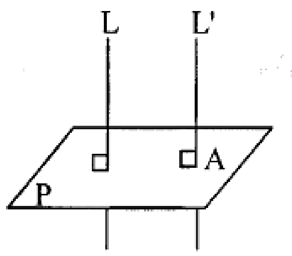
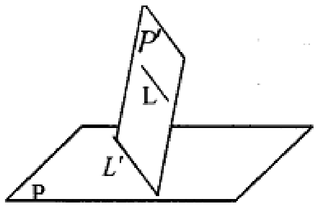
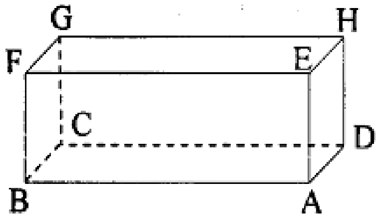
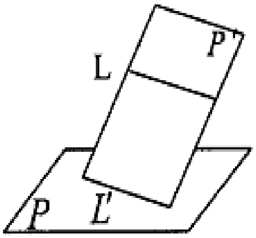
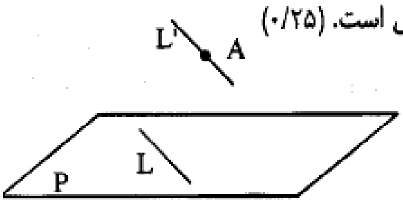
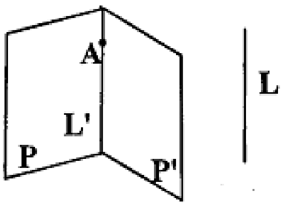
فصل چهارم هندسه ۲

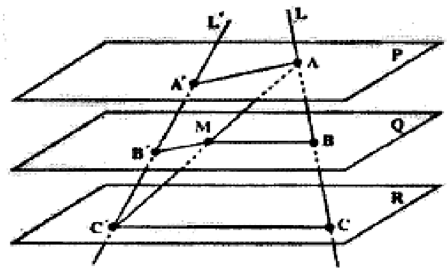
خط وصفحه در فضا

۱	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) ج) درست (۰/۲۵) د) درست (۰/۲۵)	دی ۹۲
۲	الف) دو (۰/۲۵) ب) متنافر (۰/۲۵) پ) موازی(۰/۲۵) ت) غیر موازی (۰/۲۵)	دی ۹۳
۳	۱-خط وصفحه موازیند(۰/۲۵) ۲- خط برصفحه منطبق است (۰/۲۵) ۳- خط وصفحه متقاطع اند(۰/۲۵)	دی ۹۳
۴	الف) سه (۰/۲۵)ص ۱۳۱ ب) بی شمار (۰/۲۵) ص ۱۳۲ ج) موازی (۰/۲۵) ص ۱۴۳ د) موازی (۰/۲۵)ص ۱۵۷	دی ۹۴
۵	از دو خط L_1 و L_2 صفحه ی P را می گذرانیم(۰/۲۵) اگر L_3 در صفحه ی P باشد، حکم برقرار است (۰/۲۵) درصورتی که L_3 در صفحه ی P نباشد. چون L_3 با L_1 و L_2 متقاطع است.پس صفحه یP را در نقطه ی مشترک L_1 و L_2 قطع می کند.(۰/۲۵)زیرا در غیر این صورت باید صفحه را در دو نقطه ی متمایز قطع کند.(۰/۲۵) یعنی L_3 به تمامی در صفحه ی P قرار می گیرد.که این خلاف فرض است. (۰/۲۵)	دی ۹۴
۶	الف) خود -متشابه ب) یک وتنها یک پ) بی شمار ت) چهار	شهریور ۹۰
۷	الف)چهار ب)بی شمار پ)موازی ت)یک وتنها یک	شهریور ۹۲

