کار، انرژی و توان

کار نیروی ثابت: کار نیروی ثابت با اندازه‌ی F، وارد بر جسم در جابجایی به اندازه d برابر است با:

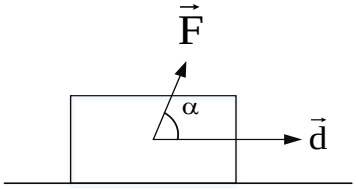
$$W = F.d.\cos\theta$$

- F: اندازه‌ی نیروی ثابت (N)
- θ: زاویه‌ی بین بردارهای نیرو و بجاجایی
- W: کار نیروی ثابت (J)
- d: اندازه‌ی جابجایی (m)

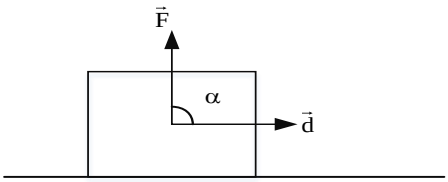
* کار یک کمیت نرده‌ای است.

- علامت کار به θ بستگی دارد که احتمال ۳ حالت وجود دارد:

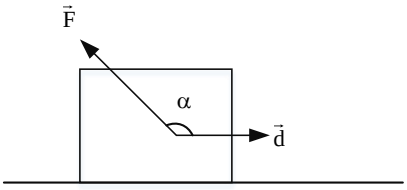
۱) $\theta < 90^\circ \rightarrow W_F > 0$



۲) $\theta = 90^\circ \rightarrow W_F = 0$



۳) $\theta > 90^\circ \rightarrow W_F < 0$



اگر نیروی وارد شده بر جسم به صورت $\vec{F} = F_x\vec{} + F_y\vec{}$ باشد و جابجایی جسم به صورت

$\vec{d} = d_x\vec{} + d_y\vec{}$ باشد، کار نیروی F از رابطه‌ی مقابل بدست می‌آید.

$$W_F = F_x d_x + F_y d_y$$

کار چند نیروی خاص $W_{F_k} = f_k . d . \underbrace{\cos\theta}_{(-1)} = -f_k . d$

اصطحکاک ایستایی

۱- کار نیروی اصطکاک: کار نیروی اصطکاک به مسیر حرکت جسم بستگی دارد.

* معمولاً در یک جسم متحرک کار نیروهای محرک حرکت $\oplus$ و کار نیروهای مقاوم مانند اصطکاک $\ominus$ در نظر گرفته می شود.

۲- کار نیروی وزن: نیروی وزن همیشه به سمت زمین است؛ بنابراین کار نیروی وزن، در پایین رفتن جسم، مثبت و در بالارفتن آن منفی است.

ارتفاع جسم کم می‌شود ← مقدار تغییر ارتفاع جسم ↗

$$W_{mg} = \begin{matrix}\oplus \\ \ominus\end{matrix} mg|\Delta h|$$

ارتفاع جسم زیاد می‌شود

* کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد.

