



تابع نمایی و لگاریتم



مهندس حمیدرضا بنیانی

۰۹۳۶ ۲۰۰ ۹۵۳۰

استاد آموزشگاه های شیراز و اهواز

طراح آزمون های قلمچی



تابع نمایی

به معرفی توابع نمایی و نمودار آن‌ها توجه کنید:

نکته ۱

تابع نمایی:

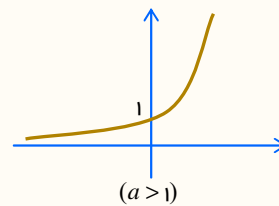
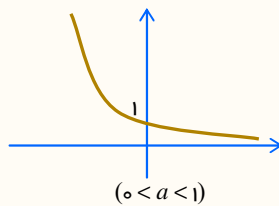
فرض کنید $a \neq 1$ عددی مثبت باشد. تابعی که ضابطه‌ی آن به صورت:

$$y = a^x$$

است، «تابع نمایی» با پایه‌ی a نامیده می‌شود.

توجه کنید:

نمودار این تابع در دو حالت $a > 1$ و $0 < a < 1$ به صورت‌های زیر است:

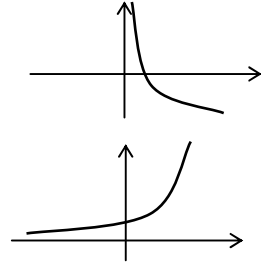


مثال: نمودار تابع زیر را توسط انتقال نمودارها رسم کنید:

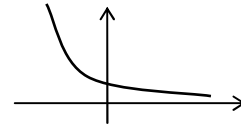
$$y = 3^{x-2} - 2$$

پاسخ:

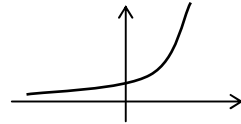
تست: نمودار تابع نمایی $y = \left(\frac{2}{7}\right)^x$ شبیه کدام است؟



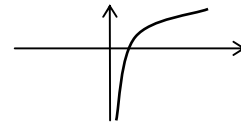
2



1



4



3

پاسخ:

تست: اگر نمودار تابع $f(x) = a(b)^x - 1$ از دو نقطه‌ی $A = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ و $B = (1, 1)$ بگذرد، $f(-1)$ کدام است؟ (تجربی ۹۳)

4 $\frac{3}{4}$

3 $-\frac{1}{4}$

2 $-\frac{1}{2}$

1 $-\frac{3}{4}$

پاسخ:

نکته ۲

دامنه و برد:

با توجه به نمودار تابع نمایی $f(x) = a^x$ در هر دو حالت $a > 1$ و $0 < a < 1$ می‌بینید که:

دامنه همیشه تمام \mathbb{R} و برد آن اعداد مثبت $(0, +\infty)$ است!

$$f: \mathbb{R} \longrightarrow (0, +\infty)$$

$$y = a^x$$

بنابراین:

- مقدار a^x هیچ‌گاه نمی‌تواند صفر یا عددی منفی شود.
- چون $a^0 = 1$ است، نمودار تابع نمایی $f(x) = a^x$ همیشه از نقطه‌ی $(0, 1)$ عبور می‌کند.

مثال: دامنه و برد تابع $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{4-x+1}}$ را مشخص کنید.

پاسخ: 

مثال: معادله‌ی زیر را حل کنید:

$$3^x x^2 - 3^x x = 4 \times 3^{x+1}$$

پاسخ: 

نکته ۳

شرط نمایی بودن:

برای آن که تابع $y = a^x$ نمایی محسوب شود، لازم است که $a > 0$ و $a \neq 1$ باشد.

مثال: محدوده m را چنان تعیین کنید که تابع با ضابطه $y = \left(\frac{1-2m}{m+1}\right)^x$ یک تابع نمایی باشد.

