

به نام خدا

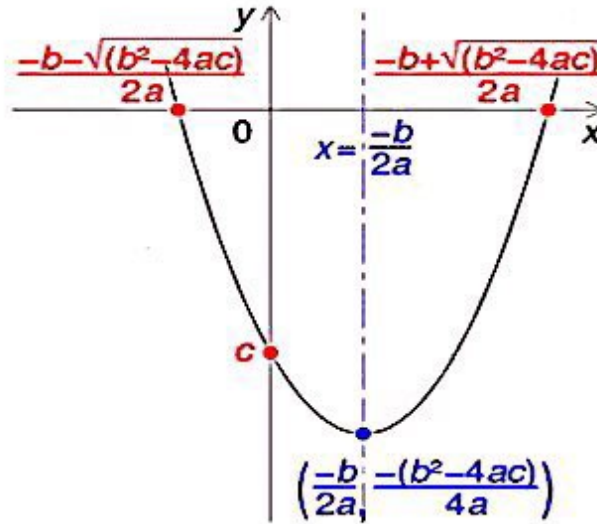
جزوه تکنیکی - مفهومی

ریاضیات کنکور

ویژه رشته تجربی

مبحث: سهمی و معادله درجه دو

Graph of $y=ax^2+bx+c$



مدرس: شیوا اربابی

مبحث: معادله درجه ۲ - سهمی

فرم کلی معادله درجه دوم $\leftarrow y = ax^2 + bx + c$ \leftarrow نمودار آن سهمی است .

روش حل معادله درجه دوم

تجزیه	جدید مشترک
فاکتورگیری	خند بیدج

روش دلتا (Δ)

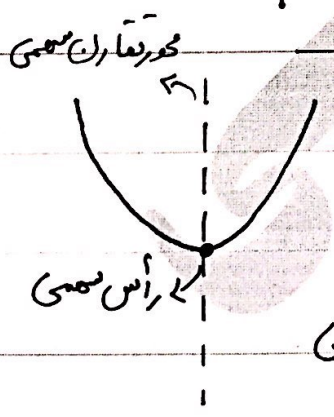
روش Δ و ضربیات آن :

$\Delta > 0 \rightarrow$ ۲ ریشه حقیقی \rightarrow $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ \rightarrow محورهای دارد نقطه
 $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ \rightarrow مختلف نوعی کند

$\Delta = 0 \rightarrow$ ۱ ریشه دگجری یا ۲ ریشه صاف $\rightarrow x = -\frac{b}{2a}$ \rightarrow به گوییم واحد است

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta < 0 \rightarrow$ فاقد ریشه \rightarrow گوییم واحد آفعی کند



سهمی :

هر سهمی یک رأس و یک محور تقارن دارد

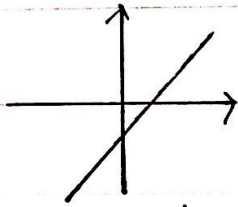
مختصات رأس سهمی : $(-\frac{b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a} (fc - \frac{b^2}{4a}))$

معادله محور تقارن سهمی : $x = -\frac{b}{2a}$

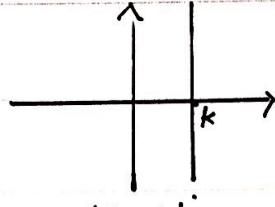
اگر سهمی دهانه ای رو به بالا داشته باشد $\leftarrow a > 0 \leftarrow$ رأس سهمی نقطه Min است .
 و اگر سهمی دهانه ای رو به پایین داشته باشد $\leftarrow a < 0 \leftarrow$ رأس سهمی نقطه Max است

نکته: وقتی می‌بینیم مقدار Min کی سهمی، منظور مقدار آن رأس سهمی است نه x !!

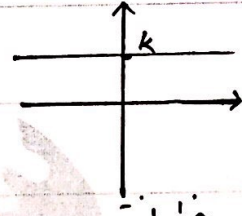
یادآوری ← نرم کلی معادله ۳ نوع خط:



خط حریب
 $y = ax + b$
 $m = a$



خط عمودی
 $x = k$
 $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \infty$



خط افقی
 $y = k$
 $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = 0$

مثال (۱): به ازای کدام مقدار a ، بیشترین مقدار تابع $f(x) = ax^2 + 20x - 120$ برابر با ۱۸۰ است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{4}$

حل: نکته زیر را بخاطر بسپارید ←

* هر وقت کی سهمی Max دارد یعنی $a < 0$ و مقدار Max آن همان $f(-\frac{b}{2a})$ است

و هر وقت کی سهمی Min دارد یعنی $a > 0$ و مقدار Min آن همان $f(-\frac{b}{2a})$ است.

← در این سوال سهمی Max دارد پس طبق نکته فوق $a < 0$ است پس نرمه ۳ و ۴ حذف شوند.

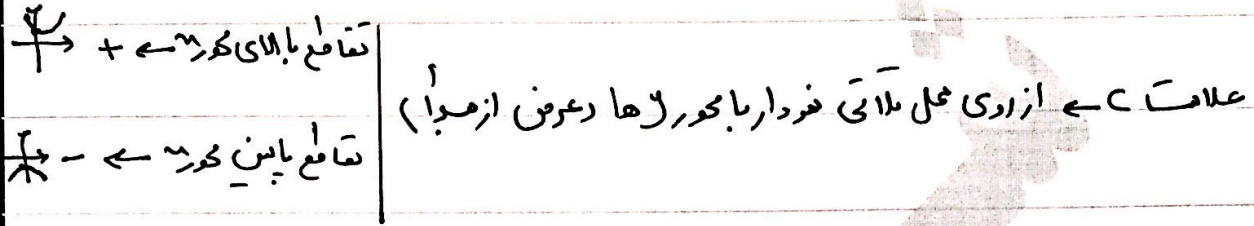
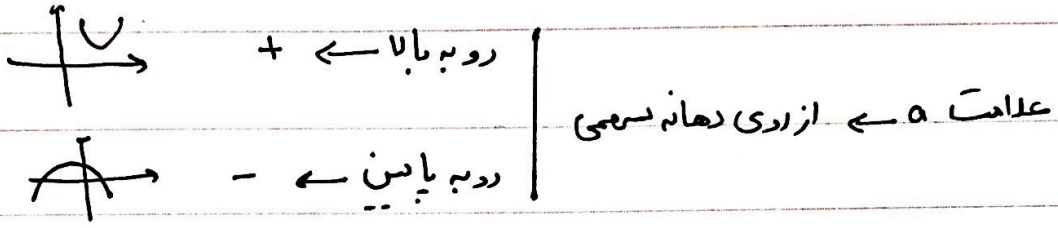
بیشترین مقدار تابع \rightarrow Max $\rightarrow f(-\frac{b}{2a}) = 180$

