فصل اول هندسه ۲

استدلال استقرایی

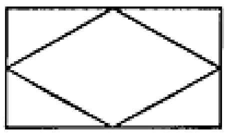
۱
خرداد ۹۳

رسم شکل (۰/۲۵)

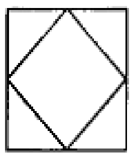
تعداد ضلع ها	۳	۴	۵	....	n
مجموع زاویه های داخلی	۱۸۰	۳۶۰	$۳\times۱۸۰=۵۴۰$ (۰/۲۵)	....	$۱۸۰(n-۲)$ (۰/۲۵)

۲
شهریور ۹۴

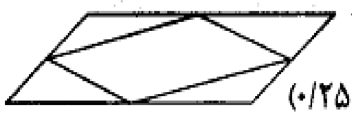
الف) لوزی (۰/۲۵)



ب) مربع(۰/۲۵)



ج) متوازی الاضلاع(۰/۲۵)



ص۵

۳
خرداد ۹۲

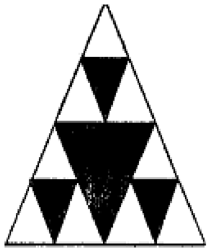
الف)

رسم شکل (۰/۵)

تعداد ضلع ها	۳	۴	۵	۶	....	n
تعداد قطرهای رسم شده از یک راس	۰	۱	۲	۳ (۰/۲۵)	....	$n-۳$ (۰/۲۵)

ب) (۰/۲۵) $\frac{n(n-۳)}{۲}=$ تعدادقطرهای n ضلعی محدب

۴ — دی ۹۲



رسم شکل (۰/۲۵)

مرحله	۰	۱	۲	...	n
تعدادمثلث ها	۱	۳	۹	...	3^n
		(۰/۲۵)	(۰/۲۵)		(۰/۲۵)

۵ — خرداد ۹۱

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	....	n
تعداد مثلث های کوچک	۱	۴	۹	۱۶	....	n^2
				(۰/۲۵)		(۰/۲۵)

استدلال استنتاجی

۱ — خرداد ۹۰

فرض: $\hat{A} > \hat{B}$ حکم: $BC > AC$

برهان خلف : فرض می کنیم $AC \geq BC$ (۰/۲۵) دو حالت زیر را در نظر می گیریم :

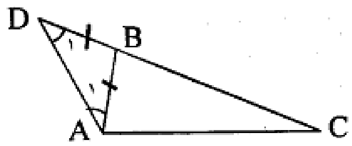
الف) $AC = BC$ در این حالت مثلث متساوی الساقین است . پس $\hat{A} = \hat{B}$ که این خلاف فرض است . (۰/۵)

ب) $AC > BC$ در این حالت با توجه به قضیه لولا $\hat{A} < \hat{B}$ که این نیز خلاف فرض است. (۰/۵)

پس فرض خلف باطل است و حکم درست می باشد.

۲ — شهریور ۹۳

برهان : ضلع BC را از راس B امتداد می دهیم وبه اندازه ی AB روی آن جدا می کنیم تا نقطه ی D به دست آید .سپس D را به A وصل می کنیم. (۰/۲۵) بنا بر این در مثلث ABD داریم:



$$BD = AB \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{A}_1 \quad (۰/۲۵)$$

همچنین درمثلث ADC داریم:

$$DC = DB + BC \Rightarrow DC = AB + BC \quad (۰/۲۵)$$

با توجه به شکل $D\hat{A}C > \hat{A}_1$ (۰/۲۵)بنابر این $D\hat{A}C > \hat{D}_1$ (۰/۲۵) در نتیجه $DC > AC$ (۰/۲۵)

بنابراین $AB + BC > AC$

۳

فرض کنیم M نقطه ای دلخواه درون مثلث متساوی الاضلاع $\overset{\triangle}{ABC}$ باشد از M به رأس های A ، B و C وصل می کنیم. (۰/۲۵) اگر h ارتفاع مثلث ABC باشد داریم: $S_{ABC}=S_{AMC}+S_{AMB}+S_{BMC}$ (۰/۲۵)

پس: (۰/۲۵) $\frac{1}{2}h\times BC=\frac{1}{2}MH\times BC+\frac{1}{2}MH'\times AC+\frac{1}{2}MH''\times AB$ چون که $AB=AC=BC$ پس

$h=MH+MH'+MH''$ (۰/۲۵) بنابراین مجموع فواصل نقطه ی M از اضلاع، مقدار ثابت h می باشد

