

شهریور ۹۳		الف) $B \neq A$ (۰/۲۵)	۵
خرداد ۹۴		الف) $A = \emptyset$ (۰/۲۵)	۶
شهریور ۹۴		الف) $A = \emptyset$ (۰/۲۵)	۷
		مجموعه‌ی مرجع و متمم یک مجموعه	
		مجموعه‌های مساوی	
		مجموعه‌های توانی	
دی ۹۰		$A = \{۰, ۳, ۸\}$ (۰/۵) $P(A) = \{ \{ \cdot \}, \{۳\}, \{۸\}, \{۰, ۳\}, \{۰, ۸\}, \{۳, ۸\}, \emptyset, \{۰, ۳, ۸\} \}$ (۰/۷۵)	۱
شهریور ۹۳		$A_1 = \{ m \in \mathbb{N} \mid ۰ < m < ۲ \}$ (۰/۲۵) = $\{۱\}$ (۰/۲۵) $P(A_1) = \{ \emptyset, \{۱\} \}$ (۰/۵)	۲
		اعمال روی مجموعه‌ها	
شهریور ۹۰		ب) درست	۱

خرداد ۹۳	<p>(الف) $A = \{0\}$ (۰/۲۵) , $B = \left\{0, -\frac{1}{2}\right\}$ (۰/۲۵)</p> <p>(ب) $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = \left\{0, -\frac{1}{2}\right\} - \{0\} = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ (۰/۲۵) (۰/۵)</p>	۲
دی ۹۳	<p>(الف) $A \cap B = \{\emptyset\}$ (۰/۲۵)</p> <p>(ب) $P(A) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{2\}, A\}$ (سه مورد صحیح ۵/، نمره ویک یاد مورد صحیح ۲۵/، نمره)</p>	۳
شهریور ۹۴	<p>(الف) $A - B = \{2\}$ (۰/۲۵) ص ۵۶</p> <p>(ب) $P(A) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{2\}, A\}$ (۰/۵) (هر دو عضو مجموعه (۰/۲۵))</p>	۴
جبر مجموعه ها (اجتماع ، اشتراک ، تفاضل و تفاضل متقارن)		
خرداد ۸۵	<p>(الف) $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup C') \cap (A \cup B') = [(A \cup B) \cup (C \cap C')] \cap (A \cup B')$ (۰/۲۵) $= [(A \cup B) \cup \emptyset] \cap (A \cup B')$ (۰/۲۵) $= (A \cup B) \cap (A \cup B')$ (۰/۲۵) $= A \cup (B \cap B')$ (۰/۲۵) $= A \cup \emptyset = A$ (۰/۲۵)</p> <p>راه اول :</p> <p>(ب) $A \subset B \Rightarrow A \cap B = A \Rightarrow (A \cap B)' = A' \Rightarrow A' \cup B' = A' \Rightarrow B' \subset A'$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>راه دوم :</p> <p>$A \subset B \Rightarrow A \cup B = B \Rightarrow (A \cup B)' = B' \Rightarrow A' \cap B' = B' \Rightarrow B' \subset A'$ (۰/۲۵)</p>	۱
شهریور ۸۵	<p>اول طرف $= (A \cup B) - B$</p> <p>$(A \cup B) \cap B' =$ (۰/۲۵)</p> <p>$(A \cap B') \cup (B \cap B') =$ (۰/۵)</p> <p>$(A \cap B') \cup \emptyset =$ (۰/۲۵)</p> <p>$A \cap B' =$ (۰/۲۵)</p> <p>دوم طرف $= A - B$</p>	۲

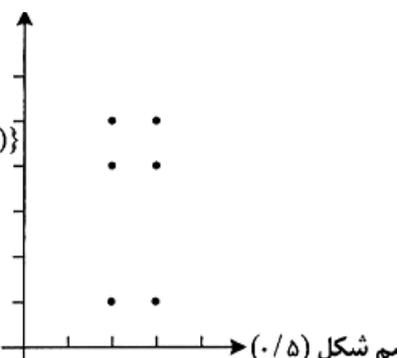
دی ۸۵	$\begin{aligned} \text{طرف اول} &= (A \cap B) - (B \cap C) = \\ &= (A \cap B) \cap (B \cap C)' \quad (./25) = \\ &= (A \cap B) \cap (B' \cup C') \quad (./25) = \\ &= [(A \cap B) \cap B'] \cup [(A \cap B) \cap C'] \quad (./25) = \\ &= [A \cap (B \cap B')] \cup [(A \cap B) \cap C'] \quad (./25) = \\ &= \phi \cup [(A \cap B) \cap C'] = (A \cap B) \cap C' = (A - B') - C \quad (./25) = \text{طرف دوم} \end{aligned}$	۳
خرداد ۸۶	$\begin{aligned} \text{طرف اول} &= A \cap (B \cap C \cap D)' = [A \cap (B' \cup C' \cup D')] = (./5) \\ &= (A \cap B') \cup (A \cap C') \cup (A \cap D') = (A - B) \cup (A - C) \cup (A - D) \quad (./5) \end{aligned}$	۴
شهریور ۸۶	$\begin{aligned} \text{طرف راست} &= (A \cup B) \cap (C - A)' \quad (./25) = (A \cup B) \cap (C \cap A)' \quad (./25) = (A \cup B) \cap (C' \cup A) \quad (./25) \\ &= A \cup (B \cap C') = A \cup (B - C) \quad (./25) \text{ طرف چپ} \end{aligned}$	۵
دی ۸۶	$\begin{aligned} (A - B') \cup B &= (A \cap B) \cup B = B \quad (./25) \\ A \cap B &\subset B \quad (./25) \text{ می دانیم} \end{aligned}$	۶
خرداد ۸۷	$\begin{aligned} (A \cap B) - (A \cap C) &= (A \cap B) \cap (A \cap C)' = (A \cap B) \cap (A' \cup C') = \\ &= B \cap [(A \cap A') \cup (A \cap C')] = B \cap [\phi \cup (A \cap C')] = B \cap (A \cap C') = \\ &= A \cap (B \cap C') = A \cap (B - C) \quad (./25) \end{aligned}$	۷
شهریور ۸۷	$\begin{aligned} (A - C) - (B - C) &= (A \cap C') \cap (B \cap C)' \quad (./25) = (A \cap C') \cap (B' \cup C) = (./25) \\ &= A \cap (C' \cap (B' \cup C)) \quad (./25) = A \cap \left((C' \cap B') \cup (C' \cap C) \right) = A \cap (C' \cap B') \quad (./25) \\ &= A \cap (B' \cap C') = (A \cap B') \cap C' = (A - B) - C \quad (./25) \end{aligned}$	۸

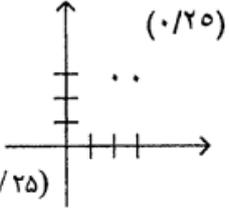
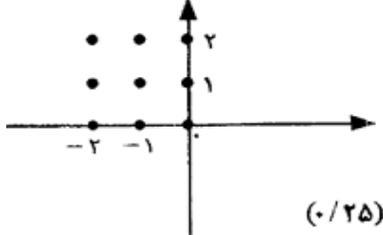
دی ۸۷	$A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)' = A \cap (B' \cap C') = (A \cap C') \cap B' = (A - C) - B$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۹
خرداد ۸۸	$[A \cap (A \cap B)'] \cup [B \cap (A' \cup B')] = [A \cap (A' \cup B)] \cup [(B \cap A') \cup (B \cap B')] =$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> $[(A \cap A') \cup (A \cap B)] \cup (B \cap A') = (A \cap B) \cup (B \cap A') = B \cap (A \cup A') = B \cap U = B$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱۰
شهریور ۸۸	<p>الف) $(B - A) \cup (A \cap B) = (B \cap A') \cup (A \cap B) = B \cap (A \cup A') = B \cap U = B$</p> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>ب) $(A \cap B \cap C)' = ((A \cap B) \cap C)' = (A \cap B)' \cup C' = A' \cup B' \cup C'$</p> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱۱
دی ۸۸	<p>الف) $B \subseteq A \Rightarrow B \cap B \subseteq A \cap A' \Rightarrow B \subseteq \phi$ (۱) (۰/۲۵)</p> <p>$B \subseteq A' \Rightarrow \phi \subseteq B$ (۲) $\Rightarrow B = \phi$</p> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> <p>ب) $(A \cup B) - (B \cup C) = (A - B) - C$</p> <p>$(A \cup B) \cap (B \cup C)' = (A \cup B) \cap [B' \cap C'] =$</p> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>$[(A \cup B) \cap B'] \cap C' = \left[(A \cap B') \cup \underbrace{(B \cap B')}_{\phi} \right] \cap C' =$</p> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> <p>$(A - B) - C$</p>	۱۲
خرداد ۸۹	<p>الف) $(A - A') \cup (A' - A) = (A \cap A) \cup (A' \cap A') = A \cup A' = U$ (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>ب) $(A \cup B) \subset B$, $B \subset (A \cup B)$ باید ثابت کنیم، هر دو طرف زیر مجموعه‌ی یکدیگرند.</p> <p style="text-align: center;">(۱) (۲) رابطه (۲) بدیهی است (۰/۲۵)</p> <p>$x \in A \cup B \Rightarrow x \in A \vee x \in B$</p> <p style="text-align: center;">↓</p> <p>$A \subseteq B \Rightarrow x \in B$ (۰/۵) اثبات رابطه (۱)</p>	۱۳