۸	الف) نادرست (۰/۲۵) ب)نادرست (۰/۲۵) پ)درست(۰/۲۵) ت)درست (۰/۲۵)	دی ۹۱
۹	۲- یک نگاشت از D به R ، یک عمل نظیر سازی است که به هر عضو مجموعه D یک و تنها یک عضو از مجموعه ی R را نظیر می کند. (۰/۵) ۳- دو خط در فضا را که در یک صفحه قرار نمی گیرند ، دو خط متنافر می نامیم . (۰/۵)	شهریور ۹۴
۱۰	الف)نادرست (۰/۲۵)ص۱۴۵ ب) درست (۰/۲۵) ص۱۵۴ ج)نا درست (۰/۲۵) ص۱۳۸ د)درست (۰/۲۵)ص۱۳۶ ه)درست (۰/۲۵)ص۱۴۶	شهریور ۹۴
۱۱	الف)(۲و-۳) (۰/۲۵) ب) سه (۰/۲۵) ج) خط (۰/۲۵)	خرداد ۹۰
۱۲	الف)نادرست (۰/۲۵) ب)درست (۰/۲۵) پ)درست (۰/۲۵) ت)نادرست(۰/۲۵)	خرداد ۹۱
۱۳	تکراری همانند سوال ۵	خرداد ۹۱
۱۴	الف)دو خط در فضا راکه دریک صفحه قرار نمی گیرند ، دو خط متنافر می گوییم.(۰/۵) ب)فرض کنید خط L برصفحه یP عمود است وآن را در نقطه ی A قطع کرده است. فرض کنید L' خط دلخواهی در صفحه ی P باشد. از نقطه ی A در صفحه یP خط "L رابه موازات L' رسم می کنیم. (۰/۲۵) از آنجا که L بر "L عمود است و L' با "L موازی است، L بر L' هم عمود است. (۰/۵)	خرداد ۹۱
۱۵	الف) سه(۰/۲۵) ب) موازی(۰/۲۵) پ) همرس(۰/۲۵) ت) برهم عمود(۰/۲۵)	خرداد ۹۲
۱۶	الف) عمود منصف (۰/۲۵) ب) خط (۰/۲۵) پ) صفحه (۰/۲۵) ت)موازی (۰/۲۵)	خرداد ۹۳

۱۷	از نقطه ی A خارج خط L خط 'L را موازی L رسم می کنیم (۰/۲۵) نقطه ی A روی خط 'L است . طبق مسأله حل شده صفحه ی P را از نقطه ی A بر 'L عمود می کنیم (۰/۲۵) صفحه ی P بریکی از دو خط موازی عمود است پس بر دیگری یعنی L نیز عمود است . (۰/۲۵) اگر صفحه ی 'P نیزاز A گذشته و بر L عمود باشد با P موازی خواهد بود. (۰/۲۵) بنا براین P و 'P بر هم منطبق اند پس P یکتا ست . (۰/۲۵)  رسم شکل (۰/۲۵)	خرداد ۹۳
۱۸	الف) به قطر AB (۰/۲۵) ص ۶۴ ب) یک به یک (۰/۲۵) ص ۸۵ ج) چهار(۰/۲۵)ص ۱۳۱ د) فصل مشترک (۰/۲۵)ص ۱۳۲	خرداد ۹۴
۱۹	الف)درست (۰/۲۵)ص ۱۵۳ ب) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۵۴ ج) درست (۰/۲۵) ص ۱۵۵	خرداد ۹۴
۲۰	الف)بی شمار(۰/۲۵) ب)متنافر(۰/۲۵) پ)عمود منصف(۰/۲۵)	دی ۹۰
۲۱	الف)نادرست (۰/۲۵)ص ۱۴۵ ب) درست (۰/۲۵) ص ۱۵۴ ج)نا درست (۰/۲۵) ص ۱۳۸ د)درست (۰/۲۵)ص ۱۳۶ ه)درست (۰/۲۵)ص ۱۴۶	شهریور ۹۳
۲۲	الف) درست (۰/۲۵) ب)نادرست (۰/۲۵) پ)نادرست (۰/۲۵) ت) درست(۰/۲۵)	خرداد ۹۳
	خط ها و صفحات موازی	
۱	اگر خط L در صفحه P باشد حکم برقرار است. (۰/۲۵) فرض کنیم خط L در صفحه P قرار ندارد . اگر L' خطی از صفحه P باشد که با L موازی است ، L و L' متمایزند .صفحه ا ی را که از این دو خط موازی می گذرد P' می نامیم. (۰/۲۵)فصل مشترک دو صفحه P و P'  همان خط L' است . (۰/۲۵) اگر خط L صفحه ی P را قطع کند محل تقاطع روی فصل مشترک این دو صفحه قرار دارد ، (۰/۲۵) یعنی دو خط L و L' متقاطع خواهند شد که خلاف فرض است . (۰/۲۵)پس خط L صفحه P را قطع نمی کندوبا آن موازی است. (۰/۲۵)	خرداد ۹۳

