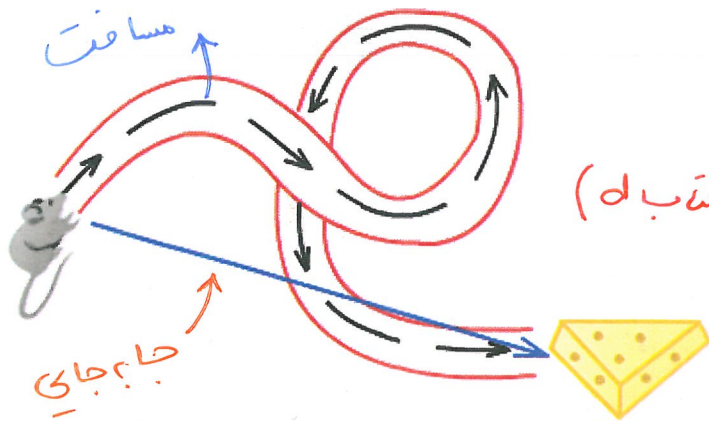




*Kinematic handout*

*Written by : Eng. Abbas Moutab*

جا به جایی و مسافت :



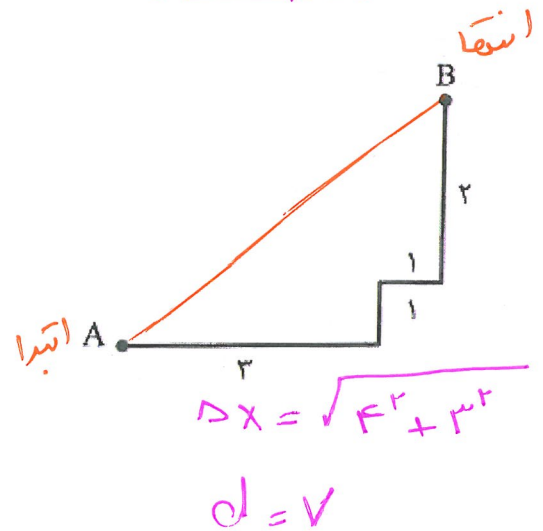
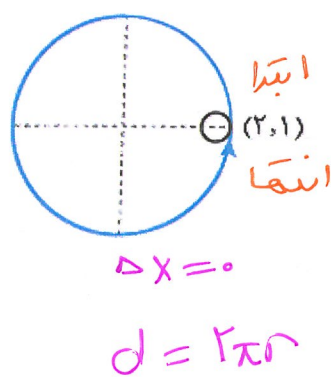
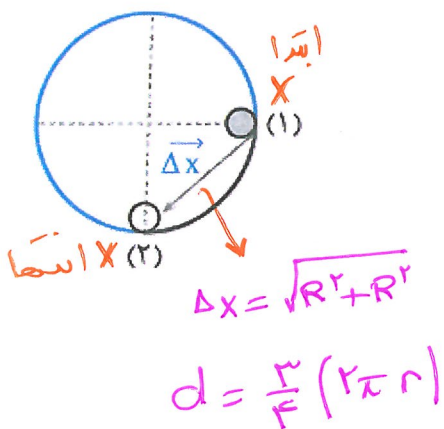
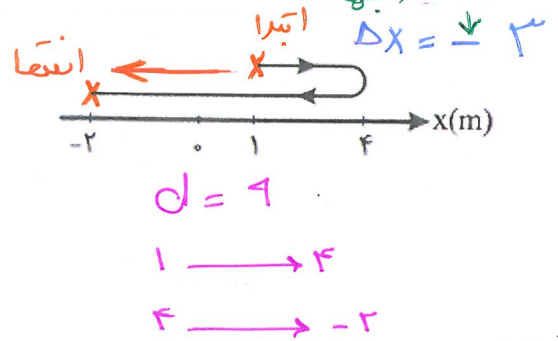
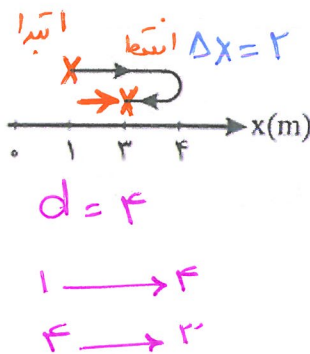
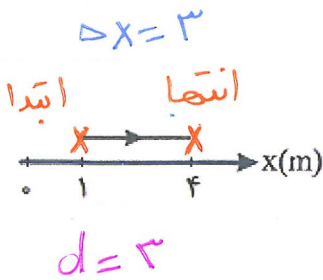
مسافت  $L$  به مسیر نسبتی دارد (درتاب  $L$ )

جا به جایی، ابتدا روی استخوان میل کن  $d$  (درتاب  $d$ )

مسافت  $L$   
جا به جایی  $\Delta x$  قرار داد

جا به جایی کمیته برداری است ولی مسافت کمیته نبرده ای است.

