در دو انتهای استوانه تشکیل شده است. حجم تانکر برحسب تابعی از r کدام است؟

۱) $V(r)=\frac{۲\pi r^۳}{۳}+۴\pi r^۲$

۲) $V(g)=\frac{۴}{۳}\pi r^۳+۸\pi r^۲$

۳) $V(r)=\pi r^۳+\pi r^۲$

۴) $V(g)=\frac{۴}{۳}\pi r^۳+۴\pi r^۲$

-آسان

۷۰. اگر تابع $f=\{(۴,۳m-۲),(n-۱,۳)\}$ ، همانی باشد، حاصل $\frac{m}{n}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) ۳

-آسان

۷۱. کدام تابع، قطعاً وجود ندارد؟

۱) تابعی که دامنه‌ی آن تک عضوی باشد.

۲) تابعی که فقط برد آن تک عضوی باشد.

۳) تابعی که تعداد اعضای دامنه‌ی آن بیشتر از تعداد اعضای برد آن است.

۴) تابعی که تعداد اعضای برد آن بیشتراز تعداد اعضای دامنه‌ی آن است.

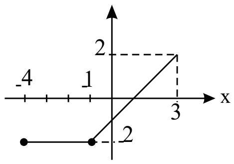
-متوسط

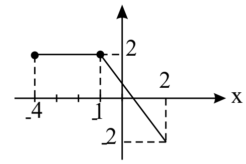
۷۲. در تابع $f(x)=\frac{x-۱}{۲}$ داریم: $f(a)=۳f(۲)-f(۰)$ ، a کدام است؟

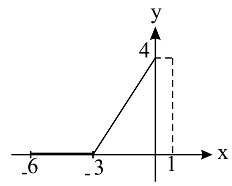
۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

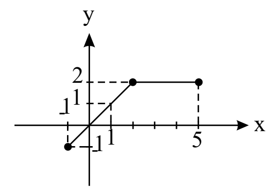
-متوسط

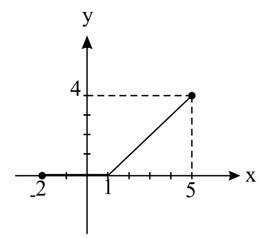
۷۳. اگر نمودار تابع $f(x)$ به شکل روبه‌رو باشد، نمودار تابع $f(x-۲)+۲$ کدام است؟



۱)


۲)


۳)


۴)


-آسان

۷۴. نمودار سهمی به معادلهٔ $y=x^{۲}$ را ۲ واحد به سمت راست و ۱ واحد به بالا انتقال می‌دهیم. معادلهٔ این سهمی جدید در کدام‌یک از گزینه‌های زیر آمده است؟

۱) $y=x^{۲}+۴x+۵$ ۲) $y=x^{۲}+۴x+۳$

۳) $y=x^{۲}-۴x+۳$ ۴) $y=x^{۲}-۴x+۵$

-آسان

۷۵. کدام یک از گزینه‌های زیر یک تابع را نمایش می‌دهند؟

۱) $f(x)=\begin{cases} ۲x-۱ & x\geq ۰ \\ x+۳ & x\leq ۰ \end{cases}$

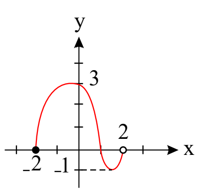
۲) $g(x)=\begin{cases} x^{۲} & x> ۰ \\ ۲x-۴ & x< ۲ \end{cases}$

۳) $k(x)=\begin{cases} x & x\geq ۰ \\ ۰ & x= ۰ \\ -x^{۲} & x\leq ۰ \end{cases}$

۴) $h(x)=\begin{cases} |x|+۱ & x\leq -۲ \\ x^{۲}+۱ & x\geq -۲ \end{cases}$

-آسان

۷۶. نمودار تابع f به شکل زیر است. چند عدد صحیح هم در دامنه وهم در برد تابع قراردارند؟



۱) ۲   ۲) ۳

۳) ۴   ۴) ۵

-آسان

۷۷. برد تابع $f(x)=\begin{cases} x & x\geq ۰ \\ -۳ & x<۰ \end{cases}$ کدام است؟

۱) $[۰,+\infty)$ ۲) $[-۳,+\infty)$ ۳) $[۰,+\infty)\cup\{-۳\}$ ۴) R

-متوسط

۷۸. اگر برد تابع $y_۱=f(x)$ به‌صورت بازهٔ $[۱,۵]$ باشد، برد تابع $f(x+۱)-\frac{۲}{۳}$ کدام است؟

۱) $\left[\frac{۱}{۳},\frac{۱۷}{۳}\right]$ ۲) $[۲,۶]$ ۳) $\left[\frac{۱}{۳},\frac{۱۳}{۳}\right]$ ۴) $[۰,۴]$

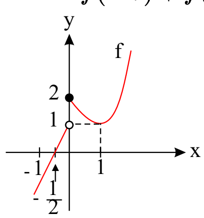
-متوسط

۷۹. اگر $f=\{(۱۱,۰),(۵,a+b),)۲,۲-a)\}$ معرف یک تابع ثابت و $g(x)=\frac{mx^۳-nx^۲}{۳x^۲-۲x}$ یک تابع همانی باشد، آن‌گاه حاصل $bm-na$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۳۲ ۴) -۳۲

-متوسط

۸۰. مطابق شکل زیر، نمودار تابع f از یک خط و بخشی از یک سهمی تشکیل شده است. حاصل عبارت $\frac{f(۳)-f(۴)}{-f(-۱)+f(-۳٫۵)}$ کدام است؟



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۲ ۴) -۱

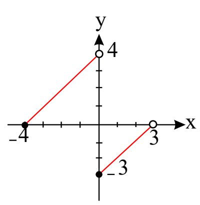
-سخت

۸۱. اگر دامنه‌ی تابع $f(x)=۲x-۱$ بازه‌ی $[۳,+\infty)$ و دامنه‌ی تابع $g(x)=\frac{۱}{۳}x+۳$ بازه‌ی $(-\infty,۳]$ باشد، اجتماع برد توابع f و g کدام است؟

۱) Z ۲) R ۳) $R-\{۵\}$ ۴) $R-(۴,۵)$

-آسان

۸۲. برد تابع f که نمودار آن در شکل زیر رسم شده کدام است؟



۱) $[-۳,۴]$ ۲) $[-۳,۴)$ ۳) $[-۳,۳)$ ۴) $[-۴,۴)$

-آسان

۸۳. اگر دو زوج مرتب از تابع خطی $y=f(x)$ به‌صورت $(-۱,-۱)$ و $(۲,-۳)$ باشد، ضابطهٔ تابع f برحسب x کدام است؟

۱) $y=-\frac{۲}{۳}x-\frac{۵}{۳}$ ۲) $y=-\frac{۳}{۲}x+\frac{۵}{۲}$

۳) $y=-\frac{۳}{۲}x-\frac{۵}{۲}$ ۴) $y=-\frac{۲}{۳}x+\frac{۵}{۳}$

-متوسط

۸۴. برد تابع با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases} x^۲+۲ & x<۰ \\ -|x+۲| & x\geq ۰ \end{cases}$ شامل چند عدد صحیح نمی‌شود؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) بی‌شمار

-سخت

۸۵. اگر رابطه‌ی $f=\left\{(۱,۳),(m,۲),(۱,m^۲-۲m),(-۱,\frac{۱}{m})\right\}$ **تابع باشد، آنگاه معادله‌ی** $x^۳-۶x^۲+m^۲x=۰$ **چند جواب متمایز دارد؟**

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

-متوسط

۸۶. اگر جدول زیر مربوط به یک تابع ثابت باشد، مقدار $\frac{b-۳k}{d+۱۲}$ **کدام است؟**

x	۳	$a+۱$	۲	۷
$f(x)$	$\sqrt{k}$	$\sqrt[۳]{b}$	۴	d

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۱۶ ۴) ۱۲

-متوسط

۸۷. اگر x **از بازهٔ** $(۱,۳)$ **انتخاب شود، در این صورت نمودار تابع** $f(x)=|ax-۳|$ **پایین‌تر از نیمساز ناحیهٔ اول و سوم قرار می گیرد.** $f(۲)$ **کدام است؟** $(a>۱)$

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۲

-سخت

۸۸. نمودار تابع $y=|x-۱|$ **را یک واحد در راستای محور** y **ها به سمت پایین منتقل می کنیم. سپس نمودار را روی محور** x **ها، ۲ دو واحد به سمت چپ منتقل می کنیم. سپس نمودار حاصل را نسبت به محور** x **ها قرینه می کنیم. در این صورت ضابطه‌ی تابع جدید کدام است؟**

۱) $y=|x+۱|-۱$ ۲) $y=-|x-۳|+۱$

۳) $y=-|x+۱|+۱$ ۴) $y=|x-۱|-۱$

-آسان

۸۹. اگر نمودار تابع $f(x)=\begin{cases} x^۲-۱۰ & x\geq ۱ \\ ۳x-۱ & x<۱ \end{cases}$ **را ۲ واحد به سمت راست و ۵ واحد به سمت پایین منتقل کنیم، ضابطهٔ تابع حاصل کدام خواهد بود؟**

۱) $g(x)=\begin{cases} x^۲-۴x-۶ & x\geq ۱ \\ ۳x-۷ & x<۱ \end{cases}$

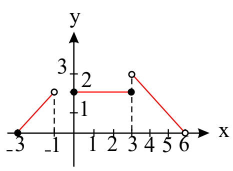
۲) $g(x)=\begin{cases} x^۲-۴x-۱۱ & x\geq ۳ \\ ۳x-۱۲ & x<۳ \end{cases}$

۳) $g(x)=\begin{cases} x^۲+۴x-۱۱ & x\geq ۳ \\ ۳x & x<۳ \end{cases}$

۴) $g(x)=\begin{cases} x^۲+۴x-۱۱ & x\geq ۱ \\ ۳x & x<۱ \end{cases}$

-متوسط

۹۰. دامنه‌ی تابع $y=f(x)$ **کدام است؟**



۱) $[۰,۳)$

۲) $[-۳,-۱)\cup[۰,۶)$

۳) $[-۳,-۱)\cup[۰,۳]$

۴) $[-۳,۶)$

-آسان

۹۱. اگر تابع f یک تابع خطی گذرنده از مبدأ مختصات باشد، آنگاه کدام یک از روابط زیر به‌طور کلی صحیح نیست؟ (a و b و k اعدادی حقیقی و ثابت هستند.)

۱) $f(a+b)=f(a)+f(b)$
۲) $f(a-b)=f(a)-f(b)$
۳) $f(ab)=f(a)f(b)\, f(ab)=f(a)f(b)$
۴) $f(ka)=kf(a)$

-متوسط

۹۲. مساحت بین دو نمودار $y_1=|x+1|$ و $y_2=-|x+2|+3$ کدام است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

-متوسط

۹۳. اگر $f(x)=|x+1|-2$ و دامنه‌ی f بازه $[1,3]$ باشد، آن‌گاه برد تابع f کدام است؟

۱) $[0,2]$
۲) $[0,1]$
۳) $[1,2]$
۴) $[1,3]$

-آسان

۹۴. مساحت ناحیهٔ محدود به نمودارهای توابع $y=|x+1|$ و $y=|x-3|$ و محور xها کدام است؟

۱) ۵
۲) ۴
۳) ۶۶
۴) ۳

-سخت

۱.گزینه ۲

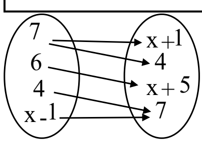
می‌دانیم: $\boxed{\text{مساحت مستطیل برابر است با طول × عرض}}$

$$\begin{cases} S \ \text{مساحت} \\ x \ \text{طول} \\ x-۳ \ \text{عرض} \end{cases} \Rightarrow S = x(x-۳) = x^{۲} - ۳x$$

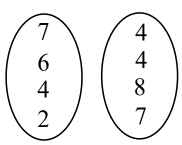
۲.گزینه ۲ در نمودار پیکانی یک تابع، به هر عضو مجموعه‌ی A، دقیقاً یک عضو از مجموعه‌ی B نسبت داده می‌شود. توجه: با تعریف فوق، هیچ‌یک از اعضای مجموعه‌ی A نباید بدون پیکان باشند.

