

جبر و معادله

۴

فصل



اگر دو کفه یک ترازو رویه روی هم قرار گیرند، می‌گویند ترازو در حال تعادل است. اگر از یک کفه ترازو چیزی را برداریم یا به آن چیزی اضافه کنیم، همین کار را باید در کفه دیگر نیز انجام دهیم تا جبران شود و ترازو در حالت تعادل بماند. کلمه جبر هم خانواده جبران نیز هست و معادله به معنی برقرار ماندن تعادل در دو طرف تساوی است.

دو جمله را هستا باید **کویم** اگر ۱) قسمت حرفی مسلسل هم باشد
۲) توان حروف هستا ناظر مساوی باشد
دو جمله‌ی \sqrt{xy} و $\sqrt{ax^2}$ هستا باید مساوی باشند
دو جمله‌ی $\sqrt[3]{yz^2x}$ و $\sqrt[3]{xy^2z^3}$ هستا باید مساوی باشند

کار در کلاس

۱- در سال گذشته، ضرب یک عدد در پرانتز را با شکل زیر یاد گرفتید.

a	b
$s_1 = \Delta a$	$s_2 = \Delta b$

$$\Delta(a+b) = \Delta a + \Delta b$$

$s = s_1 + s_2$

این تساوی چگونه به کمک شکل به دست آمده است؟ توضیح دهید.

عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$$2(2x-1) + 2(x+3) = 6x - 2 + 2x + 6 = 8x + 4$$

$$-2(y-1) + 3(1-y) = -2y + 2 + 3 - 3y = -5y + 5$$

$$-(a-b+1) + 2(2a+b-3) = -a + b - 1 + 4a + 2b - 6 = 3a + 3b - 7$$

۲- شما همچنین جمع و تفرق جمله‌های متشابه (جمله‌هایی که همه قسمت‌های حرفی

آنها یکی هستند) را یاد گرفتید. جمله‌های متشابه را پیدا کنید.

بالا
نحوه
نمودار



۱- حاصل ضرب دو جمله را مانند نمونه به دست آورید. از کدام قانون ساده کردن عبارت‌های توان دار استفاده می‌کنید؟ توضیح دهید.

$$(-3ba)(2a^2b^3) = -6a^3b^4 \quad a \times a^2 = a^3, \quad b \times b^3 = b^4$$

$$2a \times 3b = 6ab \quad -6a \times 2a^2 = -12a^3 \quad 4ba \times 3b^2 = 12b^3a$$

توان هارا جمع می‌زنیم.

۲- با توجه به شکل و مساوی بودن مساحت‌ها در دو قسمت، یک تساوی جبری نتیجه بگیرید.

b	c
a	

$$s = a(b+c)$$

$$a(b+c) = ab + ac$$

$$\rightarrow a$$

b	
a	

$$s_1 = ab$$

$$\rightarrow a$$

c	
a	

$$s_2 = ac$$

$s = s_1 + s_2$

$$\Rightarrow a(a+b) = ab + ac$$

با توجه به نتیجه‌ای که گرفته‌اید، ضرب‌های زیر را انجام دهید.

$$2a(a+b) = 2a^2 + 2ab$$

$$2x(2x-1) = 4x^2 - 2x$$

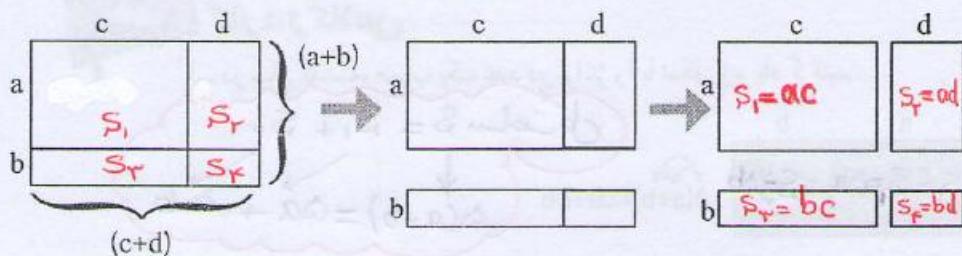


$$S = S_1 + S_r + S_f + S_e \Rightarrow (a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

مساحت کل \times طول \rightarrow مساحت هر چهار گوشه

جدا کاملاً

۳- با توجه به شکل و مساوی بودن مساحت‌ها در دو قسمت، تساوی جبری را کامل کنید.



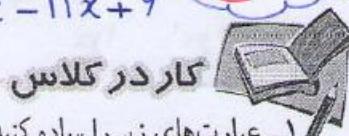
$$(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

برای یافتن حاصل ضرب دو عبارت جبری، باید جمله‌های دو عبارت را درهم ضرب و سپس

$$\begin{aligned} (x+y)(x-y) &= x^2 - xy + xy - y^2 = x^2 - y^2 \\ (x-1)(x+1) &= x^2 + x - x - 1 = x^2 - 1 \\ (3x-2)(2x-3) &= 6x^2 - 9x - 4x + 4 = 6x^2 - 13x + 4 \end{aligned}$$

ساده کنید.
اکاردندوچ



۱- عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$4ax + a^2 + ax = 5ax + a^2$$

$$3ab + b^2 - a^2 - ab = -2ab + b^2 - a^2$$

$$2a - 3xy + 2xy = +2a - 3xy$$

$$9x + 7x - 8x - 3 + 11x + 5 = 19x + 2$$

$$5(-2a) = -10a$$

$$\frac{1}{2}(4b) = 2b$$

$$(-7)(-4x) = +28x$$

$$(-\frac{1}{5})(2y) = -\frac{1}{5}y$$

$$2a(-5x) = -10ax \quad -\frac{1}{2}a(3b) = -\frac{3}{2}ab$$

$$(-a)(-b) = +ab \quad (-a)(-a) = +a^2$$

$$2x(3a-b) = 6ax - 2bx$$

$$3y(2x-5y) = 6xy - 15y^2$$

$$(x+2)(x+1) = x^2 + 3x + 2$$

$$(a+6)(a-6) = a^2 - 36$$

۲- عدد ۴۷ را می‌توان به صورت $40+7$ یا $4\times 10 + 7$ نوشت. به همین ترتیب، عددهای زیر را

