# Work&EnergyHandout

Writtenby:Eng.AbbasMoutab

## انرژی های مورد نیاز فصل:

**الف)انرژی جنبشی :** انرژی که یک جسم متحرک به دلیل حرکت خود داراست (انرژی جنبشی جسم ساکن صفر است):

$$K = \frac{1}{2}mV^2$$

K انرژی جنبشی (ژول)، V سرعت جسم (m/s)، m جرم جسم (kg)

❖ رابطه انرژی جنبشی با اندازه حرکت (تکانه)

$$K = \frac{1}{2}mV^2 \xrightarrow{P=mV} K = \frac{P^2}{2m}$$

**ب) انرژی پتانسیل گرانشی :** انرژی که اجسام صرفا به علت ارتفاعشان از سطح زمین دارند :

$$U = mgh$$

U انرژی پتانسیل (ژول)، m جرم (kg)، g شتاب گرانش زمین ($10\ m/s^2$)، h ارتفاع (m)

**پ) انرژی پتانسیل کشسانی :** انرژی که اجسامی مانند فنر،کش و ... می توانند در خود ذخیره کنند :

$$U = \frac{1}{2}k\Delta x^2$$

U انرژی کشسانی فنر (ژول)، K ثابت فنر، $\Delta x$ تغییر طول فنر (m)

**ت) انرژی مکانیکی :** به مجموع انرژی های جنبشی و پتانسیل یک جسم می گویند :

$$E = U + K$$

E انرژی مکانیکی (ژول)، U انرژی پتانسیل (ژول)، K انرژی جنبشی (ژول)

مثال۱) جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید:

- انرژی کمیتی نرده‌ای ... است
- تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی به محل مبدا بستگی ندارد ...
- به انرژی ذخیره شده در فنر یا بیسل کشسانی می گویند
- اگر انرژی جنبشی جسمی منفی باشد، حرکت آن غیرممکن ... است
- اگر انرژی جنبشی جسمی دو برابر شود، تکانه آن چهار برابر ... می شود

---

مثال۲) دو گلوله A و B تکانه‌ی یک‌سانی دارند. اگر جرم گلوله‌ی B، سه برابر جرم گلوله‌ی A باشد و انرژی جنبشی A، 18J باشد، انرژی جنبشی B چند ژول است؟

۱) 2 ۲) 6 ۳) 12 ۴) 48

$$\frac{k_B}{k_A}=\frac{m_B}{m_A}\times\left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2 \xrightarrow[v_A=3v_B]{P_A=P_B} \frac{k_B}{18}=3\times\left(\frac{1}{3}\right)^2 \Rightarrow k_B=2J$$

---

مثال۳) جسمی در مسیر مستقیم با سرعت V در حال حرکت است. اگر سرعت این جسم $5\frac{m}{s}$ افزایش یابد، انرژی جنبشی آن 44% افزایش می‌یابد. V چند متر بر ثانیه بوده است؟

۱) 5 ۲) 10 ۳) 20 ۴) 25

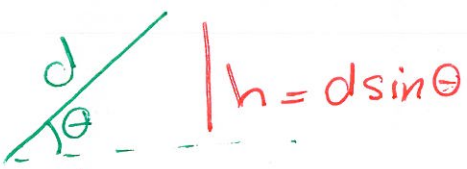
$$k_2=k_1+\%44k_1=\frac{144}{100}k_1 \Rightarrow \frac{144}{100}=\left(\frac{5+v_1}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{12}{10}=\frac{5+v_1}{v_1}$$
$$v_2=v_1+5 \qquad \Rightarrow v_1=25\,m/s$$

---

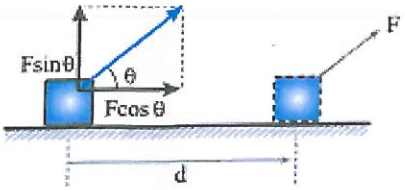
مثال۴) جسمی به وزن 500N را روی سطح شیداری که با افق زاویه 30 می سازد بالا می کشیم. اگر جا به جایی جسم روی سطح 4m باشد، افزایش انرژی پتانسیل آن چند ژول خواهد شد؟

۱) 9800 ۲) 2000 ۳) 1000 ✓ ۴) $1000\sqrt{3}$

$$\Delta U=mg\Delta h=mg\times d\sin\theta=500\times 4\times\frac{1}{2}=1000J$$



## مفهوم کار و کار نیروی محرک :




هرگاه نیرویی سبب جا به جایی جسمی که به آن وارد شده است،شود کارانجام داده است.

برای بدست آوردن کار هر نیرویی،مولفه ی نیرو در راستای جا به جایی را در اندازه ی جا به جایی ضرب می کنیم:

نیرو ← $W_F = Fd\cos\theta$ ← زاویه جا به جایی و نیرو

جا به جایی

کار نیروی عمود بر جا به جایی صفر است

$\cos 90 = 0$

### کار نیروی اصطکاک

به دلیل اینکه نیروی اصطکاک در بیشتر موارد با حرکت جسم روی سطح مخالفت می کند،بنابراین کار این نیرو منفی است :

$$W_{f_k} = f_k d\cos 180 = \boxed{-f_k d}$$

اصطکاک ← خلاف جهت جا به جایی وارد می شود

$$f_k = \mu_k N$$

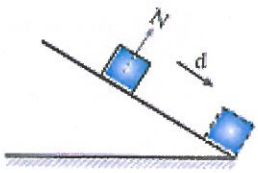
ضریب اصطکاک

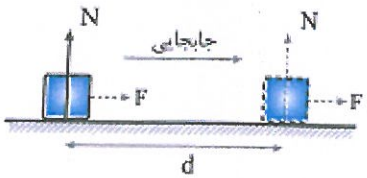
$\mu_k$ ضریب اصطکاک جنبشی، N نیروی عمودی تکیه گاه

### کار نیروی عمودی تکیه گاه

نیرویی عمودی که سطح به جسم وارد می کند که اغلب زاویه ی بین جا به جایی و این نیرو 90 درجه است در نتیجه کار آن صفر می باشد.

$\cos 90 = 0$



## کار نیروی وزن(گرانش)

نیروی گرانش زمین g بر اجسام همواره در راستای قائم و رو به پایین است.بنابراین نیروی گرانش فقط در جا به جایی قائم کار انجام می دهد.

جهت حرکت ↑ ↓ g

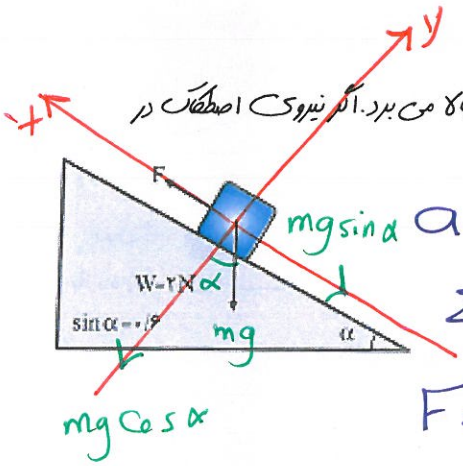
❖ اگر جسم بالا برود $W_{mg} = mghcos180 = -mgh$

❖ اگر جسم پایین برود $W_{mg} = mghcos0 = +mgh$

جهت حرکت ↓ g

کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد و فقط به ارتفاع وابسته است.