۳.گزینه ۳

می‌دانیم: در نمایش نمودار پیکانی، یک رابطه زمانی تابع است که از هر عضو مجموعه اول دقیقا یک پیکان خارج شده. و اگر دو پیکان خارج شده بود، هر دو به عددی یکتا ختم شده باشند (تکرار)



$$\Rightarrow x+۱ = ۴ \Rightarrow x = ۳$$



$$\Rightarrow \text{بزرگ‌ترین مؤلفهٔ دوم} - \text{کوچک‌ترین مؤلفهٔ اول} = ۸ - ۲ = ۶$$

۴.گزینه ۱

رابطه‌ای تابع است که هر خط عمودی (موازی با محور y ها) نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

با توضیح فوق، بدیهی است که نمودارهای گزینه‌های ۲ و۴ تابع نیستند، دقت کنید که در گزینه‌ی ۳ محور yها، تابع را در دو نقطه قطع کرده و محور y خودش یک خط عمودی است!

۵.گزینه ۲

می‌دانیم: تعداد اعضای دامنه باید از تعداد اعضای برد بیشتر و یا با آن مساوی باشند تا رابطه تابع باشد.

$$۵۵ - ۴n \geq ۲n + ۱ \Rightarrow ۶n \leq ۵۴ \Rightarrow n \leq ۹$$

۶.گزینه ۳

می‌دانیم: دامنه تابع مجموعه مقادیر ممکن برای x و برد تابع مجموعه مقادیر ممکن برای y است.

بررسی گزینه‌ها:

$$۱) Df = \mathbb{R} \quad , \quad Rf = \mathbb{R} \quad \mathbb{R} \subseteq \mathbb{R} \Rightarrow Rf \subseteq Df$$

$$۲) Df = \mathbb{R} \quad , \quad Rf = [۰, +\infty] \quad [۰, +\infty] \subseteq \mathbb{R} \Rightarrow Rf \subseteq Df$$

$$۳) Df = [-۱, ۰) \cup [۰, ۱) \quad , \quad Rf = (-۱, ۱) \quad \Rightarrow Rf \not\subseteq Df$$

$$۴) Df = \mathbb{R} \quad , \quad Rf = [-۴, ۴] \quad [-۴, ۴] \subseteq \mathbb{R} \Rightarrow Rf \subseteq Df$$

۷.گزینه ۱

می‌دانیم:

تابع همانی تابعی است که به هر عضو از دامنه دقیقاً همان عضو را در برد نسبت می‌دهد. $(f(x) = x)$

تابع ثابت تابعی است که به هر عضو از دامنه تنها یک عضو را در برد نسبت می‌دهد. $(f(x) = k(k \in \mathbb{R}))$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{تابع همانی} & f: f(۷)=۷ \\ \text{تابع ثابت} & g: g(۵)=g(۷)=۳ \Rightarrow -۲g(۷)=-۶ \end{array}\right\} \Rightarrow -۲g(f(۷))=-۶$$

$$g(-۲)=۳ \Rightarrow f(g(-۲))=f(۳)=۳ \Rightarrow ۴f(g(-۲))=-۱۲$$

$$۴f(g(-۲))-۲g(g(۷))=۱۲-۶=۶$$

۸.گزینه ۳

یک تابع از مجموعه‌ی A به مجموعه‌ی B، رابطه‌ای بین این دو مجموعه است که در آن به هر عضو A دقیقاً یک عضو از B نسبت داده می‌شود.

الف) تابع است. چرا که به هر خودرو یک مدل نسبت داده می‌شود.
ب) تابع نیست، چرا که به هر معلم (مجموعه‌ی اول) تعداد زیادی دانش‌آموز نسبت داده می‌شود.
ج) تابع است، چرا که هر چندضلعی محدب تعداد مشخصی قطر دارد. بنابراین به هر چندضلعی عدد مشخصی نسبت داده می‌شود.
د) تابع نیست، چرا که در هر شهر افراد زیادی به دنیا آمده‌اند.

۹.گزینه ۲

می‌دانیم:

مساحت مستطیل = طول × عرض
$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}\ (a\geq ۰)$

اگر طول مستطیل را با a و عرض آنرا با b نشان دهیم، داریم:

$$S=a\times b \xrightarrow{a=۳b} S=۳b\times b=۳b^۲ \Rightarrow b^۲=\frac{S}{۳} \Rightarrow b=\sqrt{\frac{S}{۳}}=(\frac{S}{۳})^{\frac{۱}{۲}}$$

۱۰.گزینه ۳

می‌دانیم:

رابطه‌ای تابع است که به هر x، تنها یک y نسبت دهد.

بررسی گزینه‌ها:
۱) تابع است: هر عدد تنها یک ریشهٔ سوم دارد.
۲) تابع است: هر طول مربع تنها یک مساحت دارد. $(S=a^۲)$
۳) تابع نیست: هر عدد مثبت دو ریشهٔ دوم دارد. مثال: $۲\rightarrow \sqrt{۲},-\sqrt{۲}$
۴) تابع است: مساحت هر مربع تنها یک طول ضلع دارد. $(S=a^۲ \Rightarrow a=\pm\sqrt{S} \xrightarrow{a>۰} a=\sqrt{S})$

۱۱.گزینه ۴

رابطه‌ای تابع است که در آن به هر عضو از مجموعه‌ی A دقیقاً یک عضو از مجموعه‌ی B نسبت داده شود.

همه‌ی گزینه‌ها تابع هستند جز گزینه‌ی ۴ که در آن به تعداد گل‌های زده شده نام گل زن نسبت داده شده، مجسم کنید که اگر تعداد گل‌های زده شده ۵ باشد، ممکن است این عدد برابر با تعداد گل‌های زده شده اشخاص زیادی باشد(بیش از یک نفر)

۱۲.گزینه ۴ رابطه‌ای تابع است که در آن هر عضو مجموعه‌ی A، دقیقاً به یک عضو از مجموعه‌ی B مربوط شود. از آن‌جا که اعداد طبیعی (به‌جز ۱) اقلاً دو مقسوم‌علیه دارد، رابطه‌ی اعداد طبیعی و مقسوم‌علیه‌های آن‌ها نمی‌تواند تابع باشد.

۱۳.گزینه ۲

می‌دانیم:

در نمایش زوج مرتبی، یک رابطه زمانی تابع است که هیچ دو زوج مرتبی مؤلفه‌های اولشان یکسان نباشد مگر اینکه مؤلفه‌های دومشان نیز یکسان باشد (تکراری باشد)

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} \begin{cases}(۱,۹)\\(۱,b^۲)\end{cases} \rightarrow b^۲=۹ \Rightarrow b=\pm ۳ \\ \begin{cases}(۳,۲)\\(b,۵)\end{cases} \rightarrow b\neq ۳ \end{array}\right\} \Rightarrow b=-۳ \\ \begin{cases}(-۳,a)\\(b,۵)\end{cases} \rightarrow \begin{cases}(-۳,a)\\(-۳,۵)\end{cases} \rightarrow a=۵ \end{array}\right\} \Rightarrow ab=-۱۵$$

۱۴.گزینه ۴

می‌دانیم: دامنه تابع مجموعه مقادیر ممکن برای x و برد تابع مجموعه مقادیر ممکن برای y است.

$$Rf=\{0,1,2\}\Rightarrow f(x)=0,1,2$$

$$\left.\begin{cases} f(x)=0\Rightarrow -3x-1=0\Rightarrow -3x=1\Rightarrow x=\dfrac{-1}{3}\\ f(x)=1\Rightarrow -3x-1=1\Rightarrow -3x=2\Rightarrow x=\dfrac{-2}{3}\\ f(x)=2\Rightarrow -3x-1=2\Rightarrow -3x=3\Rightarrow x=-1\end{cases}\right\}\Rightarrow Df=\{-1,\frac{-2}{3},\frac{-1}{3}\}$$

۱۵.گزینه ۲

می‌دانیم: تابع همانی تابعی است که به هر عضو از دامنه دقیقاً همان عضو را در برد نسبت می‌دهد. $(f(x)=x)$

تابع همانی $f(x)=x=(a-c)x^2+(a-b)x+3x-4+b=(a-c)x^2+(a-b+3)x-4+b=0$

$$\Rightarrow\left.\begin{cases} a-c=0\Rightarrow a=c\\ \left.\begin{array}{l} a-b+3=1\Rightarrow a-b=-2\\ -4+b=0\Rightarrow b=4\end{array}\right\}\Rightarrow a=2\end{cases}\right\}\Rightarrow c=2$$

$$\begin{array}{l} f(a)=a=2\\ f(b)=b=4\\ f(a+c)=a+c=2+2=4\end{array}\quad\Rightarrow\frac{f(a)+f(b)}{f(a+c)}=\frac{2+4}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

۱۶.گزینه ۴

می‌دانیم: یک رابطه زمانی تابع است که به ازای هر x تنها یک y وجود داشته باشد.

$$|x|=\begin{cases} x & x>0\\ -x & x<0\end{cases}$$

بررسی گزینه‌ها:

۱) $2|y|-|x|=0\Rightarrow 2|y|=|x|\xrightarrow{x=4}4=2|y|\Rightarrow|y|=2\Rightarrow y\pm 2$ تابع نیست

۲) $x=|y|\xrightarrow{x=2}2=|y|\Rightarrow y=\pm 2$ تابع نیست

۳) $|x|=|y|\xrightarrow{x=2}2=|y|\Rightarrow y=\pm 2$ تابع نیست

۴) $|x|+|y|=0$

مجموع دو عدد مثبت صفر است؛ بنابراین هر دو صفرند بنابراین $(x,y)=(0,0)$ که شرط تابع بودن را دارد و تابع است.

۱۷.گزینه ۳

دو زوج مرتب با هم مساویند هرگاه مولفه‌های اول آنها با هم و مؤلفه‌های دومشان نیز باهم برابر باشند.

چون تابع فقط شامل یک زوج مرتب است، باید هر سه زوج مرتب با هم برابر باشند.

پس:

۱) تساوی مولفه‌های اول:

$$m^2-m=2\rightarrow m^2-m-2=0\rightarrow(m+1)(m-2)=0\rightarrow\begin{cases} m=1\\ m=2\end{cases}$$

۲) تساوی مولفه‌های دوم:

$$m^2-3m=n^2-2n+5=p$$

اگر $m=-1$ باشد:

$$۴ = n^۲ - ۲n + ۵ = p \to \begin{cases} p = ۴ \\ n^۲ - ۲n + ۵ = ۴ \to n^۲ - ۲n + ۱ = ۰ \to (n-۱)^۲ = ۰ \to n = ۱ \end{cases}$$

اگر $m = ۲$ باشد:

$$-۲ = n^۲ - ۲n + ۵ = p \to \begin{cases} p = -۲ \\ n^۲ - ۲n + ۵ = -۲ \to n^۲ - ۲n + ۷ = ۰ \to \Delta = ۴ - ۲۸ < ۰ \to \text{جواب ندارد} \end{cases}$$

پس:

$$m + n + p = -۱ + ۱ + ۴ = ۴$$

۱۸.گزینه ۱ رابطه‌ای تابع است که در آن به‌ازای یک ورودی (مؤلفه اول زوج‌های مرتب) تنها یک خروجی (مؤلفه دوم زوج‌های مرتب) وجود داشته باشد.

چون $(۳, m^۲)$ و $(۳, m+۲)$ هر دو عضو f هستند، باید:

$$m^۲ = m + ۲ \Rightarrow m^۲ - m - ۲ = ۰ \Rightarrow (m-۲)(m+۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} m = ۲ \\ m = -۱ \end{cases}$$

با هر دو مقدار m تابع را تشکیل می‌دهیم:

$$m = -۱ \Rightarrow f = \{(۳,۱),(۲,۱),(-۳,-۱),(-۲,-۱),(۳,۱),(-۱,۴)\} \Rightarrow \text{تابع است.}$$

$$m = -۲ \Rightarrow f = \{(۳,۴),\underbrace{(۲,۱),(-۳,۲),(-۲,۲),(۳,۴),(۲,۴)}_{\text{ورودی یکسان و خروجی متفاوت}}\} \Rightarrow \text{تابع نیست.}$$

پس فقط به‌ازای یک مقدار m، تابع است.

۱۹.گزینه ۳

می‌دانیم: $\boxed{\text{نمودار یک تابع، خطوط موازی محور } y \text{ها را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند}}$

با توجه به گزینه‌ها، در گزینهٔ ۳ خطوط موازی محور yها تابع را در بی‌نهایت نقطه قطع می‌کند پس تابع نیست.

۲۰.گزینه ۱

$\boxed{\text{اگر نمودار تابع } f(x) \text{ در دسترس باشد، برد آن عبارت است از تصویر نمودار بر محور } y\text{ها.}}$

باتوجه به نکته‌ی فوق، فقط گزینه‌ی ۱ بر روی محور yها دارای تصویری است که همه‌ی اعداد طبیعی را شامل می‌شود.