به صورت گسترده بنویسید.

$$92 = 9 \times 10 + 2$$

$$75 = 7 \times 10 + 5$$

$$23 = 3 \times 10 + 3$$

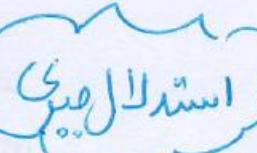
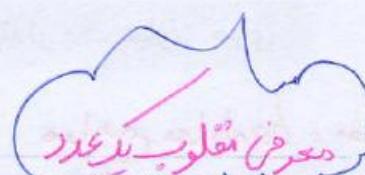
عدد دورقی ab را با نماد \overline{ab} نمایش می‌دهیم؛ بنابراین :

بسط اعشاری عرد (عنایس اعشاری)

نوبت	۱	۲	۳	n
عدد	۱	۴	۹	n^2
رایط	۱	۲۲	۳۲	n^2

نوبت	۱	۲	۳	n
عدد	۱	۸	۲۷	n^3
رایط	۱	۲۳	۳۳	n^3

تمرین ۲



۱- عدد دو رقمی ab را در نظر بگیرید. عدد \overline{ba} را مقلوب \overline{ab} می‌گویند؛ چون در آن جای رقماً عوض شده است. مجموع یک عدد و مقلوبش را به صورت گسترده بنویسید و حاصل جمع را ساده کنید.

$$\begin{aligned} &= 10a + b + 10b + a \\ &\uparrow \quad \text{توضیح در بالا} \\ &= 11a + 11b = 11(a+b) \end{aligned}$$

نتیجه: حاصل جمع هر عدد و مقلوب آن بر 11 برابر است (بر اساس دو قسمی).

۲- جمله n ام هر یک از الگوهای جبری زیر را بنویسید.

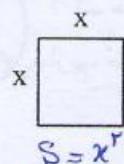
$$1, 4, 9, 16, 25, \dots, n^2, \dots, 1, 8, 27, 64, 125, \dots, n^3$$

۳- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

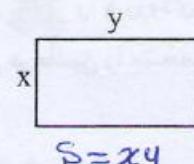
$$(a+3)(a+3) = a^2 + 9a + 9 \quad (a-b)(a-b) = a^2 + b^2 - 2ab \quad (a+3)(a-3) = a^2 - 9$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \quad (x+y)(x+y) = x^2 + 2xy + y^2 \quad (2x-3y)(2x-3y) = 4x^2 - 12xy + 9y^2$$

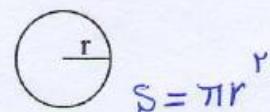
۴- مساحت هر شکل را با یک عبارت جبری بیان کنید.



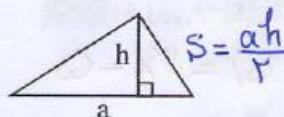
$$S = x^2$$



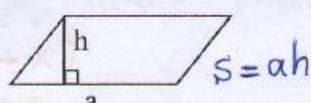
$$S = xy$$



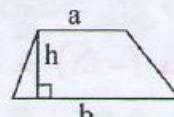
$$S = \pi r^2$$



$$S = \frac{ah}{2}$$



$$S = ah$$



$$S = \frac{h(a+b)}{2}$$

۵- دانش‌آموزی عبارت‌های جبری زیر را به صورت نادرست ساده کرده است. اشتباه او را

پیدا کنید.

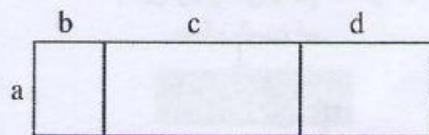
C باید در $a(b+c)$ نباید ضرب شود

$$ab + ac \quad \text{الف}$$

$$2x + 3y - (2x - y) = 2x + 3y - 2x - y = 2y \quad \text{ب) علامت قرینه (منفی) در } -y \text{ نباید ضرب شود}$$

۶- با توجه به شکل، یک تساوی جبری بنویسید.

$$= 4y$$



$$a(b+c+d) = ab + ac + ad$$

پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری

۱- معاهم معادله : معاهم تابع



۱- ماشین عددساز عدد ورودی را در عدد داخل ماشین ضرب می کند.
ماشین عددساز عدد ورودی را با عدد داخل ماشین جمع می کند. مانند نمونه، خروجی هر ماشین را مشخص کنید یا عدد داخل ماشین را بنویسید.

$$7 : \text{خروجی} \rightarrow \begin{array}{c} \times \\ -3 \end{array} \rightarrow \text{ورودی} : a + 4$$

$$4 : \text{خروجی} \rightarrow \begin{array}{c} \times \\ 5 \end{array} \rightarrow \text{ورودی} : 0 + (-5) = -5$$

$$b : \text{خروجی} \rightarrow \begin{array}{c} \times \\ 2 \end{array} \rightarrow \text{ورودی} : c + 0 = C$$

$$0 : \text{خروجی} \rightarrow \begin{array}{c} + \\ 8 \end{array} \rightarrow \text{ورودی} : 13 + (-8) = 5$$

۲- خروجی یک ماشین را به ورودی یک ماشین می بندیم و یک ماشین ترکیبی می سازیم. مانند نمونه، خروجی هر ماشین را مشخص کنید.