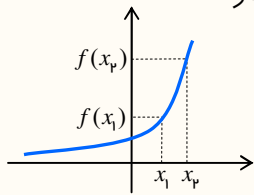
پاسخ: 

مقادیر تابع نمایی یا همواره در حال افزایش اند و یا در حال کاهش:

نکته ۴

تابع نمایی صعودی:

وقتی $a > 1$ باشد، هر قدر x به توان‌های بزرگ‌تر می‌رسد، مقدار تابع بزرگ‌تر می‌شود:
می‌بینید:



$x_1 < x_p$ نتیجه می‌دهد که $f(x_1) < f(x_p)$.

چنین تابعی را «صعودی» گویند.

حالت دوم توابع نمایی:

نکته ۵

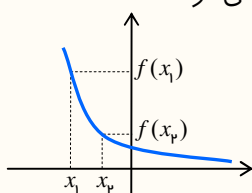
تابع نمایی نزولی:

وقتی $0 < a < 1$ باشد، هر قدر x به توان‌های بزرگ‌تر می‌رسد، مقدار تابع کوچک‌تر می‌شود:

در این تابع:

$$f(x_1) > f(x_2) \text{ که نتیجه می‌دهد که } x_1 < x_2$$

چنین تابعی را «نزولی» گویند.



تست: تابع نمایی $f(x) = \left(\frac{a+3}{2a-1}\right)^{-x}$ صعودی است. حدود a کدام است؟

④ $a > \frac{1}{2}$

③ $a \leq -3$

② $a > 4$

① $-3 < a < 4$

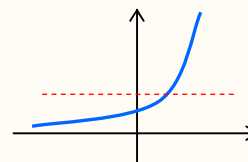
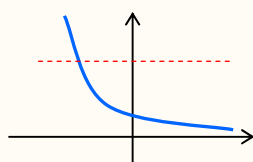
پاسخ:

نکته ۶

یک به یک بودن:

همان‌طور که می‌بینید، هر خط افقی نمودار تابع نمایی را:

یا قطع نمی‌کند و یا فقط در یک نقطه قطع می‌کند!



پس تابع $y = a^x$ همیشه یک به یک است. یک نتیجه‌ی مهم از یک به یک بودن این تابع:

$$f(x_1) = f(x_2) \rightarrow a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$$

این خاصیت در واقع روش حل معادلات نمایی است.

مثال: معادله‌ی $2^{x-1} + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 208$ را حل کنید.

پاسخ: 

تست: مقدار x از معادله‌ی $125^{1-3x} = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{5}}\right)^{2x}$ کدام است؟

4 $-\frac{25}{9}$

3 $\frac{25}{9}$

2 $\frac{9}{25}$

1 $-\frac{9}{25}$

پاسخ: 

روش‌های زیر هم با توجه به نمودار نمایی بیان شده‌اند:

نکته ۷

حل نامعادلات تابع:

در حل نامعادلات نمایی، پایه‌ها را یکسان می‌کنیم. سپس با توجه به مقدار پایه، توسط یکی از دو روش زیر پایه حذف شده و نامعادله قابل حل می‌شود:

▪ اگر $0 < a < 1$ باشد، جهت نامساوی عوض می‌شود:

$$a^P < a^Q \Leftrightarrow P > Q$$

▪ اگر $a > 1$ باشد، جهت نامساوی عوض نمی‌شود:

$$a^P < a^Q \Leftrightarrow P < Q$$



مثال: نامعادله‌ی زیر را حل کنید:

$$(\sqrt{3} - \sqrt{8})^{1-x} \leq (\sqrt{3} + \sqrt{8})^{p-3x}$$

پاسخ: 

مثال: نامعادله‌ی $(\sqrt{2})^{x^p-2x} \leq (\sqrt{2})^{2x}$ را حل کنید.

پاسخ: 

چنان که دیدیم، تابع نمایی $y = a^x$ یک به یک است. پس:
تابع نمایی همیشه معکوس پذیر است!