۲۱.گزینه ۲

می‌دانیم: $\boxed{\text{در نمایش زوج مرتبی، دامنه تابع مجموعه مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌های تشکیل‌دهندهٔ تابع است و برد تابع مجموعه مؤلفه‌های دوم زوج مرتب‌های تشکیل‌دهندهٔ تابع است.}}$

$$f = \{(۱,۴),(۳,۹),(a,۱),(-۲,a^۲)\} \Rightarrow Rf = \{۱,۴,۹,a^۲\}$$

از آن‌جایی که برد تابع شامل ۳ عضو است بنابراین یکی از ۳ حالت زیر اتفاق می‌افتد:

$$I)a^۲ = ۱ \Rightarrow a = \pm ۱ \to \begin{cases} a = ۱ \to f = \{(۱,۴)(۳,۹)(۱,۱)(-۲,۱)\} \to \begin{cases} (۱,۱) \\ (۱,۴) \end{cases} \text{تابع نیست} \\ a = -۱ \to f = \{(۱,۴)(۳,۹)(-۱,۱)(-۲,۱)\} \quad \text{تابع است} \end{cases}$$

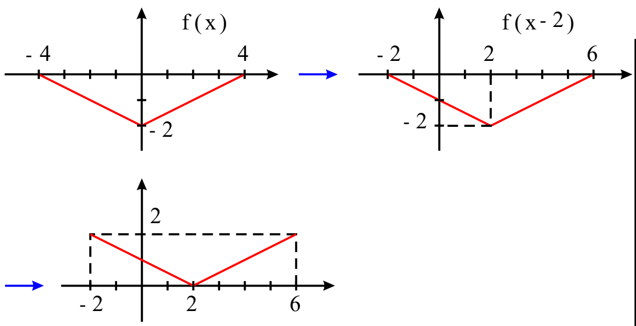
$$II)a^۲ = ۴ \Rightarrow a = \pm ۲ \to \begin{cases} a = ۲ \to f = \{(۱,۴)(۳,۹)(۲,۱)(-۲,۴)\} \quad \text{تابع است} \\ a = -۲ \to f = \{(۱,۴)(۳,۹)(-۲,۱)(-۲,۴)\} \to \begin{cases} (-۲,۱) \\ (-۲,۴) \end{cases} \text{تابع نیست} \end{cases}$$

$$III)a^۲ = ۹ \Rightarrow a = \pm ۳ \to \begin{cases} a = ۳ \to f = \{(۱,۴)(۳,۹)(۳,۱)(-۲,۹)\} \to \begin{cases} (۳,۹) \\ (۳,۱) \end{cases} \text{تابع نیست} \\ a = -۳ \to f = \{(۱,۴)(۳,۹)(-۳,۱)(-۲,۹)\} \quad \text{تابع است} \end{cases}$$

بنابراین مقادیر ممکن برای a عبارتست از ۳− و ۲ و ۱− یعنی ۳ تا

۲۲.گزینه ۳

می‌دانیم:



برای رسم تابع $f(x+k)$ کافیست نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در راستای افق جابه‌جا کنیم.
اگر $k > ۰$ بود انتقال در جهت منفی و اگر $k < ۰$ بود انتقال در جهت مثبت است.
برای رسم تابع $f(x)+k$ کافیست نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در راستای قائم جابه‌جا کنیم.
اگر $k > ۰$ بود انتقال در جهت مثبت و اگر $k < ۰$ بود انتقال در جهت منفی است.

۲۳.گزینه ۴

می‌دانیم: در نمایش زوج مرتبی، یک رابطه زمانی تابع است که هیچ دو زوج مرتبی مؤلفه‌های اولشان یکسان نباشد مگر اینکه مؤلفه‌های دومشان نیز یکسان باشد (تکراری باشد)

$$\begin{cases}(۲,۲a-۳)\\(۲,۴a+۱)\end{cases} \to ۲a-۳=۴a+۱ \Rightarrow ۲a=-۴ \Rightarrow a=-۲$$

$$\begin{cases}(۲,۲a-۳)\\(-a,c-۱)\end{cases} \xrightarrow{a=-۲} \begin{cases}(۲,-۷)\\(۲,c-۱)\end{cases} \to c-۱=-۷ \Rightarrow c=-۶$$

$$\begin{cases}(۲,-۷)\\(\frac{-۴}{a},b+۱)\end{cases} \xrightarrow{a=۲} \begin{cases}(۲,-۷)\\(۲,b+۱)\end{cases} \to b+۱=-۷ \Rightarrow b=-۸$$

$$a-b+c=-۲-(-۸)+(-۶)=-۲+۸-۶=۰$$

۲۴.گزینه ۳ رابطه‌ای تابع است که در نمودار پیکانی آن، از هر عضو مجموعه‌ی A دقیقاً یک پیکان خارج شود. پس در مجموعه سمت راست باید دو تا از پیکان‌های خارج شده از B را حذف کنیم و از C و D نیز هر کدام یک پیکان می‌بایست حذف شود؛ یعنی مجموعاً ۴ پیکان.

۲۵.گزینه ۲

رابطه‌ای تابع است که در آن هیچ دو زوج مرتبی، مؤلفه‌ی اول یکسان نداشته باشند.

زوج‌های مرتب $(۲,-۱)$ و $(۲,b)$ عضو تابع f هستند، پس مؤلفه‌ی دوم آن‌ها باید یکی باشد تا تابع بودن f را با مشکل مواجه نکنند:

$$\Rightarrow b=-۱$$

و همین‌طور در مورد دو زوج مرتب $(۵,a^۲-۱)$, $(۵,۳)$:

$$a^۲-۱=۳ \Rightarrow a^۲=۴ \Rightarrow \begin{cases}a=۲\\a=-۲\end{cases}$$

اما به ازای $a=۲$ زوج مرتب $(a,۳)$ به $(۲,۳)$ تبدیل می‌شود که با زوج $(۲,-۱)$ مؤلفه‌ی اول تکراری دارد. پس فقط $a=-۲$ قابل قبول است.

۲۶.گزینه ۴

رابطه‌ای تابع است که در آن هیچ دو زوج مرتب متمایزی، مؤلفه‌ی اول برابر نداشته باشند، اگر مؤلفه‌ی اول آنها برابر بود، حتما مؤلفه ی دوم آنها نیز برابر باشند.

$$\left.\begin{matrix}(۱,۲)\in f\\(۱,m^۲+m)\in f\end{matrix}\right\} \to m^۲+m=۲ \to m^۲+m-۲=۰ \to (m+۲)(m-۱)=۰$$

$$\to \begin{cases}m=-۲ \to f=\{(۱,۲),(-۲,۱),(۲,-۱)\} & \text{تابع است}\\ m=+۱ \to f=\{(۱,۲),(۱,۱),(-۱,۲)\} & \text{تابع نیست}\end{cases}$$

پس مقدار $m=-۲$، f را به یک تابع تبدیل می‌کند و $(۱,-۲)$ در آن وجود ندارد.

۲۷.گزینه ۱ می‌دانیم:

به مجموعهٔ مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌های تشکیل دهندهٔ تابع، دامنه می‌گویند. به مجموعهٔ مؤلفه‌های دوم زوج مرتب‌های تشکیل دهندهٔ تابع، برد می‌گویند. یک رابطه زمانی تابع است که مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌های تشکیل دهندهٔ آن یکسان نباشند یا اگر یکسان بودند، (مؤلفه‌های دومشان نیز باهم برابر باشند. (تکراری باشند

$$\begin{cases}(۱,۲)\\(۱,m^۲+m)\end{cases} \Rightarrow m^۲+m=۲ \Rightarrow m^۲+m-۲=۰ \Rightarrow (m+۲)(m-۱)=۰ \Rightarrow \begin{cases}m=-۲\\ m=۱\end{cases}$$

$m=۱ \to f=\{(۱,۲),(۰,۵),(۰,-۴),(۱,۲)\}$ تابع نیست.

$m=-۲ \to f=\{(۱,۲),(۶,۵),(۰,-۴),(۱,۲)\}$ تابع است $\Rightarrow Rf=\{۲,-۴,۵\}$

مجموع اعضای برد: $۲-۴+۵=۳$

۲۸.گزینه ۲

$$\begin{cases}\sqrt{x}=۵ \Rightarrow x=۲۵ \Rightarrow f(۵)=f(\sqrt{۲۵})=۲۵-\sqrt{۲۵}=۲۵-۵=۲۰\\ \sqrt{x}=۴ \Rightarrow x=۱۶ \Rightarrow f(۴)=f(\sqrt{۱۶})=۱۶-\sqrt{۱۶}=۱۶-۴=۱۲ \Rightarrow ۲f(۴)=۲۴\end{cases}$$

$f(۵)-۲f(۴)=۲۰-۲۴=-۴$

۲۹.گزینه ۳

می‌دانیم: $\boxed{\text{محیط مستطیل} = ۲\times(\text{عرض}+\text{طول})}$

اگر طول مستطیل را x فرض کنیم. عرض آن برابر است با $\frac{x}{۲}-۲$ بنابراین:

$$P(x)=۲\times(\frac{x}{۲}-۲+x)=۲(\frac{۳x}{۲}-۲)=۳x-۴$$

۳۰.گزینه ۲ می‌دانیم:

تابع ثابت تابعی است که به هر ورودی یک عدد ثابت نسبت می‌دهد $f(x)=$
تابع همانی تابعی است که به هر ورودی خودش را نسبت می‌دهد $f(x)=k$

تابع ثابت $f: f(۲n)=-۱ \Rightarrow f(x)=-۱ \Rightarrow f(۴)=-۱=m+۱ \Rightarrow m=-۲$

تابع همانی $g: g(m-۱)=g(-۲-۱)=g(-۳)=-۳=۲n \Rightarrow n=\frac{-۳}{۲}$

$n-m=\frac{-۳}{۲}-(-۲)=\frac{۱}{۲}$

۳۱.گزینه ۱ رابطه‌ای تابع است که در آن هیچ‌یک از دو زوج مرتب متمایز دارای مؤلفه اول مساوی نباشند.

$$\left.\begin{matrix}(۴,a^۲+۴)\in R\\ (۴,۵)\in R\end{matrix}\right\} \xrightarrow[\text{بودن}]{\text{شرط تابع}} a^۲+۴=۵ \Rightarrow a^۲=۱$$

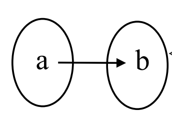
$$\Rightarrow \begin{cases}a=۱ \Rightarrow R=\{(۲,b),(۴,۳),(۴,۵)\}\\ a=-۱ \Rightarrow R=\{(۲,b),(۲,۳),(۴,۵)\}\end{cases}$$ تابع نیست.

