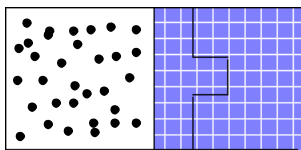


۱- اگر دما و فشار در داخل گاز، در شکل زیر در نقاط مختلف متفاوت باشند، چه رخ می دهد؟ (۱) گاز



اختلاف دما باعث ایجاد رسانش گرمایی و همرفت و اختلاف فشار باعث ایجاد حرکت در مولکول های گاز می شود و این مساله تا رسیدن گاز به تعادل ترمودینامیکی که در آن دما و فشار در تمام نقاط ثابت است ادامه دارد.

۲- چند فرایند ترمودینامیکی را که در اطراف شما رخ می دهد، ذکر کنید.

- سوختن بنزین در موتورهای درونسوز
- افزایش دما و فشار در حجم ثابت در زودپز
- پر کردن باد لاستیک وسایل نقلیه

۳- آیا از مخلوط آب و یخ می توان به عنوان منبع گرما استفاده کرد؟
بله.

اگر از مخلوط آب و یخ گرما گرفته شود، قسمتی از آب یخ می زند و تا زمانی که آب در مخلوط وجود دارد دمای آن ثابت است. همچنین اگر به مخلوط آب و یخ گرما داده شود، قسمتی از یخ آب می شود و تا زمانی که یخ در مخلوط وجود دارد دمای آن ثابت است.

۴- علامت W' (کار انجام شده توسط گاز روی محیط) در تراکم و انبساط گاز چیست؟

به هنگام تراکم گاز، کار گاز بر روی محیط منفی است و در هنگام انبساط گاز، کار گاز بر روی محیط مثبت است.

۵- W (کار انجام شده روی دستگاه)، در تراکم مثبت و در انبساط منفی است. نشان دهید که این نتیجه از رابطه ی $W = -P\Delta V$ نیز به دست می آید.

$$\begin{cases} \text{تراکم} \Rightarrow \Delta V < 0 \Rightarrow -P \Delta V > 0 \Rightarrow W > 0 \\ \text{انبساط} \Rightarrow \Delta V > 0 \Rightarrow -P \Delta V < 0 \Rightarrow W < 0 \end{cases}$$

۶- در فرآیند هم دما علامت Q و W چیست؟

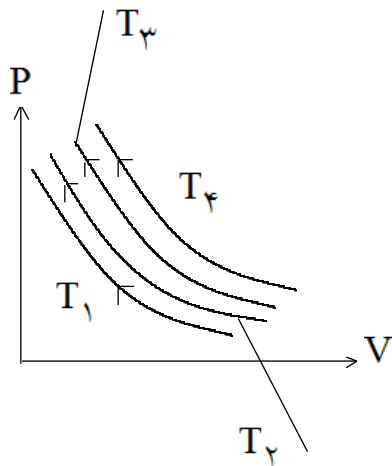
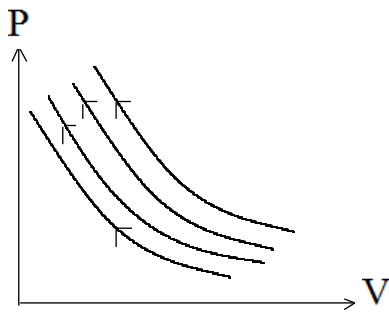
در فرایند هم دما ΔU صفر است و داریم $Q = -W$.

در تراکم هم دما W مثبت و Q منفی است و در انبساط هم دما W منفی و Q مثبت است.

۷- انتهای یک سرنگ را مسدود و آن را وارد مخلوط آب و یخ کنید. پس از مدتی گاز را به آرامی متراکم کنید. آیا می توان این فرآیند را هم دما در نظر گرفت؟
بله.

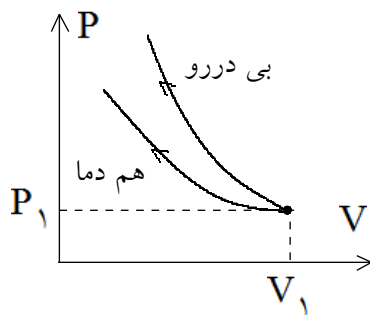
محیط آب و یخ را می توان به عنوان چشمه ی گرمایی با دمای ثابت در نظر گرفت. از طرفی کندی تغییر حجم سرنگ فرصت تبادل گرما به هوای داخل سرنگ و مخلوط آب و یخ را می دهد و در نتیجه در طی فرآیند، دمای هوای داخل سرنگ همواره با دمای مخلوط آب و یخ برابر است.

۸- در شکل زیر نمودار $P-V$ ی مربوط به تراکم همدمای یک گاز در دماهای $T_4 > T_3 > T_2 > T_1$ نشان داده شده است. تعیین کنید که هر نمودار مربوط به کدام دماست.

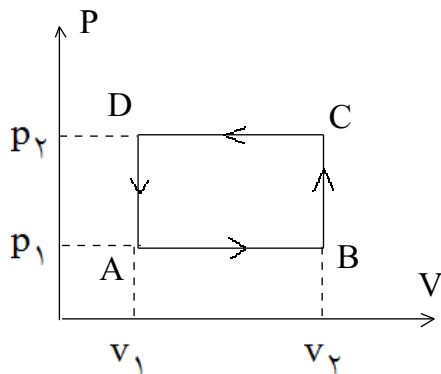


فرایند مربوط به هر دما در نمودار شکل مقابل نشان داده شده است. با توجه به رابطه ی $PV=nRT$ ، در حجم مشخص گازی که دمای بیشتری دارد، فشار بیشتری دارد و همچنین در فشار مشخص گازی که دمای بیشتری دارد، حجم بیشتری دارد.

۹- نمودارهای $P-V$ ی، مربوط به تراکم هم دما و تراکم بی درروی یک گاز کامل را از فشار و حجم اولیه ی P_1 و V_1 رسم کنید.



با توجه به چرخه ی شکل زیر به سه سوال بعدی پاسخ دهید:



۱۰- توضیح دهید که در هر مرحله، چه فرایندی انجام می شود؟

- AB : انبساط هم فشار. BC : افزایش فشار و دما در حجم ثابت (هم حجم).
 CD : تراکم هم فشار. DA : کاهش فشار و دما در حجم ثابت (هم حجم).

۱۱- تعیین کنید که کار انجام شده در چرخه مثبت است یا منفی؟

$$\begin{cases} W_{AB} < 0 \\ W_{BC} = 0 \\ W_{CD} > 0 \\ W_{DA} = 0 \end{cases} \Rightarrow W = W_{AB} + W_{CD}$$

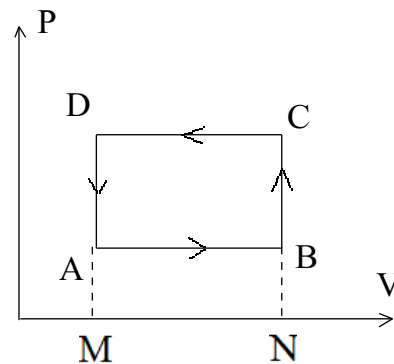
$$|W_{AB}| < |W_{CD}| \Rightarrow -W_{AB} < +W_{CD} \Rightarrow W_{AB} + W_{CD} > 0 \Rightarrow W > 0$$

کار انجام شده بر روی دستگاه مثبت و کاری که دستگاه بر روی محیط انجام می‌دهد، منفی است.

۱۲- نشان دهید که کار کل برابر با مساحت داخل چرخه است.

روش اول :

$$\begin{cases} W_{AB} < 0 \\ W_{BC} = 0 \\ W_{CD} > 0 \\ W_{DA} = 0 \end{cases} \Rightarrow W = W_{AB} + W_{CD}$$

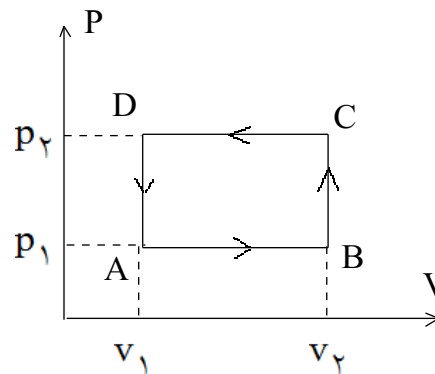


$$W_{AB} = -(\text{مساحت مستطیل ABNM}) \quad \text{و} \quad W_{CD} = +(\text{مساحت مستطیل DCNM})$$

$$W = -(\text{مساحت مستطیل ABNM}) + (\text{مساحت مستطیل DCNM}) = +(\text{مساحت مستطیل ABCD})$$

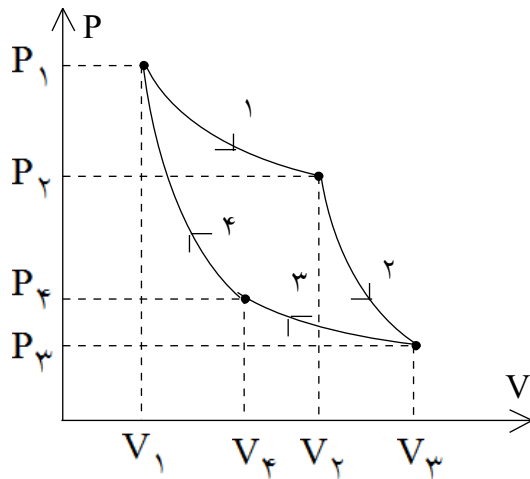
روش دوم :

$$\begin{cases} W_{AB} = -P_1(V_2 - V_1) \\ W_{BC} = 0 \\ W_{CD} = -P_2(V_1 - V_2) \\ W_{DA} = 0 \end{cases}$$



$$\Rightarrow W = -P_1(V_2 - V_1) - P_2(V_1 - V_2) = (P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = \text{مساحت مستطیل ABCD}$$

۱۳- گاز کاملی را با حجم و فشار اولیه ی V_1 و P_1 در نظر بگیرید که چرخه ای به شرح زیر را طی می کند. (۱) حجم و فشار آن از طریق یک انبساط هم دما به V_2 و P_2 می رسد. (۲): سپس حجم و فشار آن از طریق یک انبساط بی دررو به V_3 و P_3 می رسد. (۳) در اثر یک تراکم هم دما حجم و فشار آن به V_4 و P_4 می رسد. (۴) سپس یک تراکم بی دررو طوری انجام می شود که حجم و فشار گاز را به مقدار اولیه ی آن ها برمی گرداند. این چرخه را در دستگاه $P-V$ رسم کنید. (این چرخه، چرخه ی کارنو نامیده می شود).



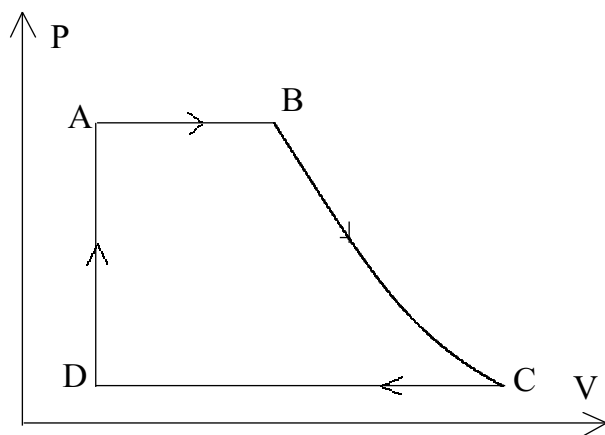
- ۱ - انبساط هم دما
- ۲ - انبساط بی دررو
- ۳ - تراکم هم دما
- ۴ - تراکم بی دررو

۱۴- تغییر انرژی درونی یک دستگاه در یک چرخه چه قدر است؟

در پایان چرخه دستگاه به حالت اولیه خود باز می گردد و انرژی درونی نیز به مقدار اولیه می رسد و در نتیجه تغییر انرژی درونی صفر است.

۱۵- دستگاهی در یک انبساط بی دررو 5 J کار بر روی محیط انجام می دهد. تغییر انرژی درونی آن چه قدر است؟

$$\begin{cases} W' = 5 \text{ J} \Rightarrow W = -W' = -5 \text{ J} \\ \Rightarrow \Delta U = Q + W = -5 \text{ J} \\ \text{انبساط بی دررو} \Rightarrow Q = 0 \end{cases}$$



نمودار $P-V$ ی یک ماشین بخار در شکل زیر نشان داده شده است. با توجه به نمودار و توضیحات آن عبارات بعدی را کامل کنید.

از A تا B - تبدیل آب به بخار آب داغ در فشار ثابت از B تا C - انبساط بی درروی بخار آب (در این مرحله، انرژی مکانیکی مورد نیاز از ماشین بخار به دست می آید)

از C تا D - میعان بخار آب در فشار ثابت از D تا A - افزایش فشار آب تا فشار اولیه در حجم تقریباً ثابت

۱۶- در مسیر A تا B ، آب با گرفتن گرما از کوره به تبدیل می شود و حجم و دمای آن می یابد.
بخار - افزایش.

۱۷- در مسیر B تا C بخار آب داغ وارد استوانه می شود و سبب می شود. در نتیجه ی این عمل، فشار و دمای بخار آب می یابد.
حرکت پیستون - کاهش.

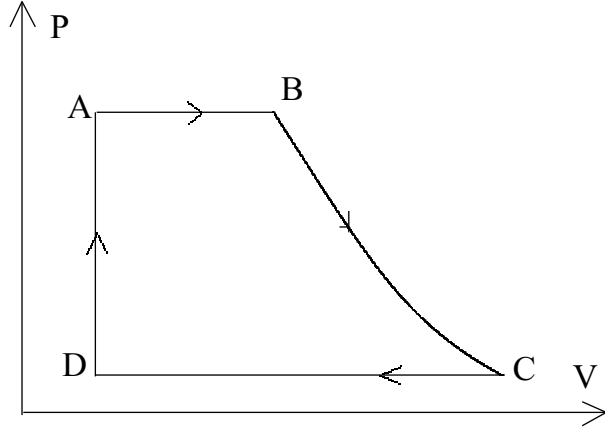
۱۸- در مسیر C تا D بخار آب گرما از دست می دهد. دمای آن پایین می آید و ... می شود.
حجم آن کاهش یافته و به مایع تبدیل می شود.

۱۹- در مسیر D تا A تلمبه آب را به دیگ بخار برمی گرداند. در این عمل، فشار آب به ...
مقدار اولیه بازمی گردد.

۲۰- در یک چرخه ی کامل ماشین بخار، دستگاه از مقداری گرما می گیرد، مقداری کار انجام می دهد و بقیه را به می دهد.

چشمه ی گرم (کوره) - چشمه سرد (محیط).

با استفاده از نمودار $P-V$ ی ماشین بخار، به ۴ سوال بعدی پاسخ دهید.
 از A تا B - تبدیل آب به بخار آب داغ در فشار ثابت
 از B تا C - انبساط بی درروی بخار آب (در این مرحله، انرژی مکانیکی مورد نیاز از ماشین بخار به دست می آید)
 از C تا D - میعان بخار آب در فشار ثابت
 از D تا A - افزایش فشار آب تا فشار اولیه در حجم تقریباً ثابت



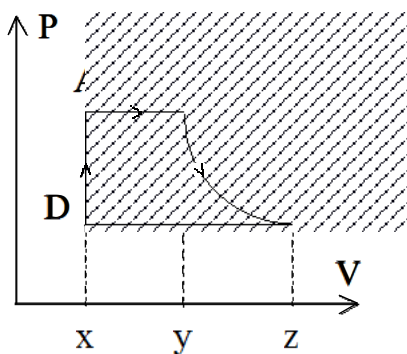
۲۱- (۱) نوع فرایند را در هر مرحله بیان کنید.

مرحله ی AB فرایند هم فشار (تبخیر آب در فشار ثابت)
 مرحله ی BC فرایند انبساط بی دررو
 مرحله ی CD فرایند هم فشار (میعان بخار آب در فشار ثابت)
 مرحله ی DA فرایند هم حجم (افزایش دما و فشار در حجم ثابت)

۲۲- (۲) مشخص کنید که آب در مراحل AB ، BC و CD گرما گرفته یا از دست داده است؟

در مرحله ی AB حجم و دما در فشار ثابت افزایش یافته است و دستگاه گرما می گیرد.
 در مرحله ی BC فرایند انبساط بی دررو صورت گرفته است و گرما مبادله نمی شود.
 در مرحله ی CD حجم و دما در فشار ثابت کاهش یافته است و دستگاه گرما از دست می دهد.
 در مرحله ی DA فشار و دما در حجم ثابت افزایش یافته است و دستگاه گرما می گیرد.