۲	الف) خیر ،عکس تالس در فضا برقرار نیست. (۰/۲۵) ب)در مکعب مستطیل رسم شده ،خطوط AB و EF موازی هستند وخط EH خط EF راقطع کرده است ولی خط EH خط AB را قطع نکرده است.(۰/۵) رسم شکل (۰/۲۵) 	خرداد ۹۳
۳	برای اثبات این قضیه دو حالت موازی بودن یک خط و یک صفحه در فضارا در نظر می گیریم. الف)خط L در صفحه ی P قرار ندارد.فرض کنیم P' صفحه گذرنده از L باشد که P را در خط L' قطع می کند. (۰/۲۵) L و L' هر دو در صفحه ی P' هستند ویکدیگر را قطع نمی کنند (۰/۲۵)زیرا از متقاطع بودن L و L' نتیجه می شود که خط L صفحه ی P را قطع می کند.که این خلاف فرض است. (۰/۲۵)پس باهم موازیند. (۰/۲۵) ب)خط L در صفحه ی P قرار دارد.پس در این حالت هر صفحه ی P' متمایز از P که از L می گذرد صفحه ی P را در همان خط L قطع می کند. (۰/۲۵)و درستی قضیه روشن است. 	خرداد ۹۲
۴	در صفحه ی P خط دلخواه L را رسم می کنیم. (۰/۲۵) سپس از نقطه ی A ، خط L' را موازی L رسم می کنیم . (۰/۲۵) L' با یکی از خط های صفحه ی P موازی است ، پس خط L' با صفحه ی P موازی است. (۰/۲۵) بیشمار خط از نقطه A به موازات صفحه ی P می توان رسم کرد . (۰/۲۵) 	دی ۹۲
۵	فرض می کنیم خط L موازی دو صفحه ی متقاطع P و P' باشد. از یک نقطه ی فصل مشترک مانند A خط L' راموازی L رسم می کنیم. (۰/۲۵) چون خط L با صفحه ی P موازی است ،خط L' به تمامی در صفحه ی P قرار دارد. (۰/۵) بااستدلالی مشابه خط L' به تمامی در صفحه ی P' قرار دارد. (۰/۲۵) پس L' همان فصل مشترک دو صفحه ی متقاطع P و P' است که با خط L نیز موازی است. (۰/۲۵) 	شهریور ۹۳

۶	خط L را عمود بر صفحه P و خط L' را عمود بر خط L در نظر می گیریم. از نقطه ی A روی خط L خط L'' راموازی L' رسم می کنیم. (۰/۲۵)بنابراین $L'' \perp L$. صفحه ی شامل L و L'' را Q می نامیم . (۰/۲۵)فصل مشترک P و Q را L_1 می نامیم. بنابراین $\begin{array}{l} L\perp L'' \\ L\perp L_1\end{array} \Rightarrow L_1 \parallel L'' \Rightarrow L_1 \parallel L'$ (۰/۵) یعنی L' با یکی از خطوط صفحه ی P موازی است پس با P موازی است. (۰/۲۵)	دی ۹۰
۷	تکراری همانند سوال ۱	
۸	از نقطه A صفحه P را عمود بر خط L رسم می کنیم. (۰/۲۵) همچنین از نقطه A صفحه Q را بر خط L' عمود رسم می کنیم. (۰/۲۵) فصل مشترک صفحه های P و Q یعنی خط Δ جواب مسئله است. (۰/۲۵) زیرا $\left.\begin{array}{l} L\perp P \Rightarrow L\perp\Delta \\ L'\perp Q\Rightarrow L'\perp \Delta\end{array}\right\} \Rightarrow$ Δ برهر دو خط L و L' عمود است. (۰/۲۵) صفحه های P و Q برهم منطبق نیستندزیرا درغیر این صورت L و L' متنافر نیستندواین خلاف فرض است. (۰/۲۵) خط Δ منحصر به فرد است زیرا صفحه های P و Q منحصر به فرد هستند. (۰/۲۵)	دی ۹۱
۹	برهان: طبق شکل خط 'AC را رسم می کنیم.این خط صفحه Q رادر نقطه ای مانند M قطع می کند.صفحه گذرنده از دو خط متقاطع AC و 'AC را P_1 و صفحه گذرنده از دو خط متقاطع 'AC و 'A'C را P_2 می نامیم.(۰/۲۵) دو خط 'CC و BM در صفحه ی P_1 موازیند . (۰/۲۵) در صفحه ی P_1 با استفاده از قضیه تالس داریم : $\frac{AB}{BC}=\frac{AM}{MC'}$ (۰/۲۵) همچنین دو خط 'AA و 'MB در صفحه ی P_2 موازیند . (۰/۲۵) و در صفحه ی P_2 با استفاده از قضیه ی تالس داریم : $\frac{A'B'}{B'C'}=\frac{AM}{MC'}$ (۰/۲۵ از این دو تناسب نتیجه می شود : (۰/۲۵) $\frac{AB}{BC}=\frac{A'B'}{B'C'}$  تکمیل شکل (۰/۲۵)	دی ۹۲