برای این‌که به‌ازای $a=-۱$ ، R تابع باشد باید زوج‌های مرتب $(۲,b)$ و $(۲,۳)$ باهم برابر باشند؛ یعنی: $b=۳$

پس: $(a,b)=(-۱,۳)$

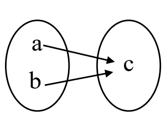
۳۲.گزینه ۴

می‌دانیم:



$\Leftrightarrow (a,b)$

در نمایش زوج مرتبی، یک رابطه زمانی تابع است که هیچ دو زوج مرتبی مؤلفه‌های اولشان با هم یکسان نباشد مگر اینکه مؤلفه‌های دومشان نیز یکسان باشد (تکراری باشند)



$\Leftrightarrow \{(a,c),(b,c)\}=\{(x,۲x-۱۵),(۳,x(x-۶))\}$

$$\Rightarrow ۲x-۱۵=x(x-۶)\Rightarrow ۲x-۱۵=x^۲-۶x\Rightarrow x^۲-۸x+۱۵=۰$$

$$\Rightarrow (x-۳)(x-۵)=۰\Rightarrow \begin{cases} x-۳=۰\Rightarrow x=۳\rightarrow \{(۳,-۹)(۳,-۹)\}\Rightarrow a=b=۳ \quad \text{غ ق ق} \\ x-۵=۰\Rightarrow x=۵\rightarrow \{(۵,-۵),(۳,-۵)\}\Rightarrow \begin{cases} a=۵ \\ b=۳ \end{cases} \end{cases}$$

.۳۳گزینه ۳

می‌دانیم: رابطه‌ای تابع است که هیچ دو زوج مرتبی مولفه‌های اولشان باهم یکسان نباشد (مگر اینکه مولفه‌های دومشان نیز یکسان باشد (تکرار باشند)

$$\begin{cases} (۲,-۱) \\ (۲,b) \end{cases}\Rightarrow b=-۱$$

$$\begin{cases} (۵,a^۲-۱) \\ (۵,۳) \end{cases}\Rightarrow a^۲-۱=۳\Rightarrow a^۲=۴\Rightarrow a=\pm۲$$

$$a=۲\Rightarrow \begin{cases} (۲,-۱) \\ (۲,۳) \end{cases} \text{غ ق ق}\Rightarrow a=-۲$$

$$f=\{(-۲,۳),(۵,۳),(۲,-۱),(۵,۳),(۲,-۱)\}$$

$$\frac{f(-۲)+f(۲)}{f(۵)}=\frac{۳+(-۱)}{۳}=\frac{۲}{۳}$$

.۳۴گزینه ۲

می‌دانیم: در نمایش زوج مرتبی، یک رابطه زمانی تابع است که هیچ دو زوج مرتبی مؤلفه‌های اولشان یکسان نباشد مگر اینکه مؤلفه‌های دومشان نیز یکسان باشد (تکراری باشد)

$$\begin{cases} (۵,-۴) \\ (۵,n^۲-۵n) \end{cases}\rightarrow n^۲-۵n=-۴\Rightarrow n^۲-۵n+۴=۰\Rightarrow (n-۱)(n-۴)=۰\Rightarrow \begin{cases} n=۱ \\ n=۴ \end{cases}$$

$$\begin{cases} (n,۴) \\ (۱,n) \end{cases}\xrightarrow{n=۱}\begin{cases} (۱,۴) \\ (۱,۱) \end{cases} \text{تابع نیست}\Rightarrow n\neq ۱$$

$$\begin{cases} (n,۴) \\ (۱,n) \end{cases}\xrightarrow{n=۴}\begin{cases} (۴,۴) \\ (۱,۴) \end{cases} \text{تابع است}\Rightarrow n=۴$$

$$x^۳+xn^۲=۸x^۲\xrightarrow{n=۴}x^۳+۱۶x=۸x^۲\Rightarrow x^۳-۸x^۲+۱۶x=۰\Rightarrow x(x^۲-۸x+۱۶)=۰$$

$$\Rightarrow x(x-۴)^۲=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=۰ \\ (x-۴)^۲=۰\Rightarrow x=۴ \end{cases}$$

دو جواب متمایز

.۳۵گزینه ۲

رابطه‌ای تابع است که هر خط عمود، (موازی با محور y ها) نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

نقاطی به طول‌های $x=۱$ و $x=-۱$ روی تابع دو مقدار دارند. پس حداقل باید ۲ نقطه از نمودار حذف شود تا به یک تابع تبدیل شود.

.۳۶گزینه ۲ مطابق نمودارهای زیر، دو حالت زیر را می‌توان در نظر گرفت:

حالت اول:

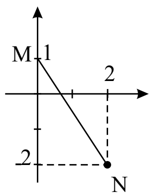
$$D=[۰,۲] \quad , \quad R=[-۲,۱]$$

$$M=\begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix} \qquad N=\begin{bmatrix} ۲ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

$$m=\frac{-۲-۱}{۲-۰}=\frac{-۳}{۲}$$

$$y-y_M=m(x-xM)\Rightarrow y-۱=\frac{-۳}{۲}(x-۰)\Rightarrow y=\frac{-۳}{۲}x+۱$$

$f(\frac{۲}{۳}) = -۱ + ۱ = ۰$



حالت دوم:

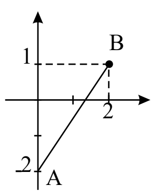
$$D = [۰, ۲] \quad , \quad R = [-۲, ۱]$$

$$A = \begin{bmatrix} ۰ \\ -۲ \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

$$m = \frac{-۲ - ۱}{۰ - ۲} = \frac{-۳}{-۲} = \frac{۳}{۲}$$

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y + ۲ = \frac{۳}{۲}(x - ۰) \Rightarrow y = \frac{۳}{۲}x - ۲$$

$$f(\frac{۲}{۳}) = ۱ - ۲ = -۱$$



پس $f(\frac{۲}{۳})$ دو مقدار صفر یا -۱ می‌تواند باشد.

۳۷.گزینه ۳

می‌دانیم: در نمایش زوج مرتبی، یک رابطه زمانی تابع است که هیچ دو زوج مرتبی مؤلفه‌های اولشان با هم یکسان نباشد مگر اینکه مؤلفه‌های دومشان نیز یکسان باشد (تکراری باشند)

$$\begin{cases} (۳, m^۲) \\ (۳, m + ۲) \end{cases} \Rightarrow m^۲ = m + ۲ \Rightarrow m^۲ - m - ۲ = ۰ \Rightarrow (m - ۲)(m + ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} m = ۲ \\ m = -۱ \end{cases}$$

$$I : m = ۲ \rightarrow f = \{(۳, ۴), (۲, ۱), (-۲, ۲), (۳, ۴), (۲, ۴n)\} \Rightarrow \begin{cases} (۲, ۱) \\ (۲, ۴n) \end{cases} \Rightarrow ۴n = ۱ \Rightarrow n = \frac{۱}{۴}$$

$$II : m = -۱ \rightarrow f = \{(۳, ۱), (۲, ۱), (-۲, -۱), (۳, ۱), (-۱, ۴n)\} \Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$I \cap II = n = \frac{۱}{۴}$$

۳۸.گزینه ۳

$$Df = [۲, ۴] \Rightarrow ۲ \leq x \leq ۴ \Rightarrow ۲a \leq ax \leq ۴a \Rightarrow ۲a + b \leq ax + b \leq ۴a + b$$

$$Rf = [-۵, ۳] = [۲a + b, ۴a + b] \Rightarrow \begin{cases} ۲a + b = -۵ \\ ۴a + b = ۳ \end{cases} (I)$$

$$-۲a = -۸ \Rightarrow a = ۴ \Rightarrow b = -۱۳ \Rightarrow a + b = -۹$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲a + b = ۳ \\ ۴a + b = -۵ \end{cases} (II)$$

$$-۲a = ۸ \Rightarrow a = -۴ \Rightarrow b = ۱۱ \Rightarrow a + b = ۷$$

۳۹.گزینه ۲

می‌دانیم: تابع خطی به فرم $y = ax + b$ است.

$f(x)=ax+b$

$$\begin{cases} f(-۱)=-a+b=-۵ \\ f(۲)=۲a+b=۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a+b=-۵ \\ ۲a+b=۱ \end{cases}$$

$$-۳a=-۶\Rightarrow a=۲$$

$۲a+b=۱\Rightarrow ۴+b=۱\Rightarrow b=-۳$

$f(x)=۲x-۳\Rightarrow f(t)=۲t-۳$

$f(t)=۴۷=۲t-۳\Rightarrow ۲t=۵۰\Rightarrow t=۲۵$

۴۰.گزینه ۴

می‌دانیم: در نمایش زوج مرتبی، دامنه تابع مجموعه مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌های تشکیل‌دهندهٔ تابع است و برد تابع مجموعه مؤلفه‌های دوم زوج مرتب‌های تشکیل‌دهندهٔ تابع است.
$f(a)=b\Leftrightarrow (a,b)$

$$f=\{(-۱,۲m+۱),(۲,۳-m),(-۶,۲),(-m,m-۱)\}\Rightarrow \begin{cases} f(-۱)=۲m+۱ \\ f(۲)=۳-m \\ f(-۶)=۲ \\ f(-m)=m-۱ \end{cases}$$

$f(۲)-f(-۶)+۲f(-۱)=۹\Rightarrow ۳-m-(۲)+۲(۲m+۱)=۹$
$\Rightarrow ۳-m-۲+۴m+۲=۹\Rightarrow ۳m=۶\Rightarrow m=۲$
$Rf=\{۲m+۱,۳-m,۲,m-۱\}\xrightarrow{m=۲} Rf=\{۵,۱,۲,۱\}=\{۵,۱,۲\}$

۴۱.گزینه ۴

$f(۲x+۱)+f(۳)=۵x-۱\xrightarrow{x=۱} f(۳)+f(۳)=۵-۱\Rightarrow ۲f(۳)=۴\Rightarrow f(۳)=۲$
$f(۲x+۱)+۲=۵x-۱\xrightarrow{x=۲} f(۵)+۲=۹\Rightarrow f(۵)=۷$

۴۲.گزینه ۱

می‌دانیم: محیط مستطیل $P=۲($ عرض + طول $)$
مساحت مستطیل $S=$ طول × عرض

$$\begin{cases} x: \text{عرض} \\ x+۵: \text{طول} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P=۲(x+x+۵)=۲(۲x+۵)=۴x+۱۰\Rightarrow P-۱۰=۴x\Rightarrow \frac{P-۱۰}{۴}=x \\ S=x(x+۵)=x^۲+۵x \end{cases}$$

$$\Rightarrow S=(\frac{P-۱۰}{۴})^۲+۵(\frac{P-۱۰}{۴})=\frac{P^۲-۲۰P+۱۰۰}{۱۶}+\frac{۵P-۵۰}{۴}$$

$$=\frac{P^۲-۲۰P+۱۰۰+۲۰P-۲۰۰}{۱۶}\Rightarrow ۱۶S=P^۲-۱۰۰$$

۴۳.گزینه ۱

می‌دانیم: در نمایش زوج مرتبی، یک رابطه زمانی تابع است که هیچ دو زوج مرتبی مؤلفه‌ی اولشان یکسان نباشد مگر آنکه مؤلفه‌ی دومشان نیز یکسان باشد (تکراری باشند).

$$\begin{cases} (۳,۷) \\ (۳,a^۲+۳) \end{cases}\Rightarrow a^۲+۳=۷\Rightarrow a^۲=۴\Rightarrow a=\pm۲$$

$$\begin{cases} (۲,۴) \\ (a,۵) \end{cases}\xrightarrow{a=۲}\begin{cases} (۲,۴) \\ (۲,۵) \end{cases} \text{تابع نیست} \Rightarrow a\neq ۲\Rightarrow a=-۲$$

$$\begin{cases} (۶,a+۱) \\ (۶,b) \end{cases}\xrightarrow{a=-۲}\begin{cases} (۶,-۱) \\ (۶,b) \end{cases}\Rightarrow b=-۱$$

$a+b=-۲-۱=-۳$

۴۴.گزینه ۲

$$f(x)=x^{۲}-۴\Rightarrow\begin{cases}f(m)=m^{۲}-۴\\ f(۳m)=(۳m)^{۲}-۴=۹m^{۲}-۴\end{cases}$$

$$f(m)+f(۳m)=۲\Rightarrow m^{۲}-۴+۹m^{۲}-۴=۱۰m^{۲}-۸=۲\Rightarrow ۱۰m^{۲}=۱۰$$

$$\Rightarrow m^{۲}=۱\Rightarrow m=\pm۱$$

$$m=۱: f(m+۱)=f(۲)=۴-۴=۰$$

$$m=-۱: f(m+۱)=f(۰)=۰-۴=-۴$$

۴۵.گزینه ۲

می‌دانیم: یک رابطه از A به B تابع است هرگاه به هر عضو A فقط یک عضو B نسبت داده شود.

بررسی گزینه‌ها:

۱) هر فرد، تنها یک سن دارد بنابراین تابع است.

۲) هر دانش‌آموز، می‌تواند بیش از یک معلم داشته باشد بنابراین تابع نیست.

۳) هر فرد، تنها یک شماره شناسنامه دارد بنابراین تابع است.

۴) هر فرد، تنها یک وزن دارد بنابراین تابع است.

۴۶.گزینه ۱

می‌دانیم: تابع همانی تابعی است که به هر عضو دامنه، دقیقاً همان عضو را در برد نسبت می‌دهد.

$$f=\{(۴a+b,b+۱),(۴a+b^{۲},۱-۲b),(b^{۲},۴)\}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۴a+b=b+۱\Rightarrow ۴a=۱\Rightarrow a=\dfrac{۱}{۴}\\ ۴a+b^{۲}=۱-۲b\xrightarrow{a=\frac{۱}{۴}}۱+b^{۲}=۱-۲b\Rightarrow b^{۲}=-۲b\\ \Rightarrow b^{۲}+۲b=۰\Rightarrow b(b+۲)=۰\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}b=۰\\ b=-۲\end{array}\right\}\Rightarrow\quad b=-۲\\ b^{۲}=۴\Rightarrow b=\pm۲\end{cases}$$

$$\begin{cases}a=\dfrac{۱}{۴}\\ b=-۲\end{cases}\Rightarrow a+b=\frac{۱}{۴}-۲=\frac{۱}{۴}-\frac{۸}{۴}=\frac{-۷}{۴}$$

۴۷.گزینه ۲

می‌دانیم: در نمایش زوج مرتبی یک رابطه زمانی تابع است که هیچ دو زوج مرتبی مؤلفه‌ی اولشان یکسان نباشد مگر آنکه مؤلفه‌ی دومشان نیز یکسان باشد (تکراری باشند).