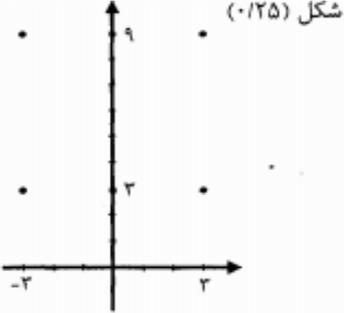
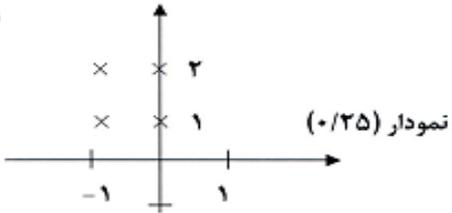
شهریور ۸۹	<p>الف)</p> $[A \cap (A' \cup B)] \cup [B \cap (A' \cup B')] = [(A \cap A') \cup (A \cap B)] \cup [(B \cap A') \cup (B \cap B')] =$ $[\phi \cup (A \cap B)] \cup [(B \cap A') \cup \phi] = (A \cap B) \cup (B \cap A') = B \cap (A \cup A') = B \cap U = B$ <p>ب)</p> $(A')' = \{x \mid x \in U, x \notin A'\} = \{x \mid x \in U, x \in A\} = A$	۱۴
دی ۸۹	$(A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B) = (A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A)$ $= (A \cap B') \cup (A \cap B) \cup (B - A) = \underbrace{A \cap (B' \cup B)}_{A \cap U} \cup (B - A) = A \cup (B \cap A')$ $= (A \cup B) \cap (A \cup A') = A \cup B$	۱۵
خرداد ۹۰	$A - (A - B) = A \cap (A \cap B')' = A \cap (A' \cup B) = (A \cap A') \cup (A \cap B) = \phi \cup (A \cap B) = A \cap B$	۱۶
شهریور ۹۰	$B - (B - A) = B - (B \cap A') = B \cap (B \cap A')' = B \cap (B' \cup A) = (B \cap B') \cup (B \cap A) = \phi \cup (B \cap A) = A$ <p style="text-align: right;">طبق فرض $A \subseteq B$</p>	۱۷
دی ۹۰	$(A - B) \cup (A \cap C) = (A \cap B') \cup (A \cap C) = A \cap (B' \cup C) =$ $A \cap (B \cap C')' = A - (B \cap C) = A - (B - C)$	۱۸
خرداد ۹۱	<p>الف)</p> $(C \cap A \cap B) \cup (A - C) \cup (A - B) = (C \cap A \cap B) \cup (A \cap C') \cup (A \cap B') =$ $A \cap [(C \cap B) \cup (C' \cup B')] = A \cap [(C \cap B) \cup (C \cap B)'] = A \cap U = A$ <p>ب)</p> $A \subseteq B \Rightarrow (A \cup B) = B \Rightarrow (A \cup B)' = B' \Rightarrow$ $A' \cap B' = B' \Rightarrow B' \subseteq A'$	۱۹

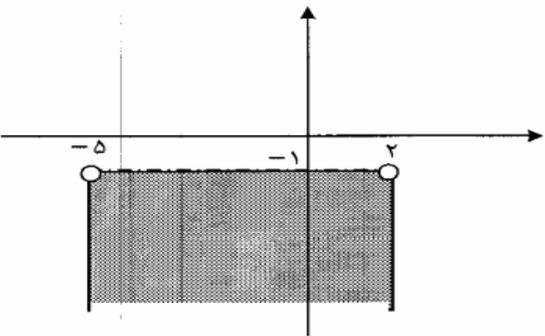
شهریور ۹۱	$(A \cup B) - (B \cup C) = (A \cup B) \cap (B \cup C)' = (A \cup B) \cap (B' \cap C') = [(A \cup B) \cap B'] \cap C' =$ $[(A \cap B') \cup \phi] \cap C' = (A \cap B') \cap C' = (A - B) - C$	۲۰
دی ۹۱	$(A - B) \cap (B - A) = (A \cap B') \cap (B \cap A') = (A \cap A') \cap (B \cap B') = \Phi$	۲۱
خرداد ۹۲	$[(A - B) \cup (B - A)] \cup (A \cap B) = [(A \cap B') \cup (B \cap A')] \cup (A \cap B) =$ $(A \cap B') \cup [(B \cap (A \cup A'))] = (A \cap B') \cup B = (A \cup B) \cap (B \cup B') = (A \cup B)$	۲۲
شهریور ۹۲	$A - (A \cap B) = A \cap (A \cap B)' = A \cap (A' \cup B') = (A \cap A') \cup (A \cap B') =$ $\Phi \cup (A \cap B') = (A \cap B') = (A - B)$	۲۳
دی ۹۲	$(A \cup B) - A = (A \cup B) \cap A' = (A \cap A') \cup (B \cap A') = \Phi \cup (B - A) = B - A$	۲۴
خرداد ۹۳	$\left. \begin{array}{l} (A \cap B) \subseteq A \\ B \subseteq (A \cup B) \Rightarrow B \subseteq (A \cap B) \end{array} \right\} \Rightarrow B \subseteq A$ <p style="text-align: right;">به همین ترتیب ثابت میشود:</p> <p style="text-align: right;">بنابراین:</p> $A \subseteq B$ $A = B$	۲۵

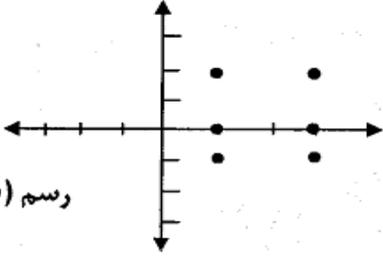
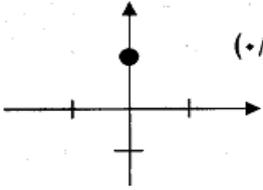
شهریور ۹۳	$(A-B) \cup B = (A \cap B') \cup B \quad (./\text{۲۵}) = (A \cup B) \cap (B' \cup B) \quad (./\text{۲۵}) = (A \cup B) \cap M \quad (./\text{۲۵}) =$ $A \cup B \quad (./\text{۲۵}) = A$ <p>چون $B \subseteq A$ در نتیجه $A \cup B = A$ است. (./۲۵) ص ۵۷</p>	۲۶
دی ۹۳	$A - (A \cap B) = A \cap (A \cap B)' \quad (./\text{۲۵}) = A \cap (A' \cup B') \quad (./\text{۲۵}) = (A \cap A') \cup (A \cap B') \quad (./\text{۲۵})$ $= \emptyset \cup (A - B) = A - B \quad (./\text{۲۵})$	۲۷
خرداد ۹۴	$(A - B) \cup (A \cup B)' = (A \cap B') \cup (A' \cap B') \quad (./۱۵) = (A \cup A') \cap B' \quad (./\text{۲۵}) =$ $U \cap B' \quad (./\text{۲۵}) = B' \quad (./\text{۲۵})$	۲۸
شهریور ۹۴	$A - (B \cap C) = A \cap (B \cap C)' \quad (./\text{۲۵}) = A \cap (B' \cup C') \quad (./\text{۲۵})$ $= (A \cap B') \cup (A \cap C') \quad (./\text{۲۵}) = (A - B) \cup (A - C) \quad (./\text{۲۵})$	۲۹
	زوج مرتب	
شهریور ۸۶	$\begin{cases} x - y = ۳ \\ x^۲ - y^۲ = ۱۵ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = ۳ \\ x + y = ۵ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۴ \\ y = ۱ \end{cases} \quad (./\text{۲۵})$ <p>(./۲۵) (./۵)</p>	۱
دی ۸۶	$(x^۲ - y^۲, ۸) = (۱۶, x + y) \rightarrow \begin{cases} x^۲ - y^۲ = ۱۶ \\ x + y = ۸ \end{cases} \quad (./\text{۲۵}) \quad \begin{cases} (x - y)(x + y) = ۱۶ \\ x + y = ۸ \end{cases}$ $\begin{cases} x - y = ۲ \\ x + y = ۸ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = ۵ \\ y = ۳ \end{cases} \quad (./\text{۲۵}) \quad (./\text{۲۵})$	۲