خرداد ۹۰

۴

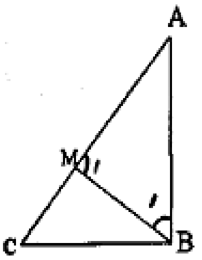
فرض: $AC>AB$ و حکم: $\hat{B}>\hat{C}$

برهان: چون طبق فرض $AC>AB$ بنابراین پاره خط AM را به اندازه ی AB روی AC جدا می کنیم (۰/۲۵)

وازنقطه ی M به B وصل می کنیم. چون AB=AM پس مثلث ABM متساوی الساقین است، در نتیجه:

$\hat{B}_1=\hat{M}_1$ (۰/۲۵) (۱) ازطرفی چون زاویه ی M_1 یک زاویه ی خارجی مثلث MBC است در نتیجه از هر یک از

زاویه های داخلی غیر مجاورش بزرگ تر خواهد بود. بنا براین $\hat{M}_1>\hat{C}$ (۰/۲۵) (۲)



باتوجه به دو رابطه ی (۱)و(۲)⇐ $\hat{B}_1>\hat{C}$ (۰/۲۵) (۳)

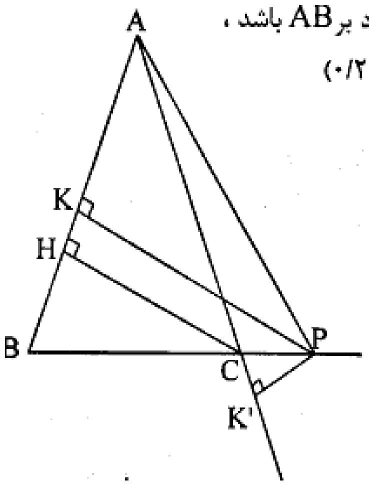
ازطرفی نقطه ی M بین دو نقطه ی C و A واقع است، بنابراین BM نیم خطی

داخل زاویه ی B است و در نتیجه زاویه ی B_1 جزیی از زاویه ی B است،

یعنی $\hat{B}>\hat{B}_1$ (۴) از مقایسه ی(۳) و (۴) نتیجه می شود: $\hat{B}>\hat{C}$ (۰/۲۵)

شهریور ۹۱

۵



فرض می کنیم در مثلث متساوی الساقین ABC ، AB = AC = a و CH ارتفاع وارد بر AB باشد ،
رأس A را به P وصل کرده عمود های PK و PK' را بر دو ساق مثلث رسم می کنیم (۰/۲۵)
بنابر این :

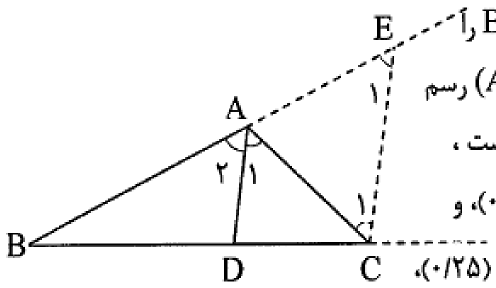
$$S\,\overset{\triangle}{ABC}=S\,\overset{\triangle}{ABP}-S\,\overset{\triangle}{ACP}\,(۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}CH\times AB=\frac{1}{2}PK\times AB-\frac{1}{2}PK'\times AC\,(۰/۲۵)$$

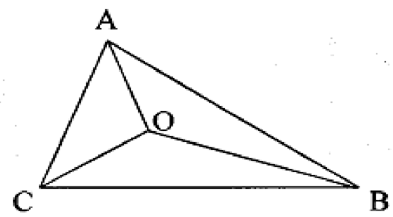
$$\frac{1}{2}CH\times a=\frac{1}{2}a(PK-PK')\Rightarrow CH=PK-PK'\,(۰/۲۵)$$