یک زوج مرتب از $\{(۱,۲),(۱,۱)\}$ و یک زوج مرتب از $\{(۲,۳),(۲,۲)\}$ باید حذف گردد.

۴۸.گزینه ۱

$$Df=(-۲,۳]\Rightarrow -۲<x\leq ۳\xrightarrow{\times\frac{۳}{۲}}-۳<\frac{۳}{۲}x\leq\frac{۹}{۲}\xrightarrow{-۱}-۴<\frac{۳}{۲}x-۱\leq\frac{۷}{۲}$$

$$\Rightarrow\left|\frac{۳}{۲}x-۱\right|<۴\xrightarrow{+۱}۱\leq\left|\frac{۳}{۲}x-۱\right|+۱<۵\Rightarrow ۱\leq f(x)<۵\Rightarrow Rf=[۱,۵)$$

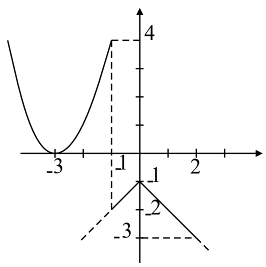
۴۹.گزینه ۲

$$x \leq -۱ \Rightarrow -\infty < x \leq -۱ \Rightarrow -\infty < x+۲ \leq ۲ \Rightarrow (x+۳)^۲ \geq ۰$$
$$\Rightarrow (x+۳)^۲ \in [۰,+\infty)$$
$$-۱ < x \leq ۲ \Rightarrow ۰ \leq |x| \leq ۲ \Rightarrow -۲ \leq -|x| \leq ۰ \Rightarrow -۳ \leq -|x|-۱ \leq -۱$$
$$\Rightarrow -|x|-۱ \in [-۳,-۱]$$
$$Rf = [-۳,-۱] \cup [۰,+\infty) = [a,b] \cup [c,+\infty) \Rightarrow \begin{cases} a=-۳ \\ b=-۱ \\ c=۰ \end{cases} \Rightarrow a+b+c=-۴$$

راه دوّم:

$$f(x) = \begin{cases} (x+۳)^۲ & x \leq -۱ \\ -|x|-۱ & -۱ < x \leq ۲ \end{cases}$$

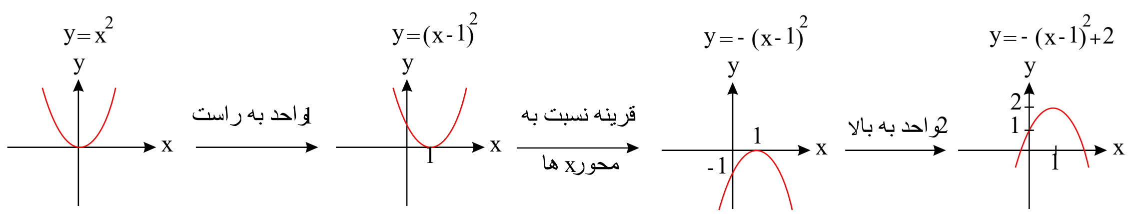
ابتدا تابع $f(x)$ را به کمک انتقال رسم می‌کنیم: برای رسم تابع $y=(x+۳)^۲$ نمودار $y=x^۲$ نمودار $y=x^۲$ را به اندازهٔ ۳ واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم و برای رسم تابع $y=-|x|-۱$ تابع $y=|x|$ را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم تا $y=-|x|$ به دست آید.



سپس آن‌را یک واحد به پایین منتقل می‌کنیم تا تابع $y=-|x|-۱$ رسم شود. حال با توجه به شکل $f(x)$، برد آن به صورت زیر می‌باشد:

$$f_{\text{برد}} = [-۳,-۱] \cup [۰,+\infty) = [a,b] \cup [c,+\infty)$$
$$\Rightarrow a=-۳, b=-۱, c=۰ \Rightarrow a+b+c=-۴$$

۵۰.گزینه ۳ از نمودار $y=x^۲$ شروع می‌کنیم و تغییرات لازم را انجام می‌دهیم تا به $y=-(x-۱)^۲+۲$ برسیم:

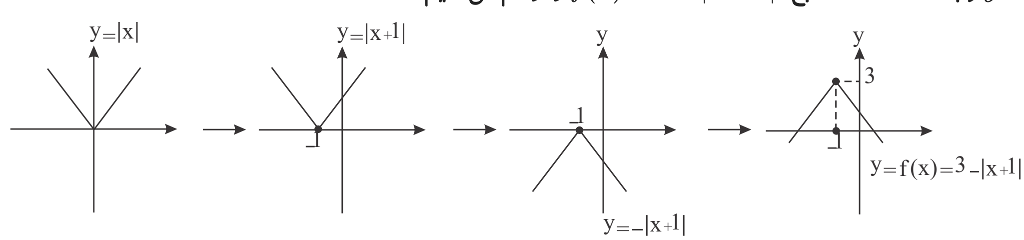


۵۱.گزینه ۴

می‌دانیم:

برای رسم تابع $f(x)+k$ کافیست تابع $f(x)$ را k واحد در راستای عمود جابه‌جا کنیم.
اگر $k \geq ۰$ بود انتقال به سمت بالا و اگر $k < ۰$ بود انتقال به سمت پایین است.
برای رسم تابع $f(x+k)$ کافیست تابع $f(x)$ را k واحد در راستای افق جابه‌جا کنیم.
اگر $k > ۰$ بود انتقال به سمت چپ و اگر $k < ۰$ بود انتقال به سمت راست است.
برای رسم تابع $-f(x)$ کافیست تابع $f(x)$ را نسبت به محور xها قرینه کنیم.
برای رسم تابع $f(-x)$ کافیست تابع $f(x)$ را نسبت به محور yها قرینه کنیم.

با استفاده از تابع $y=|x|$ و به کمک انتقال تابع $f(x)=۳-|x+۱|$ را رسم می‌کنیم:



$\Rightarrow$ برد $=(-\infty,۳]$

۵۲.گزینه ۴

می‌دانیم: $\boxed{\text{فرم تابع خطی } f(x)=ax+b \text{ است.}}$

$$\begin{cases} f(x)=ax+b \\ f(-x)=-ax+b \end{cases} \Rightarrow f(x)+f(-x)=ax+b-ax+b=۲b=-۱۲ \Rightarrow b=-۶$$

$$\begin{cases} f(۴)=۴a-۶ \\ f(۱)=a-۶ \end{cases} \Rightarrow f(۴)=-۲f(۱) \Rightarrow ۴a-۶=-۲(a-۶) \Rightarrow ۴a-۶=-۲a+۱۲ \Rightarrow ۶a=۱۸ \Rightarrow a=۳$$

$$f(x)=۳x-۶ \Rightarrow f(۱۰)=۳\times ۱۰-۶=۳۰-۶=۲۴$$

۵۳.گزینه ۱ $\boxed{\text{تابع همانی: } f(x)=x}$

از آنجا که $f(x)$ تابعی همانی است باید ضریب x در آن ۱ باشد و جملات فاقد x در آن موجود نباشد.

$$\Rightarrow \begin{cases} a-b=۱ \\ a+b=۰ \end{cases}$$

$$۲a=۱ \Rightarrow a=\frac{۱}{۲}$$

$$a+b=۰ \xrightarrow{a=\frac{۱}{۲}} \frac{۱}{۲}+b=۰ \Rightarrow b=-\frac{۱}{۲}$$

پس:

$$۳a+۲b=۳\times\frac{۱}{۲}+۲\times(-\frac{۱}{۲})=\frac{۳}{۲}-۱=\frac{۱}{۲}$$

۵۴.گزینه ۲

می‌دانیم: معادلهٔ خط گذرا از دو نقطهٔ $(x_۱,y_۱)$ و $(x_۰,y_۰)$ به‌صورت: $(y-y_۰=\frac{y_۱-y_۰}{x_۱,x_۰}(x-x_۰)$ است.

$$|x|=\begin{cases} x & x\geq ۰ \\ -x & x<۰ \end{cases}$$

$$\begin{cases} (۲,۵) \\ (-۱,-۴) \end{cases} \Rightarrow m=\frac{-۴-۵}{-۱-۲}=\frac{-۹}{-۳}=۳$$

$$y-(-۴)=۳(x-(-۱)) \Rightarrow y+۴=۳x+۳ \Rightarrow y=۳x-۱ \Rightarrow f(x)=۳x-۱$$

$$g(x)=|f(x)|=\begin{cases} f(x) & f(x)\geq ۰ \\ -f(x) & f(x)<۰ \end{cases} \Rightarrow$$ $g(x)$ و $f(x)$ در جایی که $f(x)$ نامنفی باشد برهم منطبق‌اند

$$f(x)\geq ۰ \Rightarrow ۳x-۱\geq ۰ \Rightarrow ۳x\geq ۱ \Rightarrow x\geq \frac{۱}{۳} \Rightarrow x\in[\frac{۱}{۳},+\infty)$$

۵۵.گزینه ۳

$$Df=Dg=(-۳,۳]$$
$$-۳<x<۳ \Rightarrow -۶<۲x\leq ۶ \Rightarrow -۶\leq -۲x<۶ \Rightarrow ۰\leq -۲x+۶<۱۲$$
$$\Rightarrow ۰\leq f(x)<۱۲ \Rightarrow Rf=[۰,۱۲)$$
$$-۳<x\leq ۳ \Rightarrow -۲<\frac{۲}{۳}x\leq ۲ \Rightarrow -۳<\frac{۲}{۳}x-۱\leq ۱ \Rightarrow -۳<g(x)\leq ۱ \Rightarrow Rg=(-۳,۱]$$

$Rf\cap Rg=[۰,۱]:$ ۲ عدد صحیح

۵۶.گزینه ۳

می‌دانیم:
تابع همانی تابعی است که به هر عضو از دامنه دقیقاً همان عضو را در برد نسبت می‌دهد. $(f(x)=x)$
تابع ثابت تابعی است که به هر عضو از دامنه تنها یک عضو را در برد نسبت می‌دهد. $(f(x)=k(k\in\mathbb{R}))$

تابع همانی $f: f(-۴)=-۴ \Rightarrow -f(-۴)=۴$

تابع ثابت $g: g(x)=-۳ \Rightarrow g(-۱)=-۳ \Rightarrow ۲g(-۱)=-۶ \Rightarrow |۲g(-۱)|=۶$

$|۲g(-۱)|-f(-۴)=۶+۴=۱۰$

۵۷.گزینه ۴ تابع $f(x)=k$ را که در آن k عددی حقیقی باشد، تابع ثابت نامیده می‌شود.
در بازه‌ی $[-۱,۰]$ نمودار تابع به صورت خط افقی با عرض برابر با یک است. در بازه‌ی $[۰,۳)$ نمودار تابع به صورت بخشی از سهمی به معادله‌ی $y_۱=x^۲-۱$ است. مقدار تابع $y_۱$ در صفر برابر با -۱ و در $x=۳$ برابر با ۸ است. توجه کنید که چون $x=۰$ جزو بازه‌ی $[۰,۳)$ نیست نمودار سهمی را در یک نقطه به صورت تو خالی رسم می‌کنیم. در بازه‌ی $(۳,+\infty)$ نمودار تابع به صورت خطی افقی با عرض برابر با ۲ است. توجه کنید که $x=۳$ نیز جزو بازه‌ی $(۳,+\infty)$ نیست و خط در این نقطه باید تو خالی رسم شود. با توجه به توضیحات داده شده نمودار گزینه‌ی «۴» جواب است

۵۸.گزینه ۲

می‌دانیم: در نمایش نمودار پیکانی تابع، از هر عضو مجموعه اول تنها یک فلش خارج می‌شود.