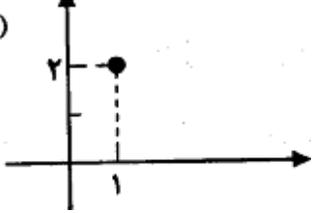
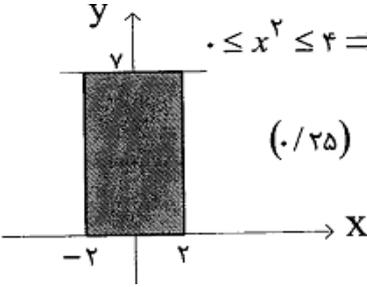
شهریور ۸۷	$\begin{cases} ۲۳x+y = ۶۴ \\ ۵۳y = ۱۲۵ \end{cases} \xrightarrow{(-/۲۵)} \begin{cases} ۲۳x+y = ۲۶ \\ ۵۳y = ۵۳ \end{cases} \xrightarrow{(-/۲۵)} \begin{cases} ۲x+y=۶ \\ ۳y=۳ \rightarrow y=1 \quad (-/۲۵) \rightarrow ۲x+1=۶ \rightarrow x=\frac{۵}{۲} \end{cases}$	۳
دی ۸۸	$\begin{cases} x^۲ - y^۲ = ۱۶ \Rightarrow (x+y)(x-y) = ۱۶ \Rightarrow ۸(x-y) = ۱۶ \Rightarrow x-y=۲ \\ x+y=۸ \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=۲ \Rightarrow x=۵ \quad (-/۲۵) \\ x+y=۸ \Rightarrow y=۳ \quad (-/۲۵) \end{cases}$	۴
شهریور ۹۲	$\begin{cases} x^۲ - y^۲ = ۱۵ \Rightarrow (x-y)(x+y) = ۱۵ \Rightarrow ۳(x+y) = ۱۵ \Rightarrow x+y = ۵ \quad (-/۵) \\ x-y=۳ \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=۵ \\ x-y=۳ \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x=۴, y=1 \\ (-/۲۵) \quad (-/۲۵) \end{matrix}$	۵
	ضرب دکارتی دو مجموعه	
خرداد ۹۲	(ب) $۲^۹$ $(۰/۲۵)$	۱
خرداد ۸۵	$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$ $A \times B = \{(۱,۱), (۱,۴), (۱,۵), (۲,۱), (۲,۴), (۲,۵), (۳,۱), (۳,۴), (۳,۵), (۴,۱), (۴,۴), (۴,۵)\} \quad (-/۲۵)$ $B^۲ = \{(x, y) \mid x \in B, y \in B\}$ $B^۲ = B \times B = \{(۱,۱), (۱,۴), (۱,۵), (۴,۱), (۴,۴), (۴,۵), (۵,۱), (۵,۴), (۵,۵)\} \quad (-/۲۵)$ $A \times B - B^۲ = \{(۲,۱), (۲,۴), (۲,۵), (۳,۱), (۳,۴), (۳,۵)\} \quad (-/۵)$ 	۲

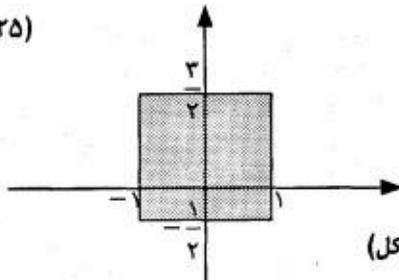
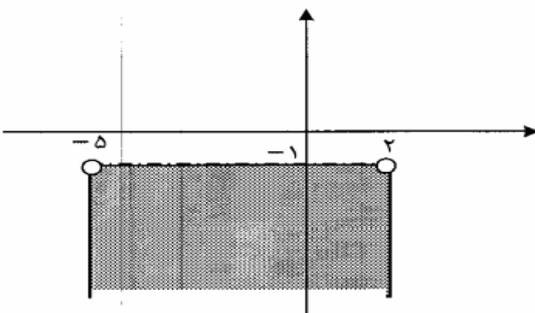
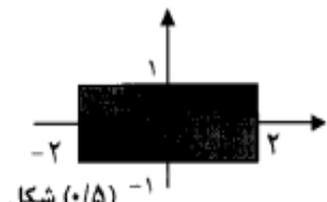
شهریور ۸۵	$A = \{۲, ۳\} \quad (۰/۲۵) \quad B = \{۱, ۲\} \quad (۰/۲۵)$ $A^۲ = \{(x, y) \mid x \in A, y \in A\} \quad A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$ $A^۲ = A \times A = \{(۲, ۲), (۲, ۳), (۳, ۲), (۳, ۳)\} \quad (۰/۲۵)$ $A \times B = \{(۲, ۱), (۲, ۲), (۳, ۱), (۳, ۲)\} \quad (۰/۲۵) \quad A^۲ - A \times B = \{(۲, ۳), (۳, ۳)\} \quad (۰/۲۵)$ 	۳
دی ۸۵	$A^۲ = \{(x, y) \mid x \in A, y \in A\}$ $A^۲ = A \times A = \{(۱, ۱), (۱, ۲), (۲, ۱), (۲, ۲)\} \quad (۰/۲۵)$ $B^۲ = B \times B = \{(۲, ۲), (۲, ۳), (۳, ۲), (۳, ۳)\} \quad (۰/۲۵)$ $A^۲ - B^۲ = \{(۱, ۱), (۱, ۲), (۲, ۱)\}$	۴
خرداد ۸۶	$A = \{۲, ۳\} \quad B = \{۱, ۲, ۳\} \quad (۰/۲۵)$ <p>الف) $A^۲ = \{(۲, ۲), (۲, ۳), (۳, ۲), (۳, ۳)\} \quad (۰/۲۵)$</p> $B^۲ = \{(۱, ۱), (۱, ۲), (۱, ۳), (۲, ۱), (۲, ۲), (۲, ۳), (۳, ۱), (۳, ۲), (۳, ۳)\} \quad (۰/۵)$ $A^۲ - B^۲ = \{(۲, ۳), (۳, ۲), (۳, ۳)\} \quad (۰/۲۵)$ <p>ب) $۲^۳ = ۸ \quad (۰/۲۵)$</p>	۵
شهریور ۸۶	$A \times B = \{(-۲, ۰), (-۲, ۱), (-۲, ۲), (-۱, ۰), (-۱, ۱), (-۱, ۲), (۰, ۰), (۰, ۱), (۰, ۲)\} \quad (۰/۷۵)$ 	۶
دی ۸۶	<p>الف) $A = \{۱, ۲\} \quad (۰/۲۵) \quad B = \{-۱, ۱, ۳\} \quad (۰/۵)$</p> <p>ب) $B \times A = \{(-۱, ۱), (-۱, ۲), (۱, ۱), (۱, ۲), (۳, ۱), (۳, ۲)\} \quad (۰/۷۵)$</p>	۷

خرداد ۸۷	$A = \{۳, ۹\} \quad (۰/۲۵)$ $B = \{-۳, ۰, ۳\} \quad (۰/۲۵)$ $B \times A = \left\{ (-۳, ۳), (-۳, ۹), (۰, ۳), (۰, ۹), (۳, ۳), (۳, ۹) \right\} \quad (۰/۵)$ 	۸
شهریور ۸۷	$x^۲ - ۵x + ۴ = ۰ \rightarrow (x-۱)(x-۴) = ۰ \rightarrow x = ۱, x = ۴ \quad A = \{۱, ۴\} \quad (۰/۵)$ $A^۲ = \{(۱, ۱), (۱, ۴), (۴, ۱), (۴, ۴)\} \quad (۰/۲۵)$ $B^۲ = \{(۰, ۰), (۰, ۱), (۰, ۲), (۱, ۰), (۱, ۱), (۱, ۲), (۲, ۰), (۲, ۱), (۲, ۲)\} \quad (۰/۵)$ $B^۲ - A^۲ = \{(۰, ۰), (۰, ۱), (۰, ۲), (۱, ۰), (۱, ۲), (۲, ۰), (۲, ۱), (۲, ۲)\} \quad (۰/۲۵)$	۹
دی ۸۷	$A = \{-۴, ۲\}, \quad B = \{۱, ۲\}$ $B \times A = \{(۱, -۴), (۱, ۲), (۲, -۴), (۲, ۲)\} \quad (۰/۵)$ $A^۲ = A \times A = \{(-۴, -۴), (-۴, ۲), (۲, -۴), (۲, ۲)\} \quad (۰/۵)$ $B \times A - A^۲ = \{(۱, -۴), (۱, ۲)\} \quad (۰/۵)$	۱۰
شهریور ۸۸	$A = \{-۱, ۰, ۱\} \quad \text{و} \quad B = \{۰, ۲, -۲\}$ $A^۲ = \{(-۱, -۱), (-۱, ۰), (-۱, ۱), (۱, ۱), (۱, -۱), (۱, ۰), (۰, ۰), (۰, ۱), (۰, -۱)\} \quad (۰/۵)$ $A \times B = \{(-۱, ۰), (-۱, ۲), (-۱, -۲), (۰, ۰), (۰, ۲), (۰, -۲), (۱, ۰), (۱, ۲), (۱, -۲)\} \quad (۰/۵)$ $A^۲ - A \times B = \{(-۱, -۱), (-۱, ۱), (۱, ۱), (۱, -۱), (۰, ۱), (۰, -۱)\} \quad (۰/۵)$	۱۱
دی ۸۸	$A = \{-۱, ۰, ۱, ۲\}$ $B = \{۱, ۲\}$ $A \times B = \{(-۱, ۱), (-۱, ۲), (۰, ۱), (۰, ۲), (۱, ۱), (۱, ۲), (۲, ۱), (۲, ۲)\} \quad (۰/۵)$ $B^۲ = \{(۱, ۱), (۱, ۲), (۲, ۱), (۲, ۲)\} \quad (۰/۲۵)$ $A \times B - B^۲ = \{(-۱, ۱), (-۱, ۲), (۰, ۱), (۰, ۲)\} \quad (۰/۵)$ 	۱۲