$-\frac{b}{2a} = -\frac{20}{2a} = -\frac{10}{a} \rightarrow f(-\frac{10}{a}) = a(-\frac{10}{a})^2 + 20(-\frac{10}{a}) - 120 = 180$

نرمه (۲) $\rightarrow a = -\frac{1}{3} \rightarrow -\frac{100}{a} = 300 \rightarrow \frac{100}{a} - \frac{200}{a} = 300$

مبحث: معادله درجه ۲ - نسبی

بررسی علامت a, b, c در $ax^2 + bx + c = 0$



علامت b ← از روی علامت x رأس نسبی ←

محصول است و تعیین می شود

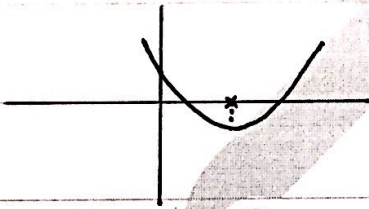
رأس $x = -\frac{b}{2a}$

دهانه نسبی (معلوم است) \rightarrow $2a$

لے (معلوم است)

حال (۲): در نسبی های مقابل علامت a, b, c را تعیین کنید:

حل:



$$x \text{ رأس} = -\frac{b}{2a}$$

+ ← - ←

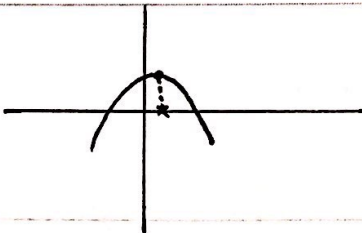
+ ← + ←

علامت a ← +

علامت c ← +

علامت b ← -

حال (۳): در نسبی های مقابل علامت a, b را تعیین کنید:



$$x \text{ رأس} = -\frac{b}{2a}$$

+ ← + ←

+ ← - ←

حل: علامت a ← +

علامت b ← +

$$ab > 0$$

+ ←

* رسم سهمی :

۲ روش کلی برای رسم سهمی ارائه می دهیم ←

روش اول :

ابتدا محتمات رأس سهمی را بدست می آوریم . پس محتمات ۲ نقطه دیگر (نقطه ۱) قبل و ۲ نقطه بعد رأس و ترجیحاً به یک فاصله از رأس را پیدا می کنیم . حال ۳ نقطه حاصل را به فرم سهمی به یکدیگر وصل می کنیم .

حال (۴) : سهمی $y = x^2 - 4x + 1$ را رسم کنید

حل :

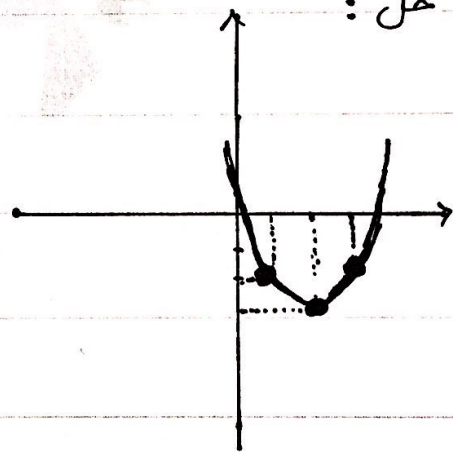
$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y = f(2) = 2^2 - 4(2) + 1 = -3$$

محتمات رأس → (۲، -۳)

نقطه قبل رأس → (۱، -۲)

نقطه بعد رأس → (۳، -۲)



روش دوم :

سهمی را به فرم $y = a(x - \alpha)^2 + \beta$ درمی آوریم ← محتمات رأس سهمی (α، β)

است و سپس با توجه به آنکه دهانه سهمی رو به بالا یا پایین است آن را رسم می کنیم .

در واقع در این روش می بایست سهمی را به فرم مربع کامل بنویسیم که روش آن را در صفحه بعد

ارائه می دهیم .

روش ایجا درجه کامل :

ابتدا معادله درجه دوم را به فرم $y = ax^2 + bx + c$ درمی آوریم. سپس a را از درجه اول یعنی $ax^2 + bx$ فاکتور می گیریم تا ضریب x^2 یک شود
 $\rightarrow a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c$

حال عبارت داخل پرانتز را به مربع کامل می کنیم
 $x^2 + \frac{b}{a}x = (x + \frac{b}{2a})^2 - (\frac{b}{2a})^2$
 ← نصف ضریب x

$$\rightarrow y = a(x + \frac{b}{2a})^2 - (\frac{b}{2a})^2 + c$$

مثال (۵) : عبارات زیر را به فرم $y = a(x - \alpha)^2 + \beta$ تبدیل کنید :

$$1) y = x^2 - 1x + 1 \rightarrow y = (x - 2)^2 - 12 + 1 = (x - 2)^2 - 11$$

\downarrow
 $(x - 4)^2 - 12$

$$2) y = 2x^2 + x - 1 \rightarrow y = 2(x + \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{16} - 1$$

$$2(x^2 + \frac{1}{4}x) \rightarrow y = 2(x + \frac{1}{4})^2 - \frac{9}{8}$$

\downarrow
 $(x + \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{16}$

$$3) y = -x^2 + 4x - 2 \rightarrow y = -((x - 2)^2 - 4) - 2 \rightarrow y = -(x - 2)^2 + 2$$