نکته ۸

تعریف لگاریتم:

معکوس تابع نمایی $f(x) = a^x$ را به صورت $f^{-1}(x) = \log_a x$ نشان می‌دهند که:
«لگاریتم عدد x در پایه a »

خوانده می‌شود. برای نمونه:

در تابع $f(x) = 2^x$ داریم: $f(3) = 2^3 = 8$. بنابراین باید $f^{-1}(8) = 3$ باشد. یعنی:

$$2^3 = 8 \Leftrightarrow \log_2 8 = 3$$

ارتباط بین عبارت نمایی و عبارت لگاریتمی همواره به صورت زیر است:

$$a^x = y \Leftrightarrow \log_a y = x$$

مثال: مقدار t را از رابطه‌های زیر بیابید.

الف) $\log_{64} 256 = 1 - 2t$

ب) $\log_{5/2} (\log_4 (\log_3 (-t+1))) = -1$

پاسخ:



صورت دقیق تابع لگاریتمی:

نکته ۹

تابع لگاریتمی:

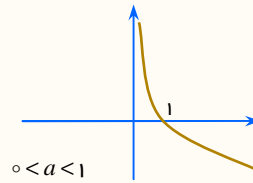
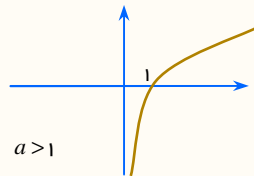
تابع لگاریتمی به صورت زیر است:

$$y = \log_a x \quad (a > 0, a \neq 1)$$

ارتباط عبارت لگاریتمی با عبارت نمایی به صورت زیر است:

$$a^x = y \Leftrightarrow \log_a y = x$$

نمودار تابع لگاریتمی مانند تابع نمایی دو حالت دارد:

می‌بینید که: نمودار تابع لگاریتمی $y = \log_a x$ همواره از نقطه‌ی $(1, 0)$ عبور می‌کند.**مثال:** نمودار هر یک از توابع زیر را توسط انتقال نمودارها رسم کنید:

الف) $y = \log_3 x - 2$

ب) $y = \log_3(x - 2)$

پاسخ:

نکته ۱۰

خواص مقدماتی لگاریتم:

▪ لگاریتم عدد ۱ در هر مبنای برابر صفر است:

$$\log_a 1 = 0$$

▪ اگر $a > 1$ باشد، آنگاه:

$$\log_a x_1 < \log_a x_2 \Leftrightarrow x_1 < x_2$$

▪ اگر $0 < a < 1$ باشد، آنگاه:

$$\log_a x_1 < \log_a x_2 \Leftrightarrow x_1 > x_2$$

توجه کنید:

در تمام این موارد بالا اعداد x_1 و x_2 باید مثبت باشند!

بویژه، موارد زیر از اهمیت بسیار زیادی برخوردار هستند:

$$a > 1: \begin{cases} \log_a x > 0 \Leftrightarrow x > 1 \\ \log_a x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1 \end{cases}$$

$$0 < a < 1: \begin{cases} \log_a x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1 \\ \log_a x < 0 \Leftrightarrow x > 1 \end{cases}$$

مثال: نامعادله $\log_{0.25}(1+x-x^2) \leq 0$ را حل کنید.

پاسخ: 

لگاریتم اعشاری: 

اگر مبنای لگاریتم عدد ۱۰ باشد، به آن «لگاریتم اعشاری» گویند و از این پس برای راحتی از نوشتن مبنای ۱۰ خودداری می‌شود:

$$\log x = \log_{10} x$$

نکته ۱۱

دامنه‌ی لگاریتم:

در حالت کلی (حتی ممکن است مبنای لگاریتم متغیر باشد)، دامنه‌ی عبارت $\log_{q(x)} p(x)$ برابر است با:

$$\{x: p(x) > 0, q(x) > 0, q(x) \neq 1\}$$

مثال: دامنه‌ی تابع زیر را تعیین کنید.

$$y = \log_{1+x}(4 - x^2)$$

پاسخ: 