ترکیب رو ماشین

$$2 : \text{خروجی} \rightarrow \begin{array}{c} \times \\ 3 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \times \\ -5 \end{array} \rightarrow \text{ورودی} : x + 2 = 3x - 5$$

$$2x + (-5) = 1 \quad 3x + (-5) = 3x - 5$$

$$7 : \text{خروجی} \rightarrow \begin{array}{c} \times \\ -1 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \times \\ 8 \end{array} \rightarrow \text{ورودی} : x - 7 = -x + 8$$

$$7x(-1) + 8 = -7 + 8 = 1$$

$$5 : \text{خروجی} \rightarrow \begin{array}{c} \times \\ 10 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \times \\ 3 \end{array} \rightarrow \text{ورودی} : x + 5 = 10x + 3$$

به این ترتیب، می توانیم عملکرد هر ماشین ترکیبی را به شکل خلاصه، مانند مثال زیر، بنویسیم:

عملکرد ماشین ترکیبی

$$x : \text{ورودی} \rightarrow \begin{array}{c} \times \\ 7 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \times \\ 2 \end{array} \rightarrow y : \text{خروجی}$$

$$y = 7x + 2$$

کار در کلاس



۱- عدد x به ماشین های زیر وارد و عدد y از آنها خارج می شود. با توجه به کاری که

$$3x(-2) - 1 = \text{---} \quad \text{این ماشین ها انجام می دهند، عدد های خروجی را بنویسید.}$$

$$-2 \rightarrow [3x-1] \rightarrow -\text{---} \quad 4 \rightarrow [-2x+1] \rightarrow -2x4+1 = -8+1 = -7$$

$$\circ \rightarrow \left[\frac{1}{2}x+1 \right] \rightarrow \frac{1}{2}x0+1 = 1 \quad \frac{4}{\sqrt{}} \rightarrow [-\sqrt{x}+2] \rightarrow -\sqrt{x}\frac{\Sigma}{\sqrt{}} + 2 = -4+2 = -2$$

۲- با توجه به جدول های زیر و رابطه x و y ، جاهای خالی جدول ها را پر کنید :

x	y
۱	۴
۲	۷
۵	۱۹

$$y=3x+1$$

x	y
۳	۱۵
-۲	-۱۵
-۴	-۲۵

$$y=5x$$

x	y
۴	-۳
-۲	-۹
۰	.

$$y=x-7$$

x	y
-۲	-۷
۱/۵	۰
۴	۵

$$y=2x-3$$

۳- با توجه به عدد های ورودی و خروجی، در هر ردیف کاری را که ماشین

انجام می دهد حدس بزنید.

$$3 \rightarrow [x2] \rightarrow 6-7 \rightarrow [x2] \rightarrow -14 \text{ و } 5 \rightarrow [x2] \rightarrow 1 \circ \quad y = 1x$$

$$5 \rightarrow [+3] \rightarrow 8-11 \rightarrow [+3] \rightarrow 12-4 \rightarrow [+3] \rightarrow -1 \quad y = x+3$$

سروچ استدلالی های صوری



۱- به عدد های زوج زیر توجه کنید. همان طور که می بینید، هر عدد زوج را می توان به صورت $n \times 2$ شان داد.

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & n \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 \times 1 & 2 \times 2 & 2 \times 3, 2 \times 4 & 2 \times 5 & 2 \times 6 & 2n \end{array}$$

نتیجه: هر عدد زوج را می توان به صورت $2n$ (اعداد طبیعی) نمایش داد

۲- عدد های زوج زیر را به صورت n (یک عدد طبیعی باشد) نشان دهید.

$$\begin{array}{ccccc} \text{FF} & \text{A.} & \text{V.} & \text{1.} & \text{Y.} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{YxYY} & \text{YxY0} & \text{YxYQ0} & \text{Yx0000} & \text{Yx1000} \end{array}$$

۳- در عبارت های زیر به جای حروف m و a عده های طبیعی مختلفی قرار دهید. آیا عده های، حاصل، زواید؟ $\frac{m}{2K}$ هر عدد را موج از توان بخواه $2n$ $\frac{m}{2K} + 1$

پاسخ جاواز

عده‌های حاصله از مسکن اسرار

۴- a، b و c را عدد های طبیعی در نظر بگیرید و به سؤال های زیر پاسخ دهید:

مکتبہ

$$r_C = r_X(r_C) \Rightarrow \text{Projekt}$$

— آیا عبارت ۴۵ یک عدد زوج را نشان می دهد؟ چرا؟ پلر

— ایا عبارت $2ab$ یک عدد زوج را نشان می دهد؟ چرا؟ پلم

$\text{fix} = \lambda$

$$1 \times 1 = 1$$

$$I_a \times Y_a = Y_{ab}$$

$$Y_0 \times Y_0 = 1Y_0$$

$$14 \times 10 = 140$$

$$1 \times 1 = 4$$

برای اینکه بدون مثال و در حالت کلی اثبات کیم که جمله بالا درست است، دو عدد زوج را

به صورت $2n$ و $2m$ در تظر می‌گیریم و حاصل ضرب آنها را می‌نویسیم. $\underline{\text{لیل عذر می‌خواهیم}}$

$$Ym \times Yn = Y(\overbrace{m \times n}) \Rightarrow \text{معادل} \rightarrow$$

چگونه این تساوی ثابت می کند که حاصل ضرب دو عدد زوج عددی زوج است؟ توضیح دهید.

حاصل ضریب عدد طبیعی در عدد ۲ بیکار عدد زوج محساً زد



مانند سؤال ۵ فعالیت بالا، ثابت کنید که حاصل ضرب یک عدد زوج در یک عدد فرد، عددی زوج است.

$$4 \times 4 = 16$$

$$V \times Y_0 = I \Sigma_0$$

الف) چند مثال بیزنید.

