



مجموعه ریاضی فراتکنیکی

## مبحث: مثلثات (قسمت ۱)

\* معجزه آموزش ریاضی به سبکی جدید  
همراه با حل سوالات کنکور سالهای مختلف و ۹۵

مؤلف: استاد محسن رحیمه



azmoonkonkur@gmail.com

## مقدمه مولف:

اولین بار که مثلثات رو داشتم میخوندم پیش خودم میگفتم ای بابا چرا این درس اینقدر فرمول داره . بعدش با آزمون و خطا اینقدر روی این مبحث کار کردم تا به روشی رسیدم که با اون میشد سینوس و کسینوس و ... هر زاویه ای رو بدست آورد . وقتی این مبحث رو خوب کار کنید این مبحث همیشه نقطه قوتتون چون علاوه بر ریاضیات توی هندسه و فیزیک و در آینده رشته های مهندسی خیلی پرکاربرد میشه . اگه الان دارید این مقدمه رو میخونید بدویند که خوندن این جزوه جدای از تعریف الکی کردن واقعا یه شانسه . فقط یک بار تا انتها این جزوه رو بخونید بعد خودتون متوجه میشید که چقدر توی این درس رشد کردید اونم بدون استفاده از فرمول های عجیب و غریب.

بخش های اصلی مبحث مثلثات در این جزوه آورده شده و بخش های بدست آوردن تناوب و مجموع ریشه ها در جزوه مثلثات بخش ۲ آورده خواهد شد.

برای ارتباط با ما با جستجوی عبارت ریاضی فراتکنیکی در موتورهای جستجو میتونید سایت ما رو پیدا کنید و سوالات خودتون رو بپرسید ، تازه جزوه های دیگه ما هم میتونید دریافت کنید .

ایمیل استاد رحیمی : [azmoonkonkur@gmail.com](mailto:azmoonkonkur@gmail.com)



①

بسم الله الرحمن الرحيم  
جزوه مثلثات فرائیدیں استاد رحیم

اول از حجم به مقدار در مورد مثلثات توضیح میدیم بعدش با همین اطلاعات اندک سوال مثلثات بنویس

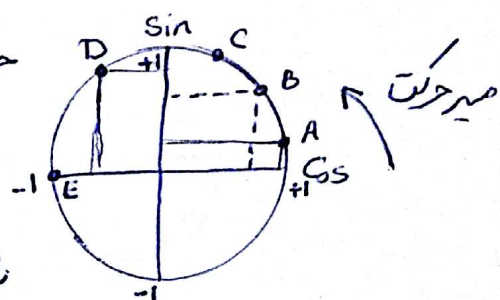
و بعد می‌کنیم شایدم به حجمه این توضیحات نیاز نباشه ولی ما بچگون توضیح میدیم تا استاد بشه

در سنامه مثلثات فرائیدیں: (مواردی که بزرگ حل است حجم هستند رو کنارش \* زدیم)

حجم اتصالات در مورد مثلثات حول یک دایره داره اتفاق می‌افته فرض کنید این دایره شعاعش یک باشه

حالا ما حد جا این دایره با سیم یک مقدار  $\sin$  دایره به مقدار  $\sin$

مثلا ما قوی موقعیت A با سیم به نظر تون  $\sin$  و  $\cos$  این نقطه چند میشه؟



راحت اینه که بصورت عمود بیایم روی محور  $\cos$  تا بتونیم مقدار  $\cos$  رو بدست

بیایم بزرگ  $\sin$  باید بصورت عمود بیایم روی محور  $\sin$  ها. حالا بدون این که بدویند زاویه A چند درجه

است از روی شکل مشخصه  $\cos A$  به مقداری از  $+1$  کوچکتر مثلا  $+0.95$  و  $\sin A$  هم از روی شکل تقریباً  $+0.33$

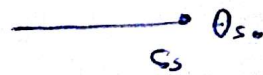
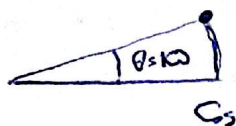
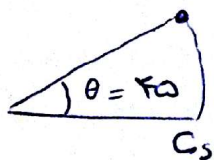
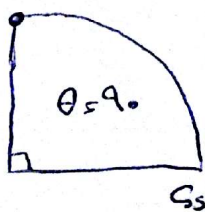
است حالا بیاید مثلاً  $1/3$  بازم ایرادی نداره حال بنظر تون  $\cos B$  و  $\sin B$  چند میشه باز از روی شکل

عمود می‌سیم روی محور ها تقریباً به نظر میرسه  $\cos B = 0.7$  باشه ( فعلاً داریم از روی شکل حدس می‌زنیم ) و

$\sin B$  هم  $0.7$  باشه پس با توجه به موقعیت قرار گرفتن روی دایره  $\sin$  و  $\cos$  بدست میاد

هر اینم بچگون بگیم زاویه نسبت به محور  $\cos$  ها محسوب میشه حالا این یعنی چی؟ این شکل از روی روشه

کنید ( مثل اینه که به آدم دایره روی به دایره حرکت میکنه )