تست: دامنه‌ی تابع $f(x) = \sqrt{\log_{5/3} \frac{5x - x^2}{4}}$ کدام است؟

④ $(0, +\infty)$

③ $(0, 1] \cup [4, 5)$

② $(0, 5)$

① $(-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$

پاسخ: 

خواص اصلی لگاریتم و کاربرد آنها در حل معادلات آورده می‌شوند:

نکته ۱۲

برخی خواص لگاریتم:

▪ لگاریتم هر عدد مثبت در مبنای خودش، برابر ۱ است:

$$\log_a a = 1$$

▪ لگاریتم، ضرب را به جمع و تقسیم را به تفریق تبدیل می‌کند:

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y \quad \text{و} \quad \log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$$

مثال: نشان دهید تساوی زیر برقرار است:

$$\log 2 + \log 5 = 1$$

پاسخ:

خواص لگاریتم برای عددهای توان‌دار:

نکته ۱۳

برای هر عدد مثبت x و هر عدد حقیقی r داریم:

$$\log_a x^r = r \log_a x \quad \blacksquare$$

$$\log_{a^r} x = \frac{1}{r} \log_a x \quad \blacksquare$$

مثال: اگر $\log_b a = m$ باشد، $\log_{\sqrt[m]{b}} a^5 b$ را بر حسب m بیان کنید.

پاسخ:

تست: مقدار عددی $\log_{\frac{1}{32}} 32 + \log_{\sqrt[3]{3}} \sqrt{27}$ کدام است؟

4 $\frac{1}{8}$

3 $-\frac{1}{8}$

2 $-\frac{17}{8}$

1 $\frac{17}{8}$

پاسخ: 

تست: اگر لگاریتم عدد $2\sqrt[3]{5}/25$ در مبنای 8 برابر A باشد، آنگاه لگاریتم عدد $\left(\frac{1}{A}-1\right)$ در پایه ی 4 کدام است؟

4 $\frac{3}{2}$ (کنکور 1390)

3 $\frac{2}{3}$

2 $\frac{1}{3}$

1 -3

پاسخ: 

نکته ۱۴

حل معادلات لگاریتمی:

با توجه به نمودار تابع لگاریتمی، این تابع همواره یک به یک است. پس:

$$\log_a P = \log_a Q \Rightarrow P = Q$$

بنابراین برای حل معادلات لگاریتمی چنین عمل می کنیم:

- با استفاده از ویژگی های لگاریتم، طرفین تساوی را به دو لگاریتم بدون ضریب تبدیل می کنیم.
- با استفاده از مطلب بالا، لگاریتم ها حذف می شوند.
- جواب های بدست آمده را در معادله جای x قرار می دهیم. شرط قابل قبول بودن یک جواب این است که:

جلوی هیچ لگاریتمی عدد منفی قرار نگیرد!

تست: مجموع جواب‌های معادله‌ی $\log_3(5x-2) = 1 + \log_{\sqrt{3}} x$ کدام است؟

4 $\frac{5}{4}$

3 $\frac{5}{2}$

2 $\frac{2}{5}$

1 $\frac{3}{5}$

پاسخ: 

مثال: جواب‌های معادله‌ی $(\log_2 x)^2 - 3 \log_2 x = 4$ را تعیین کنید.

پاسخ: 

تست: از تساوی $\log_x(x^2+4) = 1 + \log_x 5$ ، مقدار لگاریتم x در پایه ۲ کدام است؟ (تجربی ۹۳)

4 $\frac{3}{2}$

3 ۲

2 $\frac{1}{2}$

1 -۱

پاسخ: 

شدت زمین لرزه‌ها (زلزله) را با واحد «ریشتر» بیان می‌کنند و هر قدر مقدار ریشتر بزرگ‌تر باشد، انرژی آزاد شده توسط آن هم بیشتر بوده و خرابی ناشی از آن هم وسیع‌تر خواهد بود.

