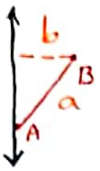
"جمع بندی مبحث هندسه و مقاطع منخروطی" «زیرک» "پایه: ۱۲ تجربی"

دوران حول ←

۱- دوران پاره‌خط:

الف) ← تشکیل دایره‌ای به شعاع AB

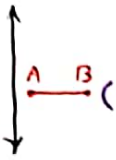
ب) ← تشکیل مخروط توخالی با مولد AB

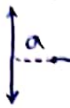


(حجم) $V=\frac{1}{3}\pi b^2(\sqrt{a^2-b^2})$

ج) ← تشکیل مخروط توخالی و مورب با مولد AB

د) ← تشکیل شکلی مثل دانتر





$\rightarrow S=\pi(b^2-a^2)$

۲- دوران نیم خط

الف) ← شکل حاصل: مخروط توخالی ته باز

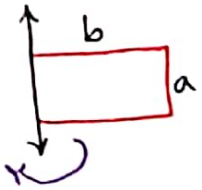
ب) ← تشکیل مخروط ناقص ته باز

۳- دوران شکل مستقاران

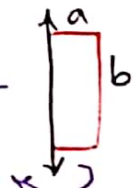
الف) دایره دنیم دایره حول قطر آن ← تشکیل کره: ← $V=\frac{4}{3}\pi r^3$

ب) ربع دایره حول محور گذرنده از قطر آن ← تشکیل نیم کره ← $V=\frac{2}{3}\pi r^3$

الف) مستطیل حول عرض آن: ← تشکیل استوانه با ارتفاع a: $V=\pi b^2 a$



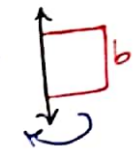
ب) مستطیل حول طول آن: ← تشکیل استوانه با ارتفاع b: $V=\pi a^2 b$



@zirak_math
Scanned with CamScanner

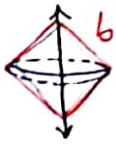
«زیرک»

الف) دوران حول ضلع آن:



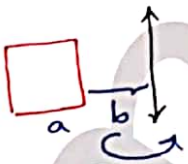
← تشکیل استوانه با حجم $V=\pi b^2$

ب) دوران حول قطر آن:



← تشکیل دو مخروط هم قاعده با حجم: $V=\frac{\sqrt{2}}{4}\pi b^3$

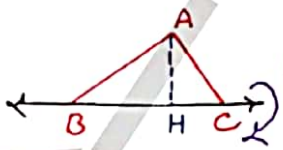
ج) دوران حول یک خط موازی ضلع:



← تشکیل استوانه‌ای به شعاع قاعده $(a+b)$ که وسط آن توسط استوانه‌ای به شعاع قاعده (b) خالی شده است.

$$V=\pi a^2(a+2b)$$

الف) مثلث حول ضلع خودش:

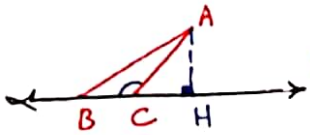


← تشکیل دو مخروط هم قاعده: $(\hat{C},\hat{B}<90^\circ)$

با ارتفاع CH
با ارتفاع BH

$$V=\frac{1}{3}\pi(AH^2)(BC)$$

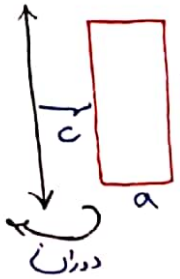
ب) مثلث حول ضلع خودش:



← تشکیل مخروط با ارتفاع BH که یک مخروط هم قاعده با ارتفاع CH از آن خالی شده است. $(\hat{C}>90^\circ)$

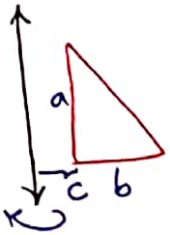
$$V=\frac{1}{3}\pi(AH^2)(BC)$$

الف) ط



← شکل حاصل: استوانه‌ای به شعاع قاعده $(a+c)$ و ارتفاع ط که از وسط آن استوانه‌ای به شعاع قاعده c و ارتفاع ط درآمده است.