۲۳- کار انجام شده را در هر مرحله با استفاده از سطح زیر نمودار مشخص کنید و علامت کار انجام شده را در چرخه ی کامل تعیین کنید.



$$\begin{cases} W_{AB} = - (\text{مساحت } AByx) \\ W_{BC} = - (\text{مساحت } BCzy) \\ W_{CD} = + (\text{مساحت } CDxz) \\ W_{DA} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow W = - (\text{مساحت } AByx) - (\text{مساحت } BCzy) + (\text{مساحت } CDxz) + 0$$

$$\Rightarrow W = - (\text{مساحت } ABCD)$$

کار انجام شده در چرخه برابر منفی مساحت داخل چرخه است.

۲۴- انرژی درونی دستگاه در فرایند B تا C افزایش می یابد یا کاهش؟

فرآیند BC انبساط بی دررو است. در این فرآیند روی دستگاه کار منفی انجام می شود و دستگاه گرما مبادله نمی کند.

$$(W < 0 \text{ و } Q = 0) \Rightarrow W + Q < 0 \Rightarrow \Delta U < 0 \Rightarrow \Delta T < 0$$

در این فرآیند دما و انرژی درونی دستگاه کاهش می یابد

۲۵- یکای بازدهی ماشین گرمایی چیست؟

با توجه به رابطه ی $\eta = \frac{|W|}{Q_H}$ که در آن کمیت های $|W|$ و Q_H دارای یکای یکسانی هستند، بازده یکا ندارد.

۲۶- چگونه می توان بازدهی ماشین گرمایی را افزایش داد؟

با توجه به رابطه های $\eta = \frac{|W|}{Q_H}$ و $\eta = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H}$ ، اگر یک ماشین گرمایی به ازای گرمای مشخصی که از چشمه ی سرد می گیرد کار بیش تری انجام دهد و گرمای کمتری به چشمه ی سرد بدهد بازدهی آن بیش تر می شود.

۲۷- اگر ماشینی همه ی گرمای دریافتی را به کار تبدیل کند، آیا قانون اول ترمودینامیک نقض می شود؟
خیر.

$$\Rightarrow Q_H = |Q_C| + |W| \text{ قانون اول ترمودینامیک}$$

اگر در ماشین گرمایی $|Q_C|$ صفر شود، $|W|$ با Q_H برابر می شوند و بازده برابر یک می شود.

۲۸- الف) بنابر قانون دوم ترمودینامیک، در یک چرخه مقدار مشخصی نمی تواند به طور کامل به تبدیل شود.
الف) گرما - کار

۲۹- ب) بازدهی یک ماشین گرمایی هرگز نمی تواند باشد.
ب) یک

۳۰- علامت W ، Q_H و Q_C را در یخچال مشخص کنید.

یخچال از فضای داخل خود (چشمه ی سرد) گرما می گیرد و Q_C مثبت است.

یخچال به فضای اطراف خود (چشمه ی گرم) گرما می دهد و Q_H منفی است.

یخچال از منبع تغذیه (برق مصرفی) کار می گیرد و روی دستگاه کار انجام می شود و W مثبت است.

۳۱- چگونه می توان ضریب عملکرد یخچال را افزایش داد؟

با توجه به رابطه های $K = \frac{Q_C}{W} = \frac{|Q_H|}{W} - 1$ اگر به ازای مقدار کار مشخصی که یخچال می گیرد مقدار گرمای بیش تری از چشمه ی سرد بگیرد و به چشمه ی گرم بدهد، ضریب عملکرد یخچال بیش تر می شود.

۳۲- (۱) چه مقدار گرما از اتاق می گیرد؟

(۱)

$$\begin{cases} P = 700 \text{ W} \\ \Delta t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s} \end{cases} \Rightarrow W = P \Delta t = 700 \times 60 = 42000 \text{ J}$$

$$K = \frac{Q_C}{W} \Rightarrow 2/5 = \frac{Q_C}{42000} \Rightarrow Q_C = 2/5 \times 42000 = 10500 \text{ J} = 10.5 \text{ kJ}$$

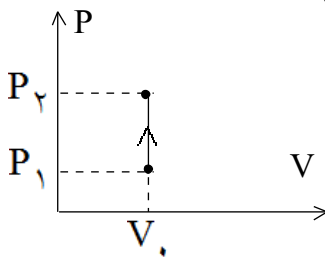
۳۳- (۲) چه مقدار گرما به فضای بیرون می دهد؟

(۲)

$$|Q_H| = Q_C + W \Rightarrow |Q_H| = 10500 + 42000 = 52500 \text{ J} = 52.5 \text{ kJ}$$

۳۴- در فرایند هم حجم چگونه می توان فشار گاز را افزایش داد؟

در فرآیند هم حجم کار روی گاز انجام نمی شود. اگر فشار گاز در حجم ثابت افزایش یابد، با توجه به رابطه ی $PV = nRT$ دمای گاز افزایش می یابد و با توجه به رابطه ی $Q = nc_{MV}\Delta T$ گاز گرما می گیرد. بنابراین برای افزایش فشار گاز در حجم ثابت باید به آن گرما بدهیم.



۳۵- حجم ۰/۵ مول از یک گاز کامل تک اتمی ۸/۳ لیتر و فشار آن ۱/۵ اتمسفر است. مقداری گرما به آن می‌دهیم تا فشار آن از طریق یک فرایند هم‌حجم دو برابر شود. کار و گرمای مبادله شده را برای این فرایند محاسبه کنید.

در فرآیند هم‌حجم کار انجام شده روی گاز صفر است.

روش اول: برای محاسبه‌ی گرمای مبادله شده توسط گاز :
دمای اولیه و نهایی گاز را به دست می‌آوریم.

$$T_1 = \frac{P_1 V_1}{nR} \Rightarrow T_1 = \frac{1/5 \times 10^{-5} \times 8/3 \times 10^{-3}}{0.5 \times 8/3} = 300 \text{ K}$$

$$\text{حجم گاز ثابت است} \Rightarrow \frac{P}{T} = \frac{P_1}{T_1} \Rightarrow \frac{2P_1}{T} = \frac{P_1}{T_1} \Rightarrow T = 2T_1 = 600 \text{ K}$$

$$Q = nc_{MV} \Delta T = nc_{MV} (T - T_1) = n \left(\frac{3}{2} R \right) (T - T_1)$$

$$\Rightarrow Q = 0.5 \times \frac{3}{2} \times 8/3 \times (600 - 300) = 1867.5 \text{ J}$$

روش دوم: برای محاسبه‌ی گرمای مبادله شده توسط گاز :

$$Q = nc_{MV} (T - T_1) = n \left(\frac{3}{2} R \right) \left(\frac{PV}{nR} - \frac{P_1 V_1}{nR} \right) = \frac{3}{2} (P - P_1) V$$

$$Q = \frac{3}{2} (2P_1 - P_1) V = \frac{3}{2} P_1 V = \frac{3}{2} \times 1/5 \times 10^{-5} \times 8/3 \times 10^{-3} = 1867.5 \text{ J}$$

۳۶- حجم ۰/۵ مول از یک گاز کامل تک اتمی ۸/۳ لیتر و فشار آن ۱/۵ اتمسفر است. اگر حجم گاز را از طریق یک فرایند هم فشار نصف کنیم. کار و گرمای مبادله شده را برای این فرایند محاسبه کنید.

$$W = -P(V - V_1) = -P\left(\frac{V_1}{2} - V_1\right) = -P\left(-\frac{V_1}{2}\right) = +\frac{1}{2}P_1V_1$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} \times 1/5 \times 10^5 \times 8/3 \times 10^{-3} = 6225J$$

روش اول: برای محاسبه ی گرمای مبادله شده توسط گاز :

دمای اولیه و نهایی گاز را به دست می آوریم.

$$T_1 = \frac{P_1V_1}{nR} \Rightarrow T_1 = \frac{1/5 \times 10^5 \times 8/3 \times 10^{-3}}{0.5 \times 8/3} = 300K$$

$$\Rightarrow \frac{V}{T} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{\left(\frac{V_1}{2}\right)}{T} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow T = \frac{1}{2}T_1 = 150K$$

$$Q = nc_{MP}\Delta T = nc_{MP}(T - T_1) = n\left(\frac{5}{2}R\right)(T - T_1)$$

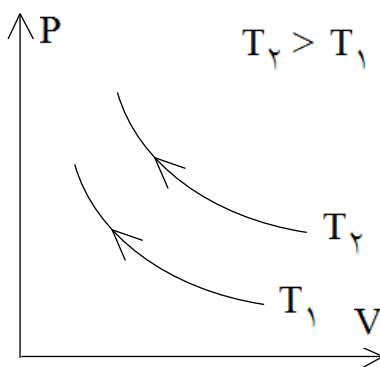
$$\Rightarrow Q = 0.5 \times \frac{5}{2} \times 8/3 \times (150 - 300) = -1556/25J$$

روش دوم: برای محاسبه ی گرمای مبادله شده توسط گاز :

$$Q = nc_{MP}(T - T_1) = n\left(\frac{5}{2}R\right)\left(\frac{PV}{nR} - \frac{PV_1}{nR}\right) = \frac{5}{2}P(V - V_1)$$

$$Q = \frac{5}{2}P\left(\frac{1}{2}V_1 - V_1\right) = \frac{5}{2}P\left(-\frac{V_1}{2}\right) = -\frac{5}{4}PV_1 = -\frac{5}{4} \times 1/5 \times 10^5 \times 8/3 \times 10^{-3} = -1556/25J$$

۳۷- نشان دهید در فرایند هم دما، هر چه دمای گاز بیش تر باشد، برای متراکم کردن آن تا یک اندازه ی معین باید کار بیش تری انجام داد.



به نمودار شکل مقابل توجه کنید. در آن گاز در طی دو فرآیند هم دما در دماهای T_1 و T_2 که در آن T_2 از T_1 بزرگ تر است متراکم شده است.

در فرآیندی که دما در آن بیش تر است مساحت زیر نمودار بزرگ تر است و در نتیجه کار بیش تری روی گاز انجام شده است.

۳۸- نشان دهید در انبساط هم فشار گاز کامل، باید به آن گرما داد.

رابطه ی $PV = nRT$ نشان می دهد در افزایش حجم با فشار ثابت دمای گاز افزایش می یابد و رابطه ی $Q = nc_{MP}\Delta T$ نشان می دهد برای افزایش دما در فشار ثابت گاز گرما می گیرد.

۳۹- در یک فرایند 500 J کار بر روی دستگاه انجام می‌شود و دستگاه 400 J گرما دریافت می‌کند، تغییر انرژی درونی آن چه قدر است؟

$$\begin{cases} \Delta U = Q + W \\ W = -500\text{ J} \\ Q = 400\text{ J} \end{cases} \Rightarrow \Delta U = 400 - 500 = -100\text{ J}$$

تغییر انرژی درونی برابر 100 - ژول است.

۴۰- فرایندی را نام ببرید که در آن دمای دستگاه بدون دریافت یا انتقال گرما تغییر می‌کند.

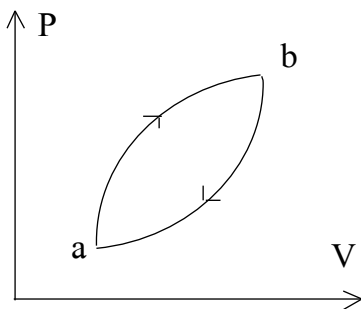
در فرایند بی‌دررو گاز با محیط گرما مبادله نمی‌کند، اما به دلیل کاری که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد (تراکم بی‌دررو) و یا کاری که دستگاه روی محیط انجام می‌دهد (انبساط بی‌دررو) انرژی درونی دستگاه تغییر می‌کند و در نتیجه دمای دستگاه تغییر می‌کند.

۴۱- در یک انبساط بی‌دررو گاز 500 J کار بر روی محیط انجام می‌دهد. تغییر انرژی درونی گاز چه قدر است؟

در فرایند بی‌دررو گرمای مبادله شده توسط دستگاه صفر است.

$$\begin{cases} \Delta U = Q + W \\ Q = 0 \\ W' = 500\text{ J} \Rightarrow W = -500\text{ J} \end{cases} \Rightarrow \Delta U = W = -500\text{ J}$$

در شکل زیر، چرخه‌ای برای یک گازی نشان داده شده است. به دو سوال بعدی پاسخ دهید.



۴۲- تعیین کنید که گاز در این فرایند گرما گرفته یا از دست داده است؟

$$\begin{cases} W_{ab} < 0 \\ W_{ba} > 0 \\ |W_{ab}| > |W_{ba}| \end{cases} \Rightarrow W_{ab} + W_{ba} < 0 \Rightarrow W < 0$$

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W \Rightarrow Q > 0$$

گاز در هر دور این چرخه گرما می‌گیرد.

۴۳- اگر قدر مطلق گرمای مبادله شده 400 J باشد، کار انجام شده چه قدر است؟

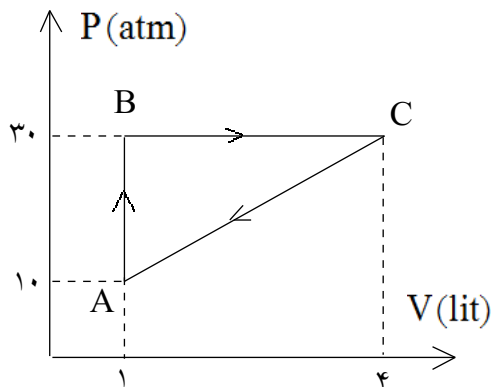
$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow W = -Q$$

گاز در این فرآیند گرما گرفته است و داریم $Q = +400\text{ J}$.

$$\Rightarrow W = -400\text{ J} \Rightarrow W' = -W = +400\text{ J}$$

در این فرآیند گاز 400 J کار روی محیط انجام داده است.

۴۴- گاز داخل یک استوانه، چرخه ای مطابق شکل زیر را می پیماید. گرمای خالص داده شده به گاز در این چرخه چند ژول است؟

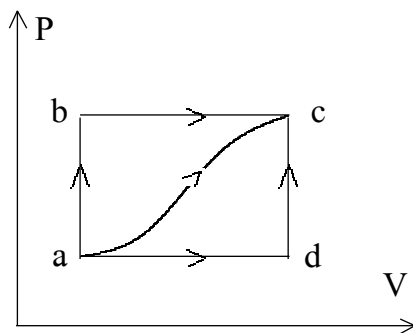


کار انجام شده روی گاز برابر منفی مساحت داخل چرخه است.

$$W = -\frac{1}{2}(3 - 1) \times 1.5 \times (4 - 1) \times 10^{-3} = -3000\text{ J}$$

در چرخه تغییر انرژی درونی صفر است.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow W + Q = 0 \Rightarrow -3000 + Q = 0 \Rightarrow Q = 3000\text{ J}$$



دستگاهی مطابق شکل زیر از طریق مسیر abc از حالت a به c می رود. در این مسیر دستگاه 90 J گرما می گیرد و 70 J کار انجام می دهد. (به سه سوال بعدی پاسخ دهید)

۴۵- (۱) تغییر انرژی درونی دستگاه در مسیر abc چه قدر است؟

(۱) دستگاه 70 J کار روی محیط انجام می دهد. بنابراین محیط 70 J - ژول کار روی دستگاه انجام داده است.

$$\Delta U_{abc} = Q_{abc} + W_{abc} = (+90) + (-70) = +20\text{ J}$$

۴۶- (۲) اگر برای رسیدن به حالت c فرآیند از مسیر adc انجام شود، قدر مطلق کار انجام شده روی دستگاه در مقایسه با مسیر abc بیشتر است یا کم تر؟ گرمای داده شده به گاز بیشتر است یا کم تر؟

(۲)

$$\begin{cases} W_{abc} < 0 \\ W_{adc} < 0 \\ |W_{abc}| > |W_{adc}| \end{cases} \Rightarrow -W_{abc} > -W_{adc} \Rightarrow W_{abc} < W_{adc}$$

$$\Delta U_{abc} = \Delta U_{adc} \Rightarrow Q_{abc} + W_{abc} = Q_{adc} + W_{adc} \Rightarrow Q_{adc} - Q_{abc} = W_{abc} - W_{adc}$$

$$\Rightarrow Q_{adc} - Q_{abc} < 0 \Rightarrow Q_{adc} < Q_{abc}$$

۴۷- (۳) اگر گاز را از مسیر (منحنی) به حالت a برگردانیم، چه قدر باید از آن انرژی بگیریم؟

(۳)

$$\Delta U_{abc} + \Delta U_{ca} = 0 \Rightarrow \Delta U_{ca} = -\Delta U_{abc} = -20 \text{ J}$$

۴۸- ته یک سرنگ را می بندیم. آن را درون مقداری آب می اندازیم و آب را به تدریج گرم می کنیم. هوای درون سرنگ چه فرایندی را طی می کند؟

پیستون سرنگ آزاد است. بنابراین فشار هوای داخل سرنگ برابر فشار محیط اطراف آن و ثابت است. با گرم شدن سرنگ و افزایش دمای آن، حجم هوای داخل آن افزایش می یابد. بنابراین هوای درون سرنگ یک فرآیند انبساط هم فشار را طی می کند

۴۹- چرا برخی نیروگاه ها را در کنار رودهای بزرگ یا دریاها احداث می کنند؟

در قسمت خنک کننده ی چرخه ی نیروگاه از آب دریا یا رود به عنوان چشمه ی سرد استفاده می شود.

