

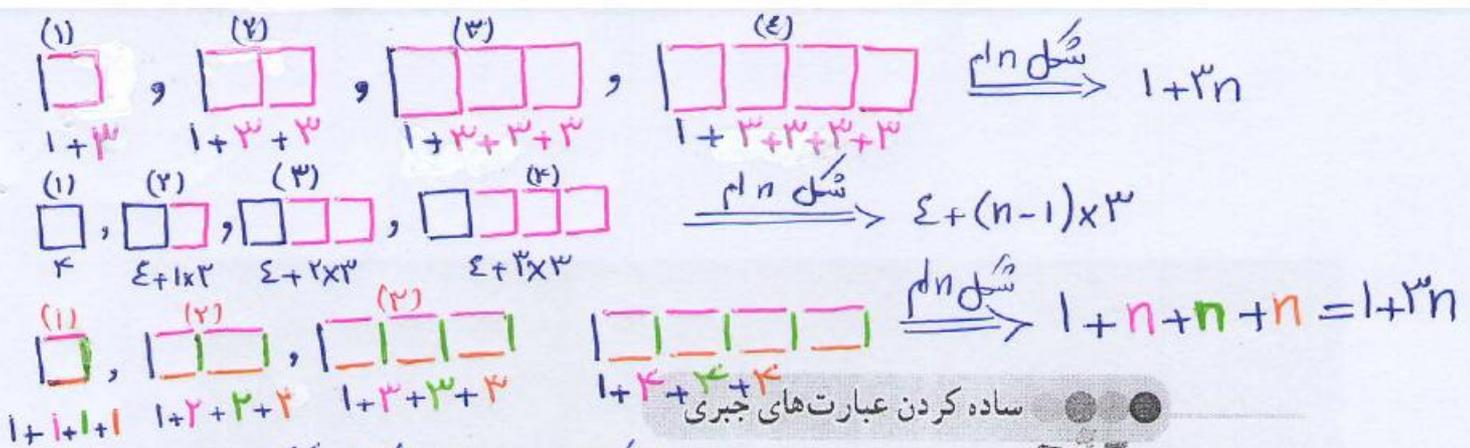
$n^2+1 \leftarrow 2n^2$ $9 = 4 \times 2 + 1$ $9 = 4 \times 2 + 1$ $9 = 4 + 1$ $9 = 1$
 $7 \times (1-n) + 3 \leftarrow 2n^2$ 10 (4) (4) (1)

فصل ۴ جبر و معادله



اگر دو کفه یک ترازو روبه‌روی هم قرار گیرند، می‌گویند ترازو در حال تعادل است. اگر از یک کفه ترازو چیزی را برداریم یا به آن چیزی اضافه کنیم، همین کار را باید در کفه دیگر نیز انجام دهیم تا جبران شود و ترازو در حالت تعادل بماند. کلمه جبر هم خانواده جبران نیز هست و معادله به معنی برقرار ماندن تعادل در دو طرف تساوی است.

$1-1-3 \times 7$ $1-1-2 \times 2$ $1-2 \times 2$ $1+2n^2 = 1+2n-2n^3 = (1-n) - n^2$



فعالیت تبدیل عبارت‌های کلامی به عبارت‌های جبری

۱- در سال گذشته، با درس توان آشنا شدید. عبارت‌های کلامی را به صورت جبری و عبارت‌های جبری را به صورت کلامی بنویسید.

- هر عدد به توان یک، برابر خود عدد می‌شود. $a^1 = a$ ($a \neq 0$)
- یک به توان هر عدد، برابر یک می‌شود. $1^a = 1$
- صفر به توان هر عدد غیر صفر، برابر صفر می‌شود. $0^a = 0$ ($a \neq 0$)
- در ضرب دو عبارت توان دار با پایه‌های مساوی، یک پایه را می‌نویسیم و توان‌ها را با هم جمع می‌کنیم.
- مربع یا مجذور عدد a $\leftarrow a^2$
- $b^a \times c^a = (bc)^a$

۲- الف) در عبارت جبری $2n - 1$ به جای n عددهای طبیعی $(1, 2, 3, \dots)$ قرار دهید و الگوی عددی متناظر را بنویسید.

۱, ۳, ۵, ۷, ۹, ...

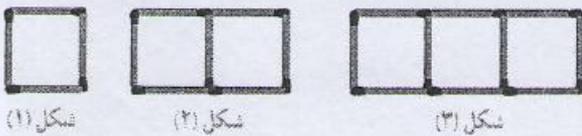
ب) در عبارت جبری $2m + 1$ به جای m عددهای حسابی $(0, 1, 2, 3, \dots)$ قرار دهید و الگوی عددی متناظر را بنویسید.

۱, ۳, ۵, ۷, ۹, ...

معرفی اعداد حسابی

تفاوت در ورودی‌هاست \Rightarrow آیا دو الگوی عددی با هم تفاوت دارند؟ **خیر**، هر دو اعداد فرد طبیعی را سازند (خرد و هر دو عدد طبیعی است و n عدد حسابی است و m عدد حسابی است کبریت ساخته می‌شود؟

۳- شکل‌های زیر با چوب کبریت و با الگویی مشخص ساخته شده‌اند. شکل n ام با چند چوب

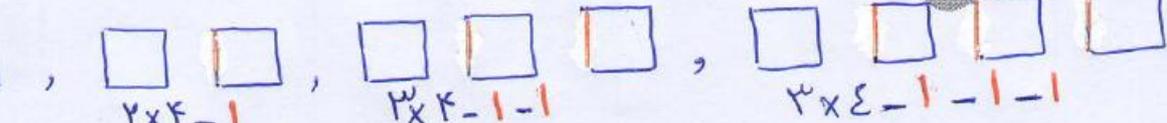


در اینجا پاسخ چهار دانش‌آموز را می‌بینید. توضیح دهید هر کدام از آنها پاسخ خود را چگونه به دست آورده است. سپس مانند نمونه‌ها، شکل‌هایی رسم کنید که روش مانهوش را مشخص کند و بین شکل‌ها و عبارت‌های جبری رابطه برقرار کنید.

