

بسم الله الرحمن الرحيم

جزوه دست نویس هندسه 1
ویژه رشته ریاضی و تجربی
نوشته شده توسط جنید شیانی

www.paw-konkoor.mihanblog.com

کپی برداری از این جزوه تنها با
ذکر منبع پاو کنکور مجاز است

Copy write 2013©

پاو کنکور فرصتی طلایی برای کنکورها

با امکاناتی بی نظیر و باور نکردنی

• آموزش (جزوه فیلم کتاب و...)

• مشاوره

• آزمون آنلاین

• معرفی کتاب

• انتخاب رشته

• و دهها امکان دیگر

همه و همه به صورت کاملا رایگان

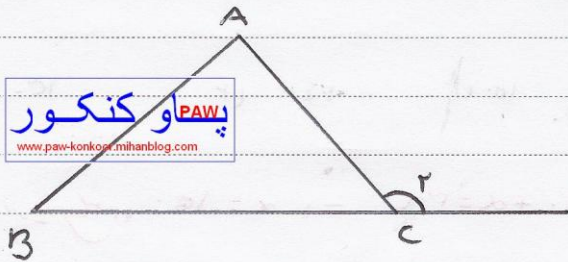
Year: ----- Month: ----- Day: -----

Subject: -----

- در مثلث قائم الزاویه:
- ۱) ضلع روبه روبه زاویه سی 30° خفیف وتر
 - ۲) ضلع روبه روبه زاویه سی 60° $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر
 - ۳) میانه وارد بر وتر خفیف وتر

زاویه ها

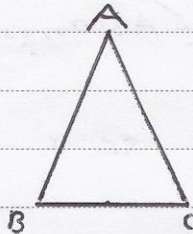
زاویه در مثلث



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} = \hat{C}_1$$

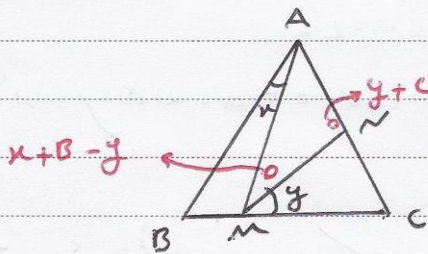
مثلث متساوی الساقین



$$\hat{B} = \hat{C}, AB = AC$$

$$\hat{A} = 180^\circ - 2\hat{B}$$

سوال؟ در مثلث متساوی الساقین کدام گزاره صحیح است؟



$$AM = AN$$

$$AB = AC$$

$$x < y \quad (2)$$

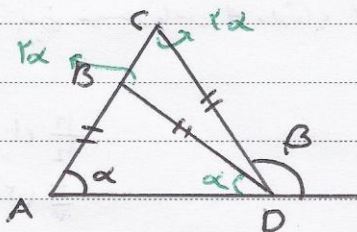
$$x = y \quad (1)$$

$$x = 2y \quad (3)$$

$$2x = 3y \quad (4)$$

$$\hat{B} = \hat{C}$$

$$AM = AN \Rightarrow x + B - y = y + C \Rightarrow \boxed{2y = x}$$



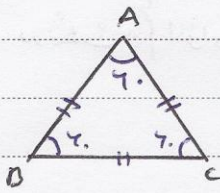
سوال: در مثلث متساوی الساقین $\frac{B}{\alpha}$ چند است؟

$$2, 5, 3, 2, 3, 2, 1$$

$$B = 2\alpha + \alpha = 3\alpha \Rightarrow \frac{B}{\alpha} = \frac{3\alpha}{\alpha} = \boxed{3}$$

Year: ----- Month: ----- Day: -----

Subject: -----

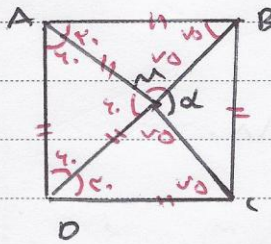


$AB = AC = BC$, $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$

تعریف: مثلث متساوی الساقین از هر طرف

مثلث متساوی الساق

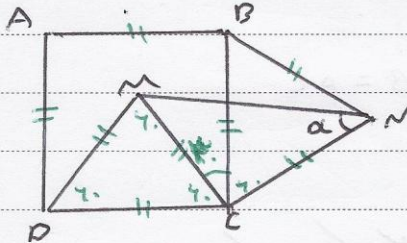
سوال ۲: در شکل روبه رو $AD \perp BC$ مثلث متساوی الساق ABC و $ABCD$ یک مربع است زاویه α چقدر است؟



۱۷. ۱۴ ۱۵. ۱۳ ۱۶. ۱۲ ۱۸. ۱۱

حل: $\sqrt{d} + \sqrt{d} + 60 + \alpha = 180 \Rightarrow \alpha = 120$

سوال ۳: در شکل روبه رو $ABCD$ یک مربع و $CM \perp BD$ و $BM \perp AC$ مثلث متساوی الساق BCN است زاویه α چقدر است؟



۱۹. ۱۴ ۲۰. ۱۲ ۲۱. ۱۱ ۲۲. ۱۰

حل: $CP = MC = MD$
 $CN = BC = NB \Rightarrow CM = CN$
 $BC = PC = AB = AD \Rightarrow \alpha = 45$

تفاوت در مثلث قائم الزاویه: به صورت کلی فیثاغورس وارده بر وتر فیثاغورس ارتفاع و مربع آن برابر وتر هم هست

سوال ۴: در مثلث قائم الزاویه ABC ($A = 90^\circ$) زاویه θ بین دو فیثاغورس برابر $\frac{\pi}{4}$ است در این مثلث زاویه α بین فیثاغورس رأس A و ارتفاع AM کجاست؟

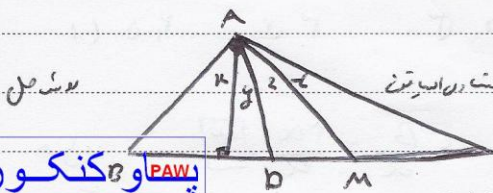
حل: $\frac{\pi}{4}$ → طبق نکته

۱. $\frac{\pi}{4}$

۲. $\frac{\pi}{2}$

۳. $\frac{\pi}{3}$

۴. $\frac{\pi}{6}$

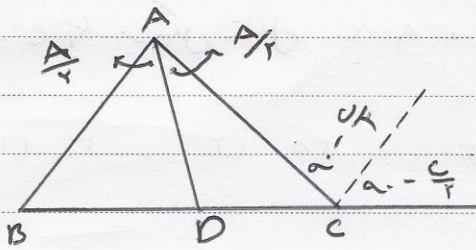


$\hat{C} = \theta$, $\hat{M} = \theta$ (مساوی الساقین)

$\hat{A} = \theta$ (مساوی الساقین)

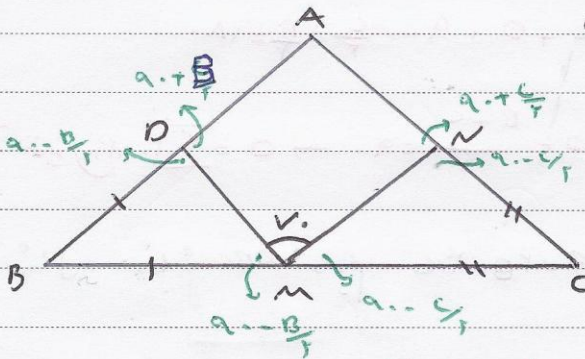
$\hat{A} = \theta \Rightarrow x + y = 2 + \theta$

$\theta = 2 \Rightarrow y = \frac{\pi}{4}$



نسبت زوایم

مکان هندسی فضایی که از دو ضلع زاویه برابرند از داند
زاویه را حفظ می کنند



مسئله در کس مقابل زاویه A چند درجه است؟

۱. ۲۰ ۲. ۴۰ ۳. ۵۰ ۴. ۶۰ ۵. ۷۰

$$\text{روش I: } (90 - \frac{\beta}{2}) + \gamma + (90 - \frac{\gamma}{2}) = 180$$

$$\rightarrow \beta + \gamma = 140 \rightarrow A = 40$$

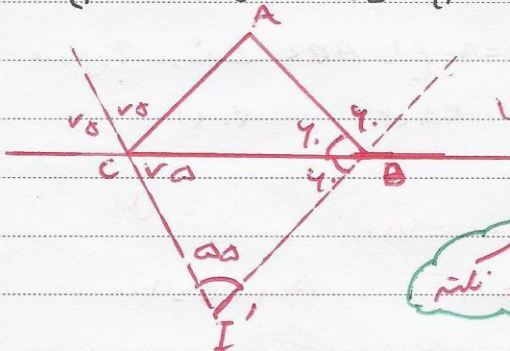
$$\text{روش II: } (90 + \frac{\beta}{2}) + (90 + \frac{\gamma}{2}) + \gamma + A = 320$$

$$\rightarrow A = \frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{2} + 110$$

$$A = 70 + 110 = 180$$

مسئله در مثلث ABC زاویه B برابر 60° و زاویه بین نیمه ز خارجی دو زاویه B و C برابر 55° است. زاویه C چند درجه است؟

۱. ۲۰ ۲. ۴۰ ۳. ۵۰ ۴. ۶۰ ۵. ۷۰

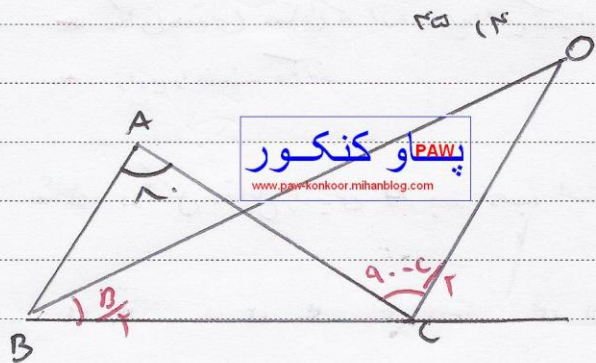


$$180 - (75 + 75) = 30$$

Year: Month: Day:

Subject:

سوال ۹ در مثل متساوی الساقین $A=80^\circ$ و BO و CO نیمساز هستند زاویه O را بیابید؟



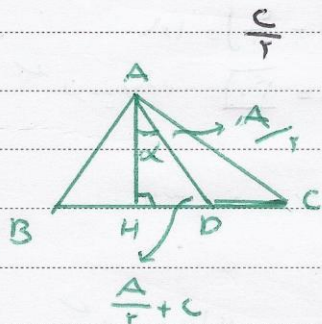
پاور کنکور
www.paw-konkooor.mihanblog.com