به عنوان مثال، شکل های زیر را در نظر بگیرید!!



جا به جایی من تونه منفی باشه!!! آره؟؟!! مسافت چطور؟؟!! جا به جایی به دلیل جهت داشتن می تونه منفی باشه



مسافت همیشه مثبت است.



تندی متوسط و سرعت متوسط:  $[m]$

مسافت =  $d$

زمان

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

تندی متوسط  $[m/s]$

مسافت =  $\Delta x$

زمان

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t}$$

سرعت متوسط  $[m/s]$

نمی توان متقی شد

می توان متقی و حتی صفر باشد

تفاوت این رو چیه!!??



سرعت متوسط یک کمیت برداری است و جهت دارد.

سرعت متوسط در راستای محور X ها بصورت زیر تعریف می شود:



مکان اولی  $\nearrow$  مکان نهای  $\nearrow$

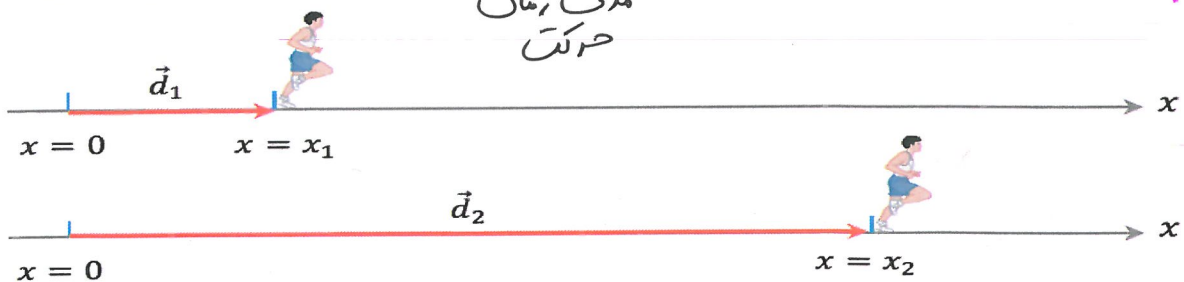
سرعت متوسط  $[m/s]$

$$v_{av} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

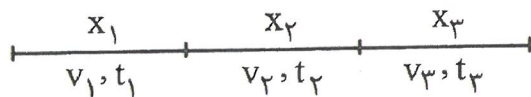
مدت زمان حرکت

$\Delta x = v \Delta t$

$\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$



حال فرض کنید، متحرکی مطابق شکل قطعات مختلفی از حرکت خود روی خط راست را پشت سرهم و با سرعت های ثابت طی می کند:



در اینصورت سرعت متوسط از رابطه زیر بدست می آید

آثر  $x$  ندادن

$$v_{av} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2 + \dots}{t_1 + t_2 + \dots}$$

$$v_{av} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{t_1 + t_2 + t_3}$$

آثر  $t$  ندادن

$$v_{av} = \frac{x_1 + x_2 + \dots}{\frac{x_1}{v_1} + \frac{x_2}{v_2} + \dots}$$



در این فصل تا آخر، جهت های  $\Delta x$  و  $v$  جهت حرکت را نشان می دهند. که مهم ترین جهت  $v$  است. اگر علامت  $v$  منفی بود، متحرک در خلاف جهت محور  $x$  ها در حال حرکت است و اگر علامت  $v$  مثبت بود، متحرک در موافق جهت محور  $x$  ها حرکت می کند.