۱۰

خط L را عمود بر صفحه P و خط L' را عمود بر خط L در نظر می گیریم. از نقطه ی A روی خط L خط L'' راموازی L' رسم می کنیم. (۰/۲۵) بنابراین $L'' \perp L$. صفحه ی شامل L و L'' را Q می نامیم. (۰/۲۵)فصل مشترک P و Q را L_1 می نامیم. بنابراین

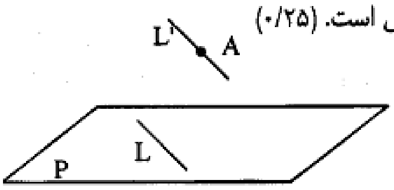
$$\begin{array}{l} L \perp L'' \\ L \perp L_1 \end{array} \Rightarrow L_1 \| L'' \Rightarrow L_1 \| L' \qquad (\text{۰/۵})$$

یعنی L' با یکی از خطوط صفحه ی P موازی است پس با P موازی است. (۰/۲۵)

دی ۹۲

۱۱

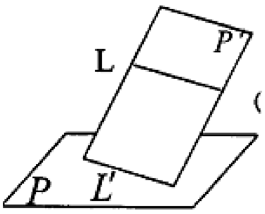
در صفحه ی P خط دلخواه L را رسم می کنیم. (۰/۲۵) سپس از نقطه ی A ، خط 'L را موازی L رسم می کنیم . (۰/۲۵)
'L با یکی از خط های صفحه ی P موازی است ، پس خط 'L با صفحه ی P موازی است. (۰/۲۵)
بیشمار خط از نقطه A به موازات صفحه ی P می توان رسم کرد . (۰/۲۵)



دی ۹۲

۱۲

برای اثبات این قضیه ، دو حالت موازی بودن یک خط و یک صفحه در فضارا در نظر می گیریم.



الف)خط L در صفحه P قرار ندارد . فرض کنیم ′P صفحه گذرنده از L باشد که P را در خط ′L قطع می کند . (۰/۲۵)
رسم شکل (۰/۲۵)
L و هر ′L دو در صفحه ′P هستند ویکدیگر را قطع نمی کنند . (۰/۲۵)
زیرا از متقاطع بودن L و ′L نتیجه می شود که خط L صفحه ی P را قطع می کند ،که این خلاف فرض است. (۰/۲۵)
پس باهم موازیند . (۰/۲۵)
ب)خط L در صفحه P قرار دارد . پس در این حالت هر صفحه ′P متمایز از P که از L می گذرد ، صفحه P را در همان خط L قطع می کند . (۰/۲۵)و درستی قضیه روشن است. ص ۱۳۹