- پاسخ مانهوش: $2n + 1$
- پاسخ مانهوش: $4 + (n-1) \times 3$
- پاسخ مانهوش: $1 + n + n + n$
- پاسخ مهتاب: $n + 1 + (n \times 2) \leftarrow 2 + (1 \times 2), 3 + (2 \times 2), 4 + (3 \times 2), 5 + (4 \times 2)$

پاسخ‌های مانهوش، مانهوش و مهتاب را ساده کنید. آیا با پاسخ مانهوش یکی هستند؟ **بله**

آیا شما هم روشی برای شمارش چوب کبریت‌ها و یافتن جمله n ام دارید؟ **بله**



$$4n - (n-1) = 4n - n + 1 = 3n + 1$$

ضلع‌های حذف شده \rightarrow تعداد کبریت‌ها

تعداد کبریت‌ها

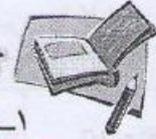
دو جمله، امتشابه گوئیم اگر (۱) قسمت حرفی مثل هم باشد

(۲) توان حروف متناظر مساوی باشد

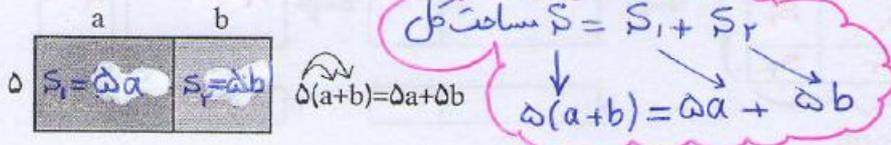
دو جمله $5x^2y$ و $7xy^2$ متشابه نمی باشند

دو جمله $\sqrt{2}y^2z^3x$ و $\frac{3}{5}xy^2z^3$ متشابه نمی باشند

کار در کلاس



۱- در سال گذشته، ضرب یک عدد در پرانتز را با شکل زیر یاد گرفتید.



این تساوی چگونه به کمک شکل به دست آمده است؟ توضیح دهید.

عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

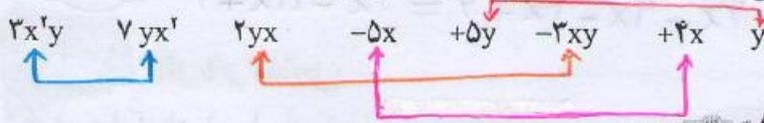
$$2(2x-1) + 2(x+3) = 4x - 2 + 2x + 6 = 6x + 4$$

$$-2(y-1) + 2(1-y) = -2y + 2 + 2 - 2y = -4y + 4$$

$$-(a-b+1) + 2(2a+b-3) = -a + b - 1 + 4a + 2b - 6 = 3a + 3b - 7$$

۲- شما همچنین جمع و تفریق جمله های مشابه (جمله هایی که همه قسمت های حرفی

آنها یکی هستند) را یاد گرفتید. جمله های مشابه را پیدا کنید.



فعالیت



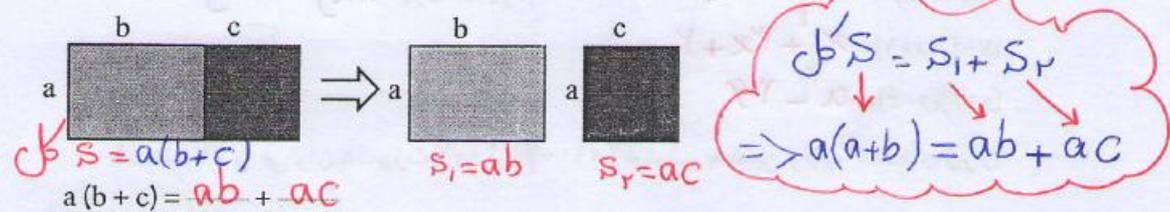
۱- حاصل ضرب دو جمله را مانند نمونه به دست آورید. از کدام قانون ساده کردن

عبارت های توان دار استفاده می کنید؟ توضیح دهید. اگر در ضرب اعداد توان دار پایه ها مساوی باشند یکی از

پایه ها را این نویسیم و سپس $(-3ba)(2a^2b^3) = -6a^3b^4$, $a \times a^2 = a^3$, $b \times b^3 = b^4$

توان ها را جمع می زنیم $2a \times 2b = 4ab$, $-6a \times 2a^2 = -12a^3$, $4ba \times 3b^2 = 12b^3a$

۲- با توجه به شکل و مساوی بودن مساحت ها در دو قسمت، یک تساوی جبری نتیجه بگیرید.



با توجه به نتیجه ای که گرفته اید، ضرب های زیر را انجام دهید.

$$2a(a+b) = 2a^2 + 2ab$$

$$2x(2x-1) = 4x^2 - 2x$$

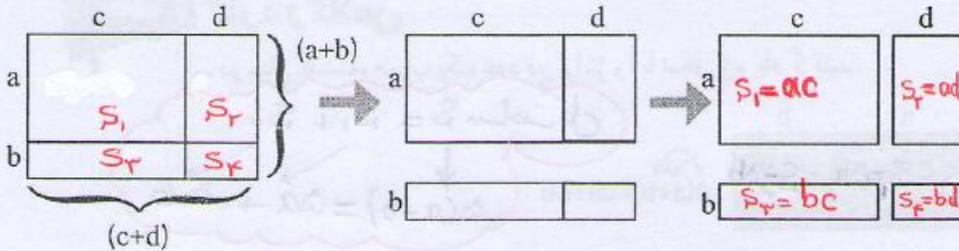
$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 \Rightarrow (a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

مساحت کل

طول \times عرض
مساحت کل

مساحت هر چیز به صورت جداگانه

۳- با توجه به شکل و مساوی بودن مساحت‌ها در دو قسمت، تساوی جبری را کامل کنید.



$$(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

برای یافتن حاصل ضرب دو عبارت جبری، باید جمله‌های دو عبارت را در هم ضرب و سپس

$$(x+y)(x-y) = x^2 - xy + xy - y^2 = x^2 - y^2$$

$$(x-1)(x+1) = x^2 + x - x - 1 = x^2 - 1$$

$$(3x-2)(2x-3) = 6x^2 - 9x - 4x + 6 = 6x^2 - 13x + 6$$

ساده کنید.
اتحاد مزدوج

کار در کلاس

۱- عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$4ax + a^2 + ax = 5ax + a^2$$

$$2ab + b^2 - a^2 - 5ab = -2ab + b^2 - a^2$$

$$2a - 8xy + 2xy = 2a - 6xy$$

$$9x + 7x - 8x - 2 + 11x + 5 = 19x + 3$$

$$5(-2a) = -10a \quad \frac{3}{2}(4b) = 6b$$

$$(-7)(-4x) = +28x \quad (-\frac{4}{5})(2y) = -\frac{8}{5}y$$

$$3a(-5x) = -15ax \quad -\frac{1}{2}a(3b) = -\frac{3ab}{2}$$

$$(-a)(-b) = +ab \quad (-a)(-a) = +a^2$$

$$2x(2a-b) = 4ax - 2bx$$

$$2y(2x-5y) = 4xy - 10y^2$$

$$(x+2)(x+1) = x^2 + 3x + 2$$

$$(a+6)(a-6) = a^2 - 36$$

۲- عدد ۴۷ را می‌توان به صورت $40+7$ یا $4 \times 10 + 7$ نوشت. به همین ترتیب، عددهای زیر را