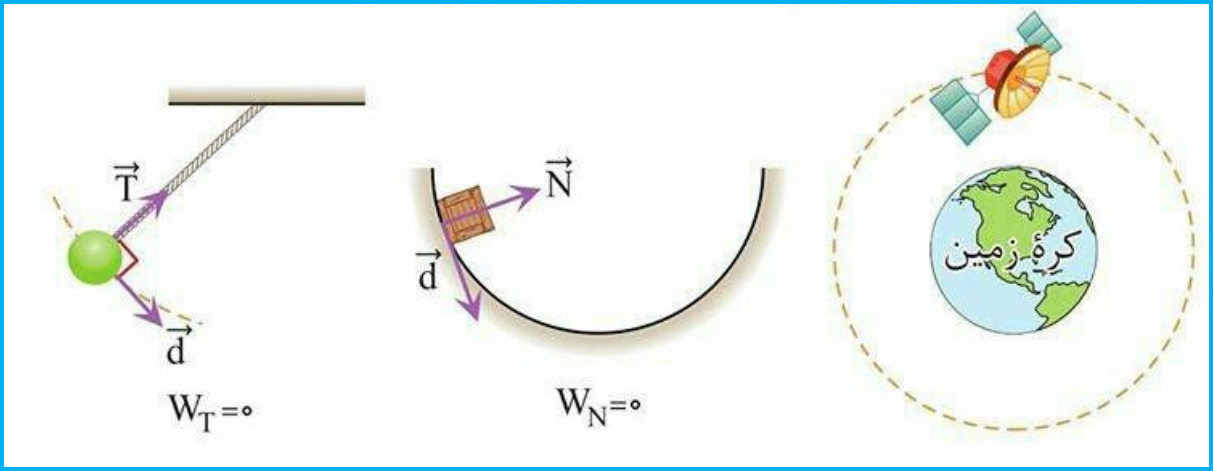
۳- کار نیروی عمودی تکیه‌گاه

* کار نیروی عمودی تکیه‌گاه جز در آسانسور در همه‌جا صفر است .

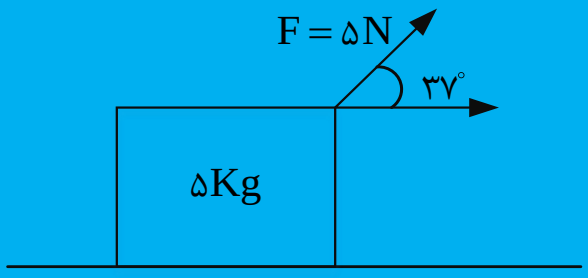
محمد جواد سورچی

* اگر جهت نیرویی متغیر باشد اما همواره بر جایجایی عمود باشد، کار آن نیرو صفر است.

به عنوان مثال، کار نیروی کشش نخ در حرکت یک آونگ و کارنیروی گرانش در حرکت یـک مـاهواره برابـر صفر است.



ریاضی خارج ۹۶ با اندکی تغییر) در شکل مقابل، جسم تحت تأثیر نیروی F به اندازه‌ی ۵ متر جابجا می‌شود. کار نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، در این جابجایی چند ژول است؟ ($f = ۱۰$ N نیـروی اصـطکاک، $g = 10 \frac{m}{s^2}$ و $\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$)



۱) ۲۰۰
۲) صفر
۳) -۵۰
۴) -۲۵۰

پاسخ: گزینه ۳

نیروهای عمودی تکیه‌گاه و اصطکاک نیروهای وارد شده از طرف سطح هستند.

محمد جواد سورچی

چنانچه نیروی F = ۵۰ N نیوتون را تجزیه کنیم داریم $F = 30^{\rightarrow} + \underbrace{40^{\rightarrow}}$

بنابراین قادر نیست جسم را از زمین بلند کند ← جسم تنها جابجایی افقی دارد

$$W_f = W_{\text{سطح}} = \underbrace{-f_k . d}_{\boxed{(-)10\times5=50J}} \leftarrow W = F_x d_x + \underbrace{F_y d''}_{0}$$

ریاضی خارج ۹۳) جسمی به جرم $3kg$ روی سطح افقی به حال سکون قرار دارد. نیروی ثابت $\vec{F} = \overrightarrow{15i} + 20\vec{j}$ (در SI) به جسم وارد می‌شود و جسم روی محور x ، ۱۰ متر جابجا می‌شود. کار نیروی F در این جابجایی چند ژول است؟

۱) ۳۵۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۹۰

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به اینکه وزن جسم ۳۰ N است بنابراین ۲۰ Nدر راستای قائم جابجا نمی‌شود. پس جابجایی تنها ۱۰متر در راستای افقی است.

$$\rightarrow W = F_x d_x + \underbrace{F_y d_y}_{0} = F_x d_x = 15 \times 10 = \boxed{150J}$$

انرژی مکانیکی (E)

به مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل در یک جسم، انرژی مکانیکی آن جسم میگوییم:

$$E = k + u$$

* کار و انرژی هر دو از یک جنس هستند و یکای آنها در SI ژول (J) است.

انرژی جنبشی (K)

محمد جواد سورچی

هر جسم متحرکی به‌خاطر حرکتش دارای انرژی است؛ به این انرژی وابسته به تندی جسم، انرژی جنبشی گفته می‌شود.

$$\text{انرژی جنبشی } (J) \leftarrow K = \frac{1}{2}.m.V^2$$

جرم (kg) ← m

تندی $\left(\frac{m}{s}\right)$ ← V

* انرژی جنبشی کمیتی نرده‌ای و همواره ثابت است.