\downarrow
 $-(x^2 - 4x) \rightarrow -(x - 2)^2 - 4$

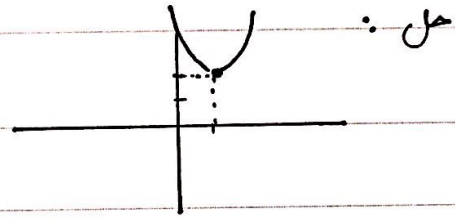
مبحث: معادله درجه دوم - سهمی

مسئله (۶): سهمی

$y = x^2 - 2x + 3$ رسم کنید:

$y = (x-1)^2 - 1 + 3 \rightarrow y = (x-1)^2 + 2$

→ رأس سهمی: (۱, ۲)



روش یافتن ضرایب معادله سهمی: (از روی اطلاعات صورت سؤال)

← اگر سهمی از تقاطع (x_0, y_0) عبور کند یعنی تقاطع (x_0, y_0) در سهمی صدق می‌کند

$y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c$

← اگر سهمی محور x را در x_0 قطع کند x_0 و y_0 معلوم کنند غیر مستقیم اطلاعات آنست

$0 = ax_0^2 + bx_0 + c$ ← در سهمی صدق می‌کند

از سهمی داریم

$0 = ax_1^2 + bx_1 + c$ ← در سهمی صدق می‌کند

← اگر سهمی محور y را در y_0 قطع کند یعنی تقاطع $(0, y_0)$ در سهمی صدق می‌کند

در واقع y_0 همان عرض از مبدأ C است. $y_0 = c \rightarrow y_0 = 0 + 0 + c$

$y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c$ (بر x_0 در سهمی صدق می‌کند)

$x_0 = -\frac{b}{2a}$

← اگر (x_0, y_0) مختصات رأس سهمی باشد

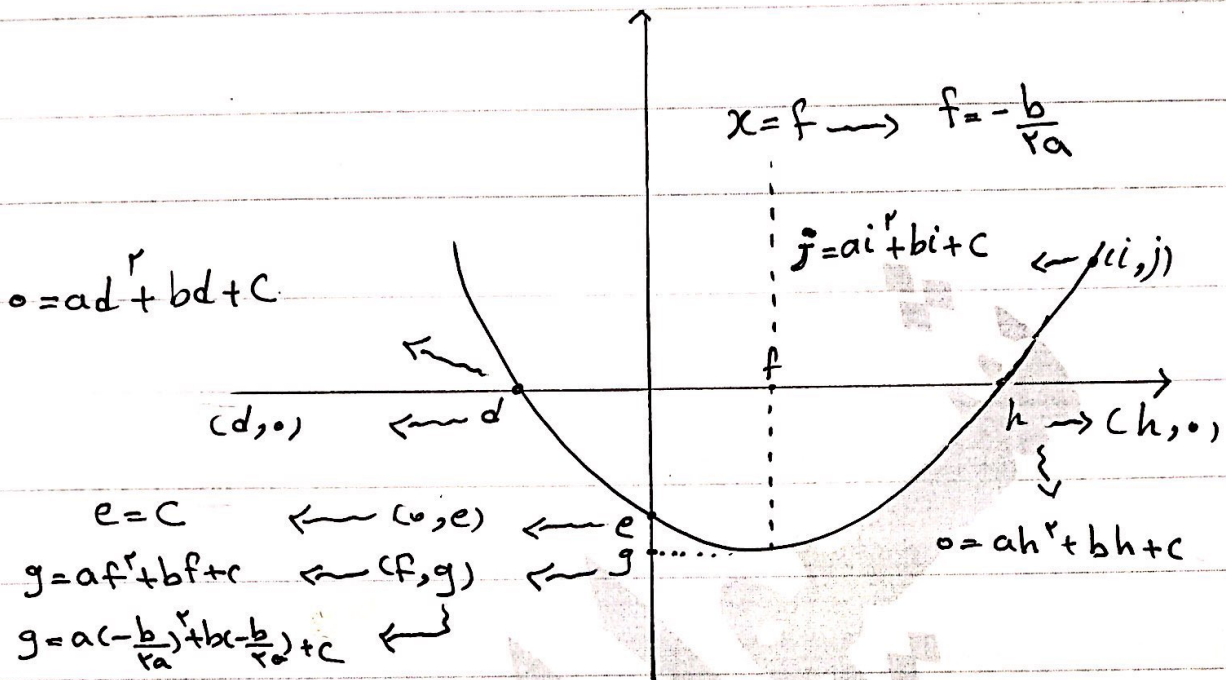
← اگر فقط $x = x_0$ معادله محور تقارن سهمی باشد $x_0 = -\frac{b}{2a}$

← اگر سهمی به محور x مماس باشد $\Delta = 0$

← اگر سهمی محور x را قطع نکند $\Delta < 0$

مبحث: معادله درجه ۲ - سهمی

روش یافتن ضرایب معادله سهمی: (از برای نمودار آن)



مثال (۷): سهمی $y = ax^2 + bx + c$ دارای محور تقارنی به معادله $x = -2$ بوده

و محور عرض ها را در نقطه ای به عرض ۵ قطع می کند. اگر این سهمی از نقطه $(-1, -1)$

گذرد، مقدار $a + b + c$ کدام است؟

- ۱۷، ۱۴
- ۱۵، ۱۳
- ۱۳، ۱۲
- ۱۱، ۱۰

حل: $4a = b$
 $4a - b = 0$

مقاطع محور عرض ها $\rightarrow c = 5$

$(-1, -1) \rightarrow -1 = a(-1)^2 + b(-1) + 5 \rightarrow \begin{cases} a - b = -2 \\ 4a - b = 0 \end{cases}$

حل دستگاه $\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 8 \end{cases}$

$a + b + c = 2 + 8 + 5 = 15 \rightarrow$ نهمین

بحث: معادله درجه ۲ سهمی

وصفیت نسبی سهمی $(y=ax^2+bx+c)$ و خط $y=mx+h$:
 ابتدا مختارین y در سهمی و خط را با هم برابر قرار داده و تمامی حالات را یک سمت
 تساوی می رسم تا معادله درجه دوم حاصل شود
 ۳ حالت پیش می آید که بستگی به مقدار Δ معادله درجه دوم دارد .