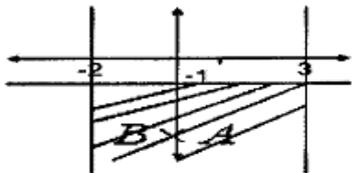
<p>خرداد ۸۹</p>	$A = \left\{ \frac{1}{2}, 1, 2 \right\} \quad B = \{-5, 4\}$ <p>(الف)</p> $B \times A = \left\{ (-5, \frac{1}{2}), (-5, 1), (-5, 2), (4, \frac{1}{2}), (4, 1), (4, 2) \right\}$ <p>(ب) رسم شکل (۰/۵)</p>	<p>۱۳</p>
<p>دی ۸۹</p>	 <p>مشخص کردن قسمت A و B هر قسمت (۰/۲۵) مشخص شدن محل مشترک $A \times B$ (۰/۲۵)</p>	<p>۱۴</p>
<p>خرداد ۹۰</p>	<p>ب) راه حل اول: اثبات با برهان خلف (۰/۲۵)</p> $A \neq B \Rightarrow \exists x, y: x \in A, y \in B, x \neq y, C \neq \emptyset \Rightarrow z \in C \quad (۰/۵)$ $\Rightarrow (x, z) \in A \times C, (y, z) \in B \times C, (x, z) \neq (y, z)$ $\Rightarrow A \times C \neq B \times C \quad (۰/۵)$ <p>راه حل دوم:</p> $\forall x \in A, y \in C \Rightarrow (x, y) \in A \times C \stackrel{A \times C = B \times C}{\Rightarrow} (x, y) \in B \times C \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow x \in B, y \in C \Rightarrow A \subseteq B \quad (I) \quad (۰/۲۵)$ $\forall x \in B, y \in C \Rightarrow (x, y) \in B \times C \stackrel{A \times C = B \times C}{\Rightarrow} (x, y) \in A \times C \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow x \in A, y \in C \Rightarrow B \subseteq A \quad (II) \quad (۰/۲۵) \quad (I), (II) \Rightarrow A = B \quad (۰/۲۵)$ <p>که این متناقض با فرض می باشد.</p>	<p>۱۵</p>
<p>شهریور ۹۰</p>	<p>ج) نادرست</p>	<p>۱۶</p>
<p>خرداد ۹۱</p>	$A = \{2, 4\} \quad (۰/۲۵), \quad B = \{1, 4, 9\} \quad (۰/۲۵)$ $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = \{2, 4, 1, 9\} - \{4\} = \{2, 1, 9\} \quad (۰/۵)$ $(A \Delta B) \times A = \{2, 1, 9\} \times \{2, 4\} = \{(2, 2), (2, 4), (1, 2), (1, 4), (9, 2), (9, 4)\} \quad (۰/۵)$ <p>رسم نمودار مختصاتی آن (۰/۵)</p>	<p>۱۷</p>

دی ۹۱	<p>الف) $A = \{-1, 1, 3\}$ (۰/۵) $B = \{1, 2\}$ (۰/۵)</p> <p>ب) $A \Delta B = \{-1, 2, 3\}$ (۰/۵)</p> <p>پ) $B^2 - (A \times B) = \{(2, 1), (2, 2)\}$ (۰/۵)</p>	۱۸
خرداد ۹۲	<p>الف) $A = \{2, 4\}$ (۰/۵) $B = \{-1, 0, 1\}$ (۰/۵)</p> <p>ب) $B \times A = \{(-1, 2), (0, 2), (1, 2), (-1, 4), (0, 4), (1, 4)\}$ (۰/۵)</p>	۱۹
شهریور ۹۲	<p>الف) $A \times B = \{(3, 2), (3, 0), (3, -1), (1, 2), (1, 0), (1, -1)\}$ (۰/۷۵)</p> <p>رسم (۰/۷۵)</p> 	۲۰
دی ۹۲	<p>الف) $A = \{2, 4\}$ (۰/۲۵) $B = \{1, 2, 3\}$ (۰/۲۵)</p> <p>$(A \times B) \cap (B \times A) = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\} \cap \{(1, 2), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 2), (3, 4)\} = \{(2, 2)\}$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $(A \times B) \cap (B \times A) = \{(2, 2)\}$ (۰/۲۵)</p>	۲۱
خرداد ۹۳	<p>الف) نادرست (۰/۲۵) مثال نقض (۰/۲۵)</p>	۲۲
شهریور ۹۳	<p>الف) $B = \{0, 1\}$ (۰/۵)</p> <p>$A^2 = \{(1, 1)\}$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $B \times A = \{(0, 1), (1, 1)\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (B \times A) - A^2 = \{(0, 1)\}$ (۰/۲۵)</p> <p>رسم نمودار (۰/۲۵)</p> 	۲۳

دی ۹۳	<p>الف) $A = \{1, 4\}$ (۰/۲۵) $B = \{0, 1\}$ (۰/۲۵) ص ۶۱</p> <p>ب)</p> <p>$A \times B = \{(1, 0), (1, 1), (4, 0), (4, 1)\}$ (۰/۲۵)</p> <p>$B^c = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)\}$ (۰/۲۵)</p> <p>$A \times B - B^c = \{(4, 0), (4, 1)\}$ (۰/۲۵)</p>	۲۴
خرداد ۹۴	<p>الف) $A^c = A \times A = \{(1, 1)\}$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $A \times B = \{(1, 1), (1, 2)\}$ (۰/۵)</p> <p>$(A \times B) - A^c = \{(1, 2)\}$ (۰/۲۵)</p> 	۲۵
شهریور ۹۴	<p>الف) $A = \{-1, 1\}$ (۰/۲۵) $B = \{1\}$ (۰/۲۵) ص ۶۱</p> <p>ب) $B^c = \{(1, 1)\}$ (۰/۲۵) , $A \times B = \{(-1, 1), (1, 1)\}$ (۰/۵)</p> <p>$(A \times B) \cap B^c = \{(1, 1)\}$ (۰/۲۵)</p>	۲۶
مجموعه های پیوسته		
دی ۸۵	<p>$i = 1 \Rightarrow A_1 = [-1, 4 - 1] = [-1, 3]$ (۰/۲۵) $i = 2 \Rightarrow A_2 = [-2, 4 - 2] = [-2, 2]$ (۰/۲۵)</p> <p>$i = 3 \Rightarrow A_3 = [-3, 4 - 3] = [-3, 1]$ (۰/۲۵)</p> <p>$\bigcap_{i=1}^3 A_i = A_1 \cap A_2 \cap A_3 = [-1, 1]$ (۰/۲۵) $\bigcup_{i=1}^3 A_i = A_1 \cup A_2 \cup A_3 = [-3, 3]$ (۰/۲۵)</p>	۱
دی ۸۵	<p>$0 \leq x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$ (۰/۲۵)</p>  <p>(۰/۲۵)</p>	۲

خرداد ۸۸	$A_1 = [-1, 1] \quad (0/25) \quad , \quad A_2 = \left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right] \quad (0/25)$  <p>(شکل ۰/۵)</p>	۳
شهریور ۸۹	 <p>مشخص کردن قسمت A و B هر قسمت (۰/۲۵) مشخص شدن محل مشترک $A \times B$ (۰/۲۵)</p>	۴
دی ۸۹	<p>الف) $\bigcap_{i=1}^4 A_i = [-1, 0] \quad (0/25)$</p> <p>ب) $\bigcup_{i=1}^3 A_i = [-2, 2] \quad (0/25)$</p>	۵
دی ۹۰	 <p>مشخص کردن A $-1 \leq y \leq 1$ (۰/۲۵) مشخص کردن B $-2 \leq x \leq 2$ (۰/۲۵) رسم نمودار کامل و مشخص کردن $B \times A$ (۰/۲۵)</p> <p>شکل (۰/۵)</p>	۶
شهریور ۹۱	$A_1 = \{-1, 0, 1\} \quad (0/25)$ $A_2 = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \quad (0/25)$ $A_3 = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} \quad (0/25)$ $A_1 \cap A_2 = \{-1, 0, 1\} \quad (0/25)$ $A_3 - (A_1 \cap A_2) = \{-2, 2\} \quad (0/25)$	۷
خرداد ۹۲	$A_1 = [-1, 1] \quad A_2 = [-2, 0] \quad A_3 = [-3, -1] \quad A_4 = [-4, -2] \quad (0/5)$ $\bigcup_{i=1}^4 A_i = [-4, 1] \quad (0/25)$ $\bigcap_{i=1}^4 A_i = \emptyset \quad (0/25)$	۸

رسم نمودار (۰/۷۵) نمره



خرداد ۹۳

۹

خرداد ۹۴

الف) $A_1 = \{k \in \mathbb{Z} | -1 < k, 2^k < 2\} = \{0\}$ (۰/۲۵)
 $A_2 = \{k \in \mathbb{Z} | -2 < k, 2^k < 2\} = \{-1, 0\}$ (۰/۲۵)
 ب) $\bigcap_{i=1}^2 A_i = A_1 \cap A_2 = \{0\}$ (۰/۲۵)

۱۰

مفهوم افراز یک مجموعه

خرداد ۸۶

$\{a\}, \{b\}, \{c\}$ (۰/۲۵) $\{a, b, c\}$ (۰/۲۵)
 $\{a\}, \{b, c\}$ $\{b\}, \{a, c\}$ $\{c\}, \{a, b\}$ (۰/۵)

۱

خرداد ۹۴

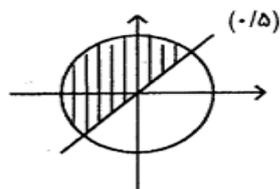
ب) ۵ افراز (۰/۲۵)