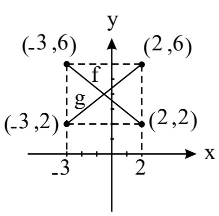
$$g(x)\begin{cases}(a,۲a-b)\\(a,-۶)\end{cases} \Rightarrow \quad ۲a-b=-۶$$

$$f(x)\begin{cases}(b+۳,a+b)\\(b+۳,۳)\end{cases} \Rightarrow \quad a+b=۳$$

$$۳a=-۳ \Rightarrow a=-۱, a+b=۳ \Rightarrow b-۱=۳ \Rightarrow b=۴$$

$$۲b-a=۸-(-۱)=۹$$

۵۹.گزینه ۲ به کمک شکل خیلی راحت می‌توان فهمید که تنها دو تابع خطی با این ویژگی‌ها وجود دارد.
بنابراین کافیست با توجه به شکل، توابع f و g را به دست آوریم و سپس حاصل $f(۱)+g(۱)$ را محاسبه کنیم:



$$۱)f(x)=ax+b \Rightarrow \begin{cases}f(۲)=۲ \Rightarrow ۲a+b=۲\\ f(-۳)=۶ \Rightarrow -۳a+b=۶\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}۲a+b=۲\\-۳a+b=۶\end{cases}$$

$$۵a=-۴ \Rightarrow a=\frac{-۴}{۵} \Rightarrow b=\frac{۱۸}{۵}$$

$$\Rightarrow f(x)=-\frac{۴}{۵}x+\frac{۱۸}{۵} \Rightarrow f(۱)=\frac{۱۴}{۵}$$

$$۲)g(x)=cx+d \Rightarrow \begin{cases}g(۲)=۶ \Rightarrow ۲c+d=۶\\ g(-۳)=۲ \Rightarrow -۳c+d=۲\end{cases} \Rightarrow ۵c=۴ \Rightarrow \begin{cases}۲c+d=۶\\-۳c+d=۳\end{cases}$$

$$c=\frac{۴}{۵}, d=\frac{۲۲}{۵}$$

$$\Rightarrow g(x)=\frac{۴}{۵}x+\frac{۲۲}{۵} \Rightarrow g(۱)=\frac{۲۶}{۵}$$

$$f(۱)+g(۱)=\frac{۱۴}{۵}+\frac{۲۶}{۵}=\frac{۴۰}{۵}=۸$$

۶۰.گزینه ۴

می‌دانیم: تابع ثابت تابعی است که به تمامی xها تنها یک y را نسبت می‌دهد. $(f(x)=k)$
تابع همانی تابعی است که به هر عضو دامنه همان عضو در برد را نسبت می‌دهد $(f(x)=x)$

تابع ثابت $f:(۲,۳) \Rightarrow f(x)=۳ \Rightarrow f(۲)=f(۴)=f(۵)=۳$

تابع همانی $g: g(۳)=۳$

$۴f(۵)-۵g(۳)=۴\times ۳-۵\times ۳=۱۲-۱۵=-۳$

۶۱.گزینه ۲

می‌دانیم: $\boxed{\text{تابع ثابت تابعی است که به هر عضو از دامنه تنها یک عضو را در برد نسبت می‌دهد.} \quad (f(x)=k(k\in\mathbb{R}))}$

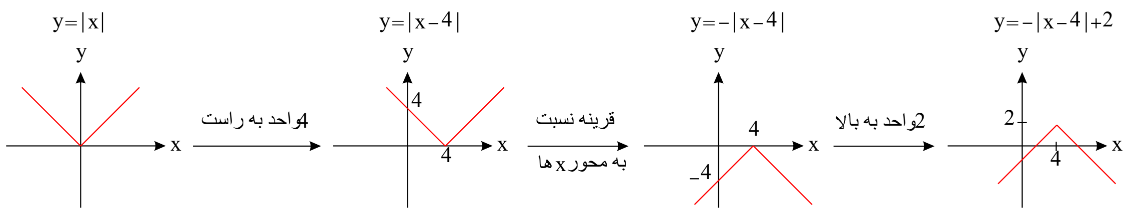
$$f(x)=(۲m-۴)x-m^{۲}+۳$$

با توجه به تعریف، ضریب x باید صفر باشد تا تابع $f(x)$ یک تابع ثابت شود. بنابراین:

$$۲m-۴=۰ \Rightarrow ۲m=۴ \Rightarrow m=۲$$

$$f(x)=-۴+۳=-۱ \Rightarrow f(m^{۳}-۱)=-۱$$

۶۲.گزینه ۲ از نمودار $y=|x|$ آغاز می‌کنیم تا به نمودار $y=-|x-۴|+۲$ برسیم:



۶۳.گزینه ۳ $\boxed{\text{رابطه‌ای تابع است که در آن هیچ دو زوج مرتبی، مؤلفه‌ی اول یکسان نداشته باشد.}}$

$$\begin{cases}(\sqrt{۳}\,,\,۷)\in f\\(\sqrt{۳}\,,\,a^{۲}+۳)\in f\end{cases} \Rightarrow a^{۲}+۳=۷ \Rightarrow a^{۲}=۴ \Rightarrow \begin{cases}a=۲\\a=-۲\end{cases}$$

$$a=۲ \Rightarrow \begin{cases}(۲\,,\,۱)\in f\\(۲\,,\,۲)\in f\end{cases} \Rightarrow \text{تابع نیست } f$$

$$a=-۲ \rightarrow \begin{cases}(-۲\,,\,b)\in f\\(-۲\,,\,۱)\in f\end{cases} \Rightarrow b=۱$$

$$\Rightarrow a+b=-۲+۱=-۱$$

۶۴.گزینه ۲

می‌دانیم: $\boxed{\text{فرم تابع خطی } f(x)=ax+b \text{ است.}}$

$f(۲)=۵ \Rightarrow ۲a+b=۵$

$f(۰)=a\times ۰+b=b$

$f(x+۲)=f(x)+۲ \xrightarrow{x=۰} f(۲)=f(۰)+۲=b+۲=۵ \Rightarrow b=۳$

$۲a+۳=۵ \Rightarrow ۲a=۲ \Rightarrow a=۱$

$f(x)=x+۳$

۶۵.گزینه ۲ با قرار دادن $x=۳$، $f(x)$ را تعیین می‌کنیم:

$$xf(۳)+۳f(x)=x+۶\xrightarrow{x=۳}۳f(۳)+۳f(۳)=۳+۶$$

$$\to ۶f(۳)=۹\to f(۳)=\frac{۹}{۶}=\frac{۳}{۲}$$

رابطه‌ی اصلی به صورت زیر درمی‌آید:

$$x\times\frac{۳}{۲}+۳f(x)=x+۶\to ۳f(x)=-\frac{۳}{۲}x+x+۶\to ۳f(x)=-\frac{۱}{۲}x+۶$$
$$\xrightarrow{\div ۳} f(x)=-\frac{۱}{۶}x+۲$$

و در آخر $f(۶)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\xrightarrow{x=۶} f(۶)=-\frac{۱}{۶}\times ۶+۲=-۱+۲=۱$$

۶۶.گزینه ۱ تابعی که دامنه آن R و برد آن مجموعه تک عضوی $\{k\}$ باشد(که در آن k حقیقی است) را تابع ثابت می‌نامیم .

تابع مذکور تابعی ثابت است؛ یعنی باید به فرم "عدد ثابت $=f(x)$ " باشد؛ بنابراین ضرایب x و $x^۲$ باید صفر باشند:

$$b-۲=۰\Rightarrow b=۲$$

$$a-b-۱=۰\xrightarrow{b=۲}a-۲-۱=۰\Rightarrow a=۳$$

پس تابع $f(x)$ به صورت $f(x)=c+۲$ در می‌آید؛ اما برد این تابع $\{۲C-۳\}$ است؛ پس:

$$۲C-۳=C+۲\Rightarrow C=۵\ \Rightarrow a+b+c=۱۰$$

۶۷.گزینه ۴

می‌دانیم: تابع ثابت تابعی است که به تمامی xها تنها یک y را نسبت می‌دهد. $(f(x)=k)$
تابع همانی تابعی است که به هر عضو دامنه همان عضو در برد را نسبت می‌دهد $(f(x)=x)$

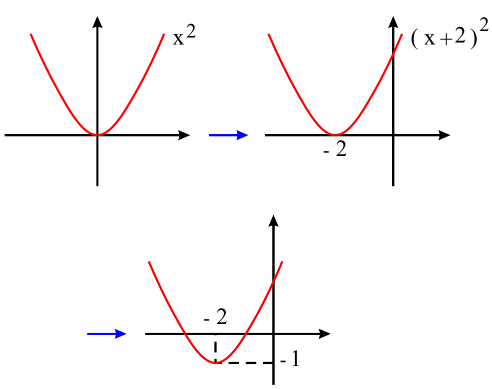
$f: f(۳)=f(۴)=f(۵)$ تابع ثابت
$g: g(۳)=۳$ تابع همانی

$$(f(۳))^۲+g(۳)=۴f(۴)\Rightarrow (f(۵))^۲+۳=۴f(۵)\Rightarrow (f(۵))^۲-۴f(۵)+۳=۰$$
$$\Rightarrow (f(۵)-۳)(f(۵)-۱)=۰\Rightarrow \begin{cases} f(۵)=۱\\ f(۵)=۳\end{cases}$$
$$g(۵)+f(۵)=\begin{cases} ۵+۱=۶\\ ۵+۳=۸\end{cases}$$

۶۸.گزینه ۱

می‌دانیم:

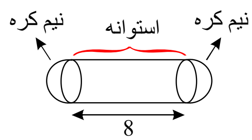
برای رسم تابع $f(x)+k$ کافیست تابع $f(x)$ را k واحد در راستای عمود جابه‌جا کنیم.
اگر $k\geq ۰$ بود انتقال به سمت بالا و اگر $k<۰$ بود انتقال به سمت پایین است.
برای رسم تابع $f(x+k)$ کافیست تابع $f(x)$ را k واحد در راستای افق جابه جا کنیم.
اگر $k>۰$ بود انتقال به سمت چپ و اگر $k<۰$ بود انتقال به سمت راست است.
برای رسم تابع $-f(x)$ کافیست تابع $f(x)$ را نسبت به محور xها قرینه کنیم.
برای رسم تابع $f(-x)$ کافیست تابع $f(x)$ را نسبت به محور yها قرینه کنیم.



۶۹. **گزینه ۲**

$$\boxed{\begin{array}{r} \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم استوانه} \\ \text{حجم کره} = \frac{۴}{۳}\pi \times (\text{شعاع})^{۳} \end{array}}$$

تانکر به شکل زیر است:



$V(r)=۲\times$ (حجم نیم‌کره) $+$ حجم استوانه

$=$ حجم یک کره کامل $+$ حجم استوانه

$$=\frac{۴}{۳}\pi r^{۳}+\pi r^{۲}h=\frac{۴}{۳}\pi r^{۳}+۸\pi r^{۲}$$

۷۰.گزینه ۱ $\boxed{\text{تابع همانی، شامل زوج‌های مرتبی است که مؤلفه‌ی اول و دوم آن‌ها با هم برابر است.}}$

$$\left.\begin{array}{l} n-۱=۳\Rightarrow n=۴ \\ ۳m-۲=۴\Rightarrow ۳m=۶\Rightarrow m=۲ \end{array}\right\}\Rightarrow \frac{m}{n}=\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲}$$

۷۱.گزینه ۴

$\boxed{\text{رابطه‌ای تابع است که در آن به ازای هر عضو از مجموعه‌ی } A \text{ دقیقاً یک عضو از مجموعه‌ی } B \text{ نسبت داده شود.}}$

با توجه به نکته‌ی فوق، تعداد اعضای برد نمی‌تواند از تعداد اعضای دامنه‌ی تابع بیشتر باشد. بنابراین با شرایط طرح شده در گزینه‌ی ۴ نمی‌توان تابع تشکیل داد.

