

واحدهای اندازه گیری زوایه

(۱) درجه : اگر محیط دایره را به ۳۶۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم به هر قسمت آن را یک درجه می گوئیم و با D نشان می دهیم

(۲) رادیان: اگر محیط دایره را 2π فرض کنیم و به هر قسمت یک رادیان می گویند و با R نشان داده می شود در واقع می توان نتیجه گرفت که

$$2\pi = 360$$

بابا باهوش

برای تبدیل درجه به رادیان یا برعکس از فرم زیر استفاده می کنیم:

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

مثال: در مثلث اگر زاویه $A=80$ باشد و برای دو زاویه دیگر رابطه $C = \frac{\pi}{360} B$ برقرار باشد اندازه زاویه B چند است؟

حل: از مقطع راهنمایی می دانیم که مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر 180 درجه است پس داریم

$$A+B+C=180$$

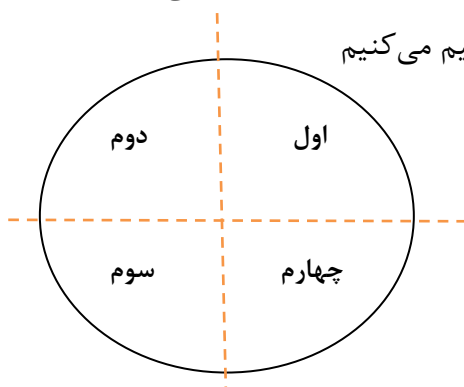
چون برای دو زاویه دیگر ما مقدار را برحسب رادیان بیان کردیم باید در ابتدا آن را به درجه تبدیل سپس وارد معادله بالا کنیم

$$\begin{aligned} \frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} &\longrightarrow \frac{\hat{C}}{180} = \frac{\frac{\pi}{360} \hat{B}}{\pi} \longrightarrow \frac{\hat{C}}{180} = \frac{\pi}{360} \longrightarrow \hat{C} = \frac{1}{2} \hat{B} \\ 80 + \hat{B} + \hat{C} = 180 &\longrightarrow \hat{B} + \hat{C} = 100 \longrightarrow 0.5\hat{B} + \hat{B} = 100 \longrightarrow \\ \hat{B} = 66.6 \text{ و } \hat{C} = 33.4 \end{aligned}$$

چطور بود



همانطور که در بالا اشاره شد اگر دایره را به ۳۶۰ قسمت تقسیم کنیم به هر قسمت درجه گفته می شود حال با این فرض ما دایره را به چهار ناحیه ۹۰ قسمتی (یا ۹۰ درجه ای) تقسیم می کنیم



$$0 < \theta < 90$$

ناحیه اول

$$90 < \theta < 180$$

ناحیه دوم

$$180 < \theta < 270$$

ناحیه سوم

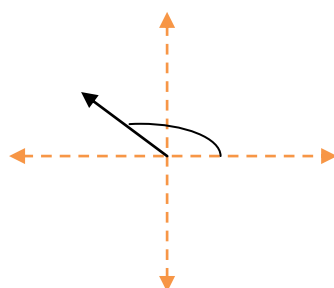
$$270 < \theta < 360$$

ناحیه چهارم

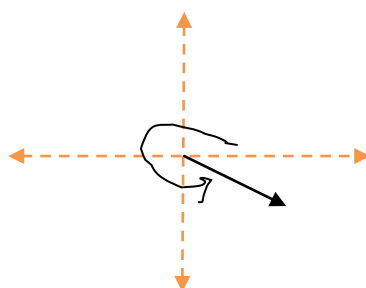
برای مثال زاویه ۲۸۵ درجه در ناحیه چهارم است.

توجه

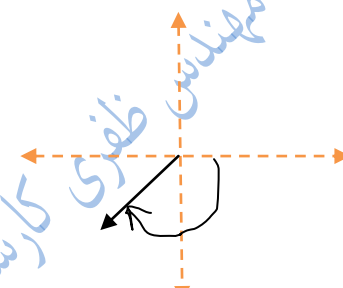
جهت حرکت در دایره مثلثاتی **؟؟؟** خلاف عقربه‌های ساعت است پس زمانی که زاویه را مثبت بیان کنند یعنی در جهت مثلثاتی حرکت کرده و اگر منفی بیان شود در خلاف جهت مثلثاتی حرکت کرده- ایم.



