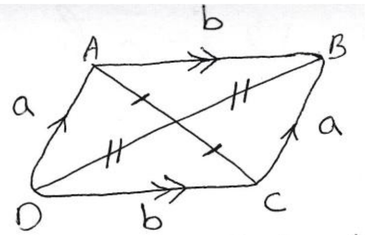
متوازی الاضلاع :



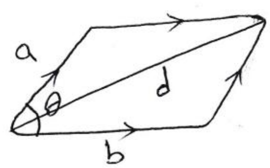
ویژگی ها :

① ضلع های روبرو موازی اند
② " " مساوی اند
③ زاویه های روبرو مساوی اند
④ زاویه های مجاور مکمل اند
⑤ قطرها هم اندازه نیستند
⑥ قطرها همدیگر را نصف می کنند

$\hat{A} = \hat{C}$ $\qquad \hat{A}+\hat{D} = \hat{B}+\hat{C}$

$\hat{B} = \hat{D}$ $\qquad \hat{A}+\hat{B} = \hat{D}+\hat{C}$

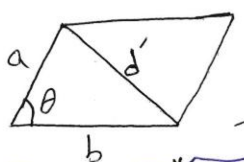
طول قطرهای متوازی الاضلاع :



قطر بزرگ

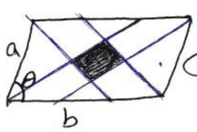
$$d^2 = a^2+b^2+2ab\cos\theta$$

$$d^2+d'^2 = 2(a^2+b^2)$$



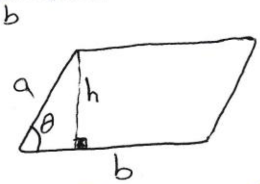
قطر کوچک

$$d'^2 = a^2+b^2-2ab\cos\theta$$



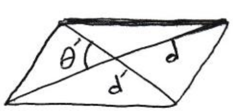
در متوازی الاضلاعی به طول a و b و زاویه θ ، چهارضلعی حاصل از محل تلاقی نیمسازهای داخلی ، یک مستطیل به ابعاد $|a-b|\sin\frac{\theta}{2}$ و $|a-b|\cos\frac{\theta}{2}$ است که مساحت آن برابر $S = \frac{1}{2}(a-b)^2\sin\theta$ است

مساحت :



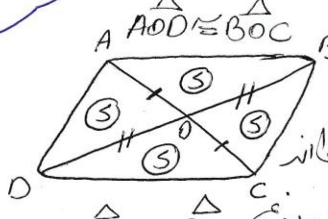
$$S = \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} = h \times b = ab\sin\theta$$

$$h = a\sin\theta$$

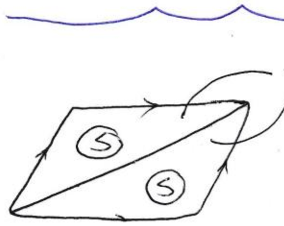


$$S = \frac{1}{2} \times \underbrace{d}_{\text{قطر بزرگ}} \times \underbrace{d'}_{\text{قطر کوچک}} \times \sin\theta'$$

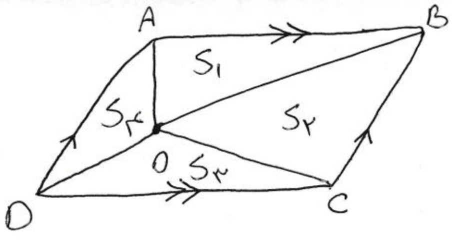
- با رسم دو قطر متوازی الاضلاع ، چهار مثلث ایجاد می شود که [illegible] $\triangle AOD \cong \triangle BOC$ هم مساحتند و مثلث های روبروی هم همنهشت و هم محیط اند.



$\triangle AOB \cong \triangle DOC$ $\qquad S_{\text{متوازی الاضلاع}} = 4S$

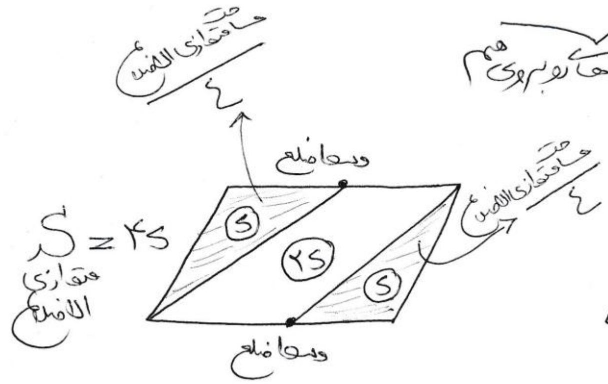


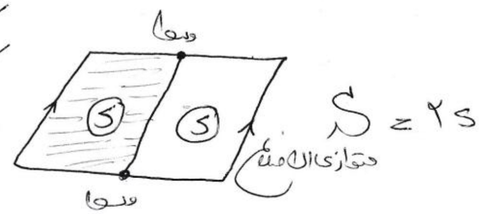
دو مثلث همنهشت و هم مساحت



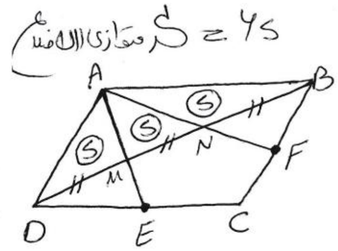
- اگر O نقطه دلخواهی درون متوازی الاضلاع باشد در این صورت رابطه زیر بین مساحت مثلث های ایجاد شده برقرار است.

$$\underbrace{S_2 + S_4}_{\text{مثلث های روبروی هم}} = \underbrace{S_1 + S_3}_{\text{مثلث های روبروی هم}}$$



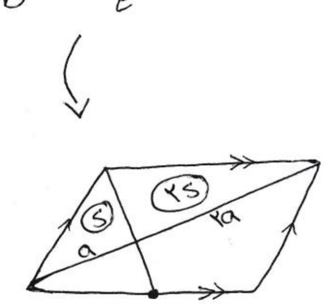


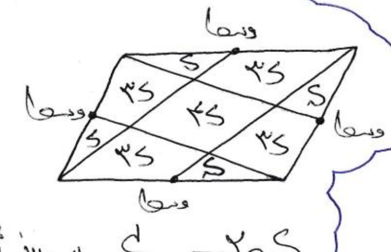
- در هر متوازی الاضلاع پاره خط هایی که از هر راس به وسط دو ضلع مقابلش رسم می شود بر روی قطر ۳ پاره خط مساوی ایجاد می کند.



$$DM = MN = NB = \frac{DB\ \text{قطر}}{3}$$

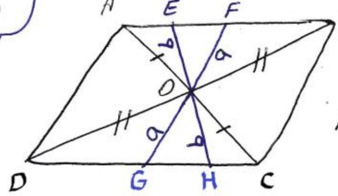
$$\underbrace{S_{\triangle AMD} = S_{\triangle AMN} = S_{\triangle ANB}}_{\text{ارتفاع یکسان و قاعده برابر}} = \frac{S_{\text{متوازی الاضلاع}}}{6}$$





S متوازی الاضلاع = 10S

- هر پاره خطی که از محل تلاقی دو قطر متوازی الاضلاع بگذرد و به اضلاع آن محدود شود به دو قسمت مساوی تقسیم می گردد.



$EO = OH$

$FO = OG$