واجب تراز نون سُب



اگر به ما معادله مکان دادند، از کجا بدویم خلاصیم یا جستم؟؟؟



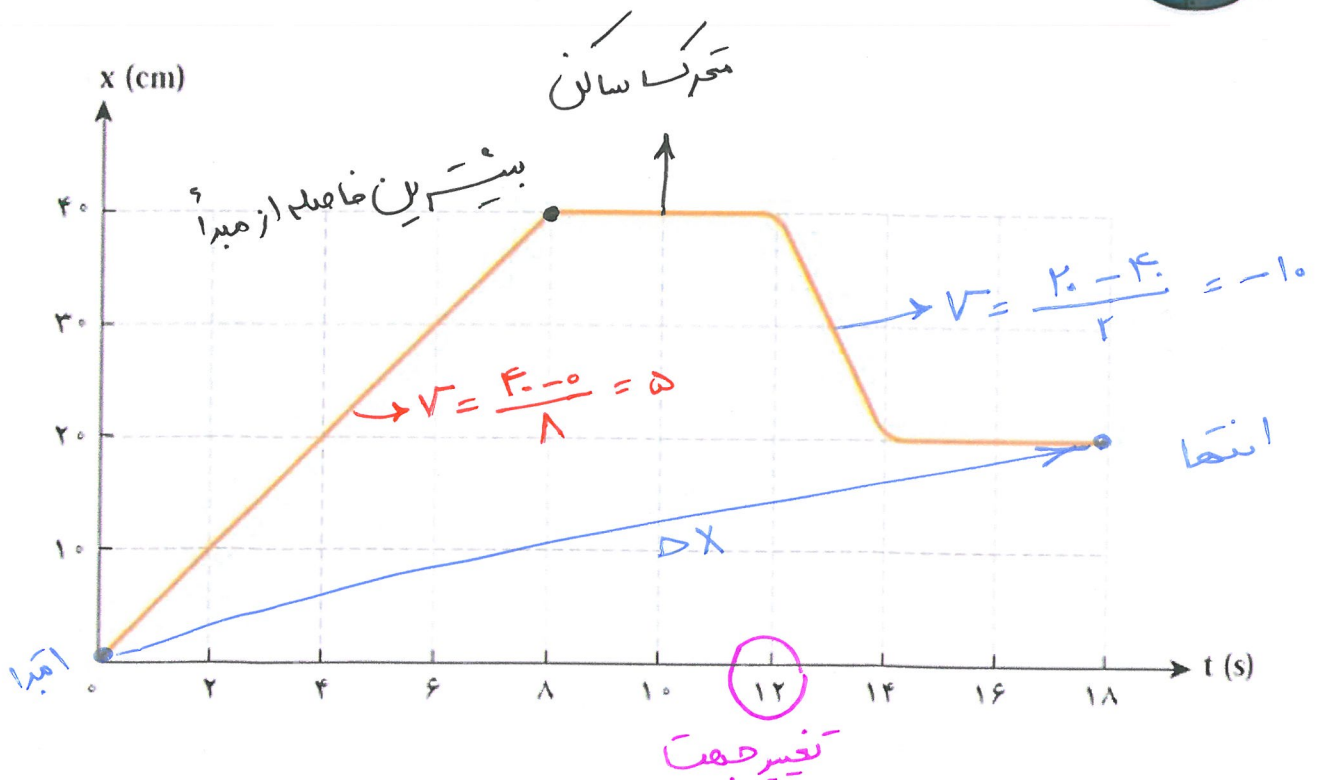
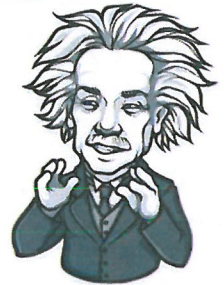
از معادله مکان مشتق می گیریم میشه سرعت، سرعت را مساوی صفر قرار بده، رشتی همان لحظه تغییر جهت است.

Ex:  $x = 7t^2 - 24t$   $\xrightarrow{\text{مشتق}}$   $v = 14t - 24 \Rightarrow t = 2$

$v$  منفی  $\rightarrow$  قبل 2

$v$  مثبت  $\rightarrow$  بعد 2

بررسی نموداری:



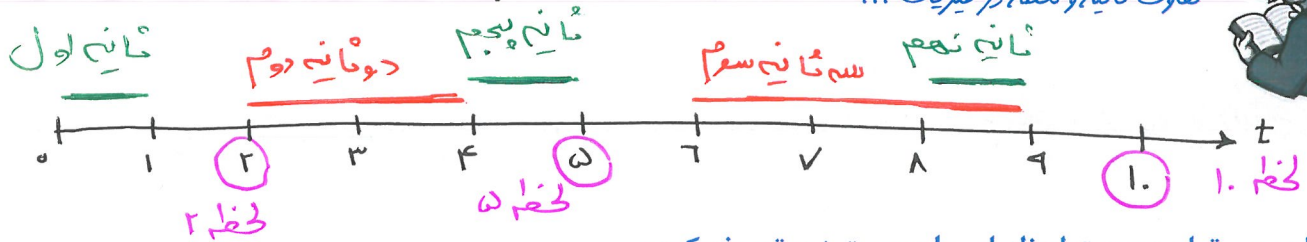


تندی لحظه ای و سرعت لحظه ای :

تندی متحرک در هر لحظه از زمان یا در هر نقطه از مسیر را، تندی لحظه ای می گوئیم. اگر بهش جهت هم اضافه کنیم همیشه سرعت لحظه ای.

برای  $m$  ثانیه  $n$  داریم  $\therefore$   
 $m(n-1) \rightarrow mn$

تفاوت ثانیه و لحظه در فیزیک !!!



بنابراین می توان سرعت لحظه ای را بصورت زیر تعریف کرد :

از مکان مشتق بگیر، بقیه سرعت  
 زمان را جا نذار کن  

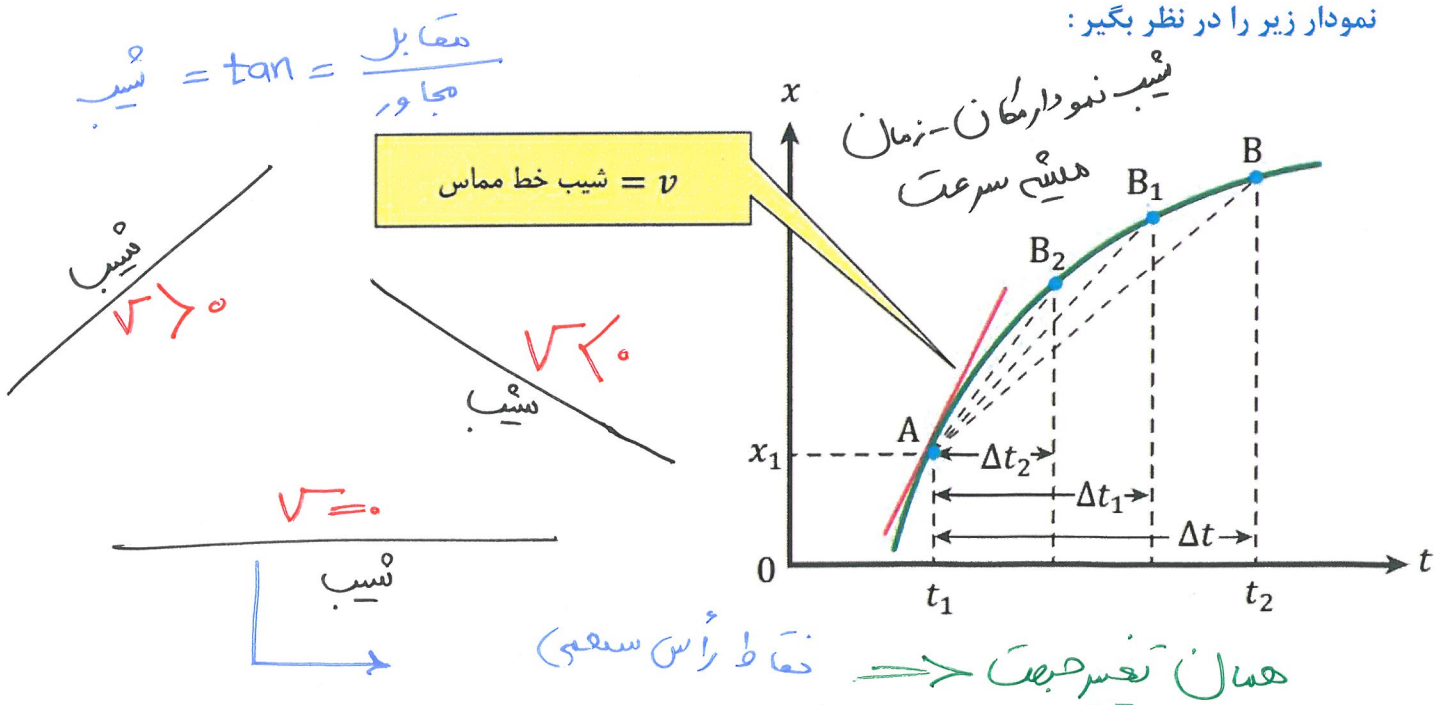
$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

الان یعنی باید چکار کرد !!?