یک ماشین بخار $2/254 \times 10^4 \text{ kJ}$ گرما از دیگ بخار دریافت می کند و $1/915 \times 10^4 \text{ kJ}$ گرما در چگالنده از دست می دهد.

به سه سوال بعدی پاسخ دهید.

۵۰- (۱) کار انجام شده در یک چرخه چند کیلوژول است؟

(۱)

$$\begin{cases} Q_H = 2/254 \times 10^4 \text{ kJ} \\ Q_C = 1/915 \times 10^4 \text{ kJ} \\ |W| = Q_H - |Q_C| \end{cases} \Rightarrow |W| = 2/254 \times 10^4 - 1/915 \times 10^4 = 0/339 \times 10^4 \text{ kJ}$$

کار انجام شده در یک چرخه برابر $0/339 \times 10^4$ کیلوژول است.

۵۱- (۲) بازدهی این ماشین چقدر است؟

(۲)

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \eta = \frac{0.339 \times 10^4}{2.254 \times 10^4} = 0.15 = 15\%$$

۵۲- (۳) بازدهی واقعی از این مقدار کم تر است؟ چرا؟

(۳) زیرا تمام کار مکانیکی انجام شده توسط ماشین نمی تواند به صورت مفید مورد استفاده قرار گیرد و قسمت هایی از آن به دلیل اصطکاک دوباره به گرما تبدیل می شود.

یک موتور درون سوز در هر چرخه 8000 J گرما از سوزاندن سوخت دریافت می کند و 2000 J کار تحویل می دهد. گرمای حاصل از سوخت $5 \times 10^4 \text{ J/g}$ است و موتور در هر ثانیه ۴۰ چرخه را می پیماید. موارد زیر را حساب کنید. ۵۳- (۱) بازدهی موتور.

(۱)

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \eta = \frac{2000}{8000} = 0.25 = 25\%$$

۵۴- (۲) گرمای تلف شده در هر چرخه.

(۲)

$$Q_C = |Q_H| - W \Rightarrow Q_C = 8000 - 2000 = 6000 \text{ J}$$

۵۵- (۳) سوخت مصرف شده در هر چرخه.

(۳)

$$\begin{aligned} \text{گرمای حاصل از سوخت} &= 5 \times 10^4 \frac{\text{J}}{\text{g}} \Rightarrow \frac{Q_H}{m} = 5 \times 10^4 \frac{\text{J}}{\text{g}} \\ \Rightarrow \frac{8000}{m} &= 5 \times 10^4 \Rightarrow m = \frac{8000}{5 \times 10^4} = 0.16 \text{ g} \end{aligned}$$

۵۶- (۴) توان موتور.

(۴) موتور در هر ثانیه ۴۰ چرخه را می پیماید. در نتیجه موتور هر چرخه را در مدت $\frac{1}{40}$ ثانیه طی می کند.

$$\Rightarrow P = \frac{|W|}{\Delta t} = \frac{2000 \text{ J}}{\left(\frac{1}{40} \text{ s}\right)} = 80000 \text{ W} = 80 \text{ kW}$$

ضریب عملکرد یک یخساز (فریزر) $K = 4$ است. این یخساز در هر ساعت، $1/5 \text{ kg}$ آب با دمای $\theta_1 = 20^\circ \text{C}$ را به یخ با دمای $\theta_2 = -10^\circ \text{C}$ تبدیل می کند. به سه سوال بعدی پاسخ دهید.

$$L_F = 335000 \text{ J/kg} \quad C = 2100 \text{ J/kgK} \quad (\text{یخ}) \quad C = 4200 \text{ J/kgK} \quad (\text{آب})$$

۵۷- (۱) چه مقدار گرما باید از آب گرفته شود؟

(۱) یخساز طی سه مرحله در هر ساعت $1/5$ کیلوگرم آب 20 درجه سلسیوس را به یخ -10 درجهی سلسیوس می رساند.

$$Q_1 = mc_w \Delta\theta = 1/5 \times 4200 \times (0 - 20) = -126000 \text{ J}$$

$$Q_2 = -mL_F = -1/5 \times 335000 = -502500 \text{ J}$$

$$Q_3 = mc_i \Delta\theta = 1/5 \times 2100 \times ((-10) - 0) = -31500 \text{ J}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = -660000 \text{ J} \Rightarrow Q_C = -Q = +660000 \text{ J}$$

یخساز 660 کیلوژول گرما در مدت یک ساعت از آب می گیرد.

۵۸- (۲) یخساز در هر ساعت چه مقدار انرژی الکتریکی مصرف می کند؟

کار انجام شده بر روی دستگاه برابر انرژی الکتریکی ای است که به وسیله ی یخچال مصرف شده است.

$$\left(K = \frac{Q_C}{|W|} \text{ و } K = 4 \text{ و } Q_C = 660000 \text{ J} \right) \Rightarrow 4 = \frac{660000}{W} \Rightarrow W = \frac{660000}{4} = 165000 \text{ J}$$

موتور یخساز در این مدت 165 کیلوژول انرژی الکتریکی مصرف کرده است.

۵۹- (۳) چه مقدار گرما در هر ساعت به بیرون داده می شود؟

$$(|Q_H| = Q_C + W \text{ و } Q_C = 660000 \text{ J و } W = 165000 \text{ J}) \Rightarrow |Q_H| = 825000 \text{ J}$$

دستگاه یخساز در هر ساعت 825 کیلوژول گرما به بیرون می دهد.

۶۰- آیا می توان با باز گذاشتن در یخچال، آشپزخانه را خنک کرد؟ در مورد پاسخ خود توضیح دهید.

خیر.

گرمایی که یخچال به چشمه ی گرم (محیط آشپزخانه) می دهد بیش تر از گرمایی است که یخچال از چشمه ی سرد (داخل یخچال) می گیرد. هنگامی که در یخچال باز است یخچال مقداری گرما از آشپزخانه می گیرد و مقدار بیشتری گرما به آشپزخانه می دهد و در مجموع باعث افزایش انرژی درونی و دمای محیط آشپزخانه می شود.

۶۱- وجود برفک روی بدنه ی داخلی محفظه ی یخساز یخچال چه اثری بر عملکرد دستگاه دارد؟

وجود برفک باعث کندی تبادل گرما بین فضای داخل یخچال (چشمه ی سرد) و گاز خنک کننده می شود. بنابراین $|Q_C|$ کاهش می یابد و در نتیجه ضریب عملکرد یخچال کاهش می یابد.

یک کولر گازی در هر دقیقه $9 \times 10^4 \text{ J}$ گرما از اتاق می‌گیرد و در همان مدت، $1/3 \times 10^5 \text{ J}$ گرما به فضای بیرون می‌دهد. به دو سوال بعدی پاسخ دهید.
۶۲- (۱) توان مصرفی این کولر چند وات است؟

(۱)

$$Q_C = 9 \times 10^4 \text{ J} \quad \text{و} \quad |Q_H| = 1/3 \times 10^5 \text{ J} = 13 \times 10^4 \text{ J}$$

$$W = |Q_H| - Q_C \Rightarrow W = 13 \times 10^4 - 9 \times 10^4 = 4 \times 10^4 \text{ J}$$

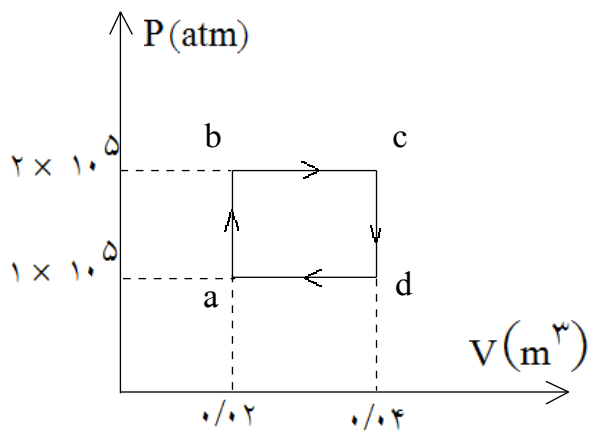
$$\left(P = \frac{W}{\Delta t} \quad \text{و} \quad \Delta t = 60 \text{ s} \quad \text{و} \quad W = 4 \times 10^4 \right) \Rightarrow P = \frac{4 \times 10^4 \text{ J}}{60 \text{ s}} = \frac{2000}{3} \text{ W}$$

۶۳- (۲) ضریب عملکرد آن چند است؟

(۲)

$$\left(K = \frac{Q_C}{W} \quad \text{و} \quad W = 4 \times 10^4 \text{ J} \quad \text{و} \quad Q_C = 9 \times 10^4 \text{ J} \right) \Rightarrow K = \frac{9 \times 10^4}{4 \times 10^4} = \frac{9}{4} = 2/25$$

یک مول از یک گاز کامل تک اتمی در یک ماشین گرمایی چرخه‌ای را مطابق شکل زیر می‌پیماید.
به چهار سوال بعدی پاسخ دهید.



۶۴- (۱) مطلوب است کار انجام شده در طی چرخه.

(۱) کار انجام شده بر روی دستگاه، برابر منفی مساحت داخل چرخه است.

$$W = -(2 \times 10^5 - 1 \times 10^5) \times (0.04 - 0.02) = -2000 \text{ J}$$

۶۵- (۲) مطلوب است گرمای مبادله شده در فرایند abc.

(۲) فرآیند ab هم حجم و فرایند bc هم فشار است.

$$\begin{aligned}
 Q_{abc} &= Q_{ab} + Q_{bc} \\
 \Rightarrow Q_{abc} &= n c_{MV} \Delta T_{ab} + n c_{MP} \Delta T_{bc} \\
 \Rightarrow Q_{abc} &= n \left(\frac{3}{2} R \right) (T_b - T_a) + n \left(\frac{5}{2} R \right) (T_c - T_b) \\
 \Rightarrow Q_{abc} &= n \left(\frac{3}{2} R \right) \left(\frac{P_b V_b}{nR} - \frac{P_a V_a}{nR} \right) + n \left(\frac{5}{2} R \right) \left(\frac{P_c V_c}{nR} - \frac{P_b V_b}{nR} \right) \\
 \Rightarrow Q_{abc} &= \frac{3}{2} (P_b V_b - P_a V_a) + \frac{5}{2} (P_c V_c - P_b V_b) \\
 \Rightarrow Q_{abc} &= \frac{3}{2} (2 \times 10^5 \times 0.02 - 10^5 \times 0.02) + \frac{5}{2} (2 \times 10^5 \times 0.04 - 2 \times 10^5 \times 0.02) \\
 \Rightarrow Q_{abc} &= 13000 \text{ J}
 \end{aligned}$$

۶۶- (۳) مطلوب است بازدهی چرخه.

(۳) گاز در فرآیندهای ab و bc گرما می گیرد و در فرآیندهای cd و da گرما می دهد.

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow Q_H &= Q_{abc} = 13000 \text{ J} \\
 (W = -2000 \text{ J} \text{ و } Q_H = +13000 \text{ J}) &\Rightarrow \eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{2000}{13000} = \frac{2}{13} = 0.154 = 15.4\%
 \end{aligned}$$

۶۷- (۴) بازدهی یک ماشین گرمایی کارنو که بین بالاترین و پایین ترین دمای چرخه عمل می کند، چه قدر است؟

(۴) در حالت c گاز دارای بیشترین فشار و حجم و در نتیجه دارای بیشترین دما است. همچنین در حالت a گاز دارای کمترین فشار و حجم و در نتیجه دارای کمترین دما است.

$$\begin{aligned}
 T_C = T_a &= \frac{P_a V_a}{nR} = \frac{1 \times 10^5 \times 0.02}{1 \times R} = \frac{2000}{R} \\
 T_H = T_c &= \frac{P_c V_c}{nR} = \frac{2 \times 10^5 \times 0.04}{1 \times R} = \frac{8000}{R} \\
 \eta &= 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{\left(\frac{2000}{R} \right)}{\left(\frac{8000}{R} \right)} = 1 - \frac{2000}{8000} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0.75 = 75\%
 \end{aligned}$$

کمیت‌های Q_C ، Q_H و W که در یک چرخه در یک ماشین گرمایی یا یخچال مبادله می‌شود، به صورت زیر داده شده است. به سه سوال بعدی پاسخ دهید.

$$(1) \quad Q_C = -40J, W = -60J, Q_H = 100J$$

$$(2) \quad Q_C = 0, W = -100J, Q_H = 100J$$

$$(3) \quad Q_C = 40J, W = 60J, Q_H = -100J$$

$$(4) \quad Q_C = 100J, W = 0, Q_H = -100J$$

$$(5) \quad Q_C = -50J, W = -60J, Q_H = 100J$$

۶۸- (الف) در کدام مورد قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی نقض می‌شود؟

(الف) در مورد ۴ دستگاه بدون دریافت کار و خود به خود گرما را از دمای پایین‌تر (چشمه ی سرد) گرفته است و به دمای بالاتر (چشمه ی گرم) داده است.

۶۹- (ب) در کدام مورد قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی نقض می‌شود؟

(ب) در مورد دوم دستگاه تمام گرمایی را که از چشمه ی گرم گرفته است به کار مکانیکی تبدیل کرده است و بازدهی آن یک است.

۷۰- (پ) در کدام مورد قانون اول ترمودینامیک نقض می‌شود؟

(پ) در مورد پنجم دستگاه که ظاهراً یک ماشین گرمایی است، ۱۰۰ ژول گرما از چشمه ی گرم دریافت کرده است. اما مجموع گرمایی که به چشمه ی سرد داده است و کاری که انجام داده است ۱۱۰ ژول است.

۷۱- حجم لاستیک اتومبیلی برابر ۶۰ لیتر است. این لاستیک حداکثر تحمل فشار ۵ اتمسفر را دارد. در دمای $27^\circ C$ حداکثر چند گرم هوا به داخل لاستیک وارد شود تا لاستیک نترکد؟ جرم هر مول هوا را ۲۹ گرم فرض کنید.

$$\left(R = \frac{8}{3} \frac{J}{mol.K} \right)$$

$$PV = nRT \Rightarrow 5 \times 10^5 \times 60 \times 10^{-3} = nR (300) \Rightarrow nR = 100 \Rightarrow n = \frac{100}{R}$$

$$m = nM \Rightarrow m = \frac{100}{R} \times 29 = \frac{2900}{R} \approx 350 \text{ g}$$

۷۲- در یک اتاق در طول شبانه روز دما در حال تغییر است اما فشار هوای داخل اتاق تقریباً ثابت می‌ماند. این مطلب را چگونه می‌توان توجیه کرد؟

حجم هوای داخل اتاق ثابت است. همچنین فشار هوای داخل اتاق نیز ثابت است. با توجه به رابطه ی $PV = nRT$ می‌توان نتیجه گرفت اگر دمای هوای داخل اتاق تغییر کند مقدار هوای داخل اتاق (n) تغییر می‌کند.

در اصل با کم شدن دما هوا از بیرون اتاق به داخل اتاق می‌آید و n افزایش می‌یابد و با زیاد شدن دما هوا از اتاق خارج می‌شود و n کاهش می‌یابد.

توجه: با این فرض که هوا نتواند از داخل اتاق به بیرون اتاق و برعکس از بیرون اتاق به داخل اتاق برود، تغییر دما باعث تغییر فشار هوای داخل اتاق می‌شود. اما این فرض کاملاً غیر واقعی است.