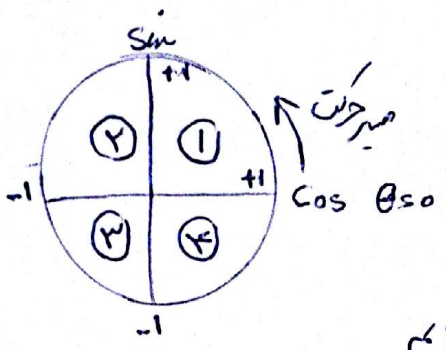
خب حال آدم ما رفته قوی موقعیت D به نظر تون  $\sin$  و  $\cos$  این نقطه چندیه؟

باید از اول نقطه عمود کنیم روی محور  $\sin$  و  $\cos$  بصورت تقریبی  $\sin D = +0.8$  و

$\cos D = -0.6$  بزرگ E چی میشه؟ عمود کنیم  $\sin E =$  صفر و  $\cos E = -1$

(مثلاً فرآیند استوار می‌کند)

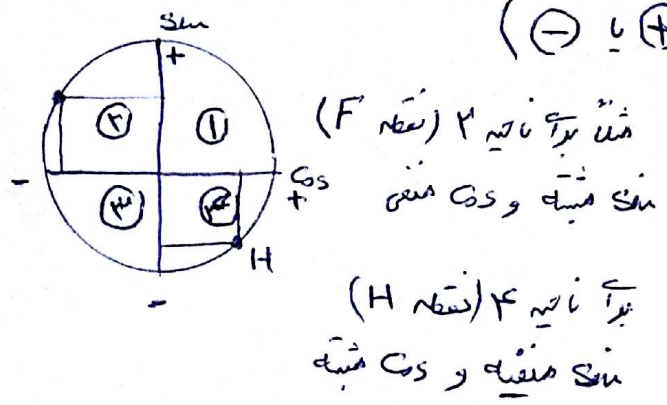
حالا به دایره نگاه کنید



دایره به 4 قسمت تقسیم شده است اما از  $\theta = 0$  شروع به حرکت کنید  
اول وارد ناحیه یک بعد از آن به ترتیب وارد ناحیه 2 و 3 و 4 میشه  
و بعد از طی  $\theta = 360$  درجه دوباره به جای اولش برمیگرده حالا میخوایم

بدونیم Sin و Cos در هر ناحیه (+) هستند یا (-) (راحتش اینه که توی هر ناحیه میگردیم به

محور Sin و یا Cos بعد نگاه می‌کنیم نسیم (+ یا -)



	ناحیه 1	ناحیه 2	ناحیه 3	ناحیه 4
Sin	+	+	-	-
Cos	+	-	-	+

خب  $\tan$  و  $\cot$  هم ترکیب Sin و Cos هستند یعنی اگر Sin و Cos را خوب بدانید اونا رو هم یاد گرفته باشید مثلاً  $\tan = \frac{\sin}{\cos}$  و  $\cot = \frac{\cos}{\sin}$  حالا اگر به نظر

ازتون بپرند  $\tan$  و  $\cot$  توی ناحیه 3 و 4 علاقتشون چیه شما چپ می‌بندید؟

$$\left. \begin{array}{l} \tan = \frac{\sin}{\cos} = \frac{-}{+} = - \\ \cot = \frac{\cos}{\sin} = \frac{+}{-} = - \end{array} \right\} \text{ناحیه 4} \quad \left. \begin{array}{l} \tan = \frac{\sin}{\cos} = \frac{-}{-} = + \\ \cot = \frac{\cos}{\sin} = \frac{-}{-} = + \end{array} \right\} \text{ناحیه 3}$$

\* خوب بیوم جاها هم درس (این زوایا رو بلد باشید)

$\theta$	0	15	30	45	60	75	90
Sin	0	0.25	0.5	0.7	0.85	0.95	1
Cos	1	0.95	0.85	0.7	0.5	0.25	0
tan	0	0.25	0.58	1	1.7	3.75	$\infty$
Cot	$\infty$	3.75	1.7	1	0.58	0.25	0

اینارو توی کتاب‌ها بگورن  
لغتن ما فقط 15 و 75  
رو هم اضافه کردیم

(مقتضات فرانتیگر استداد رحمت)

حالا وقت اونده که هر زاویه آ به شما دادن بتونید مقدارش رو محاسبه کنید.

اول از همه جدول صغری قبل رو یاد بگیرید (این که دارید تازه یاد می کنید بزاریدش جلوی چشمتون)

\* فرض کنید ما بخوایم این توابع مثلثاتی رو محاسبه کنیم:  $\sin 20^\circ$ ,  $\cos 20^\circ$ ,  $\tan 20^\circ$ ,  $\cot 20^\circ$ ,  $\sin 15^\circ$ ,  $\cos 15^\circ$ ,  $\tan 15^\circ$ ,  $\cot 15^\circ$

حل: خوب من خواهم  $\sin 20^\circ$  رو محاسبه کنم از روی جدولی که داریم ۲۰ درجه بین ۱۵ و ۳۰ درجه

مقدار نرفته (اطلاعات جدول رو بدانون اینجا دوباره نوشتم)  $\sin 15^\circ = 0.25$  (دقت کنید  $\sin 30^\circ = 0.5$ )