مثال۱) در شکل زیر نیروی F وزنه‌ی 200 نیوتونی را با سرعت ثابت $2\frac{m}{s}$ روی سطح شیدار بالا می برد. اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت جسم 30N باشد، کار نیروی F در مدت 10 ثانیه چند ژول است؟




۱) 1200 ۲) 6400 ۳) 2400 ۴) 3000

سرعت ثابت $a = 0$

$\sum F_x = 0$

$F = f_k + mg\sin\alpha \Rightarrow F = ۳۰ + ۲۰۰ \times ۰/۶ = ۱۵۰\ N$

$1s \longrightarrow ۲m$

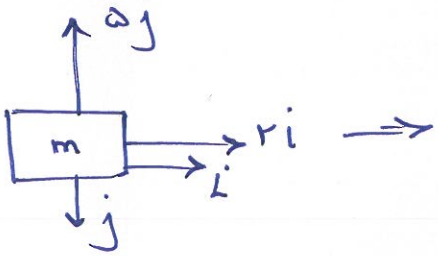
$۱۰s \longrightarrow ۲۰m$

$\Rightarrow W_F = Fd\cos\theta = ۱۵۰ \times ۲۰ = ۳۰۰۰\ J$

---

مثال۲) جسمی به جرم 2kg تحت اثر دو نیروی $F_1 = 2i + 5j$ و $F_2 = i - j$ از حال سکون به حرکت در می آید. کار برآیند این نیروها در مدت 4s از شروع حرکت چند ژول است؟

۱) 100 ۲) 20 ۳) 40 ۴) 80



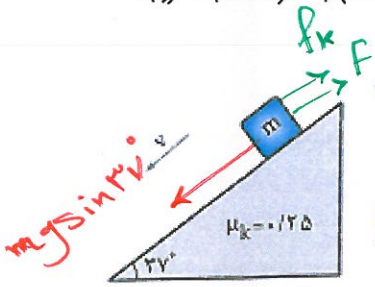

برآیند $\Rightarrow F = ۳i + ۴j$

$|F| = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵$

$a = \frac{F}{m} = \frac{۵}{۲} = ۲/۵ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲}at^۲ = \frac{۱}{۲}(۲/۵)(۴)^۲ = ۲۰m$

$w = Fd = ۵ \times ۲۰ = ۱۰۰ j$

مثال۳) در شکل زیر، به جسمی به جرم m=20kg نیروی مناسب F به موازات سطح شیدار وارد می شود تا جسم با سرعت ثابت رو به پایین سطح حرکت کند. کار نیروی F در مدتی که جسم 2m روی سطح پایین می آید، چند ژول است؟




سرعت ثابت $a=0$

$F+f_k=mg\sin 37$

۱) -260 ۲) -160 ۳) +160 ۴) +260

$F=mg\sin 37-\mu_k mg\cos 37=20\times10\times0.6-20\times10\times0.25\times0.8=80\,N$

موازی‌ان $W_F=Fd=80\times2=160\,j$ → جهت خلاف → $-160$

---

مثال۴) جسمی به جرم 3kg روی سطح افقی به حال سکون قرار دارد. نیروی ثابت F=15i+20j به جسم وارد می شود و جسم روی محور x ، 10m جا به جا می شود. کار نیروی F در این جا به جایی چند ژول است؟

۱) 250 ۲) 200 ۳) 150 ۴) 100

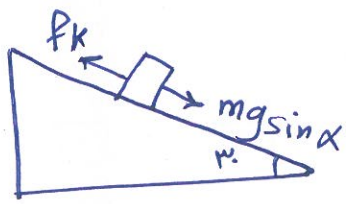
محور x ← افقی ← نیروی h

$W=Fd=15\times10=150$

---

مثال۵) جسمی به جرم 2kg روی سطح شیداری که با سطح افق زاویه ی 30 می سازد، با سرعت ثابت رو به پایین می لغزد. اگر در این حرکت جسم به اندازه ی 2m جا به جا شود، کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟

۱) $-20\sqrt{3}$ ۲) $-10\sqrt{3}$ ۳) -10 ۴) -20




$f_k=mg\sin\alpha=2\times10\times\frac{1}{2}=10\,N$

$W_{f_k}=-f_k d=-10\times2=-20\,j$

---

مثال۶) جسمی به جرم 5kg در کف آسانسوری که با شتاب $2\frac{m}{s^2}$ به سمت بالا در حرکت است، قرار دارد. کار نیروی عمودی تکیه گاه در 4m اول حرکت چند ژول است؟

۱) 0 ۲) 120 ۳) 240 ۴) 260

آسانسور تند شونده به بالا $a'=g+a=10+2=12$

$N=ma'=5\times12=60\,N$

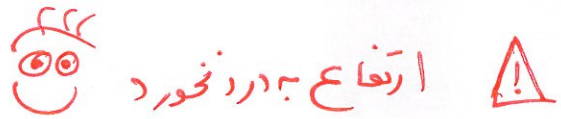
آسانسور $W_N$ صفر نیست

$W_N=Nd\cos\alpha=60\times4\times\cos0=240\,j$

مثال۷) جسمی به جرم 200gr از ارتفاع 10m سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می شود و با سرعت $11\frac{m}{s}$ به زمین می رسد. کار نیروی جاذبه ی زمین در این جا به جایی چند ژول است؟

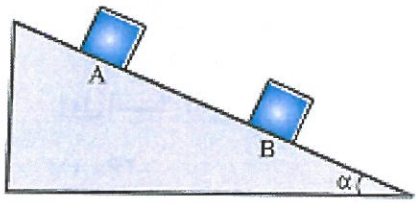
۱) 7.9 ۲) 10 ۳) 12.1 ۴) 20

$W_{mg} = mgh = ۰,۲ \times ۱۰ \times ۱۰ = ۲۰$




---

مثال۸) در شکل مقابل، جسم روی سطح شیدار نغزیده و از نقطه ی A به B می رسد. کار نیروی وزن در این جا به جایی چگونه است؟