خرداد۹۴

۱۳

$$\frac{SA}{AM} = \frac{SC}{CP} = \text{۱} \Rightarrow AC \| MP (\text{۰/۵})$$

$$\frac{SC}{CP} = \frac{SB}{BN} = \text{۱} \Rightarrow BC \| NP (\text{۰/۵})$$

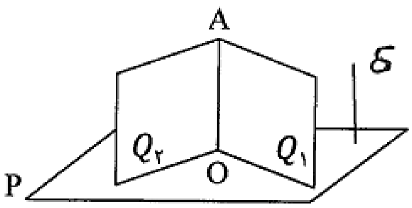
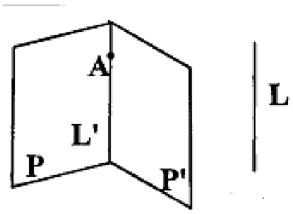
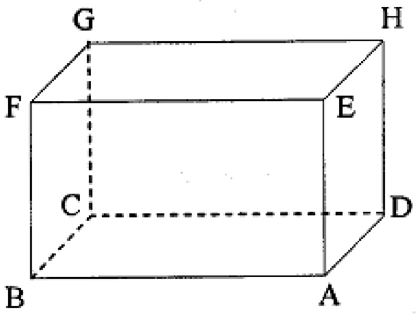
چون دوخط متقاطع از صفحه ی مثلث ABC با دو خط متقاطع از مثلث MNP موازی است پس این دو صفحه با هم موازی هستند.(۰/۲۵)

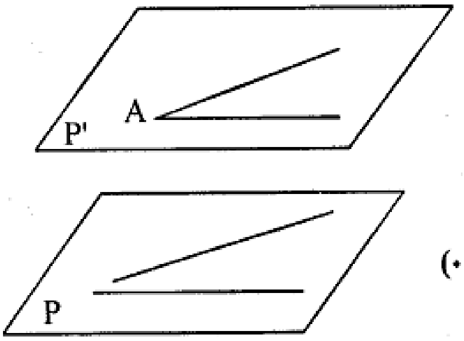
شهریور ۹۲

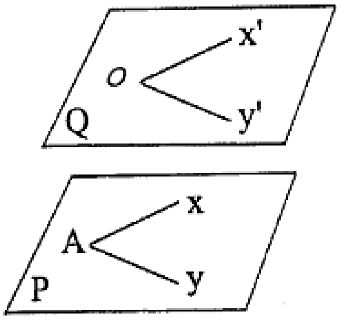
۱۴

فرض کنیم دو صفحه P و Q با صفحه R موازی باشند . فرض خلف اگر P با Q موازی نباشد (۰/۲۵)
آنگاه P صفحه Q را قطع می کند. از طرفی چون صفحه Q موازی با R است،پس صفحه P صفحه R را نیز قطع می کند. (۰/۵)
و این خلاف فرض است. (۰/۲۵)پس $P \| Q$. ص ۱۴۷

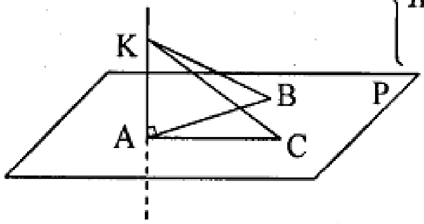
دی ۹۴

۱۵	تکراری همانند سوال ۹	دی ۹۲
۱۶	اگر دو صفحه ی متقاطع Q_1 و Q_2 برصفحه ی P عمود باشند و AO فصل مشترک آنها باشد ، خط δ عمود بر صفحه P را در نظر می گیریم می دانیم δ به موازات صفحه های Q_1 و Q_2 می باشد(/۲۵). بنابراین خط δ به موازات خط AO است (/۲۵)پس خط AO برعمود P است. (/۲۵)  	شهریور ۹۰
۱۷	فرض می کنیم خط L موازی دو صفحه ی متقاطع P و P' باشد. ز یک نقطه ی فصل مشترک مانند A خط L' راموازی L رسم می کنیم.(۰/۲۵) چون خط L با صفحه ی P موازی است ،خط L' به تمامی در صفحه ی P قرار دارد. (۰/۵) ااستدلالی مشابه خط L' به تمامی در صفحه ی P' قرار دارد.(۰/۲۵) پس L' همان فصل مشترک دو صفحه ی متقاطع P و P' است که با خط L نیز موازی است. (۰/۲۵)  	شهریور ۹۳
۱۸	الف)در مکعب مستطیل رسم شده ،خطوط AB و EF موازی هستند وخط EH خط EF راقطع کرده است ولی خط EH خط AB را قطع نکرده است.(۰/۵)  رسم شکل (۰/۵) ب) در مکعب مستطیل بالا صفحه های ABCD و EFGH موازی هستندو خط AB درصفحه ی ABCD قرار داردو خط EH درصفحه ی EFGH قرار دارد و AB موازی EH نیست.(۰/۵) (در صورتی که دانش آموز دو شکل رسم کرده باشد برای هر کدام (۰/۲۵) منظور شود.)	شهریور ۹۱