* مقایسه‌ی انرژی جنبشی دو جسم و یا یک جسم در دو حالت مختلف :

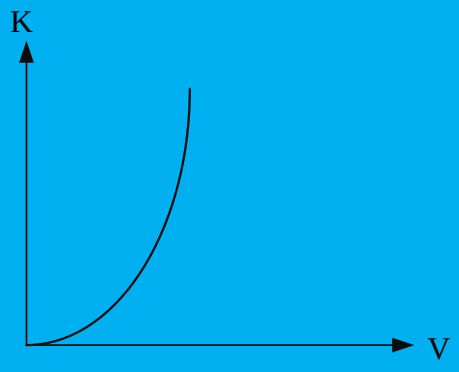
$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2$$

*درصد تغییرات انرژی جنبشی جسم برابر است با:

$$\frac{k_2 - k_1}{k_1} \times 100 = \frac{\Delta k}{k_1} \times 100$$

* جهت سرعت جسم در مقدار انرژی جنبشی تاثیری ندارد.

نمودار انرژی جنبشی بر حسب تندی :



محمد جواد سورچی

تجربی خارج ۹۳) جسمی در مسیر مستقیم باتندی V در حال حرکت است. اگر تندی ایـن جسـم $5\ m/s$ افزایش یابد، انرژی جنبشی آن ۴۴ درصد افزایش می‌یابد V چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

پاسخ : گزینه ۴

$$k_2 = k_1 + 0/44\,k_1 = 1/44\,k_1$$

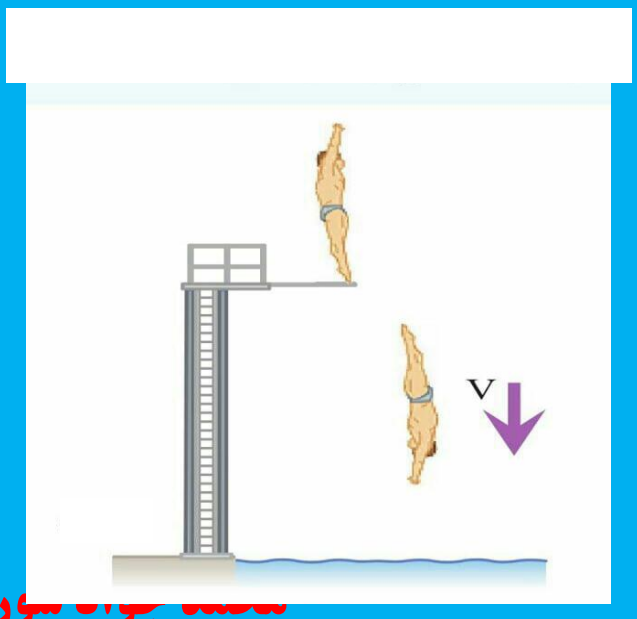
$$\rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2$$

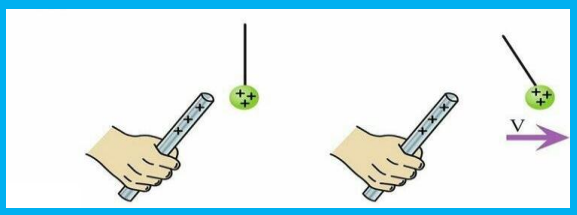
$$V_2 = V_1 + 0/2V_1 \quad \leftarrow \frac{V_2}{V_1} = 1/2 \quad \leftarrow \sqrt{1/44} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2$$

$$5'' \rightarrow V_1 = 25\frac{m}{s}$$

انرژی پتانسیل (U) : انرژی که درون مجموعه‌ای (سامانه‌ای) از اجسام ذخیره می‌شود.

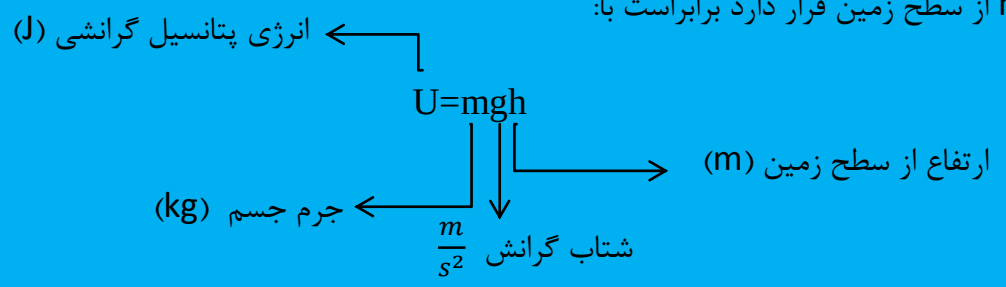
* انرژی پتانسیل به‌صورت پتانسیل گرانشی، پتانسیل الکتریکی و پتانسیل کشسانی وجود دارد.