- $\Delta > 0$ ← خط و سهمی ۲ نقطه مشترک دارند و هندسی را قطع می کنند.
- $\Delta = 0$ ← خط و سهمی ۱ نقطه مشترک دارند و به یکدیگر مماس هستند
- $\Delta < 0$ ← خط و سهمی فاقد نقطه مشترک هستند و به یکدیگر را قطع نمی کنند

سؤال (۸) : به ازای کدام مختارین m نمودار تابع $y = 2x^2 + (m+1)x + m + 2$ بر نیمه‌ای ناحیه اول محورهای مختصات مماس است ؟

۱۲، ۴ ۱۲ و ۴ ۱۳ و ۴ ۱۲، ۴ و ۲ ۴، ۱

حل : $y = x$ → نیمه‌ای ناحیه اول

مختارین y سهمی و خط را با هم برابر قرار می دهیم ← $2x^2 + (m+1)x + m + 2 = x$

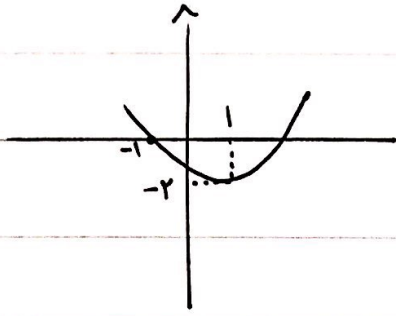
→ $2x^2 + mx + m + 2 = 0$ $\xrightarrow[\Delta=0]{\text{مماس اند}}$ $m^2 - 4(2)(m+2) = 0$

→ $m^2 - 8m - 48 = 0 \rightarrow (m-12)(m+4) = 0 \rightarrow m < \begin{matrix} 12 \\ -4 \end{matrix}$

هی بابیت مثبت باشد → $\frac{x}{a} = \frac{-m}{4}$ → طول تماس = $-\frac{b}{2a}$ چون در ناحیه اول است .

نیمه‌ای اول $\rightarrow m = -4 \checkmark$ \rightarrow ق و ق $\rightarrow \frac{4}{4} = 1$
 غ و ق $\rightarrow -\frac{12}{4} = -3$ \rightarrow ق و ق $\rightarrow \frac{4}{4} = 1$

مبحث : معادله درجه دوم - سه می



سؤال (9) : معادله سه می متقابل کدام است ؟

1) $x^2 - x - 3$

2) $2x^2 + x - 1$

3) $-\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$

4) $\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$

حل :

$0 = a(-1)^2 + b(-1) + c$

$0 = a - b + c$

$-\frac{b}{2a} = 1 \rightarrow 2a = -b \rightarrow 2a + b = 0$

$-2 = a(1)^2 + b(1) + c$

$-2 = a + b + c$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2a + b = 0 \\ a - b + c = 0 \\ a + b + c = -2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2a + c = 0 \\ 2a + 2c = -2 \rightarrow a + c = -1 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2a + c = 0 \\ a + c = -1 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{array}{l} 2a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{2} \\ c = -\frac{3}{2} \\ b = -1 \end{array}$$

$y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} \rightarrow$ نرینه صحیح

مبحث: روابط بین ریشه‌ها

تعریف S و P :

$$y = ax^2 + bx + c \rightarrow \Delta > 0 \rightarrow 2 \text{ ریشه داریم} \rightarrow \alpha, \beta$$

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$D = |\alpha - \beta| = \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \right|$$

نحوه نوشتن معادله درجه دوم با استفاده از S و P :

$$y = ax^2 + bx + c = 0$$

$$\rightarrow a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) = 0 \rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\rightarrow x^2 - Sx + P = 0$$

مثال (۱) : معادله درجه دومی را بنویسید که یکی از ریشه‌های آن $2 - \sqrt{3}$ باشد.

نکته : وقتی یکی از ریشه‌های معادله درجه دوم $a + \sqrt{b}$ باشد، ریشه دیگر

حماً $a - \sqrt{b}$ است.

حل ← با توجه به نکته فوق ریشه دیگر معادله $2 + \sqrt{3}$ است

$$S = 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} = 4$$

$$P = (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$$

$$\text{معادله} \rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \rightarrow x^2 - 4x + 1$$

مبحث: روابط بین ریشه‌ها

نکته: هر وقت جفت ضرایب معادله درجه دوم و یا نوشتن معادله درجه دوم با استفاده از از ریشه‌ها مطرح شد، می‌توان از S و P استفاده کرد

$$y = ax^2 + bx + c$$

\downarrow از ریشه S و P \downarrow از ریشه S \downarrow از ریشه P

اتحادهای مهم با استفاده از S و P :

۱) مجموع مربعات ریشه‌ها $\rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P$

۲) مجموع مکعبات ریشه‌ها $\rightarrow \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = S^3 - 3PS$

۳) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{S}{P}$

۴) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{S^2 - 2P}{P}$

۵) $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}}$

۶) $\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = \sqrt{S - 2\sqrt{P}}$

حالت (۲): اگر ریشه‌های معادله $ax^2 - ax + b = 0$ از مربع معکوس ریشه‌های معادله

$2x^2 + 3x = 9$ ، سه واحد کمتر باشند، مقدار a کدام است؟

-۳۲ (۱)
-۴۹ (۲)
-۵۲ (۳)
-۵۶ (۴)

حل: همیشه ریشه‌های معادله ای به ضرایب معکوس دارد، α و β در نظر می‌گیریم

$$2x^2 + 3x - 9 = 0 \begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{3}{2} \\ \alpha\beta = -\frac{9}{2} \end{cases}$$

ریشه‌ها معادله جدید $\rightarrow \left\{ \frac{1}{\alpha^2} - 3, \frac{1}{\beta^2} - 3 \right\}$

مبحث: روابط بین ریشه‌ها

معادله جدید ضرایب نامعلوم دارد و ضریب کفایت قبل هر دو مرتبه نخواهیم ضرایب معادله‌ای را بدست آوریم از S و P استفاده می‌کنیم.