۱۹	ازنقطه ی A ،دو خط متمایز موازی صفحه ی P رسم می کنیم (۰/۲۵) صفحه ی گذرانده از این دو خط جواب مسئله است.(۰/۲۵) زیرا دو خط غیر موازی ازآن با دو خط غیر موازی از صفحه ی P موازی است. (۰/۲۵)  رسم شکل (۰/۲۵)	شهریور ۹۳
۲۰	P و P' دو صفحه ی موازی هستند و خط L با صفحه ی P موازی می باشد. فرض می کنیم L با P' موازی نباشد (فرض خلف)(۰/۲۵) در اینصورت قطعاً خط L صفحه ی موازی آن یعنی P را نیز قطع خواهد کرد.(۰/۲۵) واین خلاف فرض است. پس حکم برقرار است یعنی $P' \parallel L$ است. (۰/۲۵)	شهریور ۹۳
۲۱	تکراری همانند سوال ۱	شهریور ۹۳
۲۲	تکراری همانند سوال ۱	شهریور ۹۳

۲۳	دو خط AX و AY را در صفحه ی P در نظر می گیریم . (۰/۲۵) از نقطه O خطوط OX' و OY' را موازی خطوط AX و AY رسم می کنیم سپس صفحه Q گذرنده از دو خط OX' و OY' را رسم می نماییم (۰/۲۵) بنابراین صفحه P با صفحه Q موازی خواهد بود. (۰/۲۵) هر خطی که از نقطه O بگذرد با صفحه P موازی باشد در صفحه Q قرار می گیرد (۰/۲۵) زیرا درغیراین صورت صفحه Q را قطع می کند. بنابراین صفحه P راکه موازی باصفحه Q است نیز قطع می کند (۰/۲۵) 	خرداد ۹۰
۲۴	فرض کنیم $P\parallel P'$ و $d\subset P$ اگر خط d باصفحه ی P' متقاطع باشدپس صفحه یP باصفحه ی P' متقاطع خواهد بودکه این خلاف فرض است پس $d\parallel P'$. (۰/۲۵)بعکس فرض کنیم هر خط مانندd از صفحه یP باصفحه ی P' موازی باشد. (۰/۲۵) اگر صفحه یP باصفحه ی P' متقاطع باشد آنگاه در یک خط مانند L مشترک خواهند بود(۰/۲۵) اگر خط d در صفحه P متقاطع باL درنقطه ی A رسم شودخط d صفحه ی P' رادرنقطه ی A قطع کرده است که این خلاف فرض است. (۰/۲۵)پس $P\parallel P'$	خرداد ۹۱
۲	دو صفحه موازی P و P' و خط L روی P را در نظر می گیریم . فرض خلف : اگر L با P' موازی نباشد در نتیجه در نقطه ای مثل A آن را قطع می کند (۰/۲۵)چون P شامل L است پس $A\in P$ (۰/۲۵) چون $A\in P'$ پس P و P' در نقطه A مشترکند (۰/۲۵)و این با موازی بودن P و P' درتناقض است (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل و حکم برقراراست. عکس مطلب نیز درست است .(۰/۲۵)	خرداد ۹۲
	خط ها وصفحه های عمود بر هم	

۱



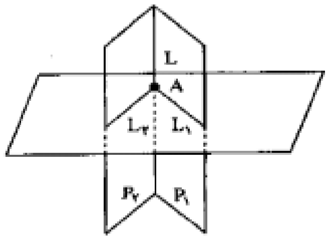
$$\begin{cases} AB = AC \\ KB = KC \Rightarrow \overset{\Delta}{KAB} \cong \overset{\Delta}{KAC}\ (۰/۵) \Rightarrow K\hat{A}B = K\hat{A}C = ۹۰^\circ\ (۰/۲۵) \\ KA \qquad \text{ضلع مشترک} \end{cases}$$

بنابراین KA عمود بر دو خط غیر موازی AB و AC در صفحه P می باشد

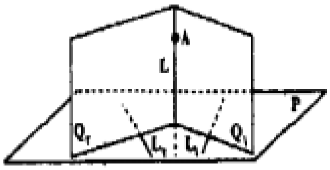
پس بنا بر قضیهٔ اساسی تعامد KA بر صفحه P عمود است .(۰/۲۵) ص۱۵۴