$\alpha = 120$
در جهت مثلثاتی



$\alpha = 285$
در جهت مثلثاتی



$\alpha = -200$
خلاف جهت مثلثاتی

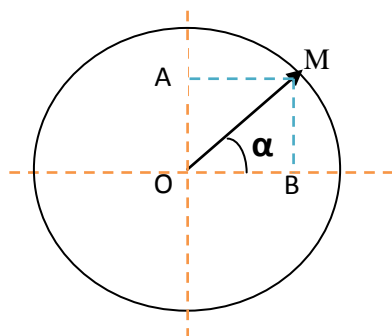
دایره مثلثاتی در واقع دایره‌ای است به شعاع واحد (یعنی ۱) و به مرکز (۰ و ۰) که در آن محورهای مختصات قطره‌ای آن را تشکیل می‌دهند.

شاهکار
ریاضی

پس چون طول شعاع واحد است پس واحد کمان روبرو به زاویه به عبارت بچه‌های فیزیکدان‌ها مسافت طی شده با مقدار زاویه برابر است. **؟؟؟**

در دایره مثلثاتی محورهای مختصات x و y به ترتیب محورهای \sin و \cos بوده یعنی محور افقی محور کسینوس و محور عمودی را محور سینوس می‌نامیم.

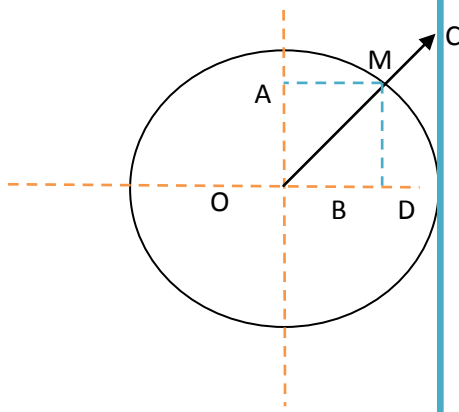
برای بدست آوردن مقادیر سینوس و کسینوس هر زاویه ابتدا از نقطه‌ای مانند M بر محورهای مختصات عمودی رسم می‌کنیم سپس مقدارهای y و x به ترتیب برابر سینوس و کسینوس می‌باشد.



$$y = OA = \sin \theta$$

$$x = OB = \cos \theta$$

برای بدست آوردن مقادیر تانژانت و کتانژانت هر زاویه ابتدا یک خط مماس بر دایره مثلثاتی رسم می کنیم
 برای تعیین تانژانت زاویه خط OM را امتداد داده تا خط مماس بر دایره مثلثاتی را در نقطه ای مانند C قطع کند فاصله این نقطه از محور افقی مقدار تانژانت را نشان می دهد و داریم



$$\frac{MB}{CD} = \frac{OB}{OD}$$

$$CD = \frac{MB}{OB}$$

$$CD = \frac{OA}{OB} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$CD = \tan \theta$$

$$OA = MB$$

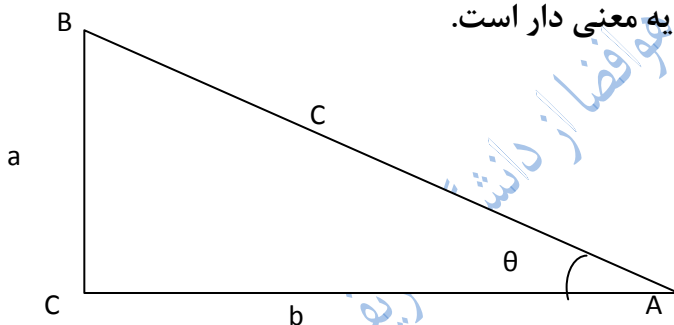
بخند استاد دیدی
چقدر راحت بود



حالا اگه تانژانت را فهمیدی مقدار کتانژانت را خودت بدست بیار (چقدر من مولف بدی هستم که فقط اذیت می کنم 😊)