۱) اگر حرکت یکنواخت باشد، صفر است

۲) مقدار ثابتی است و به نوع حرکت جسم بستگی ندارد

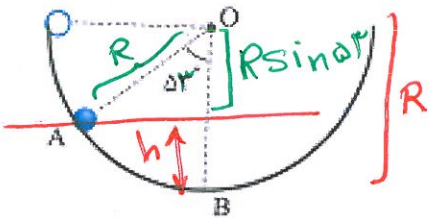
۳) اگر اصطکاک نباشد بیشینه است

۴) همواره صفر است

کار نیروی وزن به نوع حرکت بستگی ندارد

---

مثال۹) جسم m به جرم 100gr درون نیمکره ی صیقلی به قطر 60cm به پایین می لغزد. کار نیروی وزن جسم در جا به جایی از A تا B چند ژول است؟



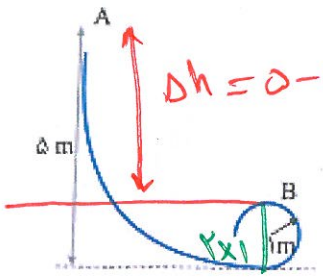

۱) 0.12 ۲) 0.18 ۳) 1.2 ۴) 1.8

$h = R - R\sin ۳۰ = R(۱ - \sin ۳۰) = ۳۰(۱ - ۰,۶) = ۰,۱۲ m$

$W = mgh = ۰,۱ \times ۱۰۰ \times ۰,۱۲ = ۱,۲ j$

---

مثال۱۰) در شکل زیر، جسمی به جرم 0.5kg را از نقطه ی A رها می کنیم تا در یک سطح قائم مسیر دایره ای را نیز طی کرده و به نقطه ی B برسد. کار نیروی جاذبه در این جا به جایی از A تا B چند ژول است؟



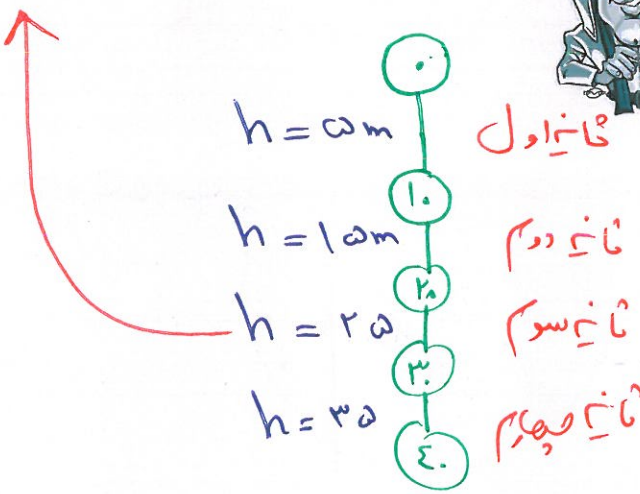

$\Delta h = ۵ - ۲ = ۳$

$W_{mg} = mg\Delta h = ۰,۵ \times ۱۰ \times ۳ = ۱۵ j$

مثال۱۱) جسمی به جرم یک کیلوگرم در شرایط خلا رها می شود و بعد از 4s به زمین می رسد. کار نیروی وزن در ثانیه ی سوم سقوط چند ژول است؟

۱) 150 ۲) 250 ۳) 400 ۴) 450

$w = mgh = 1 \times 10 \times 25 = 250$




## قضیه کار و انرژی :

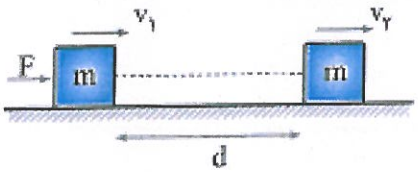
**کار کل انجام شده بر روی یک جسم برابر است با تغییرات انرژی جنبشی آن جسم**

مجموع تمام کارهای انجام شده

$$W_t = \Delta k = k_2 - k_1 = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2)$$

$$W_t = w_F + w_{f_k} + w_N + w_{mg} = \sum F \times d$$

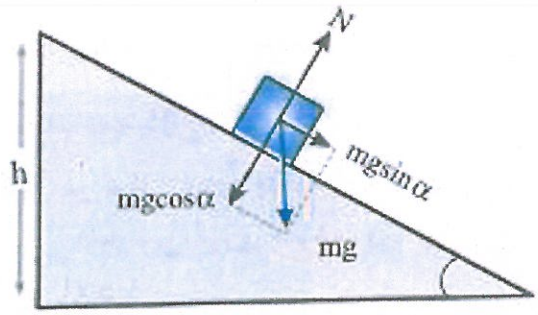
اثبات : جسمی به جرم m را در نظر بگیرید که روی سطح افقی تحت تاثیر نیروی F سرعتش از $V_1$ پس از طی مسافت d به $V_2$ می رسد



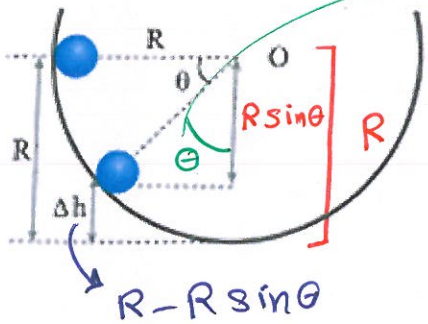

$$w = Fd = ma\left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2a}\right) = \frac{1}{2}mV_2^2 - \frac{1}{2}mV_1^2$$

$$\Rightarrow w = k_2 - k_1$$

روی سطح شیدار و سطوح منحنی داریم:




$W_{mg} + W_{f_k} + W_F$




$R\cos\theta$

$W_{mg} + W_{f_k}$

مثال۱) جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید:

- کار کل انجام شده بر یک جسم، برابر ... تغییرات انرژی جنبشی ... است
- اگر کار برآیند نیروهای وارد بر جسم منفی باشد، حرکت جسم ... کند شونده ... است
- کار نیروی مقاومت هوا همیشه ... منفی ... است
- اگر کار کل نیروهای وارد بر جسم منفی باشد، انرژی جنبشی جسم ... کاهش ... یافته است
- هرگاه بر روی جسمی فقط نیروی وزن کار انجام دهد و کار این نیرو مثبت باشد، جسم به طرف ... پایین ... حرکت می کند
- اگر جسم به طرف بالا حرکت کند، کار ... نیروی وزن ... منفی است
- اگر کار برآیند نیروهای وارد بر یک جسم در یک مسیر صفر باشد، تغییرات انرژی جنبشی آن صفر است

---

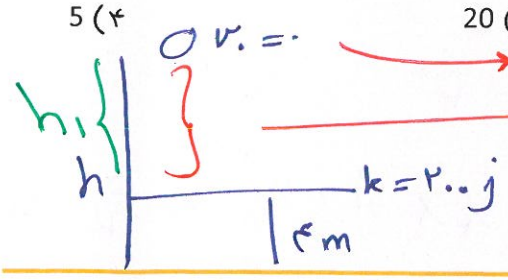
مثال۲) اتومبیلی به جرم 800kg که با سرعت 10 متر بر ثانیه در جاده ای افقی در حرکت است، ترمز می کند و پس از طی مسافتی متوقف می گردد. کار برآیند نیروهای وارد بر اتومبیل در مدت ترمز کردن چند ژول است؟