ص۲۲

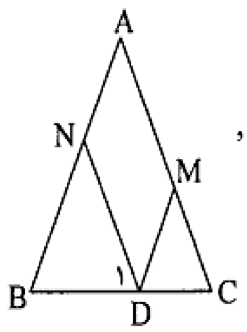
خرداد ۹۴

<table>
<tr>
<td>۶</td>
<td>


برهان : فرض کنیم AD نیمساز داخلی زاویه A باشد ضلع های BA و BC را امتداد می دهیم و از راس C خطی به موازات نیمساز زاویه ی A (یعنی AD) رسم می کنیم تا امتداد BA را در E قطع کند.(۰/۲۵) چون AD موازی CE است ، اگر AC را به عنوان خط مورب در نظر بگیریم آنگاه : (۱) $\hat{A}_1 = \hat{C}_1$ (۰/۲۵)، و اگر BE را به عنوان خط مورب آنها در نظر بگیریم آنگاه : (۲) $\hat{A}_2 = \hat{E}_1$ (۰/۲۵)، از طرفی طبق فرض مسأله ، AD نیمساز است در نتیجه : (۳) $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ ،حال از رابطه های (۱)،(۲) و (۳) می تـوان نتیجـه گرفت : $\hat{C}_1 = \hat{E}_1$ (۰/۲۵)، پس مثلث AEC متساوی الساقین اسـت و (۴) AE = AC (۰/۲۵)، در مثلث BEC ، AD موازی EC است ، پس طبق قضیه ی تالس داریم : (۵) $\frac{AB}{AE} = \frac{BD}{DC}$ (۰/۲۵)، با توجه به رابطه ی (۴) اگر در رابطه ی (۵) به جای AE مساوی آن AC را جایگزین کنیم ، خواهیم داشت : $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ (۰/۲۵) که حکم ثابت می شود .
</td>
<td>شهریور ۹۰</td>
</tr>
<tr>
<td>۷</td>
<td>
$\overset{\triangle}{AOB} : OA + OB > AB$ (۰/۲۵)
$\overset{\triangle}{AOC} : OA + OC > AC$ (۰/۲۵)
$\overset{\triangle}{BOC} : OB + OC > BC$ (۰/۲۵)



از جمع سه تا مساوی بالا داریم:

$2(OA + OB + OC) > AB + AC + BC \rightarrow OA + OB + OC > \frac{AB+AC+BC}{2}$ (۰/۲۵)
(۰/۲۵)
</td>
<td>شهریور ۹۴</td>
</tr>
<tr>
<td>۸</td>
<td>


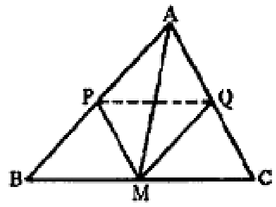
$ND \parallel AC$, BC مورب $\Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C}$ (۰/۲۵)
$, \hat{B} = \hat{C}$ (طبق فرض) $\Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{B} \Rightarrow \overset{\triangle}{BND}$ (متساوی الساقین) $\Rightarrow BN = DN$ (۰/۲۵)
$ANDM$ (متوازی الاضلاع) $\Rightarrow AN = DM$ (۰/۲۵)
$\Rightarrow DN + DM = AN + BN \Rightarrow DN + DM = AB$ (۰/۲۵)
</td>
<td>خرداد ۹۲</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>۹</td>
<td>

$\overset{\Delta}{AMC} \xrightarrow[\text{نیمساز}]{MQ} \frac{MA}{MC}=\frac{AQ}{QC}$ (۰/۲۵)

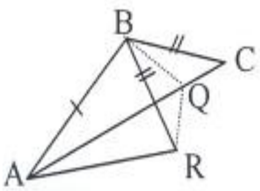
$\xrightarrow{MC=MB} \frac{AQ}{QC}=\frac{AP}{PB}$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} PQ \parallel BC$ (۰/۲۵)

$\overset{\Delta}{AMB} \xrightarrow[\text{نیمساز}]{MP} \frac{MA}{MB}=\frac{AP}{PB}$ (۰/۲۵)



</td>
<td>دی ۹۲</td>
</tr>
<tr>
<td>۱۰</td>
<td>

برهان: چون $A\hat{B}C > D\hat{E}F$ ، ازرأس B پاره خط BR را طوری رسم می کنیم که $A\hat{B}R = D\hat{E}F$ و $BR = EF$ باشد.(۰/۲۵) اگر AR را رسم کنیم، چون $\overset{\Delta}{ABR} \cong \overset{\Delta}{DEF}$ (ض زض) بنابر این $AR = DF$ (۰/۲۵). از طرفی $BC = EF$ پس $BC = BR$ (۰/۲۵) حال نیمساززاویه $R\hat{B}C$ را رسم می کنیم تاضلع AC را در نقطه Q قطع کند. (۰/۲۵)بارسم QR چون $\overset{\Delta}{BQR} \cong \overset{\Delta}{BQC}$ (ض زض) پس $QR = QC$ (۰/۲۵).حال می توان نوشت:

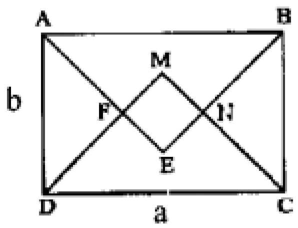


$\overset{\Delta}{AQR} \longrightarrow AQ+QR > AR$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{QR=QC} AQ+QC > DF$

$\rightarrow AC > DF$ (۰/۲۵)