نکته ۱۵

انرژی زلزله:

اندازه‌ی یک زلزله بر حسب ریشتر را با M و مقدار انرژی آزاد شده توسط آن بر حسب واحد اندازه‌گیری «ارگ» را با E نشان می‌دهیم. در این صورت:
بین M و E رابطه‌ی زیر وجود دارد و با داشتن یکی، دیگری بدست می‌آید:

$$\log E = 11/8 + 1/5 \times M$$

مثال: در یک زلزله با بزرگی $7/4$ ریشتر، چقدر انرژی آزاد می‌شود؟

پاسخ: 

تست: در سال ۲۰۰۴ در کشور اندونزی، زلزله‌ای رخ داد که انرژی حاصل از آن $10^{25/45}$ ارگ بود. بزرگی این زلزله بر حسب ریشتر کدام است؟

④ ۹/۵

③ ۹/۱

② ۸/۵

① ۸/۱

پاسخ: 

در بخش پایانی، نمونه‌هایی پیشرفته‌تر از مباحث این جزوه ویژه «داوطلبان صد درصدی» آزمون‌ها می‌آوریم:



اگر قادر به درک راه حل‌ها نیستید، بدون نگرانی از این بخش عبور کنید!

تست: دامنه‌ی تابع $f(x) = \log_{\sqrt{x}}(9 - 4x^2)$ کدام است؟

② $(0, \frac{3}{2}) - \{1\}$

① $(0, \frac{3}{2})$

④ $[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}] - \{0, 1\}$

③ $[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}] - \{1\}$

پاسخ:

تست: حاصل عبارت $\log_{\frac{5}{2}} 625 + 9^{\log_3 \sqrt{5}}$ کدام است؟

④ ۱

③ ۹

② -۹

① -۱

پاسخ:

نکته ۱۶

خواص دیگری از لگاریتم:

موارد زیر هم در مورد لگاریتم برقرار هستند:

▪ $\log_a \frac{1}{x} = \log_{\frac{1}{a}} x = -\log_a x$

▪ $\log_a a^x = x$ و $a^{\log_a x} = x$

▪ $\log_c b \times \log_a c = \log_a b$

در نتیجه: $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$ و بویژه: $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

مطلب آخر هنگام «تغییر مبنا» کاربرهای زیادی دارد.

تست: اگر $\log_{12} 3 = k$ ، آنگاه $\log_{\sqrt{3}} 16$ کدام است؟

$\frac{4-k}{k}$ (۴)

$\frac{4(1-k)}{k}$ (۳)

$\frac{4k}{1-k}$ (۲)

$\frac{4}{1-k}$ (۱)

پاسخ: 

تست: مجموع مکعبات جوابهای معادله $3 \log_x x - 2 \log_x 2 = 5$ کدام است؟

$216/5$ (۴)

$64/5$ (۳)

$27/5$ (۲)

$8/5$ (۱)

پاسخ: 

تست: هرگاه $\log_{25} 25x^2 + \log_x 25 = 7$ باشد، آنگاه $\log_{16}(x^2 + 3)$ کدام می‌تواند باشد؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

پاسخ: 

تست: مجموع جوابهای معادله $100x = x^{\log x}$ کدام است؟

$100/1$ (۴)

110 (۳)

$100/01$ (۲)

101 (۱)

پاسخ:



تست: جواب معادله $3^x = 2^{1-2x}$ ، برابر عدد $x = \log_b 2$ بدست آمده؛ مقدار b کدام است؟

۱۲ ④

۲۷ ③

۹ ②

۳ ①

پاسخ:



تست: حاصل $[\frac{1}{5} \log 2] + [5 \log 2]$ کدام است؟ ([] : علامت جزء صحیح)

صفر ④

۳ ③

۲ ②

۱ ①

پاسخ:



تست: اگر $\log_8 18 = a$ باشد، مقدار $\log_4 6$ بر حسب a کدام است؟

 $\frac{3a-1}{2}$ ④ $\frac{3a+1}{4}$ ③ $\frac{3a}{4}$ ② $\frac{3a-1}{4}$ ①

پاسخ:



تست: مجموعه‌ی جواب معادله‌ی $\left(\frac{1}{8}\right)^{[x]} = 4^{1-[x]}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

④ $(1, 2)$

③ $[1, 2)$

② $(-2, -1]$

① $[-2, -1)$

پاسخ: 

تست: بیشترین مقدار عبارت $(\log_5 5)^{\sin x + 1}$ کدام است؟

④ $(\log_5 5)^3$

③ $(\log_5 5)^2$

② $\log_5 5$

① $\log_5 5$

پاسخ: 

نکته ۱۷

تعیین تعداد ارقام:

اگر n یک عدد طبیعی باشد و $[\log n] = k$ ، در این صورت:
تعداد رقم‌های عدد n برابر $k + 1$ خواهد بود.

تست: می‌دانیم $\log 3 = 0.4771$. عدد 3^{200} چند رقم دارد؟

④ ۱۹۶

③ ۱۹۵

② ۹۶

① ۹۵

پاسخ: 



تمرین تست:

۱- دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{1 - \log(x-1)}$ کدام بازه است؟

- ① $(1, 2]$ ② $[2, 10]$ ③ $[1, 1)$ ④ $(1, 1]$

۲- توابع کدام گزینه با هم برابرند؟

- ① $f(x) = \log x^2$ و $g(x) = 2 \log x$ ② $f(x) = 1$ و $g(x) = \frac{|x|}{\sqrt{x^2}}$
 ③ $f(x) = x$ و $g(x) = \sqrt{x^2}$ ④ $f(x) = \frac{x}{|x|}$ و $g(x) = \frac{|x|}{x}$

۳- دامنه‌ی تعریف تابع $y = \log[x]$ کدام است؟ ([] به معنای جزء صحیح.)

- ① $[1, \infty)$ ② $[0, \infty)$ ③ $(0, \infty)$ ④ $(1, \infty)$

۴- دامنه‌ی تعریف تابع $y = \frac{\log(x-1)}{\log(4-x^2)}$ کدام است؟

- ① $(-2, 2)$ ② $(1, 2) - \{\sqrt{3}\}$ ③ $(1, 2)$ ④ $(1, \infty)$

۵- حاصل $\log(\sin 1^\circ) \times \log(\sin 2^\circ) \times \dots \times \log(\sin 90^\circ)$ کدام است؟

- ① ۱ ② -۱ ③ ۲ ④ -۲

۶- حاصل $\log_3 \sqrt[4]{49} + \log_7 \sqrt[5]{16}$ کدام است؟

- ① $1/5$ ② $1/4$ ③ $1/3$ ④ $1/2$

۷- معادله‌ی $\log_x(x^2 - 12) = 2$ چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟

- ① ۱ ② ۴ ③ ۲ ④ ۳

۸- اگر $\log_3 27 = k$ باشد، حاصل $\log_3 2$ کدام است؟

- ① $\frac{2-k}{3k}$ ② $\frac{k-3}{2k}$ ③ $\frac{3-k}{2k}$ ④ $\frac{k-2}{3k}$

۹- اگر $\log_3(\log_3(\log_3 x)) = 1$ ، آنگاه x کدام است؟

- ① 2^{12} ② 4^{12} ③ 2^9 ④ 4^9

۱۰- اگر $\log_x \sqrt{x} = -\frac{1}{2}$ ، آنگاه $\log_p (1 + \frac{1}{x})$ برابر کدام است؟

- ۱ ۳ ۲ -۳ ۳ ۲ ۴ -۲

۱۱- حاصل $\log_4 3 \times \log_6 16 \times \log_8 8 \times \log_9 6$ کدام است؟

- ۱ ۲۴ ۲ ۱۸ ۳ ۱۲ ۴ ۱۵

۱۲- اگر $a = 121/48$ و $b = 0/12$ باشد، حاصل $[\log a] + [\log b]$ کدام است؟

- ۱ ۱ ۲ ۳ ۳ ۲ ۴ ۰

۱۳- اگر $\log_4 x^3 = x^3$ ، مقدار لگاریتم x در پایه $\frac{1}{2}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{2}$ ۲ $-\frac{1}{2}$ ۳ ۲ ۴ -۲