۷۲.گزینه ۴

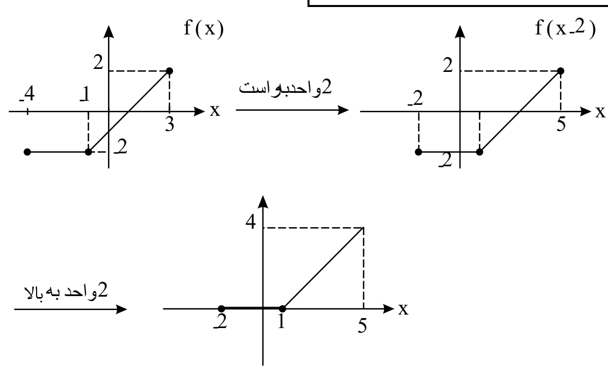
$$f(x)=\frac{x-۱}{۲}\Rightarrow\left\{\begin{array}{l} f(۰)=\frac{-۱}{۲} \\ f(۲)=\frac{۱}{۲}\Rightarrow ۳f(۲)=\frac{۳}{۲} \end{array}\right\}\Rightarrow ۳f(۲)-f(۰)=\frac{۳}{۲}-(\frac{-۱}{۲})=۲=f(a)$$

$$f(a)=۲=\frac{a-۱}{۲}\Rightarrow a-۱=۴\Rightarrow a=۵$$

۷۳.گزینه ۴

می‌دانیم:

برای رسم نمودار $f(x+k)$، نمودار $f(x)$ را k واحد در راستای افق انتقال می‌دهیم.
اگر $k>۰$ باشد انتقال در جهت منفی و اگر $k<۰$ باشد انتقال در جهت مثبت خواهد بود
برای رسم نمودار $f(x)+k$، نمودار $f(x)$ را k واحد در راستای قائم انتقال می‌دهیم.
اگر $k>۰$ باشد انتقال در جهت مثبت و اگر $k<۰$ باشد انتقال در جهت مثبت خواهد بود



۷۴.گزینه ۴

می‌دانیم:

برای رسم تابع $f(x)+k$ کافیست تابع $f(x)$ را k واحد در راستای عمود جابه‌جا کنیم.
اگر $k\geq ۰$ بود انتقال به سمت بالا و اگر $k<۰$ بود انتقال به سمت پایین است.
برای رسم تابع $f(x+k)$ کافیست تابع $f(x)$ را k واحد در راستای افق جابه‌جا کنیم.
اگر $k>۰$ بود انتقال به سمت چپ و اگر $k<۰$ بود انتقال به سمت راست است.
برای رسم تابع $-f(x)$ کافیست تابع $f(x)$ را نسبت به محور xها قرینه کنیم.
برای رسم تابع $f(-x)$ کافیست تابع $f(x)$ را نسبت به محور yها قرینه کنیم.

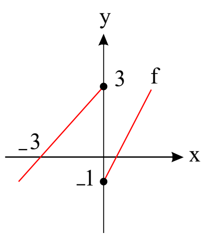
$$y=x^{۲} \xrightarrow{\text{۲ واحد به راست}} y=(x-۲)^{۲} \xrightarrow{\text{۱ واحد به بالا}} y=(x-۲)^{۲}+۱$$

$$y=x^{۲}-۴x+۴+۱ \Rightarrow y=x^{۲}-۴x+۵$$

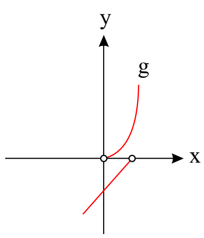
.۷۵ گزینه ۳ رابطه‌ای تابع است که هر خط عمودی (قائم)، نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند .

نمودار هر گزینه را رسم می‌کنیم:

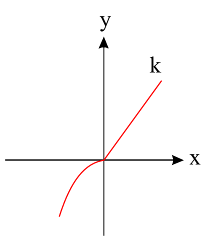
گزینه‌ی «۱»:



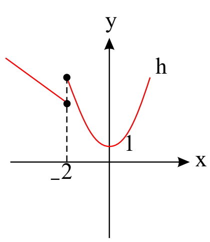
گزینه‌ی «۲»:



گزینه‌ی «۳»:



گزینه‌ی «۴»:



با توجه به نمودارها، تنها گزینه‌ی«۳» تابع است.

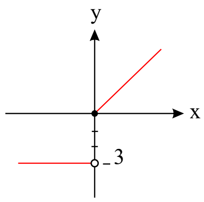
.۷۶ گزینه ۲

دامنه‌ی تابع عبارتست از تصویر نمودار تابع بر روی محور x ها و برد تابع، تصویر نمودار بر روی محور y ها است.

اعداد صحیح موجود در دامنه‌ی تابع عبارتند از $\{-۲,-۱,۰,۱\}$ و اعداد صحیح برد تابع $\{-۱,۰,۱,۲,۳\}$ هستند. اشتراک این مجموعه $\{-۱,۰,۱\}$ است.

.۷۷ گزینه ۳

دامنه تابع عبارتست از تصویر نمودار آن بر روی محور x ها
برد تابع عبارتست از تصویر نمودار آن بر روی محور y ها



تابع $f(x)=\begin{cases} x & , \quad x\geq ۰ \\ -۳ & , \quad x<۰ \end{cases}$ را رسم می‌کنیم:

طبق شکل می‌بینیم برای $x\geq ۰$، مقدار تابع در بازه‌ی $[۰\,,\,+\infty)$ تغییر میکند و در ضابطه‌ی دوم وقتی $x<۰$ است مقدار تابع تنها عدد -۳ است. پس برد تابع عبارت است از:

$Rf=[۰\,,\,+\infty)\cup\{-۳\}$

۷۸.گزینه ۳

$$۱\leq f(x)\leq ۵\Rightarrow ۱\leq f(x+۱)\leq ۵\xrightarrow{-\frac{۲}{۳}}\frac{۱}{۳}\leq f(x+۱)-\frac{۲}{۳}\leq\frac{۱۳}{۳}\Rightarrow R_{f(x+۱)-\frac{۲}{۳}}=[\frac{۱}{۳},\frac{۱۳}{۳}]$$

۷۹.گزینه ۲

می‌دانیم:

تابع همانی است که به هر عضو از دامنه دقیقاً همان عضو را در برد نسبت می‌دهد. $(f(x)=x)$
تابع ثابت تابعی است که به هر عضو از دامنه تنها یک عضو را در برد نسبت می‌دهد. $(f(x)=k(k\in\mathbb{R}))$

تابع ثابت $f: f(۱۱)=f(x)=۰\Rightarrow\left\{\begin{array}{l} f(۵)=۰\Rightarrow a+b=۰ \\ f(۲)=۰\Rightarrow ۲-a=۰\Rightarrow a=۲\end{array}\right\}\Rightarrow b=-۲$

تابع همانی $g: g(x)=x=\dfrac{mx^۳+nx^۲}{۳x^۲-۲x}\Rightarrow mx^۳+nx^۲=۳x^۳-۲x^۲\Rightarrow\begin{cases} m=۳ \\ n=-۲\end{cases}$

$bm-na=-۲\times ۳-(-۲)\times ۲=-۶+۴=-۲$

۸۰.گزینه ۱

معادله‌ی سهمی که دامنه آن نقطه‌ی $S\begin{vmatrix} x_۰ \\ y_۰\end{vmatrix}$باشد، به فرم $y=a(x-x_۰)^۲+y_۰$ است .

با استفاده از رأس $S\begin{vmatrix} ۱ \\ ۱\end{vmatrix}$ ، معادله‌ی سهمی را می‌نویسیم:

$y=a(x-۱)^۲+۱$

حال مختصات نقطه‌ی $\begin{vmatrix} ۰ \\ ۲\end{vmatrix}$ که روی سهمی است را در آن قرار می‌دهیم:

$\begin{vmatrix} ۰ \\ ۲\end{vmatrix}\Rightarrow\ ۲=a(۰-۱)^۲+۱\Rightarrow ۲=a+۱\Rightarrow a=۱$

پس معادله‌ی سهمی عبارتست از:

$y=(x-۱)^۲+۱$

معادله‌ی خط نیز با استفاده از دو نقطه‌ی $\begin{vmatrix} ۰ \\ ۱\end{vmatrix}$ و $\begin{vmatrix} -\frac{۱}{۲} \\ ۰\end{vmatrix}$ به‌صورت زیر است:

$$y-۰=\frac{۱-۰}{۰-(-\frac{۱}{۲})}(x+\frac{۱}{۲})\Rightarrow y=\frac{۱}{\frac{۱}{۲}}(x+\frac{۱}{۲})\Rightarrow y=۲(x+\frac{۱}{۲})\Rightarrow y=۲x+۱$$

پس تابع $f(x)$ ضابطه‌ای به‌فرم زیر خواهد داشت:

$$f(x)=\begin{cases}(x-۱)^۲+۱ & x\geq ۰ \\ ۲x+۱ & x<۰\end{cases}$$

در نتیجه:

$$\left.\begin{array}{l} f(۳)\ \underline{\text{ضابطه‌ی بالا}}\ (۳-۱)^۲+۱=۴+۱=۵ \\ f(۴)\ \underline{\text{ضابطه‌ی بالا}}\ (۴-۱)^۲+۱=۹+۱=۱۰ \\ f(-۱)\ \underline{\text{ضابطه‌ی پایین}}\ ۲(-۱)+۱=-۱ \\ f(-۳/۵)\ \underline{\text{ضابطه‌ی پایین}}\ ۲(-۳/۵)+۱=-۷+۱=-۶ \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{f(۳)-f(۴)}{-f(-۱)+f(-۳/۵)}=\frac{۵-۱۰}{-(-۱)-۶}=\frac{-۵}{-۵}=۱$$

۸۱.گزینه ۴ طبق فرض x های موجود در دامنه‌ی تابع عبارتند از: $x\geq ۳$

حال $f(x)$ را با استفاده از این دامنه می‌سازیم تا برد آن مشخص شود:

$$\xrightarrow{\times ۲} ۲x\geq ۶ \xrightarrow{-۱} \underbrace{۲x-۱}_{f(x)}\geq ۵ \rightarrow f(x)\geq ۵ \rightarrow f(x)\ \text{برد} =[۵,+\infty)$$

همین کار را برای تابع $g(x)$ نیز انجام می‌دهیم:

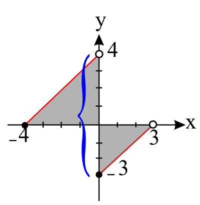
$$g\ \text{دامنه‌ی} =(-\infty,۳)\rightarrow x\leq ۳ \xrightarrow{\times \frac{۱}{۳}} \frac{۱}{۳}x\leq ۱ \xrightarrow{+۳} \underbrace{\frac{۱}{۳}x+۳}_{g(x)}\leq ۴ \rightarrow g(x)\leq ۴$$

$$g\ \text{برد} =(-\infty,۴]$$

و اجتماع بردها عبارتست از: $R-(۴,۵)$

۸۲.گزینه ۲ $\boxed{\text{برد تابع عبارتست از تصویر نمودار آن بر روی محور } y \text{ ها}}$

برای توابعی که نمودار آن‌ها داده شده است، تصویر تمام نقاط نمودار روی محور yها برد تابع را مشخص می‌کنند.



$$Rf=[-۳\ ,\ ۴)$$

دقت کنید که عدد ۴، عضو برد تابع نیست.

۸۳.گزینه ۱

می‌دانیم: $\boxed{\begin{array}{l}\text{شیب خط گذرا از نقاط } (x_۲,y_۲) \text{ و } (x_۱,y_۱) \text{ برابر است با } m=\dfrac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱} \\ \text{معادلهٔ خط گذرا از نقطهٔ } (x_۰,y_۰) \text{ با شیب } m \text{ برابر است با } y-y_۰=m(x-x_۰)\end{array}}$

$$\left\{\begin{array}{l}(-۱,-۱)\\(۲,-۳)\end{array}\right. \Rightarrow m=\frac{-۳-(-۱)}{۲-(-۱)}=\frac{-۳+۱}{۲+۱}=\frac{-۲}{۳}$$

$$y-y_۰=m(x-x_۰)\Rightarrow y+۳=\frac{-۲}{۳}(x-۲)\Rightarrow y+۳=\frac{-۲}{۳}x+\frac{۴}{۳}$$

$$\Rightarrow y=\frac{-۲}{۳}x+\frac{۴}{۳}-\frac{۹}{۳}\Rightarrow y=\frac{-۲}{۳}x-\frac{۵}{۳}$$

۸۴.گزینه ۱

$$\left\{\begin{array}{l} x<۰\Rightarrow x^۲>۰\Rightarrow x^۲+۲>۲ \\ x\geq ۰\Rightarrow x+۲\geq ۲\Rightarrow |x+۲|\geq ۲\Rightarrow -|x+۲|\leq -۲ \end{array}\right.$$

$$Rf=(-\infty,-۲]\cup(۲,+\infty)=\mathbb{R}-(-۲,۲]$$

اعداد صحیح ناموجود در این بازه: $\{-۱,۰,۱,۲\}$

۸۵.گزینه ۳

رابطه‌ای تابع است که در آن هیچ دو زوج مرتب متمایزی، مولفه‌ی اول برابر نداشته باشند و اگر مولفه‌ی اول آنها برابر بود، حتما مؤلفه‌ی دوم آنها نیز برابر باشند.

$$\left.\begin{array}{l}(۱,۳)\in f\\(۱,m^۲-۲m)\in f\end{array}\right\}\Rightarrow m^۲-۲m=۳\Rightarrow m^۲-۲m-۳=۰\Rightarrow(m-۳)(m+۱)=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}m=۳\to f=\{(۱,۳),(۳,۲),(-۱,\frac{۱}{۳})\} & \text{تابع است}\\ m=-۱\to f=\{(۱,۳),(-۱,۲),(-۱,-۱)\ & \text{تابع نیست}\end{cases}$$

پس تنها مقدار قابل قبول برای m، عدد۳ است، حال معادله را حل می‌کنیم:

$$\xrightarrow{m=۳}x^۳-۶x^۲+۹x=۰\Rightarrow x(x^۲-۶x+۹)=۰\Rightarrow x(x-۳)^۲=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۳\\x=۰\end{cases}$$

معادله دو جواب متمایز دارد.