۲

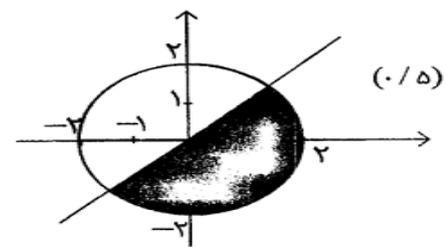
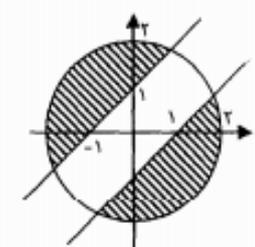
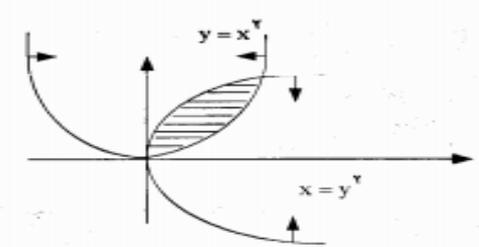
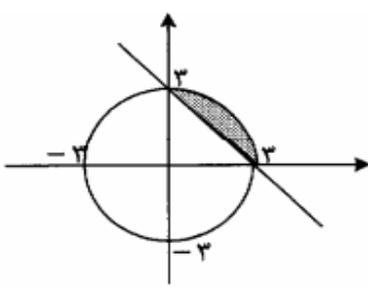
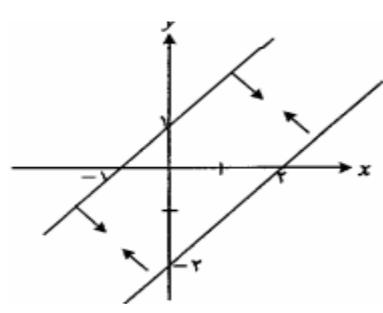
مفهوم رابطه و نمودار آن

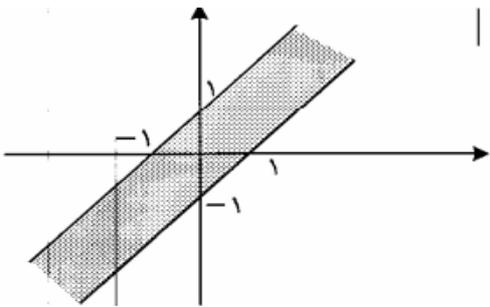
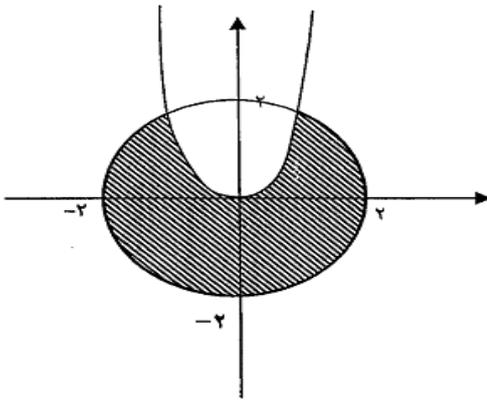
شهریور ۸۵

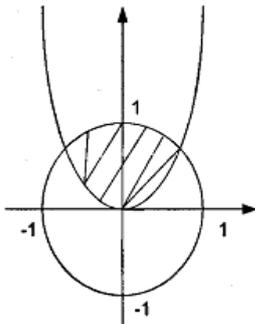
$x^2 + y^2 = 4$
 $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -2 \\ 0 \end{vmatrix}$ (۰/۲۵)
 $x \leq y$
 $x = y$ $\begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}$ (۰/۲۵)



۱

شهریور ۸۶	<p>دایره به مرکز $(0, 0)$ و شعاع ۲</p> $x^2 + y^2 \leq 4 \quad (0/25)$ <p>نیمساز ربع اول و سوم $y = x$</p> $(0/25)$ 	۲
خرداد ۸۷	$x - y \geq 1 \quad x - y = 1 \quad \frac{x}{y} \left \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right. \begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \quad (0/25)$ $x - y \leq -1 \quad x - y = -1 \quad \frac{x}{y} \left \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right. \begin{array}{c} -1 \\ 0 \end{array} \quad (0/25)$ <p>رسم دایره $(0/25)$ هاشور جواب $(0/25)$ شکل $(0/25)$</p> 	۳
دی ۸۷	<p>کشیدن هر نمودار $(0/25)$</p> <p>و تعیین قسمت مشترک $(0/5)$</p> 	۴
شهریور ۸۸	 <p>رسم دایره $(0/25)$</p> <p>رسم خط $(0/25)$</p> <p>محل مشترک $(0/5)$</p>	۵
خرداد ۸۹	 <p>رسم هر خط $(0/25)$ $y = x + 1$</p> <p>$y = x - 2$</p> <p>رسم کامل نمودار و مشخص کردن قسمت مشترک $(0/5)$</p>	۶

شهریور ۸۹	 <p style="text-align: right;">$x - y \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x - y \leq 1$ (۰/۲۵) رسم هر خط (۰/۲۵) و ناحیه مشترک (۰/۲۵)</p>	۷
خرداد ۹۰	<p>هر سه زوج مرتب نوشته شده (۰/۲۵) در کل (۰/۷۵) $A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (4, 2), (4, 3), (4, 5)\}$</p> <p>$R = \{(1, 2), (1, 5), (4, 2), (4, 5)\}$ (۰/۵)</p>	۸
شهریور ۹۰	 <p style="text-align: right;">رسم دایره (۰/۲۵) رسم سهمی (۰/۲۵) مشخص شدن ناحیه مشترک (۰/۲۵)</p>	۹
شهریور ۹۱	<p>الف) $A = \{2, 4, 8\}$ (۰/۲۵) , $B = \{-1, 1, 3\}$ (۰/۲۵)</p> <p>$A \times B = \left\{ \begin{array}{l} (2, -1), (2, 1), (2, 3) \\ (4, -1), (4, 1), (4, 3) \\ (8, -1), (8, 1), (8, 3) \end{array} \right\}$ (۰/۷۵) نمره (هر سه زوج نوشته شده (۰/۲۵))</p> <p>ب) $R = \left\{ \begin{array}{l} (2, -1), (2, 1) \\ (2, 3), (4, -1), (4, 1) \end{array} \right\}$ (۰/۵)</p>	۱۰

دی ۹۲	<p>رسم هر نمودار، (۰/۵) تعیین ناحیه سایه دار، (۰/۲۵)</p> 	۱۱
خرداد ۹۳	$R = \{(1,1), (2,1), (3,1), (4,1)\}$	۱۲
دی ۹۳	$R = \{(2,2), (2,4), (3,3), (4,4)\}$	۱۳
شهریور ۹۴	<p>گزینه « د » نادرست است. (۰/۵)</p>	۱۴
<p>رابطه ی هم ارزی (نوع ۱)</p>		
دی ۸۶	$xRx \rightarrow \sqrt[3]{x} + x = \sqrt[3]{x} + x \quad (۰/۲۵)$ $xRy \rightarrow \sqrt[3]{x} + y = \sqrt[3]{y} + x \rightarrow \sqrt[3]{y} + x = \sqrt[3]{x} + y \rightarrow yRx (۰/۵)$ $\left\{ \begin{array}{l} xRy \\ , \\ yRz \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sqrt[3]{x} + y = \sqrt[3]{y} + x \\ \sqrt[3]{y} + z = \sqrt[3]{z} + y \end{array} \right\}$ $\sqrt[3]{x} + y + \sqrt[3]{y} + z = \sqrt[3]{y} + x + \sqrt[3]{z} + y \rightarrow \sqrt[3]{x} + z = \sqrt[3]{z} + x \rightarrow xRz (۰/۵)$ <p>چون سه شرط بازتابی ، تقارنی و تعدی را دارد پس هم ارزی است. (۰/۲۵)</p>	۱

<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">خرداد ۸۷</p>	<p> $xRx \rightarrow xx > 0 \rightarrow x^2 > 0$ بدیهی (بازتابی) (۰/۲۵) $xRy \rightarrow xy > 0 \rightarrow yx > 0 \rightarrow yRx$ (تقارنی) (۰/۲۵) </p> <p> $\left\{ \begin{array}{l} xRy \\ , \\ yRz \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} xy > 0 \\ y^2(xz) > 0 \rightarrow xz > 0 \rightarrow xRz \text{ (تراپایی) (۰/۵)} \\ yz > 0 \end{array} \right.$ </p> <p> $xR(-r) \rightarrow (-r)X > 0 \rightarrow X < 0$ (تمام اعداد حقیقی منفی) (۰/۵) </p>	<p>۲</p>
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">خرداد ۸۸</p>	<p> $(x R y) \Leftrightarrow x - y = rk$ (الف) </p> <p> $(x R x) \Rightarrow x - x = rk \Rightarrow 0 = rk$ (۰/۲۵) رابطه بازتابی </p> <p> $(x R y) \Rightarrow (y R x)$ </p> <p> $x R y \Rightarrow x - y = rk \Rightarrow y - x = -rk = r(-k) = rk'$ (۰/۲۵) رابطه تقارنی </p> <p> $(x R y), (y R z) \Rightarrow (x R z)$ </p> <p> $xRy \Rightarrow x - y = rk$ $yRz \Rightarrow y - z = rk' \Rightarrow x - z = r(k + k') = rk'' \Rightarrow (xRz)$ (۰/۵) رابطه تعدی </p> <p> هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است. (۰/۲۵) (ب) چهار کلاس هم ارزی $[0], [1], [2], [3]$ را دارد. (۰/۵) </p>	<p>۳</p>
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">شهریور ۹۰</p>	<p> $1) aRa \Rightarrow a^2 + ra = a^2 + ra$ رابطه بازتابی (۰/۲۵) </p> <p> $2) aRb \Rightarrow bRa$ </p> <p> $a^2 + rb = b^2 + ra \Rightarrow b^2 + ra = a^2 + rb \Rightarrow bRa$ رابطه تقارنی (۰/۲۵) </p> <p> $3) (aRb \text{ و } bRc) \Rightarrow aRc$ </p> <p> $\left. \begin{array}{l} a^2 + rb = b^2 + ra \\ b^2 + rc = c^2 + rb \end{array} \right\} \Rightarrow a^2 + rc = c^2 + ra \Rightarrow aRc$ رابطه تعدی (۰/۵) </p> <p> این دو رابطه را جمع می کنیم. </p> <p> هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است. </p> <p> $[r] = \{x \mid xRr\} \Rightarrow \{x \mid x^2 + r = r + rx\} = \{0, r\}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) </p>	<p>۴</p>