۷۳- فرض کنید دمای اتاقی از 20°C به 13°C افزایش یابد. چه کسری از حجم هوای داخل اتاق از اتاق خارج می‌شود؟ (فشار هوای داخل اتاق ثابت فرض می‌شود)

حجم هوای داخل اتاق V فرض می‌شود.

$$\text{حالت اول} \Rightarrow PV = n_1 RT_1 = n_1 R (\theta_1 + 273) = 275 n_1 R$$

$$\text{حالت دوم} \Rightarrow PV = n_2 RT_2 = n_2 R (\theta_2 + 273) = 286 n_2 R$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n_1 = \frac{PV}{275R} \Rightarrow m_1 = n_1 M = \frac{PVM}{275R} \\ n_2 = \frac{PV}{286R} \Rightarrow m_2 = n_2 M = \frac{PVM}{286R} \end{cases}$$

$$\Delta m = m_1 - m_2 \Rightarrow \frac{\Delta m}{m_1} = \frac{m_1 - m_2}{m_1} = 1 - \frac{m_2}{m_1} = 1 - \frac{\left(\frac{PVM}{286R}\right)}{\left(\frac{PVM}{275R}\right)} = 1 - \frac{275}{286}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta m}{m_1} = 1 - \frac{25}{26} = \frac{1}{26}$$

۷۴- دمای مطلق هوای یک اتاق چند درصد کاهش یابد تا تعداد مولکول‌های هوای اتاق ۵ درصد افزایش یابد؟

$$\left. \begin{array}{l} \text{حالت اول} \Rightarrow PV = n_1 RT_1 \\ \text{حالت دوم} \Rightarrow PV = n_2 RT_2 \end{array} \right\} \Rightarrow n_1 T_1 = n_2 T_2 \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{T_1}{T_2} \quad (1)$$

$$n_2 = n_1 + \frac{5}{100} n_1 = n_1 + \frac{1}{20} n_1 = \frac{21}{20} n_1 \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{21}{20} \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{21}{20} \Rightarrow T_1 = \frac{21}{20} T_2 \Rightarrow T_2 = \frac{20}{21} T_1$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{20}{21} T_1 - T_1 = -\frac{1}{21} T_1 \Rightarrow \frac{\Delta T}{T_1} = \frac{-\frac{1}{21} T_1}{T_1} = -\frac{1}{21} = -\frac{100}{21} \% = -4.76 \%$$

۷۵- حجم بادکنکی ۳ lit و فشار داخل آن ۱/۰۸ atm است. ۱/۲ لیتر هوای بیرون با فشار ۱ atm به درون بادکنک دمیده می‌شود و حجم بادکنک به ۴ lit می‌رسد. با فرض ثابت بودن دما فشار نهایی بادکنک را به دست آورید.

برای گاز اولیه داخل بادکنک داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow 1/0.8 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-3} = nRT \Rightarrow n = \frac{324}{RT}$$

برای گاز دمیده شده داخل بادکنک داریم:

$$P_1 V_1 = n_1 RT \Rightarrow 1 \times 10^5 \times 1/2 \times 10^{-3} = n_1 RT \Rightarrow n_1 = \frac{120}{RT}$$

برای گازهای داخل بادکنک داریم:

$$n' = n + n_1 = \frac{324}{RT} + \frac{120}{RT} = \frac{444}{RT}$$

$$P'V' = n'RT \Rightarrow P' \times 4 \times 10^{-3} = \frac{444}{RT} \times RT \Rightarrow P' = \frac{444}{4 \times 10^{-3}} = 111000 \text{ Pa} = 1/11 \text{ atm}$$

حجم بادکنکی ۱۰ لیتر و فشار هوای داخل آن ۱/۲ atm است. مقداری از هوای داخل بادکنک از آن خارج می‌شود. حجم بادکنک به ۸ lit و فشار هوای داخل آن به ۱/۰۵ atm می‌رسد.

۷۶- (۱) چند درصد ذرات هوای داخل بادکنک از آن خارج شده‌اند؟

(۱)

$$\text{حالت اول} \Rightarrow P_1 V_1 = n_1 RT \Rightarrow 1/2 \times 10^5 \times 10 \times 10^{-3} = n_1 RT$$

$$\text{حالت دوم} \Rightarrow P_2 V_2 = n_2 RT \Rightarrow 1/0.5 \times 10^5 \times 8 \times 10^{-3} = n_2 RT$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n_1 = \frac{1200}{RT} \\ n_2 = \frac{840}{RT} \end{cases} \Rightarrow \Delta n = n_1 - n_2 = \frac{360}{RT} \Rightarrow \frac{\Delta n}{n_1} = \frac{\left(\frac{360}{RT}\right)}{\left(\frac{1200}{RT}\right)} = \frac{360}{1200} = \frac{3}{10} = 30\%$$

۷۷- (۲) هوای خارج شده از بادکنک در فشار یک اتمسفر چه حجمی دارد؟ دما را ثابت فرض کنید.

(۲)

برای هوای خارج شده از بادکنک در فشار ۱ atm داریم:

$$P_1 V_1 = \Delta n RT \Rightarrow 10^5 \times V_1 = \left(\frac{360}{RT}\right) RT = 360 \Rightarrow V_1 = 3/6 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 3/6 \text{ lit}$$

۷۸- هوای دو ظرف توسط لوله ی بسیار نازکی به هم وصل می شود. فشار هوای ظرف اول و ظرف دوم به ترتیب برابر ۳ و ۴ اتمسفر و حجم ظرف ها به ترتیب ۲۰ و ۱۰ لیتر و دمای ظرف ها به ترتیب برابر ۴۵۰ و ۳۰۰ کلوین بوده است. تا برقراری تعادل بین هوای ظرف ها، چند مول هوا بین ظرف ها جابه جا می شود؟

$$\text{ظرف اول} \Rightarrow P_1 V_1 = n_1 R T_1 \Rightarrow 3 \times 10^5 \times 20 \times 10^{-3} = n_1 R (450)$$

$$\Rightarrow 6000 = 450 R n_1 \Rightarrow n_1 = \frac{40}{3R}$$

$$P_2 V_2 = n_2 R T_2 \Rightarrow 4 \times 10^5 \times 10 \times 10^{-3} = n_2 R (300)$$

$$\Rightarrow 4000 = 300 R n_2 \Rightarrow n_2 = \frac{40}{3R}$$

$$n = n_1 + n_2 = \frac{80}{3R}$$

فشار و دمای هوای ظرف ها را پس از برقراری تعادل P_1 و T_1 فرض می کنیم:

$$\Rightarrow P_1 V_1 = n'_1 R T_1, \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{n'_1}{n'_2} \Rightarrow \frac{n'_1}{n'_2} = 2$$

$$n'_1 + n'_2 = n = \frac{80}{3R} \Rightarrow 2n'_2 + n'_2 = \frac{80}{3R} \Rightarrow n'_2 = \frac{80}{9R} \Rightarrow n'_1 = \frac{160}{9R}$$

$$\Delta n = n'_1 - n_1 = \frac{160}{9R} - \frac{40}{3R} = \frac{+40}{9R}$$

$$\Delta n = n'_2 - n_2 = \frac{80}{9R} - \frac{40}{3R} = \frac{-40}{9R}$$

۷۹- فشار هوای داخل دو ظرف با حجم های V_1 و V_2 به ترتیب برابر P_1 و P_2 است. ظرف ها دمای یکسان دارند. اگر توسط لوله ای بسیار نازک ظرف ها را به هم وصل کنیم، چند مول هوا بین ظرف ها جابه جا می شود؟

$$P_1 V_1 = n_1 RT \Rightarrow n_1 = \frac{P_1 V_1}{RT}$$

$$P_2 V_2 = n_2 RT \Rightarrow n_2 = \frac{P_2 V_2}{RT}$$

$$\Rightarrow n = n_1 + n_2 = \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2}{RT}$$

پس از اتصال ظرف ها به هم فشار و دمای هوای ظرف ها یکسان خواهد بود که آن ها را به ترتیب P و T فرض می کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} \text{ظرف اول: } P_1 V_1 = n'_1 RT \\ \text{ظرف دوم: } P_2 V_2 = n'_2 RT \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{n'_1}{n'_2} = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow n'_2 = \frac{V_2}{V_1} \times n'_1$$

$$n'_1 + n'_2 = n = \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2}{RT} \Rightarrow n'_1 + \frac{V_2}{V_1} n'_1 = \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2}{RT}$$

$$\Rightarrow n'_1 \times \frac{V_1 + V_2}{V_1} = \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2}{RT} \Rightarrow n'_1 = \frac{V_1}{V_1 + V_2} \times \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2}{RT}$$

$$\Rightarrow \Delta n_1 = |n'_1 - n_1| = \left| \frac{V_1}{V_1 + V_2} \times \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2}{RT} - \frac{P_1 V_1}{RT} \right|$$

$$\Rightarrow \Delta n_1 = \frac{V_1}{RT} \left| \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2}{V_1 + V_2} - P_1 \right| = \frac{V_1}{RT} \left| \frac{P_2 V_2 - P_1 V_2}{V_1 + V_2} \right|$$

$$\Rightarrow \Delta n_1 = \frac{|P_2 - P_1| V_1 V_2}{RT (V_1 + V_2)}$$

۸۰- فشار و حجم مخلوطی از گازهای هلیوم و اکسیژن در دمای 27°C به ترتیب برابر $5/5 \text{ atm}$ و $16/6 \text{ lit}$ است. اگر نیمی از ذرات این مخلوط هلیوم باشند، جرم مخلوط را به دست آورید. $\left(R = 8/3 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}} \right)$

$$PV = nRT \Rightarrow 5/5 \times 10^5 \times 16/6 \times 10^{-3} = n \times 8/3 \times (275)$$

$$\Rightarrow 55 \times 166 = n \times 8/3 \times 275 \Rightarrow n = 4 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow n_{\text{He}} = 2 \text{ mol} \text{ و } n_{\text{O}_2} = 2 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_{\text{He}} = n_1 M_1 = 2 \times 4 = 8 \text{ g} \\ m_{\text{O}_2} = n_2 M_2 = 2 \times 32 = 64 \text{ g} \end{cases}$$

$$m = m_{\text{He}} + m_{\text{O}_2} = 8 + 64 = 72 \text{ g}$$

۸۱- در یک محفظه مخلوطی از سه گاز He و H_۲ و O_۲ وجود دارد که جرم هر کدام از گازها برابر ۳۲ گرم است. اگر حجم محفظه ۲۴/۹ لیتر باشد، در دمای ۲۷°C فشار گازهای داخل محفظه چند اتمسفر است؟

$$\left(R = \frac{8}{3} \frac{J}{mol.K} \right)$$

$$\left. \begin{aligned} n_{He} &= \frac{m_1}{M_1} = \frac{32}{4} = 8 \text{ mol} \\ n_{H_2} &= \frac{m_2}{M_2} = \frac{32}{2} = 16 \text{ mol} \\ n_{O_2} &= \frac{m_3}{M_3} = \frac{32}{32} = 1 \text{ mol} \end{aligned} \right\} \Rightarrow n = 25 \text{ mol}$$

$$PV = nRT \Rightarrow P \times 24/9 \times 10^{-3} = 25 \times \frac{8}{3} \times 300 \Rightarrow P = 25 \times 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow P = 25 \text{ atm}$$

فشار و حجم مخلوطی از گازهای هیدروژن و هلیوم در دمای ۷ درجه ی سلسیوس برابر ۷ atm و ۸۳ lit و جرم مخلوطگازها برابر ۶۰ g است. $\left(R = \frac{8}{3} \frac{J}{mol.K} \right)$

۸۲- (۱) چه کسری از مولکولهای این مخلوط هلیوم است؟

(۱)

$$PV = nRT \Rightarrow 7 \times 10^{-5} \times 83 \times 10^{-3} = n \times \frac{8}{3} \times 280$$

$$\Rightarrow 7 \times 83 \times 100 = n \times 83 \times 28 \Rightarrow n = 25 \text{ mol}$$

$$m_1 + m_2 = m = 60 \text{ g} \Rightarrow n_1 M_1 + n_2 M_2 = 60$$

$$\Rightarrow 2n_1 + 4n_2 = 60 \Rightarrow n_1 + 2n_2 = 30$$

$$n_1 + n_2 = n = 25 \text{ : از طرفی}$$

$$\Rightarrow n_1 = 20 \text{ mol} \quad \text{و} \quad n_2 = 5 \text{ mol}$$

$$\frac{n_2}{n_1 + n_2} = \frac{5}{20 + 5} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

۸۳- (۲) چه کسری از جرم این مخلوط هلیوم است؟

(۲)

$$\frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{n_2 M_2}{m} = \frac{5 \times 4}{60} = \frac{1}{3}$$

مخلوطی از دو گاز هیدروژن و اکسیژن را درون یک محفظه با حجم ثابت داریم. نیمی از ذرات گاز درون محفظه اکسیژن و بقیه هیدروژن هستند. مقداری از گاز درون محفظه خارج می شود و جرم گاز درون محفظه نصف می شود. فشار گاز درون محفظه $\frac{1}{3}$ برابر می شود و دمای آن تغییر نمی کند.

۸۴- (۱) چه کسری از ذرات گاز خارج شده از محفظه از گاز هیدروژن بوده است؟

(۱)

تعداد مول های گاز هیدروژن و اکسیژن را که در ابتدا یکسان بوده است n فرض می کنیم.

$$\Rightarrow m = n_1 M_1 + n_2 M_2 = n M_1 + n M_2 = 2n + 32n = 34n$$

بعد از خروج گاز از محفظه تعداد مول گاز هیدروژن و اکسیژن را به ترتیب n'_1 و n'_2 فرض

می کنیم:

$$\Rightarrow m' = n'_1 M_1 + n'_2 M_2 = 2n'_1 + 32n'_2$$

$$m' = \frac{1}{2}m \Rightarrow 2n'_1 + 32n'_2 = 17n$$

معادله ی حالت را برای حالت اولیه و نهایی گاز مخلوط می نویسیم:

$$\left. \begin{array}{l} PV = (n_1 + n_2) RT \\ P'V = (n'_1 + n'_2) RT \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{P'}{P} = \frac{n'_1 + n'_2}{n_1 + n_2}$$

$$\Rightarrow \frac{P'}{P} = \frac{n'_1 + n'_2}{2n} = \frac{1}{3} \Rightarrow n'_1 + n'_2 = \frac{2}{3}n$$

$$\begin{cases} 2n'_1 + 32n'_2 = 17n \\ n'_1 + n'_2 = \frac{2}{3}n \end{cases} \Rightarrow n'_2 = \frac{47}{90}n \text{ و } n'_1 = \frac{13}{90}n$$

$$\Delta n_1 = n - n'_1 = n - \frac{13}{90}n = \frac{77}{90}n$$

$$\Delta n_2 = n - n'_2 = n - \frac{47}{90}n = \frac{43}{90}n$$

$$\frac{\Delta n_1}{\Delta n_1 + \Delta n_2} = \frac{\frac{77}{90}n}{\frac{77}{90}n + \frac{43}{90}n} = \frac{77}{120}$$

$\frac{77}{120}$ از ذرات خارج شده از محفظه هیدروژن بوده اند.

۸۵- (۲) چه کسری از جرم گاز خارج شده از محفظه از گاز هیدروژن بوده است؟
(۲)

$$\frac{\Delta m_1}{\Delta m_1 + \Delta m_2} = \frac{\Delta n_1 M_1}{\Delta n_1 M_1 + \Delta n_2 M_2} = \frac{\left(\frac{77}{90}n\right) \times 2}{\left(\frac{77}{90}n\right) \times 2 + \left(\frac{43}{90}n\right) \times 32}$$

$$\frac{77 \times 2}{77 \times 2 + 43 \times 32} = \frac{77}{765}$$

از $\frac{77}{765}$ جرم گاز خارج شده از محفظه هیدروژن بوده است.

۸۶- N گاز کامل با حجم یکسان به ترتیب دارای فشارهای P و $2P$ و $3P$ و و NP و به ترتیب دارای دماهای T و $2T$ و $3T$ و و NT هستند گازها را با هم مخلوط می کنیم و درون محفظه ای که حجم آن برابر حجم اولیه هریک از گازها است وارد می کنیم. نسبت فشار نهایی گازها به دمای نهایی آن ها را به دست آورید.