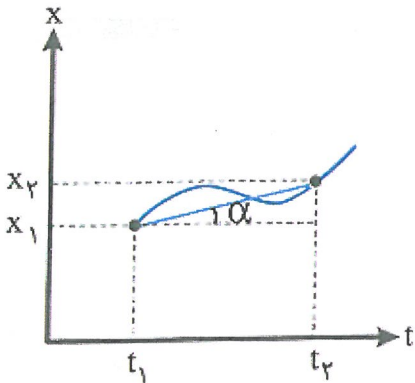


Ex:  $x = 7t^2 - 24t$   $\xrightarrow[t=2]{\text{سرعت لحظه ای}}$   $v = 14t - 24 \xrightarrow[t=2]{} v = 0$

نمودار زیر را در نظر بگیر :



برای سرعت متوسط هم شیب داریم؟؟!



مقابل

$$\tan \alpha = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \bar{v}$$

مجاور

پیوست :

مشتق توابع :

$x = a$

مشتق معادله نسبت به زمان  $\frac{dx}{dt}$

$x' = 0$

$x = at^m + bt^n + Ct + d$

$\frac{dx}{dt}$

$x' = mat^{m-1} + nbt^{n-1} + C$

$x = a \sin bt$

$\frac{dx}{dt}$

$x' = ab \cos bt$

$x = a \cos bt$

$\frac{dx}{dt}$

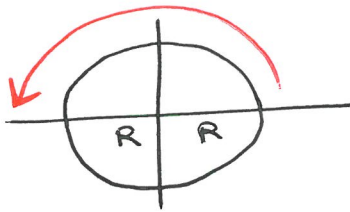
$x' = (-) ab \sin bt$

EX:  $x = 3t^3 - 2t^2 + 1 \Rightarrow x' = 12t^2 - 4t$

$x = 3 \sin \frac{\pi}{4} t \Rightarrow x' = 3 \left( \frac{\pi}{4} \right) \cos \frac{\pi}{4} t$



**Classwork1** متحرکی بر روی محیط دایره ای به شعاع R حرکت می کند. نسبت جابجایی به مسافت طی شده طی نیم دور حرکت چند است؟



$$\frac{\Delta x = 2R}{d = \frac{1}{2}(2\pi R)} = \frac{2}{\pi}$$

**Classwork2** متحرکی روی محور X حرکت می کند و معادله مکان آن بصورت  $x = -2t^2 + 12t - 40$  است. مسافتی که این متحرک در بازه زمانی صفر تا ۵ ثانیه طی می کند، چند متر است؟ (خ ۹۴) **خطری، هر وقت سوال این پی دیدی برو سراغ تغییر جهت**

$v = -4t + 12 = 0 \Rightarrow t = 3s$  **ظرف تغییر جهت**

۱۰ (۱)  $\Delta x = +10$

۱۵ (۲)

۲۴ (۳)

۲۶ (۴)

$t=0 \rightarrow x=-40$   
 $t=3 \rightarrow x=-22$   
 $t=5 \rightarrow x=-20$

$d = d_1 + d_2 = 18 + 8 = 26m$

**Classwork3** نمودار مقابل را در نظر بگیرید:

الف) متحرک چند بار از مبدأ مکان عبور می کند؟

> دوبار

ب) در کدام بازه های زمانی متحرک در حال دور شدن از مبدأ است؟

$$t_1 - t_2, t_3 - t_4, t_5 - t_6$$

پ) در کدام بازه زمانی متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است؟