وقتی از ۱۵ درجه رقم به ۳۰ درجه مقدار سینوس زیاد شد به ازاد ۱۵ درجه تفاوت از ۰.۲۵

۰.۱۵ رسیدیم یعنی به ازاد ۱۵ درجه ۰.۲۵ مقدارش زیاد شده حالا ما ۲۰ درجه رو می خواهیم یعنی

۵ درجه بیشتر از ۱۵ درجه حالا تناسب می کشیم می بینیم به ازاد ۱۵ درجه تفاوت ۰.۲۵ زیاد شده

حالا به ازاد ۵ درجه چقدر شد داریم  $\frac{0.25}{15} = x$   $x = 0.0166$   $(20-15) = 5$

پس  $x$  صیده ۰.۰۱۶۶  $x = \frac{0.25 \times 5}{15}$  یعنی  $\sin 20^\circ$  درجه ۰.۰۸ بیشتر (چون  $\sin 15^\circ = 0.25$ )

$\sin 20^\circ = 0.25 + 0.08 = 0.33$  درجه است یعنی  $\sin 15^\circ$  از  $\sin 15^\circ$  درجه است یعنی  $\sin 20^\circ = 0.25 + 0.08 = 0.33$

روشن ذهنی: ۲۰ درجه بین ۱۵ و ۳۰ درجه است و به ۱۵ درجه نزدیکتره پس مقدارش

به ذره بیشتر از مقدار  $\sin 15^\circ$  درجه است پس ۰.۲۵ و ۰.۱۵ و نزدیک به ۰.۲۵

تقریباً ۰.۳۳ صیده (توی تستای گنگو ذهن هم جواب صیده هم روشن دقیق)

(مثبت فاصله است در همین)

خب حال محاسبه  $\cos 51^\circ$  نگاه من کنیم  $15^\circ$  درجه بین  $45^\circ$  و  $40^\circ$  قرار داده (اطمینان روشتم)  
 $\cos 45^\circ = 0.7$  و  $\cos 40^\circ = 0.76$  خب  $\cos$  وقتی از  $45^\circ$  درجه به سمت  $40^\circ$  حرکت کرده مقدارش کم شده  
 به ازاء  $15^\circ$  درجه تغییر از  $45^\circ$  به  $40^\circ$  درجه مقدارش  $0.06$  (از  $0.7$  به  $0.76$ ) کم شده حال  $15^\circ$   
 $15^\circ$  درجه از  $45^\circ$  درجه  $4^\circ$  درجه بیشتره پس تناسب رو تشکیل میدیم

$$\begin{array}{r} 15^\circ \\ 4^\circ \end{array} \quad \begin{array}{r} -0.02 \\ x \end{array}$$

$$x = \frac{4x - 0.02}{15} = -0.08 \leftarrow$$

پس مقدار  $\cos 51^\circ$  برابر

صاف شود یا  $\cos 51^\circ = \cos 45^\circ - 0.08$  یعنی  $\cos 51^\circ = 0.62$

اوش ذهنی: تخمین اوند  $\cos$  در محدوده  $45^\circ$  تا  $40^\circ$  در حال کم شدن است از طرف

$15^\circ$  درجه به  $45^\circ$  نزدیکتره پس مقدارش به مقدار از  $45^\circ$  کمتره یعنی حدود  $0.06$

بریم برای  $\tan 70^\circ$  که بین  $40^\circ$  و  $75^\circ$  قرار داده  $\tan 40^\circ = 0.84$   
 $\tan 75^\circ = 3.75$  اوند با افزایش درجه مقدار هم زیاد

شده پس این دفعه به ازاء  $15^\circ$  درجه رشد مقدار  $2.91$  افزایش پیدا کرده به ازاء  $10^\circ$  درجه؟

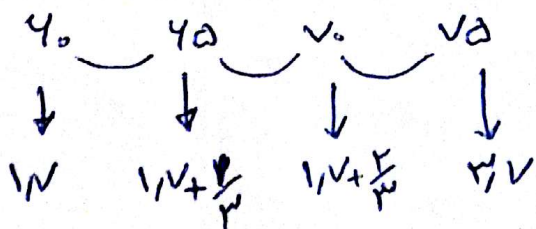
$$\begin{array}{r} 15^\circ \\ 10^\circ \end{array} \quad \begin{array}{r} +2.91 \\ x \end{array}$$

$$x = \frac{2.91 \times 10}{15} = +1.94 \leftarrow$$

$\tan 70^\circ$  مقدار

برابر است با  $\tan 70^\circ = \tan 40^\circ + 1.94 = 3.02$

اوش ذهنی  $70^\circ$  درجه به  $75^\circ$  درجه نزدیکتره پس چون تغییرات  $2^\circ$  واحد است



آه این بازه بصورت

ملاحظات: در این مسئله، ابتدا درجه را

د)