نسبت های مثلثاتی برای زوایای حاده

توجه توجه روابط زیر فقط برای مثلث قائم الزاویه معنی دار است.



$$\sin \theta = \frac{a}{c}$$

$$\cos \theta = \frac{b}{c}$$

ضلع وتر

$$\tan \theta = \frac{a}{b}$$

$$\cot \theta = \frac{b}{a}$$

ضلع مقابل به اویه theta

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

چرا؟؟؟

(۱)

(۳)

$$\tan \theta * \cot \theta = 1$$

(۲)

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

(۴)

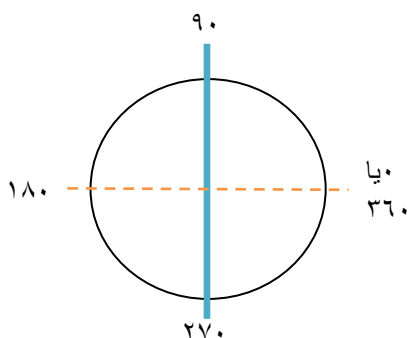
چطور؟؟

روابط ۳ و ۴ از فرمول ۱ بدست می آید

چیه نکنه فکر کردی من میگم چطور میشه

نه استاد از این خبرا نیست

با توجه به قسمت‌های قبل به بررسی حدود تغییرات نسبت‌های مثلثاتی می‌پردازیم. با در نظر گرفتن دایره مثلثاتی دایره مثلثاتی چی بود؟؟ داریم که

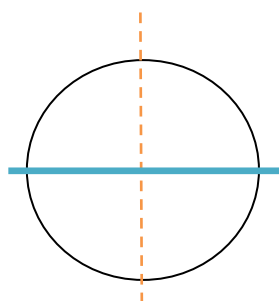


زمانی که زاویه از $0 \leq \theta \leq 2\pi$ تغییر

کند Sin عزیزاز

$$-1 \leq \sin \leq 1$$

تغیر می‌کند

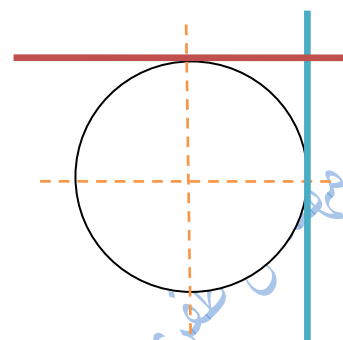


زمانی که زاویه از $0 \leq \theta \leq 2\pi$ تغییر

کند Cos عزیز از

$$-1 \leq \cos \leq 1$$

تغیر می‌کند



زمانی که زاویه از $0 \leq \theta \leq 2\pi$ تغییر

کند

Tan و Cot an از

$$-\infty \leq \tan, \cot an \leq \infty$$

تغیر می‌کند

مثال: هرگاه $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ و $\cos \theta = 3m - 1$ باشد حدود تغییرات m را بیابید؟

$$\cos 0 \leq \cos \theta \leq \cos \frac{\pi}{2} \rightarrow 1 \leq \cos \theta \leq 0 \rightarrow 1 \leq 3m - 1 \leq 0 \rightarrow 2 \leq 3m \leq 1$$

$$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{2}{3} \leq m \leq \frac{1}{3}$$

دیدنی چقدر راحت بود. به خودت آفرین بگو

مثال: بیشترین و کمترین مقدار عبارت $z = \frac{1 - 2\cos \theta}{5}$ چقدر است؟

از نمودار قبل متوجه شدیم دوباره یک کن که بیشترین و کمترین مقدار Cos بین -1 و 1 است.

$$\cos \theta = -1$$

$$z = \frac{1 - 2(-1)}{5} = 0.6$$

بیشترین مقدار z

$$\cos \theta = 1$$

$$z = \frac{1 - 2(1)}{5} = -0.2$$

کمترین مقدار z

نحوه‌ی نوشتن زوایای مثلثاتی

ابتدا جدولی به شکل زیر رسم کنید.