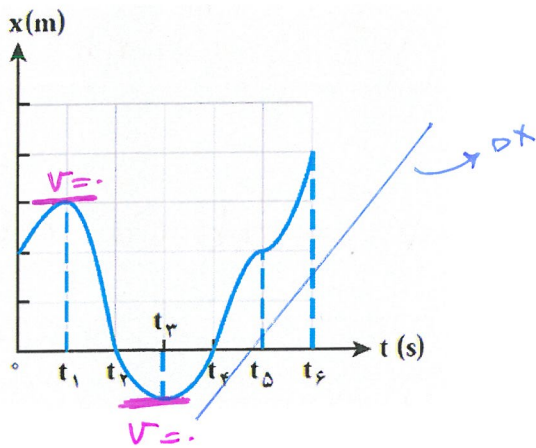
$$t_2 - t_3, t_4 - t_5$$

ت) جهت حرکت چند بار و در چه لحظاتی تغییر کرده است؟

رأس سهمی صفر ← سبب > دوبار همان نقاط  $v=0$

ث) جابجایی کل در جهت محور X است یا خلاف آن؟

بیشترین سبب نسبت ← در جهت محور X



**Classwork4** معادله حرکت متحرک در SI بصورت  $x = t^4 - 4$  می باشد. سرعت متوسط آن در ۲ ثانیه ی اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱۶ (۴)      ۱۲ (۳)      ۸ (۲)      ۶ (۱)

را جابجایی کن      را جابجایی کن

دو ثانیه اول

۰ → ۲

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_0}{t - 0} = \frac{12 - (-4)}{2 - 0} = 8 \text{ m/s}$$

**Homework1** معادله ی مکان جسم در SI بصورت  $x = -t^2 + 4t - 4$  است. در فاصله زمانی بین ۰ و ۴ ثانیه مسافت طی شده توسط جسم چند متر است؟ (خ ت ۹۴)

- ۸ (۴) ✓      ۶ (۳)      ۴ (۲)      ۲ (۱)

تغییر جهت یادگانه

**Classwork5** نمودار مکان - زمان متحرک مطابق شکل است. سرعت متوسط آن در فاصله زمانی ۱ تا ۴ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟

۲ (۱)      ۶ (۳)

تغییر جهت

۲ (۲)      ۶ (۴)

$$\bar{v} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{-7 - 0}{4 - 1} = -2 \text{ m/s}$$

**Classwork6** متحرک مسافت های متوالی  $x$ ،  $2x$ ،  $3x$  را با ترتیب با سرعت های  $v$ ،  $2v$ ،  $3v$  طی می کند. سرعت متوسط این متحرک در طی حرکت چند  $v$  است؟

- ۲/۵ (۴)      ۲ (۳) ✓      ۱/۵ (۲)      ۱ (۱)

$$\bar{v} = \frac{x + 2x + 3x}{\frac{x}{v} + \frac{2x}{2v} + \frac{3x}{3v}}$$





**Homework 2** در یک آسانسور که فاصله سی بین طبقات آن 3m می باشد، آسانسور فاصله سی بین طبقات ۲- تا ۷ را در مدت 20s طی می کند و بعد از 10s توقف در طبقه سی ۷، در مدت 15s به طبقه سی ۳ می رود. سرعت متوسط آسانسور در کل مسیر چند متر بر ثانیه می باشد؟ (قلم چوبی) برای جای جای به فاصله طبقات وقت کن

**Classwork 7** متحرک روی محور x ها در حرکت بوده و در لحظه سی  $t_1 = 2s$  از مکان  $x_1 = 5m$  و در لحظه سی  $t_2 = 3.5s$  از مکان  $x_2 = -3m$  می گذرد. اگر در لحظه سی  $t_3 > t_2$  از مکان  $x_3 = +10m$  گذشته باشد و سرعت متوسط در بازه سی  $t_2$  تا  $t_3$  برابر  $2 \frac{m}{s}$  باشد سرعت متوسط از لحظه سی  $t_1$  تا لحظه سی  $t_3$  چند متر بر ثانیه است؟ (موج آزمون)

$$v = \frac{x_3 - x_1}{t_3 - t_1} = \frac{10 - 5}{t_3 - 2} = \frac{5}{t_3 - 2}$$

$$t_1 = 2 \rightarrow x_1 = 5$$

$$t_2 = 3.5 \rightarrow x_2 = -3$$

$$t_3 = ? \rightarrow x_3 = +10$$

$$v = 2 \Rightarrow 2 = \frac{10 - (-3)}{t_3 - 3.5} \Rightarrow t_3 = 1.5s$$

**Classwork 8** معادله سی مکان متحرک بصورت  $x = 4 \sin(\frac{\pi}{2} t)$  می باشد. اندازه سرعت متحرک در لحظه سی  $t = \frac{1}{3} s$  چند متر بر ثانیه است؟

$$2\pi (4)$$

$$\pi\sqrt{3} (3)$$

$$2 (2)$$

$$0 (1)$$

$$v = 4 \left(\frac{\pi}{2}\right) \cos \frac{\pi}{2} t \xrightarrow{t = \frac{1}{3}} \sqrt{3} \pi$$