ب) به صورت جبری ثابت کنید: $m - 1 = 2n$ عدد زوج

$$n \times (m-1)$$

$$\therefore \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$= r \underbrace{(nm-n)}_{\text{in } m} \Rightarrow \text{...}$$

عدد (۱) طبع

حاصل هنری هر عدد صیغی (عدد ۲ عددی) زوج است

M = جرم حجم واحد آن را سیستم نماید، بیلودم است

G = شتاب جاذبه‌ی زمین مقدار آن برابر است با $g = 9.8 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$

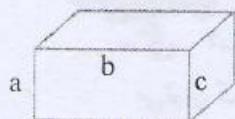
زمان (جذور زمان)

h = ارتفاع از سطح زمین نسبت به واحد آن در سیستم نماید، متر باشد

$$U = mg h \Rightarrow U = \text{Kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \text{m} = \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{Joule}$$



زمان



۱- مساحت کل مکعب مستطیل رو به رو

$$S = 2(ab + ac + bc)$$

$$S = 2(12 + 4 + 18) = 72 \Rightarrow a = 2, b = 6, c = 3 \text{ باشند، مساحت کل چقدر می‌شود؟}$$

۲- مساحت قاعده منشوری ۲۰ و ارتفاع آن ۴ است. حجم این منشور را با نوشتند رابطه

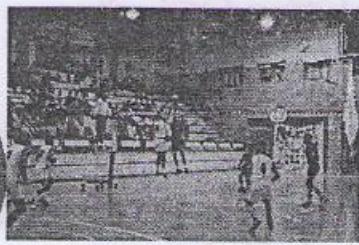
$$V = S_{\text{قاعده}} \times h \Rightarrow V = 20 \times 4 = 80$$

۳- قاعده‌های ذوزنقه‌ای ۴ و ۷ سانتی‌متر و ارتفاع آن ۲ سانتی‌متر است. مساحت این ذوزنقه

را پس از نوشتند رابطه جبری مساحت ذوزنقه حساب کنید.

$$S = \frac{(a+b)h}{2} = \frac{(4+7) \times 2}{2} = 11 \quad \leftarrow \text{آیا } 2x = -2 \text{ پاسخ معادله } 4x = 4 \text{ هستند؟ چرا؟ بیلدم}$$

۴- طول یک لوله x متر است. طول لوله دیگر y برابر لوله اول است. طول لوله دوم را



به صورت جبری بنویسید.

۵- یک زمین والیبال مستطیل شکل، دارای x متر عرض

و 2x متر طول است. مساحت این زمین را به صورت جبری نشان

دهید. اگر عرض این زمین 9 متر باشد، مساحت آن چند متر مربع است؟

$$S = 2x \times x \Rightarrow S = 2x^2$$

۶- در درس علوم یاد می‌گیرید که انرژی پتانسیل ذخیره شده در یک جسم، از رابطه $U = mg$

بدست می‌آید که در آن، U انرژی پتانسیل، m جرم جسم، g شتاب زمین و h ارتفاع جسم است. در صورتی

که جسمی به جرم 25 کیلوگرم تا ارتفاع 4 متر بالا برود، مقدار انرژی پتانسیل آن را پیدا کنید. (شتاب زمین

$$U = 25 \times 10 \times 4 = 1000 \quad \rightarrow \text{را ۱۰ فرض کنید.)}$$

۷- با توجه به رابطه x و y، مقدار y را برای x های مختلف پیدا کنید. **ارتفاع** \rightarrow **جرم**

x	y
1	-2
0	-3
2	-1
-1	-4

$$y = x - 3$$

x	y
1	-1
0	1
2	-3
-1	3

$$y = -2x + 1$$

x	y
2	4
-2	4
0	0
-1	1

$$y = x^2$$

۸۱

لوضیح
مالایی محیمن

$$(x^2 + y^2)^2 = x^4 + 2x^2y^2 + y^4 =$$

$$\frac{1393 \times 7 + 1393 \times 2}{1393 \times 5 - 1393 \times 2} = \frac{1393(7+2)}{1393(5-2)} = \frac{9}{3} = 3$$

مثال سه
کاپیو فالکنری

با استفاده از رنگ تجزیه و تبدیل
بعض رسانه های اموزش دهد



۱- در دوره دبستان یاد گرفتید که با تبدیل صورت و مخرج کسر به ضرب عددها، می توان کسر را ساده کرد.

$$\frac{6}{9} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

کسرهای زیر را مانند نمونه ساده کنید.

$$\frac{12}{18} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 3}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 3} = \frac{2}{3} \quad \frac{15}{35} = \frac{3 \times \cancel{5}}{7 \times \cancel{5}} = \frac{3}{7}$$

۲- بعضی از عبارت های جبری را نیز می توان به صورت ضرب دو یا چند عبارت نوشت:

$$a(b+c) = ab+ac$$

خاصیت توزیع پذیری
☆ علّس توزیع پذیری! تجزیه کردن با فالکنری هم مامیم

$$ab + ac = a(b + c)$$

(تبدیل به ضرب) تجزیه کردن

با توجه به تساوی بالا، عبارت ها را به ضرب تبدیل کنید.

$$2ab + 4a^2b^3 = 2ab(1 + 2ab^2)$$

$$x + xy = x(1 + y)$$

$$5ab + 8ac = a(5b + 8c)$$

$$3a + ab = a(3 + b)$$

$$4a^2 + 2ab = 2a(2a + b)$$

$$5ab + 3b = b(5a + 3)$$

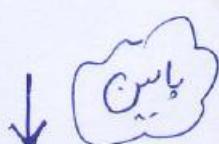
۳- برای تجزیه یک عبارت جبری، عامل با بخش مشترک دو یا چند عبارت را پیدا می کنیم و

بیرون پرانتز می نویسیم. برای تشخیص قسمت مشترک، می توان عبارت ها را به صورت ضرب نوشت:

$$(4, 9) = 3 \quad (x^2, x^3) = x^2 \quad (y^2, y^3) = y^2$$

$$6x^3y^2 + 9x^2y^3 = 2 \times 3 \times x \times x \times x \times y \times y \times y + 3 \times 3 \times x \times x \times x \times y \times y \times y$$

$$= 2 \times 3 \times x^2 \times xy^2 \times y + 3 \times 3 \times x^2 \times xy^3 \times x = 3x^2y^2(2y + 3x) = 3x^2y^2(2y + 3x)$$



با توجه به تساوی بالا، عامل مشترک دو جمله عبارت جبری چیست؟

$2y$ با ضرب کردن چه عبارتی در جمله مشترک، جمله اول عبارت ساخته می شود؟

$3x$ با ضرب کردن چه عبارتی در جمله مشترک، جمله دوم عبارت ساخته می شود؟

$6x^3y^2 + 9x^2y^3 = 3xy^2(2y + 3x)$ حالا این تساوی را کامل کنید.