به صورت گسترده بنویسید.

$$92 = 9 \times 10 + 2$$

$$75 = 7 \times 10 + 5 \quad 33 = 3 \times 10 + 3$$

$$\overline{ab} = 10a + b$$

عدد دورقمی ab را با نماد \overline{ab} نمایش می‌دهیم؛ بنابراین:

بسط اعشاری عدد (اعشار اعشاری)

شماره جمله	۱	۲	۳	...	n
عدد	۱	۴	۹	...	n^2
رابطه	1^2	2^2	3^2	...	n^2

شماره جمله	۱	۲	۳	...	n
عدد	۱	۸	۲۷	...	n^3
رابطه	1^3	2^3	3^3	...	n^3

تمرین ۲

معرفی مقلوب بر عدد



استدلال ریاضی

۱- عدد دو رقمی ab را در نظر بگیرید. عدد ba را مقلوب ab می گویند؛ چون در آن جای رقم ها عوض شده است. مجموع یک عدد و مقلوبش را به صورت گسترده بنویسید و حاصل جمع را ساده کنید.

$$\overline{ab} + \overline{ba} = 10a + b + 10b + a$$

نتیجه: حاصل جمع عدد و مقلوب آن بر ۱۱ بخش پذیر است

↑ توضیح در بالا

$$= 11a + 11b = 11(a+b)$$

۲- جمله n ام هر یک از الگوهای جبری زیر را بنویسید.

$$1, 4, 9, 16, 25, \dots, n^2$$

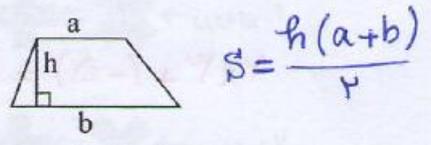
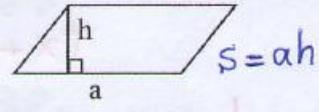
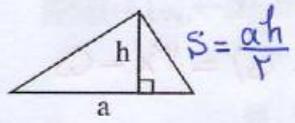
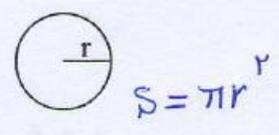
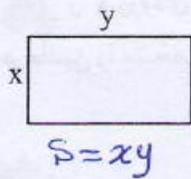
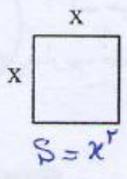
$$1, 8, 27, 64, 125, \dots, n^3$$

۳- عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$(a+3)(a+3) = a^2 + 6a + 9 \quad (a-b)(a-b) = a^2 + b^2 - 2ab \quad (a+3)(a-3) = a^2 - 9$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \quad (x+y)(x+y) = x^2 + 2xy + y^2 \quad (2x-3y)(2x-3y) = 4x^2 - 12xy + 9y^2$$

۴- مساحت هر شکل را با یک عبارت جبری بیان کنید.

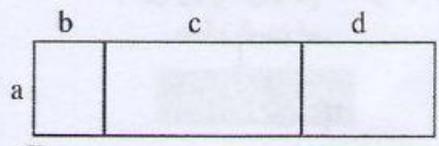


۵- دانش آموزی عبارت های جبری زیر را به صورت نادرست ساده کرده است. اشتباه او را پیدا کنید.

a باید در C نیز ضرب شود $a(b+c) = ab+c$ (الف) $ab+ac$

علامت قرینه (منفی) در y نیز ضرب نمی شود $2x+3y-(2x-y) = 2x+3y-2x-y = 2y$ (ب) $2x+3y-2x+y = 4y$

۶- با توجه به شکل، یک تساوی جبری بنویسید.



$$a(b+c+d) = ab+ac+ad$$

پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری

مفاهیم معادله خط = مفاهیم تابع

فعالیت



۱- ماشین عددساز \times عدد ورودی را در عدد داخل ماشین ضرب می کند.
 ماشین عددساز $+$ عدد ورودی را با عدد داخل ماشین جمع می کند. مانند نمونه، خروجی هر ماشین را مشخص کنید یا عدد داخل ماشین را بنویسید.

7 ورودی \rightarrow \times 3 \rightarrow خروجی: $7 \times (-3) = -21$ a ورودی \rightarrow $+$ 2 \rightarrow خروجی: $a + 2$

4 ورودی \rightarrow \times 5 \rightarrow خروجی: $4 \times 5 = 20$ 0 ورودی \rightarrow $+$ -5 \rightarrow خروجی: $0 + (-5) = -5$

b ورودی \rightarrow \times 2 \rightarrow خروجی: $b \times 2 = 2b$ c ورودی \rightarrow $+$ 0 \rightarrow خروجی: $c + 0 = c$

8 ورودی \rightarrow \times 0 \rightarrow خروجی: 0 13 ورودی \rightarrow $+$ -8 \rightarrow خروجی: 5 $13 + (-8) = 5$
 $8 \times 0 = 0$

۲- خروجی یک ماشین \times را به ورودی یک ماشین $+$ می بندیم و یک ماشین ترکیبی می سازیم. مانند نمونه، خروجی هر ماشین را مشخص کنید.