تهیه شده توسط سورچی

انرژی پتانسیل گرانشی: انرژی پتانسیل گرانشی، سامانه‌ی متشکل از زمین و جسمی به جرم m که در ارتفاع h از سطح زمین قرار دارد برابراست با:



تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی برابراست با:

$$\Delta u = u_2 - u_1 = -W_{mg}$$

* انرژی پتانسیل گرانشی در مجموعه‌ی زمین و جسم ذخیره می‌شود.

* با افزایش ارتفاع از سطح زمین $\Delta u > 0$ و با کاهش ارتفاع از سطح زمین $\Delta u < 0$ است.

* تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی به مسیر حرکت جسم بستگی ندارد.

* انرژی پتانسیل گرانشی به انتخاب مبدأ پتانسیل بستگی دارد ولی تغیرات انرژی پتانسیل گرانشی به انتخاب مبدأ پتانسیل وابسته نیست.

انرژی پتانسیل کشسانی فنر (فنر u)

فنری که از حالت تعادل خود خارج شده باشد، توانایی انجام‌کار (انرژی) دارد. به این انرژی ذخیره شده در فنر، انرژی پتانسیل کشسانی می‌گویند.

* تغییر انرژی پتانسیل کشسانی فنر، قرینه‌ی کار فنر در یک تغییر طول فنر است.

$$W_{\text{فنر}} = -\Delta u_{\text{کشسانی}}$$

محمد جواد سورچی

اگر اتلاف انرژی نداشته باشیم، مجموع انرژی‌های پتانسیل و انرژی جنبشی جسم در نقاط مختلف مسیر حرکت یک جسم با هم برابر هستند.

$$E_1 = E_2 \rightarrow k_1 + u_1 = k_2 + u_2$$

* رابطه‌ی $\Delta K = -\Delta u$ را نیز می‌توان از پایستگی انرژی مکانیکی استخراج کرد: به این معنا که در صورت پایسته بودن انرژی مکانیکی یک جسم، به همان اندازه که انرژی جنبشی جسم تغییر می‌کند (افزایش یا کاهش) انرژی پتانسیل هم تغییر می‌کند.

ریاضی خارج ۹۷) گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود و پس از طی Δh، انرژی جنبشی آن با $\frac{1}{4}$ انرژی پتانسیل گرانشی آن برابر می‌شود. $\frac{\Delta h}{h}$ چقدر است؟

(مبدأ پتانسیل سطح زمین است و مقاومت هوا ناچیز فرض شود)

۱) $\frac{1}{5}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{5}$

پاسخ: گزینه ۱

$$E_1 = E_2 \rightarrow \underbrace{K}_{V=0 \text{ رهاشده} \leftarrow 0} + u_1 = \underbrace{K}_{\frac{1}{4}U_2} + U_2 \rightarrow mgh = \frac{5}{4}mgh'$$

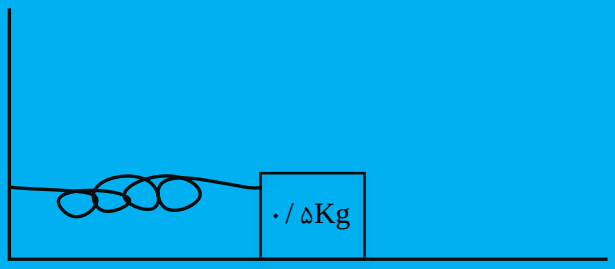
mgh ↓ ، mgh' ↑

$$\rightarrow \quad h' = \frac{4}{5}h$$

$$\boxed{\Delta h = \frac{1}{5}h}$$

تجربی ۹۴ با تغییر) در شکل زیر، سطح افقی بدون اصطکاک است وزنه را به فنر با جرم ناچیز تکیه داده و فشار می‌دهیم. کار نیروی کشسانی فنر در این جابجایی برابر $2J-$ می‌شود. اگر در این حالت بدون تندی اولیه وزنه را رها کنیم بیشترین تندی وزنه تا لحظه‌ی جدا شدن از قد، چند متر بر ثانیه خواهد شد؟