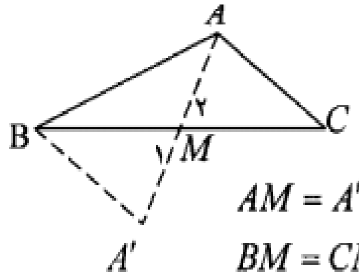
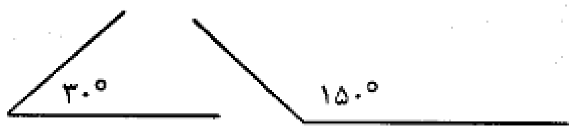
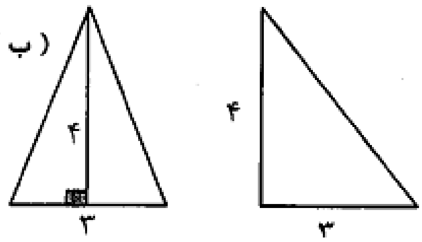
</td>
<td>دی ۹۱</td>
</tr>
<tr>
<td>۱۱</td>
<td>

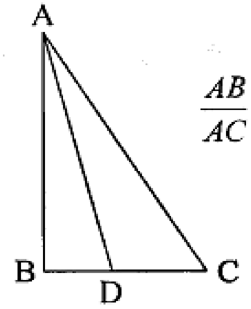
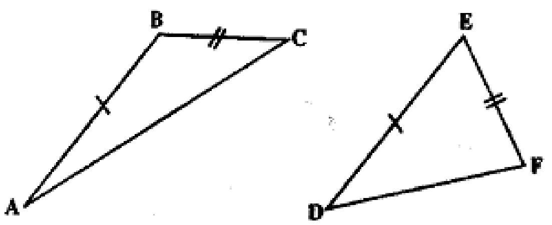
مثلث های DMC و AFD قائم الزاویه ی متساوی الساقین هستند.داریم :

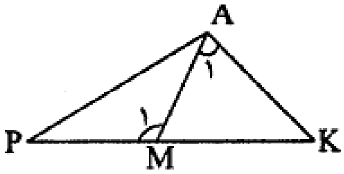
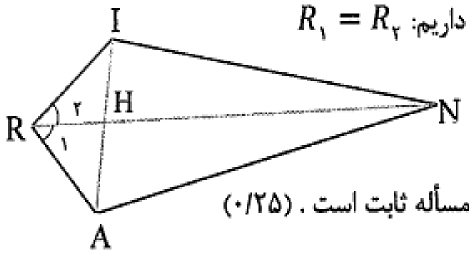


$$\left.\begin{array}{l} DF^2 = \frac{b^2}{2} \Rightarrow DF = \frac{b}{\sqrt{2}} \quad \text{(۰/۲۵)} \\ DM^2=\frac{a^2}{2} \Rightarrow DM=\frac{a}{\sqrt{2}} \quad \text{(۰/۲۵)}\end{array}\right\} \Rightarrow FM = DM - DF = \frac{a-b}{\sqrt{2}} \quad \text{(۰/۲۵)}$$

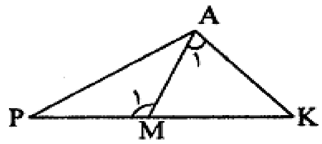
</td>
<td>دی ۹۰</td>
</tr>
</table>

۱۲	میانه ی AM را از طرف M به اندازه ی AM امتداد می دهیم تا نقطه ی A' به دست آید و از A' به B وصل می کنیم (۰/۲۵)  $\left.\begin{array}{l} AM = A'M \\ BM = CM \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} \overset{\Delta}{AMC} \cong \overset{\Delta}{A'MB} \Rightarrow AC = BA' \quad (1) \quad (\text{۰/۲۵})$ $\overset{\Delta}{ABA'} : \underset{(\text{۰/۲۵})}{AA' < AB + BA'} \xrightarrow{(1)} \underset{(\text{۰/۲۵})}{2AM < AB + AC} \Rightarrow AM < \frac{AB+AC}{2}$	دی ۹۰
	مثال نقض	
۱	(الف) (۰/۲۵)  (ب) (۰/۲۵)  	دی ۹۳
۲	الف) درست (۰/۲۵)	خرداد ۹۲
۳	الف) نادرست (۰/۲۵) ب)درست (۰/۲۵)	شهریور ۹۲
۴	الف) درست (۰/۲۵)	شهریور ۹۰
	قضیه های شرطی	
۱	الف) درست (۰/۲۵)	خرداد ۹۰