حل: $B + C = 100$

$$C + O + 90 - \frac{C}{2} + \frac{B}{2} = 180$$

$$O + \frac{B+C}{2} = 90 \rightarrow O = 90 - \frac{100}{2} = 40$$

سوال ۱۰ در مثل ABC داریم $A = 2B = 4C$ زاویه B را بیابید و ارتفاع AD را بیابید؟



حل: $\frac{A}{2} + C + \alpha = 90$

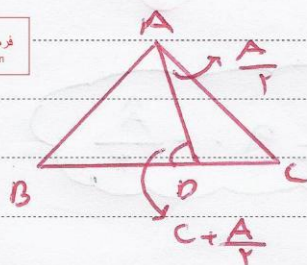
$$2C + \alpha = 90 \rightarrow \alpha = 90 - 2C$$

$$2C + 2C + C = 180 \quad C = \frac{180}{5} \rightarrow \frac{72}{5} = 14.4$$

$$\alpha = \frac{72}{5} - 2 \times \frac{72}{5} = \frac{72}{5} - \frac{144}{5} = -\frac{72}{5}$$

نکته: $\alpha = \frac{|B - C|}{2}$

سوال ۹ در مثل ABC داریم $B - C = 10$ نیمساز زاویه A با ضلع BC در زاویه B را بیابید؟



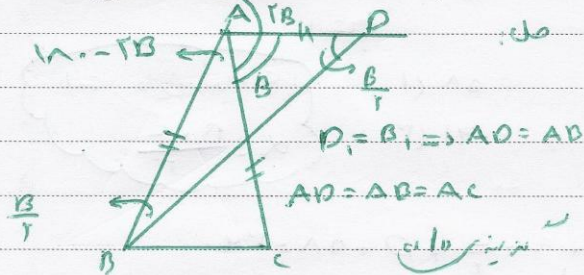
پاور کنکور
فرصتی طلایی برای کنکوری ها
www.paw-konkooor.mihanblog.com

حل: $A + B + C = 180$

$$B - C = 10 \quad A + 2C = 190$$

$$\frac{A}{2} + C = \frac{A + 2C}{2} = \frac{190}{2} = 95$$

مثال: در مثل متساوی الساقین ADC ($AC=AB$) نیمساز خارجی A و نیمساز داخلی B در نقطه D متقاطع اند.



طول پاره خط AD کدام است ؟

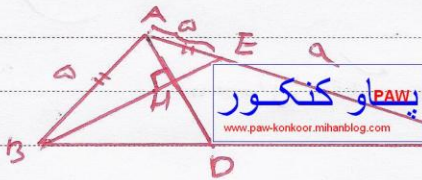
۱) AC ۲) BC

۳) طول پاره خط BD ۴) طول نیمساز داخلی رأس A

سوال ۹: در مثل ABC ، $AB=5$ ، $AC=9$ ، AD نیمساز زاویه رأس A است از رأس B عمود بر

نیمساز AD رسم کنیم و آن را امتداد دهیم تا نقطه E متقابل را در E قطع کنند طول پاره خط EC را بیابید؟

۱) 2 ۲) 4 ۳) 5 ۴) 9



* AH برابر مثلث ABE هم نیمساز و هم ارتفاع است

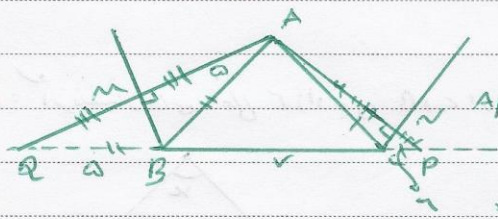
مثلث متساوی الساقین نیمساز = ارتفاع

شتر نیمساز AD $AB=AE=5$

مثال: در مثل ABC داریم $BC=7$ ، $AC=2$ ، $AB=5$ نیمسازهای خارجی از رأس B و C را رسم کنیم

و از رأس A دو عمود بر آنها رسم می کنیم تا آنها را در نقاط M و N قطع کنند طول پاره خط MN کدام است؟

۱) 1 ۲) 1.5 ۳) 1.7 ۴) 2



در مثل ABC ، $BC=7$ ، $AC=2$ ، $AB=5$

نیمسازهای خارجی از رأس B و C را رسم کنیم

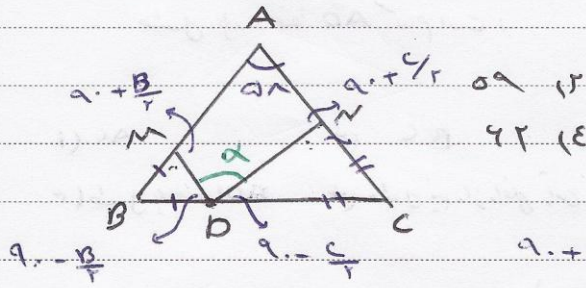
$\Rightarrow MN = \frac{1}{2} BC$

$MN = \frac{1}{2} \times 7 = 3.5$

Year: ----- Month: ----- Day: -----

Subject: -----

کنکور ۹۱ ریاضی: در مثلث مقابل $A = 58$, $BM = MD$, $CM = CD$ زاویه \hat{M} را تعیین کنید



استدلال

نکته: در این سوالات:
$$\alpha = \frac{\beta + \gamma}{2}$$

$$90 + \frac{B}{2} + 90 + \frac{C}{2} + D + 58 = 360$$

~~.....~~

$$II \quad \frac{B+C}{2} + D = 180 - 58 = 122$$

$$90 - \frac{B}{2} + 90 - \frac{C}{2} + D = 180 \quad I, II \rightarrow 2D = 122$$

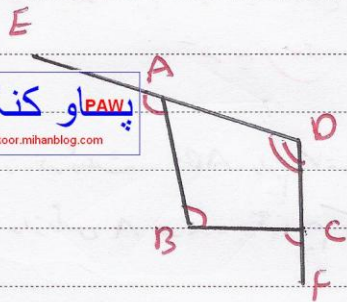
$$I \quad D = \frac{B+C}{2}$$

$$D = 61$$

تعیین شد

« سوال ۱۲۵ دوره ریاضی »

پاؤ کنکور
www.paw-konkooor.mihanblog.com

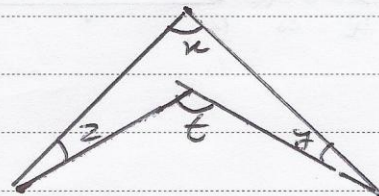
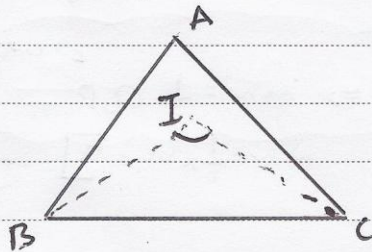


نکته: در مثلث مقابل رابطه زیر برقرار است:

$$E\hat{A}B + B\hat{C}F = \hat{B} + \hat{D}$$

نکته: اگر نیمسازهای داخلی از زاویه B و C از مثلث ABC منتهی به I نقطه داشته باشند:

$$\hat{I} = 90 + \frac{\hat{A}}{2}$$

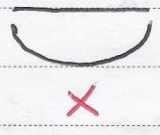


در این مثلث $x + y + z = 180$ است.

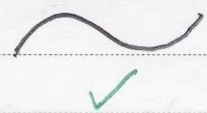
خم



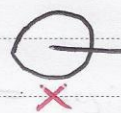
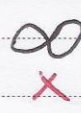
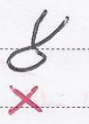
خم سطح:



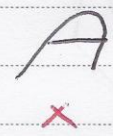
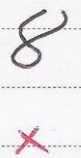
پاؤ کنکور
www.paw-konkooor.mihanblog.com



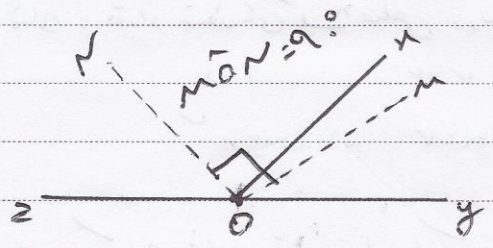
خم ساده:



خم بسته:



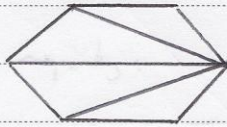
نکته: همیشه زوایای زاویه مجانب برهم می‌خورند.



پاؤ کنکور
فرصتی طلایی برای کنگوری ما
www.paw-konkooor.mihanblog.com

1 اشکال مدب

2 n ضلعی های مدب



3
4 نکته ۱: n ضلعی \rightarrow مثلث $(n-2)$
5 مجموع زوایای داخلی $= (n-2) \times 180$

6
7 سوال: مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی 1080 درجه است n چقدر است؟

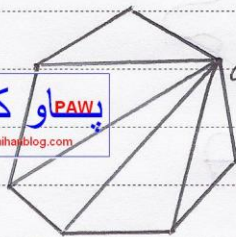
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29

نزد میزسی ما به $\rightarrow n-2=4 \rightarrow n=6$
حل: $(n-2) \times 180 = 1080$



مجموع زوایای خارجی 360

بسیار مهم: n ضلعی صاف n بوجه n و بی n یعنی ندارد



پاور کنکور
www.paw-konkooor.mihanblog.com

پاور کنکور
فرصتی طلایی برای کنگوری ها
www.paw-konkooor.mihanblog.com

تعداد قطعی $n-2$ \rightarrow تعداد قطعی که بر روی n ضلعی $= \frac{n(n-2)}{2}$

سوال: تعداد قطعی یک n ضلعی دو برابر تعداد اضلاع آن است n چقدر است؟

۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

نزد میزسی ما به $\rightarrow n-2=4 \rightarrow n=7$
حل: $\frac{n(n-2)}{2} = 2n$

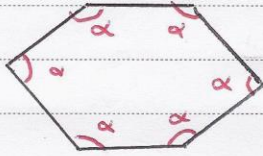
سوال: دیدید صد ضلعی مقدار قطعی که از دو راس غیر مجاور می گذرد چقدر است؟

۱۹۳ (۱) ۱۹۴ (۲) ۱۹۵ (۳) ۱۹۶ (۴)

حل: $193 = 97 \times 2$: بسیار نا $1000 - 3 = 97$: برای حرکت

نزد میزسی ما به $\rightarrow 195 - 1 = 194$
تکثیر شده

n ضلعی های منتظم



نکته ۱: همه اضلاع برابرند
همه زوایای داخلی برابرند

n ضلعی منتظم اندازه ی بیرونی $\alpha = \frac{1}{n}(n-2)180 = (n-2) \times \frac{180}{n}$

مثال: اندازه ی بیرونی داخلی n ضلعی منتظم کدام است؟

- ۱) ۱۲۰ ۲) ۱۳۵ ۳) ۱۵۰ ۴) ۱۸۰

گزینه ۳: $(n-2) \times \frac{180}{n} \Rightarrow 2 \times \frac{180}{n} = 135$

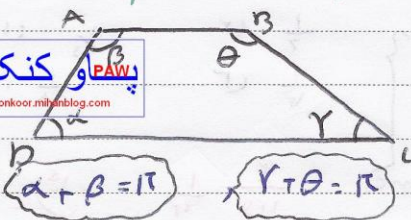
اندازه ی بیرونی خارجی = $\beta = \frac{360}{n}$