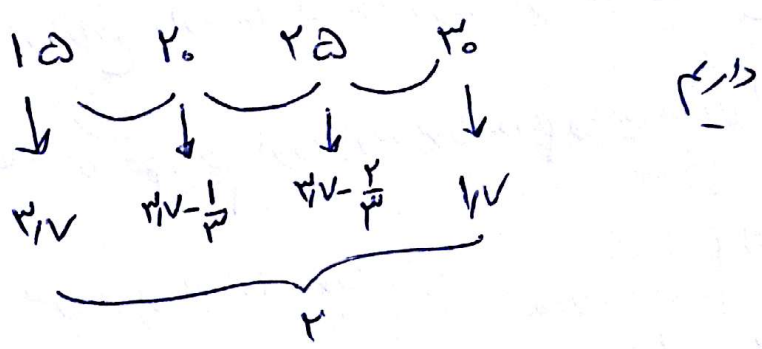
این مقدار می‌خوایم  $\cot 25^\circ$  رو حل کنیم می‌سیم  $25^\circ$  درجه بین  $15^\circ$  و  $30^\circ$  قرار داره  
 بین روند مقدارش کاهش یافته دوباره تناسب  $\cot 30^\circ = 1/\sqrt{3}$  و  $\cot 15^\circ = 2/\sqrt{3}$

رو تقصیر می‌دهیم

$$x = \frac{-2/\sqrt{3} \times 10^\circ}{15^\circ} = -1/\sqrt{3}$$

پس  $\cot 25^\circ = \cot 15^\circ - 1/\sqrt{3} \approx 2/\sqrt{3}$

روشن ذهنی هم می‌تونه مقدار  $\cot 25^\circ$  نزدیک  $\cot 30^\circ$  درجه هست ولی به مقدار  $1/\sqrt{3}$  کمتر  
 تقریباً چون بین  $15^\circ$  درجه  $2$  واحد تغییرات داشتهیم  $1/\sqrt{3}$  به ازای هر  $5^\circ$  درجه تغییرات



نوبت این بار  $\sin 80^\circ$  را محاسبه می‌کنیم هر دو نیم هر دو نیم  $\sin 90^\circ < \sin 80^\circ < \sin 75^\circ$  است

روشن تناسب را خودتون انجام بدید روشن ذهنی چه می‌تونه؟  
 $\sin 75^\circ = 0.96$   
 $\sin 90^\circ = 1$

پس مقدار  $\sin 80^\circ$  به ذره بشیر از  $75^\circ$  درجه است یعنی  $\sin 80^\circ = 0.98$

حالا  $\cos 10^\circ$  چند میشه؟ اگرچه باروش که گفتیم همیشه می‌تونه کرد ولی آن به جدول  
 دقت کرده باشید یک ارتباط بین  $\sin$  و  $\cos$  هست به بارنگاه جدول کنید

$\sin 15^\circ = \cos 75^\circ$  ،  $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$  ،  $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$  ،  $\sin 0^\circ = \cos 90^\circ$

پس  $\sin 10^\circ = \cos 80^\circ$  و  $\sin 80^\circ = \cos 10^\circ$

(مثلات فراترین استاد رحیمی)

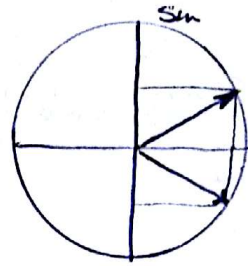
(4)

در شماره: اگر زاویه منفی بود (یعنی در خلاف جهت حرکت کند) رفتار  $\sin$  و  $\cos$  بصورت زیر

میباشد  $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$  یعنی  $\sin(-30^\circ) = -\sin 30^\circ$  و  $\cos(-\alpha) = +\cos\alpha$  یعنی

از روی شکل هم مشخصه  $\cos 30^\circ = \cos(-30^\circ)$

و  $\sin 30^\circ = -\sin(-30^\circ)$



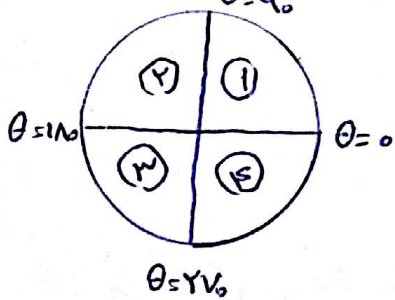
$\cos(-30^\circ) = \cos 30^\circ$

در مورد  $\tan$  و  $\cot$  هم ترکیب  $\sin$  و  $\cos$  هست و به شکل  $\tan(-\alpha)$

$\cot(-\alpha) = -\cot\alpha$  و  $\tan(-\alpha) = \frac{\sin(-\alpha)}{\cos(-\alpha)} = \frac{-\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\tan\alpha$

\* یکی از موضوعات مهم اینده که خیلی از مواقع زاویه ما از  $90^\circ$  درجه بیشتر میشه اون موقع تکلیف چیه؟

کاری که ما باید انجام بدم اینده که نگاه کنیم بنیم اون زاویه توی کدام ناحیه مثلثی است



مثلا فرض کنید  $\sin 210^\circ$  رو بپرین پس معلومه  $210^\circ$  توی ناحیه سوم هست پس  $\sin 210^\circ$  رو بصورت  $\sin(180+30)$  می نویسیم