با بازگردن جملات اجازه دهید تا راسخ اموز لست کند چرا درید عبارت

توان چند عامل مشترک است



$$6x^3y^2 + 9x^2y^3 = 2x^3 \times x \times x \times y \times y \times y + 3 \times 3 \times x \times x \times x \times x \times y \times y \\ = 3x \times x \times y \times y (2y + 3x) = 3x^2y^2(2y + 3x)$$

$$ab + ac = ab + ac = a(b+c) , ab - ac = ab - ac = a(b-c)$$

$$\Delta ab + \gamma abc = \Delta ab + \gamma abc = ab(a+\gamma c)$$

$$\gamma ab + \gamma a^2 = \gamma x \gamma ab + \gamma a^2 = \gamma a(\gamma b + a)$$

$$\gamma x^2y + \gamma xy^2 = \gamma x \gamma xy + \gamma x \gamma yy = \gamma xy(\gamma x + \gamma y)$$

$$\gamma x^2y^2 - \gamma xy^2 = \gamma x \gamma xy^2 - \gamma xy^2 = \gamma xy(\gamma xy - 1)$$

۴- با توجه به سؤال بالا، عبارت‌های جبری زیر را تجزیه کنید.

$$ab + ac = a(b+c)$$

$$ab - ac = a(b-c)$$

بالا

$$\Delta ab + \gamma abc = ab(\Delta + \gamma c)$$

$$\gamma ab + \gamma a^2 = \gamma a(\gamma b + a)$$

$$\gamma x^2y + \gamma xy^2 = \gamma xy(\gamma x + \gamma y)$$

$$\gamma x^2y^2 - \gamma xy^2 = \gamma xy(\gamma xy - 1)$$

۵- ابتدا صورت و مخرج کسر را به ضرب دو عبارت تجزیه و سپس آن را ساده کنید.

$$\frac{ab + ac}{ab - ac} = \frac{a(b+c)}{a(b-c)} \quad (a \neq 0, b \neq c)$$

$$\frac{a^2 - a}{ab - b} = \frac{a(a-1)}{b(a-1)} = \frac{a}{b} \quad (a \neq 1, b \neq 0)$$

$$= \frac{b+c}{b-c}$$

کار در کلاس



توضیحات پاسین

۱- عبارت‌های زیر را به ضرب تبدیل کنید

$$x \times \gamma^a - y \times \gamma^a = \gamma^a(x-y)$$

$$\gamma 2xy^3 - \gamma 5x^2y^2 = \gamma xy^2(4y - \Delta x)$$

$$\gamma x^2y^2 - \gamma x^2z^2 = \gamma x(\gamma y^2 - \gamma z^2)$$

$$-a^2 + \gamma a^3 = \gamma^2(-1 + \gamma a)$$

۲- با تبدیل به ضرب، صورت و مخرج کسر را ساده کنید. (a ≠ b, ab ≠ 0)

$$\frac{a^2b - ab^2}{a^2b^2 - a^2b^2} = \frac{ab(a-b)}{a^2b^2(a-b)} = \frac{1}{ab}$$

۳- آیا تساوی $(a+b)(a-b) = -(a+b)$ همواره برقرار است؟ پلر

۴- چرا مجموع دو عدد زوج، عددی زوج می‌شود؟

$2n$

: عدد زوج دیگر

$$2n + 2m = 2(n+m) \Rightarrow \text{زوج است}$$

عنصر طبیعی

خواندنی

خوارزمی در کتاب جبر و مقابله خود برای عده‌های علامت‌دار اصطلاحاتی به کار برده است. برای مثال

۵- را «بنج ناقص» و ۶- را «بنج زاید» خوانده است. با اینکه در زمان خوارزمی کاربرد حروف متداول

نبوده است، او در حل معادله‌های جبری، مجھول را «شبیه» و مجذور مجھول را «مال» نامیده است.

سؤال ۱

۷) $x \times \gamma^a - y \times \gamma^a = \gamma^a(x-y)$

$$\gamma 2xy^3 - \gamma 5x^2y^2 = \gamma x \gamma xy^2 - \gamma \Delta x \gamma xy^2 = \gamma xy^2(4y - \Delta x)$$

$$\gamma x^2y - \gamma x^2z = \gamma x^2y - \gamma x^2z = \gamma x(\gamma y - \gamma z)$$

$$-a^2 + \gamma a^3 = (-1) \times a^2 + \gamma a^2 \times a = a^2(-1 + \gamma a)$$

جمع توان در جمله برابر است

$$(a+b)^3 = a^3 b + 3a^2 b^1 + 3ab^2 + a^0 b^3$$

$$(a+b)^4 = a^4 b + 4a^3 b^1 + 6a^2 b^2 + 4a^1 b^3 + a^0 b^4$$

$$(a+b)^5 = a^5 b + 5a^4 b^1 + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5a^1 b^4 + a^0 b^5$$

$$(a+b)^6 = a^6 b + 6a^5 b^1 + 15a^4 b^2 + 20a^3 b^3 + 15a^2 b^4 + 6a^1 b^5 + a^0 b^6$$

۱- تفاوت x^3 و x^2 چیست؟ در x^3 ، x را ضرب می‌سود و در x^2 مقدار x دوباره سود

$$x^3 = x \times x \times x$$

$$x^2 = x \times x$$

۲- مانند نمونه، طرف دیگر تساوی‌ها را بنویسید.

$$3^3 = 3 \times 3$$

$$(-5)^3 = -5 \times (-5)$$

$$a^3 = a \times a \times a$$

$$\square^3 = \square \times \square \times \square$$

$$\triangle^3 = \triangle \times \triangle \times \triangle$$

$$(a+b)^3 = (a+b) \times (a+b) \times (a+b)$$

۳- جدول زیر را برای مقدارهای مختلف a و b کامل کنید.