حجم اولیه هر گاز V فرض می شود.

گاز ۱ : $PV = n_1 RT \rightarrow n_1 = \frac{PV}{RT}$

گاز ۲ : $(2P)V = n_2 R(2T) \rightarrow n_2 = \frac{PV}{RT}$

گاز ۳ : $(3P)V = n_3 R(3T) \rightarrow n_3 = \frac{PV}{RT}$

گاز N : $(NP)V = n_N R(NT) \rightarrow n_N = \frac{PV}{RT}$

بعد از مخلوط شدن گازها : $n = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_N = N \frac{PV}{RT}$

اگر فشار مخلوط گازها P و دمای آن ها T فرض شود، داریم:

$$P, V = nRT, \Rightarrow P, V = N \frac{PV}{RT}, \Rightarrow P, = \frac{NP}{T} T, \Rightarrow \frac{P,}{T,} = N \frac{P}{T}$$

۸۷- ۱۰ گاز کامل با دماهای یکسان به ترتیب دارای فشارهای P و $۲P$ و $۳P$ و و $۱۰P$ به ترتیب دارای حجم‌های V و $۲V$ و $۳V$ و و $۱۰V$ هستند. این گازها وارد یک محفظه با حجم مجموع حجم گازها می‌شود. فشار گاز حاصل بعد از برقراری تعادل چه قدر است؟

حجم محفظه را به دست می‌آوریم

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_{10} = V + 2V + 3V + \dots + 10V = 55V$$

$$\text{گاز اول: } (P)(V) = n_1 RT \Rightarrow n_1 = \frac{PV}{RT}$$

$$\text{گاز دوم: } (2P)(2V) = n_2 RT \Rightarrow n_2 = 2 \frac{PV}{RT}$$

$$\text{گاز سوم: } (3P)(3V) = n_3 RT \Rightarrow n_3 = 3 \frac{PV}{RT}$$

.....
.....

$$\text{گاز دهم: } (10P)(10V) = n_{10} RT \Rightarrow n_{10} = 10 \frac{PV}{RT}$$

$$\Rightarrow n_T = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_{10} = (1^2 + 2^2 + \dots + 10^2) \frac{PV}{RT} = 385 \frac{PV}{RT}$$

دمای گازها یکسان است. در نتیجه دمای نهایی گازها پس از تعادل با دمای اولیه ی آنها برابر است.

$$P_T V_T = n_T RT \Rightarrow P_T (55V) = \left(385 \frac{PV}{RT} \right) RT \Rightarrow P_T = 7P$$

۸۸- (۱) برای افزایش فشار، گاز چگونه باید گرما مبادله کند؟

(۱) برای افزایش فشار در حجم ثابت، دما باید افزایش یابد و براساس رابطه ی $Q = nC_{MV}\Delta T$ در حجم ثابت برای افزایش دما گاز باید گرما دریافت کند.

۸۹- (۲) برای کاهش فشار، گاز چگونه باید گرما مبادله کند؟

(۲) برای کاهش فشار در حجم ثابت، دما باید کاهش یابد و بر اساس رابطه ی $Q = nC_{MV}\Delta T$ در حجم ثابت، برای کاهش دما گاز باید گرما از دست بدهد.

۹۰- (۱) برای افزایش حجم (انبساط)، گاز چگونه باید گرما مبادله کند؟

(۱) برای افزایش حجم (انبساط) در فشار ثابت باید دمای گاز افزایش یابد و بر اساس رابطه $Q = nC_{MP}\Delta T$ در فشار ثابت، برای افزایش دما گاز باید گرما دریافت کند.

۹۱- (۲) برای کاهش حجم (تراکم)، گاز چگونه باید گرما مبادله کند؟

(۲) برای کاهش حجم (تراکم) در فشار ثابت باید دمای گاز کاهش یابد و براساس رابطه $Q = nC_{MP}\Delta T$ در فشار ثابت، برای کاهش دما گاز باید گرما از دست بدهد.

۹۲- فشار یک گاز کامل در حجم ثابت V به مقدار ΔP تغییر می کند. گرمای مبادله شده توسط گاز را به دست آورید. ظرفیت مولی گاز در حجم ثابت C_{MV} و ثابت گازها R است.

$$Q = nC_{MV}\Delta T = nC_{MV}(T_2 - T_1) = nC_{MV}\left(\frac{P_2V}{nR} - \frac{P_1V}{nR}\right) = \frac{C_{MV}}{R}(P_2 - P_1)V$$

$$\Rightarrow Q = \frac{C_{MV}}{R} \Delta P \cdot V$$

۹۳- حجم یک گاز کامل در فشار ثابت P ، به مقدار ΔV تغییر می کند. گرمای مبادله شده توسط گاز را به دست آورید. ظرفیت مولی گاز در فشار ثابت C_{MP} و ثابت گازها R است.

$$Q = nC_{MP}\Delta T = nC_{MP}(T_2 - T_1) = nC_{MP}\left(\frac{PV_2}{nR} - \frac{PV_1}{nR}\right) = \frac{C_{MP}}{R}P(V_2 - V_1)$$

$$\Rightarrow Q = \frac{C_{MP}}{R}P \cdot \Delta V$$

۹۴- (۱) اگر از گاز گرما گرفته شود، علامت کار انجام شده روی گاز چگونه است؟

(۱) در فرایند هم فشار اگر از گاز گرما گرفته شود، (Q منفی باشد) دمای گاز کاهش یافته و متعاقباً با توجه به رابطه ی $PV = nRT$ ، حجم گاز کاهش می یابد. در نتیجه کار انجام شده روی گاز (W) مثبت است.

۹۵- (۲) اگر به گاز گرما داده شود، علامت کار انجام شده روی گاز چگونه است؟

(۲) همچنین در فرایند هم فشار اگر به گاز گرما داده شود، (Q مثبت باشد) دمای گاز افزایش می یابد و متعاقباً با توجه به رابطه ی $PV = nRT$ ، حجم گاز افزایش می یابد. در نتیجه کار انجام شده روی گاز (W) منفی است.

توجه: در فرایند هم فشار علامت W و Q همواره مخالف است.

۹۶- ثابت کنید در فرایند هم فشار یک گاز کامل، نسبت گرمای مبادله شده توسط گاز به کار انجام شده روی گاز مقدار ثابتی است و این مقدار را به دست آورید.

$$Q = nC_{MP}\Delta T = nC_{MP}(T' - T) = nC_{MP}\left(\frac{PV'}{nR} - \frac{PV}{nR}\right) = \frac{C_{MP}}{R}P(V' - V)$$

$$W = -P\Delta V = -P(V' - V)$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{W} = -\frac{C_{MP}}{R}$$

۹۷- ثابت کنید در فرایند هم فشار یک گاز کامل، کار انجام شده متناسب با قرینه ی تغییر دمای گاز است و نسبت آنها را به دست آورید.

$$W = -P\Delta V = -P(V' - V) = -(PV' - PV) = -(nRT' - nRT) = nR(T' - T)$$

$$\Rightarrow W = -nR\Delta T = nR(-\Delta T) \Rightarrow \frac{W}{(-\Delta T)} = nR$$

۹۸- فشار یک گاز کامل را یک بار در حجم ثابت V_1 و بار دیگر در حجم ثابت V_2 به اندازه مشخص ΔP تغییر می دهیم. نسبت گرمای مبادله شده توسط گاز در مرحله اول به گرمای مبادله شده توسط گاز در مرتبه ی دوم را به دست آورید.

$$\begin{cases} Q_1 = n C_{MV} \Delta T_1 \\ Q_2 = n C_{MV} \Delta T_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} = \frac{T_1' - T_1}{T_2' - T_2} = \frac{\frac{P_1' V_1}{nR} - \frac{P_1 V_1}{nR}}{\frac{P_2' V_2}{nR} - \frac{P_2 V_2}{nR}} = \frac{V_1 \Delta P_1}{V_2 \Delta P_2}$$

تغییر فشار گاز در دو حالت یکسان است. ($\Delta P_1 = \Delta P_2$)

$$\Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

نتیجه این مسئله این است که هرچه قدر بخواهیم فشار گاز را در حجم بیشتری افزایش دهیم، گاز گرمای بیشتری با محیط مبادله می کند.

۹۹- مقدار مشخصی از یک گاز کامل یک بار در فشار ثابت P_1 و بار دیگر در فشار ثابت P_2 به مقدار مشخص ΔV متراکم می شود. نسبت کار انجام شده روی گاز در مرتبه ی اول به کار انجام شده روی گاز در مرتبه ی دوم را به دست آورید.

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{-P_1 \Delta V}{-P_2 \Delta V} = \frac{P_1}{P_2}$$

نتیجه این مسئله این است که هرچه قدر بخواهیم گاز را در فشار بالاتری متراکم کنیم باید کار بیشتری انجام دهیم.

۱۰۰- مقدار مشخصی از یک گاز کامل یک بار در فشار ثابت P_1 و بار دیگر در فشار ثابت P_2 به مقدار مشخص ΔV منبسط می‌شود. نسبت گرمایی که گاز در حالت اول دریافت کرده است به گرمایی که گاز در حالت دوم دریافت کرده است را به دست آورید.

$$\begin{aligned} \begin{cases} Q_1 = n C_{MP} \Delta T_1 \\ Q_2 = n C_{MP} \Delta T_2 \end{cases} \\ \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} = \frac{T'_1 - T_1}{T'_2 - T_2} = \frac{\frac{P_1 V'_1}{nR} - \frac{P_1 V_1}{nR}}{\frac{P_2 V'_2}{nR} - \frac{P_2 V_2}{nR}} \\ \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{P_1 V'_1 - P_1 V_1}{P_2 V'_2 - P_2 V_2} = \frac{P_1 (V'_1 - V_1)}{P_2 (V'_2 - V_2)} = \frac{P_1 \Delta V_1}{P_2 \Delta V_2} \\ (\Delta V_1 = \Delta V_2) \text{ تغییر حجم گاز در دو حالت یکسان است.} \\ \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{P_1}{P_2} \end{aligned}$$

نتیجه این مسئله این است که هر چه قدر بخواهیم گاز را در فشار بالاتری منبسط کنیم، گاز گرمای بیشتری از محیط دریافت می‌کند.

حجم 0.2 مول از یک گاز کامل تک اتمی $2/4$ لیتر و فشار آن برابر 2 اتمسفر است. با دادن گرما به گاز دمای آن را افزایش می‌دهیم. فشار گاز متناسب با دمای آن افزایش می‌یابد و به 6 اتمسفر می‌رسد.

۱۰۱- (۱) کار انجام شده روی گاز را به دست آورید.

(۱)

در فرایندی که فشار متناسب با دما تغییر می‌کند (نسبت P به T ثابت است)، حجم ثابت است. بنابراین فرآیند هم‌حجم بوده است.

$$W = 0$$

۱۰۲- (۲) گرمای مبادله شده توسط گاز را به دست آورید.

(۲)

$$\begin{aligned} Q &= n C_{MV} \Delta T = n C_{MV} \left(\frac{P'V}{nR} - \frac{PV}{nR} \right) \\ &= \frac{C_{MV}}{R} (P' - P) V = \frac{3}{2} \times (6 - 2) \times 10^5 \times \frac{2}{4} \times 10^{-3} = 1440 \text{ J} \end{aligned}$$

۱۰۳- (۳) تغییر انرژی درونی گاز را به دست آورید.

(۳)

$$\Delta U = W + Q = 0 + 1440 + 1440 \text{ J}$$

حجم 0.5 مول از یک گاز کامل دو اتمی 8 لیتر و فشار آن برابر 5 اتمسفر است. با گرفتن گرما از گاز دمای آن را کاهش می دهیم. حجم گاز متناسب با دمای آن کاهش می یابد و به 4 لیتر می رسد. $104-$ (۱) کار انجام شده روی گاز را به دست آورید.

(۱) در فرایندی که حجم گاز متناسب با دمای آن تغییر می کند (نسبت V به T ثابت است)، فشار ثابت است. بنابراین فرایند هم فشار بوده است.

$$W = -P\Delta V = -5 \times 10^5 (4 \times 10^{-3} - 8 \times 10^{-3}) = -5 \times 10^5 \times (-4 \times 10^{-3}) = 2000 \text{ J}$$

$105-$ (۲) گرمای مبادله شده توسط گاز را به دست آورید.

(۲)

$$Q = nC_{MP}\Delta T = nC_{MP}(T' - T) = nC_{MP}\left(\frac{PV'}{nR} - \frac{PV}{nR}\right)$$

$$= \frac{C_{MP}}{R} P(V' - V) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \times 5 \times 10^5 (4 - 8) \times 10^{-3} = -7000 \text{ J}$$

$106-$ (۳) تغییر انرژی درونی گاز را به دست آورید.

(۳)

$$\Delta U = W + Q = 2000 - 7000 = -5000 \text{ J}$$

حجم مقداری گاز کامل سه اتمی برابر $2/1$ لیتر و فشار آن برابر 10 اتمسفر است. با گرفتن مقداری گرما از گاز فشار گاز به نسبت عکس حجم آن کاهش می یابد و به 15 اتمسفر می رسد. $107-$ (۱) حجم گاز چه مقدار کاهش یافته است؟

(۱) در فرایندی که فشار گاز به نسبت عکس حجم گاز تغییر می کند (PV ثابت است)، دما ثابت است. بنابراین فرآیند هم دما بوده است.

$$P_2 V_2 = P_1 V_1 \Rightarrow 15 \times V_2 = 10 \times 2/1 \Rightarrow V_2 = 1/4 \text{ lit}$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 1/4 - 2/1 = -0.75 \text{ lit}$$

حجم گاز 0.75 لیتر کاهش یافته است.

$108-$ (۲) تغییر انرژی درونی گاز چه قدر بوده است؟

(۲)

در فرایند هم دما تغییر انرژی درونی گاز صفر است.

دو مول از یک گاز کامل سه اتمی در دمای 400 K قرار دارد. به گاز در شرایط هم حجم 5810 ژول گرما می دهیم.

$$\left(R = 8/3 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}\right)$$

$109-$ (۱) دمای گاز چه قدر افزایش می یابد؟

(۱) در فرایند هم حجم داریم :

$$Q = nC_{MV}\Delta T \Rightarrow Q = n\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}R\right) \Delta T$$

$$\Rightarrow 5810 = 2 \times \frac{\gamma}{\gamma - 1} \times 8/3 \times \Delta T \Rightarrow \Delta T \Rightarrow \Delta T = 100 \text{ K}$$

۱۱۰- (۲) فشار گاز چند برابر می‌شود؟

(۲) دمای گاز از ۴۰۰ کلوین به ۵۰۰ کلوین رسیده است. در فرآیند هم حجم، فشار گاز به نسبت دمای گاز افزایش می‌یابد بنابراین در این فرآیند فشار گاز $\frac{5}{4}$ برابر شده است.

۲/۵ مول از یک گاز کامل دو اتمی در شرایط هم حجم گرم می‌شود. در این فرآیند انرژی درونی گاز ۱۶۶۲۸ ژول افزایش می‌یابد. $\left(R = 8/314 \frac{J}{mol.K}\right)$

۱۱۱- (۱) گرمای مبادله شده توسط گاز را به دست آورید.

(۱) در فرآیند هم‌حجم کار انجام شده روی گاز صفر است و در نتیجه تغییر انرژی درونی گاز با گرمای مبادله شده توسط آن برابر است. بنابراین گاز ۱۶۶۲۸ ژول گرما گرفته است.

۱۱۲- (۲) افزایش دمای گاز را به دست آورید.

(۲)

$$Q = nC_{MV}\Delta T \Rightarrow Q = n\left(\frac{5}{2}R\right) \Delta T \Rightarrow 16628 = 2/5 \times \frac{5}{2} \times 8/314 \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = 320K$$

۰/۸ مول از یک گاز کامل تک اتمی در دمای ۲۵۰ کلوین قرار دارد. به گاز در شرایط هم‌فشار ۳۳۲۰ ژول گرما می‌دهیم. $\left(R = 8/3 \frac{J}{mol.K}\right)$

۱۱۳- (۱) دمای گاز چه قدر افزایش می‌یابد؟

(۱)

در فرایند هم فشار داریم:

$$Q = nC_{MP}\Delta T \Rightarrow Q = n\left(\frac{5}{2}R\right) \Delta T$$

$$\Rightarrow 3320 = \frac{8}{10} \times \frac{5}{2} \times 8/3 \Delta T \Rightarrow \Delta T = 200K$$

۱۱۴- (۲) حجم گاز چند برابر می‌شود؟

(۲)

دمای گاز از ۲۵۰ کلوین به ۴۵۰ کلوین رسیده است. در فرایند هم فشار، حجم گاز به نسبت دمای گاز افزایش می‌یابد. بنابراین در این فرایند حجم گاز $\frac{9}{5}$ برابر شده است.