مثال: هر یک چند ضلعی منتظم همه زوایای داخلی لا برابر زوایای خارجی است تعداد هفتگان چند ضلعی چندتا؟

- ۱) ۵۴ ۲) ۴۲ ۳) ۳۳ ۴) ۱۷۰

حل: $(n-2) \times \frac{180}{n} = 11 \times \frac{360}{n} \Rightarrow n-2=22 \Rightarrow n=24$

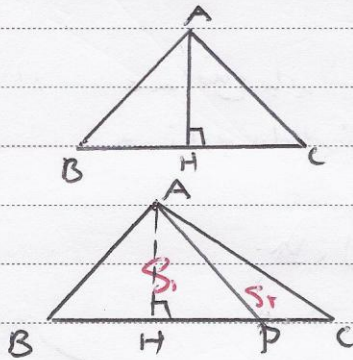
$n(n-2) \Rightarrow 24(22) = 528$



نکات و جزئیات:

در حالت خاص (ذوزنقه متوازی الساقین) $AD=BC$ که $\Rightarrow \theta = \beta, \alpha = \gamma$

مسئله 1



ارتفاع \times پایه
 $\div 2$

نکته ۱:

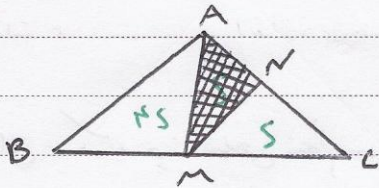
$$S_1 = \frac{AH \times PB}{2}$$

$$S_2 = \frac{PC \times AH}{2}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{BP}{PC}$$

$$\begin{cases} \frac{S_1}{S} = \frac{BP}{BC} \\ \frac{S_2}{S} = \frac{PC}{BC} \end{cases}$$

سوال: در شکل مقابل مساحت قسمت هاشم خندونه چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

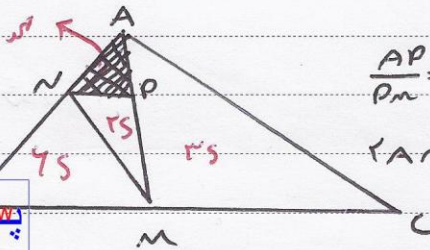


$$\begin{cases} \frac{BM}{MC} = 2 & \frac{1}{3} \text{ (۲)} & \frac{1}{3} \text{ (۱)} \\ \frac{AN}{NC} = \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \text{ (۳)} & \frac{1}{6} \text{ (۳)} \end{cases}$$

حل: $\frac{S_{AMN}}{S_{AMC}} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{3}$

$\frac{S_{AMB}}{S_{AMC}} = \frac{BM}{MC} = 2 \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{AMC}} = \frac{S}{3} = \frac{1}{6}$

سوال: در شکل مقابل مساحت قسمت هاشم خندونه چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



$$\frac{AP}{PC} = \frac{1}{2}$$

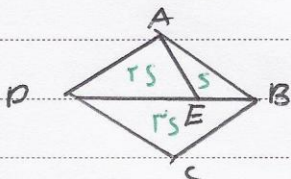
$$2AN = NB$$

$$BM = 2MC$$

$$\begin{cases} \frac{1}{3} \text{ (۲)} & \frac{1}{3} \text{ (۱)} \\ \frac{1}{3} \text{ (۳)} & \frac{1}{6} \text{ (۳)} \end{cases}$$

$$\frac{S}{12} = \frac{1}{12}$$

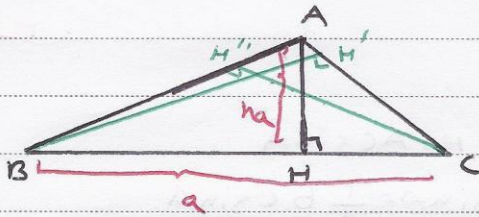
سوال: در متوازی الاضلاع ABCD داریم $EB = ED$ مساحت مثلث AED چه کسری از مساحت متوازی الاضلاع است؟



حل: $\frac{ES}{SE} = \frac{2}{2} = \frac{1}{2}$

$$\begin{cases} \frac{1}{3} \text{ (۲)} & \frac{1}{3} \text{ (۱)} \\ \frac{2}{3} \text{ (۳)} & \frac{2}{3} \text{ (۳)} \end{cases}$$

نکته: متوازی الاضلاع



نقطه آ

$$S = \frac{1}{2} BC \times AH = \frac{1}{2} a h_a = \frac{1}{2} c h_c = \frac{1}{2} B h_b$$

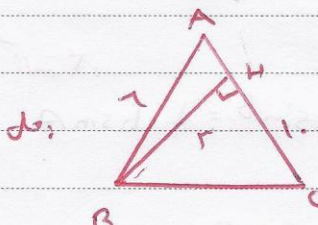
نسبت اضلاع برابریت یا همسببیت است



$$\begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a} \\ \frac{b}{c} = \frac{h_c}{h_b} \\ \frac{a}{c} = \frac{h_c}{h_a} \end{cases}$$

سوال؟ اگر در مثلث ABC، ارتفاع BH و CH، اضلاع غیر رأس B و C باشند، و $AB=2$ و $AC=10$ و $BH=2$

آنگاه طول ارتفاع CH، مقدرات؟ - براسس یازنی -
۲ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴)

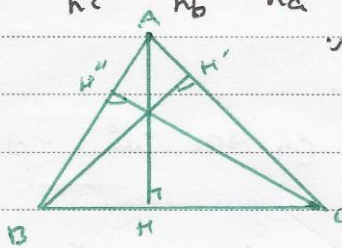


گزینه ی صحیح ۵

$$2 \times 10 = 2 \times CH \Rightarrow \frac{20}{2} = CH = 10$$

سوال اگر مساحت مثلث ABC برابر ۲۰ و محیط آن برابر ۱۲ باشد حاصل $\frac{1}{h_c} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_a}$ برابر است؟

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲ (۵) ۱



$$S = \frac{1}{2} a h_a \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{2S}$$

$$\rightarrow \frac{1}{h_b} = \frac{b}{2S}$$

$$\rightarrow \frac{1}{h_c} = \frac{c}{2S}$$

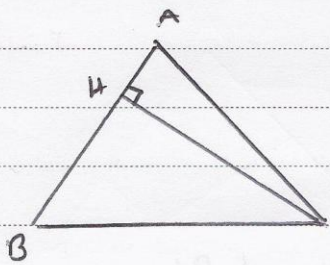


$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a+b+c}{2S} = \frac{12}{2 \times 20} = \frac{3}{10}$$

گزینه ی صحیح ۳

Year: ----- Month: ----- Day: -----

Subject: -----



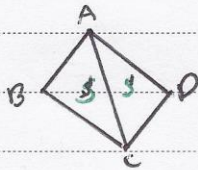
$$S = \frac{1}{2} (CH \cdot AB)$$

$$\sin A = \frac{CH}{AC} \Rightarrow CH = AC \sin A$$

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} bc \sin A$$

نکته ۳

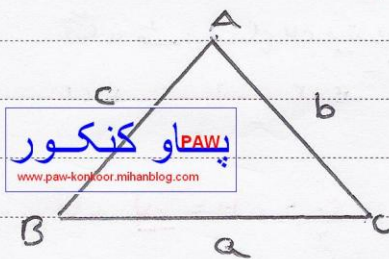
مسئله: در مثلث ABCD طول ضلع CD واحد و $\cos B = \frac{5}{9}$ و با کشیدن مساحت لوزی را بیابید.



۲، ۳ ۱، ۳ ۶، ۵ ۲، ۱

$$\cos B = \frac{5}{9} \Rightarrow \sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B} = \frac{4}{9}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{4}{9} = \frac{4}{9} \Rightarrow 2S = \frac{8}{9}$$



پاور کنکور
www.paw-konkour.mihanblog.com

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$\frac{2S}{abc} = \frac{\sin C}{c} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin A}{a}$$

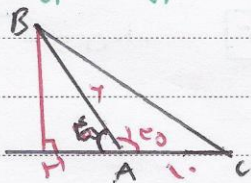
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \text{ رابطه سینوس ها}$$

پاور کنکور
فرصتی طلایی برای کنگوری ما
www.paw-konkour.mihanblog.com

مسئله: در مثلث ABC داریم $\begin{cases} A = 20^\circ \\ B = 70^\circ \\ BC = \sqrt{2} \end{cases}$ اندازه ضلع AB چقدر است؟

۲، ۳ $a = \sqrt{2}$ ۳ ۲، ۵ ۴، ۱

$$\frac{\sqrt{2}}{\sin 70^\circ} = \frac{AB}{\sin 20^\circ} \Rightarrow AB = \frac{\sqrt{2} \sin 20^\circ}{\sin 70^\circ}$$



مسئله: مساحت مثلث متساوی الساقین زیر چه قدر است؟
 $AB = 2$
 $AC = 1$

۲، ۳ $2\sqrt{2}$ ۳ $10\sqrt{2}$ ۱۲ $16\sqrt{2}$ ۱

$$S = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 \times \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S = \frac{1}{2} BH \times AC = \frac{1 \times \sqrt{3}}{2}$$

مساحت مثلث متساوی الساقین

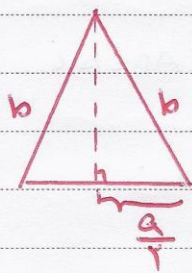
مسئله؟ مساحت مثلث متساوی الساقین به طول ساق b و طول قاعده a چقدر است؟

$$\frac{a}{2} \sqrt{4b^2 - a^2} \quad (1)$$

$$\frac{b}{2} \sqrt{4b^2 - a^2} \quad (1)$$

$$\frac{a}{2} \sqrt{4b^2 - a^2} \quad (1)$$

$$\frac{b}{2} \sqrt{4a^2 - b^2} \quad (2)$$



ارتفاع \times قاعده
مساحت = $\frac{\quad}{2}$

پاو کنکور
فرصتی طلایی برای کنکوری ها
www.paw-konkooor.mihanblog.com

حل:

$$مساحت = \frac{a}{2} \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}$$

$$= \frac{a}{2} \sqrt{\frac{4b^2 - a^2}{4}} = \frac{a}{4} \sqrt{4b^2 - a^2}$$

نفریندهی ما

مسئله: اگر ارتفاع یک مثلث متساوی الساقین به کیلومتر ۱۲ سانتی متر برابر با ۴ باشد مساحت مثلث چقدر است؟

$$24 \quad (1)$$

$$18 \quad (2)$$

$$12 \quad (3)$$

$$6 \quad (4)$$



پاو کنکور
www.paw-konkooor.mihanblog.com

$$2b + a = 16$$

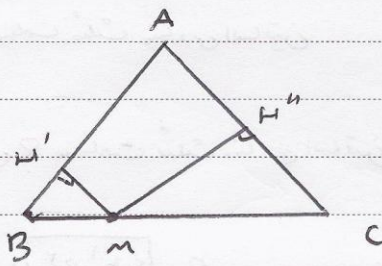
$$(a - b)^2 + 12 = b^2$$

$$24 - 16b + b^2 + 12 = b^2$$

$$12b = 12 \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow مساحت = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

