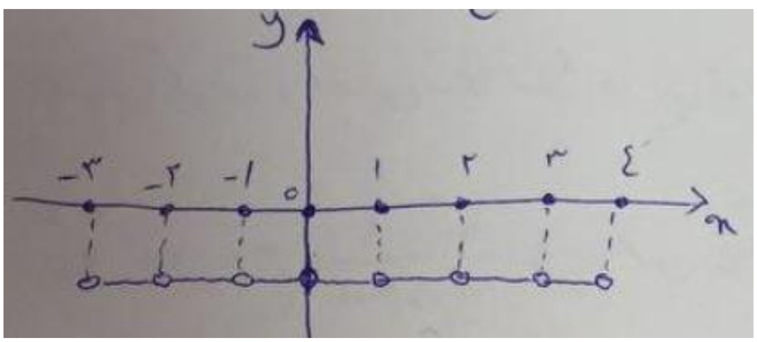
اگر تابع f در یک همسایگی محذوف نقطه ای مانند a تعریف شده باشد، آنگاه شرط لازم و کافی برای آنکه حد تابع f در نقطه $x = a$ برابر l باشد، آن است که حد چپ و حد راست تابع f در $x = a$ موجود و برابر l باشند.

$$\lim_{x\to a} f(x) = l \leftrightarrow \lim_{x\to a^+} f(x) = l = \lim_{x\to a^-} f(x)$$

برای مثال حد تابع $f(x) = [x]$ در $x = 1$ وجود ندارد. زیرا حد راست در نقطه $x = 1$ برابر با 1 ولی حد چپ در این نقطه برابر صفر است. پس چون حدود چپ و راست نابرابرند، این تابع در $x = 1$ حد ندارد. به طوری کلی توابع براکتی در نقاطی که داخل آن ها صحیح می‌شود، حد ندارد.

پیشنهاد می‌شود که دو تابع معروف زیر را حفظ باشیم:

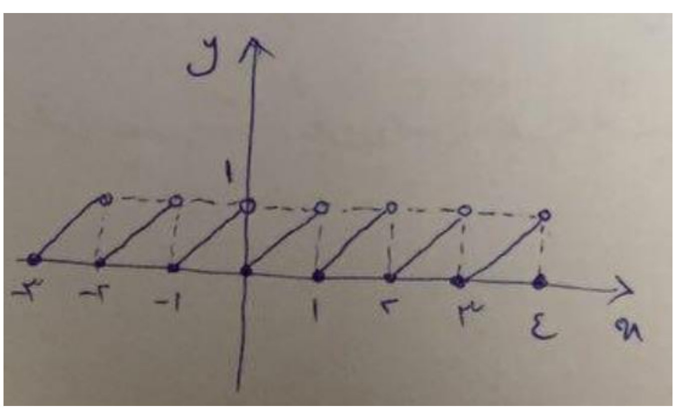
1. **$f(x) = [x] + [-x]$ این تابع در نقاط صحیح مقدار صفر و در نقاط غیر صحیح مقدار -1 دارد. نمودار تابع به شکل مقابل است:**



با توجه به نمودار، این تابع در هر نقطه ای حد دارد و حد آن برابر -1 است.

$$\lim_{x\to a}([x] + [-x]) = -1$$

2. **$f(x) = x - [x]$ این تابع به تابع ارّه ای معروف است و نمودار آن به شکل زیر است. با توجه به نمودار، این تابع در نقاط صحیح حد ندارد.**



در محاسبه حد توان کسری همانند $h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$، به حالتی بر می‌خوریم که حد دو تابع f و g در نقطه ای مانند a برابر صفر می‌شوند. یعنی به حالت $\frac{0}{0}$ بر می‌خوریم. در اینجا باید از رفع ابهام استفاده کنیم. یکی از ساده ترین روش های این کار تجزیه چند جمله ای ها و حذف عامل $x-a$ از صورت و مخرج است. برای مثال دو تابع $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2-4x+3}$ می‌خواهیم حد تابع را در $x=1$ حساب کنیم ولی به حالت مبهم $\frac{0}{0}$ بر می‌خوریم. برای رفع ابهام بهتر است از تجزیه استفاده می-کنیم:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2-4x+3}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-3)}=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x-3}=\frac{2}{-2}=-1$$

یکی دیگر از روش ها که در کتاب درسی نیامده است استفاده از هوپیتال است. اسم هوپیتال شما را یاد مشتق بیندازد. می‌توانیم به جای محاسبه حد تابع کسری اولیه، ابتدا از صورت و مخرج آن یک بار مشتق گرفته و سپس به محاسبه‌ی حد بپردازیم. یعنی $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$.

مثلا حد تابع $\frac{x^2-1}{x^2-4x+3}$ را به همین روش بدست آوریم.

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2-4x+3}=\lim_{x\to 1}\frac{2x}{2x-4}=\frac{2}{-2}=-1$$

در هر دو روش به پاسخ های یکسان رسیدیم. حال از کجا تشخیص دهیم کدام روش در کجا بهتر است؟ هر زمان دیدید مشتق گرفتن از صورت و مخرج راحت و سریع است، بدون شک از هوپیتال استفاده کنید. در غیر این صورت به فکر روش دیگری باشید.