θ	۰	۳۰	۴۵	۶۰	۹۰
Sin					
Cos					
Tan					
Cotan					

۱- برای مقادیر sin و cos یک خط کسری بکشید (مانند شکل زیر)

θ	۰	۳۰	۴۵	۶۰	۹۰
Sin	—	—	—	—	—
COS	—	—	—	—	—

۲- مخرج کسرها را عدد ۲ قرار دهید. (مانند شکل زیر)

θ	۰	۳۰	۴۵	۶۰	۹۰
Sin	$\frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{2}$
COS	$\frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{2}$

۳- برای صورت کسرها رادیکال قرار دهید. (مانند شکل زیر)

θ	۰	۳۰	۴۵	۶۰	۹۰
Sin	$\frac{\sqrt{\quad}}{2}$	$\frac{\sqrt{\quad}}{2}$	$\frac{\sqrt{\quad}}{2}$	$\frac{\sqrt{\quad}}{2}$	$\frac{\sqrt{\quad}}{2}$
Cos	$\frac{\sqrt{\quad}}{2}$	$\frac{\sqrt{\quad}}{2}$	$\frac{\sqrt{\quad}}{2}$	$\frac{\sqrt{\quad}}{2}$	$\frac{\sqrt{\quad}}{2}$

۴- حالا برای سینوس از زاویه صفر تا نود به ترتیب اعداد ۰, ۱, ۲, ۳, ۴ را در زیر رادیکال قرار دهید.

(مانند شکل زیر) (اعداد زردآبی)

θ	۰	۳۰	۴۵	۶۰	۹۰
Sin	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$
COS	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$

حالا برای کسینوس از زاویه صفر تا نود به ترتیب اعداد ۰, ۱, ۲, ۳, ۴ را در زیر رادیکال قرار دهید. (مانند

شکل زیر) (اعداد قرمز رنگ)

θ	۰	۳۰	۴۵	۶۰	۹۰
Sin	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$
COS	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$

صفر در صورت کسر باعث صفر شدن عبارت می شود

۱- جذر یک همان یک است پس رادیکال برای عدد یک تاثیری ندارد

۲- جذر عدد ۴ می شود ۲ و اگر ۲ را تقسیم بر ۲ کنیم می شود ۱

$$\frac{\sqrt{4}}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

با نکاتی که در بالا گفته شد جدول را ساده می کنیم (مانند شکل زیر)

θ	۰	۳۰	۴۵	۶۰	۹۰
Sin	$\frac{\sqrt{0}}{2} = 0$	$\frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2} = 1$
COS	$\frac{\sqrt{4}}{2} = 1$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2} = 0$

برای بدست آوردن مقادیر تانژانت و کتانژانت به روش زیر عمل می کنیم.
دو فرمول اساسی وجود دارد.

$$\tan = \frac{\sin}{\cos} = \frac{\text{سینوس}}{\text{کسینوس}} \quad \cotan = \frac{\cos}{\sin} = \frac{\text{کسینوس}}{\text{سینوس}}$$

۱- برای تانژانت صفر درجه: (صفر در صورت کسر باعث صفر شدن عبارت می شود)

$$\tan 0^\circ = 0 \div 1 = 0$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1 \times 2}{2 \times \sqrt{3}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ درج } 30^\circ$$

برای اینکه رادیکال در مخرج کسر قرار نگیرد باید آن را گویا نمود برای این کار صورت و مخرج کسر را در رادیکال ۳ ضرب می نماییم.

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

: با ضرب دو عدد یکسان در زیر رادیکال رادیکال از بین می رود.