در فشار ثابت یک گاز کامل به مقدار $4/2$ مول منبسط می‌شود. در این فرایند گاز به اندازه ی 840 ژول کار روی محیط انجام می‌دهد و دمای گاز به 425 کلوین می‌رسد. $\left(R = 8 \frac{J}{mol.K}\right)$

۱۱۵- (۱) دمای اولیه ی گاز را به دست آورید.

(۱)

کار انجام شده روی گاز قرینه ی کاری است که گاز روی محیط انجام داده است و برابر $W = -840 J$ است.

$$\begin{aligned} W &= -P\Delta V = -P(V_2 - V_1) = -(PV_2 - PV_1) \\ \Rightarrow W &= -(nRT_2 - nRT_1) = -nR(T_2 - T_1) = -nR\Delta T \\ \Rightarrow -840 &= -4/2 \times 8 \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = 25K \end{aligned}$$

دمای اولیه گاز 400 کلوین بوده است.

۱۱۶- (۲) حجم گاز چند درصد افزایش داشته است؟

(۲)

$$\Rightarrow \frac{\Delta T}{T_1} = \frac{25}{400} = \frac{1}{16} = 6/25\%$$

دمای گاز $6/25$ درصد افزایش یافته است. در فرایند هم فشار حجم گاز متناسب با دما افزایش می‌یابد. بنابراین حجم گاز نیز $6/25$ درصد افزایش یافته است.

۱۱۷- دمای مطلق $1/6$ مول از یک گاز کامل برابر 625 کلوین است. اگر در فشار ثابت حجم گاز نصف شود، کار انجام شده روی گاز چند ژول است؟ $\left(R = 8/314 \frac{J}{mol.K}\right)$

فشار گاز را P_1 فرض می‌کنیم و حجم اولیه و نهایی گاز را برحسب آن به دست می‌آوریم.

$$PV = nRT \Rightarrow P_1 V_1 = 1/6 \times 8/314 \times 625 = 8314 J$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{8314}{P_1} \Rightarrow V_2 = \frac{1}{2} V_1 = \frac{4157}{P_1}$$

$$W = -P\Delta V = -P_1 \left(\frac{4157}{P_1} - \frac{8314}{P_1} \right) = P_1 \left(-\frac{4157}{P_1} \right) \Rightarrow W = +4157J$$

۱۱۸- روی n مول از یک گاز کامل با دمای مطلق T_1 در شرایط هم فشار به اندازه ی W کار انجام می شود. حجم گاز چند برابر شده است؟ ثابت گازها R است.

$$W = -P\Delta V = -\frac{nRT_1}{V_1}(V_2 - V_1) = -nRT_1 \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} - 1 = -\frac{W}{nRT_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 1 - \frac{W}{nRT_1}$$

این رابطه تایید می کند که اگر کار انجام شده روی گاز مثبت باشد، $\frac{V_2}{V_1}$ از یک کمتر است که معنی آن

این است که گاز متراکم شده است. همچنین تایید می کند که اگر کار انجام شده روی گاز منفی باشد، $\frac{V_2}{V_1}$ از یک بیشتر است که معنی آن این است که گاز منبسط شده است

۳/۶ مول از یک گاز کامل دو اتمی در دمای ۳۰۰ کلوین قرار دارد. از گاز در شرایط هم فشار ۵۲۲۹ ژول گرما

$$\text{می گیریم.} \left(R = \frac{8}{3} \frac{\text{J}}{\text{mol.K}} \right)$$

۱۱۹- (۱) تغییر دمای گاز را به دست آورید.

(۱) در فرایند هم فشار داریم:

$$Q = nC_{MP}\Delta T \Rightarrow Q = n\left(\frac{5}{2}R\right)\Delta T \Rightarrow -5229 = \frac{3}{6} \times \frac{5}{2} \times \frac{8}{3} \Delta T \Rightarrow \Delta T = -50\text{K}$$

۱۲۰- (۲) کار انجام شده روی گاز را حساب کنید.

(۲)

$$W = -P\Delta V = -P(V_2 - V_1) = -(PV_2 - PV_1) = -(nRT_2 - nRT_1) = -nR\Delta T$$

$$\Rightarrow W = -\frac{3}{6} \times \frac{8}{3} \times (-50) = 1494\text{J}$$

۸ مول از یک گاز کامل ۳ اتمی در دمای ۲۰۰ کلوین قرار دارد. در فشار ثابت حجم گاز افزایش می یابد و گاز ۸۳۰۰

$$\text{ژول کار روی کار روی محیط انجام می دهد.} \left(R = \frac{8}{3} \frac{\text{J}}{\text{mol.K}} \right)$$

۱۲۱- (۱) تغییر دمای گاز را حساب کنید.

(۱) در فرایند هم فشار:

$$W = -P\Delta V = -P(V_2 - V_1) = -(PV_2 - PV_1)$$

$$\Rightarrow W = -(nRT_2 - nRT_1) = -nR(T_2 - T_1) = -nR\Delta T$$

کار انجام شده روی گاز قرینه ی کاری است که گاز روی محیط انجام داده است.

$$\Rightarrow -8300 = -8 \times \frac{8}{3} \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = 125\text{K}$$

۱۲۲- (۲) گرمای مبادله شده توسط گاز با محیط و تغییر انرژی درونی گاز را حساب کنید.

(۲)

$$Q = nC_{MP}\Delta T = n \left(\frac{9}{2} R \right) \Delta T = 8 \times \frac{9}{2} \times 8/3 \times 125 = 37350 \text{ J}$$

$$\Delta U = W + Q = -8300 + 37350 = +29050 \text{ J}$$

۱۲۳- در فشار ثابت دمای یک گاز کامل تک اتمی را ۵۰ کلوین کاهش می دهیم. در این فرایند انرژی درونی گاز ۳۶۰۰ ژول

کاهش می یابد. مقدار مول گاز را به دست آورید. $\left(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}} \right)$

$$W = -P\Delta V = -P (V_2 - V_1) = -(PV_2 - PV_1)$$

$$\Rightarrow W = -(nRT_2 - nRT_1) = -nR (T_2 - T_1) = -nR\Delta T$$

$$Q = nC_{MP}\Delta T$$

$$\Delta U = Q + W = nC_{MP}\Delta T - nR\Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta U = n(C_{MP} - R) \Delta T = n \left(\frac{5}{2} R - R \right) \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta U = n \times \frac{3}{2} R \times \Delta T \Rightarrow -3600 = n \times \frac{3}{2} \times 8 \times (-50) \Rightarrow n = 6 \text{ mol}$$

۱۲۴- در فشار ثابت انرژی درونی یک گاز کامل سه اتمی را ۷ کیلو ژول کاهش می دهیم. (۱) کار انجام شده روی گاز در این فرایند چه قدر است؟ (۲) در این فرایند گاز چه قدر گرما از دست داده است؟

نسبت W و Q در فرایند هم فشار مقدار ثابتی است.

$$W = -P\Delta V = -P (V_2 - V_1) = -(PV_2 - PV_1)$$

$$\Rightarrow W = -(nRT_2 - nRT_1) = -nR (T_2 - T_1) = -nR\Delta T$$

$$Q = nC_{MP}\Delta T$$

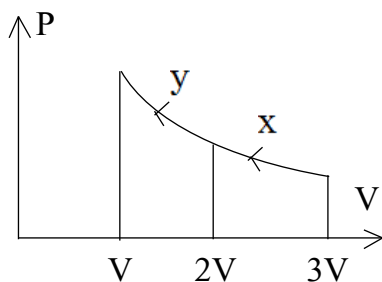
$$\frac{Q}{W} = \frac{nC_{MP}\Delta T}{-nR\Delta T} = -\frac{C_{MP}}{R} = -\frac{\frac{9}{2} R}{R} = -\frac{9}{2} \Rightarrow Q = -\frac{9}{2} W$$

$$\Delta U = Q + W = -7 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow -\frac{9}{2} W + W = -7 \Rightarrow -\frac{7}{2} W = -7 \Rightarrow W = +2 \text{ kJ}$$

$$Q = -\frac{9}{2} W = -\frac{9}{2} \times 2 = -9 \text{ kJ}$$

۱۲۵- (۱) در کدام فرایند کار بیشتری روی گاز انجام شده است؟

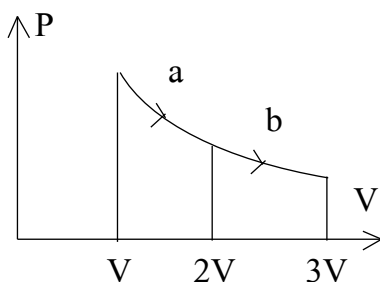


(۱) نمودار فرایندهایی که گاز کامل انجام داده است به صورت شکل مقابل است. گاز متراکم شده است و کار انجام شده روی آن مثبت است و برابر مساحت زیر منحنی مسیر فرایند در نمودار $P-V$ است. بدیهی است در فرایند y این مساحت بیش‌تر است و کار بیشتری روی گاز انجام شده است.

۱۲۶- (۲) گاز در کدام فرایند گرمای بیشتری از دست داده است؟

(۲) از طرفی در فرایند هم دما تغییر انرژی درونی گاز صفر است و گرمای مبادله شده توسط گاز برابر قرینه‌ی کار انجام شده روی گاز است. یعنی در این فرایندها گرمایی که گاز از دست می‌دهد برابر کاری است که روی گاز انجام شده است و در نتیجه گرمای از دست داده توسط گاز نیز در فرایند y بیش‌تر است.

۱۲۷- (۱) در کدام فرایند گاز کار بیشتری روی محیط انجام داده است؟



(۱) نمودار فرایندهایی که گاز کامل انجام داده است به صورت شکل مقابل است. گاز منبسط شده است و کار انجام شده روی آن منفی است و در نتیجه کار انجام شده توسط گاز روی محیط مثبت است و برابر مساحت زیر منحنی مسیر فرایند در نمودار $P-V$ است. بدیهی است در فرایند a این مساحت بیش‌تر است و گاز کار بیش‌تری روی محیط انجام داده است.

۱۲۸- (۲) در کدام فرایند گاز گرمای بیشتری از محیط گرفته است؟

(۲) از طرفی هم تغییر انرژی درونی صفر است و گرمای مبادله شده توسط گاز برابر قرینه‌ی کار انجام شده روی گاز و در نتیجه برابر کار انجام شده توسط گاز روی محیط است. بنابراین گرمای گرفته شده توسط گاز نیز در فرایند a بیش‌تر است.

۱۲۹- حجم یک گاز کامل V است. در شرایط هم دما، فشار گاز را به اندازه‌ی بسیار کوچک ΔP تغییر می‌دهیم. کار انجام شده روی گاز را به دست آورید.

دمای گاز ثابت است.

$$\Rightarrow P'V' = PV \Rightarrow (P + \Delta P)(V + \Delta V) = PV$$

$$\Rightarrow P\Delta V + V\Delta P + \Delta P\Delta V = 0$$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{-V\Delta P}{P + \Delta P} \approx \frac{-V\Delta P}{P}$$

به دلیل ناچیز بودن تغییرات فشار می‌توانیم از رابطه‌ی $W = -P\Delta V$ برای محاسبه کار انجام شده روی گاز استفاده کنیم.

$$W \approx -P\Delta V \approx -P \left(\frac{-V\Delta P}{P} \right) \Rightarrow W \approx V\Delta P$$

۱۳۰- دمای مطلق n مول از یک گاز کامل T است. در شرایط هم دما، حجم گاز تغییر می‌کند، به طوری که تغییرات نسبی حجم گاز مقدار بسیار کوچک β است (تغییرات نسبی حجم گاز برابر نسبت تغییر حجم گاز به حجم اولیه آن است). کار انجام شده روی گاز را به دست آورید.

با استفاده از تعریف تغییرات نسبی حجم داریم:

$$\beta = \frac{\Delta V}{V} \Rightarrow \Delta V = \beta V$$

به دلیل ناچیز بودن تغییرات حجم، تغییرات فشار نیز ناچیز است و می‌توانیم از رابطه‌ی $W = -P\Delta V$ برای محاسبه‌ی کار انجام شده روی گاز استفاده کنیم.

$$W \approx -P\Delta V \approx -P(\beta V) \approx -PV\beta$$

$$\Rightarrow W \approx -nRT\beta$$

۱۳۱- دمای مطلق n مول از یک گاز کامل T است. در شرایط هم دما، فشار گاز تغییر می‌کند، به طوری که تغییرات نسبی فشار گاز برابر مقدار بسیار کوچک α است (تغییرات نسبی فشار گاز برابر نسبت تغییر فشار گاز به فشار اولیه آن است). کار انجام شده روی گاز را به دست آورید.

دمای گاز ثابت است.

$$\Rightarrow P'V' = PV \Rightarrow (P + \Delta P)(V + \Delta V) = PV$$

$$\Rightarrow P\Delta V + V\Delta P + \Delta P\Delta V = 0$$

با استفاده از تعریف تغییرات نسبی فشار داریم:

$$\alpha = \frac{\Delta P}{P} \Rightarrow \Delta P = \alpha P \Rightarrow P\Delta V + V\alpha P + \alpha P\Delta V = 0$$

$$\Rightarrow \Delta V + \alpha V + \alpha\Delta V = 0 \Rightarrow \Delta V = -\frac{\alpha}{\alpha + 1} V$$

به دلیل ناچیز بودن تغییرات فشار می‌توانیم از رابطه‌ی $W = -P\Delta V$ برای محاسبه‌ی کار انجام شده روی گاز استفاده کنیم.

$$W \approx -P\Delta V \approx -P \left[-\frac{\alpha}{\alpha + 1} V \right] \approx PV \frac{\alpha}{\alpha + 1}$$

$$\Rightarrow W \approx nRT \frac{\alpha}{\alpha + 1} \approx nRT\alpha$$

۱۳۲- (۱) در چه فرایندی گاز گرما مبادله می‌کند اما دما و انرژی درونی گاز تغییر نمی‌کند؟

(۱) فرایند هم دما.

۱۳۳- (۲) در چه فرایندی گاز گرما مبادله نمی‌کند اما دما و انرژی درونی گاز تغییر می‌کنند؟

(۲) فرایند بی‌دررو.

۱۳۴- در فرایند هم دما گاز با محیط گرما مبادله می کند، اما انرژی درونی و دمای گاز تغییر نمی کند. این مطلب را چگونه می توان توجیه کرد؟

انرژی درونی گاز برابر انرژی جنبشی و پتانسیل ذرات تشکیل دهنده ی گاز است. مبادله ی گرما یکی از راه های تغییر انرژی درونی گاز است. در حالی که در تغییر حجم گاز نیرویی که محیط به ذرات گاز وارد می کند روی ذرات گاز کار انجام می دهد و باعث تغییر در انرژی درونی گاز است. در مجموع و با توجه به قانون اول ترمودینامیک می توان گفت انرژی درونی گاز به دو طریق مبادله ی گرما و کار مکانیکی محیط روی گاز تغییر می کند. در انبساط هم دما از محیط گرما دریافت می کند. اما در حال دریافت گرما منبسط می شود و روی محیط کار انجام می دهد (محیط روی گاز کار منفی انجام می دهد) و انرژی دریافتی از محیط به صورت کار مکانیکی به محیط می دهد و انرژی درونی آن تغییر نمی کند. هم چنین در تراکم هم دما گاز به محیط گرما می دهد. اما در حال دادن گرما متراکم می شود و محیط روی گاز کار انجام می دهد، به صورت کار مکانیکی از محیط می گیرد و انرژی درونی گاز تغییر نمی کند.