a	۱	۲	۰	۲	-۱
b	۱	۰	-۳	۴	-۲
$(a+b)^3$	$1^3 = 1$	$2^3 = 8$	$(-3)^3 = -27$	$4^3 = 64$	$(-1)^3 = -1$
$a^3 + b^3$	$1+1=2$	$2+0=2$	$0+(-3)=-3$	$4+4=8$	$1+(-2)=-1$

$$(a+b)^3 \neq a^3 + b^3$$

از مقایسه دو ردیف آخر، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۴- مانند نمونه، عبارت‌ها را ساده کنید.

$$(a+b)^3 = (a+b)(a+b) = a^3 + ab + ab + b^3 = a^3 + 2ab + b^3$$

$$(x-y)^3 = (x-y)(x-y) = x^3 - 3xy + y^3$$

$$(2x+1)^3 = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$$

کار در کلاس

۱- مانند نمونه، تساوی‌ها را کامل کنید.

$$x^5 = x \times x \times x \times x$$

$$-x^3 = -x \times x \times x$$

$$(-x)^3 = (-x) \times (-x) \times (-x)$$

$$(a-b)^3 = (a-b)(a-b)(a-b) \quad (a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b) \quad (x+1)^3 = (x+1)(x+1)(x+1)$$

۲- چرا $ba = ab$ است؟ (از کدام خاصیت ضرب استفاده می‌شود؟) جوابی این (اعرض پذیری)

۳- عبارت زیر را ساده کنید.

$$-(a+b)^3 = - (a+b)(a+b)(a+b) = -a^3 - 3ab^2 - b^3$$

آیا منفی به توان ۲ می‌رسد؟ پیش‌چرا؟ چون توان مال $(a+b)$ است

و علامت منفی به توان نمی‌رسد

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3$$



سؤال ۲

$$2n + (2m+1) = 2n + 2m + 1 = \underbrace{2(n+m)}_{\text{فرد}} + 1$$

فرد زوج

عدی فرد

دوباره بی د عدی صیغی به علاوه بی د عدی فرد است

$$(2k+1) + (2t+1) = 2k + 2t + 2 = \underbrace{2(k+t+1)}_{\text{عدد فرد}} \Rightarrow \text{مفرد} - 2$$

عدد فرد

عدی طبیعی

زوج است

حوالہ ۳

تمرین چن هر عدد قرینه سوند (هر دو جمله)

$$-(a-b) = -a+b$$

۱- آیا $b-a = -(a-b)$ است؟ چرا؟ پلر

زوج = فرد + فرد

۲- چرا مجموع دو عدد فرد، عددی زوج می شود؟

۳- مجموع دو عدد که یکی زوج و دیگری فرد باشد، زوج می شود یا فرد؟ چرا؟ فرد

بالا



$$(a+3)^2 = a^2 + 9a + 9$$

$$(x+7)(x-7) = x^2 - 49$$

$$a^2 + b^2 - (a-b)^2 = + 2ab$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$(2x-3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$$

۵- با توجه به پیکان‌های رسم شده، عبارت را ساده کنید.

$$(x-1)(x^2+x+1) = x^3 + x^2 + x - x^2 - x - 1 = x^3 - 1$$

۶- نشان دهید که تفاضل هر عدد دو رقمی از مقلوبش، مضرب ۹ است.

۷- اگر دو برانت زیر را در هم ضرب کنیم، چند جمله خواهیم داشت؟ چرا؟ ۹ جمله

$$(a+b+c)(z+y+x) = az + ay + ax + bz + by + bx + cz + cy + cx$$

۳ جمله ۳ جمله

خواندنی

خوارزمی

ابوعبدالله محمد بن موسی خوارزمی حدود سال ۱۳۵ هجری قمری در شهر خوارزم (که امروز خیوه نامیده می شود) متولد شد. وی یکی از مقاشر علمی ایران و جهان و از بزرگ‌ترین داشمندان مسلمان در قرن‌های گذشته است.

یکی از آثار خوارزمی کتاب جبر و مقابله است. این کتاب نخستین کتابی است که نام جبر را بر خود دارد و نام جبر به عنوان بخشی از ریاضی، از نام این کتاب گرفته شده است. از این نظر، خوارزمی را می‌توان یکی از بنیان‌گذاران علم جبر دانست. امروز جبر به شاخه‌ای مهم از ریاضی گفته می‌شود.

کتاب حساب خوارزمی در قرن دوازدهم هجری به زبان‌های اروپایی ترجمه شد و به «الخوریسمی» یا «الگوریسمی» که از نام «الخوارزمی» گرفته شده بود، شهرت یافت. بعد از الگوریسم بالا (Algorithm) به معنای فن محاسبه (یعنی حساب) به کار رفت. امروزه الگوریتم به روشنی از محاسبه گفته می‌شود که در آن محاسبه مرحله به مرحله انجام می‌گیرد و محاسبه هر مرحله به مرحله قبلی بستگی دارد.

$$\bar{ab} - \bar{ba} = 10a + b - (10b + a)$$

$$= 10a + b - 10b - a$$

$$= 9a - 9b = 9(a-b)$$

مضرب ۹ می‌باشد

مثال

۴

$$92 - 29 = 43 = 9 \times 1$$

$$15 - 51 = 24 = 9 \times 3$$

$$74 - 27 = 47 = 9 \times 5$$

معادله



۱- حاصل جمع پنج عدد متولی طبیعی ۶۵ شده است. عدد وسط چه عددی است؟
چهار دانشآموز این مسئله را با راهبردهای مختلف حل کرده‌اند. راه حل هر کدام را کامل کنید و توضیح دهید.