محمد جواد سورچی



۱) $2\sqrt{2}$

۲) ۲

۳) ۴

۴) $4\sqrt{2}$

پاسخ : گزینه ۱ /

$$\xrightarrow{\text{اصطکاک نداریم}} E_1 = E_2 \rightarrow \underbrace{k}_{k_1 = 0 \leftarrow \text{وزنه را رها کردیم}} + \underbrace{u}_{\substack{u \text{ فنر} \\ \| \\ 2 = -W_{\text{فنر}}}} = k_2 + \underbrace{u}_{\substack{\text{حالت تعادل} \\ \| \\ 0}} \rightarrow \underline{k_2 = 2J}$$

$$k = \frac{1}{2}mV^2$$

$$\boxed{V = 2\sqrt{2}} \leftarrow 2 = \frac{1}{2} \times 0/5 \times V^2$$

کارکل

روش‌های محاسبه‌ی کارکل

۱. محاسبه‌ی کار هر یک از نیروها به‌صورت جداگانه و جمع جبری کار هریک از نیروها

۲. محاسبه‌ی برآیند نیروها در راستای جابجایی و محاسبه‌ی کاربرآیند در راستای جابجایی

۳. قضیه‌ی کار و انرژی

- کار و انرژی جنبشی ← کارکل وارد بر یک جسم در یک جابجایی برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم در آن جابجایی است.

محمد جواد سورچی

$$w_t = k_2 - k_1 \Longrightarrow W_t = \frac{1}{2}m(V^2 - V^2)$$

کارگل — انرژی جنبشی ثانویه — انرژی جنبشی اولیه

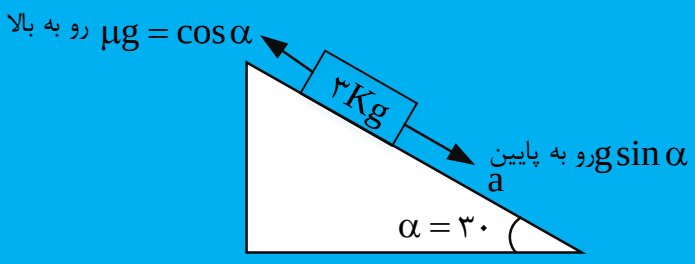
$$\begin{cases} W_t > 0 \rightarrow k_2 > k_1 \rightarrow V_2 > V_1 \\ W_t = 0 \rightarrow k_2 = k_1 \rightarrow V_2 = V_1 \end{cases}$$

$$W_t < 0 \rightarrow k_2 < k_1 \rightarrow V_2 < V_1$$

ریاضی ۹۴) جسمی به جرم ۲kg روی سطح شیب داری که با سطح افق زاویه‌ی ۳۰° می‌سازد، با تندی ثابت روبه پایین می‌لغزد. اگر در این حرکت جسم به اندازه‌ی ۲متر جابه‌جا شود، کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟ $\left(g = 10\,{}^{m}/_{s^2}\right)$

۱) $-20\sqrt{2}$ ۲) $-10\sqrt{3}$ ۳) -۱۰ ۴) -۲۰

پاسخ : گزینه ۴



با توجه به اینکه در صورت سوال ذکر شده جسم با تندی ثابت حرکت می‌کند، به آن نیرویی به طور خالص وارد نمی‌شود ←

$$\sum F = 0$$

$$F_k = F_{\text{رو به پایین}} = m.g.sin\alpha = 2 \times 10 \times \frac{1}{2} = 10N$$

$$\rightarrow W_{f_k} = -F.d = -10 \times 2 = \text{-20 J}$$

محمد جواد سورچی

کار و انرژی درونی

انرژی درونی یک جسم مجموع انرژی‌های ذره‌های تشکیل دهنده‌ی آن جسم است.

❋معمولاً با گرم‌تر شدن یک جسم، انرژی درونی آن بیشتر می‌شود.

❋ انرژی درونی یک جسم، هم به تعداد ذرات جسم و هم به انرژی هر ذره بستگی دارد.

❋ منظور از اتلاف انرژی این است که، انرژی به حالتی تبدیل شده است که در عمل نمی‌توان دوباره از آن استفاده کرد.