۱۳۵- در فرایند بی دررو گاز با محیط گرما مبادله نمی کند، اما انرژی درونی و دمای آن تغییر می کند. این مطلب را چگونه می توان توجیه کرد؟

انرژی درونی گاز برابر مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل ذرات تشکیل دهنده ی گاز است. مبادله ی گرما یکی از راه های تغییر انرژی درونی گاز است. در حالی که در تغییر حجم گاز نیرویی که محیط به ذرات گاز وارد می کند روی ذرات گاز کار انجام می دهد و باعث تغییر در انرژی جنبشی ذرات گاز می شود که نتیجه ی آن تغییر انرژی درونی گاز است. در مجموع و با توجه به قانون اول ترمودینامیک می توان گفت انرژی درونی گاز به دو طریق مبادله ی گرما و کار مکانیکی محیط روی گاز تغییر می کند. در انبساط و تراکم بی دررو به دلیل تغییر حجم گاز محیط روی گاز کار مکانیکی انجام می دهد. و گاز نیز نمی تواند با محیط گرما مبادله کند. لذا کار مکانیکی محیط روی گاز به طور مستقیم باعث تغییر در انرژی درونی گاز می شود.

۱۳۶- در یک فرایند ترمودینامیکی در هر بازه ی دلخواه از فرآیند، گرمایی که گاز از محیط دریافت می کند با کاری که گاز روی محیط انجام می دهد برابر است. نوع فرآیند را مشخص کنید.

کار انجام شده روی گاز قرینه ی کاری است که گاز روی محیط انجام می دهد. بنابراین در هر بازه ی دلخواه از فرآیند کار انجام شده روی گاز قرینه ی گرمایی است که گاز از محیط دریافت می کند.

$$W = -Q \Rightarrow W + Q = 0 \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow \Delta T = 0$$

در این فرآیند در هر بازه ی دلخواه از فرآیند، تغییر انرژی درونی و تغییر دما صفر است. بنابراین دما در طی فرآیند ثابت است و فرآیند هم دما است.

۱۳۷- در یک فرایند ترمودینامیکی در هر بازه ی دلخواه از فرآیند، تغییر انرژی درونی گاز برابر کاری است که محیط روی گاز در آن بازه انجام می دهد. نوع این فرایند را مشخص کنید.

$$\Delta U = W \Rightarrow Q + W = W \Rightarrow Q = 0$$

در این فرایند گاز در طی فرآیند گرما مبادله نکرده است و فرایند بی دررو است.

۱۳۸- (۱) گاز منبسط شده است.

تغییر انرژی درونی در فرایند هم دما صفر است. در نتیجه در فرایند هم دما Q قرینه ی W است. (۱) در انبساط هم دما محیط روی گاز کار منفی انجام می دهد و W منفی است. در نتیجه Q مثبت است و گاز از محیط گرما می گیرد.

۱۳۹- (۲) گاز متراکم شده است.

(۲) در تراکم هم دما محیط روی گاز کار مثبت انجام می دهد و W مثبت است. در نتیجه Q منفی است و گاز به محیط گرما می دهد.

۱۴۰- (۱) گاز منبسط شده است.

گرمای مبادله شده در فرایند بی دررو صفر است. در نتیجه در فرایند بی دررو ΔU با W برابر است. (۱) در انبساط بی دررو محیط روی گاز کار منفی انجام می دهد و W منفی است. در نتیجه ΔU منفی است. یعنی انرژی درونی و دمای گاز کاهش می یابد.

۱۴۱- (۲) گاز متراکم شده است.

(۲) در تراکم بی دررو محیط روی گاز کار مثبت انجام می دهد و W مثبت است. در نتیجه ΔU مثبت است. یعنی انرژی درونی و دمای گاز افزایش می یابد.

۱۴۲- در یک فرایند ترمودینامیکی 1500 ژول کار روی دستگاه انجام می شود و 900 ژول گرما از محیط به دستگاه داده می شود. تغییر انرژی درونی دستگاه چه قدر است؟

طبق قانون اول ترمودینامیک ΔU (تغییر انرژی درونی دستگاه) برابر مجموع W (کار انجام شده توسط محیط روی دستگاه) و Q (گرمای گرفته شده توسط دستگاه از محیط) است. باید توجه داشت که اگر دستگاه روی محیط کار انجام دهد مقدار W منفی است و هم چنین اگر دستگاه به محیط گرما بدهد مقدار Q منفی است.

$$1500 \text{ ژول کار روی دستگاه انجام شده است} \Leftrightarrow W = +1500 \text{ J}$$

$$900 \text{ ژول گرما از محیط به دستگاه داده شده است} \Leftrightarrow Q = +900 \text{ J}$$

$$\Rightarrow \Delta U = W + Q = +2400 \text{ J}$$

۱۴۳- در یک فرایند ترمودینامیکی دستگاه 2100 ژول کار روی محیط انجام می دهد و 1200 ژول گرما از محیط به دستگاه داده می شود. تغییر انرژی درونی دستگاه چه قدر است؟

طبق قانون اول ترمودینامیک ΔU (تغییر انرژی درونی دستگاه) برابر مجموع W (کار انجام شده توسط محیط روی دستگاه) و Q (گرمای گرفته شده توسط دستگاه از محیط) است. باید توجه داشت که اگر دستگاه روی محیط کار انجام دهد مقدار W منفی است و هم چنین اگر دستگاه به محیط گرما بدهد مقدار Q منفی است.

$$2100 \text{ ژول کار روی محیط انجام داده است} \Leftrightarrow W = -2100 \text{ J}$$

$$1200 \text{ ژول گرما به دستگاه داده شده است} \Leftrightarrow Q = +1200 \text{ J}$$

$$\Rightarrow \Delta U = W + Q = -900 \text{ J}$$

۱۴۴- در یک فرایند ترمودینامیکی ۸۰۰ ژول کار روی دستگاه انجام می‌شود و دستگاه ۲۵۰ ژول گرما به محیط می‌دهد. تغییر انرژی درونی دستگاه چه قدر است؟

طبق قانون اول ترمودینامیک ΔU (تغییر انرژی درونی دستگاه) برابر مجموع W (کار انجام شده توسط محیط روی دستگاه) و Q (گرمای گرفته شده توسط دستگاه از محیط) است. باید توجه داشت که اگر دستگاه روی محیط کار انجام دهد مقدار W منفی است و هم چنین اگر دستگاه به محیط گرما بدهد مقدار Q منفی است.

$$W = +800 \text{ J} \Leftarrow \text{۸۰۰ ژول کار روی دستگاه انجام شده است}$$

$$Q = -250 \text{ J} \Leftarrow \text{دستگاه ۲۵۰ ژول گرما به محیط داده است}$$

$$\Rightarrow \Delta U = W + Q = +550 \text{ J}$$

۱۴۵- در یک فرایند ترمودینامیکی دستگاه ۶۵۰ ژول کار روی محیط انجام می‌دهد و ۱۴۰۰ ژول گرما به محیط می‌دهد. تغییر انرژی درونی دستگاه چه قدر است؟

طبق قانون اول ترمودینامیک ΔU (تغییر انرژی درونی دستگاه) برابر مجموع W (کار انجام شده توسط محیط روی دستگاه) و Q (گرمای گرفته شده توسط دستگاه از محیط) است. باید توجه داشت که اگر دستگاه روی محیط کار انجام دهد مقدار W منفی است و هم چنین اگر دستگاه به محیط گرما بدهد مقدار Q منفی است.

$$W = -650 \text{ J} \Leftarrow \text{دستگاه ۶۵۰ ژول کار روی محیط انجام داده است}$$

$$Q = -1400 \text{ J} \Leftarrow \text{دستگاه ۱۴۰۰ ژول گرما به محیط داده است}$$

$$\Rightarrow \Delta U = W + Q = -2050 \text{ J}$$

۱۴۶- (۱) دستگاه روی محیط کار انجام دهد و به محیط گرما بدهد.

(۱) انرژی درونی دستگاه پایین می‌رود.

۱۴۷- (۲) دستگاه روی محیط کار انجام دهد و از محیط گرما بگیرد.

(۲) انرژی درونی دستگاه ممکن است بالا یا پایین رفته باشد و یا تغییر نکرده باشد.

۱۴۸- (۳) دستگاه از محیط گرما بگیرد و محیط روی دستگاه کار انجام دهد.

(۳) انرژی درونی دستگاه بالا می‌رود.

۱۴۹- (۴) دستگاه به محیط گرما بدهد و محیط روی دستگاه کار انجام دهد.

(۴) انرژی درونی دستگاه ممکن است بالا یا پایین رفته باشد و یا تغییر نکرده باشد.

۱۵۰- یک گاز کامل در حالت (P_1, V_1, T_1) قرار دارد. در سه فرایند (۱) هم فشار (۲) هم دما (۳) بی دررو که به طور جداگانه انجام می شوند حجم گاز را به مقدار V_1 که از V_1 بیش تر است افزایش می دهیم. فشار نهایی گاز در این سه فرایند به ترتیب P_1 و P_2 و P_3 می شود. P_1 و P_2 و P_3 را با یکدیگر مقایسه کنید.

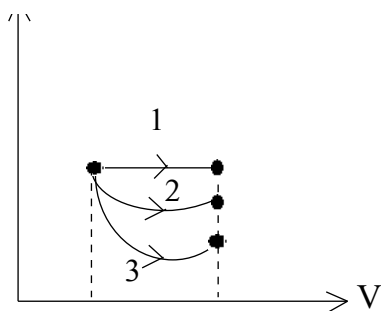
در فرایند هم فشار (فرایند ۱) فشار نهایی گاز با فشار اولیه آن برابر است و $P_1 = P_1$. در فرایند هم دما (فرایند ۲) فشار گاز متناسب با عکس حجم تغییر می کند و به دلیل افزایش حجم، فشار کاهش می یابد و داریم:

$$P_2 V = P_1 V_1 \Rightarrow P_2 = \frac{V_1}{V} P_1 < P_1 \Rightarrow P_2 < P_1$$

در فرایند بی دررو (فرایند ۳) به دلیل افزایش حجم و کار منفی محیط، انرژی درونی و دما کاهش می یابد و داریم:

$$\frac{P_3 V}{T_3} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \Rightarrow P_3 = \frac{T_3}{T_1} \times \frac{V_1}{V} P_1$$

$$\Rightarrow P_3 = \frac{T_3}{T_1} P_2 < P_2 \Rightarrow P_3 < P_2$$



بنابراین برای P_1 و P_2 و P_3 داریم:
 $P_3 < P_2 < P_1$ نمودار $P - V$ این فرایندها به صورت شکل مقابل است.

۱۵۱- یک گاز کامل در حالت (P_1, V_1, T_1) قرار دارد. در سه فرایند (۱) هم فشار (۲) هم دما (۳) بی دررو که به طور جداگانه انجام می شوند حجم گاز را به مقدار V_2 که از V_1 کمتر است کاهش می دهیم. دمای نهایی گاز در این سه فرایند به ترتیب T_1 و T_2 و T_3 می شود. T_1 و T_2 و T_3 را با یکدیگر مقایسه کنید.

در فرایند هم فشار (فرایند ۱) فشار نهایی گاز با فشار اولیه آن برابر است و داریم:

$$\frac{V_2}{T_1} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{V_2}{V_1} T_1 < T_1 \Rightarrow T_1 < T_1$$

در فرایند هم دما (فرایند ۲) دمای نهایی گاز با دمای اولیه آن برابر است و داریم:

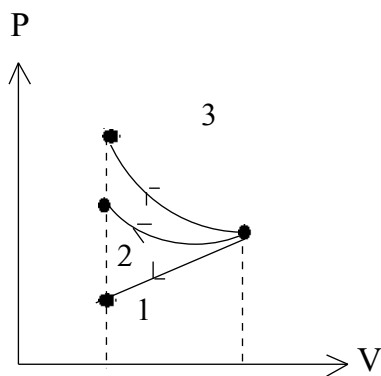
$$T_2 = T_1 \Rightarrow T_2 > T_1$$

در فرایند بی دررو (فرایند ۳) به دلیل کاهش حجم و کار مثبت محیط ، انرژی درونی و دمای گاز افزایش می یابد و داریم:

$$T_3 > T_1 \Rightarrow T_3 > T_2$$

بنابراین برای T_3 و T_2 و T_1 داریم:

$$T_3 > T_2 > T_1$$



نمودار $P - V$ این فرایندها به صورت شکل مقابل است.

۱۵۲- یک گاز کامل در حالت (P_1, V_1, T_1) قرار دارد. در سه فرایند (۱) هم حجم (۲) هم دما (۳) بی دررو که به طور جداگانه انجام می شوند فشار گاز را به مقدار P که از P_1 بیش تر است افزایش می دهیم. دمای نهایی گاز در این سه فرایند به ترتیب T_1 و T_2 و T_3 می شود. T_1 و T_2 و T_3 را با یکدیگر مقایسه کنید.

در فرایند هم حجم (فرایند ۱) حجم نهایی گاز با حجم اولیه آن برابر است و داریم :

$$\frac{P}{T_1} = \frac{P_1}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{P}{P_1} T_1 > T_1 \Rightarrow T_1 > T_1$$

در فرایند هم دما (فرایند ۲) دمای نهایی گاز با دمای اولیه آن برابر است و داریم :

$$T_2 = T_1 \Rightarrow T_2 < T_1$$

در فرایند بی دررو (فرایند ۳) به دلیل افزایش فشار و کاهش حجم و کار مثبت محیط، انرژی درونی و دمای گاز افزایش می یابد و داریم :

$$\Rightarrow T_3 > T_1 \Rightarrow T_3 > T_2$$

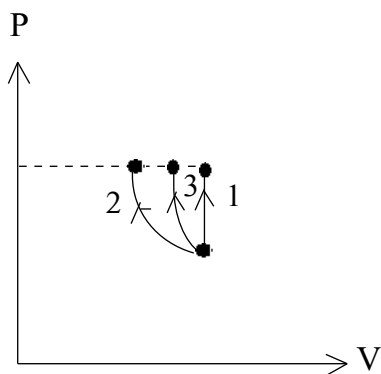
$$\frac{P_3 V}{T_3} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \Rightarrow T_3 = \frac{V_1}{V} \times \frac{P}{P_1} T_1$$

$$\Rightarrow T_3 = \frac{V_1}{V} T_1 < T_1 \Rightarrow T_3 < T_1$$

بنابراین برای T_1 و T_2 و T_3 داریم :

$$T_2 < T_3 < T_1$$

نمودار $P - V$ این فرایندها به صورت شکل مقابل است :



۱۵۳- یک گاز کامل در حالت (P_1, V_1, T_1) قرار دارد. در سه فرایند (۱) هم حجم (۲) هم دما (۳) بی دررو که به طور جداگانه انجام می شوند فشار گاز را به مقدار P که از P_1 کم تر است کاهش می دهیم. حجم نهایی گاز در این سه فرایند به ترتیب V_1 و V_2 و V_3 می شود. V_3 و V_2 و V_1 را با یکدیگر مقایسه کنید.

در فرایند هم حجم (فرایند ۱) حجم نهایی گاز با حجم اولیه آن برابر است و داریم: $V_1 = V_2$. در فرایند هم دما (فرایند ۲) حجم گاز متناسب با عکس فشار تغییر می کند و به دلیل کاهش فشار، حجم افزایش می یابد و داریم:

$$PV_2 = P_1 V_1 \Rightarrow V_2 = \frac{P_1}{P} V_1 > V_1 \Rightarrow V_2 > V_1$$

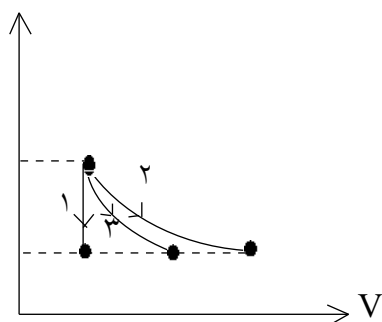
در فرایند بی دررو (فرایند ۳) به دلیل کاهش فشار و افزایش حجم $(V_3 > V_1 \Rightarrow V_3 > V_2)$ و کار منفی محیط، انرژی درونی و دمای گاز کاهش می یابد و داریم:

$$\frac{PV_3}{T_3} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \Rightarrow V_3 = \frac{T_3}{T_1} \times \frac{P_1}{P} V_1$$

$$\Rightarrow V_3 = \frac{T_3}{T_1} V_2 < V_2 \Rightarrow V_3 < V_2$$

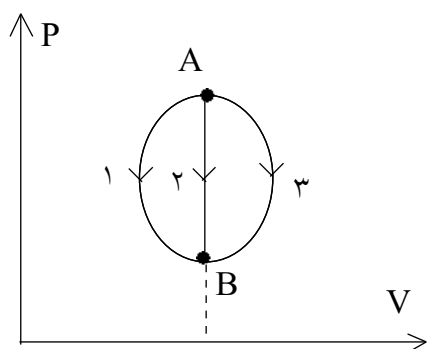
بنابراین برای V_1 و V_2 و V_3 داریم:

$$V_1 < V_3 < V_2$$



نمودار $P - V$ این فرایندها به صورت شکل مقابل است.

