خلاصه فیزیک هالیدی - فصل نهم: مرکز جرم و اندازه حرکت خطی

مرکز جرم: مرکز جرم سامانه ای شامل **M ذره** بنابر تعریف نقطه ای است که مختصات آن به وسیله ی این رابطه ها داده می شود:

$$x_{\mathrm{com}} = \frac{1}{\mathrm{M}}\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} \mathrm{m_i x_i} \quad \mathrm{y_{com}} = \frac{1}{\mathrm{M}}\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} \mathrm{m_i y_i} \quad \mathrm{z_m} = \frac{1}{\mathrm{M}}\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} \mathrm{m_i z_i}$$

یا

$$\vec{r}_{com} = \frac{1}{\mathrm{M}}\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} \mathrm{m_i}\vec{\mathrm{r_i}}$$

که در آن M جرم کل دستگاه است.

قانون دوم نیوتون برای دستگاه ذره ها : حرکت مرکز جرم یک سامانهٔ ذره ها از قانون دوم نیوتون برای سامانهٔ ذره ها پیروی می کند که عبارت است از:

$$\vec{F}_{net} = M\vec{a}_{com}$$

در اینجا $\vec{F}_{net}$نیروی خالص همهٔ نیروهای خارجی وارد شده به سامانه ,M جرم کل سامانه و $\vec{a}_{com}$ شتاب مرکز جرم سامانه است.

اندازه حرکت خطی . قانون دوم نیوتون : برای یک ذره ,تنها کمیت برداری $\vec{P}$ که آن را اندازه حرکت خطی می نامیم و به صورت زیر تعریف می شود:

$$\vec{P} = m\vec{V}$$

قانون دوم نیوتون را بر حسب اندازهٔ حرکت خطی می توان چنین نوشت:

$$\vec{F}_{net} = \frac{d\vec{p}}{\mathrm{d\,t}}$$

برای سامانه ای از ذره ها این رابطه ها به صورت زیر در می آیند:

$$\vec{P} = m\vec{v}_{com} \quad \text{و}$$
$$\vec{F}_{net} = \frac{d\vec{P}}{\mathrm{d\,t}}$$

برخورد و ضربه : به کار بردن قانون دوم نیوتون در شکل اندازه حرکت برای جسم ذره مانند وارد در برخورد, به قضیهٔ ضربه –اندازه حرکت خطی می انجامد.

$$\vec{P}_f - \vec{P}_i = \Delta\vec{P} = \vec{J}$$

که در آن $\Delta\vec{P} = \vec{P}_f - \vec{P}_i$ تغییر در اندازه حرکت خطی جسم و $\vec{J}$ ضربهٔ ناشی از نیروی $\vec{F}(t)$ است که توسط جسم دیگر وارد در برخورد, بر جسم اثر ی کند:

$$\vec{J} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}(t)d$$

اگر F_{avg} مقدار میانگین $\vec{F}(t)$ در حین برخورد و Δt مدت برخورد باشد,آن وقت برای حرکت یک بعدی داریم:

$$J = F_{\mathrm{avg}}\Delta t$$

وقتی جریان پیوسته ای از جسم ها,هر کدام به جرم m و تندی v به یک جسم که در مکانی ثابت است برخورد کند.نیروی متوسط وارد شده به جسم ثابت ,برابر است با:

$$F_{\text{avg}} = \frac{n}{\Delta t}\Delta \text{p} = \frac{\text{n}}{\Delta t}\text{m}\Delta \text{v}$$

که در اینجا $\frac{n}{\Delta t}$ آهنگی است که جسمها با جسم ثابت برخورد می کنند و Δv تغییر در سرعت هر جسم برخورد کننده است این نیروی متوسط را به صورت زیر نیز می توان نوشت:

$$F_{\text{avg}} = \frac{\Delta m}{\Delta t}\Delta \text{v}$$

که در آن $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ آهنگی است که جسم با جسم ثابت برخورد می کند. در معادله های بالا اگر جسم ها بر اثر برخورد متوقف شوند$\Delta v = -v$ و آگر آنها مستقیما به سمت عقب و بدون تغییر در تندی واجهش کنند $\Delta v = -2v$ است.

پایستگی اندازه حرکت خطی: اگر سامانه منزوی باشد یعنی هیچ نیروی خارجی خالصی بر سامانه اثر نکند, اندازهٔ حرکت خطی $\vec{P}$ سامانه ثابت باقی می ماند.