$$S \text{ معادله جدید} = \frac{1}{\alpha^2} - 3 + \frac{1}{\beta^2} - 3 = \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} - 6 = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{(\alpha\beta)^2} - 6$$

$$\rightarrow \frac{S^2 - 2P}{P^2} - 6 = \frac{-49}{9}$$

$$\rightarrow S \text{ معادله جدید} = \frac{a}{9} = \frac{-49}{9} \rightarrow a = \underline{\underline{-49}}$$

کجای اوی علامت ریشه‌های معادله درجه دوم :

← اگر معادله درجه دردی :

$$\left. \begin{array}{l} \Delta > 0 \leftarrow \text{شرط ۱} \\ S > 0 \leftarrow \text{شرط ۲} \\ P > 0 \leftarrow \text{شرط ۳} \end{array} \right\}$$

(A) ریشه‌های مثبت داشته باشد ←

$$\left. \begin{array}{l} \Delta > 0 \leftarrow \text{شرط ۱} \\ S < 0 \leftarrow \text{شرط ۲} \\ P > 0 \leftarrow \text{شرط ۳} \end{array} \right\}$$

(B) ریشه‌های منفی داشته باشد ←

$$P < 0$$

(C) ریشه‌های مختلف علامت داشته باشد ←

$$\left. \begin{array}{l} S = 0 \leftarrow \text{شرط ۱} \\ P < 0 \leftarrow \text{شرط ۲} \end{array} \right\}$$

(D) ریشه‌های قرینه هم داشته باشد ←

$$\left. \begin{array}{l} \Delta > 0 \leftarrow \text{شرط ۱} \\ P = 1 \leftarrow \text{شرط ۲} \\ a = c \end{array} \right\}$$

(E) ریشه‌های معکوس هم داشته باشد ←

توجه کنید بین شروط هر دو معادله با هم اشتراک از خود ندارد.

مبحث: روابط بین ریشه‌ها

حالت (۳): به ازای چند مقدار صحیح m معادله $(m+2)x^2 - x + m - 4 = 0$ معادله‌ی

یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد؟ ۳۱۱ ۵۱۲ ۶۱۳ ۷۱۴

حل: نیمی ریشه‌ها هم‌نامند اگر $p < 0$

$$p = \frac{c}{a} = \frac{m-4}{m+2} < 0 \rightarrow -2 < m < 4 \in \mathbb{Z} \rightarrow -1, 0, 1, 2, 3$$

نکته: در حل معادله درجه دوم روابط زیر برقرار است

$$y = ax^2 + bx + c = 0$$

if $a + b + c = 0 \rightarrow x_1 = 1$
 $\rightarrow x_2 = \frac{c}{a}$

if $a + c = b \rightarrow x_1 = -1$
 $\rightarrow x_2 = -\frac{c}{a}$

تسهیل معادله درجه دوم در حل معادلات:

هرگاه در معادله‌ای یک جمله، توان دوم جمله دیگر باشد، آنجا از تعریف متغیر استفاده

می‌کنیم و عبارت با توان کمتر را t و عبارت دیگر را t^2 در تعریف کنیم

معادله حاصل درجه دوم است و آن را بر حسب t حل می‌کنیم به حواسمان باشد

در نهایت جوابی که برای t حاصل شد را با بابت برابر عبارت خودمان حسب x قرار دهیم

تا x بدست آید.

مبحث: روابط بین ریشه‌ها

حل ←

A) $(x+3)^4 - (x+3)^3 = 6$

→ $(x+3)^3 = t \rightarrow t^2 - t - 6 = 0 \dots$

B) $(\frac{x-1}{x})^2 - 4(\frac{x-1}{x}) + 3 = 0$

→ $\frac{x-1}{x} = t \rightarrow t^2 - 4t + 3 = 0 \dots$

C) $x - \sqrt{x} = 12$

→ $\sqrt{x} = t \rightarrow t^2 - t - 12 = 0 \dots$

حالت (4): مجموع ریشه‌های صفتی هادری $(x^2+x)^2 - 11(x^2+x) + 72 = 0$

آدم است؟ 1) -4 2) -2 3) 2 4) 4

$x^2+x = t \rightarrow t^2 - 11t + 72 = 0$ حل:

→ $(t-12)(t-6) = 0 \rightarrow t \begin{cases} 6 \\ 12 \end{cases}$

$t=6 \rightarrow x^2+x=6 \rightarrow x^2+x-6=0 \rightarrow x \begin{cases} 2 \\ -4 \end{cases}$

$t=12 \rightarrow x^2+x=12 \rightarrow x^2+x-12=0 \rightarrow x \begin{cases} 3 \\ -4 \end{cases}$

مجموع تمام ریشه‌ها → $2 + (-4) + 3 + (-4) = -2$

حالت (5): هادری $x^4 - 2x^2 - 15 = 0$ چند ریشه صفتی دارد؟

$x^2 = t \rightarrow t^2 - 2t - 15 = 0 \rightarrow t \begin{cases} 5 \\ -3 \end{cases}$
 11 هیچ 12 دو 13 چهار 14 بیست
 امکان ندارد → $x^2 = -3$
 $x^2 = 5 \rightarrow x = \pm\sqrt{5}$
 پس دو ریشه دارد

مبحث: روابط بین ریشه‌ها

نکته: در معادلاتی که $\sqrt{x} = t$ و یا $x^2 = t$ حواسمان باشد که معادله درجه دوم است و t قابل قبول می‌باشد.