ب)



← شکل حاصل: مخروط ناقصی به شعاع قاعده $(c+b)$ که از وسط آن استوانه‌ای به شعاع قاعده c و ارتفاع a درآمده است.

@ziraki_math
Scanned with CamScanner

«زیرک»

برش‌ها

✓ استوانه:

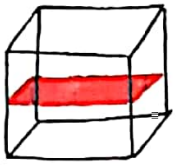
۱- صفحه برش موازی با محور ← سطح مقطع: مستطیل

۲- صفحه برش عمود بر محور ← سطح مقطع: دایره

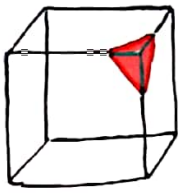
۳- صفحه برش نه عمود بر محور نه موازی ← سطح مقطع: بیضی

✓ مکعب مستطیل:

۱- صفحه برش موازی با یکی از وجه‌ها ← سطح مقطع: مستطیل



۲- صفحه برش، هر سه ضلع هم‌رأس مکعب را قطع می‌کند ← سطح مقطع: مثلث



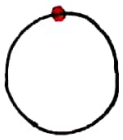
✓ مخروط:

۱- صفحه برش عمود بر محور ← سطح مقطع: دایره

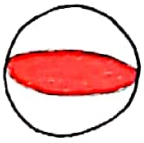
۲- صفحه برش شامل محور ← سطح مقطع: مثلث

✓ کره:

۱- صفحه برش مماس بر کره ← سطح مقطع: نقطه



۲- صفحه برش مماس بر کره نباشد:
← سطح مقطع: دایره



@zirak_math

Scanned with CamScanner

«زیرک»

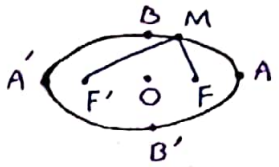
برش سطحی مقطع در مقاطع مخروطی
- ۱- وقتی که صفحه بر محور عمود باشد ← دایره
- ۲- وقتی که صفحه بر محور عمود نباشد، موازی مولد هم نباشد ← بیضی
- ۳- وقتی که صفحه موازی مولد باشد ← سهمی
- ۴- وقتی که صفحه موازی محور باشد ← هذلولی

@zirak_math

Scanned with CamSca

«زیرک»

✓ بیضی :



* در بیضی داریم : $MF+MF'=2a$ * فاصله دو رأس کانونی : $AA'=2a$

* فاصله دو رأس ناکانونی : $BB'=2b$ ← رابطه بین آن‌ها : $a^2=b^2+c^2$

* فاصله دو کانون : $FF'=2c$

* فاصله هر کانون تا رأس ناکانونی : مانند ← $BF=a$

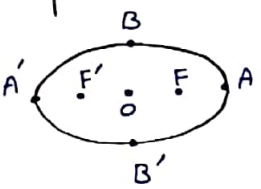
* فاصله هر کانون تا رأس کانونی نزدیک‌تر : مانند ← $AF=a-c$

* فاصله هر کانون تا رأس کانونی دورتر : مانند ← $AF'=a+c$

✓ خروج از مرکز ← $e=\frac{c}{a}$ و $e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$

محدوده آن ← بین صفر و یک (هر چه نزدیک‌تر : بیضی کشیده‌تر ، به صفر نزدیک‌تر : بیضی جاق و دایره‌ای‌تر)

✓ مختصات نقاط مهم در بیضی افقی و قائم ←

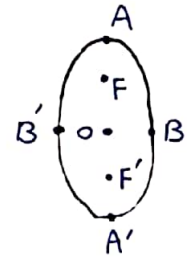


مرکز (α,β) ←

$F(\alpha+c,\beta)$ ، $F'(\alpha-c,\beta)$ ← F, F'

$A(\alpha+a,\beta)$ ، $A'(\alpha-a,\beta)$ ← A, A'

$B(\alpha,\beta+c)$ ، $B'(\alpha,\beta-c)$ ← B, B'



مرکز (α,β) ←

$F(\alpha,\beta+c)$ ، $F'(\alpha,\beta-c)$ ← F, F'