$\vec{P}$ = ثابت (سامانه بسته و منزوی)

که می توان آن را به صورت زیر نیز نوشت:

$\vec{P_i} = \vec{P_f}$ (سامانه بسته و منزوی)

که در آن زیرنویسها بیانگر مقدارهای $\vec{P}$ در یک زمان اولیه و در یک زمان پی از آن هستند.

دو معادله ی بالا بیانهای معادلی از قانون پایستگی اندازه حرکت خطی هستند.

برخورد ناکشسان یک بعدی: در برخورد ناکشسان دو جسم انرژی جنبشی سامانهٔ دو جسم پایسته نیست. اگر سامانه بسته و منزوی باشد , اندازه حرکت خطی کل سامانه باید پایسته باشد, که می توانیم آن را به

صورت رابطهٔ برداری زیر بنویسیم:

$$\vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f}$$

که در آن زیرنویسهای i و f به ترتیب بیانگر مقدارهای درست پیش ازبرخورد و درست پس از برخورد هستند.

اگر حرکت جسم ها در امتداد یک محور تنها باشد , برخورد یک بعدی است و می توانیم معادله ی بالا را بر حسب مؤلفه های سرعت در امتداد آن محور بنویسیم:

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

اگر جسم ها به هم بچسبند, برخورد کاملا ناکشسان است و جسم ها دارای سرعت نهایی یکسانv هستند(چون آنها به هم چسپیده اند).

حرکت مرکز جرم: مرکز جرم یک سامانهٔ بسته و منزوی از دو جسم برخورد کننده از برخورد تاثیر نمی پذیرد. به خصوص, سرعت $\vec{v}_{com}$ مرکز جرم در برخورد تغییر نمی کند.

برخورد کشسان در یک بعد: برخورد کشسان نوع خاصی از برخورد است که در ان انرژی جنبشی سامانهٔ جسمهایی که برخورد می کنند پایسته است.اگر سامانه بسته و منزوی باشد,اندازه حرکت خطی آن نیز پایسته است.برای برخورد یک بعدی که در ان جسم ۲ هدف و جسم ۱ پرتابهٔ فرودی است , پایستگی انرژی جنبشی و اندازهٔ حرکت خطی این عبارتها را برای سرعتها درست پس از برخورد به دست می دهد:

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

و

$$v_{2\mathrm{f}} = \frac{2\mathrm{m}_1}{\mathrm{m}_1 + \mathrm{m}_2}\mathrm{v}_{1\mathrm{i}}$$

برخورد در دو بعد : اگر دو جسم برخورد کنند و حرکت آنها در امتداد یک محور تنها نباشد(برخورد رودررو نیست.)برخورد دو بعدی است.اگر سامانهٔ دو جسم بسته و منزوی باشد,قانون پایستگی اندازه حرکت خطی برای برخورد برقرار است و می توانیم آن را به صورت زیر بنویسیم:

$$\vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f}$$

در شکل مؤلفه ای ,قانون دو معادله به دست می دهدکه برخورد را توصیف می کند(برای هر یک از دو بعدیک معادله). اگر برخورد کشسان نیز باشد(حالت خاص)پایستگی انرژی جنبشی در حین برخورد سومین معادله را به دست می دهد:

$$k_{1\mathrm{i}} + \mathrm{k}_{2\mathrm{i}} = k_{1\mathrm{f}} + \mathrm{k}_{2\mathrm{f}}$$

سامانه های با جرم متغییر: در نبود نیروهای خارجی ,موشک با یک آهنگ لحظه ای شتاب می گیرد که به وسیلهٔ رابطهٔ زیر داده می شود:

$$R v_{\mathrm{rel}} = \mathrm{Ma}$$ (معادلهٔ اول موشک)

که در آن M جرم لحظه ای موشک (شامل سوخت مصرف نشده),R آهنگ مصرف سوخت وv_{rel} تندی سوخت نسبت به موشک است. جملهٔ$R v_{\mathrm{rel}}$ نیروی پیشران موتور موشک است. برای موشکی با R و v_{rel} ثابت,وقتی که جرم ان از M_{i} بهM_f تغییر می کند, تندی آن از v_{i} به v_{f}تغییر می کند:

$$v_{\mathrm{f}} - v_{\mathrm{i}} = v_{\mathrm{rel}}\, In \frac{M_{\mathrm{i}}}{M_f}$$