حال چند تایی دیگه مثال حل کنیم

$\tan 115 = \tan(90+25)$

$\cos(305) = \cos(270+35)$

$\cot(155) = \cot(90+65)$

$\tan(223) = \tan(180+43)$

\*\* توجه داشته باشید که بعد از تبدیل زاویه به دو زاویه دیگه  $90^\circ$  درجه و  $270^\circ$  درجه

ذات  $\sin$  را به  $\cos$  و برعکس و  $\tan$  را به  $\cot$  و برعکس تبدیل می کنند و در نهایت

بسته به این که زاویه اول درجه نا حیه قرار گرفته علامت  $\oplus$  و یا  $\ominus$  اون مشخص میشه

به مثال ها توجه کنید تا بهتر متوجه بشید



(۷)

$$\sin(210) = \sin(180 + 30) \xrightarrow[\text{سینوس منفی}]{\text{چون تری نامعلوم}} = - \sin 30$$

۱۸۰ درجه ماهیت رو تغییر نمیده

$$\tan 110 = \tan(90 + 20) = \frac{\tan \text{ در نامعلوم}}{\text{منفی}} = - \cot 20$$

۹۰ درجه ماهیت رو تغییر داد

$$\cos 200 = \cos(270 + 30) = \frac{\cos \text{ در نامعلوم}}{\text{منفی}} + \sin 30$$

۲۷۰ درجه ماهیت رو تغییر داد

$$\cot(340) = \cot(270 + 70) = \frac{\cot \text{ در نامعلوم}}{\text{منفی}} - \tan 70$$

۲۷۰ درجه ماهیت رو تغییر میده

$$\tan(223) = \tan(180 + 43) = \frac{\tan \text{ در نامعلوم}}{\text{مثبت}} + \tan 43$$

۱۸۰ درجه ماهیت رو تغییر نمیده

احیاناً زاویه شما بیشتر از ۳۶۰ درجه شد یعنی یک بار دایره رو دور زده و بر پشت به نقطه شروع  
مثلاً ۵۰۰ درجه یعنی  $500 = 360 + 140$  پس حالتی رو برا ۱۴۰ حالتی داریم

$$\sin 480 = \sin(360 + 120) = \sin(120) = \sin(90 + 30) = + \cos 30$$

حالت مثلث

خب دایره بریم سواله کنگور رو بتونیم

مثبت فوکتیگر است در همین

①

نت ها کنگور

تجربہ ۹۴ حاصل عبارت =  $\frac{\cos 285 - \sin 255}{\sin 285 - \sin 105}$  با فرض  $\tan 15 = 0.28$  کنگور است؟

حل: اگرچہ روش تناسبی مقدار دقیق تر اور پربت ہیارہ ولی روش ذهنی ہم توی کنگور جواب میدہ

(۱)  $-\frac{14}{9}$  (۲)  $-\frac{9}{14}$  (۳)  $\frac{9}{14}$  (۴)  $\frac{14}{9}$

$\cos 285 = \cos(270 + 15) \xrightarrow{\text{درناہیہ ۴}} \cos + \sin 15$   
 ۲۷۰ ماصیت رو تغییر داد

$\sin 285 = \sin(180 + 75) = -\sin 75$   
 نتیجہ سوم

$\sin 285 = \sin(270 + 15) = \sin 15 = \sin(90 + 75) = + \cos 75$   
 ۹۰ ماصیت رو تغییر داد Sin درناہیہ ۲

$\sin 105 = \sin(90 + 15) = + \cos 15$

$\frac{\sin 15 - (-\sin 75)}{\cos 75 - \cos 15} = \frac{0.25 + 0.95}{0.25 - 0.95} = \frac{1.2}{-0.7} = -1.7$  میں یعنی

$-\frac{14}{9} = -1.7$  یعنی نزدیک ایک درتہ

9

مشکلات فرائضی استاد رحیمی

ریاض 91 اگر  $\tan \theta = 0.12$  باشد مقدار  $\frac{\cos(\frac{3\pi}{4} + \theta) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(2\pi + \theta)}$  معلوم است

$\frac{-2(1)}{1/2(2)}$

نقطه  $\tan \theta$  مقدارش 0.12 هست از جدول می‌دویم

$\frac{2(3)}{3(4)}$

$\tan 0 = 0$  و  $\tan 15 = 0.25$  پس بین این دو زاویه است

داز فرض 0.12 به 15 درجه نزدیک تر پس  $\theta$  تقریباً 10 درجه است (نوی گنگور مقدار دقیق زیاد است نیست)

$\cos(270 + 10) = \oplus \sin 10 \xrightarrow{\text{بارش زنی}} \approx 0.12$   
 در ناصبه 4،  $\cos$  ضربه  
 270 ناصبه رو تغییر داد

$\cos(180 + 10) = \ominus \cos 10 \xrightarrow{\text{زنی}} \approx -0.98$   
 ناصبه 3

$\sin(180 - 10) = \sin(170) = \sin(90 + 80) = +\cos 80 \xrightarrow{\text{زنی}} +0.12$

$\sin(540 + 10) = \sin(340 + 190) = \sin(190) = \sin(180 + 10) = \ominus \sin 10 = -0.12$   
 ناصبه 10م سینوس ضربه