۱) -8000 ۲) -40000 ۳) 8000 ۴) 40000

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} \times 800 \left(0 - 10^2\right) = -40000$$

مثال۳) جسمی به وزن 40N از ارتفاع h بدون سرعت اولیه در خلا سقوط می کند. در لحظه‌ای که انرژی جنبشی جسم به 200j می رسد، فاصله‌ی آن از سطح زمین 4m است. ارتفاع h چند متر است؟

۱) 9 ۲) 10 ۳) 20 ۴) 5




$h_1 = 5m$

$h = 9m$

مثال۴) جسمی را از بالای سطح شیداری از حال سکون رها می کنیم. کدام نمودار این حرکت را در طول سقوط نشان می دهد؟

$W = \Delta k = Fd$

۱) انرژی جنبشی – مسافت ✓

۲) انرژی جنبشی – مسافت

۳) انرژی جنبشی – مسافت

۴) انرژی جنبشی – مسافت

مثال۵) جسمی با سرعت $10\frac{m}{s}$ در جهت مثبت محور x حرکت می کند و انرژی جنبشی آن 100j است. پس از مدتی سرعت این جسم تغییر کرده و در جهت منفی محور xها به $20\frac{m}{s}$ می رسد. کار برآیند نیروهای وارد بر جسم در این مدت چند ژول است؟

۱) -500 ۲) -300 ۳) 300 ✓ ۴) 500

$V_2 = 2V_1 \Rightarrow k_2 = 4k_1 \Rightarrow k_2 = 400j$

$\Delta k = 300j$

مثال۶) جسمی به جرم 0.8kg با سرعت اولیه $5\frac{m}{s}$ رو سطح افقی به حرکت درمی آید. اگر ضریب اصطکاک بین جسم و سطح برابر 0.2 باشد پس از طی مسافت چند متر انرژی جنبشی جسم به 2j می رسد؟

۱) 5 ۲) 4 ۳) 2 ۴) 1.5

$W_t = \Delta k \Rightarrow -F_k d = k_2 - k_1 \Rightarrow -\mu mg d = k_2 - k_1$

$\Rightarrow -0.2 \times 0.8 \times 10 \times d = 2 - \frac{1}{2} \times 0.8 \times 5^2 \Rightarrow d = 5m$

$-8$

مثال۷) گلوله‌ای به جرم 100gr با سرعت $20\frac{m}{s}$ به یک دیوار برخورد می‌کند و با 5cm فرو رفتن در آن متوقف می‌شود. متوسط نیرویی که دیوار بر گلوله وارد می‌کند چند نیوتون است؟

۱) 800 ۲) 400 ۳) 200 ۴) 100

$W_t = \Delta K$ ⟶ اصطکاک باعث توقف جسم

$-F_k d = K_2 - K_1 \Rightarrow -F_k \times 0.05 = 0 - \frac{1}{2} \times 0.1 \times 20^2 \Rightarrow F_k = 400\,N$

---

مثال۸) به جسمی به جرم 2kg که روی یک سطح افقی ساکن است، نیروی افقی 5N وارد می‌کنیم. پس از 20m جا به جایی سرعت آن به $8\frac{m}{s}$ می‌رسد. نیروی اصطکاک بر حسب نیوتون کدام است؟

۱) 0 ۲) 2 ۳) 3.6 ۴) 1.8

$W_t = \Delta K \Rightarrow (F - F_k)d = K_2 - 0$

$(5 - F_k) \times 20 = \frac{1}{2} \times 2 \times 8^2 \Rightarrow F_k = 1.8\,N$

---

مثال۹) دو نیروی عمود بر هم با اندازه‌های مساوی، جسمی به جرم 4kg را از حال سکون به حرکت در می‌آورند. اگر پس از 16m جا به جایی، انرژی جنبشی جسم به 32j برسد، اندازه‌ی هریک از نیروها چند نیوتون است؟

۱) $\sqrt{2}$ ✓ ۲) 1 ۳) 2 ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$W_t = \Delta K \Rightarrow F.d = 32 - 0 \Rightarrow F = \frac{32}{16} = 2\,N$

دو نیروی باید در یک جهت مولفه داشته باشند تا جسم حرکت کند

برآیند دو بردار برابر $F_t = 2F\cos\frac{\theta}{2} = 2F\cos 45 \Rightarrow F = \frac{1}{\cos 45} = \sqrt{2}\,N$

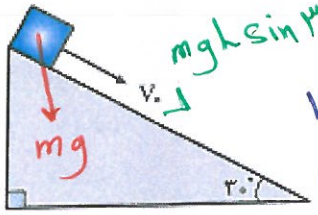
---

مثال۱۰) گلوله‌ای به جرم 2kg با سرعت اولیه‌ی $20\frac{m}{s}$ تحت زاویه‌ی $\alpha$ رو به بالا پرتاب می‌شود. این گلوله با سرعت $10\frac{m}{s}$ از نقطه‌ی اوج می‌گذرد. کار برآیند نیروهای وارد بر گلوله از لحظه‌ی پرتاب تا زمان رسیدن به نقطه‌ی اوج چند ژول است؟

۱) -100 ۲) 150 ۳) 250 ۴) -300

$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 2 \left(10^2 - 20^2\right) = -300\,j$

مثال۱۱) جسمی به جرم 2kg را مطابق شکل با سرعت اولیه‌ی $5\frac{m}{s}$ مماس بر سطح رو به پایین پرتاب می‌کنیم. اگر سرعت جسم پس از 12m جا به جایی روی سطح به $8\frac{m}{s}$ برسد، کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟




۱) -42 ۲) -45 ۳) -63 ۴) -81

$mgl\sin۳۰.$

$W_t = \Delta k$

$W_{mg} + W_{f_k} + W_N = \Delta k$

$mgl\sin۳۰. + W_{f_k} + ۰ = \Delta k$

$W_{f_k} = \frac{۱}{۲}\times۲\times(۸^۲ - ۵^۲) - ۲\times۱۰\times۱۲\times\sin۳۰. = -۸۱j$

---

مثال۱۲) طول سطح شیداری L و زاویه‌ی آن با سطح افق $\alpha$ است. اگر بخواهیم جسمی به وزن W را که ضریب اصطکاک آن با سطح $\mu$ است از پایین تا انتهای سطح بالا ببریم حداقل چقدر کار باید انجام دهیم؟

۱) $W.L(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$ ۲) $\mu.W.L(\sin\alpha + \cos\alpha)$ ۳) $W.L(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$ ۴) $\mu.W.L(\sin\alpha - \cos\alpha)$