راه حل سمیه: راهبرد حدس و آزمایش

عدد اول	عدد دوم	عدد سوم	عدد چهارم	عدد پنجم	حاصل جمع
۵	۶	۷	۸	۹	۲۵
۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۴۵
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۶۵

حکایت

راه حل فریده: راهبرد رسم شکل

$$95 - 10 = 85$$

$$85 \div 5 = 11$$

$$65 \rightarrow 5\square + 10 = 65$$

راه حل فهیمه: راهبرد روش‌های نمادین

$$\bigcirc + (\bigcirc + 1) + (\bigcirc + 2) + (\bigcirc + 3) + (\bigcirc + 4) = 65$$

$$5\bigcirc + 10 = 65 \quad \text{عدد وسطی را در تساوی بالا مشخص کنید.}$$

$$5\bigcirc = 65 - 10 = 55 \Rightarrow \bigcirc = 55 \div 5 = 11$$

راه حل مهدیه: راهبرد تشکیل معادله

$$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + (x+4) = 65$$

$$5x + 10 = 65 \Rightarrow 5x = 65 - 10 = 55 \Rightarrow x = 11$$

راه حل فرشته: راهبرد تشکیل معادله

$$(x-2) + (x-1) + x + (x+1) + (x+2) = 65$$

تفاوت راه حل‌های فرشته و مهدیه را توضیح دهید.

فرشته عدد وسط را محجول گرفته (x) و بقیه اعداد را بر حسب آن نوشته

و کی محمد عدد اول را محجول در نظر گرفته (x) و بقیه را بر حسب آن نوشته

است

۲- مهدیه با توجه به آنچه سال گذشته آموخته بود، معادله خود را به صورت زیر حل کرد:

$$\begin{aligned} 5x+10 &= 65 \\ -10 &\downarrow \\ 5x+10-10 &= 65-10 \\ \times \frac{1}{5} &\downarrow \\ \frac{1}{5} \times 5x &= \frac{1}{5} \times 55 \\ x &= 11 \end{aligned}$$

از دو طرف معادله ۱۰ واحد بحذف
دو طرف را بر عد ۱۰ ضرب نمایم

علم راه حل مهدیه را به صورت زیر خلاصه کرد. توضیح دهید در این روش معنی پیکان‌ها

$$5x+10 = 65 \quad ?$$

$$5x = 65 - 10$$

$$5x = 55 \rightarrow x = \frac{55}{5} = 11$$

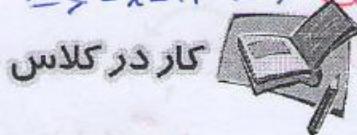
۳- با توجه به سؤال بالا، روش حل معادله را توضیح دهید. سپس معادله‌های دیگر را به همین

ترتیب حل کنید.

$$\begin{aligned} 2x-3 &= x+5 \\ \Rightarrow 2x-x &= 5+3 \\ \Rightarrow x &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x-1 &= x-7 \\ \Rightarrow 3x-x &= -7+1 \\ \Rightarrow 2x &= -6 \\ \Rightarrow x &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(x-1) &= 3(x+4) \\ 2x-2 &= 3x+12 \\ \Rightarrow -x &= 14 \Rightarrow x = -14 \end{aligned}$$



معادله‌های زیر را حل کنید.

$$\begin{aligned} 5(x-2) &= 8 \\ \Rightarrow 5x-10 &= 8 \\ \Rightarrow 5x &= 18 \Rightarrow x = \frac{18}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1-2x &= -(x-1)+2 \\ \Rightarrow 1-2x &= -x+1+2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow -2x+x &= 2-1 \\ \Rightarrow -x &= 1 \\ \Rightarrow x &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+4 &= 16 \\ x &= 16-4 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

$$2(x-1) = 3(1-x)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2x-2 &= 3-3x \\ \Rightarrow 2x+3x &= 3+2 \\ \Rightarrow 5x &= 5 \\ \Rightarrow x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x-3 &= 2x-1+5x \Rightarrow 4x-3 = 7x-1 \\ \Rightarrow 4x-7x &= 3-1 = 2 \\ \Rightarrow -3x &= 2 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x-3(1-x) &= 0 \\ \Rightarrow 2x-3+3x &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 5x &= 3 \\ \Rightarrow x &= \frac{3}{5} = 0.6 \end{aligned}$$

فعالیت



۱- معادله زیر را دو داش آموز حل کرده اند. راه حل آنها را توضیح دهید. ویژگی های

هر کدام از روش هارا بگویید و در کلاس با یکدیگر در این باره گفت و گو کنید.

راه حل یکانه

راه حل یکتا

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{5}{6} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{7}{6}$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

$$6 \times \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} \right) = 6 \times \frac{5}{6}$$

$$6 \times \frac{1}{2}x - 6 \times \frac{1}{3} = 6 \times \frac{5}{6}$$

دو طرف را بر عدد ۶ ضرب کرد

اخام صورها و سانه ها

$$x = \frac{\frac{7}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{14}{6}$$

$$x = \frac{7}{3}$$

$$3x - 2 = 0$$

$$3x = 2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

دو طرف ۲ واحد اضافه کرد

دو طرف را بر $\frac{1}{2}$ تقسیم کرد

چرا یک عدد ۶ را برای ضرب کردن انتخاب کرده است؟ $\frac{1}{2}$ جمله ترین مقرب مُستَر ک این سه عدد راست

۲- دو داش آموز کسر $\frac{x+3}{2}$ را به صورت زیر در ۴ ضرب کرده اند. کدام یک اشتباه کرده است؟ اشتباه او را توضیح دهید. عالیت سقرمه سیستم خط اکسی هست کل صورت

$$6 \times \left(-\frac{x+3}{2} \right) = -3x - 9$$

درست

$$6 \times \left(-\frac{x+3}{2} \right) = -3x + 9$$

نادرست



کار در کلاس

معادله های زیر را حل کنید.