پس  $\frac{0.12 - (-0.98)}{0.12 - (-0.12)} = \frac{+1.10}{0.24}$  که مقدارش 2.195 ضربه پس

گزینه چهار درسته (اگر می‌بند دقیقاً عدد 3 در نبود به خاطر تقریب ولی چون نوی گنگور تفاوت نرزشها زیاده مشکل پیش نیاد)

(مشقات فریکسند استدرجیم)

10

تجربہ 94 اگر  $\tan \beta = \frac{1}{2}$  و  $\alpha - \beta = \frac{\pi}{4}$  باشند مقدار  $\sin 2\alpha$  کلام است

$\tan 15^\circ$	$\tan \beta$	$\tan 30^\circ$	رقمہ $\tan \beta = 0.5$	از روی جدول	0.14	(2)	0.145 (1)
↓		↓					
0.25		0.577					
					0.18	(4)	0.175 (3)

پس  $\tan \beta = 0.5$  نزدیکہ  $\tan 30^\circ$  درجہ ہست شد  $25^\circ$  درجہ

باروش تناسبی مقدار دقیق رو جوتوانید درست بیارید وی باروش ذهنی  $\beta = 25^\circ$  شد

و از طرفی صیہ  $\alpha - \beta = 45^\circ$  پس  $\alpha = 45 + 25 = 70$

پس مشائنه سوال ازما  $\sin(2 \times 70)$  رو خوانند

$$\sin 140 = \sin(90 + 50) = \oplus \text{Cos } 50 \approx 0.145$$

بہ خاطر تغییر ماہیت داد کے ناحیہ رقم سینوس  $\oplus$

بین نزدیکہ دو وسہ جواب بہ نزدیکہ دو نزدیکہ است (اگر باروش تناسبی جرم قسم جلو دقیق ترہ بدست صیومد)

حاصل عبارت  $\sin 20 + \sqrt{3} \sin 70$  کلام است؟

حل: باروش ذهنی و یا تناسبی کہ آموزش دادیم	$2 \cos 10$	(2)	$2 \sin 10$	(1)
	$2 \sin 40$	(4)	$2 \cos 40$	(3)

$\sin 20 \approx 0.34$  و  $\sin 70 \approx 0.9$  پس

حاصل عبارت صیہ  $0.34 + 1.7 \times 0.9 = 1.88$  (توی جروسہ ریاضیہ نامہ جی لیمہ حر رادیکالی آموزش دادہ شدہ)

$2 \times 0.98 = 1.96$	(2)	$2 \times 0.15 = 0.3$	(1)
$2 \times 0.64 = 1.28$	(4)	$2 \times 0.75 = 1.5$	(3)

پس نزدیکہ 2 جواب

(11)

(جزوه مثلثات فرانتیگر استاد رحیمی)

حاصل عبارت  $\frac{\sin 2x + \sin x}{\cos 2x + \cos x + 1}$  برابر کدام است؟

حل: توان تفهه عبارت با ۵ با کدام یک از گزینه ها برابر است  
به ازا هر  $x$  باید با اول گزینه برابر باشد پس ما  $x$  ها

(1)  $\tan x$  (2)  $\cot x$

(3)  $\sin x$  (4)  $\cos x$

مختلف رو امتحان می کنیم به ازا  $x=0$

$f(0) = \frac{\sin(2 \times 0) + \sin(0)}{\cos(2 \times 0) + \cos 0 + 1} = 0$    
  $\rightarrow$  حاله گزینه ها   
 (1)  $\cot 0 = \infty$  (2)  $\cot 0 = 0$    
 (3)  $\sin 0 = 0$  (4)  $\cos 0 = 1$

حاله جواب گزینه ۲ یا ۳ باید  $x$  ای انتخاب کنیم که این ۲ گزینه با هم فرق کنند مثلا  $x=45^\circ$

$f(45^\circ) = \frac{\sin(2 \times 45) + \sin 45}{\cos(2 \times 45) + \cos 45 + 1} = \frac{1 + 0.7}{0 + 0.7 + 1} = 1$    
 (1)  $\cot 45 = 1$    
 (3)  $\sin 45 = 0.7$

پس جواب گزینه ۲

حاصل عبارت  $\frac{\sin x \cos 2x}{\sin 2x} - \cos 2x$  برابر کدام است؟

حل: بازم به دفعه اول  $x$  قرار می دهیم (حاله  $x$  ها که خارج از صفر باشند رو)

قرار می دهیم چون در دینار باز هستند پس مثلا

(1)  $\frac{1}{2}$  (2)  $\cos x$

(3)  $\sin x$  (4)  $-\frac{1}{2}$

$x=45^\circ$    
  $f(45^\circ) = \frac{\sin 45 \times \cos(2 \times 45)}{\sin(2 \times 45)} - \cos(2 \times 45) = \frac{0.7 \times -0.7}{1} - 0 = -0.49$

حاله گزینه ها (1)  $\frac{1}{2}$  (2)  $\cos 45 = 0.7$    
 (3)  $\sin 45 = 0.7$  (4)  $-\frac{1}{2}$

پس جواب گزینه ۴ شد

(۱۲)

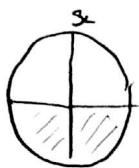
اگر  $\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4$  باشد  $\tan \frac{x}{2}$  کدام است؟