$W_F + W_{mg} + W_{f_k} = \Delta k = ۰$

$W_F - mgl\sin\alpha - \mu mgL\cos\alpha = \Delta k$

---

مثال۱۳) جسمی به جرم 2kg با سرعت اولیه‌ی $10\frac{m}{s}$ از پایین سطح شیدار به زاویه‌ی 30 به طرف بالا فرستاده می‌شود. اگر در بازگشت به نقطه‌ی شروع، سرعت جسم $6\frac{m}{s}$ باشد، کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت (بالا رفتن) چند ژول بوده است؟

۱) -64 ۲) -36 ۳) -32 ۴) -72

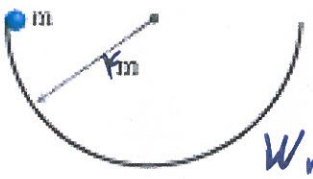
$W_t = \Delta k \Rightarrow W_{f_k} + W_{mg} = k_۲ - k_۱$

به نقطه شروع بازگشت $W_{mg} = ۰$

$W_{f_k} = \frac{۱}{۲}m(V_۲^۲ - V_۱^۲) = \frac{۱}{۲}\times۲\times(۶^۲ - ۱۰^۲) = -۶۴j$ هر مسیر $\Rightarrow -۳۲$

---

مثال۱۴) جسمی به جرم m=2kg مطابق شکل رو به رو از لبه‌ی یک نیمکره به شعاع 4m بدون سرعت اولیه به حرکت در می‌آید. اگر در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر اندازه‌ی سرعت آن $5\frac{m}{s}$ باشد، کار نیروی اصطکاک تا رسیدن به این نقطه چند ژول بوده است؟




۱) -55 ۲) -25 ۳) -105 ۴) -80

$W_t = \Delta k$

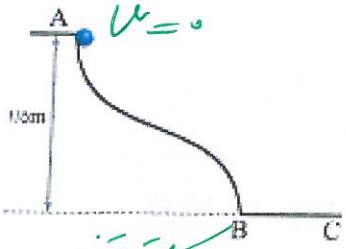
$W_{mg} + W_{f_k} = \Delta k$ $\rightarrow k_۱ = ۰$

$h = R$

$W_{f_k} = \frac{۱}{۲}\times۲\times۵^۲ - ۲\times۱۰\times۴ = -۵۵j$

مثال ۱۵) جسم 2kg از نقطه‌ی A بدون سرعت اولیه به پایین لغزیده و پس از طی مسیر افقی BC=4m در نقطه‌ی C متوقف شده است. اصطکاک قسمت AB مسیر ناچیز است. نیروی اصطکاک طول BC چند نیوتون است؟

۱) 0.75 ۲) 0.8 ۳) 7.5 ۴) 8




$u=0$ , $v=0$

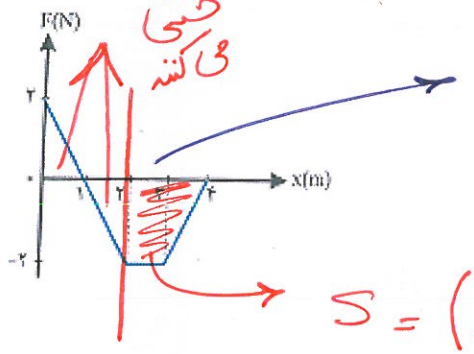
$W_t = \Delta K = 0 \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = 0$

$mgh + W_{f_k} = 0 \Rightarrow W_{f_k} = -2\times10\times1.5 = -30j$

$W_{f_k} = -f_k d \Rightarrow f_k = 7.5N$

---

مثال ۱۶) نمودار تغییرات نیروی وارد بر جسمی بر حسب جا به جایی جسم رسم شده است. کار این نیرو در جا به جایی جسم از x=0 تا x=10 چند ژول است؟



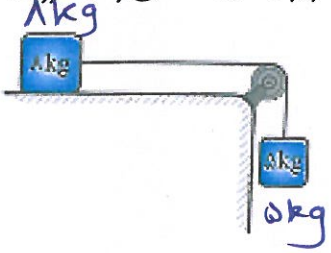

سطح زیر نمودار کار خنثی می‌کند

$S = \left(\frac{1+2}{2}\right)(-2) = -3j$

۱) 3 ۲) -3 ۳) 5 ۴) -5

---

مثال ۱۷) در شکل زیر، دستگاه از حال سکون به حرکت درمی‌آید و در لحظه‌ای که جا به جایی هریک از وزنه‌ها به 2m می‌رسد، انرژی جنبشی دستگاه 80j است. گرمایی که تا این لحظه بر اثر اصطکاک تولید شده چند ژول است؟




۱) 10 ۲) 20 ۳) 40 ۴) 50

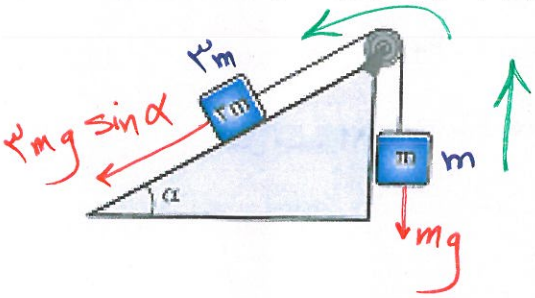
$W_t = \Delta K \rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = K_2 - 0$

$mgh + W_{f_k} = K_2 \Rightarrow 5\times10\times2 + W_{f_k} = 80$

$W_{f_k} = -20j$ → گرما $20j$

گرما همان انرژی هدر رفته

مثال۱۸) در شکل زیر، جرم نخ و قرقره و اصطکاک ناچیز و $\sin\alpha=0.6$ است. دستگاه از حال سکون به حرکت درمی آید. در لحظه‌ای که جا به جایی هریک از وزنه ها به L می رسد، انرژی جنبشی دستگاه برابر کدام است؟



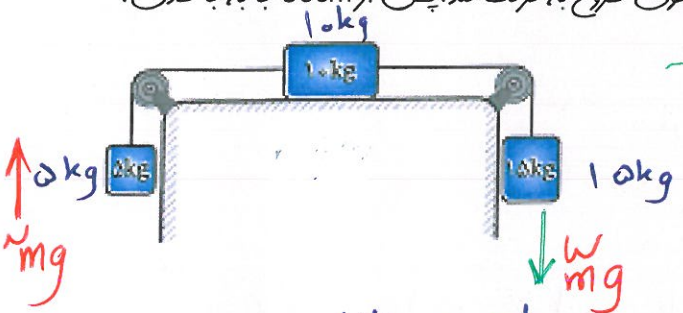

۱) 2mgL
۲) 0.8mgL ✓
۳) 2.4mgL
۴) 1.2mgL

$$W_t = \Delta k \Rightarrow W_{mg} + W_{۳mg\sin\alpha} = k_۲ - ۰$$

$$-mgL + ۳mg\sin\alpha L = k_۲ \Rightarrow k_۲ = ۰.۸\,mgL$$

---

مثال۱۹) در شکل زیر، با صرفنظر از کلیه‌ی اصطکاک ها اگر دستگاه از حال سکون شروع به حرکت کند، پس از 50cm جا به جا شدن، سرعت حرکت هر جسم چند متر بر ثانیه است؟