خرداد ۹۴

۲



الف)می توانیم از خط L بی شمار صفحه بگذرانیم.(۰/۲۵) دو صفحه ی متمایزاز این صفحه ها را P_1 و P_2 می نامیم.از نقطه ی A در صفحه ی P_1، خط L_1 را عمود بر L رسم می کنیم(۰/۲۵).به طور مشابه،از نقطه ی A در صفحه P_2، خط L_2 را عمود بر L رسم می کنیم. (۰/۲۵)خط های L_1 و L_2 متقاطع اند.وخط L بر هر دوی آنها عمود است.طبق قضیه اساسی تعامد، خط L بر صفحه گذرنده از L_1 و L_2 نیز عمود است. (۰/۲۵)این صفحه همان صفحه مطلوب است.



ب)دو خط غیر موازی L_1 و L_2 را در صفحه ی P در نظر می گیریم(۰/۲۵) از نقطه ی A صفحه ی Q_1 را عمود بر L_1 (۰/۲۵) و صفحه ی Q_2 را عمود بر L_2 (۰/۲۵) رسم می کنیم.این دو صفحه متقاطع اند : فصل مشترک آنها را L می نامیم. طبق قضیه اساسی تعامد، L بر صفحه ی P عمود است (۰/۲۵)و L همان خط مطلوب است.

دی ۹۰

۳

از نقطهٔ A صفحهٔ P را عمود بر خط L و صفحهٔ Q را عمود برخط L′ رسم می کنیم(۰/۲۵).

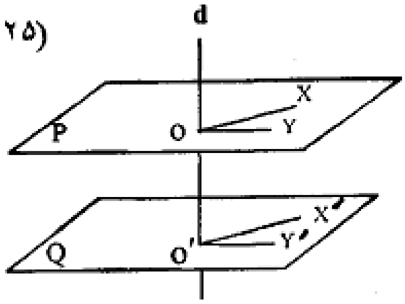
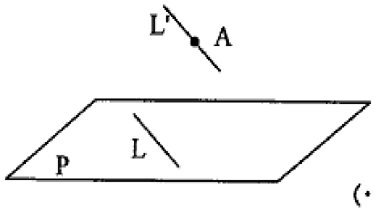
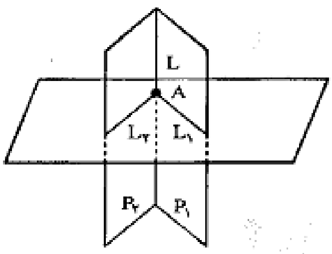
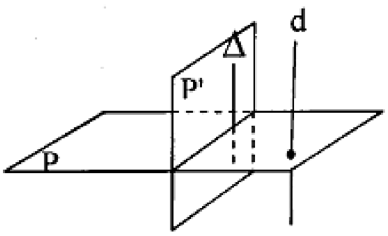
فصل مشترک صفحه های P و Q یعنی خط Δ جواب مسئله است. (۰/۲۵) زیرا :

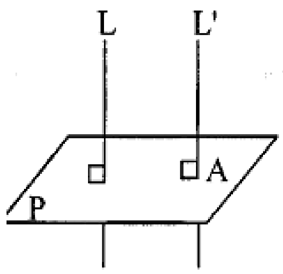
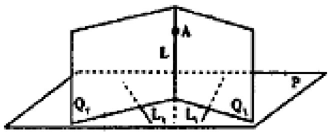
$$\left.\begin{array}{l} L \perp P \Rightarrow L \perp \Delta \\ L' \perp Q \Rightarrow L' \perp \Delta \end{array}\right\} \Rightarrow$$ Δ برهر دو خط L و L′ عمود است. (۰/۲۵)

صفحه های P و Q بر هم منطبق نیستند زیرا در غیر این صورت L و L′ متنافر نیستند و این خلاف فرض است. (۰/۲۵)