حل: این تین سوال ها به عبارت دلیه دادن و جواب به عبارت دلیه رو  
۱) ۳ - ۲ (۲) هر خوان بختترین کار در این گونه سوال ها اینه که اول عبارت رو به مقدار ساده کنیم  
۳) ۲ - ۳ (۴)

پس  $x$  هر نظر رو با حلین بدست بیاریم مثلا قوی این سوال  
 $\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4 \rightarrow 1 - \sin x = 4(1 + \sin x) \rightarrow 1 - \sin x = 4 + 4 \sin x$

$\rightarrow -3 = 5 \sin x \quad \sin x = -\frac{3}{5} = -0.6$

خب حال باید بسیم  $\sin x$  کجا برابر  $-0.6$  هسته دایره معروف رو نگاه کن  
اینوس قوی ناحیه



سه و چهار چون جایی که هاتور خورده منفیه پس به زاویه این یا بعد از  $180$  درجه یا بعد از  $270$  درجه

$\sin(180 + \alpha) = -\sin \alpha = -0.6 \rightarrow \sin \alpha = 0.6 \rightarrow \alpha = 35$

چون توانیم بوم بسوس منفیه

پس این قوی ناحیه بوم باشه زاویه  $(180 + 35)$  جوده

این قوی ناحیه چهارم باشه

$\sin(270 + \beta) = -\cos \beta = -0.6$

$\rightarrow \cos \beta = 0.6 \rightarrow \beta = 53$

بخط  $270$  درجه بگردیم چون قوی ناحیه ۴ بسوس منفیه

پس این قوی ناحیه چهارم باشه

پس زاویه ها هر نظر ما یا  $215$  درجه هست یا  $335$  درجه حال باید  $\tan \frac{x}{2}$  درجی به بسیم

$\tan\left(\frac{x}{2}\right) = \tan\left(\frac{215}{2}\right) = \tan(107.5) = (\tan 90 + 17.5) = -\cot 17.5 = -3.3$   
بخط  $90$  تغییر ماحصتا داده چون قوی ناحیه بوم  $\tan$  منفیه

$\tan\left(\frac{x}{2}\right) = \tan\left(\frac{335}{2}\right) = \tan(167.5) = \tan(90 + 77.5) = -\cot 77.5 = -0.25$

پس جواب نه نه یکی مر باشد

(۱۳)

کجی ۹۵ اگر  $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$  باشد مقدار  $\cos(\frac{2\pi}{3} - 2\alpha)$  ؟

حل: اول باید عبارت  $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$  رو حل کنیم و  $\alpha$  رو بدست بیاریم

حک  $\alpha$  مقدار قرار می‌دهیم و محدودش رو پیدا می‌کنیم و سوال رو حل می‌کنیم

- (۱)  $-\frac{\pi}{4}$  (۲)
- (۲)  $\frac{\pi}{4}$  (۳)

$\alpha = 0 \rightarrow \sin 0 - \cos 0 = -1$

$\alpha = 45 \rightarrow \sin 45 - \cos 45 = 0$

$\alpha = 90 \rightarrow \sin 90 - \cos 90 = 1$

پس از  $\alpha$  های که قرار دادیم تصمیم می‌گیریم  $\alpha$  بین  $0$  تا  $90$  چه باشد حاله دقیقاً بررسی می‌کنیم

$\alpha = 40 \rightarrow \sin 40 - \cos 40 = 0.182 - 0.557 = 0.375$

$\alpha = 75 \rightarrow \sin 75 - \cos 75 = 0.192 - 0.255 = 0.043$

پس  $\alpha$  بین  $40$  تا  $75$  درجه هست منته  $45$  درجه پس

$\cos(2 \times 75 - 2\alpha) = \cos(150 - 2\alpha) = -\sin(2\alpha) = -\sin(2 \times 45) = -\sin 90$

به خاطر  $2 \times 75$  تغییر می‌دهیم  $\rightarrow$  جهت دار چون کسینوس در ناحیه سوم منفیه

$\rightarrow -\sin 90 = -\sin(90 + 45) = -\left[ \cos 45 \right] = -0.707$   
به خاطر  $90$  جهت تغییر کرد

پس گزینه یک صحیح است

(۴)

(حزوه مثلثات فرائیڈ اسٹوڈیو)

اگر  $3 \cos x + \sqrt{3} \sin x = 3$  مقدار  $\cos(x - \frac{\pi}{4})$  چقدر است؟

حل: بازیم من سوال سے کریں اول محدودہ  $x$  رو بہت مہاریم و

(۱)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)  $\sqrt{\frac{3}{2}}$

سوال رو حل مہاریم

(۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$x = 0 \rightarrow 3 \cos(0) + \sqrt{3} \sin(0) = 3$

بہ ازا  $x = 0$ ، سہرے جواب بہت اولہ فقط جان جائیڈاری مہاریم

$x = 0 \rightarrow \cos(0 - \frac{\pi}{4}) = \cos(-\frac{\pi}{4}) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707$