مثال (۶): به ازای کدام صحیح‌مقادیر m از معادله $x - 2\sqrt{x} + m - 1 = 0$ در جواب‌ها همواره برای x حاصل می‌شود؟

$$(1) \quad m > 1 \quad (2) \quad m < 2 \quad (3) \quad 1 \leq m < 2 \quad (4) \quad \text{هیچ مقدار } m$$

حل: $\sqrt{x} = t \rightarrow t^2 - 2t + m - 1 = 0$

اگر قرار باشد دو جواب متمایز برای x حاصل شود پس معادله درجه دوم سه ریشه داشته باشد. ۲ ریشه نامنتهی داشته باشد تا به ازای هر مقدار t یک ریشه برای x حاصل شود. پس ترکیب ۲ ریشه مثبت را برای معادله درجه دوم اعمال می‌کنیم.

$$1) \quad \Delta > 0 \rightarrow 4 - 4(1)(m-1) > 0 \rightarrow 4 - 4m + 4 > 0 \rightarrow m < 2 \quad \text{I}$$

$$2) \quad S > 0 \rightarrow \frac{2}{1} > 0$$

$$3) \quad P > 0 \rightarrow \frac{m-1}{1} > 0 \rightarrow m-1 > 0 \rightarrow m > 1 \quad \text{II}$$

$$\text{I} \cap \text{II} \rightarrow 1 \leq m < 2$$

پاددالته:

مبحث : روابط بین رسته ها

عبور سهمی از نواحی محققات :

برای آنکه بفهمیم یک سهمی از چه ناحیه‌هایی در محققات عبور می‌کند، ابتدا با بابت عدالت دهانه سهمی را بررسی کنیم

$$a > 0 \leftarrow \text{فقط از نواحی ۱ و ۲ عبور می‌کند}$$

$$a < 0 \leftarrow \text{فقط از نواحی ۳ و ۴ عبور می‌کند}$$

سه علامت Δ را بررسی می‌کنیم

$$\begin{array}{l|l} a > 0 \leftarrow \text{فقط از ناحیه ۱ و ۲ عبور می‌کند} & \Delta < 0 \\ a < 0 \leftarrow \text{فقط از ناحیه ۳ و ۴ عبور می‌کند} & \end{array}$$

$\Delta > 0$ می‌بایست صفاً علامت S و P را تعیین کنیم و از روی علامت رسته‌ها تعیین کنیم که سهمی از چه نواحی عبور می‌کند.

$$P < 0 \leftarrow \text{۲ رسته مختلف عدالت دارد} \rightarrow \text{از هر ۴ ناحیه عبور می‌کند} \rightarrow \text{H}$$

$$a > 0 \leftarrow \text{فقط از ۳ عبور نمی‌کند} \rightarrow \text{H}$$

$$a < 0 \leftarrow \text{فقط از ۲ عبور نمی‌کند} \rightarrow \text{H}$$

$$\Delta > 0, P > 0, S > 0 \leftarrow \text{۲ رسته حساب دارد}$$

$$a > 0 \leftarrow \text{فقط از ۴ عبور نمی‌کند} \rightarrow \text{H}$$

$$a < 0 \leftarrow \text{فقط از ۱ عبور نمی‌کند} \rightarrow \text{H}$$

$$P > 0, S < 0 \leftarrow \text{۲ رسته حسابی دارد}$$

مبحث: روابط بین رسته‌ها

عمود سهمی از نواحی محققات :

برای اندک فهم یک سهمی ازجه ناحیه‌های در محققات عمود می‌کنند، ابتدا این مابیت عدالت دهانه سهمی را بررسی کنیم

$$a > 0 \leftarrow \text{فقط از نواحی ۱ و ۲ عمود می‌کنند}$$

$$a < 0 \leftarrow \text{فقط از نواحی ۳ و ۴ عمود می‌کنند}$$

سه علامت Δ را بررسی می‌کنیم

$$a > 0 \leftarrow \text{فقط از ناحیه ۱ و ۲ عمود می‌کنند}$$

$$a < 0 \leftarrow \text{فقط از ناحیه ۳ و ۴ عمود می‌کنند}$$

$\Delta > 0$ \leftarrow می‌بایست Δ علامت S و P را تعیین کنیم و از روی علامت رسته‌ها تعیین کنیم که سهمی از چه نواحی عمود می‌کنند.

$$P < 0 \leftarrow \text{۲ رسته مختلف عدالت دارد. از هر ۴ ناحیه عمود می‌کنند}$$

$$a > 0 \leftarrow \text{فقط از ۳ عمود نمی‌کنند}$$

$$a < 0 \leftarrow \text{فقط از ۲ عمود نمی‌کنند}$$

$$a > 0 \leftarrow \text{فقط از ۴ عمود نمی‌کنند}$$

$$a < 0 \leftarrow \text{فقط از ۱ عمود نمی‌کنند}$$

$$\Delta > 0 \leftarrow P > 0, S > 0 \leftarrow \text{۲ رسته حسب دارد}$$

$$P > 0, S < 0 \leftarrow \text{۲ رسته همگی دارد}$$

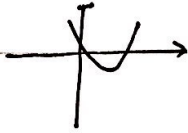
مبحث: روابط بین ریشه ها

حالت (۷): نمودار سهمی به چهار لری $y = 2x^2 - 8x + 1$ از کدام ناحیه مشخصات

نمی گذرد؟ ۱ اول ۱۲ دوم ۱۳ سوم ۱۴ چهارم

محل: صفاً از ۲ عبور نمی کند $a > 0 \rightarrow$

$$\Delta = 44 - 4(2)(1) > 0 \rightarrow S = \frac{4}{2} > 0 \rightarrow P = \frac{1}{2} > 0$$



سوی ۲ ریشه ی مثبت دارد
طبق نمودار مقابل از ناحیه ی سوم عبور نمی کند

مبحث: سهم معادله درجه دوم

سؤال ۱) برای حل معادله $x^2 + 3x - 2 = 0$ به روش مربع کامل کردن، آن را به شکل $(x+a)^2 - b = 0$ نوشته ایم. مقدار $a+b$ کدام است؟

- ۱) ۴۱۷۵ ۲) ۴۱۵ ۳) ۳۱۵ ۴) ۳۱۷۵

سؤال ۲) به ازای کدام مقدار m ، نمودار سهم به معادله $y = (m-2)x^2 - 3x + m + 2$

بالایی محور x را دو مجامع بر آن است؟ (۱) ۳- (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۳

سؤال ۳) با کدام مقادیر m ، سهم به معادله $y = (m+2)x^2 - 2x + 1$ از هر چهار ناحیه