$$(x, y)R(x, y) \Leftrightarrow \frac{x}{y^r} = \frac{x}{y^r} \quad (./\gamma\delta) \quad \text{بازتابی}$$

$$\{(x, y)R(z, t) \Rightarrow (z, t)R(x, y) \quad (./\gamma\delta)\}$$

$$\left\{ \frac{x}{y^r} = \frac{z}{t^r} \Rightarrow \frac{z}{t^r} = \frac{x}{y^r} \quad (./\gamma\delta) \quad \text{تقارنی} \right.$$

$$\{(x, y)R(z, t) \wedge (z, t)R(e, f) \Rightarrow (x, y)R(e, f) \quad (./\gamma\delta)\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{y^r} = \frac{z}{t^r} \\ \frac{z}{t^r} = \frac{e}{f^r} \end{array} \Rightarrow \frac{x}{y^r} = \frac{e}{f^r} \quad (./\gamma\delta) \quad \text{ترايایی} \right.$$

$$(x, y)R(r, r) \Rightarrow \frac{x}{y^r} = \frac{r}{r} \Rightarrow rx = ry^r \quad (./\delta) \quad \text{نتیجه می گیریم R یک رابطه هم ارزی است.}$$

شهریور ۸۵

$$(x, y)R(x, y) \Leftrightarrow x^r y = x^r y \quad (./\gamma\delta)$$

$$\{(x, y)R(z, t) \Rightarrow (z, t)R(x, y)\}$$

$$\left\{ x^r t = z^r y \Rightarrow z^r y = x^r t \quad (./\gamma\delta) \right.$$

$$\{(x, y)R(z, t) \wedge (z, t)R(e, f) \Rightarrow (x, y)R(e, f) \quad (./\gamma\delta)\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^r t = z^r y \quad \times \rightarrow x^r t z^r f = z^r y e^r t \rightarrow x^r f = e^r y \quad (./\gamma\delta) \\ z^r f = e^r t \end{array} \right.$$

نتیجه می گیریم که R یک رابطه هم ارزی است

$$[(\gamma, \delta)] = \{(x, y) \mid (x, y)R(\gamma, \delta)\} \quad (./\gamma\delta) = \{\delta x^r = (\gamma)(y)\} = \{y = \delta x^r\} \quad (./\gamma\delta)$$

دی ۸۵

$$1) (a, b)R(a, b) \Leftrightarrow \frac{a}{b^r} = \frac{a}{b^r} \quad (./\gamma\delta)$$

$$2) (a, b)R(c, d) \Leftrightarrow \frac{a}{b^r} = \frac{c}{d^r} \Rightarrow \frac{c}{d^r} = \frac{a}{b^r} \Rightarrow (c, d)R(a, b) \quad (./\delta)$$

$$3) \left. \begin{array}{l} (a, b)R(c, d) \Rightarrow \frac{a}{b^r} = \frac{c}{d^r} \\ (c, d)R(e, f) \Rightarrow \frac{c}{d^r} = \frac{e}{f^r} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a}{b^r} = \frac{e}{f^r} \Rightarrow (a, b)R(e, f) \quad (./\delta)$$

چون R هر سه خاصیت بازتابی، تقارنی و ترايایی را دارد پس R هم ارزی است. (./\gamma\delta)

$$[(r, -1)] = \{(x, y) \mid (x, y)R(r, -1)\} \quad (./\gamma\delta)$$

$$\frac{x}{y^r} = \frac{r}{(-1)^r} \Rightarrow x = -ry^r \quad (./\gamma\delta)$$

خرداد ۸۶

$$\forall (a, b) \in R^{\mathbb{Z}} \quad (a, b)R(a, b) \Leftrightarrow b - b = \mathbb{Z}(a - a) \Leftrightarrow 0 = 0 \quad (0/25)$$

$$\forall (a, b), (c, d) \in R^{\mathbb{Z}} \quad (a, b)R(c, d) \Leftrightarrow (c, d)R(a, b)$$

$$(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow b - d = \mathbb{Z}(a - c) \Leftrightarrow d - b = \mathbb{Z}(c - a) \Leftrightarrow (c, d)R(a, b)$$

خاصیت تقارنی برقرار است. (0/25)

$$\forall (a, b), (c, d), (e, f) \in R^{\mathbb{Z}} \quad \begin{cases} (a, b)R(c, d) \Leftrightarrow b - d = \mathbb{Z}(a - c) \\ (c, d)R(e, f) \Leftrightarrow d - f = \mathbb{Z}(c - e) \end{cases} \quad (0/5)$$

$$b - d + d - f = \mathbb{Z}(a - c) + \mathbb{Z}(c - e) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b - f = \mathbb{Z}(a - e) \Rightarrow (a, b)R(e, f)$$

خاصیت ترایایی برقرار است.

پس R یک رابطه هم ارزی است.

$$[(1, 2)] = \{(x, y) | (x, y)R(1, 2)\} = \{(x, y) | y - 2 = \mathbb{Z}(x - 1)\} = \{(x, y) | y = 2x\} \quad (0/5)$$

شهریور ۸۶

بازتابی (0/25) $(x, y)R(x, y) \rightarrow x^{\mathbb{Z}} - y = x^{\mathbb{Z}} - y$

تقارنی (0/25) $(x, y)R(z, t) \rightarrow x^{\mathbb{Z}} - y = z^{\mathbb{Z}} - t \rightarrow z^{\mathbb{Z}} - t = x^{\mathbb{Z}} - y \rightarrow (z, t)R(x, y)$

تراگذری (0/5) $\begin{cases} (x, y)R(z, t) \\ (z, t)R(e, f) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^{\mathbb{Z}} - y = z^{\mathbb{Z}} - t \\ z^{\mathbb{Z}} - t = e^{\mathbb{Z}} - f \end{cases} \rightarrow x^{\mathbb{Z}} - y = e^{\mathbb{Z}} - f \rightarrow (x, y)R(e, f)$

پس R یک رابطه‌ی هم ارزی است.

$$(x, y)R(1, 2) \rightarrow x^{\mathbb{Z}} - y = 1^{\mathbb{Z}} - 2 \rightarrow y = x^{\mathbb{Z}} + 1 \quad (0/5)$$

شهریور ۸۷

(0/25) رابطه‌ی بازتابی $(a, b)R(a, b) \Rightarrow a^{\mathbb{Z}} + b^{\mathbb{Z}} = a^{\mathbb{Z}} + b^{\mathbb{Z}}$

$(a, b)R(c, d) \Rightarrow (c, d)R(a, b)$

رابطه‌ی تقارنی (0/25) $a^{\mathbb{Z}} + b^{\mathbb{Z}} = c^{\mathbb{Z}} + d^{\mathbb{Z}} \Rightarrow c^{\mathbb{Z}} + d^{\mathbb{Z}} = a^{\mathbb{Z}} + b^{\mathbb{Z}} \Rightarrow (c, d)R(a, b)$

$(a, b)R(c, d), (c, d)R(e, f) \Rightarrow (a, b)R(e, f)$

رابطه‌ی تعدی (0/5) $a^{\mathbb{Z}} + b^{\mathbb{Z}} = c^{\mathbb{Z}} + d^{\mathbb{Z}}$
 $c^{\mathbb{Z}} + d^{\mathbb{Z}} = e^{\mathbb{Z}} + f^{\mathbb{Z}} \Rightarrow a^{\mathbb{Z}} + b^{\mathbb{Z}} = e^{\mathbb{Z}} + f^{\mathbb{Z}} \Rightarrow (a, b)R(e, f)$

هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است.

$$A^{\mathbb{Z}} = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$$

$$[(2, 1)] = \{(x, y) | (x, y)R(2, 1)\} \Rightarrow x^{\mathbb{Z}} + y^{\mathbb{Z}} = 2 + 1 = 3$$

$$[(2, 1)] = \{(2, 1), (1, 2)\} \quad (0/5)$$

دی ۸۷

شهریور ۸۸

۱) $(a,b) R (a,b) \Rightarrow a^r b = a^r b$ (۰/۲۵) رابطه بازتابی
 ۲) $(a,b) R (c,d) \Rightarrow (c,d) R (a,b)$
 $(a,b) R (c,d) \Rightarrow a^r d = c^r b \Rightarrow c^r b = a^r d \Rightarrow (c,d) R (a,b)$ (۰/۲۵) رابطه تقارنی
 ۳) $\left. \begin{matrix} (a,b) R (c,d) \\ (c,d) R (e,f) \end{matrix} \right\} \Rightarrow (a,b) R (e,f)$
 $(a,b) R (c,d) \Rightarrow a^r d = c^r b$
 $(c,d) R (e,f) \Rightarrow c^r f = e^r d \Rightarrow a^r f = e^r b \Rightarrow (a,b) R (e,f)$ (۰/۵) رابطه تعدی
 دو رابطه را ضرب و ساده کنیم
 چون هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است.
 $[(-۱,۲)] = \{(x,y) | (x,y) R (-۱,۲)\} \Rightarrow y = ۲x^r$ (۰/۵) خیر این یک کلاس نامتناهی است.