اگر  $\sin x + \cos x = \frac{5}{4}$  بائد  $\tan x + \cot x$  چقدر است؟

حل: بازیم محدودہ  $x$  رو بائد مہاریم

(۱)  $\frac{5}{2}$  (۲)  $\frac{17}{9}$

$x = 0 \rightarrow \sin(0) + \cos(0) = 1$

(۳)  $\frac{17}{9}$  (۴)  $\frac{17}{4}$

$x = 45 \rightarrow \sin(45) + \cos(45) = 1.414$

بہ جون  $\frac{5}{4} = 1.25$  است جواب مہاریم  $x$  صفر تا  $45$  است بہرہ دقیق تر بہرہ مہاریم

$x = 30 \rightarrow \sin 30 + \cos 30 = 0.5 + 0.866 = 1.366$

$x = 15 \rightarrow \sin 15 + \cos 15 = 0.259 + 0.966 = 1.225$

بہ  $x$  بہ مقدار بہرہ از  $15$  درجہ است منڈا  $20$  درجہ

$f(x) = \tan x + \cot x = 0.342 + 2.964 = 3.306$

جان نہرہ ہا (۱)  $2.15$  (۲)  $1.7$  (۳)  $3.15$  (۴)  $2.15$



15

(جزوه مثلثات و اقلیدس استاد رحیمی)

جواب ها که معادله مثلثاتی  $3 \cos^2 x - \sqrt{3} \sin x \cos x = 3$  کدام است

- (1)  $k\pi - \frac{\pi}{3}$
- (2)  $k\pi - \frac{\pi}{4}$
- (3)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$
- (4)  $k\pi + \frac{\pi}{3}$

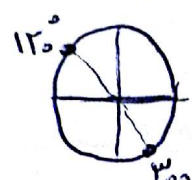
حل: این تیب سوال ها از سبکترین سوال مثلثات است. حال باید چیکار کنیم: جای  $k$  به دقتوا

عدد میزایم و جایگذاری می کنیم قوی عبارت تمام شد رفت

مثال نرینه (1)

$k=1 \quad \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$

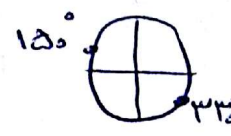
$k=2 \quad 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$



نرینه (2)

$k=1 \quad \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$

$k=2 \quad 2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$

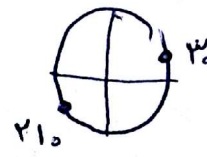


نرینه (3)

$k=1 \quad \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$

$k=2 \quad 2\pi + \frac{\pi}{4} = \frac{9\pi}{4}$

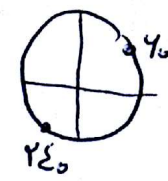
$\rightarrow 390 = 340 + 50$



نرینه (4)

$k=0 \rightarrow \frac{\pi}{3}$

$k=1 \quad \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$



پس جایگذاری می کنیم

$f(120^\circ) = 3 \cos^2(120^\circ) - \sqrt{3} \sin 120^\circ \cos 120^\circ \Rightarrow 3 \times (-1/2)^2 - \sqrt{3} \times 1/2 \times (-1/2) = 3/4 + 1/2\sqrt{3}$

$\Rightarrow 1/2 \neq 3$

پس نرینه یک غلط

$f(150^\circ) = 3 \cos^2(150^\circ) - \sqrt{3} \sin 150^\circ \cos 150^\circ \Rightarrow 3(-1/2)^2 - \sqrt{3} \times 1/2 \times (-1/2) \Rightarrow$

$\Rightarrow 3/4 + 1/2\sqrt{3} = 3$

پس جواب نرینه 2 هست (به همین راحتی)


(خوبه مثلثات و اقلیدس استاد رحیمی)

جواب کل معادله مثلثاتی  $\cos 2x = 2\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$  کدام است؟


$k\pi - \frac{\pi}{4}$  (۴)       $k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۳)       $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$  (۲)       $2k\pi \pm \frac{3\pi}{4}$  (۱)

حل: جو - جوابه جا k عدد میزاریم و حل می کنیم


گزینه ۱)  $k\pi \rightarrow \pm \frac{3\pi}{4}$



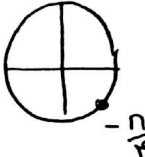
گزینه ۲)  $k\pi \rightarrow \pm \frac{\pi}{4}$



گزینه ۳)  $k\pi \rightarrow + \frac{\pi}{4}$



گزینه ۴)  $k\pi \rightarrow - \frac{\pi}{4}$



گزینه ۲ و ۳ میلین  $+\frac{\pi}{4}$  خوبین این امتحانش می بینم

$x = +\frac{\pi}{4}$        $f(\pi/4) = 2\sqrt{2} \sin(\pi/4 + \pi/4) = \cos(2 \times \pi/4)$   
 $2\sqrt{2} \neq 0$

این گزینه ۲ و ۳ غلط هستند حال باید گزینه یک و چهار رو امتحان کنیم ~~گزینه چهار~~

$x = -\pi/4$        $f(-\pi/4) = 2\sqrt{2} \sin(-\pi/4 + \pi/4) = \cos(\pi/4 - \pi/4)$   
 $0 = 0$

پس گزینه ۴ جواب درسته