$A(\alpha,\beta+a)$ ، $A'(\alpha,\beta-a)$ ← A, A'

$B(\alpha+b,\beta)$ ، $B'(\alpha-b,\beta)$ ← B, B'

✓ درون و بیرون بیضی ←

با فرض نقطه M

اگر نقطه M روی بیضی باشد ← در بیضی $MF+MF'=2a$ ← $MF+MF'=2a$

اگر نقطه M درون بیضی باشد ← $MF+MF'<2a$

اگر نقطه M بیرون بیضی باشد ← $MF+MF'>2a$

@zirak_math
Scanned with CamScanner

«زیرک»

✓ دایره

* معادله استاندارد ← اگر مرکز آن (α,β) و r شعاع آن باشد : $(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$

* معادله گسترده ← $x^2+y^2+ax+by+c=0$

شرط دایره بودن :

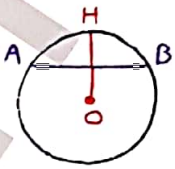
۱- ضریب x^2 = ضریب y^2

۲- در شعاع : $a^2+b^2-4c>0$

مرکز : $O\left(-\frac{a}{2},-\frac{b}{2}\right)$

شعاع : $r=\frac{\sqrt{a^2+b^2-4c}}{2}$

* طول وتر ← $(AB=\ell)$ ⟸ $\ell=2\sqrt{r^2-OH^2}$

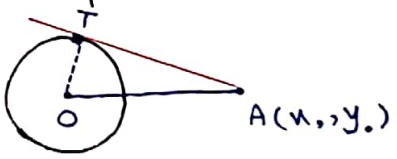


* فاصله مرکز دایره تا خطی مماس بر آن : شعاع $\xrightarrow{O(\alpha,\beta)}$ $\frac{|a\alpha+b\beta+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=r$ ← $ax+by+c=0$

* طول قطعه مماس رسم شده از نقطه‌ای مثل A :

$AT=\sqrt{OA^2-r^2}$

$AT=\sqrt{x_0^2+y_0^2+ax_0+by_0+c}$ ⟸ روش تستی



---

* وضعیت دایره با محورهای مختصات ←

- مماس بر محور xها ← $|\beta|=r$
- مماس بر محور yها ← $|\alpha|=r$
- مماس بر هر دو محور x و y ← $|\alpha|=|\beta|=r$

@zirak_math

Scanned with CamScanner

«زیرک»

✓ درون و بیرون دایره

۱- با فرض این نقطه A
- اگر این نقطه روی دایره باشد ← $OA = r$
- اگر این نقطه درون دایره باشد ← $OA < r$
- اگر این نقطه بیرون دایره باشد ← $OA > r$

۲- با استفاده از معادله آن مدار $A(x_0, y_0)$
- نقطه اگر روی دایره باشد ← $(x_0-\alpha)^2+(y_0-\beta)^2=r^2$
- نقطه اگر درون دایره باشد ← $(x_0-\alpha)^2+(y_0-\beta)^2<r^2$
- نقطه اگر بیرون دایره باشد ← $(x_0-\alpha)^2+(y_0-\beta)^2>r^2$

۳- با استفاده از معادله گسترده $A(x_0, y_0)$
- اگر نقطه روی دایره باشد ← $x_0^2+y_0^2+ax_0+by_0+c=0$
- اگر نقطه درون دایره باشد ← $x_0^2+y_0^2+ax_0+by_0+c<0$
- اگر نقطه بیرون دایره باشد ← $x_0^2+y_0^2+ax_0+by_0+c>0$

دو دایره نسبت به یکدیگر

۱- مماس بیرون ← ($d=r+r'$)

۲- مماس درون ← ($d=|r-r'|$)

↳ ۱ نقطه مشترک

۳- متقاطع ← $|r-r'|<d<r+r'$

↳ ۲ نقطه مشترک

۴- یکی خارج دیگری (متخارج) ← $d>r+r'$

۵- یکی داخل دیگری (متداخل) ← $d<|r-r'|$

۶- هم مرکز ← $d=0$

@zirakmath

Scanned with CamScanner