ترکیب دو ماشین

2 ورودی \rightarrow \times 3 \rightarrow $+$ -5 \rightarrow خروجی: 1 x ورودی \rightarrow \times 3 \rightarrow $+$ -5 \rightarrow خروجی: $3x - 5$
 $2 \times 3 + (-5) = 1$ $3x + (-5) = 3x - 5$

7 ورودی \rightarrow \times -1 \rightarrow $+$ 8 \rightarrow خروجی: 1 x ورودی \rightarrow \times -1 \rightarrow $+$ 8 \rightarrow خروجی: $-x + 8$
 $7 \times (-1) + 8 = -7 + 8 = 1$

5 ورودی \rightarrow \times 10 \rightarrow $+$ 3 \rightarrow خروجی: 53 x ورودی \rightarrow \times 10 \rightarrow $+$ 3 \rightarrow خروجی: $10x + 3$
 $5 \times 10 + 3 = 53$

به این ترتیب، می توانیم عملکرد هر ماشین ترکیبی را به شکل خلاصه، مانند مثال زیر، بنویسیم:

x ورودی \rightarrow \times 7 \rightarrow $+$ 2 \rightarrow خروجی: y

عملکرد ماشین ترکیبی

$y = 7x + 2$

کار در کلاس



۱- عدد x به ماشین‌های زیر وارد و عدد y از آنها خارج می‌شود. با توجه به کاری که

این ماشین‌ها انجام می‌دهند، عددهای خروجی را بنویسید. $3x(-2) - 1 = -7$

$$-2 \rightarrow \boxed{3x-1} \rightarrow -7$$

$$4 \rightarrow \boxed{-2x+1} \rightarrow -2 \times 4 + 1 = -8 + 1 = -7$$

$$0 \rightarrow \boxed{\frac{1}{2}x+1} \rightarrow \frac{1}{2} \times 0 + 1 = 1$$

$$\frac{4}{7} \rightarrow \boxed{-7x+2} \rightarrow -7 \times \frac{4}{7} + 2 = -4 + 2 = -2$$

۲- با توجه به جدول‌های زیر و رابطه x و y ، جاهای خالی جدول‌ها را پر کنید:

x	y
1	4
2	7
5	14

$$y=3x+1$$

x	y
3	15
-2	-10
-4	-20
5	25

$$y=5x$$

x	y
4	-3
-2	-9
7	0
-7	-14

$$y=x-7$$

x	y
4	5
-2	-7
1/5	0
4	5

$$y=2x-3$$

۳- با توجه به عددهای ورودی و خروجی، در هر ردیف کاری را که ماشین

انجام می‌دهد حدس بزنید.

$$3 \rightarrow \boxed{\times 2} \rightarrow 6 \text{ و } -7 \rightarrow \boxed{\times 2} \rightarrow -14 \text{ و } 5 \rightarrow \boxed{\times 2} \rightarrow 10 \quad y=2x$$

$$5 \rightarrow \boxed{+3} \rightarrow 8 \text{ و } 11 \rightarrow \boxed{+3} \rightarrow 14 \text{ و } -4 \rightarrow \boxed{+3} \rightarrow -1 \quad y=x+3$$

شرح استدلال‌های صبری



۱- به عددهای زوج زیر توجه کنید. همان‌طور که می‌بینید، هر عدد زوج را می‌توان

به صورت $2 \times n$ نشان داد.

2	4	6	8	10
↓	↓	↓	↓	↓

$$2 \times 1, 2 \times 2, 2 \times 3, 2 \times 4, 2 \times 5$$

$$n$$

$$\downarrow$$

$$2n$$

نتیجه: هر عدد زوج را می‌توان به صورت $2n$ (عدد طبیعی) نمایش داد

۲- عددهای زوج زیر را به صورت $2n$ (n یک عدد طبیعی باشد) نشان دهید.

$$\begin{array}{ccccc} 44 & 80 & 700 & 10000 & 2000 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 \times 22 & 2 \times 40 & 2 \times 350 & 2 \times 5000 & 2 \times 1000 \end{array}$$

۳- در عبارت های زیر به جای حروف m, k, a و اعداد طبیعی مختلفی قرار دهید. آیا

دارد

پاسخ باز

عددهای حاصل، زوج اند؟ $2m, 2a, 2k, 2n$ هر عدد زوج را می توان به صورت $2a, 2m, 2k$

هر عدد طبیعی را می توان به صورت m, a, k, n اعداد طبیعی باشند

$$\begin{array}{cccccc} 2 \times 5 & 2 \times 7 & 2 \times 10 & 2 \times 15 & 2 \times 100 & 2 \times 500 \\ 10 & 14 & 20 & 30 & 200 & 1000 \end{array}$$

۴- a, b, c را اعداد طبیعی در نظر بگیرید و به سوال های زیر پاسخ دهید:

عدد طبیعی

۴- آیا عبارت $2b$ یک عدد زوج را نشان می دهد؟ **بله**
 آیا عبارت $4c$ یک عدد زوج را نشان می دهد؟ چرا؟ **بله**
 آیا عبارت $2ab$ یک عدد زوج را نشان می دهد؟ چرا؟ **بله**

$4c = 2 \times (2c) \Rightarrow$ **عدد زوج**
 $2ab \Rightarrow$ **عدد زوج**

۵- آیا حاصل ضرب هر دو عدد زوج عددی زوج است؟ **بله**

برای پاسخ دادن به این سوال، ابتدا مانند نمونه چند مثال بزنید.

$$\begin{array}{ccc} 4 \times 2 = 8 & 8 \times 4 = 32 & 10 \times 20 = 200 \\ 30 \times 40 = 1200 & 14 \times 10 = 140 & 8 \times 8 = 64 \end{array}$$

برای اینکه بدون مثال و در حالت کلی اثبات کنیم که جمله بالا درست است، دو عدد زوج را

به صورت $2m$ و $2n$ در نظر می گیریم و حاصل ضرب آنها را می نویسیم.

$2m \times 2n = 2(m \times 2 \times n) \Rightarrow$ **عدد زوج است**

چگونه این تساوی ثابت می کند که حاصل ضرب دو عدد زوج عددی زوج است؟ توضیح دهید.

حاصل ضرب عدد طبیعی در عدد ۲ عدد زوج می سازد

کار در کلاس



مانند سوال ۵ فعالیت بالا، ثابت کنید که حاصل ضرب یک عدد زوج در یک عدد فرد، عددی

زوج است.
 الف) چند مثال بزنید.
 $3 \times 4 = 12$ (زوج فرد) $7 \times 20 = 140$ (زوج فرد)

ب) به صورت جبری ثابت کنید: $2m - 1$ عدد فرد $2n$ = عدد زوج

حاصل ضرب عدد زوج در عدد فرد $= 2n \times (2m - 1)$

$= 2(2nm - n) \Rightarrow$ **زوج است**

عدد طبیعی

حاصل ضرب هر عدد طبیعی در عدد ۲، عددی زوج است

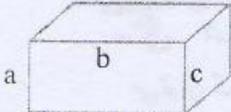
M = جرم جسم و واحد آن در سیستم SI، کیلوگرم است

g = شتاب جاذبه زمین که مقدار آن برابر است با 10 m/s^2 یا 9.8 m/s^2

زمان (بخش زمان)

h = ارتفاع از سطح پتانسیل که واحد آن در سیستم SI، متر باشد

$$U = mgh \Rightarrow U \text{ واحد} = \text{kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \text{m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{Joule}$$