نفریندهی ما



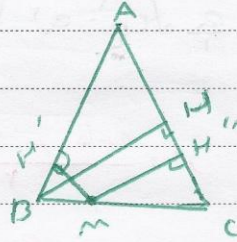
$AB = AC$

$MH' + MH'' = ?$

بررسی یک مکان هندسی دل

توجه: مساحت متساوی الاضلاع یک مکان هندسی خاصی است. مجموع این فواصل آن ها از ۳ رأس با ارتفاع

$S_{AMB} + S_{AMC} = S_{ABC}$



$AB = AC$

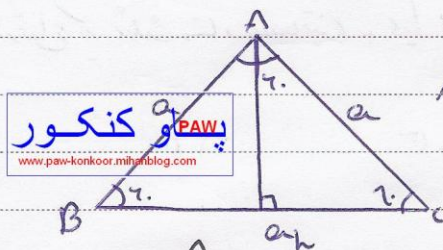
دارد برسانی

اثبات

$S_1 = \frac{1}{2} MH' \times AB$
+
 $S_2 = \frac{1}{2} MH'' \times AC$

$S_T = \frac{1}{2} BH \times AC$

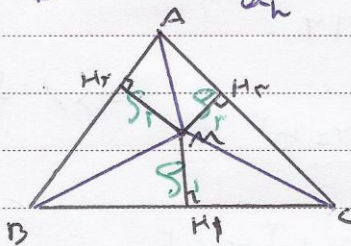
$\Rightarrow MH' + MH'' = BM$



$AB = AC = BC = a$

ارتفاع $a_h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$ و $\frac{a}{2}$ و $\frac{a}{2}$ است

$S = \frac{1}{2} a a_h = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} a \times a = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$



$AB = AC = BC$

بررسی یک مکان هندسی دل

$MH_1 + MH_2 + MH_3 = a_k$

$S_1 + S_2 + S_3 = S_T$

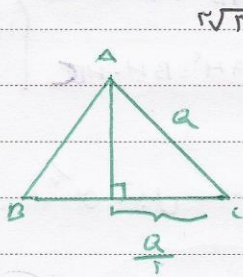
اثبات: از M به ۳ رأس وصل می کنیم

$\frac{1}{2} MH_1 \times \frac{BC}{a} + \frac{1}{2} MH_2 \times \frac{AB}{a} + \frac{1}{2} MH_3 \times \frac{AC}{a} = \frac{1}{2} a a_k \Rightarrow a_k = MH_1 + MH_2 + MH_3$

فاصله هر یک از رئوس متساوی الاضلاع یک مکان هندسی خاصی است. مجموع فواصل آن ها از ۳ رأس برابر است با ارتفاع

$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$

سوال ۱۸: اگر عمیقاً یک مثلث متساوی الساقی با ابعاد ۱۸ باشد مجموع فواصل نقطه‌ی M از ۳ ضلع چقدر است؟



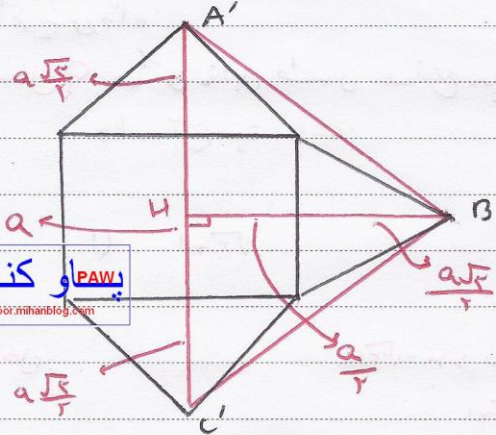
$$\frac{h}{3} = a = b = c$$

$$a^2 - a'^2 = a^2 h$$

$$24 - a = a h^2 \Rightarrow a h = \sqrt{24} = 2\sqrt{3}$$

سوال ۲: در یک مربع از یک ضلع مثلث متساوی الساقی ساخته‌اند. مساحت مثلث A'B'C' چند برابر مساحت مربع است؟

۱) $2\sqrt{2} + 2$ ۲) $\frac{2\sqrt{2} + 2}{3}$ ۳) $\frac{2\sqrt{2} + 2}{3}$ ۴) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$



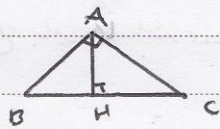
$$A'C' = a\sqrt{2} + a = a(\sqrt{2} + 1)$$

$$B'H = \frac{a}{2} (1 + \sqrt{2})$$

$$S = \frac{1}{2} a (\sqrt{2} + 1) \frac{a}{2} (1 + \sqrt{2}) = \frac{1}{4} a^2 (1 + \sqrt{2})^2$$

$$\frac{\frac{1}{4} a^2 (1 + \sqrt{2})^2}{\frac{1}{2} a^2 \sqrt{2}} = \frac{(2 + 2\sqrt{2})\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{2} = \frac{\sqrt{2} + 1}{1} = \sqrt{2} + 1$$

۱ روش: $\frac{1}{2} a e h$



مساحت مثلث قائم الزاویه

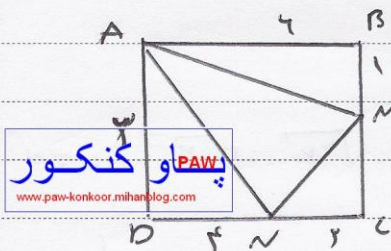
۲ روش: $\frac{1}{2} AB \cdot AC$

$AH \times BC = AB \times AC$

$AB^2 = BH \cdot BC$

$AH^2 = BH \cdot HC$

مربوطه می شود



پاؤ کنکور
www.paw-konkor.mihanblog.com

مسئله در شکل متابیل مساحت AMN چند است؟

۲ (۲) ۵ (۱)

۱۰ (۴) ۷ (۳)

مساحت مربع - مساحت ۳ مثلث = مساحت AMN

$$\begin{cases} S_{ABM} = 2 \\ S_{MNC} = 2 \\ S_{NDA} = 2 \end{cases} + = 11$$

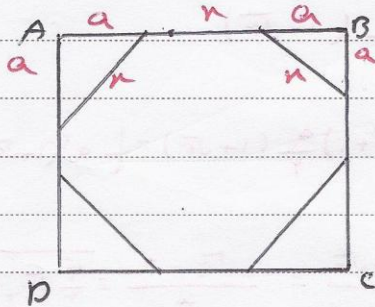
$S_{ABCD} = 16 \Rightarrow S_{AMN} = (16 - 11) = 5$

نمی بینم چطور

مسئله در شکل متابیل طول هر ضلع مربع ABCD برابر $(\sqrt{2} + 1)$ است مساحت آن چقدر است؟

کدام دو متن چند راسته است:

$2\sqrt{2} + 1$ (۲) $2(\sqrt{2} + 1)$ (۳) $\sqrt{2} + 2$ (۴) $\sqrt{2} + 1$ (۱)



$2a^2 = n^2 \Rightarrow n = \sqrt{2}a$

$2a + n = \sqrt{2} + 1$

$\Rightarrow 2a + \sqrt{2}a = \sqrt{2} + 1$

$a\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) = (\sqrt{2} + 1)$

$a\sqrt{2} = 1$

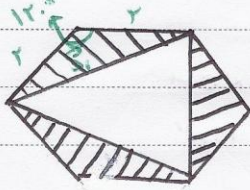
$a = \frac{\sqrt{2}}{2}$

مساحت مربع = $3 + 2\sqrt{2}$
 $\frac{1}{2} (\frac{\sqrt{2}}{2})^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

مساحت مربع = $2 + 2\sqrt{2} = 2(1 + \sqrt{2})$

شش ضلعی خاص

مسئله: اگر حاصل ضلع شش ضلعی منتظم برابر ۱۰ باشد مساحت آن چگونه می‌تواند باشد؟

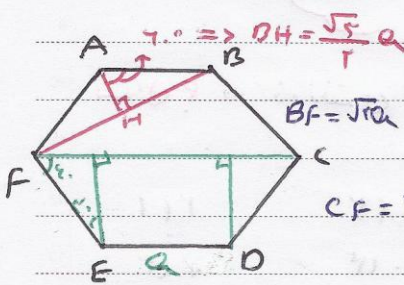


$$\begin{matrix} 2\sqrt{3} & 12 & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ 4\sqrt{3} & 24 & 2\sqrt{3} & 3 \end{matrix}$$

حل:
$$S = \frac{6 \times \text{ضلع} \times \sin 120^\circ}{2} = \frac{6 \times 2 \times \sin 120^\circ}{2} = 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

توجه:
$$S = 3 \times S_1 = 3\sqrt{3}$$

قطعاتی شش ضلعی منتظم



$BH = \frac{a}{2} \Rightarrow BH = \frac{\sqrt{3}}{2} a$

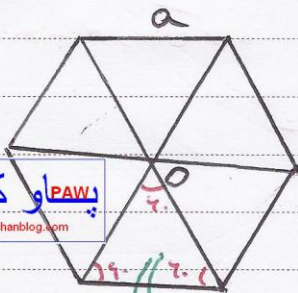
$BF = \sqrt{3}a \Leftrightarrow BF = 2 \times BH = BF$ قطر بزرگ

$CF = 2a \Leftrightarrow CH = \frac{a}{2}$

$FH = \frac{a}{2}$

$CF = 2a$ قطر بزرگ

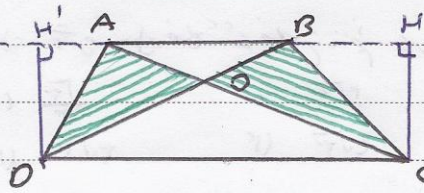
مساحت ۲ ضلعی منتظم



$$S = \frac{6 \times \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$S = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

ذو زندقه



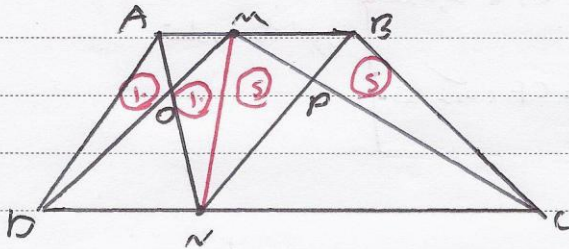
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times CH'$$