- ۱) $m < 2$ ۲) $m < -1$ ۳) $-2 < m < -1$ ۴) $-4 < m < -2$

سؤال ۴) سهمی به معادله $y = (x-1)x^2 - ax + a$ گوشه ها را نقطه دربر نگیرد

قطع می کند. مجموعه مقادیر a کدام است؟

- ۱) $4 < a < 0$ ۲) $2 < a < 0$ ۳) $0 < a < 4$ ۴) $a > 4$

سؤال ۵) به ازای کدام مقادیر a سهمی به معادله $y = ax^2 - (a+2)x + 1$ وارد ناحیه دوم

محورهای مختصات نمی شود؟

- ۱) $a < 2$ ۲) $a > 0$ ۳) $a < -2$ ۴) $-2 < a < 0$

مبحث: گوی‌های چهارم درجه دوم

ت ۶) گوی‌های چهارم درجه $y = (2x+1)(x+8)$ با خط $y = mx$ تقاطع مسترک ندارند. مجموع مقادیر m چگونه است؟

- ۱) $5 < m < 13$ ۲) $15 < m < 23$ ۳) $7 < m < 15$ ۴) $9 < m < 25$

ت ۷) به ازای کدام مقدار a ، معنی به چهارم درجه $ay = x^2 + 5x + 4$ برنمی‌آید؟
عبارت است؟

- ۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۹

ت ۸) چهارم درجه $x^2 = 5x + 2$ دلایل دوری $\alpha < \beta$ است حاصل عبارت

- $5x^2 + 7x^2$ برابر کدام است؟
۱) ۲۰ ۲) ۱۲ ۳) ۲۱ ۴) ۱۵

ت ۹) اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - 3x - 1 = 0$ باشد، حاصل عبارت

- $(x_1^2 - 3)(x_2^2 - 3)$ کدام است؟
۱) ۳ ۲) ۱ ۳) ۹ ۴) $\frac{1}{9}$

ت ۱۰) به ازای کدام مقدار m ، گوی‌های از ریشه‌های معادله $m = 5 + 4x + x^2$ جذور ریشه

- گسسته است؟
۱) ۳۲ ۲) ۲۱ ۳) ۱۳ ۴) ۳۳

ت ۱۱) به ازای کدام مجموع مقادیر a ، خود را تابع $f(x) = ax^2 + (a+3)x - 1$ خود را

در دو نقطه به طول‌های متغی قطع می‌کنند؟

- ۱) $a < -9$ ۲) $a < -3$ ۳) $a > -1$ ۴) $-3 < a < 0$

مبحث: سهم یخواره درجه دو

سؤال ۱۲) در معادله درجه دوم $x^2 - 4x + 1 = 0$ حاصل عبارت $(\alpha^2 - 4\alpha + 2)(\beta^2 - 4\beta + 4)$ چند است؟ (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

سؤال ۱۳) به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، متمم به عبارتی $y = (m+2)x^2 + 3x + 1 - m$ گذر m ها را در هر دو طرف $\frac{1}{y}$ مبدأ مختصات قطع کند؟

- (۱) $m > 1$ (۲) $-2 < m < 1$ (۳) فقط -2 (۴) $m > 1$

سؤال ۱۴) مجموع دو عدد حقیقی $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ حاصل ضرب آن دو عدد -7 است. پس از آن دو عدد کدام است؟ (۱) $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ و $-\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{3}$ و $-\frac{1}{5}$ (۴) $-\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$

سؤال ۱۵) معادله درجه دومی که ریشه‌های $\alpha = \sqrt{5} + \frac{1}{\sqrt{5}}$ و $\beta = \sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{5}}$ باشد، در کدام زمینه آمده است؟

- (۱) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 1 = 0$ (۲) $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$
 (۳) $x^2 - 10x + 1 = 0$ (۴) $x^2 + 10x - 1 = 0$

سؤال ۱۶) یک عکس به اندازه‌ی ۱۰ در ۱۵ سانتی متر درون یک قاب با مساحت 300 cm^2 قرار دارد. اگر فاصله‌ی هدی لبه‌های عکس تا قاب برابر باشند، ابعاد این قاب عکس کدام است؟ (۱) 15×20 (۲) 10×30 (۳) 5×20 (۴) 5×75

مبحث: نسبی - چهارم درجه دو

تت (۱۷) معادله $x^4 - 8x^2 + 8 = 0$... است .

(۲) دارای چهار ریشه مثبت

(۱) دارای ۲ ریشه مثبت

(۳) فاقد ریشه حقیقی

(۱۳) دارای چهار ریشه مختلف

تت (۱۸) معادله $(x + \frac{1}{x})^2 + 3(x + \frac{1}{x}) - 1 = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

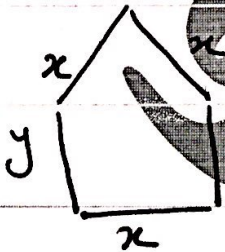
- ۱) منفی
- ۲) معادله
- ۳) ۱
- ۴) دو

تت (۱۹) اگر معادله $x^4 - (m+2)x^2 + (m+5) = 0$ دارای چهار ریشه حقیقی متمایز باشد

مجموع مقادیر m که تمام صورت است؟

- ۱) $m < -4$
- ۲) $m > 4$
- ۳) $-4 < m < 4$
- ۴) $4 < m < 9$

تت (۲۰) یک نمره به شکل مستطیل است که در بالای آن یک مثلث قائم‌الزاویه قرار گرفته است. چهار ضلع ممکن (مختار) نزدیک در این نمره عالی که ممکن برابر $4m$ دارد کدام است؟



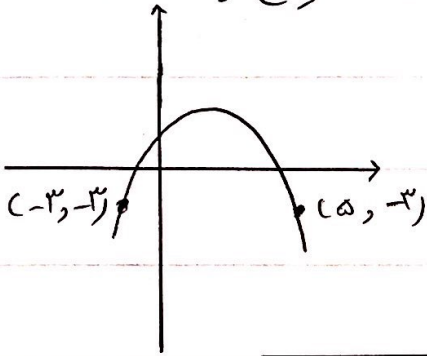
- ۱) $\frac{4}{33} (7 - \sqrt{3})$
- ۲) $\frac{4}{11} (7 + \sqrt{3})$
- ۳) $\frac{4}{33} (7 + \sqrt{3})$
- ۴) $\frac{4}{11} (7 - \sqrt{3})$