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \xrightarrow{\times 4} 4x - 3 = 1$$

$$\Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow x = 1$$

$$-\frac{6}{25}x - \frac{4}{15} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\times 75}$$

$$\Rightarrow -18x - 20 = 25$$

$$\Rightarrow -18x = 45$$

$$\Rightarrow x = \frac{-45}{18} = -\frac{5}{2}$$

$$\frac{3}{5}x - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \xrightarrow{\times 20} 12x - 10 = 15 \Rightarrow 12x = 25$$

$$\Rightarrow x = \frac{25}{12}$$

$$\frac{x+1}{2} = \frac{x+2}{3} \xrightarrow{\times 6}$$

$$\Rightarrow 3x + 3 = 2x + 4$$

$$\Rightarrow x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = 4$$

$$(x-1) + x + (x+1) = 27 \Rightarrow x = 9 \Rightarrow \text{عدد کوچکتر} = 8$$

جواب ۱۲

$$x = x + 4 \Rightarrow x = 2x \\ x + (x+4) + 2x = 4x + 4$$

جواب ۱۳

تمرین



۱- معادله های زیر را حل کنید.

$$-\frac{3}{8}x + 5 = \frac{1}{6} \Rightarrow x = \frac{114}{9}$$

$$\frac{5}{12}x - \frac{7}{18} = 2 \Rightarrow x = \frac{18}{10}$$

$$4x + \frac{2}{7} = \frac{3}{2}x \Rightarrow x = -\frac{4}{5}$$

$$2x - \frac{2}{3} = 5x + 3 \Rightarrow x = -\frac{11}{9}$$

$$1 - \frac{x+1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{2x-1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = 0$$

$$2(x+5) = 24 \Rightarrow x = 7$$

۲- عرض مستطیلی ۵ سانتی متر و محیط آن ۲۴ سانتی متر است. طول این مستطیل چقدر است؟

$$7x + 4 = 24 \Rightarrow x = 4$$

$$4- حاصل جمع سه عدد متالی طبیعی ۲۷ شده است. کوچک ترین این عددهارا پیدا کنید.$$

$$5- از پنج برابر عددی ۳ تا کم کردیم؛ عدد ۱۷ به دست آمد. آن عدد چند است؟ \Rightarrow x = 8$$

۶- اگر مربع عددی به آن عدد اضافه شود، عدد حاصل، ۴۲ خواهد بود. کدام یک از مقادیر

$$z \in \{5, 6, 7, 8, 9, 10\} \text{ می تواند مقدار آن عدد باشد؟} \Rightarrow x = 9, z = 42 \Rightarrow x(x+1)(x+2)(x+3) = 42$$

۷- تعداد کتاب های محمد دو برابر تعداد کتاب های بهرام است. علی ۶ کتاب بیشتر از بهرام دارد.

اگر بهرام x تا کتاب داشته باشد، یک عبارت جبری بنویسید که مجموع کتاب های این سه نفر را نشان دهد.

۸- پدری ۴۵ سال دارد. دو فرزند او ۹ و ۱۴ ساله اند. پس از چند سال سن پدر با مجموع

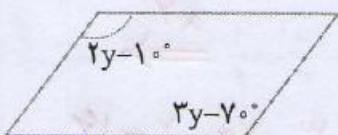
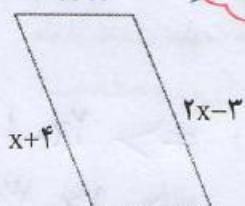
$$45+x = (9+x)+(14+x) \Rightarrow x = 22 \text{ سن فرزندانش برابر می شود؟}$$

۹- در درس علوم یاد گرفتید که کار انجام شده برابر است با مقدار نیرو در اندازه جابه جایی.

این رابطه را با تساوی $F \cdot d = W$ نشان می دهیم. اگر کار انجام شده ۱۲ و مقدار نیرو ۴ باشد، مقدار جابه جایی را حساب کنید.

$$12 = 4 \times d \Rightarrow d = 3$$

۱۰- معادله ها را با توجه به شکل های زیر حل کنید.



$$x+4 = 2x-3$$

$$2y-1 = 3y-70$$

$$\Rightarrow -x = -7$$

$$\Rightarrow -y = -69$$

$$\Rightarrow x = 7$$

$$\Rightarrow y = 69$$

مرور فصل ۴

مناهیم ریاضیات

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند مطیعه شوید که می‌توانید با جمله‌های خود، آنها را توصیف کنید و برای هر کدام مثالی بزنید.

• تجزیه کردن (تبدیل به ضرب)

• معادله

در این فصل، روش‌های اصولی زیر مطرح شده‌اند، با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود خلاصه درس را بنویسید.

• تبدیل عبارت جبری به عبارت کلامی و بر عکس

• ساده کردن یک عبارت جبری با جمع جمله‌های متشابه

• ضرب جمله در پرانتز

• پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت

• تبدیل یک عبارت به ضرب

• بیان رابطه جبری برای الگوهای مساحت و محیط و...

• ضرب جمله در جمله

• ضرب پرانتز در پرانتز

• حل معادله‌های کسری

کاربرد

موضوع‌های این فصل علاوه بر کاربردهایی که در ریاضی دارد، به شما در حل مسئله‌های روزمره نیز کمک می‌کند. شما با تشكیل معادله و حل آن می‌توانید مسائل زیادی را حل کنید. به همین ترتیب، می‌توانید در سایر درس‌ها، مثل علوم، نیاز از رابطه‌ها و معادله‌های جبری استفاده کنید.

تسویی ترکیبی

۱- عبارت جبری زیر را ساده کنید.

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab - (a^2 + b^2 - 2ab) = 4ab = 4 \times (2) \times (-2) = -16$$

مقدار عددی عبارت حاصل را به ازاء $a=2$ و $b=-2$ بدست آورید.

۲- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow 3(x-1) - 2(x+1) = 2 \Rightarrow 3x - 3 - 2x - 2 = 2 \Rightarrow x = 7$$

$$2x - 1 = 3(x-1) \Rightarrow 2x - 1 = 3x - 3$$

$$\Rightarrow 2x - 3x = 1 - 3$$

$$\Rightarrow -x = -2$$

$$\Rightarrow x = 2$$