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} AB \times DH'$$

$$CH' = DH' \rightarrow S_{ABC} = S_{ABD}$$

قضیه برابری $S_{AOD} = S_{BOC}$ در تمام متوازی السطوح $S_{AOB} = S_{COD}$

سوال ۲. در زونگونی ABCD اگر $S_{AOB} = 1$ و $S_{MNP} = 15$ آنگاه مساحت BPC برابری است؟



$$5 (۳)$$

$$2 (1)$$

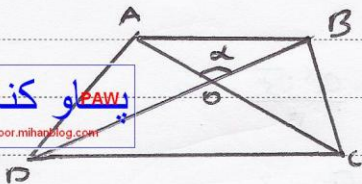
$$10 (۴)$$

$$7 (۲)$$

حل: از م بر م و ن وصل کرده

$$1 + 5 = 15 \Rightarrow 5 = 9$$

تفسیر ۲۰



$$S_{AOB} = \frac{1}{2} \times OB \times OA \times \sin \alpha$$

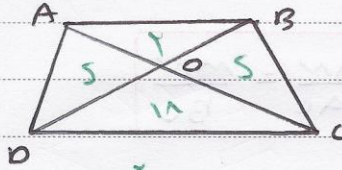
$$S_{BOC} = \frac{1}{2} \times OB \times OC \times \sin(180 - \alpha)$$

$$S_{AOD} = \frac{1}{2} \times OA \times OD \times \sin \alpha$$

$$S_{AOD} = \frac{1}{2} \times OA \times OD \times \sin(180 - \alpha)$$

$$\sin \alpha = \sin(180 - \alpha) \rightarrow S_{AOB} \times S_{BOC} = S_{BOC} \times S_{AOD} = (S_{AOD})^2$$

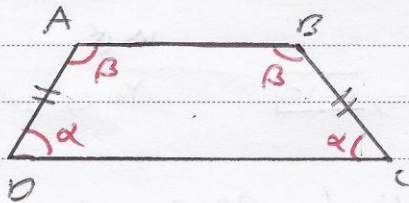
مسئله ۱: در ذوزنقه یکسایز متقابل مساحت OAB برابر ۲، مساحت مثلث ODC برابر ۱۸. مساحت ذوزنقه چقدر است؟



۱۸ ۲ ۱۶ ۱۲ ۳۲ ۵ ۶ ۱

حل: $S^2 = 36 \rightarrow S = 6 \rightarrow S_{\text{ذوزنقه}} = 2 + 2 + 18 + 2 = 24$
شماره پرسش ۳۲

$AD = BC$



نکته: در ذوزنقه‌های متساوی الساقین

$\alpha + \beta = 180^\circ$



ملته: اگر از نقطه P درون (یا حتی بیرون) یک مستطیل هم‌کراهِس رسم کنیم

$PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$

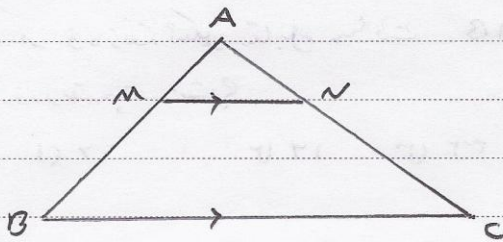
مسئله ۲: فاصله‌ی نقطه‌ی P در داخل مستطیل A و B و C به ترتیب ۱۰، ۳ و ۴ است. فاصله‌ی نقطه‌ی P از D چقدر است؟

$\sqrt{10}$ ۱ ۴ ۳ ۹ ۱۲ ۱۰

حل: $PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$
 $100 + 12 = 9 + PD^2 \Rightarrow PD^2 = 107 \Rightarrow PD = \sqrt{107}$
شماره پرسش ۳۲

Year: Month: Day:

Subject:



قضیه تالس:

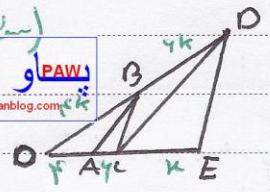
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = \frac{MN}{BC - MN}$$

$$\frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC} = \frac{BC - MN}{BC}$$

مثال: در شکل زیر $AB \parallel CD$ و $BC \parallel DE$ ، $AO = 4$ ، $AC = 6$ باشد اندازه های CE و ED چقدر است؟

(اساسی - تجربی)
پاور کنکور
www.paw-konkooor.mihanblog.com



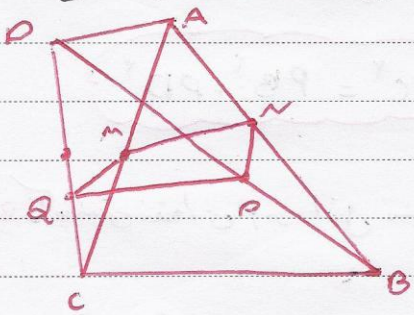
$$\frac{4k}{7k} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 1.75$$

۱۵ ۱۲
۱۲ ۱۱
۱۸ ۴
۱۶ ۱۳

تجزیه می کنیم

سوال ۹: در چهار ضلعی $ABCD$ وسط دو ضلع مقابل و وسط دو قطر چهار رأس دیگر چهار ضلعی خواهد بود؟

۱. مربع ۲. مستطیل ۳. لوزی ۴. متوازی الاضلاع



$$\begin{cases} MN \parallel BC \\ MN = \frac{1}{2} BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} PQ \parallel MN \\ PQ = BC \end{cases}$$

$$\begin{cases} PQ \parallel BC \\ PQ = \frac{1}{2} BC \end{cases}$$

چهار ضلعی به اضلاع دو برابر برابر و متوازی دارد. متوازی الاضلاع - تجزیه می کنیم

نکته: با راه خطی به وسط استیاق و در نقطه رأس جمع می کنیم متوازی می آید و اندازه آن برابر با

$$\frac{a+b}{2}$$

مثال ۱: در ذوزنقه $ABCO$ اگر $AB=2$ و $DC=4$ و $\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{3}$ باشد ضلع MN چقدر است؟



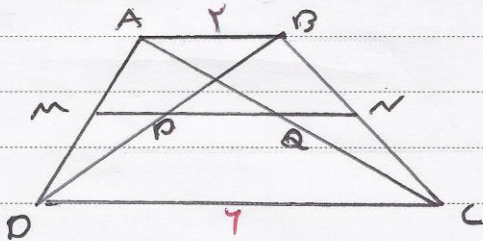
$$\frac{9}{3} = 12 \quad \frac{12}{4} = 3$$

$$5 = 12 \quad 4 = 12$$

ج: $\frac{BN}{BC} = \frac{NO}{DC} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{NO}{4} \Rightarrow NO = 2$

تقریباً $\frac{DM}{DA} = \frac{MO}{AB} \Rightarrow MO = 2$ $MN = NO + MO = 4$

سوال ۲: در ذوزنقه $ABCO$ اگر M و N وسط AD و BC باشند $CD = 2AB = 4$ باشد ضلع PQ چقدر است؟



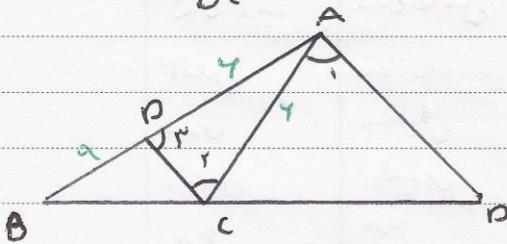
$$\frac{1}{2} = 12 \quad 4 = 12$$

$$1 = 12 \quad 2 = 12$$

ج: $\frac{NQ}{AB} = \frac{CN}{CB} \Rightarrow NQ = 1$

$\frac{MP}{AD} = \frac{BN}{NC} \Rightarrow PM = 3 \Rightarrow PQ = PM - NQ = 2$

مثال ۲: در مثل ABC اگر $AB=15$ و $AC=4$ باشد $\frac{BC}{DC}$ چقدر است؟



$$\frac{5}{1} = 12 \quad \frac{15}{4} = 12$$

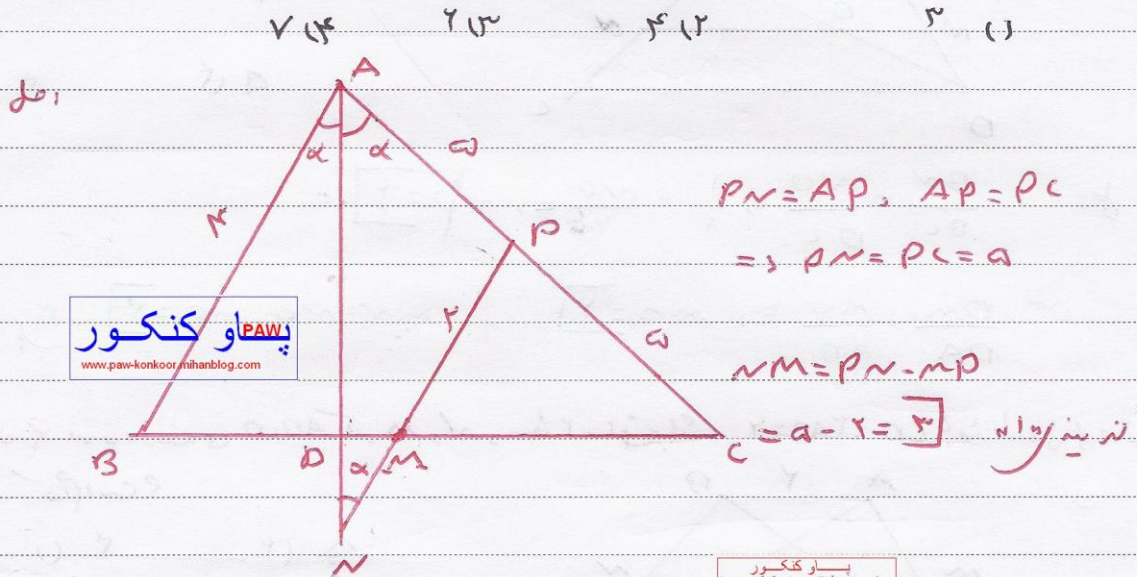
$$\frac{4}{3} = 12 \quad 1 = 12$$

$\hat{P} = \hat{P} \Rightarrow AP = AC = 4 \Rightarrow AP = 9$

$PC \parallel AD$

$\frac{BC}{DC} = \frac{BP}{AP} = \frac{9}{4} = \frac{3}{1}$

سوال ۱۰ از نقطه ای M وسط ضلع BC از مثلث ABC خطی موازی AB رسم کنیم تا نیم سازه
دایره ای با مرکز A را در نقطه M قطع کند. اگر $AC=10$ و $AB=4$ باشد اندازه های پاره های
AM و PM چقدر است؟