مشتق x ← v

**Classwork 9** اگر معادله سی حرکت جسم در SI بصورت  $x = -2t^2 + 8t$  باشد. این جسم پس از طی چند متر سرعتش صفر می شود؟

$$24 (4)$$

$$8 (3)$$

$$32 (2)$$

$$16 (1)$$

$$v = -4t + 8 = 0 \rightarrow t = 2s$$

$$x = -2(2)^2 + 8(2) = 8m$$

← x تا این خانه



Homework3) معادله  $S$  مکان متحرکی در SI بصورت  $x = \frac{2}{3}t^3 - 6t^2 + 20t$  است. کمترین سرعتی که این متحرک در مسیر حرکت پیدا می کند، چند متر بر ثانیه است؟ (در ۹۲)

۰ (۱) ← معادله سرعت پیداکن ← حداقل معادله  $-\frac{v}{ra}$  را پیداکن ← جابجاری کن در سرعت  
۱ (۲)  
۲ (۳)  
۴ (۴)

آزمونک

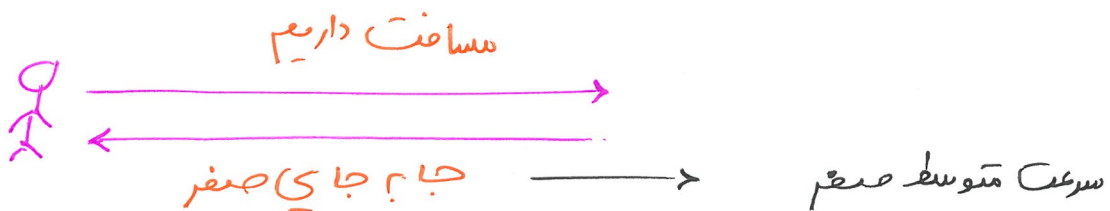
۱) در حرکت بر روی خط راست، کدام یک از عبارات زیر انرا در مورد بردارهای جا به جایی در بازه های زمانی مختلف درست است؟

- ۱) هم اندازه هستند
- ۲) برابری آنها برابر با صفر است
- ۳) اندازه تغییرات آنها نسبت به زمان ثابت است
- ۴) هم راست هستند ولی می توانند همو نباشند ✓

حرکت روی خط راست یعنی روی یک خط، پس هم راست هستند

۲) در ابتدای یک روز برفی، شما از خانه خارج می شوید و در انتهای روز به خانه بر می گردید. کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

- ۱) تندی متوسط شما طی این روز برابر صفر است
- ۲) مسافت طی شده توسط شما طی این روز برابر صفر است
- ۳) سرعت متوسط شما طی این روز صفر است ✓
- ۴) اندازه بردار جا به جایی شما با مسافت شما در این روز برابر است.



۳) متحرک در یک مسیر مستقیم، 300m اول مسیر را با تندی ثابت  $20 \frac{m}{s}$  و 5 ثانیه بعد با تندی ثابت  $40 \frac{m}{s}$  در همان راستا برگشته است. سرعت متوسط متحرک در کل مسیر و تندی متوسط آن را حساب کنید.