نکته ریاضی

۳- برای تانژانت ۴۵ درجه:

$$\tan 45^\circ = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 1$$

۴- برای تانژانت ۶۰ درجه:

$$\tan 60^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

۵- برای تانژانت ۹۰ درجه:

$$\tan 90^\circ = \frac{1}{0} = \infty$$

نکته: صفر تقسیم بر هر عددی شود جواب می شود بی نهایت (∞)

θ	۰	۳۰	۴۵	۶۰	۹۰
Sin	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
Cos	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Tan	.	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	∞
Cotan					

برای نوشتن مقادیر کتانژانت می‌توان از روش فرمولی (مانند حالت تانژانت) استفاده نمود و یا اینکه مقادیر تانژانت را از زاویه صفر تا نود را برای کتانژانت از زاویه نود تا صفر نوشت. (مانند شکل زیر)

θ	۰	۳۰	۴۵	۶۰	۹۰
Sin	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
Cos	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Tan	.	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	∞
Cotan	∞	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

این جدول رو حفظ کنید (چرا حفظ کنیم ما که یاد گرفتیم) چون بدرد بخورترین جدول توی ریاضیات هست.



θ	۰	$۳۰\left(\frac{\pi}{6}\right)$	$۴۵\left(\frac{\pi}{4}\right)$	$۶۰\left(\frac{\pi}{3}\right)$	$۹۰\left(\frac{\pi}{2}\right)$	$۱۸۰\left(\pi\right)$	$۲۷۰\left(\frac{3\pi}{2}\right)$
Sin	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱	۰	-۱
Cos	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰	-۱	۰
Tan	.	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	ت ن	۰	ت ن
Cotan	ت ن	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$.	ت ن	.



خسته شدید؟؟؟؟ فکر نمیکنم کسی با خوندن این جدول و یادگرفتن روند بدست آوردن مقادیر

مثلاتی خسته شده باشه

خدایی جوری بود که شما دانش آموزان عزیز لذت برده

باشد؟؟؟؟

تست: اگر $\sin x = -1$ باشد حاصل $(\sin x + \cos x) + (\sin^2 x + \cos^2 x)^2$ کدام است

- ۱(۱) ۰(۲) -۱(۳) ۲(۴)

حل: گزینه ۳

جدول بالا رو دوباره بررسی کن
دیدی که ضرر نکردی از خوندنش

$$\sin x = -1 \xrightarrow{x = \frac{3\pi}{2}} (\sin \frac{3\pi}{2} + \cos \frac{3\pi}{2}) + (\sin^2 \frac{3\pi}{2} + \cos^2 \frac{3\pi}{2})^2 = -1 + 0 + 0 + 0 = -1$$

تست: حاصل عبارت $(\cos^2 x - \sin^2 x)(1 + \tan^2 x) + \tan^2 x$ برابر است با:

- ۰(۱) ۱(۲) ۱ + \tan^2 x (۳) ۱ + \cot^2 x (۴)

حل: گزینه ۲

از اتحادها می دانیم که $(a^2 - b^2) = (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$ پس داریم

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

با توجه به فرمول های ارائه شده در قبل
یعنی فرمول ۱ تا ۴ داریم

$$(\cos^2 x + \sin^2 x)(\cos^2 x - \sin^2 x)(1 + \tan^2 x) + \tan^2 x = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x} + \tan^2 x = 1 - \tan^2 x + \tan^2 x = 1$$

روش دوم: آقا ما حال و حوصله حفظ کردن فرمولها رو نداریم چکار کنیم. راهکارش توی جیب منه ببخشید منظور قلم منه. شما یه زاویه مثلا ۰ (صفر) را در عبارت قرار داده و مقدار را حساب کنید سپس با مقدار آن زاویه در گزینه مقایسه می کنیم

$$x = 0 \longrightarrow (1 - 0)(1 + 0) + 0 = 1$$

لذت بردی؟؟

حل تست کنکور در کمتر از ۱۰ ثانیه.

تست: حاصل عبارت $(\tan x + \cot x) - \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x}$ چقدر است؟ $x \neq \frac{k\pi}{2}$ (آزاد ۸۳)

- ۲(۱) ۲(۲) -۱(۳) ۱(۴)

حل: گزینه ۱

از اتحادها می دانیم که $a^2 + b^2 = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2$ پس داریم

$$(\cos^2 x + \sin^2 x)^2 - 2\cos^2 x \sin^2 x = 1 - 2\cos^2 x \sin^2 x \longrightarrow$$