	عکس قضیه	
۱	AD نیمساز زاویه A است بنا براین :  $\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{۱۲}{۱۶}=\frac{BD}{۷-BD}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow BD=۳$ (۰/۲۵) $DC=۷-۳=۴$ (۰/۲۵)	خرداد ۹۳
۲	با توجه به قضیه ی وجود مثلث $۶x+(x+۷)+۴(x-۱)=۳۶ \Rightarrow x=۳$ (۰/۲۵) $\left.\begin{array}{l}۶x=۱۸\\ x+۷=۱۰\\ ۴(x-۱)=۸\end{array}\right\} \longrightarrow \left\{\begin{array}{ll}۱۰+۸>۱۸ & (\text{غ})\\ ۱۸+۸>۱۰ & (\text{ص})\\ ۱۸+۱۰>۸ & (\text{ص})\end{array}\right.$ (۰/۲۵) بنابراین این سه پاره خط نمی توانند اضلاع یک مثلث باشند.(۰/۲۵)	دی ۹۲
	اثبات غیر مستقیم یا برهان خلف	
۱	فرض: $A>B$ حکم: $BC>AC$ **برهان خلف : فرض می کنیم حکم برقرار نباشد . بنا بر این $BC\le AC$ (۰/۲۵) حال اگر :** الف) $BC=AC$ در این حالت مثلث متساوی الساقین است . پس $\hat{A}=\hat{B}$ که این خلاف فرض است . (۰/۲۵) ب) $BC<AC$ در این حالت با توجه به قضیه ثابت شده $\hat{A}<\hat{B}$ که این نیز خلاف فرض است. (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل است و حکم درست می باشد. (۰/۲۵)	خرداد۹۳
۲	فرض کنیم $AB=ED, BC=EF, AC>DF$ می خواهیم ثابت کنیم $B>E$.برهان خلف : فرض می کنیم حکم درست نباشد یعنی $\hat{B}\le\hat{E}$ (۰/۲۵)  ۱) اگر $\hat{B}=\hat{E}$ با توجه به فرض دو مثلث همنهشت می شوند. پس $AC=DF$ (۰/۲۵) ۲) اگر $\hat{B}<\hat{E}$ با توجه به فرض و قضیه لولا نتیجه می شود $AC<DF$ (۰/۲۵) درهردو حالت نتایج به دست آمده با فرض مسئله تناقض دارد.پس فرض خلف باطل است و حکم برقرار است .(۰/۲۵)	دی ۹۳

خرداد ۹۱	 با توجه به قضیه ی لولا (۰/۲۵) $\overset{\Delta}{AMP}, \overset{\Delta}{AMK} : \begin{cases} PM = AK \\ AM = AM \\ \hat{M}_۱ > \hat{A}_۱ \ (\text{زاویه ی خارجی}) \end{cases} \xrightarrow{(۰/۷۵)} AP > MK$	۳
دی ۹۱	فرض کنیم $BC = B'C'$ (فرض خلف) (۰/۲۵) $\begin{cases} BC = B'C' \\ AC = A'C' \ (۰/۲۵) \Rightarrow (\text{ض ض ض}) \ \overset{\Delta}{ABC} \cong \overset{\Delta}{A'B'C'} \Rightarrow \hat{A} = \hat{A}' \ (۰/۲۵) \\ AB = A'B' \end{cases}$ طبق فرض $\hat{A} \neq \hat{A}'$ پس به تناقض رسیدیم یعنی فرض خلف باطل وحکم درست است پس $(۰/۲۵) BC \neq B'C'$	۴
خرداد ۹۳	فرض: $A > B$ حکم: $BC > AC$ **برهان خلف : فرض می کنیم حکم برقرار نباشد . بنا بر این $BC \leq AC$ (۰/۲۵) حال اگر :** **الف) $BC = AC$ در این حالت مثلث متساوی الساقین است . پس $\hat{A} = \hat{B}$ که این خلاف فرض است . (۰/۲۵)** **ب) $BC < AC$ در این حالت با توجه به قضیه ثابت شده $\hat{A} < \hat{B}$ که این نیز خلاف فرض است. (۰/۲۵)** **پس فرض خلف باطل است و حکم درست می باشد. (۰/۲۵)**	۵
شهریور ۹۰	برهان خلف : فرض کنیم RN نیمساز زاویه ی ARI باشد . (۰/۲۵) بنابراین داریم: $R_۱ = R_۲$ در نتیجه: $\overset{\Delta}{RAN} \cong \overset{\Delta}{RIN}$ (ض ز ض) (۰/۲۵)، پس IN=AN که این با فرض مسأله تناقض دارد (۰/۲۵)، بنابراین فرض خلف باطل و حکم مسأله ثابت است . (۰/۲۵) 	۶

۷



با توجه به قضیه ی لولا (۰/۲۵)