۱) $\sqrt{\frac{5}{3}}$
۲) $\sqrt{\frac{15}{3}}$
۳) $\sqrt{\frac{20}{3}}$
۴) $\sqrt{\frac{10}{3}}$

$W_t = \Delta k$

$$W_{m_۱g} + W_{m_۳m_۳g} = \frac{۱}{۲}(m_۱ + m_۲ + m_۳)v^۲ - ۰$$

$$m_۱gh\cos۱۸۰ + m_۲gh\cos۰ = \frac{۱}{۲}(m_۱ + m_۲ + m_۳)v^۲$$

$$۵\times۱۰\times۰.۵(-۱) + ۱۵\times۱۰\times۰.۵\times۱ = \frac{۱}{۲}(۵+۱۰+۱۵)v^۲ \Rightarrow v = \sqrt{\frac{۱۰}{۳}}$$

---

## پایستگی انرژی مکانیکی :

**اصل پایستگی انرژی مکانیکی می گوید،انرژی خود به خود بوجود نمی آید و از بین نمی رود بلکه از حالتی به حالت دیگر یا از جسمی به جسم دیگر منتقل می شود :**

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

اگر تلفات نداشتیم با لیسیم

انرژی مکانیکی هر نقطه با نقطه دیگر برابر است.

اگر اصطکاک و تلفات داشته باشیم :

مثلا ۲۰ درصد اتلاف انرژی داریم

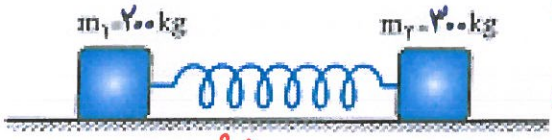
۲۰٪ انرژی تلف شود

$$E_2 - E_1 = W_{f_k}$$

$$\frac{80}{100}E_1 = E_2$$

$$E_1 - 20 = E_2$$

مثال۱) در شکل زیر دو وزنه را 10cm به هم نزدیک کرده و سپس آنها را رها می کنیم. هنگام عبور وزنه ها از مکان اولیه، سرعت $m_2$ به $4\frac{m}{s}$ می رسد. اگر جرم فنر و اصطکاک ها ناچیز فرض شود سرعت وزنه ی $m_1$ وقتی به جای اول خود برمی گردد چقدر است؟ (ثابت نیروی فنر 1200 نیوتون بر متر است)




هنگام فشرده شدن فنر انرژی کشسانی

نزدیک شدن و دور شدن انرژی جنبشی

۱) 4 ۲) 5 ۳) 6 ۴) 7

$$Q = k_1 + k_2 \Rightarrow \frac{1}{2}\times 1200 \times (0.1) = \frac{1}{2}\times 0.2\, V_1^2 + \frac{1}{2}\times 0.3 \times (4)^2$$

$$\Rightarrow 12 - 4.8 = 0.2\, V_1^2 \Rightarrow V_1 = 6\ m/s$$

---

مثال۲) پاندول ساده ای به طول 40cm را به اندازه ی 60 درجه از وضع تعادل منحرف کرده و رها می کنیم. سرعت گلوله ی پاندول در لحظه ی عبور از وضع تعادل چند متر بر ثانیه است؟

۱) 1 ۲) $\sqrt{2}$ ۳) 2 ۴) $2\sqrt{2}$

از انباشت های قبل : سرعت آونگ در هر لحظه :

$$V = \sqrt{2gL(\cos\beta - \cos\alpha)}$$

سرعت در تعادل max

$$V = \sqrt{2\times 10 \times 0.4\,(\cos 0 - \cos 60)} = 2\ m/s$$

---

مثال۳) جسمی به جرم 2kg را با سرعت $10\frac{m}{s}$ در راستای قائم رو به بالا پرتاب می کنیم. انرژی مکانیکی جسم در نصف ارتفاع اوج چند ژول است؟ (مبدا پتانسیل گرانشی محل پرتاب فرض شده است)

۱) $45\sqrt{2}$ ۲) 50 ۳) $50\sqrt{2}$ ۴) 100

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k_1 + U_1 = E_2 \xrightarrow[\text{لحظه پرتاب}]{U_1 = 0} E_2 = \frac{1}{2}\times 2 \times 10^2 = 100\ J$$

مثال۴) در شرایط خلا و در راستای قائم از سطح زمین گلوله‌ای با سرعت $V_0$ به بالا پرتاب می‌شود. در لحظه‌ای که سرعت گلوله به $\frac{V_0}{5}$ می‌رسد، انرژی پتانسیل گلوله چه کسری از انرژی مکانیکی آن است؟

۱) $\frac{24}{25}$ ۲) $\frac{4}{5}$ ۳) $\frac{1}{5}$ ۴) $\frac{1}{25}$

زمین (ارتفاع نداریم)

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mV_0^2 + 0 = \frac{1}{2}m\left(\frac{V_0}{5}\right)^2 + U_2$$

$$U_2 = \frac{1}{2}mV_0^2 - \frac{1}{50}mV_0^2 = \frac{24}{50}mV_0^2$$

$$\frac{U_2}{E_2} = \frac{24}{25}$$

مثال۵) گلوله‌ای در شرایط خلا از سطح زمین با سرعت اولیه‌ی $30\frac{m}{m}$ در امتداد قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود. در چند متری سطح زمین انرژی جنبشی گلوله نصف انرژی پتانسیل گرانشی آن است؟

۱) 15 ۲) 20 ۳) 30 ۴) 35

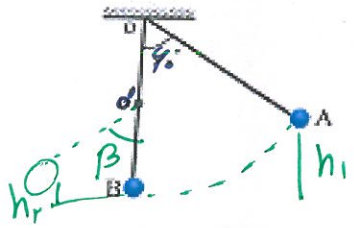
$K_2 = \frac{U_2}{2}$

$$E_1 = E_2 \Longrightarrow mgh + \frac{1}{2}mgh = \frac{1}{2}mV^2 \Rightarrow \frac{3}{2}mgh = \frac{1}{2}mV^2$$

$$3\times10\times h = 30^2 \Rightarrow h = 30\,m$$

$h$ | $\uparrow V_1 = 30\,m/s$

مثال۶) آونگ ساده‌ای به طول یک متر را 60 درجه منحرف کرده و رها می‌کنیم. نخ آونگ در لحظه‌ی عبور از تعادل در نقطه‌ی O' که 50cm زیر O است به میخی برخورد می‌کند. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد، زاویه‌ی انحراف در طرف دیگر آونگ چند درجه است؟




۱) 30 ۲) 60 ۳) 90 ۴) 120

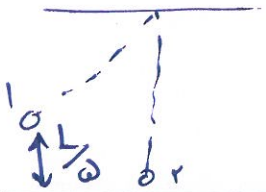
$$h_1 = L - L\cos 60^\circ = \frac{L}{2}$$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 = U_2 \Rightarrow h_1 = h_2$$