۱- مساحت کل مکعب مستطیل روبه رو

را به صورت جبری بنویسید $S = 2(ab + ac + bc)$

\Rightarrow اگر $a = 2$ و $b = 6$ و $c = 3$ باشند، مساحت کل چقدر می شود؟ $S = 2(12 + 6 + 18) = 72$

۲- مساحت قاعده منشوری 20° و ارتفاع آن ۴ است. حجم این منشور را با نوشتن رابطه

جبری حجم منشورها به دست آورید. واحد مکعب $10 \times 20 = 200 \Rightarrow V = S_{\text{قاعده}} \times h$ ارتفاع

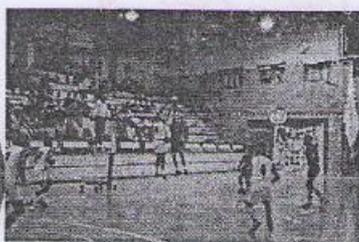
۳- قاعده های دوزنقه ای ۴ و ۷ سانتی متر و ارتفاع آن ۲ سانتی متر است. مساحت این دوزنقه

را پس از نوشتن رابطه جبری مساحت دوزنقه حساب کنید.

$$S = \frac{(a+b)h}{2} = \frac{(4+7) \times 2}{2} = 11$$

۴- آیا $x = 2$ و $x = -2$ پاسخ معادله $x^2 = 4$ هستند؟ چرا؟

۵- طول یک لوله x متر است. طول لوله دیگر y برابر لوله اول است. طول لوله دوم را



به صورت جبری بنویسید. $\text{طول لوله دوم} = yx$

۶- یک زمین والیبال مستطیل شکل، دارای x متر عرض

و $2x$ متر طول است. مساحت این زمین را به صورت جبری نشان

دهید. اگر عرض این زمین ۹ متر باشد، مساحت آن چند متر مربع است؟

$$S = 2x \times x \Rightarrow S = 2x^2$$

۷- در درس علوم یاد می گیرید که انرژی پتانسیل ذخیره شده در یک جسم، از رابطه $U = mgh$

به دست می آید که در آن، U انرژی پتانسیل، m جرم جسم، g شتاب زمین و h ارتفاع جسم است. در صورتی

که جسمی به جرم ۲۵ کیلوگرم تا ارتفاع ۴ متر بالا برود، مقدار انرژی پتانسیل آن را پیدا کنید. (شتاب زمین

را ۱۰ فرض کنید.) $U = 25 \times 10 \times 4 \Rightarrow U = 1000$

۸- با توجه به رابطه x و y، مقدار y را برای x های مختلف پیدا کنید.

x	y
۱	-۲
۰	-۳
۲	-۱
-۱	-۴

$$y = x - 3$$

x	y
۱	-۱
۰	-۱
۲	-۳
-۱	۳

$$y = -2x + 1$$

x	y
۲	۴
-۲	۴
۰	۰
-۱	۱

$$y = x^2$$

توضیح بالای صفحه

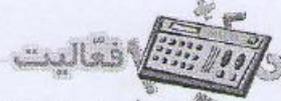
$$\frac{1393 \times 7 + 1393 \times 2}{1393 \times 5 - 1393 \times 2} = \frac{1393(7+2)}{1393(5-2)} = \frac{9}{3} = 3$$

مثال صحیح
کابرد فاکتورگیری

با استفاده از زنجیره تجزیه و تبدیل
بصورت ساده تر آموزش دهید

فاکتورگیری

تجزیه عبارت های جبری



۱- در دوره دبستان یاد گرفتید که با تبدیل صورت و مخارج کسر به ضرب عددها، می توان کسر را ساده کرد.

$$\frac{6}{9} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

کسرهای زیر را مانند نمونه ساده کنید.

$$\frac{12}{18} = \frac{2 \times 2 \times 3}{2 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3} \quad \frac{15}{35} = \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{3}{7}$$

۲- بعضی از عبارت های جبری را نیز می توان به صورت ضرب دو یا چند عبارت نوشت:

$$a(b+c) = ab+ac$$

خاصیت توزیع پذیری

عکس توزیع پذیری را تجزیه کردن یا فاکتورگیری می نامیم *

$$ab + ac = a(b + c)$$

(تبدیل به ضرب) تجزیه کردن

با توجه به تساوی بالا، عبارت ها را به ضرب تبدیل کنید.

$$2ab + 4a^2b^3 = 2ab(1 + 2ab^2)$$

$$x + xy = x(1 + y)$$

$$5ab + 8ac = a(5b + 8c)$$

$$3a + ab = a(3 + b)$$

$$4a^2 + 2ab = 2a(2a + b)$$

$$5ab + 3b = b(5a + 3)$$

۳- برای تجزیه یک عبارت جبری، عامل یا بخش مشترک دو یا چند عبارت را پیدا می کنیم و

بیرون براتز می نویسیم. برای تشخیص قسمت مشترک، می توان عبارت ها را به صورت ضرب نوشت:

$$(6, 9) = 3 \quad (x^2, x^3) = x^2 \quad (y^3, y^2) = y^2$$

پایین

$$6x^2y^2 + 9x^3y^2 = 2 \times 3 \times x \times x \times x \times y \times y + 3 \times 3 \times x \times x \times x \times y \times y$$

$$= 2 \times 3 \times x^2 \times xy^2 + 3 \times 3 \times x^2 \times xy^2 = 3x^2y^2(2y + 3x) = 3x^2y^2(2y + 3x)$$

$$3x^2y^2$$

با توجه به تساوی بالا، عامل مشترک دو جمله عبارت جبری چیست؟

با ضرب کردن چه عبارتی در جمله مشترک، جمله اول عبارت ساخته می شود؟

با ضرب کردن چه عبارتی در جمله مشترک، جمله دوم عبارت ساخته می شود؟

حالا این تساوی را کامل کنید.

$$6x^2y^2 + 9x^3y^2 = 3x^2y^2(2y + 3x)$$

با باز کردن جمله اجازه دهید تا دانش آموز کشف کند چرا درید عبارت

توان کمتر عامل مشترک است

$$6x^2y^2 + 9x^3y^2 = 2 \times 3 \times x \times x \times y \times y + 3 \times 3 \times x \times x \times x \times y \times y$$

$$= 3 \times x \times x \times y \times y (2y + 3x) = 3x^2y^2(2y + 3x)$$

نکته

$(a+b)^3 = a^3b^0 + 3a^2b^1 + 3ab^2 + a^0b^3$ جمع توان در هر جمله برابر ۳ است

$(a+b)^4 = a^4b^0 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + a^0b^4$

$(a+b)^5 = a^5b^0 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + a^0b^5$

$(a+b)^6 = a^6b^0 + 6a^5b^1 + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + a^0b^6$

۱- تفاوت x^2 و $2x$ چیست؟ در x^2 ، x در x ضرب می شود و در $2x$ مقدار x دو برابر می شود

$x^2 = x \times x$ $2x = 2 \times x$

۲- مانند نمونه، طرف دیگر تساوی ها را بنویسید.