۱۴- کدام گزینه درست است؟

- ۱ $\log_{\frac{1}{2}} 100 > \log_{\frac{1}{2}} 1000$ ۲ $\log_{\frac{1}{2}} 3 > \log_{\frac{1}{2}} 2$
 ۳ $\log_5 3 > \log_3 5$ ۴ $\log_{\frac{1}{2}} 3 > \log_{\frac{1}{2}} 2$

۱۵- حاصل عبارت $|\log_{\frac{1}{2}} 8| + \log_8 \frac{\sqrt{2}}{2}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{19}{6}$ ۲ $\frac{17}{6}$ ۳ $\frac{1}{6}$ ۴ $-\frac{1}{6}$

۱۶- اگر $\log_{500} \frac{1}{500} = A$ باشد، آنگاه:

- ۱ $-5 < A < -4$ ۲ $4 < A < 5$ ۳ $-6 < A < -5$ ۴ $5 < A < 6$

۱۷- مجموعه جواب نامعادله $\log \frac{x+4}{5} < -2$ کدام است؟

- ۱ $-3 < x < -2/5$ ۲ $-4 < x < -3/95$
 ۳ $-3 < x < -2/95$ ۴ $-4 < x < -3/5$



ویژه‌ی داوطلبان سرآمد

۱- مقدار y از دستگاه $\begin{cases} 2\sqrt{2} = 2^{x-3} \times 4^y \\ \log_p 2x - \log_p y = 2 \log_p 3 \end{cases}$ کدام است؟

4 $\frac{3}{2}$

3 $\frac{3}{4}$

2 $\frac{5}{13}$

1 $\frac{9}{13}$

۲- حاصل عبارت $\log_{(\sqrt{2}+2\sqrt{2})}(\sqrt{2}-1)$ کدام است؟

4 -2

3 2

2 $-\frac{1}{2}$

1 $\frac{1}{2}$

۳- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $9^x - 15(3^{x-1}) + 6 = 0$ باشند، مقدار $\frac{x_1}{x_2}$ با شرط $x_1 > x_2$ کدام است؟

4 $\log_{\frac{1}{3}} 2$

3 $\log_3 4$

2 $\log_p \frac{1}{3}$

1 $\log_p 3$

۴- مجموع جواب‌های معادله‌ی $x^{2 \log_4 x} = \frac{8}{x^2}$ کدام است؟

4 $\frac{9}{2}$

3 $\frac{49}{12}$

2 $\frac{15}{13}$

1 $\frac{17}{8}$

۵- حاصل عبارت $\log(\tan 17^\circ) + \log(\tan 31^\circ) + \log(\tan 73^\circ) + \log(\tan 59^\circ)$ چیست؟

4 نامشخص

3 2

2 0

1 1

۶- حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ی $(\log_p x)^2 - 8 \log_p x = 5$ کدام است؟

4 8

3 16

2 32

1 64

۷- اگر $\log_5 4 = m$ ، مقدار $\log_5 4$ کدام است؟

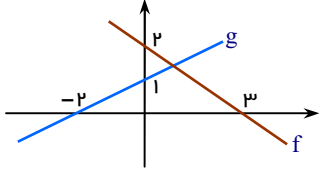
4 $\frac{m}{4-2m}$

3 $\frac{4-2m}{m}$

2 $\frac{4-m}{m}$

1 $\frac{m}{2}$

۸- شکل مقابل نمودار هر دو تابع f و g را نشان می‌دهد. اگر دامنه‌ی تابع $y = \log_{f(x)} g(x)$ به صورت $(a, b) \cup (c, d)$ باشد، حاصل $ad + bc$ کدام است؟



2 $\frac{15}{4}$

4 $-\frac{15}{4}$

1 $\frac{5}{4}$

3 $-\frac{15}{4}$