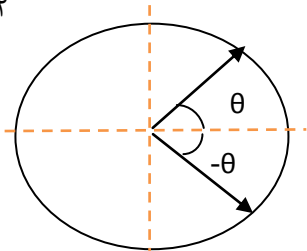
$$\frac{1 - 2\cos^2 x \sin^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} - \left(\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} \right)^2 = \frac{1 - 2\cos^2 x \sin^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} \longrightarrow$$

این دوتا چطور باهم برابر؟؟؟

چرا صفر نداشتیم؟؟

روش دوم: با جایگذاری زاویه ۴۵ در عبارت جواب بدست می آید

$$\frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} - (1+1)^2 = 2 - 4 = -2$$



لذت بردی دکتر جان

محاسبه نسبت های مثلثاتی زاویه $(-\theta)$

دایره مثلثاتی مقابل را در نظر بگیرید.

وقتی زاویه $(-\theta)$ را به ما می دهند یعنی عزیزان در خلاف جهت مثلثاتی حرکت میکنند پس باید یه بالای سرشون بیاید.

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos\theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan\theta$$

$$\cot(-\theta) = -\cot\theta$$

پس نتیجه می گیریم که هرگاه ما زاویه را منفی کنیم تمام نسبت های مثلثاتی بجز کسینوس منفی می شوند به اصلاح استادان قدیمی کسینوس علامت منفی رو می خوره بقیه می اندازند پشت.

محاسبه نسبت های مثلثاتی $(\pi-\theta)$

$(\pi-\theta)$ این زاویه می گه که به اندازه π جلو برو و به اندازه θ برگرد عقب پس بچه در ناحیه دوم قرار

میگیریم

چقدر سنگین بود

خب ناحیه دوم چیا منفی بود؟؟؟؟

$$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$$

$$\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$$

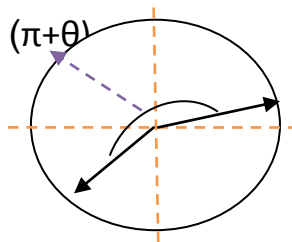
$$\tan(\pi - \theta) = -\tan \theta$$

$$\cot(\pi - \theta) = -\cot \theta$$

محاسبه نسبت‌های مثلثاتی $(\pi + \theta)$

$(\pi + \theta)$ این زاویه می‌گه که به اندازه π جلو برو و به اندازه θ برو جلوتر. پس بچه در ناحیه سوم قرار

می‌گیریم. با خودتون تکرار کنید یا ملکه‌ی ذهنتون بشه



چقدر سنگین بود



خب ناحیه سوم چیا منفی بود؟؟؟؟

$$\sin(2\pi + \theta) = \sin \theta$$

$$\cos(2\pi + \theta) = \cos \theta$$

$$\tan(2\pi + \theta) = \tan \theta$$

$$\cot(2\pi + \theta) = \cot \theta$$

محاسبه نسبت‌های مثلثاتی $(2\pi + \theta)$

این زاویه نشون میده که یک دور کامل زدید و اومدیم تو ناحیه اول، پس تو ناحیه اول همچیز مثبت هست پس راحتیم دیگه

$$\sin(2\pi + \theta) = \sin \theta$$

$$\cos(2\pi + \theta) = \cos \theta$$

$$\tan(2\pi + \theta) = \tan \theta$$

$$\cot(2\pi + \theta) = \cot \theta$$

محاسبه نسبت‌های مثلثاتی $(2\pi - \theta)$

$(2\pi - \theta)$ یعنی نهایت راحتی چراکه ما یه دور کامل می‌زنیم و به اندازه θ برمی‌گردیم عقب پس ناحیه چهارم میشه. پس تمام اتفاقاتی که برای θ افتاده بوده برای این نسبت مثلثاتی نیز رخ می‌دهد.