$3^2 = 3 \times 3$ $(-5)^2 = -5 \times (-5)$ $a^2 = a \times a$

$\square^2 = \square \times \square$ $\triangle^2 = \triangle \times \triangle$ $(a+b)^2 = (a+b) \times (a+b)$

۳- جدول زیر را برای مقادیر مختلف a و b کامل کنید.

a	۱	۲	۰	۲	-۱
b	۱	۰	-۳	۴	-۲
$(a+b)^2$	$2^2=4$	$2^2=4$	$(-3)^2=9$	$6^2=36$	$(-3)^2=9$
a^2+b^2	$1+1=2$	$4+0=4$	$0+9=9$	$4+16=20$	$1+4=5$

$(a+b)^2 \neq a^2+b^2$

از مقایسه دو ردیف آخر، چه نتیجه ای می گیرید؟

۴- مانند نمونه، عبارت ها را ساده کنید.

$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(x-y)^2 = (x-y)(x-y) = x^2 - 2xy + y^2$

$(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

کارد در کلاس

۱- مانند نمونه، تساوی ها را کامل کنید.

$x^2 = x \times x \times x$ $-x^2 = -x \times x$ $(-x)^2 = (-x) \times (-x)$

$(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$ $(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$ $(x+1)^2 = (x+1)(x+1)$

۲- چرا $ba = ab$ است؟ (از کدام خاصیت ضرب استفاده می شود؟) جایجایی (توضیح بپذیرد)

۳- عبارت زیر را ساده کنید. چون منفر جایجایی دارد

$-(a+b)^2 = -(a+b)(a+b) = -a^2 - 2ab - b^2$

آیا منفی به توان ۲ می رسد؟ چیر چرا؟ چون توان مال $(a+b)$ است

و علامت منفی به توان نمی رسد

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

نکته

$$2n + (2m+1) = 2n + 2m + 1 = 2(n+m) + 1$$

زوج فرد عددی فرد

دو برابر یک عدد طبیعی به علاوه یک یک عدد فرد است

$$(2k+1) + (2t+1) = 2k + 2t + 2 = 2(k+t+1) \Rightarrow \text{مضرب ۲} \Rightarrow \text{زوج است}$$

عدد فرد عدد فرد عددی طبیعی

جواب ۳

تمرین چون عدد فردی را می‌شوند (هر دو جمله)
 ۱- آیا $b-a = -(a-b)$ است؟ چرا؟ بیلیم

- ۲- چرا مجموع دو عدد فرد، عددی زوج می‌شود؟
 ۳- مجموع دو عدد که یکی زوج و دیگری فرد باشد، زوج می‌شود یا فرد؟ چرا؟ فرد
 ۴- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$a^2 + b^2 - (a-b)^2 = +2ab$$

$$(2x-3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$$

۵- با توجه به بیگان‌های رسم شده، عبارت را ساده کنید.

$$(x-1)(x^2+x+1) = x^3 + x^2 + x - x^2 - x - 1 = x^3 - 1$$

- ۶- نشان دهید که تفاضل هر عددی دو رقمی از مقلوبش، مضرب ۹ است.
 ۷- اگر دو براتز زیر را در هم ضرب کنیم، چند جمله خواهیم داشت؟ چرا؟ $3 \times 3 = 9$ جمله ۹

$$(a+b+c)(z+y+x) = az + ay + ax + bz + by + bx + cz + cy + cx$$

خواندنی

خوارزمی

ابو عبدالله محمد بن موسی خوارزمی حدود سال ۱۲۵ هجری قمری در شهر خوارزم (که امروز خیوه نامیده می‌شود) متولد شد. وی یکی از مفاخر علمی ایران و جهان و از بزرگ‌ترین دانشمندان مسلمان در قرن‌های گذشته است.

یکی از آثار خوارزمی کتاب جبر و مقابله است. این کتاب نخستین کتابی است که نام جبر را بر خود دارد و نام جبر به‌عنوان بخشی از ریاضی، از نام این کتاب گرفته شده است. از این نظر، خوارزمی را می‌توان یکی از بنیان‌گذاران علم جبر دانست. امروز جبر به شاخه‌ای مهم از ریاضی گفته می‌شود.

کتاب حساب خوارزمی در قرن دوازدهم هجری به زبان‌های اروپایی ترجمه شد و به «الخوارزمی» یا «الگوریتم» که از نام «الخوارزمی» گرفته شده بود، شهرت یافت. بعدها الگوریتم یا الگوریتم (Algorithm) به معنای فن محاسبه (یعنی حساب) به کار رفت. امروزه الگوریتم به روشی از محاسبه گفته می‌شود که در آن محاسبه مرحله به مرحله انجام می‌گیرد و محاسبه هر مرحله به مراحل قبلی بستگی دارد.

$$\overline{ab} - \overline{ba} = 10a + b - (10b + a)$$

$$= 10a + b - 10b - a$$

$$= 9a - 9b = 9(a-b)$$

مضرب ۹ می‌باشد

مثال ۴

$$92 - 29 = 63 = 9 \times 7$$

$$15 - 51 = -36 = 9 \times (-4)$$

$$72 - 27 = 45 = 9 \times 5$$

معادله

فعالیت



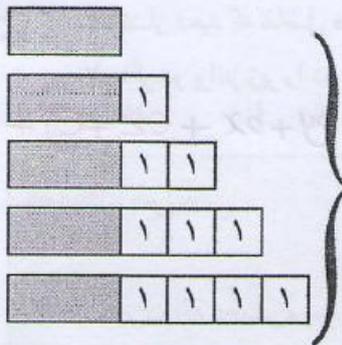
۱- حاصل جمع پنج عدد متوالی طبیعی ۶۵ شده است. عدد وسط چه عددی است؟
چهار دانش آموز این مسئله را با راهبردهای مختلف حل کرده اند. راه حل هر کدام را کامل کنید و توضیح دهید.