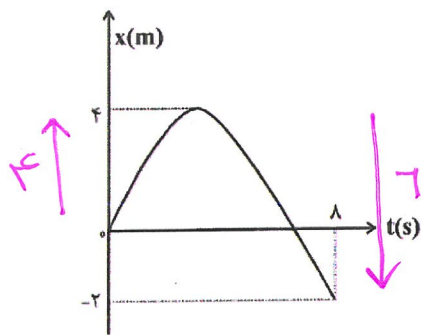
⚠️ برگشته است، یعنی خلاف جهت حرکت قبلی تا برگشتن اری روی سرعت متوسط

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{300 - 40 \times 5}{\frac{300}{20} + 5}$$

$$\text{تندی متوسط} = \frac{300 + 40 \times 5}{\frac{300}{20} + 5}$$

↑ زمان منفی نشه

۴) در نمودار مکان-زمان زیر، نسبت مسافت طی شده به اندازه جا به جایی در بازه زمانی ۰ تا ۸ چند است؟



مسافت، همه رو جمع کن  $d = 4 + 7 = 10 \text{ m}$

جا به جایی  $\Delta x = 4 - 4 - 2 = -2$

نسبت اندازه 5

۵) دو متحرک با سرعت های ثابت  $30 \frac{m}{s}$  و  $20 \frac{m}{s}$  روی مسیری مستقیم از یک نقطه و در دو سوی مخالف عبور می کنند. چند ثانیه طول می کشد تا فاصله آنها از یکدیگر برابر با ۱۰۰ متر شود؟ دارن از جمع دوری شوند، یعنی  $\Delta x$  هاشون رو جمع کن

$$\Delta x_1 = 30 \cdot t$$

$$\Delta x_2 = 20 \cdot t$$

$$\Rightarrow \Delta x_1 + \Delta x_2 = 100 = (30 + 20) t \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

۶) متحرک فاصله مستقیم بین دو نقطه را با سرعت ثابت  $10 \frac{m}{s}$  و متحرک دیگر همان فاصله را با سرعت ثابت  $7.5 \frac{m}{s}$  طی می کند. اگر زمان حرکت متحرک دوم ۱۰۰ ثانیه بیشتر از زمان حرکت متحرک اول باشد، فاصله مستقیم بین دو نقطه چند متر است؟

جا به جایی های یکسین دارند

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow 10 \cdot t_1 = 7.5 \cdot t_2 \quad (1)$$

$$100 = t_2 - t_1 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow t_1 = 300, \quad t_2 = 400$$

$$\Delta x = v_1 t_1 = 10 \times 300 = 3000 \text{ m}$$

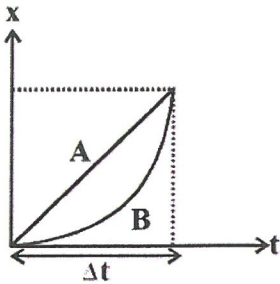


۷) معادله حرکت جسم بصورت  $x = -t^2 + 4t - 3$  است. این متحرک در چه لحظاتی از مبدأ مکان می‌گذرد؟

⚠ عبور از مبدأ مکان ← یعنی  $x = 0$

$-t^2 + 4t - 3 = 0 \rightarrow t = 1, t = 3$

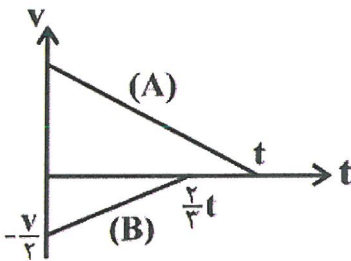
۸) نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B مطابق شکل است. اندازه جابه‌جایی و مسافت‌های دو متحرک را مقایسه کنید.



۱) ابتدا و انتهای هر دو یکی است  $\Delta x_A = \Delta x_B$

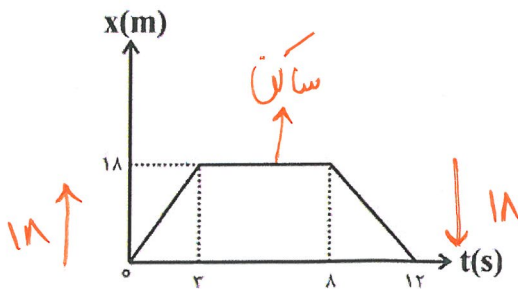
۲) بدون تغییر جهت همتسره‌هردو  $d_A = d_B$   
 ← رأس سهمی نداریم

۹) نمودار سرعت-زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. اندازه شتاب متوسط کدام متحرک از مبدأ زمان تا لحظه توقف بزرگتر است؟



تغییر جزو این مثبت نیست  
 😊

۱۰) نمودار مکان-زمان حرکت متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط آن در مدت ۱۲ ثانیه چند است؟



تندی متوسط =  $\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$

$v = \frac{18 + 18}{12} = 3 \text{ m/s}$