اگر قرار ارتفاع یکسان شوند $h_2 = \frac{L}{2}$ باشد $\Leftarrow \beta = 90^\circ$

مثال۷) گلوله‌ی آونگی به جرم M از ریسمانی به طول L آویزان است. گلوله روی مسیر دایره‌ای به یک طرف کشیده می‌شود تا به ارتفاع $\frac{L}{5}$ بالاتر از وضعیت تعادل برسد. اگر گلوله از آن حالت رها شود، تکانه‌اش در هنگام عبور از پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر چقدر است؟

۱) $\frac{8}{5}mLg$ ۲) $\frac{2}{5}mLg$ ۳) $\sqrt{\frac{2}{5}M^2Lg}$ ۴) $\sqrt{\frac{8}{5}M^2Lg}$



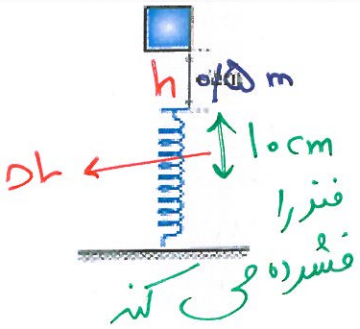

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 = K_2 \Rightarrow mg\frac{L}{5} = \frac{1}{2}MV_2^2$$

$$\Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{2}{5}Lg}$$

$$P_2 = mV_2 = M\sqrt{\frac{2}{5}Lg} = \sqrt{\frac{2}{5}M^2Lg}$$

مثال ۸) جسمی به وزن 5N از فاصله‌ی 0.5m بالای فنری بدون سرعت اولیه بر روی فنر سقوط می‌کند. اگر حداکثر تراکم طول فنر 10cm باشد، ضریب ثابت آن چند نیوتون بر متر است؟

۱) 300 ۲) 500 ۳) 250 ۴) 600




$E_1 = E_2 \Rightarrow k_1, k_2 = 0$

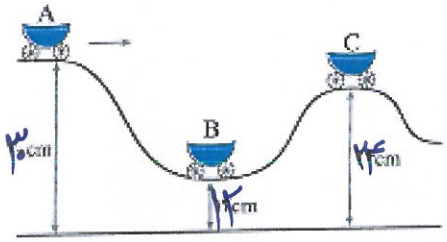
$mg(h + \Delta L) = \frac{1}{2}k(\Delta L)^2$

$5(0.5 + 0.1) = \frac{1}{2}k(0.1)^2 \Rightarrow k = 600$

---

مثال ۹) در شکل زیر، اصطکاک ناچیز است و ارابه بدون سرعت اولیه از حالت A رها می‌شود. نسبت سرعت اولیه در حالت B به سرعت آن در حالت C کدام است؟

۱) 2 ۲) 3 ۳) $\sqrt{2}$ ۴) $\sqrt{3}$




جاذبه‌ای

$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \Rightarrow v_B = \sqrt{3.6}$

راحت

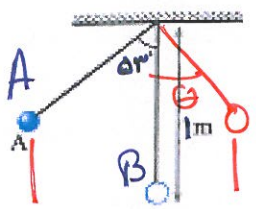
$E_A = E_C \Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \Rightarrow v_C = \sqrt{1.2}$

$$\frac{v_B}{v_C} = \sqrt{3}$$

---

مثال ۱۰) در شکل زیر، گلوله‌ی آونگ از نقطه‌ی A رها می‌شود و با سرعت V از پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر می‌گذرد. هنگامی که سرعت گلوله به $\frac{\sqrt{2}}{2}V$ می‌رسد، زاویه‌ی نخ با راستای قائم چند درجه است؟

۱) 60 ۲) 45 ۳) 37 ۴) 30




$L(1 - \cos\theta)$

$L(1 - \cos 53)$

$E_A = E_B \Rightarrow mgL(1 - \cos 53) = \frac{1}{2}mV^2$

$E_C = E_B \Rightarrow \frac{1}{2}m\left(\frac{\sqrt{2}}{2}V\right)^2 + mgL(1 - \cos\theta) = \frac{1}{2}mV^2$

$mgL(1 - \cos\theta) = \frac{1}{2}mgL(1 - \cos 53)$

$\cos\theta = 0.8 \Rightarrow \theta = 37^\circ$

مثال۱۱) در شکل زیر، سطح افقی بدون اصطکاک است و طول فنر در حالت عادی 30cm و جرم آن ناچیز است. وزنه را به فنر تکیه داده و فشار می دهیم تا طول فنر به 20cm برسد. اگر در این حالت بدون سرعت اولیه وزنه را رها کنیم، بیشترین سرعت وزنه تا لحظه ی جدا شدن از فنر، چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

۱) $2\sqrt{2}$ ۲) 2 ۳) 4 ۴) $4\sqrt{2}$

! بیشترین سرعت وزنه ← وقتی فنر جدا شود

$E_1 = E_2 \Rightarrow U_{\text{فنر}} = \frac{1}{2}mV^2$

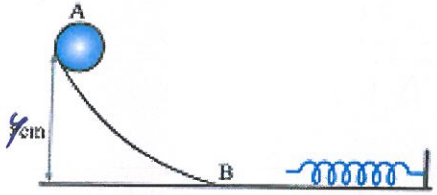
$\frac{1}{2} \times 400 \times (0.2-0.3)^2 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times V^2 \Rightarrow V = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

---

مثال۱۲) گلوله‌ای به جرم 200gr از نقطه ی A رها می شود و پس از برخورد به فنری در سطح افقی آنرا متراکم می کند. اگر کار نیروی اصطکاک در مسیر AB برابر 2j- باشد و سطح افقی بدون اصطکاک باشد، حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی فنر چند ژول خواهد شد؟

۱) 1 ۲) 8

۳) ۱۰ ۴) 12




مسیر AB $E_B - E_A = W_f \Rightarrow E_B = -2 + 0.2 \times 10 \times 6$

$E_B = 10j$

مسیر BC $E_C = E_B \Rightarrow U_e = 10j$

---

مثال۱۳) قطاری با سرعت $54\frac{km}{h}$ در حال حرکت است. یک تکه گل به جرم 400gr را با سرعت $20\frac{m}{s}$ بصورت افقی طوری به طرف قطار پرتاب می کنیم که به آن می چسبد. اتلاف انرژی تکه گل چند ژول است؟

۱) 140 ۲) 70 ۳) 35 ۴) 17.5

تعیین

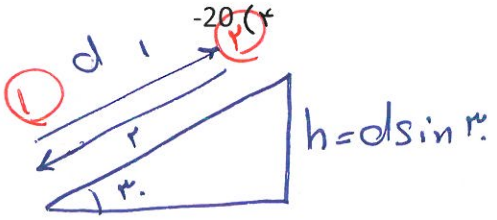
حرکت گل افقی است ← ارتفاع نداریم ← پتانسیل ثابت