راه حل سمیه: راهبرد حدس و آزمایش

عدد اول	عدد دوم	عدد سوم	عدد چهارم	عدد پنجم	حاصل جمع
۵	۶	۷	۸	۹	۳۵
۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۴۵
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۶۵

حدس و بررسی

راه حل فریده: راهبرد رسم شکل



$$۶۵ \rightarrow ۵ \square + ۱۰ = ۶۵$$

$$۶۵ - ۱۰ = ۵۵$$

$$۵۵ \div ۵ = ۱۱$$

راه حل فهیمه: راهبرد روش های نمادین

$$O + (O+1) + (O+2) + (O+3) + (O+4) = 65$$

عدد وسطی را در تساوی بالا مشخص کنید.

$$۵O + ۱۰ = ۶۵ \Rightarrow ۵O = ۶۵ - ۱۰ = ۵۵ \Rightarrow O = ۵۵ \div ۵ = ۱۱$$

راه حل مهدیه: راهبرد تشکیل معادله

$$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + (x+4) = 65$$

$$۵x + ۱۰ = ۶۵$$

$$\Rightarrow ۵x = ۶۵ - ۱۰ = ۵۵ \Rightarrow x = ۱۱$$

راه حل فرشته: راهبرد تشکیل معادله

$$(x-2) + (x-1) + x + (x+1) + (x+2) = 65$$

تفاوت راه حل های فرشته و مهدیه را توضیح دهید.

فرشته عدد وسطی را مجهول گرفته (x) و بقیه اعداد را بر حسب آن نوشته ولی مهدیه عدد اول را مجهول در نظر گرفته (x) و بقیه را بر حسب آن نوشته

است

۲- مهدیه با توجه به آنچه سال گذشته آموخته بود، معادله خود را به صورت زیر حل کرد:

$$\begin{array}{l} 5x+10=65 \\ -10 \\ \hline 5x+10-10=65-10 \\ 5x=55 \\ \times \frac{1}{5} \\ \hline \frac{1}{5} \times 5x = \frac{1}{5} \times 55 \\ x=11 \end{array}$$

از دو طرف معادله را واحد یک منهای کنیم

دو طرف را در عدد $\frac{1}{5}$ ضرب کنیم

معلم راه حل مهدیه را به صورت زیر خلاصه کرد. توضیح دهید در این روش معنی پیکان‌ها چیست؟

$$\begin{array}{l} 5x+10=65 \\ \curvearrowright \\ 5x=65-10 \\ 5x=55 \rightarrow x = \frac{55}{5} = 11 \end{array}$$

۳- با توجه به سؤال بالا، روش حل معادله را توضیح دهید. سپس معادله‌های دیگر را به همین

ترتیب حل کنید.

$$\begin{array}{l} 2x-3=x+5 \\ \Rightarrow 2x-x=5+3 \\ \Rightarrow x=8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2x-1=x-7 \\ \Rightarrow 2x-x=-7+1 \\ \Rightarrow 2x=-6 \\ \Rightarrow x=-3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2(x-1)=3(x+4) \\ 2x-2=3x+12 \\ \Rightarrow -x=14 \\ \Rightarrow x=-14 \end{array}$$

کار در کلاس



معادله‌های زیر را حل کنید.

$$\begin{array}{l} 5(x-2)=8 \\ \Rightarrow 5x-10=8 \\ \Rightarrow 5x=18 \\ \Rightarrow x=3\frac{4}{5} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x+4=16 \\ x=16-4 \\ x=12 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4x-3=2x-1+5x \\ \Rightarrow 4x-7x=3-1=2 \\ \Rightarrow -3x=2 \\ \Rightarrow x=-\frac{2}{3} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1-2x=-(x-1)+2 \\ \Rightarrow 1-2x=-x+1+2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2(x-1)=3(1-x) \\ \Rightarrow 2x-2=3-3x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2x-3(1-x)=0 \\ \Rightarrow 2x-3+3x=0 \end{array}$$

$$\Rightarrow -2x+x=3-1$$

$$\Rightarrow 2x+3x=3+2$$

$$\Rightarrow 5x=3$$

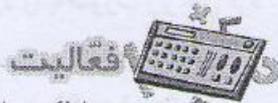
$$\Rightarrow -x=2$$

$$\Rightarrow 5x=5$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\Rightarrow x=-2$$

$$\Rightarrow x=1$$



۱- معادله زیر را دو دانش آموز حل کرده اند. راه حل آنها را توضیح دهید. ویژگی های هر کدام از روش ها را بگویید و در کلاس با یکدیگر در این باره گفت و گو کنید.

راه حل یگانه

راه حل یکتا

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

به دو طرف $\frac{1}{3}$ اضافه کرده

$$\frac{1}{2}x = \frac{5}{6} + \frac{1}{3}$$

$$6 \times \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} \right) = 6 \times \frac{5}{6}$$

دو طرف را در عدد ۶ ضرب کرده

$$\frac{1}{2}x = \frac{7}{6}$$

$$6 \times \frac{1}{2}x - 6 \times \frac{1}{3} = 6 \times \frac{5}{6}$$

انجام ضرب ها و ساده کردن

دو طرف را بر $\frac{1}{2}$ تقسیم کرده

$$x = \frac{\frac{7}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{14}{6}$$

$$3x - 2 = 5$$

$$3x = 7$$

به دو طرف ۲ واحد اضافه کرده

$$x = \frac{7}{3}$$

$$x = \frac{7}{3}$$

چرا یکتا عدد ۶ را برای ضرب کردن انتخاب کرده است؟ کوچک ترین مضرب مشترک این سه عدد است

$$[2, 3, 6] = 6$$

۲- دو دانش آموز کسر $\frac{x+3}{2}$ را به صورت زیر در ۶ ضرب کرده اند. کدام یک اشتباه کرده است؟ اشتباه او را توضیح دهید.

علامت منفی که پشت خط کسری هست کل صورت

را قرینه می کند

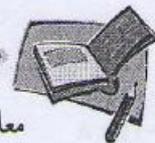
$$6 \times \left(-\frac{x+3}{2} \right) = -3x - 9$$

$$6 \times \left(\frac{-x+3}{2} \right) = -3x + 9$$

درست

نادرست

کار در کلاس



معادله های زیر را حل کنید.