نسبت‌های مثلثاتی که بعضی از دانش‌آموزان دچار مشکل می‌کند نسبت‌های زیر هست

❖ نسبت‌های مثلثاتی $(\pi - \theta)$

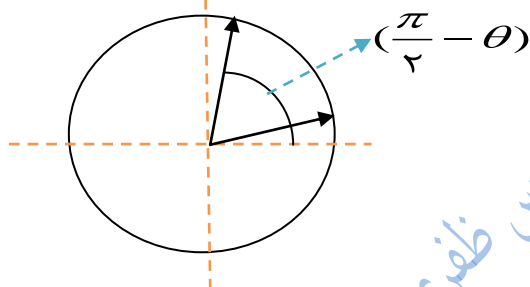
نسبت $(\frac{\pi}{2} - \theta)$ ناحیه اول را نشان می‌دهد و تمام مقادیر مثبت هستند از خاصیت‌های این نسبت اینه که سینوس رو به کسینوس و تانژانت رو به کتانژانت و برعکس تبدیل می‌کند پی داریم

$$\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = \cos \theta$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = \sin \theta$$

$$\tan(\frac{\pi}{2} - \theta) = \cot \theta$$

$$\cot(\frac{\pi}{2} - \theta) = \tan \theta$$



نسبت $(\frac{\pi}{2} + \theta)$ ناحیه دوم را نشان می‌دهد و بعضی از مقادیر مثبت هستند و بعضی منفی بوده از خاصیت‌های این نسبت اینه که سینوس رو به کسینوس و تانژانت رو به کتانژانت و برعکس تبدیل می‌کند پی داریم

$$\sin(\frac{\pi}{2} + \theta) = \cos \theta$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} + \theta) = -\sin \theta$$

$$\tan(\frac{\pi}{2} + \theta) = -\cot \theta$$

$$\cot(\frac{\pi}{2} + \theta) = -\tan \theta$$

بچه‌های عزیز توجه کنید که علامت عبارت بعد از تساوی فقط فقط به علامت نسبت مثلثاتی قبل از مساوی

بستگی دارد مثلاً در حالت $(\frac{\pi}{2} + \theta)$ برای Sin چون در ناحیه دوم مثبت هست قبل از تغییر سینوس به

کسینوس علامت مثبت را در طرف دوم تساوی گذاشته سپس نسبت را عوض می‌کنیم.

بچه‌ها خسته نباشید

مثال

$$\sin(200^\circ) = \sin(180^\circ + 20^\circ) \xrightarrow{\text{ناحیه سوم}} = -\sin 20^\circ$$

$$\cos(330^\circ) = \cos(270^\circ + 60^\circ) \xrightarrow{\text{ناحیه چهارم}} = -\sin 60^\circ$$

$$\cos(330^\circ) = \cos(360^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ$$

ناحیه چهارم

$$\tan\left(\frac{15\pi}{2} + \theta\right) = \tan\left(7\pi + \frac{\pi}{2} + \theta\right) \longrightarrow = -\cot \theta$$

ادامه فرمول‌ها

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 - 3 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

تعجب نکنید این فرمول‌ها رو من اختراع نکردم چون مخترع نیستم. شما با کمک اتحادها همه‌ی این فرمول‌ها رو بهتر از من بدست می‌آورید.

تست. اگر $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \frac{7}{8}$ باشد حاصل مقدار $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ چند برابر است

$$\frac{1}{4} (4) \quad \frac{13}{16} (3) \quad \frac{1}{8} (2) \quad \frac{1}{16} (1)$$

حل: گزینه ۳ صحیح است

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta = \frac{7}{8} \longrightarrow 1 - \frac{7}{8} = 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta \cos^2 \theta = \frac{1}{16}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 - 3 \sin^2 \theta \cos^2 \theta = 1 - 3 * \frac{1}{16} = \frac{13}{16}$$

تست: حاصل عبارت $(\cos \frac{11\pi}{14} + \cos \frac{13\pi}{14} + \cos \frac{5\pi}{14} + \cos \frac{7\pi}{14} + \cos \frac{9\pi}{14} + 1)$ کدام است.

$$2 (4) \quad -1 (3) \quad 1 (2) \quad 0 (1)$$

برای برگزاری کلاس‌های آمادگی کنکور این شماره تماس بگیرید **۰۹۱۲۱۰۰۸۵۹۴**

تابستان را از دست ندهید برای موفقیت در کنکور ۹۴ به ما اعتماد کنید