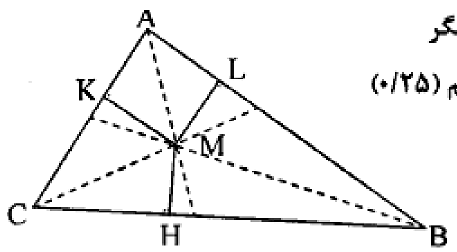
$$\overset{\Delta}{AMP}, \overset{\Delta}{AMK} : \left.\begin{array}{l} PM = AK \\ AM = AM \\ \text{(زاویه ی خارجی)}\ \hat{M}_1 > \hat{A}_1 \end{array}\right\} \xrightarrow{(۰/۷۵)} AP > MK$$

خرداد ۹۱

مکان هندسی

۱

در مثلث ABC نیمسازهای زاویه های B و C رارسم می کنیم تا یکدیگر را در M قطع کنند. از M برضلع های AB، AC و BC عمودمی کنیم (۰/۲۵) تا به ترتیب آنها را در نقاط L، K و H قطع نمایند.



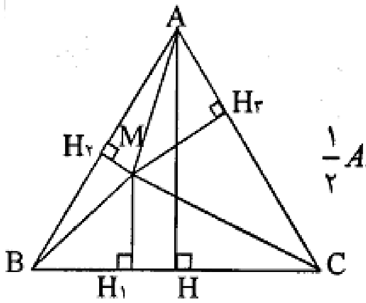
$$\left.\begin{array}{l} M \text{ روی نیمساز زاویه ی B است} \longrightarrow MH = ML \\ M \text{ روی نیمساز زاویه ی C است} \longrightarrow MH = MK \end{array}\right\} (۰/۲۵) \Rightarrow ML = MK \quad (۰/۲۵)$$

بنا براین نقطه ی M روی نیمساز $\hat{A}$ نیز قرار دارد. (۰/۲۵)یعنی M نقطه ی همرسی هر سه نیمساز است.

شهریور ۹۱

۲

فرض کنیم M نقطه ای دلخواه درون مثلث متساوی الاضلاع ABC باشد از M به راس های A ، B و C وصل می کنیم .
اگر AH ارتفاع مثلث ABC و MH_1 ، MH_2 و MH_3 فاصله های نقطه ی M از سه ضلع مثلث باشد.(۰/۵)
بنابراین :



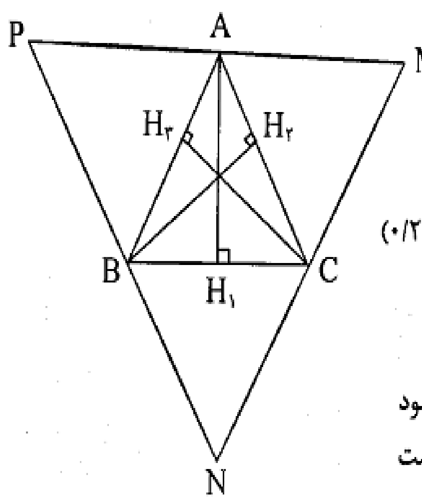
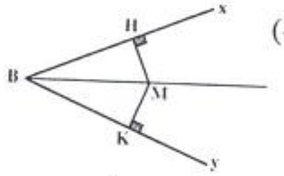
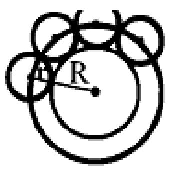
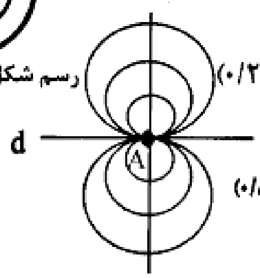
$$S_{ABC} = S_{BMC} + S_{AMB} + S_{AMC} \quad (۰/۲۵)$$

$$\frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} MH_1 \times BC + \frac{1}{2} MH_2 \times AB + \frac{1}{2} MH_3 \times AC \quad (۰/۲۵)$$

چون که $AB = AC = BC$ پس $AH = MH_1 + MH_2 + MH_3$ (۰/۲۵)

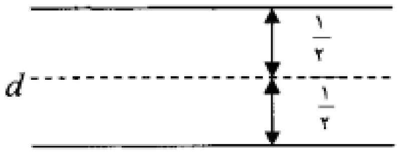
بنابراین مجموع فواصل نقطه ی M از اضلاع ، مقدار ثابت AH می باشد.