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \xrightarrow{\times 6} 4x - 3 = 1$$

$$\Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow x = 1$$

$$\frac{3}{5}x - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \xrightarrow{\times 20} 12x - 10 = 15 \Rightarrow 12x = 25$$

$$\Rightarrow x = \frac{25}{12}$$

$$\frac{6}{25}x - \frac{4}{15} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\times 75} 18x - 20 = 25$$

$$\Rightarrow -18x - 20 = 25$$

$$\Rightarrow -18x = 45$$

$$\Rightarrow x = \frac{-45}{18} = \frac{-5}{2}$$

$$\frac{x+1}{2} = \frac{x+2}{3} \xrightarrow{\times 6}$$

$$\Rightarrow 3x + 3 = 2x + 4$$

$$\Rightarrow 3x - 2x = 4 - 3$$

$$\Rightarrow x = 1$$

$$(x-1) + x + (x+1) = 27 \Rightarrow x = 9 \Rightarrow \text{عدد کوچکتر} = 8$$

جواب (۴)

$$2x = x + 6 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow \text{برابر} = x$$

جواب (۷)

$$\text{مجموع سه نفر} = x + (x+6) + 2x = 4x+6$$



۱- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$-\frac{3}{8}x + 5 = \frac{1}{6} \Rightarrow x = \frac{114}{9}$$

$$\frac{5}{12}x - \frac{7}{18} = 2 \Rightarrow x = \frac{14}{15}$$

$$4x + \frac{2}{7} = \frac{3}{2}x \Rightarrow x = -\frac{4}{35}$$

$$2x - \frac{2}{3} = 5x + 3 \Rightarrow x = -\frac{11}{9}$$

$$1 - \frac{x+1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{2x-1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = 0$$

$$2(x+5) = 24 \Rightarrow x = 7$$

۲- عرض مستطیلی ۵ سانتی متر و محیط آن ۲۴ سانتی متر است. طول این مستطیل چقدر است؟

$$7x + 4 = 58 \Rightarrow x = \frac{54}{2} = 27$$

۳- حاصل جمع سه عدد متوالی طبیعی ۲۷ شده است. کوچک‌ترین این عددها را پیدا کنید.

$$5x - 3 = 17 \Rightarrow x = 4$$

۴- از پنج برابر عددی ۳ تا کم کردیم؛ عدد ۱۷ به دست آمد. آن عدد چند است؟

۵- اگر مربع عددی به آن عدد اضافه شود، عدد حاصل، ۴۲ خواهد بود. کدام یک از مقادیر زیر می‌تواند مقدار آن عدد باشد؟

$$x^2 + x = 42 \Rightarrow x(x+1) = 42 \Rightarrow x = 6, x = -7$$

الف) ۴۲ ب) ۱۴ ج) -۶ د) -۷ ه) ۵

۶- تعداد کتاب‌های محمد دو برابر تعداد کتاب‌های بهرام است. علی ۶ کتاب بیشتر از بهرام دارد.

اگر بهرام x تا کتاب داشته باشد، یک عبارت جبری بنویسید که مجموع کتاب‌های این سه نفر را نشان دهد.

۸- پدری ۴۵ سال دارد. دو فرزند او ۹ و ۱۴ ساله‌اند. پس از چند سال سن پدر با مجموع سن فرزندان برابر می‌شود؟

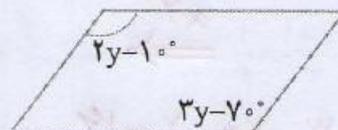
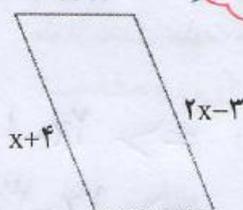
$$45 + x = (9+x) + (14+x) \Rightarrow x = 22$$

۹- در درس علوم یاد گرفتید که کار انجام شده برابر است با مقدار نیرو در اندازه جابه‌جایی.

این رابطه را با تساوی $W = F \cdot d$ نشان می‌دهیم. اگر کار انجام شده ۱۲ و مقدار نیرو ۴ باشد، مقدار جابه‌جایی را حساب کنید.

$$12 = 4 \times d \Rightarrow d = 3$$

۱۰- معادله‌ها را با توجه به شکل‌های زیر حل کنید.



$$x+4 = 2x-3$$

$$\Rightarrow -x = -7$$

$$\Rightarrow x = 7$$

$$2y-10 = 3y-70$$

$$\Rightarrow -y = -60$$

$$\Rightarrow y = 60$$

●●●●● مرور فصل ۴ ●●●●●

مناظر مشابهت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند مطمئن شوید که می‌توانید با جمله‌های خود، آنها را توصیف کنید و برای هر کدام مثالی بزنید.

- جمله‌های مشابه
- معادله
- تجزیه کردن (تبدیل به ضرب)

در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند، یا یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود خلاصه درس را بنویسید.

- تبدیل عبارت جبری به عبارت کلامی و برعکس
- ساده کردن یک عبارت جبری با جمع جمله‌های مشابه
- ضرب جمله در پرانتز
- پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت
- تبدیل یک عبارت به ضرب
- بیان رابطه جبری برای الگوهای مساحت و محیط و ...
- ضرب جمله در جمله
- ضرب پرانتز در پرانتز
- حل معادله‌های کسری

کاربرد

موضوع‌های این فصل علاوه بر کاربردهایی که در ریاضی دارد، به شما در حل مسئله‌های روزمره نیز کمک می‌کند. شما با تشکیل معادله و حل آن می‌توانید مسائل زیادی را حل کنید. به همین ترتیب، می‌توانید در سایر درس‌ها، مثل علوم، نیز از رابطه‌ها و معادله‌های جبری استفاده کنید.

تسری ترکیبی

۱- عبارت جبری زیر را ساده کنید.

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab - (a^2 + b^2 - 2ab) = 4ab = 4 \times (2) \times (-2) = -16$$

مقدار عددی عبارت حاصل را به ازاء $a=2$ و $b=-2$ به دست آورید.

۲- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = \frac{1}{6} \quad \times 6 \Rightarrow$$

$$2x-1 = 3(x-1) \Rightarrow 2x-1 = 3x-3$$

$$\Rightarrow 3x-3-2x-2=1$$

$$\Rightarrow 2x-3x=1-3$$

$$\Rightarrow x-5=1$$

$$\Rightarrow -x=-2$$

$$\Rightarrow x=6$$

$$\Rightarrow x=2$$