$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow \frac{1}{2}mV_2^2 - \frac{1}{2}mV_1^2 = \frac{1}{2} \times 0.4 (15^2 - 20^2) = -35$

$54\,km/h \div 3.6 = 15\,m/s$

مثال ۱۴) جسمی به جرم 2kg را از پایین سطح شیداری که با افق زاویه‌ی 30 می سازد، با سرعت اولیه‌ی $5\frac{m}{s}$ مماس با سطح رو به بالا پرتاب می کنیم. جسم روی سطح به اندازه‌ی 2m بالا می رود و سپس به نقطه‌ی پرتاب برمی گردد. کار نیروی اصطکاک در این مسیر رفت و برگشت چند ژول است؟

۱) 0 ۲) -5 ۳) -10 ۴) -20




$E_۲ - E_۱ = W_{fk} \Rightarrow U_۲ - K_۱ = W_f$ رفت

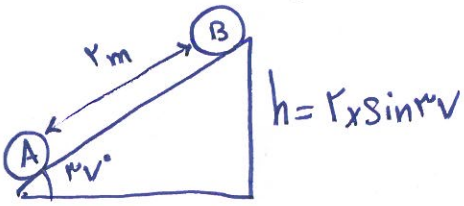
$۲\times۱۰\times(۲\times\frac{۱}{۲}) - \frac{۱}{۲}\times۲\times۵^۲ = W_f = -۵j$ رفت

$W_f = -۱۰j$ رفت و برگشت

---

مثال ۱۵) جسمی به جرم 1kg با سرعت اولیه‌ی $6\frac{m}{s}$ از پایین سطح شیداری که با افق زاویه‌ی 37 می سازد به طرف بالا پرتاب می شود. هنگامی که جسم روی سطح شیدار 2m رو به بالا طی می کند، سرعتش به $2\frac{m}{s}$ می رسد. انرژی مکانیکی جسم در این جا به چه میزان چند ژول کاهش می یابد؟

۱) 4 ۲) 6 ۳) 8 ۴) 16




$E_A = \frac{۱}{۲}\times۱\times۶^۲ = ۱۸j$

$E_B = \frac{۱}{۲}\times۱\times۲^۲ + ۱\times۱۰\times(۲\sin۳۷) = ۱۴j$

کاهش انرژی $۱۴ - ۱۸ = -۴j$

---

## توان :

**کار (انرژی)انجام شده در واحد زمان را توان می گوییم**

$P = \frac{W}{t}$ ← توان — W وات

$W$ ← کار ژ

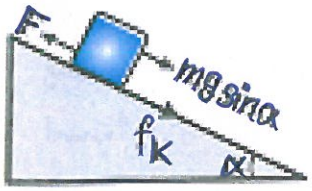
$t$ ← زمان s

❖ در حرکت یکنواخت چون سرعت متوسط و لحظه‌ای با هم برابرند :

$$\bar{P} = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} = F \times \bar{V} = FV\cos\alpha$$

اگر حرکت یکنواخت نبود ( شتابدار) کافیه به جای $\bar{V}$ معادل شتابدار آنرا بگذاریم :

$$\bar{V} = \frac{V+V_0}{2}$$




دقت کن :

$$P = FV \Rightarrow P = (mg\sin\alpha + f_k)V$$

## راندمان (بازده ) :

**نسبت توان کل (ورودی) به توان مفید (خروجی) یک دستگاه را بازده آن دستگاه می گویند:**

کار خروجی / کار ورودی

$$\%Ra = \frac{W_{out}}{W_{in}} \times 100$$

توان خروجی / توان ورودی (روی مساله)

$$\%Ra = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100$$

❖ توان تلف شده، اختلاف بین توان ورودی و توان خروجی است.

هر توانی که روی ماله می دهد اگر ننوید مفید ، توان کل ورودی است.

مثال۱) نیروی موتور اتومبیلی 1500N است. اگر توان موتور در این حالت 36kW باشد، سرعت اتومبیل چند متر بر ثانیه است؟

۱) 12 ۲) 18 ۳) 24 ۴) 120

$$P = FV \Rightarrow 36\times10^{3} = 1500V \Rightarrow V = 24\ m/s$$

مثال۲) اتومبیلی به جرم 900kg در یک جاده ی افقی روی خط راست از حال سکون شروع به حرکت می کند و پس از 10s سرعت آن به $72\frac{km}{h}$ می رسد. توان متوسط اتومبیل چند کیلووات است؟

۱) 9 ۲) 18 ۳) 30 ۴) 36

$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} \times 900 \left( \left( \frac{V_2}{3.6} \right)^2 - 0 \right) = 180\,kj$

$P_{\text{متوسط}} = \frac{W_{\text{متوسط}}}{t} = \frac{180000}{10} = 18\,kw$

---

مثال۳) ماشین A در هر ساعت با مصرف 20kj انرژی، 15kj کار مفید انجام می دهد. ولی ماشین B در هر ساعت با صرف 40kj انرژی، 28kj کار مفید انجام می دهد. ماشین B در مقایسه با ماشین A دارای توان ..بیشتر..... و بازده ..کمتر..... است.

$P = E/t \quad P_B > P_A$

---

مثال۴) در یک ماشین با بازده 80 درصد، نسبت توان تلف شده به توان مفید چقدر است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ✓ ۲) $\frac{4}{5}$ ۳) $\frac{5}{4}$ ۴) 4

$\frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{80}{100} \Rightarrow \frac{P_{out}}{P_{in} - P_{out}} = \frac{80}{100-80} \rightarrow \frac{P_{in} - P_{out}}{P_{out}} = \frac{1}{4}$

---

مثال۵) از آبشاری به ارتفاع 100m در هر دقیقه $60m^3$ آب پایین می ریزد. توان آبی که از این آبشار سقوط می کند، چند کیلووات است؟ (چگالی آب 1000 کیلوگرم بر متر مکعب)

۱) 1000000 ۲) 1000 ۳) 600 ۴) 6000

$m = \rho V = 1000 \times 60 = 60000\,kg$

$w = mgh = 60000 \times 10 \times 100 = 6 \times 10^7$

$P = \frac{w}{t} = \frac{6 \times 10^7}{60} = 1000\,kw$

---

مثال۶) پمپ آبی در هر دقیقه 600kg آب را از چاهی به عمق 10 بالا کشیده و با تندی $5\frac{m}{s}$ به بیرون پمپاژ می کند. اگر بازده پمپ 75% باشد، در هر ساعت که پمپ روشن است چند ژول انرژی مصرف می شود؟

انجام شده $W = mgh + \frac{1}{2}mv^2$

mgh: پمپاژ ۵۰٪ — $\frac{1}{2}mv^2$: تندی

نیم راهت