دی ۸۸

۱) $(x,y) R (x,y) \Rightarrow x^r - y^r = x^r - y^r$ (۰/۲۵) رابطه بازتابی
 ۲) $(x,y) R (z,t) \Rightarrow (z,t) R (x,y)$
 $(x,y) R (z,t) \Rightarrow x^r - t^r = z^r - y^r \Rightarrow z^r - y^r = x^r - t^r \Rightarrow (z,t) R (x,y)$
 (۰/۲۵) رابطه تقارنی
 ۳) $\left. \begin{matrix} (x,y) R (z,t) \Rightarrow x^r - t^r = z^r - y^r \\ (z,t) R (e,f) \Rightarrow z^r - f^r = e^r - t^r \end{matrix} \right\} \Rightarrow x^r - f^r = e^r - y^r \Rightarrow (x,y) R (e,f)$
 (۰/۵) رابطه تعدی
 $[(-۲,۳)] = \{(x,y) | (x,y) R (-۲,۳)\}$ (۰/۲۵)
 $x^r - ۹ = -۸ - y^r \Rightarrow x^r + y^r = ۱$ (۰/۲۵)
 تمام نقاطی که در این رابطه صدق کنند کلاس هم ارزی خواهند بود.

خرداد ۸۹

الف) $(x,y) R (x,y) \Rightarrow x^r y = x^r y$ (۰/۲۵) رابطه بازتابی
 ب) $(x,y) R (z,t) \Rightarrow (z,t) R (x,y)$
 $x^r t = z^r y \Rightarrow z^r y = x^r t$ (۰/۲۵) رابطه تقارنی
 ج) $(x,y) R (z,t), (z,t) R (e,f) \Rightarrow (x,y) R (e,f)$
 $\left\{ \begin{matrix} x^r t = z^r y \\ z^r f = e^r t \end{matrix} \right. \Rightarrow x^r f = e^r y \Rightarrow (x,y) R (e,f)$ (۰/۵) رابطه تعدی
 دو رابطه در هم ضرب می شوند.
 هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است.
 $[(-۱,۶)] = \{(x,y) | (x,y) R (-۱,۶)\} \Rightarrow ۶x^r = (-۱)^r y \Rightarrow y = ۶x^r$ (۰/۵)

شهریور ۸۹	<p>الف) رابطه بازتابی (۰/۲۵) $(x, y) R (x, y) \Rightarrow y - y = r(x - x) \Rightarrow 0 = 0$</p> <p>ب) $(x, y) R (z, t) \Rightarrow (z, t) R (x, y)$</p> $(x, y) R (z, t) \Rightarrow y - t = r(x - z) \Rightarrow -(t - y) = -r(z - x) \Rightarrow t - y = r(z - x) \Rightarrow$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>رابطه تقارنی $(z, t) R (x, y)$</p> <p>ج) $(x, y) R (z, t), (z, t) R (e, f) \Rightarrow (x, y) R (e, f)$</p>	۱۱
دی ۸۹	<p>الف) رابطه بازتابی (۰/۲۵) $(x, y) R (x, y) \Rightarrow x^r + \Delta y = x^r + \Delta y$</p> <p>ب) $(x, y) R (z, t) \Rightarrow (z, t) R (x, y)$</p> $(x, y) R (z, t) \Rightarrow x^r + \Delta y = z^r + \Delta t \Rightarrow z^r + \Delta t = x^r + \Delta y \Rightarrow (z, t) R (x, y)$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) رابطه تقارنی</p> <p>ج) $(x, y) R (z, t), (z, t) R (e, f) \Rightarrow (x, y) R (e, f)$</p> $(x, y) R (z, t) \Rightarrow x^r + \Delta y = z^r + \Delta t$ $(z, t) R (e, f) \Rightarrow z^r + \Delta t = e^r + \Delta f$ $\left. \begin{array}{l} (x, y) R (z, t) \Rightarrow x^r + \Delta y = z^r + \Delta t \\ (z, t) R (e, f) \Rightarrow z^r + \Delta t = e^r + \Delta f \end{array} \right\} \Rightarrow x^r + \Delta y = e^r + \Delta f \Rightarrow (x, y) R (e, f)$ <p style="text-align: center;">(۰/۵) رابطه تعدی</p> <p>ب) $[(-1, 2)] = \{(x, y) \mid (x, y) R (-1, 2)\}$ (۰/۲۵)</p> $x^r + \Delta y = (-1)^r + \Delta \times 2$ $x^r + \Delta y = 11$ $x^r + \Delta y - 11 = 0 \quad (۰/۲۵)$	۱۲
خرداد ۹۰	<p>الف) رابطه بازتابی (۰/۲۵) $(a, b) R (a, b) \Rightarrow \frac{ra - r}{b} = \frac{ra - r}{b}$</p> <p>ب) $(a, b) R (c, d) \Rightarrow (c, d) R (a, b)$</p> $(a, b) R (c, d) \Rightarrow \frac{ra - r}{b} = \frac{rc - r}{d} \Rightarrow \frac{rc - r}{d} = \frac{ra - r}{b} \Rightarrow (c, d) R (a, b)$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) رابطه تقارنی</p> <p>ج) $(a, b) R (c, d), (c, d) R (e, f) \Rightarrow (a, b) R (e, f)$</p> $(a, b) R (c, d) \Rightarrow \frac{ra - r}{b} = \frac{rc - r}{d}$ $(c, d) R (e, f) \Rightarrow \frac{rc - r}{d} = \frac{re - r}{f}$ $\left. \begin{array}{l} (a, b) R (c, d) \Rightarrow \frac{ra - r}{b} = \frac{rc - r}{d} \\ (c, d) R (e, f) \Rightarrow \frac{rc - r}{d} = \frac{re - r}{f} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{ra - r}{b} = \frac{re - r}{f} \Rightarrow (a, b) R (e, f)$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) رابطه تعدی</p> <p style="text-align: center;">هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است. (۰/۲۵)</p> $[(-1, 7)] = \{(x, y) \mid (x, y) R (-1, 7)\} \Rightarrow \frac{rx - r}{y} = \frac{r(-1) - r}{7} \Rightarrow y = \frac{-14}{5}x + \frac{21}{5} \quad (۰/۵)$	۱۳

دی ۹۰	<p>۱) $(x, y)R(x, y) \Rightarrow x^y = x^y$ (۰/۲۵) بازتابی است.</p> <p>۲) $(x, y)R(z, t) \Rightarrow x^y t = z^y y \Rightarrow z^y y = x^y t \Rightarrow (z, t)R(x, y)$ (۰/۲۵) تقارنی است</p> <p>۳) $\left\{ \begin{array}{l} (x, y)R(z, t) \Rightarrow x^y t = z^y y \\ (z, t)R(e, f) \Rightarrow z^y f = e^y t \end{array} \right\} \Rightarrow x^y f = e^y y \Rightarrow (x, y)R(e, f)$ (۰/۵) تعدی است</p> <p>پس رابطه هم ارزی است (۰/۲۵)</p> <p>ب) $[(-۲, ۱)] = \{(x, y) \in Z^y - \{(\cdot, \cdot)\} \mid (x, y)R(-۲, ۱)\} = \{(x, y) \mid x^y = ۴y\}$ (۰/۲۵)</p>	۱۴
خرداد ۹۱	<p>الف) $\forall (a, b) \in R^y, (a, b)R(a, b) \Rightarrow ab = ab$ رابطه ی بازتابی (۰/۲۵)</p> <p>$(a, b)R(c, d) \Rightarrow (c, d)R(a, b)$</p> <p>$(a, b)R(c, d) \Rightarrow ab = cd \Rightarrow cd = ab \Rightarrow (c, d)R(a, b)$ رابطه ی تقارنی (۰/۲۵)</p> <p>$\left\{ \begin{array}{l} (a, b)R(c, d) \\ (c, d)R(e, f) \end{array} \right\} \Rightarrow (a, b)R(e, f)$</p> <p>$\left\{ \begin{array}{l} ab = cd \\ cd = ef \end{array} \right\} \Rightarrow ab = ef \Rightarrow (a, b)R(e, f)$ رابطه تعدی (۰/۵)</p> <p>هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است.</p> <p>ب) $[(-۱, ۲)] = \{(x, y) \mid (x, y)R(-۱, ۲)\} \Rightarrow \{(x, y) \mid xy = -۲\}$ (۰/۲۵)</p>	۱۵
شهریور ۹۱	<p>الف) $\forall (x, y) \in R^y, (x, y)R(x, y) \Rightarrow x^y - x^y = y - y$ رابطه ی بازتابی (۰/۲۵)</p> <p>$(x, y)R(z, t) \Rightarrow (z, t)R(x, y)$</p> <p>$(x, y)R(z, t) \Rightarrow x^y - z^y = y - t \Rightarrow z^y - x^y = t - y \Rightarrow (z, t)R(x, y)$ رابطه ی تقارنی (۰/۲۵)</p> <p>$\left\{ \begin{array}{l} (x, y)R(z, t) \\ (z, t)R(e, f) \end{array} \right\} \Rightarrow (x, y)R(e, f)$</p> <p>$\left\{ \begin{array}{l} x^y - z^y = y - t \\ z^y - e^y = t - f \end{array} \right\} \Rightarrow x^y - e^y = y - f \Rightarrow (x, y)R(e, f)$ رابطه ی تعدی (۰/۵)</p> <p>هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است.</p> <p>ب) $[(-۱, ۲)] = \{(x, y) \mid (x, y)R(-۱, ۲)\} \Rightarrow \{(x, y) \mid x^y - ۱ = y - ۲\} = \{(x, y) \mid y = x^y + ۱\}$ (۰/۲۵)</p>	۱۶