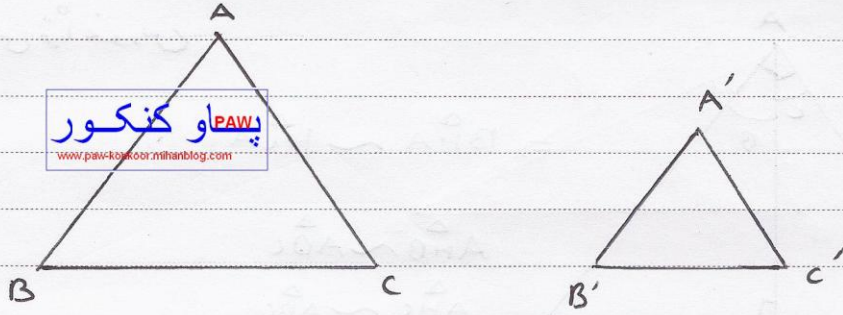
پاؤ کنکور
www.paw-konkour.mihanblog.com

پاؤ کنکور
فرصتی طلایی برای کنکوری ها
www.paw-konkour.mihanblog.com

نکته: اگر $\frac{a}{b} = \frac{a+c+e}{b+d+f}$ و $\frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ آنگاه $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

نکته: از مجموع مربع اضلاع وسط ضلع همان مثلث ها نیز استفاده می شود و آن آیه که گفته می شود زیرا

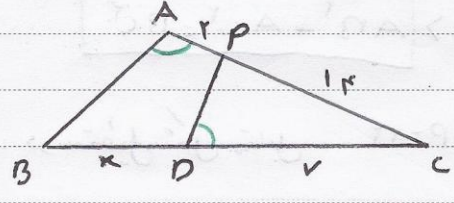
مثلث حاصل	مثلث اولیه
مستطیل	مربع
مستطیل	مربع
مربع	مربع
مربع	مربع
مربع	مربع
مربع	مربع



$$k = \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{\text{ضلع}}{\text{ضلع}} = \frac{\text{ارتفاع}}{\text{ارتفاع}} = \frac{\text{پهلو}}{\text{پهلو}}$$

$$k^2 = \frac{\text{مساحت}}{\text{مساحت}} = \left(\frac{AB}{A'B'}\right)^2$$

مثال و در کسب مقابل زاویه A و D برابر هستند طول پاره خفا BD چقدر است؟



$$\begin{matrix} 23 & 12 & 22 & 1 \\ 25 & 14 & 24 & 3 \end{matrix}$$

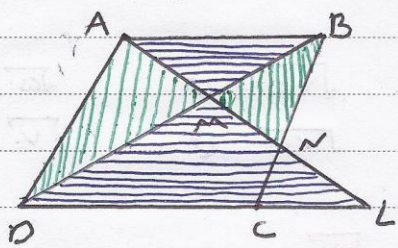
دلیل: $D=A, C=C \Rightarrow P=B \rightarrow \triangle PDC \sim \triangle ABC$

$$\frac{CP}{BC} = \frac{DP}{AB} = \frac{DC}{AC} \Rightarrow \frac{14}{v+k} = \frac{DP}{AB} = \frac{v}{14} \Rightarrow 49 + vk = 224$$

$$175 = vk \Rightarrow \boxed{k=7}$$

تزیین ۴

سوال ۹ در متوازی الاضلاع ABCD، MN=۴، N=۵ باشد اندازه پاره خفا AM چقدر است؟

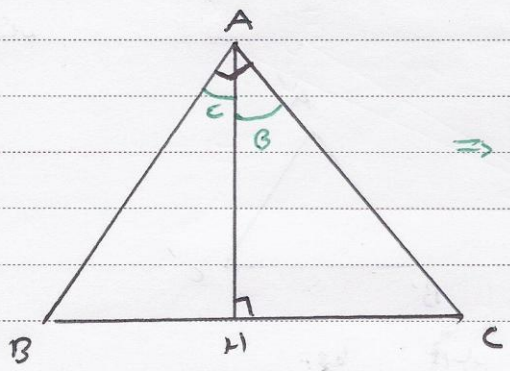


$$\begin{matrix} 23 & 12 & 4 & 1 \\ 24 & 14 & 2 & 3 \end{matrix}$$

$$\frac{AM}{MN} = \frac{DM}{MB}$$

$$\frac{DM}{MB} = \frac{ML}{AM} \Rightarrow \frac{AM}{MN} = \frac{ML}{AM} \Rightarrow AM^2 = 24$$

$$AM = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$



قضیه فیثاغورس

$$\Rightarrow \triangle BHA \sim \triangle HCA$$

$$\triangle AHB \sim \triangle ADC$$

$$\triangle AHC \sim \triangle ABC$$

$$AH^2 = BH \cdot HC$$

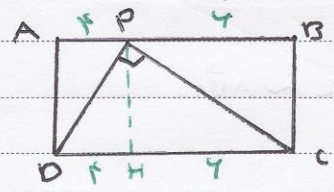
$$AB^2 = BH \cdot BC \quad \left. \begin{array}{l} AB^2 + AC^2 = BH \cdot BC + CH \cdot BC \\ AC^2 = CH \cdot BC \end{array} \right\} = BC(BH + CH) = BC^2$$

$$AC^2 = CH \cdot BC$$

$$= BC(BH + CH) = BC^2$$

$$\Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$$

سوال ۱ در مستطیل کسب متقابل $AP = BP = 12$ می باشد طول پاره خط DP چقدر است؟

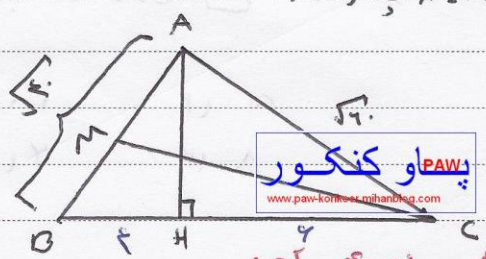


۳۷ ۲ (۱)
۲۷.۱۴ ۴، ۵، ۱۳

$$DP^2 = DH \times DC = 4 \times 10 = 40$$

$$DP = 2\sqrt{10}$$

سوال ۲ در مثلث قائم الزامی، اندازه های بن رسترین میان چه راستا؟



$\sqrt{45}$ ۲ $\sqrt{5}$ ۱
 $\sqrt{75}$ ۴ $\sqrt{7}$ ۳

$$AB^2 = 4 \times 10 = 40 \rightarrow AB = \sqrt{40}$$

$$AC^2 = 2 \times 10 = 20 \rightarrow AC = \sqrt{20}$$

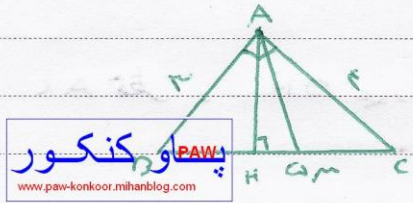
$$CM^2 = (\sqrt{40})^2 + (\sqrt{20})^2 = 70 \Rightarrow CM = \sqrt{70}$$

Year: ----- Month: ----- Day: -----

Subject: -----

سوال: طول اضلاع مثلثی ۳، ۴ و ۵ است اندازه تصویر میان خط عمود بر آن ضلع بزرگتر بر آن ضلع چند است؟
(۱) ۲ (۲) ۷ (۳) ۷.۵ (۴) ۸ (۵) سایر (ریاضی)

مثلث قائم الزامی د = اندازه اضلاع ۳، ۴ و ۵



پاؤ کنکور
www.paw-konkooor.mihanblog.com

اندازه تصویر میان یعنی تصویر از زاویه برابر ۹۰ است

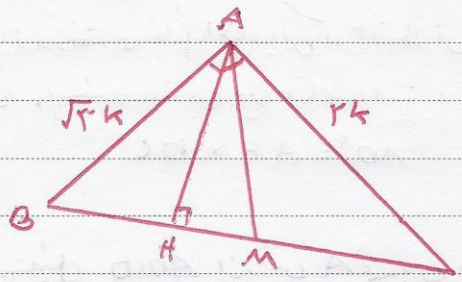
$$CH = \frac{BC}{2} = \frac{5}{2}$$

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow CH = \frac{14}{5}$$

$$MH = CH - CM = \frac{14}{5} - \frac{5}{2} = \frac{7}{10} = ۰.۷$$

سوال: در مثلث قائم الزامی ABC (A=90) داریم $\frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ اگر ارتفاع AH و میان AM را رسم کنیم مساحت ABC چند برابر مساحت AMH است؟

(۱) ۷ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴ (۵) سایر (ریاضی)



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5k^2 + 4k^2 = 9k^2$$

$$BC = \sqrt{9}k \Rightarrow MC = \frac{BC}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}k$$

$$AC^2 = CH \times CB$$

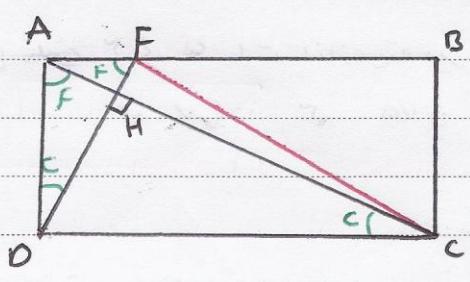
$$5k^2 = CH \times \sqrt{9}k \Rightarrow CH = \frac{5\sqrt{5}}{3}k$$

$$\Rightarrow \frac{5\sqrt{5}}{3}k - \frac{3\sqrt{5}}{2}k = MH$$

$$MH = \frac{\sqrt{5}}{12}k$$

پاؤ کنکور
فرصتی طلبی برای کنکوری ها
www.paw-konkooor.mihanblog.com

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AMH}} = \frac{\frac{1}{2} \times AH \times BC}{\frac{1}{2} \times AH \times MH} = \frac{BC}{MH} = \frac{\sqrt{5}k}{\frac{\sqrt{5}}{12}k} = 12$$

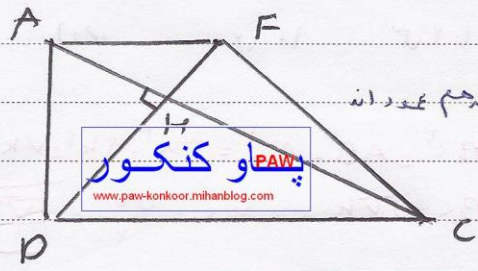


AC قطر و DH عمود از رأس D بر قطر AC

$\rightarrow \triangle ACD \sim \triangle AFD$

$\frac{AD}{AF} = \frac{DC}{AD} \Rightarrow AD^2 = AF \times DC$

CF را هم رسم کن و مثلث FDC را یاد بگیر

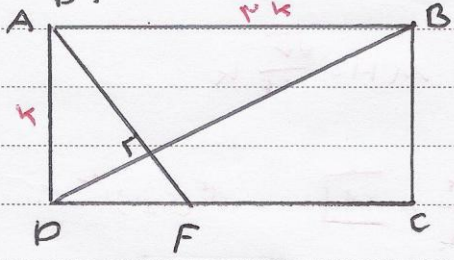


در ذوزنقه ای قائم الزامیست که ۲ قطر آن بر هم عمودند
ارتفاع واسطی هندسی بین ۲ تا عمود است