۸۶.گزینه ۱ | در تابع ثابت، مؤلفه‌ی دوم همه‌ی زوج‌های مرتب با هم برابر است.

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt{k}=۴\xrightarrow{(\,)^۲}k=۱۶\\ \sqrt[۳]{b}=۴\xrightarrow{(\,)^۳}b=۶۴\\ d=۴\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{b-۳k}{d+۱۲}=\frac{۶۴-۳\times۱۶}{۴+۱۲}=\frac{۶۴-۴۸}{۱۶}=\frac{۱۶}{۱۶}=۱$$

۸۷.گزینه ۲

می‌دانیم:

خط $y=x$ نیمساز ربع اول و سوم است.
$\lvert x\rvert\leq a\Rightarrow -a\leq x\leq a$
$\lvert x\rvert\geq ۰$

$$\begin{cases}f(x)=|ax-۳|\\y=x\end{cases}\Rightarrow|ax-۳|<x\Rightarrow\quad \overbrace{-x<ax-۳}^{I}\underbrace{<x}_{II}$$

$$I:-x<ax-۳\Rightarrow ax+x>۳\Rightarrow x(a+۱)>۳\Rightarrow x>\frac{۳}{a+۱}$$

$$II:ax-۳<x\Rightarrow ax-x<۳\Rightarrow x(a-۱)<۳\Rightarrow x<\frac{۳}{a-۱}$$

$$I\cap II:x\in(\frac{۳}{a+۱}\ ,\ \frac{۳}{a-۱})=(۱,۳)\Rightarrow a+۱=۳\Rightarrow a=۲$$

$$f(a)=f(۲)=|۴-۳|=|۱|=۱$$

۸۸.گزینه ۳

$$y=|x-۱|\xrightarrow[\text{محور } y \text{ ها به سمت پایین}]{\text{یک واحد در راستای}}y=|x-۱|-۱\xrightarrow[y \text{ ها به سمت چپ}]{\text{دو واحد در راستای محور}}y=|x+۲-۱|-۱$$

$$\Rightarrow y=|x+۱|-۱\xrightarrow{\text{قرینه } x \text{ ها نسبت به}}y=-|x+۱|+۱$$

۸۹.گزینه ۲

می‌دانیم:

برای رسم نمودار $f(x+k)$، نمودار $f(x)$ را k واحد در راستای افق انتقال می‌دهیم.
اگر $k>۰$ باشد انتقال در جهت منفی و اگر $k<۰$ باشد انتقال در جهت مثبت خواهد بود
برای رسم نمودار $f(x)+k$، نمودار $f(x)$ را k واحد در راستای قائم انتقال می‌دهیم.
اگر $k>۰$ باشد انتقال در جهت مثبت و اگر $k<۰$ باشد انتقال در جهت مثبت خواهد بود

$$f(x)=\begin{cases}x^۲-۱۰ & x\geq۱\\۳x-۱ & x<۱\end{cases}\xrightarrow{\text{۲واحد به راست}}f(x-۲)=\begin{cases}(x-۲)^۲-۱۰ & x-۲\geq۱\\۳(x-۲)-۱ & x-۲<۱\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{۵واحد به پایین}} f(x-۲)-۵=\begin{cases}(x-۲)^۲-۱۰-۵ & x-۲\geq ۱\\ ۳(x-۲)-۱-۵ & x-۲<۱\end{cases}$$

$$\Rightarrow g(x)=\begin{cases}x^۲-۴x+۴-۱۵ & x\geq ۳\\ ۳x-۶-۶ & x<۳\end{cases}\Rightarrow g(x)=\begin{cases}x^۲-۴x-۱۱ & x\geq ۳\\ ۳x-۱۲ & x<۳\end{cases}$$

۹۰.گزینه ۲

دامنه‌ی تابع عبارتست از تصویر نمودار تابع برروی محور xها و برد تابع، تصویر نمودار بر روی محور y ها است.

سایه‌ی نمودار $f(x)$ بر روی محور xها عبارتست از:

$$Df=[-۳,-۱)\cup[۰,۶)$$

۹۱.گزینه ۳

می‌دانیم: $\boxed{\text{فرم کلی تابع خطی } f(x)=mx+n \text{ است.}}$

$$f(x)=mx+n\xrightarrow{(۰,۰)} f(۰)=n\Rightarrow f(x)=mx$$

بررسی گزینه‌ها:

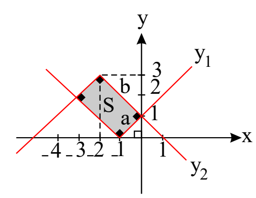
$$۱)\begin{cases}f(a+b)=m(a+b)=ma+mb\\ f(a)+f(b)=ma+mb\end{cases}$$

$$۲)\begin{cases}f(a-b)=m(a-b)=ma-mb\\ f(a)-f(b)=ma-mb\end{cases}$$

$$۳)\begin{cases}f(ab)=m(ab)\\ f(a)f(b)=(ma)(mb)=m^۲(ab)\end{cases}$$

$$۴)\begin{cases}f(ka)=m(ka)=mka\\ kf(a)=k(ma)=kma=mka\end{cases}$$

۹۲.گزینه ۲ **ابتدا نمودار توابع $y_۱$ و $y_۲$ را رسم می‌کنیم و مساحت بین دو نمودار همان قسمت سایه زده شده است که به صورت یک مستطیل با اضلاع a و b است. کافی است طول اضلاع a و b را به‌دست بیاوریم. مطابق شکل، a و b وترهای مثلث‌های قائم‌الزلویه‌ی متساوی‌الساقینی به طول ضلع‌های قائمه‌ی به ترتیب ۱ و ۲ هستند، پس:**

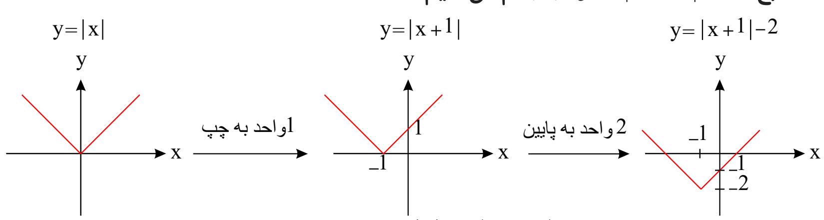


$$\begin{cases}a^۲=۱^۲+۱^۲\Rightarrow a^۲=۲\Rightarrow a=\sqrt{۲}\\ b^۲=۲^۲+۲^۲\Rightarrow b^۲=۸\Rightarrow b=۲\sqrt{۲}\end{cases}$$

$$\text{مساحت مستطیل}=ab=(\sqrt{۲})(۲\sqrt{۲})=۴$$

۹۳.گزینه ۱ $\boxed{\text{اگر نمودار تابع } f(x) \text{ در دسترس باشد، تصویر آن بر محور} y \text{ها برد تابع را تشکیل می‌دهد .}}$

با شروع از نمودار تابع $y=|x|$ و با انتقال آن؛ تابع $y=|x+۱|-۲$ را رسم می‌کنیم:



$$\text{دامنه داده شده در صفحه}=[۱,۳]\Rightarrow\begin{cases}f(۱)=|۱+۱|-۲=۰\\ f(۳)=|۳+۱|-۲=۲\end{cases}$$

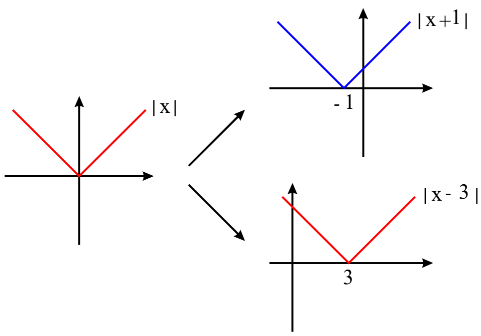
تصویر نمودار بر محور yها در این بازه: $\text{برد}=[۰,۲]$

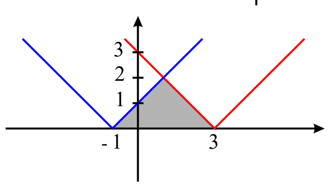
۹۴.گزینه ۲

می‌دانیم:

برای رسم تابع $f(x)+k$ کافیست تابع $f(x)$ را k واحد در راستای عمود جابه‌جا کنیم.
اگر $k \geq ۰$ بود انتقال به سمت بالا و اگر $k < ۰$ بود انتقال به سمت پایین است.
برای رسم تابع $f(x+k)$ کافیست تابع $f(x)$ را k واحد در راستای افق جابه‌جا کنیم.
اگر $k > ۰$ بود انتقال به سمت چپ و اگر $k < ۰$ بود انتقال به سمت راست است.
برای رسم تابع $-f(x)$ کافیست تابع $f(x)$ را نسبت به محور xها قرینه کنیم.
برای رسم تابع $f(-x)$ کافیست تابع $f(x)$ را نسبت به محور yها قرینه کنیم.

با رسم نمودار هر یک از توابع داریم:





برای محاسبهٔ ارتفاع مثلث کافیست عرض نقطهٔ تلاقی در نمودار را محاسبه کنیم:

$$-۱ < x < ۳ \Rightarrow \begin{cases} |x+۱| = x+۱ \\ |x-۳| = -x+۳ \end{cases} \Rightarrow x+۱ = -x+۳ \Rightarrow ۲x = ۲ \Rightarrow x = ۱$$

$$x = ۱ \Rightarrow y = x+۱ = ۲$$

$$S\Delta = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{۲} = \frac{۴ \times ۲}{۲} = ۴$$

پاسخنامه کلیدی آزمون با کد: ۶۴۴۶۳۱

۱- ۲	۲- ۲	۳- ۳	۴- ۱	۵- ۲
۶- ۳	۷- ۱	۸- ۳	۹- ۲	۱۰- ۳
۱۱- ۴	۱۲- ۴	۱۳- ۲	۱۴- ۴	۱۵- ۲
۱۶- ۴	۱۷- ۳	۱۸- ۱	۱۹- ۳	۲۰- ۱
۲۱- ۲	۲۲- ۳	۲۳- ۴	۲۴- ۳	۲۵- ۲
۲۶- ۴	۲۷- ۱	۲۸- ۲	۲۹- ۳	۳۰- ۲
۳۱- ۱	۳۲- ۴	۳۳- ۳	۳۴- ۲	۳۵- ۲
۳۶- ۲	۳۷- ۳	۳۸- ۳	۳۹- ۲	۴۰- ۴
۴۱- ۴	۴۲- ۱	۴۳- ۱	۴۴- ۲	۴۵- ۲
۴۶- ۱	۴۷- ۲	۴۸- ۱	۴۹- ۲	۵۰- ۳
۵۱- ۴	۵۲- ۴	۵۳- ۱	۵۴- ۲	۵۵- ۳
۵۶- ۳	۵۷- ۴	۵۸- ۲	۵۹- ۲	۶۰- ۴
۶۱- ۲	۶۲- ۲	۶۳- ۳	۶۴- ۲	۶۵- ۲
۶۶- ۱	۶۷- ۴	۶۸- ۱	۶۹- ۲	۷۰- ۱
۷۱- ۴	۷۲- ۴	۷۳- ۴	۷۴- ۴	۷۵- ۳
۷۶- ۲	۷۷- ۳	۷۸- ۳	۷۹- ۲	۸۰- ۱
۸۱- ۴	۸۲- ۲	۸۳- ۱	۸۴- ۱	۸۵- ۳
۸۶- ۱	۸۷- ۲	۸۸- ۳	۸۹- ۲	۹۰- ۲
۹۱- ۳	۹۲- ۲	۹۳- ۱	۹۴- ۲	