دی ۹۱	<p>۱) $(x, y)R(x, y) \Rightarrow x^2 + \Delta y^2 = x^2 + \Delta y^2$ (۰/۲۵) بازتابی است.</p> <p>۲) $(x, y)R(z, t) \Rightarrow x^2 + \Delta y^2 = z^2 + \Delta t^2 \Rightarrow z^2 + \Delta t^2 = x^2 + \Delta y^2 \Rightarrow (z, t)R(x, y)$ تقارنی است (۰/۲۵)</p> <hr/> <p>۳) $\left\{ \begin{array}{l} (x, y)R(z, t) \Rightarrow x^2 + \Delta y^2 = z^2 + \Delta t^2 \\ (z, t)R(e, f) \Rightarrow z^2 + \Delta t^2 = e^2 + \Delta f^2 \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 + \Delta y^2 = e^2 + \Delta f^2 \Rightarrow (x, y)R(e, f)$ تعدی است (۰/۵) پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵)</p> <p>ب) $[(-2, 1)] = \{(x, y) \in Z^2 - \{(0,0)\} \mid (x, y)R(-2, 1)\} = \{(x, y) \mid x^2 + \Delta y^2 = 9\}$ (۰/۲۵) (۰/۵)</p>	۱۷
خرداد ۹۲	<p>$(x, y)R(z, t) \Leftrightarrow xt = yz$</p> <p>۱) $(x, y)R(x, y) \Rightarrow xy = xy$ (۰/۲۵) بازتابی است.</p> <p>۲) $(x, y)R(z, t) \Rightarrow xt = yz \Rightarrow zy = tx \Rightarrow (z, t)R(x, y)$ (۰/۲۵) تقارنی است</p> <p>۳) $\left\{ \begin{array}{l} (x, y)R(z, t) \Rightarrow xt = yz \\ (z, t)R(e, f) \Rightarrow zf = te \end{array} \right\} \Rightarrow (xt)(zf) = (yz)(te) \Rightarrow xf = ye \Rightarrow (x, y)R(e, f)$ تعدی است (۰/۲۵) پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵)</p> <p>ب) $[(-3, 2)] = \{(x, y) \in Z - \{(0,0)\} \mid (x, y)R(-3, 2)\} = \{(x, y) \mid 2x = -3y \Rightarrow y = \frac{-2}{3}x\}$ (۰/۵)</p>	۱۸
شهریور ۹۲	<p>$(x, y)R(z, t) \Leftrightarrow (y-t) = 3(x-z)$</p> <p>۱) $(x, y)R(x, y) \Rightarrow (y-y) = 3(x-x)$ (۰/۲۵) بازتابی.</p> <p>۲) $(x, y)R(z, t) \Rightarrow (y-t) = 3(x-z) \Rightarrow (t-y) = 3(z-x) \Rightarrow (z, t)R(x, y)$ (۰/۲۵) تقارنی</p> <p>۳) $\left\{ \begin{array}{l} (x, y)R(z, t) \Rightarrow (y-t) = 3(x-z) \\ (z, t)R(e, f) \Rightarrow (t-f) = 3(z-e) \end{array} \right\} \Rightarrow y-t+t-f = 3(x-z) + 3(z-e) \Rightarrow$ $(y-f) = 3(x-e) \Rightarrow (x, y)R(e, f)$ تعدی (۰/۲۵)</p> <p>پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵)</p> <p>ب) $[(2, 3)] = \{(x, y) \in R^2 \mid (x, y)R(2, 3)\} = \{(x, y) \mid y-3 = 3(x-2) \Rightarrow y = 3x-3\}$ (۰/۵)</p>	۱۹

<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">دی ۹۲</p>	<p>بازتابی است. (۰/۲۵) $1) (x, y)R(x, y) \Rightarrow \frac{x}{y^r} = \frac{x}{y^r}$</p> <p>تقارنی است (۰/۲۵) $2) (x, y)R(z, t) \Rightarrow \frac{x}{y^r} = \frac{z}{t^r} \Rightarrow \frac{z}{t^r} = \frac{x}{y^r} \Rightarrow (z, t)R(x, y)$</p> <p>تعدی است (۰/۵) $3) \left\{ \begin{array}{l} (x, y)R(z, t) \Rightarrow \frac{x}{y^r} = \frac{z}{t^r} \\ (z, t)R(e, f) \Rightarrow \frac{z}{t^r} = \frac{e}{f^r} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x}{y^r} = \frac{e}{f^r} \Rightarrow (x, y)R(e, f)$</p> <p>پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵)</p> <p>ب) (۰/۲۵) $[(2, -1)] = \{(x, y) \in Z^r - \{(0,0)\} \mid (x, y)R(2, -1)\} = \{(x, y) \mid x = 2y^2\}$</p>	<p>۲۰</p>
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">شهریور ۹۳</p>	<p>الف)</p> <p>بازتابی است (۰/۲۵) $1) \forall (a,b) \in R^r, (a,b)R(a,b) \Leftrightarrow a+b=b+a$</p> <p>تقارنی است (۰/۲۵) $2) (a,b)R(c,d) \Rightarrow a+d=b+c \Rightarrow c+b=d+a \Rightarrow (c,d)R(a,b)$</p> <p>ترایبایی است (۰/۲۵) $3) \left\{ \begin{array}{l} (a,b)R(c,d) \Rightarrow a+d=b+c \\ (c,d)R(e,f) \Rightarrow c+f=d+e \end{array} \right\} \Rightarrow a+f=b+e \Rightarrow (a,b)R(e,f)$</p> <p>پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵) ص ۷۰</p> <p>ب) (۰/۲۵) $[(-1, *)] = \{(a,b) \in R^r \mid (a,b)R(-1, *)\}$</p> <p>(۰/۲۵) $a+* = b-1$</p>	<p>۲۱</p>
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">دی ۹۳</p>	<p>الف)</p> <p>بازتابی (۰/۲۵) $(a,b)R(a,b) \Leftrightarrow a \cdot b = ab$</p> <p>تقارنی (۰/۲۵) $(a,b)R(c,d) \Rightarrow ab=cd \Rightarrow cd=ab \Rightarrow (c,d)R(a,b)$</p> <p>ترایبایی (۰/۲۵) $\left\{ \begin{array}{l} (a,b)R(c,d) \Rightarrow ab=cd \\ (c,d)R(e,f) \Rightarrow cd=ef \end{array} \right\} \Rightarrow ab=ef \Rightarrow (a,b)R(e,f)$</p> <p>در نتیجه یک رابطه‌ی هم ارزی است (۰/۲۵)</p> <p>ب)</p> <p>(۰/۲۵) $[(-1, 2)] = \{(a, b) \in \mathbb{R}^r \mid (a, b)R(-1, 2)\}$</p> <p>(۰/۲۵) $ab = -2$</p>	<p>۲۲</p>

برقرار است (۰/۲۵) $\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2 : (a, b)R(a, b) \Leftrightarrow a^2 + b = a^2 + b$ بازتابی

تقارنی: $(a, b)R(c, d) \Rightarrow a^2 + d = c^2 + b \Rightarrow c^2 + b = a^2 + d \Rightarrow (c, d)R(a, b)$ (۰/۲۵)

تعدی: $\begin{cases} (a, b)R(c, d) \\ (c, d)R(e, f) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + d = c^2 + b \\ c^2 + f = e^2 + d \end{cases}$ (۰/۲۵)

با جمع طرفین تساوی $\Rightarrow a^2 + f = e^2 + b \Rightarrow (a, b)R(e, f)$ (۰/۲۵)

در نتیجه یک رابطه هم ارزی است. (۰/۲۵)

(ب)

$[(-1, 0)] = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 \mid (a, b)R(-1, 0)\}$ (۰/۲۵) $a^2 + 0 = (-1)^2 + b$ (۰/۲۵) ص ۷۰

تهیه کننده: احمد عجرش کلاس سوم ریاضی دبیرستان امام حسین (ع) باوی