قانون پایستگی انرژی

در یک سامانه‌ی منزوی، مجموع کل انرژی‌ها پایسته می‌ماند.

کار نیروی اتلافی

با حضور نیروی اصطکاک و مقاومت هوا، بخشی از انرژی مکانیکی جسم به انرژی درونی جسم، سطح مسیر حرکت جسم و هوا تبدیل می‌شود. کار نیروهای اتلافی اصطکاک و مقاومت هوا (W_f) برابراست با:

$$W_f = E_2 - E_1$$

❋ نیروی خارجی مانند نیروی دست، می‌تواند انرژی مکانیکی جسم را افزایش یا کاهش دهد.

تجربی ۹۲) جسمی به جرم ۱ kg با تندی اولیه‌ی ۶ $\frac{m}{s}$ از پایین سطح شیب‌داری با افق زاویه‌ی 37° می‌سازد، به‌طرف بالا پرتاب می‌شود. هنگامی‌که جسم روی سطح شیب‌دار ۲ متر را رو به بالا طی می‌کند، تندی‌اش به ۲ $\frac{m}{s}$ می‌رسد. انرژی مکانیکی جسم در این جابجایی چند ژول کاهش می‌یابد؟

($\sin 37^\circ = 0/6$ ، $g=10\ \frac{m}{s^2}$ و از مقاومت هوا صرف‌نظر شود)

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۶

محمد جواد سورچی

پاسخ: گزینه ۱/

$$E_1 = k_1 + u_1 = k_1 = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times (6)^2 = 18J$$

$$E_2 = k_2 + u_2 = \underbrace{\left(\frac{1}{2}mV^2\right)}_{\left(\frac{1}{2}\times 1\times (2)^2\right)} \quad \underbrace{1\times 10\times \underbrace{h}_{1/2=2\times sin37\leftarrow}}_{1/2} = 14J$$

$$W_f = \Delta E = 14 - 18 = -4J$$

توان متوسط

نسبت کار انجام شده به مدت زمان انجام‌کار را توان متوسط می‌نامیم.

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t}$$

*توان کمیتی نرده‌ای است و یکای آن ژول بر ثانیه بر وات است.

* واحد دیگر توان اسب‌بخار است $1hp \simeq 746W$

بازده

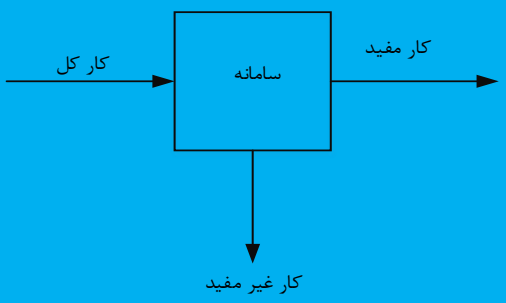
هر سامانه بخشی از انرژی ورودی (انرژی مصرفی) را به انرژی مورد نظر (انرژی مفید، انرژی خروجی) تبدیل می‌کند و قسمتی از انرژی به صورت انرژی‌های ناخواسته درمی‌آید .

درصد بازده برابر است با :

$$\text{بازده بر حسب درصد} = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \times 100 = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی (اسمی)}} \times 100$$

$$\| \quad \frac{\text{کار خروجی}}{\text{کار ورودی}} \times 100$$

کار کل = کار مفید + کار غیرمفید



محمد جواد سورچی

تجربی ۹۸) یک پمپ آب در هر ساعت ۲۵۲ تن آب را تا ارتفاع ۱۲ متر بالا می‌کشد. اگر بازده پمپ ۸۰ درصد باشد، توان پمپ چند کیلووات است؟ $\left(g = 10\frac{m}{s^2}\right)$

۱) ۷/۵ ۲) ۸ ۳) ۸/۴ ۴) ۱۰/۵

پاسخ گزینه۴

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی (اسمی)}} \times 100$$

$$\text{توان اسمی} = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{بازده درصد}} \times 100$$

$$\frac{\overbrace{252}^{m} \times \overbrace{10}^{g} \times \overbrace{13}^{h}}{60 \times 60} = 8/4w$$

۸۰

محمد جواد سورچی

توان اسمی $= \frac{8/4 \times 100}{80} = \boxed{10/5w}$

@physics_sourchi

محمد جواد سورچی