$AD^2 = AF \times DC$

سوال؟ در مستطیل ABCD از رأس A عمود بر قطر BD رسم کرده و آن را امتداد دهیم

تا ضلع DC را در نقطه ای F قطع کند که $AB = 3DA$ باشد حاصل $\frac{DC}{DF}$ چند است؟



۸	۲	۹	۱
۳	۴	۶	۳

$DF \times AB = AD^2$

$DF \times 3k = k^2 \Rightarrow DF = \frac{k}{3}$

$\frac{DC}{DF} = \frac{3k}{\frac{k}{3}} = 9$

پس گزینه ۱ است

سوال؟ در ذوزنقه ای قائم الزاویه که قطرها برهم میخورند و طول تارده ها ۶ و ۲۴ باشد مجموع

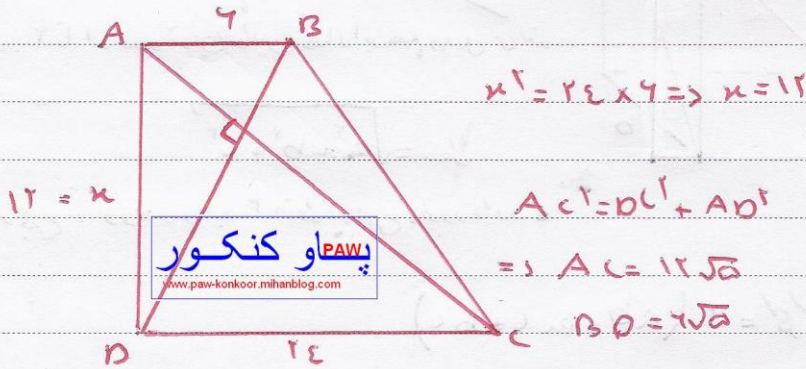
طول ~~تارده~~ قطر چقدر است؟

$18\sqrt{5}$ ۳

۱۸ ۳

$19\sqrt{3}$ ۲

۱۹ ۱



$x^2 = 24 \times 6 \Rightarrow x = 12$

$AC^2 = DC^2 + AD^2$

$= 1 AC = 12\sqrt{5}$

$BD = 26\sqrt{5}$

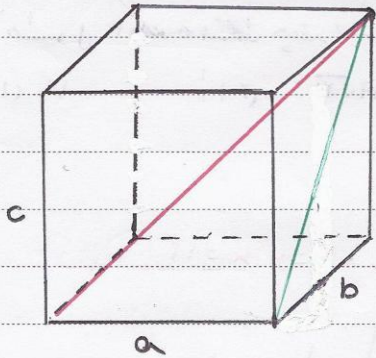
$AC + BD = 2\sqrt{5} + 12\sqrt{5} = \sqrt{5}(12+2) = 14\sqrt{5}$

ندیده می باشد

نکته: در هر مثلث رابطه سینوس ها برقرار است

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B} \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} \end{cases}$$

هندسه فضايي



مکعب مستطیل

قطر: ۲ تا از دورترین رأس ها را به هم وصل می کنند

$$\text{قطر} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

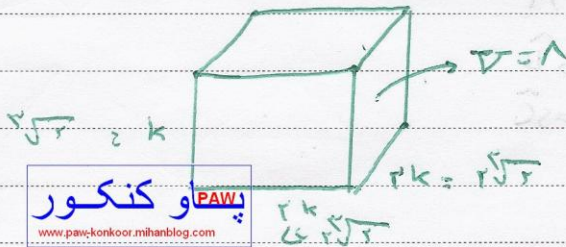
قطر وجه: دو وجه به ۲ قطر وجهی وجود دارد.

$$S_{\text{مکعب}} = 2(ab + ac + bc)$$

$$V = abc$$

مسئله: اضلاع مکعب مستطیلی با ابعاد ۸، ۱۲ و ۹ باشد طول قطر آن چقدر است؟

- ۱) $6\sqrt{2}$ ۲) $9\sqrt{3}$ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) $9\sqrt{4}$

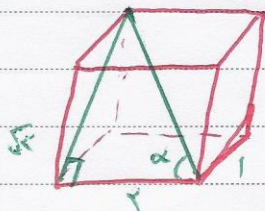


$$4k^2 = 8 \Rightarrow k = \sqrt{2}$$

$$\text{قطر} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

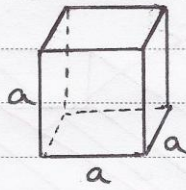
مسئله ۹: طول یال مکعب مستطیلی ۸ و ۱۲ است. زاویه بین قطر و یال بزرگتر چقدر است؟



$$\text{قطر وجه} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{2})^2} = 2$$

میان قطر وجه = ۲ و یال = ۲ - مثلث متساوی الساقین (زاویه برابر) $\alpha = 45^\circ$

شماره سببی ۲۰



قطر وجهی = $a\sqrt{2}$

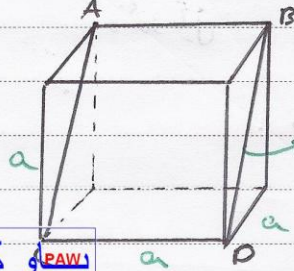
$V = 4a^2$

قطر اصلی = $a\sqrt{3}$

$V = a^3$

مکعب

شکل در مکعب شکل مقابل سه تا چهار ضلعی ABCD برابر $2\sqrt{3}$ است سطح کل مکعب چند سانتی متر مربع است؟



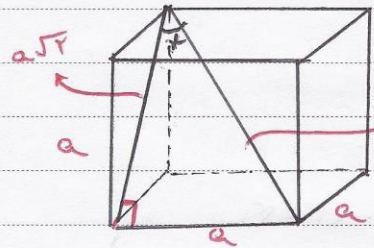
۱۶	۱۲	۱۲	۱۱
۲۴	۱۴	۱۸	۱۳

$S_{ABCD} = a(a\sqrt{2}) = a^2\sqrt{2} = 2\sqrt{3}$
 $\Rightarrow a = \sqrt{3}$

تقریبی $n = 3$ $V = 4a^2 = 2(\sqrt{3})^2 = 12$ \Rightarrow تقریبی



سوال ۲ در مکعب زیر زاویه ی α کدام است؟



Arc $\cos \frac{\sqrt{3}}{2}$ ۱

Arc $\cos \frac{\sqrt{2}}{2}$ ۱

Arc $\sin \frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲

Arc $\sin \frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲

حل =

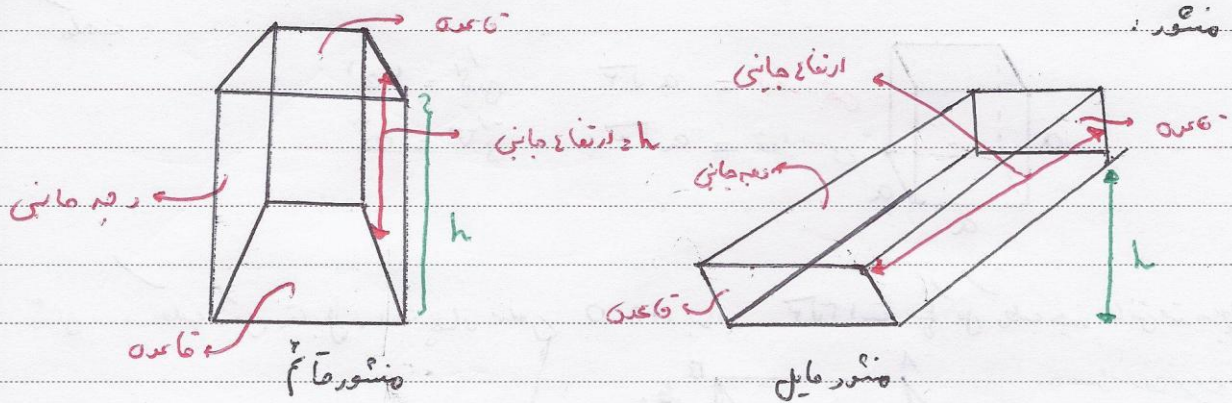
$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{Arc } \sin \frac{\sqrt{3}}{2} = \alpha$

$\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \text{Arc } \cos \frac{\sqrt{2}}{2} = \alpha$

تقریبی $n = 3$

نکته: اگر طول یان α برابر شود، طول قطر n برابر می شود.



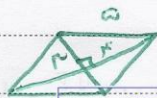


ارتفاع جانبی ضخورت \times محیط قاعده = مساحت جانبی ضخورت

ارتفاع \times مساحت قاعده = V ضخورت

مسئله: سطح کنی ضخورت قائم که قاعده آن مثلثی است به اضلاع ۶ و ۸ و ارتفاعش مساوی محیط قاعده آن باشد برابر است با:

- ۱) ۴۲۸
- ۲) ۲۲۴
- ۳) ۲۲۸
- ۴) ۴۴۸



$P = 24$
مساحت قاعده = $\frac{6 \times 8}{2} = 24$

پاورکنکور
www.paw-konkooor.mihanblog.com

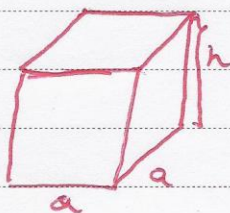


$h = 2$
مساحت جانبی $= 20 \times 2 = 40$
مساحت قاعده $= 40 + 48 = 88$

توجه: $40 + 48 = 88$ مساحت جانبی \times ارتفاع = مساحت جانبی

مسئله ۲: مساحت کنی یک ضخورت قائم با قاعده‌ای مربع ۸۲ است که مجموع ارتفاع و ضلع قاعده ۱۰ باشد ارتفاع این ضخورت را بیابید.

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۷

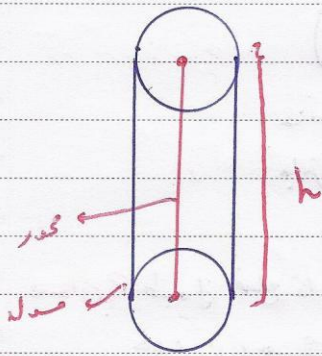


$a^2 + a^2 + 4ah = 2a(a + 2h)$

$2a(a + h) = 2a(10)$
 $a + h = 10$

$2a(10) = 82 \rightarrow (10-h)(10+h) = 41 \rightarrow h = 3$

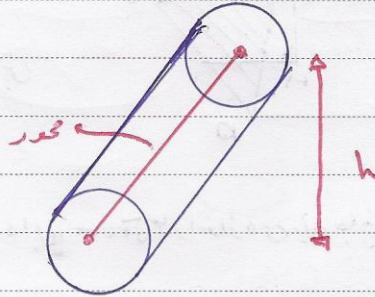
استوانه های منشوری که قاعده های آن دایره است



استوانه قائم

$$V = \text{مساحت قاعده} \times h$$

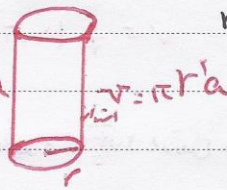
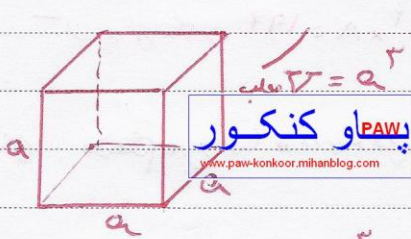
$$V = \text{مساحت دایره} \times h = \pi r^2 \times h$$



استوانه مایل

مسئله: حجم مکعب به ضلع a برابر حجم استوانه ای با ارتفاع a و قطر قاعده ۲ است. ابعاد آن را پیدا کنید.