مبحث: نت VII

نت ۱) اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 - 3x - 2 = 0$ باشند، مقدار $4\alpha^2 + 9\beta$ کدام است؟

- ۱) ۸ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

نت ۲) سهمی متقابل نمودار تابع $y = f(x)$ است. مجموع صفرهای این تابع چند است؟

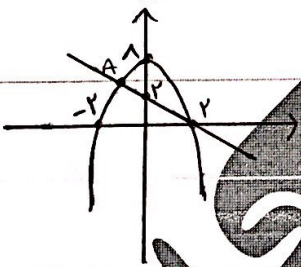


- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۱۱ ۴) ۲۴

نت ۳) اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 + kx - 17 = 0$ باشند و $x_1 + \frac{1}{x_2} = 8$ ، مقدار k چند است؟

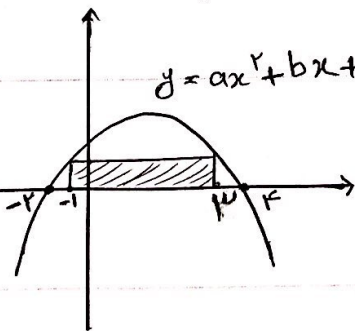
- ۱) $-\frac{7}{2}$ ۲) $-\frac{9}{2}$ ۳) $-\frac{11}{2}$ ۴) $-\frac{13}{2}$

نت ۴) در شکل متقابل نمودار یک سهمی و یک خط مستقیم را می‌بینید که در دو نقطه A و B قطع شده است. عرض ناحیه A



- ۱) $\frac{5}{2}$ ۲) $\frac{7}{2}$ ۳) $\frac{9}{2}$ ۴) $\frac{11}{2}$

نت ۵) در شکل ادب و ناحیه مشایق برای $x = 1$ است. مقدار c چند است؟



- ۱) $\frac{14}{5}$ ۲) ۳

- ۱۳) $\frac{17}{5}$ ۱۴) ۶

مبحث: نت VIT

نت (۶) اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - x + 2k - 3 = 0$ باشند و $x_1^2 - x_2^2 = 6$

مقدار k صحیح است؟ (۱) $\frac{-11}{8}$ (۲) $\frac{-13}{8}$ (۳) $\frac{-23}{8}$ (۴) $\frac{-25}{8}$

نت (۷) اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 - 3x - 1 = 0$ باشند، مقدار $\alpha^3 + 10\beta$ کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) $\frac{15}{2}$ (۳) ۲۵ (۴) ۳۳

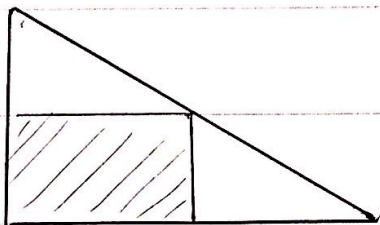
نت (۸) فاصله بین دو خط مستقیم $3x + 4y - 12 = 0$ و $9x + 12y - 10 = 0$ برابر با $\frac{1}{\sqrt{5}}$ است. اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 2x + k = 0$ باشند، مقدار $\alpha^2 + \beta^2$ کدام است؟

(۱) $y = -x^2 + 2x + 2$ (۲) $y = (x-1)(x+3)$ (۳) $y = -\frac{1}{x} + \frac{x}{2} + \frac{4}{x}$ (۴) $y = -\frac{1}{x}(x-1)(x+3)$

نت (۹) حدود k درام ریشه آنجاب بود تا ریشه‌های معادله $x^2 - 2x + (k+1) = 0$ نواقص از $\frac{1}{2}$ یا $\frac{1}{3}$ نبرتر از $\frac{1}{2}$ باشند؟

(۱) $k < -1$ یا $k > 7$ (۲) $-1 < k < 7$ (۳) $k < -1$ یا $k > 7$ (۴) $-1 < k < 7$

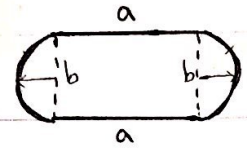
نت (۱۰) در یک قائم‌الزاویه در 30° ، 45° و 60° معانی \sin ، \cos و \tan را بیابید. حاصل $\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ + \tan^2 60^\circ$ کدام است؟



(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۴

(۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{15}{2}$

تست ۱۱) زمین تئیس به شکل مستطیل با دو نیم دایره در دو انتهای خود در حال ساخت است
 اگر مساحت زمین ۶۰۰ متر باشد، ابعاد مستطیل را چگونه تعیین می‌کنیم تا مساحت تست مستطیل



زمین مدرکتر شود؟ (۳=۳)

- ۱) $\frac{400}{3} \times 100$
- ۲) $\frac{100}{3} \times 60$
- ۳) 150×100
- ۴) 150×60

تست ۱۲) معادله درجه دوم $(x + \frac{1}{x})^2 + 3(x + \frac{1}{x}) - 2 = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- ۱) صفر
- ۲) چهار
- ۳) یک
- ۴) دو

تست ۱۳) در معادله درجه دوم $x^2 - 2x - 4 = 0$ ریشه‌ها α و β باشند. حاصل

$(\alpha^2 - 4)^2 + 4\beta^2$ حقیقی است؟ (۱) ۴۸

- ۱) ۱۲
- ۲) ۱۳
- ۳) ۱۴
- ۴) ۲۴

تست ۱۴) اگر خط $x = \frac{2}{3}$ تقعر به چهار راس $y = (m-1)x^2 + 3x + m + 1$ باشد دوگت

ساده تقسیم کند. عرض از مبدأ مستقیم کدام خواهد بود؟

- ۱) $\frac{21}{4}$
- ۲) $\frac{23}{16}$
- ۳) $\frac{289}{16}$
- ۴) $\frac{109}{14}$

طبر:

۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	شماره
۱	۱	۱	۲	۱	۳	-۱	۲	۴	۴	۳	۳	۱	۳	۴	دایره

۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	شماره
				۴	۳	۱	دایره

طبر لری VIT

۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	شماره
	۴	۱	۴	۳	۱	۱	۳	۴	۳	۱	۲	۴	۲	۳	دایره