دی ۹۳

۳	از رأس های A , B و C به ترتیب خطهایی موازی ضلعهای BC , AC و AB از مثلث ABC رسم می کنیم تا مثلث MNP حاصل شود . چهار ضلعی AMCB متوازی الاضلاع است . در نتیجه AM=BC (۱) (۰/۲۵) واز طرف دیگر چهار ضلعی ACBP نیز متوازی الاضلاع است در نتیجه AP=BC (۲) از رابطه های (۱)و(۲) نتیجه میشود PA=AM(۰/۲۵) یعنی AH_1 ازوسط PM میگذرد واز طرف دیگر چون $AH_1 \perp BC$ و BC || PM پس $AH_1 \perp PM$ (۰/۲۵)، درنتیجه AH_1 عمود منصف ضلع PM می با شد.(۰/۲۵)با همین روش ثابت میشود BH_2 عمود منصف ضلع PN وCH_3 عمود منصف ضلع MN از مثلث MNP است ومی دانیم که سه عمود منصف اضلاع هر مثلث همرسند.(۰/۲۵) در نتیجه ارتفاع های AH_1 وBH_2 وCH_3 همرسند . ص۳۷  رسم شکل (۰/۲۵)	خرداد ۹۴
۴	مرحله اول :نقطه M را روی نیمساز زاویه $X\hat{B}Y$ در نظر می گیریم از M خطهایی بر ضلع های BX و BY عمود می کنیم تا آنها را به ترتیب در H و K قطع کنند دو مثلث قائم الزاویه ی $\overset{\Delta}{BMH}$ و $\overset{\Delta}{BMK}$ به حالت تساوی وتر و یک زاویه ی تند همنهشت هستند، پس $MH = MK$ (۰/۵) مرحله دوم : اگر نقطه ی M از دو ضلع BX و BY به فاصله ی یکسان باشد.چون دو مثلث قائم الزاویه ی $\overset{\Delta}{BMH}$ و $\overset{\Delta}{BMK}$ به حالت تساوی وتر و یک ضلع قائمه همنهشت هستند . پس $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ (۰/۵) یعنی خطی که از B و M می گذرد نیمساز زاویه $X\hat{B}Y$ است .  رسم شکل(۰/۲۵)	دی ۹۱
۵	الف)باتوجه به شکل مکان هندسی مورد نظر دایره ای به مرکز O وبه شعاع R+r است. (۰/۲۵)  رسم شکل (الف)(۰/۵) ب) باتوجه به شکل مکان هندسی مورد نظرخط عمود بر d درنقطه ی A است.(۰/۲۵)  رسم شکل (ب)(۰/۵)	شهریور ۹۱

۶ — دی ۹۰

مکان هندسی، مجموعه ی همه ی نقطه های صفحه یا فضا است که دارای ویژگی مشترکی هستند. یعنی هر نقطه در این مجموعه دارای این ویژگی است و هر نقطه که آن ویژگی رادارد عضواین مجموعه می باشد.(۰/۵)



مکان هندسی مطلوب دو خط راست به موازات خط d وبه فاصله $\frac{۱}{۲}$ از آن می باشد. (۰/۲۵)

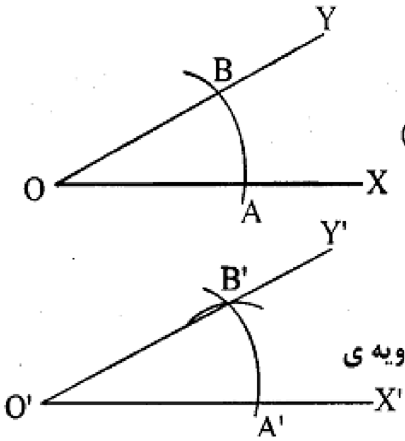
(رسم شکل (۰/۵))

ترسیم با کمک خط کش وپرگار

---

۱ — خرداد ۹۳

زاویه XOY داده شده است . به مرکز O وشعاع دلخواه کمانی می زنیم تا OX و OY رادر نقاط A و B قطع کند.نیم خط O'X' را رسم وبه همان شعاع وبه مرکز O' کمان دوم را می زنیم تا O'X' را در A' قطع کند (۰/۲۵) سپس به مرکز A' وشعاعی به طول AB کمان دیگری می زنیم تا کمان دوم را در نقطه ی B' قطع کند O' را به B' وصل کرده امتداد میدهیم تا نیم خط O'Y' حاصل شود. زاویه ی X'O'Y' جواب مسآله است(۰/۲۵) زیرا دو مثلث OAB و O'A'B' بنا به تساوی سه ضلع همنهشتند پس دو زاویه ی فوق برابرند. (۰/۲۵)

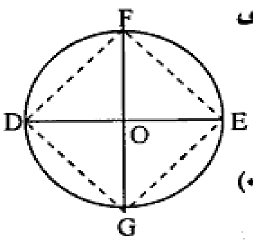


رسم شکل (۰/۲۵)

---

۲ — شهریور ۹۳

ابتدا پاره خط DE و عمود منصف آن را رسم می کنیم (۰/۲۵) از نقطه O وسط DE کمانی به مرکز O و به شعاع R=OD می زنیم(۰/۲۵) این کمان عمود منصف را در دو نقطه ی F و G قطع می کند . چهار ضلعی DFEG مربع است.(۰/۲۵)