به آزاد تجربی

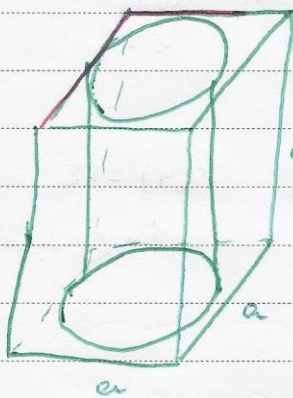


$$r = \frac{a}{\sqrt{12}} \quad (1)$$

$$r = \frac{2a}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

$$a^3 = \pi r^2 a \Rightarrow r = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

مسئله: در داخل مکعب به قطر ۴√۳، بزرگترین استوانه ممکن را می‌توان گذاشت. ابعاد آن استوانه را پیدا کنید؟



$$21 \quad 12 \quad 12 \quad 11$$

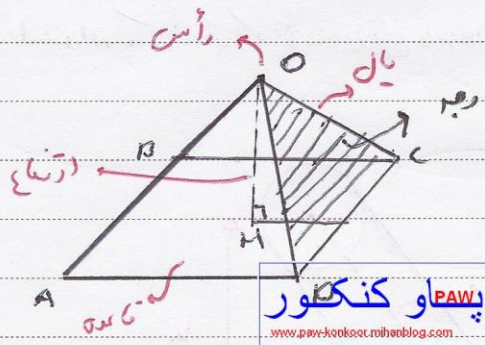
$$22 \quad 24 \quad 12 \quad 14 \quad 12 \quad 13$$

$$a^3 = \pi r^2 a \Rightarrow r = \frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow a = \sqrt{3}r$$

$$25 \quad \text{ارتفاع} = 2 \quad \text{شعاع قاعده} = r$$

$$26 \quad \text{مساحت قاعده} + \text{ارتفاع} = 2(\pi r^2) + 2\pi r(2) = 4\pi r^2 + 4\pi r$$

$$27 \quad = 24\pi$$



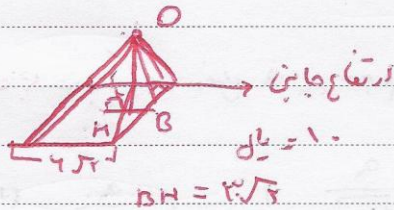
هستم : قاعده چند ضلعی

$$V = \frac{1}{3} (ساحت \times ارتفاع)$$

حاصل جمع مساحت و ارتفاع = مساحت جانبی

مسئله ۹: طول ضلع قاعده حجم منتظم مربع الیاء ده اس ۲۶۴ cm و ارتفاعی یاق جانبی آن ۱۰ cm است حجم این هضم چند cm است ؟

۱) ۱۶۲ (۲) ۱۷۲ (۳) ۱۸۲ (۴) ۱۹۲ (۵) *سوال اول*



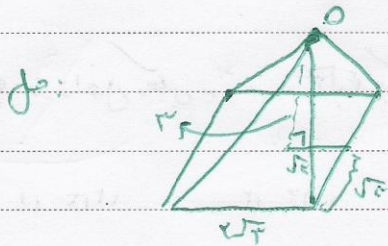
$$ارتفاع جانبی = 10 - ۱۸ = \sqrt{۸۲}$$

$$ارتفاع = \sqrt{(\sqrt{۸۲})^2 + (۲۶.۴)^2} = ۸$$

$$شماره ۱۹۲ = \frac{1}{3} (۲۶.۴)^2 \times ۸$$

مسئله ۱۰: در هضم مربع الیاء ده ای به ضلع قاعده ۲۴ ارتفاع هضم ۳ و اعداد سه ضلع جانبی هضم چند است ؟

۱) ۱۲۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴) ۱۶۴ (۵) *سوال اول*



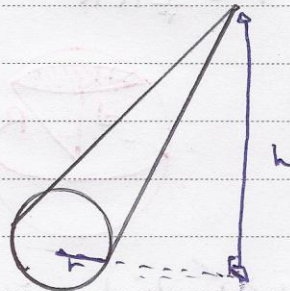
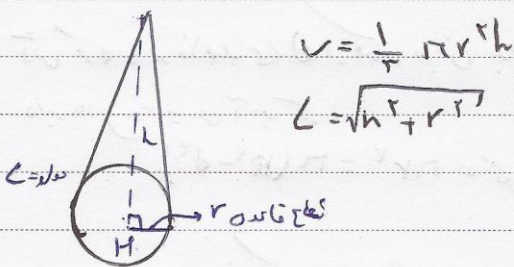
$$ارتفاع جانبی = \sqrt{۳^2 + ۱۲^2} = ۱۲.۵$$

$$ارتفاع \times قاعده \times \frac{1}{3}$$

$$= ۱۲.۵ \times ۲۴ \times \frac{1}{3} = ۲۴$$

شماره ۲۴

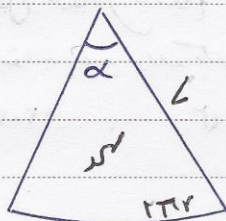
مضروب همان مساحت با تقاضای دایره است



عزروطاق

عزروطاقبل

عزوط با زشده انبار



مساحت جانبی = $\pi r l$



پاور کنکور
www.paw-konkour.mihanblog.com

سوال ۲. در مثل متساوی الساقین زاویه O برابر ۶۰ است. اگر $OA = 4\sqrt{3}$ باشد مساحت مخروطی حاصل است؟

۱۲π (۲) ۱۲π (۱)

۲۴π (۳) ۱۸π (۴)

$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
 $r = 2\sqrt{3}$

$AB = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2\sqrt{3} = \frac{3}{2}$ $V = \frac{1}{3} \pi \times 3 \times 12 = 12\pi$

پاور کنکور
فرصت طلایی برای کنکوری ها
www.paw-konkour.mihanblog.com

مثال ۳. مثلث ABC اضلاع آن AB=۳، AC=۴، BC=۵ را دارد. مساحت آن را بیابان

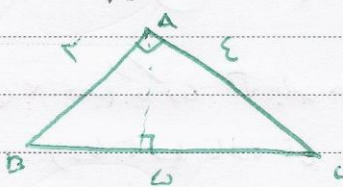
مساحت آن را بیابان

$\frac{25}{2} \pi$ (۴)

$\frac{5\pi}{2}$ (۳)

2π (۲)

25π (۱)



$AB \times AC = AH \times BC$

$BH^2 = AB^2 - AH^2$

$\Rightarrow AH = \frac{12}{5}$

$BH = \frac{9}{5}, CH = \frac{16}{5}$

مساحت دو دایره مخروطی را بیابان

$V_1 = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{12}{5}\right)^2 \times \frac{9}{5}$

$V_2 = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{16}{5}\right)^2 \times \frac{16}{5}$

$\Rightarrow V_T = \frac{5\pi}{3}$



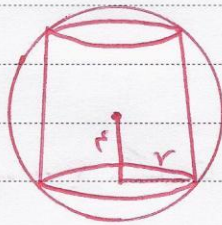


$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi R^3$$



1 کره
2
3 اگر کره را در فاصله h از قطبش برش بدهیم
4 دایره h بریده می شود به یک کره
5 $V_{\text{کره}} = \pi r^2 = \pi (R^2 - h^2)$

7 سوال؟ در داخل کره h برشها ۶ واحد بزرگترین است و آن ممکن به ارتفاع ۸ واحد قرار داده حجم
8 این است و آن چند واحد مکعب است؟
9 (۱) ۱۲۰۰۰ (۲) ۱۳۲۰۰ (۳) ۱۴۱۰۰ (۴) ۱۴۰۰۰



$$r = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$$

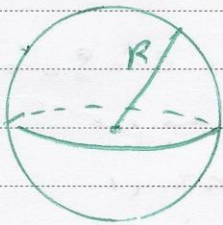


10
11
12
13 $V = \pi (\sqrt{7})^2 \times 8 = 140\pi$ کمترین می شود

14
15 مثال: حجم کره h برشها R نصف مساحت سطح کره است. شعاع h چقدر است؟

16 h آن را برشها h برشها

17 $\frac{1}{1}$ $\frac{2}{1}$ $\frac{3}{1}$ $\frac{4}{1}$

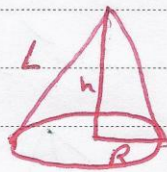


18
19
20 $V = \frac{4}{3} \pi R^3$
 $V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi R^3$

21 $\frac{L}{r} = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{\frac{4}{3} \pi R^2} = \frac{R}{r}$

22 $\Rightarrow R = \frac{r}{2}$ کمترین می شود

23 سوال؟ حجم یک کره $\sqrt{2}$ برابر حجم مخروط قائم است. اگر شعاع قاعده h و ارتفاع h برابر شعاع کره باشد فاصله h و h
24 h را تا محیط قاعده آن چند برابر شعاع قاعده است؟



25
26 $\frac{3}{1}$ $\frac{2}{1}$
27 $\frac{4\sqrt{2}}{1}$ $\frac{1}{1}$

28 $V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi R^3$ $V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \pi R^2 h$

29 $\frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{\frac{1}{3} \pi R^2 h} = \frac{4R}{h} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{h}{R} = 2\sqrt{2}$

$L = \sqrt{h^2 + R^2} = \sqrt{(2\sqrt{2}R)^2 + R^2} = 3R \Rightarrow \frac{L}{R} = \frac{3R}{R} = 3$ کمترین می شود

با تشکر از شما که پاو کنکور را برای کنکور خود برگزیده اید
در صورت وجود مشکل در جزوه به ما اطلاع دهید تا در اسرع وقت تصحیح
شود

کپی برداری از این جزوه تنها با ذکر منبع پاو کنکور مجاز است
در صورت داشتن هرگونه سوال درباره این درس در وبلاگ مطرح کرده تا
پاسخ خود را از نویسنده و دبیران ما در کمترین زمان ممکن دریافت نمایید

www.paw-konkoor.mihanblog.com

jonaid73@gmail.com

ایمیل نویسنده این جزوه