خط Δ منحصر به فرد است زیرا صفحه های P و Q منحصر به فرد هستند. (۰/۲۵) ص۱۵۵

دی ۹۴

شهریور ۹۱	برهان : فرض می کنیم خط d بر صفحه P عمود باشد و $P \parallel Q$. دو خط متقاطع OX و OY را در صفحه P در نظر می گیریم (۰/۲۵) و $O'X'$ و $O'Y'$ را موازی OX و OY در صفحه Q رسم می کنیم (۰/۲۵) $d \perp P \Rightarrow \begin{cases} d \perp OX \Rightarrow d \perp O'X' \ \text{(۰/۲۵)} \\ d \perp OY \Rightarrow d \perp O'Y' \ \text{(۰/۲۵)} \end{cases} \Rightarrow d \perp Q \ \text{(۰/۲۵)}$  	۴
شهریور ۹۲	در صفحه ی P خط دلخواه L را رسم می کنیم سپس از نقطه ی A ، خط L' را موازی L رسم می کنیم . (۰/۲۵) L' با یکی از خط های صفحه ی P موازی است ، پس خط L' با صفحه ی P موازی است. (۰/۲۵) بیشمار خط از نقطه A به موازات صفحه ی P می توان رسم کرد . (۰/۲۵)  تکمیل شکل (۰/۲۵)	۵
شهریور ۹۳	الف)می توانیم از خط L بی شمار صفحه بگذرانیم.(۰/۲۵) دو صفحة متمایزاز این صفحه ها را P_1 و P_2 می نامیم.از نقطة A در صفحة P_1، خط L_1 را عمود برL رسم می کنیم(۰/۲۵).به طور مشابه،از نقطة A در صفحة P_2، خط L_2 را عمود بر L رسم می کنیم. (۰/۲۵)خط های L_1 و L_2 متقاطع اند.وخط L بر هر دوی آنها عمود است.طبق قضیة اساسی تعامد، خطL بر صفحة گذرنده از L_1 و L_2 نیز عمود است. (۰/۲۵)این صفحه همان صفحه مطلوب است. ص۱۵۲  	۶
شهریور ۹۴	فرض کنیم $P \perp P'$ و $d \perp P$ باشد . چون $P \perp P'$ پس خطی مانند Δ در صفحه P' قراردارد به طوری که $\Delta \perp P$ باشد (۰/۲۵) داریم : $\begin{cases} \Delta \perp P \\ d \perp P \end{cases} \Rightarrow d \parallel \Delta \ \text{(۰/۲۵)} \Rightarrow d \parallel p' \ \text{(۰/۲۵)}$  	۷

۸	از نقطه ی A خارج خط L خط 'L را موازی L رسم می کنیم (۰/۲۵) نقطه ی A روی خط 'L است . طبق مسأله حل شده صفحه ی P را از نقطه ی A بر 'L عمود می کنیم (۰/۲۵) صفحه ی P بریکی از دو خط موازی عمود است پس بر دیگری یعنی L نیز عمود است . (۰/۲۵) اگر صفحه ی 'P نیزاز A گذشته و بر L عمود باشد با P موازی خواهد بود. (۰/۲۵) بنا براین P و 'P بر هم منطبق اند پس P یکتا ست . (۰/۲۵)  رسم شکل (۰/۲۵)	خرداد ۹۳
۹	دو خط غیر موازی L_1 و L_2 را در صفحه ی P در نظر می گیریم(۰/۲۵) از نقطه ی A صفحه ی Q_1 را عمود بر L_1 (۰/۲۵) و صفحه ی Q_2 را عمود بر L_2 (۰/۲۵) رسم می کنیم.این دو صفحه متقاطع اند ؛ فصل مشترک آنها را L می نامیم. طبق قضیه اساسی تعامد ، L بر صفحه ی P عمود است (۰/۲۵)و L همان خط مطلوب است.  	خرداد ۹۳
۱۰	از نقطة A صفحة P را عمود بر خط L و صفحه Q را عمود برخط L' رسم می کنیم(۰/۲۵). فصل مشترک صفحه های P و Q یعنی خط Δ جواب مسئله است. (۰/۲۵) زیرا : $\left.\begin{matrix} L \perp P \Rightarrow L \perp \Delta \\ L' \perp Q \Rightarrow L' \perp \Delta \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ Δ برهر دو خط L و L' عمود است. (۰/۲۵) صفحه های P و Q بر هم منطبق نیستند زیرا در غیر این صورت L و L' متنافر نیستند و این خلاف فرض است. (۰/۲۵) خط Δ منحصر به فرد است زیرا صفحه های P و Q منحصر به فرد هستند. (۰/۲۵) ص۱۵۵	دی ۹۴

تهیه کننده:احمد عچرش کلاس سوم ریاضی دبیرستان امام حسین (ع) باوی