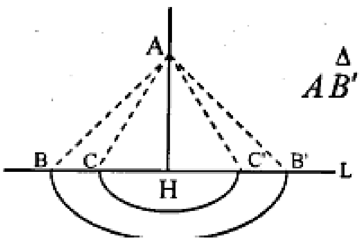
رسم شکل (۰/۲۵)

---

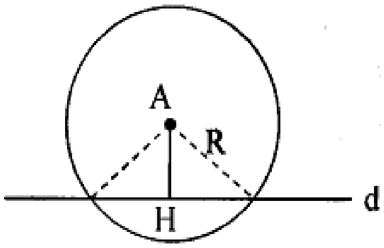
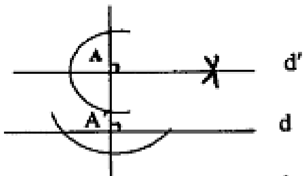
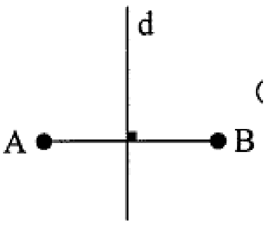
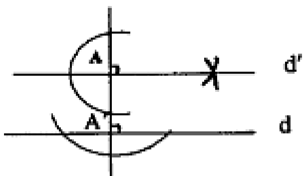
۳ — دی ۹۳

روش رسم : خط L را رسم می کنیم. روی نقطه دلخواه H از خط L عمود $AH = h_a$ را رسم می کنیم (۰/۲۵) به مرکز A و به شعاع AB=c دایره ای رسم می کنیم تا خط L را در نقاط B و B' قطع کند . (۰/۲۵) سپس به مرکز A و به شعاع AC=b دایره دیگری رسم می کنیم تا خط L را در نقاط C و C' قطع کند . (۰/۲۵) مثلث ABC مثلث مطلوب است .

تذکر : (در صورتی که یکی از مثلث های $\overset{\Delta}{ABC}$ ، $\overset{\Delta}{AB'C}$ ، $\overset{\Delta}{ABC'}$ یا $\overset{\Delta}{AB'C'}$ به عنوان جواب بیان شود. کافیست)



رسم شکل (۰/۲۵)

۴	دایره ای به شعاع R وبه مرکز A را رسم می کنیم (۰/۲۵).محل برخورداین دایره با خط d جواب مسأله است. (۰/۲۵) فرض می کنیم عمود AH فاصلهٔ نقطهٔ A از خط d باشد . $AH > R$ مسأله جواب ندارد (۰/۲۵) $AH = R$ مسأله یک جواب دارد.(۰/۲۵) $AH < R$ مسأله دو جواب دارد.(۰/۲۵) ص ۴۲  	شهریور ۹۴
۵	مساله راحل شده فرض می کنیم . می دانیم که دو خط عمود بر یک خط با هم موازیند . ابتدا از نقطه ی A بر خط d عمودی رسم می کنیم(۰/۲۵) تا آن را در نقطه ی A' قطع کند. سپس از نقطه ی A خطی عمود بر AA' رسم می کنیم(۰/۲۵) و آن را d' می نامیم . خط d' همان خط مطلوب است.  شکل (۰/۲۵)	خرداد ۹۲
۶	ابتدا دو نقطه یA و B را به هم وصل کرده ، سپس عمود منصف آن را رسم می کنیم . (۰/۲۵) محل تقاطع پاره خط AB با خط d جواب مسا له است. ۱- اگر عمود منصف پاره خط AB بر خط d منطبق شود مسأله بیشمار جواب دارد . (۰/۲۵) ۲-گر عمود منصف پاره خط AB با خط d متقاطع باشد ، محل تقاطع آنها جواب مسأله است و مسأله یک جواب دارد . (۰/۲۵) ۳-اگر عمود منصف پاره خط AB با خط d موازی و غیر منطبق بر d باشد ، مسأله جواب ندارد . (۰/۲۵)  	شهریور ۹۰
۷	مساله راحل شده فرض می کنیم . می دانیم که دو خط عمود بر یک خط با هم موازیند . ابتدا از نقطه ی A بر خط d عمودی رسم می کنیم(۰/۲۵) تا آن را در نقطه ی A' قطع کند. سپس از نقطه ی A خطی عمود بر AA' رسم می کنیم(۰/۲۵) و آن را d' می نامیم . خط d' همان خط مطلوب است.  شکل (۰/۲۵)	دی ۹۰

تهیه کننده: احمدعچرش کلاس سوم ریاضی دبیرستان امام حسین(ع) باوی