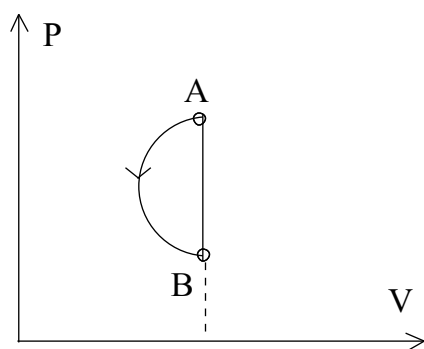
حالت گاز کاملاً طی سه فرایند جداگانه ی ۱ و ۲ و ۳ مطابق شکل مقابل از A به B تغییر می کند. در این فرآیندها :



۱۵۴- (۱) کار انجام شده روی گاز را با یکدیگر مقایسه کنید.

(۱)

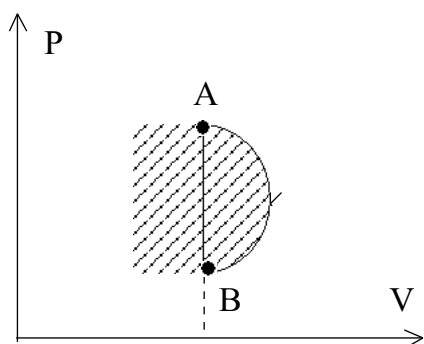
می توان نشان داد کار انجام شده روی گاز در فرایند ۱ برابر مثبت مساحت نشان داده شده در نمودار شکل مقابل است.



$$\Rightarrow W_1 > 0$$

فرایند ۲ هم حجم است و کار انجام شده روی گاز در آن صفر است. ($W_2 = 0$)

هم چنین می توان نشان داد کار انجام شده روی گاز در فرایند ۳ برابر منفی مساحت نشان داده شده در نمودار شکل مقابل است.



$$\Rightarrow W_3 < 0$$

$$\Rightarrow W_1 > W_2 > W_3$$

۱۵۵- (۲) گرمای مبادله شده توسط گاز را با یکدیگر مقایسه کنید.

(۲) حالت اولیه و نهایی سه فرایند یکسان و در نتیجه تغییر انرژی درونی سه فرایند برابر است.

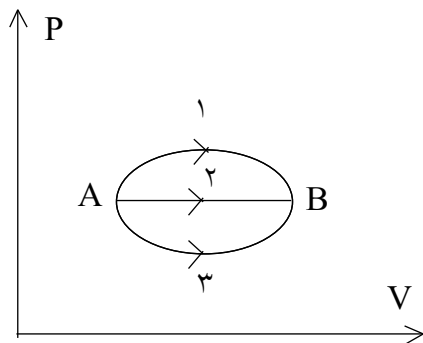
$$\Delta U_1 = \Delta U_2 = \Delta U_3 = U_B - U_A$$

$$\Rightarrow Q_1 + W_1 = Q_2 + W_2 = Q_3 + W_3$$

$$W_2 = 0 \Rightarrow Q_1 + W_1 = Q_2 = Q_3 + W_3$$

$$W_1 > 0 \text{ و } W_3 < 0 \Rightarrow Q_1 < Q_2 < Q_3$$

در این فرایندها Q_1 و Q_2 حتماً منفی هستند اما در مورد علامت Q_3 نمی توان نتیجه گرفت.



حالت گاز کامل طی سه فرایند جداگانه ی ۱ و ۲ و ۳ مطابق شکل مقابل از A به B تغییر می کند.

۱۵۶- (۱) کار انجام شده روی گاز را در این فرایندها با یکدیگر مقایسه کنید.

(۱) فرایندها انبساط هستند و در آنها کار انجام شده روی گاز برابر منفی مساحت زیر منحنی مسیر فرایندها است. بدیهی است مساحت زیر منحنی فرایند ۱ از دو فرایند دیگر بیش تر و مساحت زیر منحنی فرایند ۳ از دو فرایند دیگر کم تر است.

$$S_1 > S_2 > S_3 \Rightarrow -W_1 > -W_2 > -W_3 \Rightarrow W_1 < W_2 < W_3$$

در این فرایندها W منفی است. توجه کنید که اگر بخواهیم کار انجام شده توسط گاز را که به عبارتی اندازه ی کارهای انجام شده روی گاز است در نظر بگیریم نتیجه متفاوت است.

$$-W_1 > -W_2 > -W_3 \Rightarrow |W_1| > |W_2| > |W_3|$$

۱۵۷- (۲) گرمای مبادله شده توسط گاز را در این فرایندها با یکدیگر مقایسه کنید.

(۲) در این فرایندها حالت اولیه و نهایی مشترک است و در نتیجه تغییر انرژی درونی فرایندها یکسان است.

$$\Delta U_1 = \Delta U_2 = \Delta U_3 = U_B - U_A$$

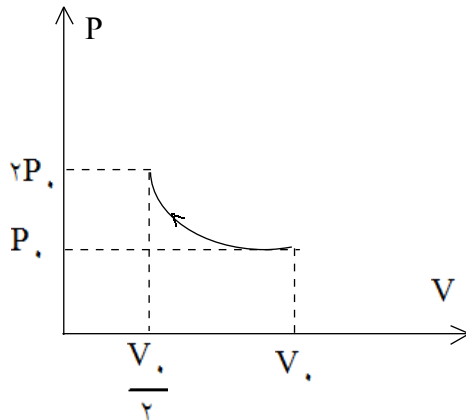
$$W_1 < W_2 < W_3 \Rightarrow \Delta U_1 - Q_1 < \Delta U_2 - Q_2 < \Delta U_3 - Q_3$$

$$\Rightarrow -Q_1 < -Q_2 < -Q_3 \Rightarrow Q_1 > Q_2 > Q_3$$

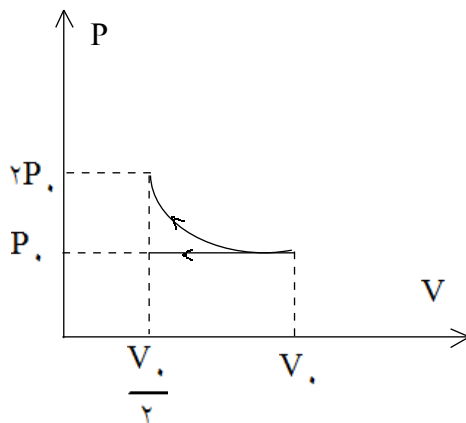
در این فرایندها ΔU (تغییر انرژی درونی) مثبت است و W (کار انجام شده روی گازها) منفی است. بنابراین در این فرایندها Q_1 و Q_2 و Q_3 مثبت هستند و معنی آن این است که گازها گرما گرفته اند.

فشار و حجم یک گاز کامل به ترتیب برابر P_1 و V_1 است. طی یک فرایند هم دما گاز متراکم می شود و طی آن فشار گاز دو برابر می شود.

۱۵۸- (۱) نشان دهید کار انجام شده روی گاز در این فرایند از $\frac{1}{2}P_1 V_1$ بزرگ تر است.



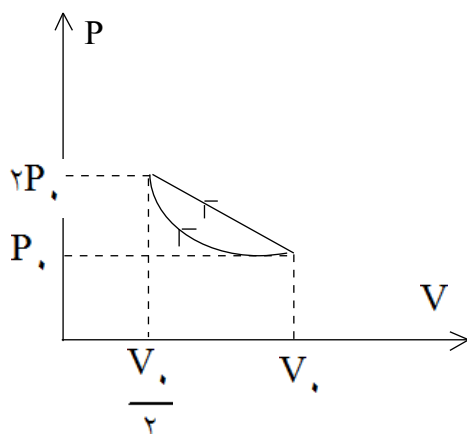
(۱) در این فرایند حجم گاز نصف شده است و نمودار $P - V$ این فرایند به صورت شکل مقابل است.



اگر گاز طی یک فرایند هم فشار متراکم شود و طی آن حجم گاز نصف شود، مطابق نمودار شکل مقابل کار کمتری روی گاز انجام شده است.

$$\Rightarrow W > P_1 \left(V_1 - \frac{V_1}{2} \right) \Rightarrow W > \frac{1}{2} P_1 V_1$$

۱۵۹- (۲) نشان دهید کار انجام شده روی گاز در این فرایند از $\frac{3}{4}P_1 V_1$ کوچک تر است.



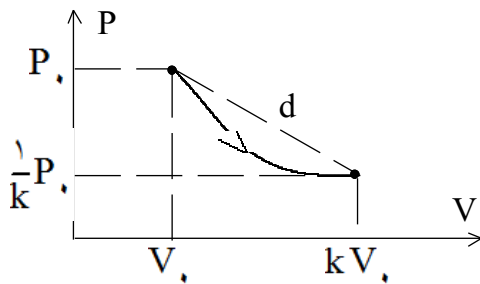
(۲) اگر گاز طی فرایندی که مسیر آن یک خط راست در نمودار $P - V$ است متراکم شود و طی آن حجم گاز نصف و فشار گاز دو برابر شود، مطابق نمودار شکل مقابل کار بیشتری روی گاز انجام شده است.

$$\Rightarrow W < \frac{1}{2} (2P_1 + P_1) \left(V_1 - \frac{V_1}{2} \right)$$

$$\Rightarrow W < \frac{3}{4} P_1 V_1$$

۱۶۰- n مول گاز کامل در دمای T_1 و در شرایط هم دما قرار دارد. گاز منبسط و حجم آن K برابر می شود. نشان

دهید گرمایی که گاز از محیط گرفته است از مقدار $\frac{K^{\frac{1}{2}} - 1}{2K} nRT_1$ کم تر است.



حجم گاز K برابر شده است. در نتیجه فشار آن $\frac{1}{K}$ برابر می شود و نمودار $P - V$ این فرایند به شکل مقابل است.

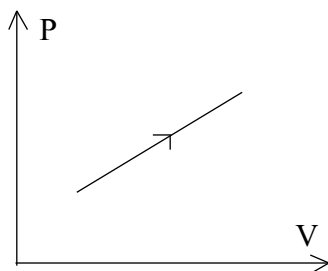
در این فرایند کار منفی روی گاز انجام شده است و اندازه ی کار انجام شده روی گاز از مساحت زیر خط چین d کم تر است.

$$|W| < \frac{1}{2} \left(P_1 + \frac{1}{K} P_1 \right) (KV_1 - V_1) = \frac{K^{\frac{1}{2}} - 1}{2K} P_1 V_1$$

$$P_1 V_1 = nRT_1 \Rightarrow |W| < \frac{K^{\frac{1}{2}} - 1}{2K} nRT_1 \Rightarrow -W < \frac{K^{\frac{1}{2}} - 1}{2K} nRT_1$$

تغییر انرژی درونی گاز صفر است و Q برابر $-W$ است.

$$\Rightarrow Q < \frac{K^{\frac{1}{2}} - 1}{2K} nRT_1$$



نمودار $P - V$ مربوط به یک فرایند ترمودینامیکی یک گاز کامل را در شکل مقابل می بینید.

۱۶۱- (۱) علامت کار انجام شده روی گاز چیست؟

(۱) در این فرایند حجم گاز افزایش یافته است و در نتیجه کار انجام شده روی گاز توسط محیط (W) منفی است.

۱۶۲- (۲) انرژی درونی گاز چگونه تغییر کرده است؟

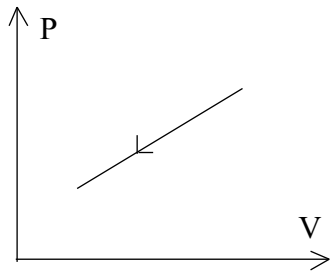
(۲) در این فرایند فشار و حجم گاز افزایش یافته اند و با توجه به رابطه $PV = nRT$ دمای گاز و در نتیجه انرژی درونی گاز افزایش یافته است و ΔU مثبت است.

۱۶۳- (۳) گاز چگونه با محیط گرما مبادله کرده است؟

(۳)

$$\left. \begin{array}{l} \Delta U > 0 \\ W < 0 \Rightarrow -W > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta U - W > 0 \Rightarrow Q > 0$$

گاز در این فرایند گرما گرفته است.



نمودار $P - V$ مربوط به یک فرایند ترمودینامیکی برای یک گاز کامل را در شکل مقابل می بینید.

۱۶۴- (۱) علامت کار انجام شده روی گاز چیست؟

(۱) در این فرایند حجم گاز کاهش یافته است و در نتیجه کار انجام شده روی گاز توسط محیط (W) مثبت است.

۱۶۵- (۲) انرژی درونی گاز چگونه تغییر کرده است؟

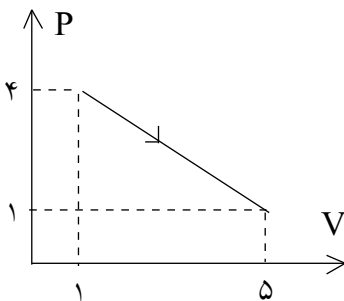
(۲) در این فرآیند فشار و حجم گاز کاهش یافته اند و با توجه به رابطه $PV = nRT$ دمای گاز و در نتیجه انرژی درونی گاز کاهش یافته است و ΔU منفی است.

۱۶۶- (۳) گاز چگونه با محیط گرما مبادله کرده است؟

(۳)

$$\left. \begin{array}{l} \Delta U < 0 \\ W > 0 \Rightarrow -W < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta U - W < 0 \Rightarrow Q < 0$$

گاز در این فرایند گرما داده است.



نمودار $P - V$ مربوط به یک فرایند ترمودینامیکی برای یک گاز کامل به صورت شکل مقابل است.

۱۶۷- (۱) علامت کار انجام شده روی گاز چیست؟

(۱) به دلیل افزایش حجم، کار انجام شده روی گاز منفی است.

$$W < 0$$

۱۶۸- (۲) انرژی درونی گاز چگونه تغییر کرده است؟

(۲) برای حالت اولیه و نهایی گاز داریم:

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{1 \times 5}{T_2} = \frac{4 \times 1}{T_1} \Rightarrow T_2 = \frac{5}{4} T_1$$

دمای گاز افزایش پیدا کرده است و تغییر انرژی درونی گاز مثبت است.
 $\Delta U > 0$

۱۶۹- (۳) گاز چگونه گرما مبادله کرده است؟

(۳)

$$\left. \begin{array}{l} \Delta U > 0 \\ W < 0 \Rightarrow -W > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta U - W > 0 \Rightarrow Q > 0$$

گاز گرما گرفته است.

۱۷۰- (۱) علامت کار انجام شده روی گاز چیست؟

(۱) به دلیل کاهش حجم کار انجام شده روی گاز مثبت است.

$$W > 0$$

۱۷۱- (۲) انرژی درونی گاز چگونه تغییر کرده است؟

(۲) برای حالت اولیه و نهایی گاز داریم:

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{5 \times 3}{T_2} = \frac{2 \times 8}{T_1} \Rightarrow T_2 = \frac{15}{16} T_1$$

دمای گاز کاهش یافته است و تغییر انرژی درونی گاز منفی است.

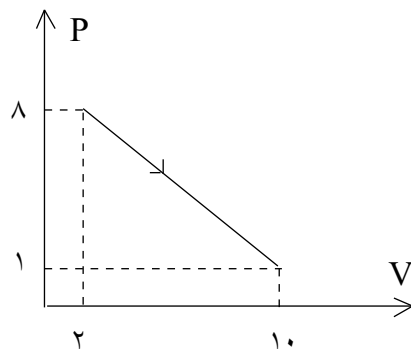
$$\Delta U < 0$$

۱۷۲- (۳) گاز چگونه گرما مبادله کرده است؟

(۳)

$$\left. \begin{array}{l} \Delta U < 0 \\ W > 0 \Rightarrow -W < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta U - W < 0 \Rightarrow Q < 0$$

گاز گرما داده است.



نمودار $P - V$ مربوط به یک فرایند ترمودینامیکی برای یک گاز کامل به صورت شکل مقابل است.

۱۷۳- (۱) علامت کار انجام شده روی گاز چیست؟

(۱) به دلیل افزایش حجم، کار انجام شده روی گاز منفی است ($W < 0$).

۱۷۴- (۲) انرژی درونی گاز چگونه تغییر کرده است؟

(۲) مقدار PV در انتهای فرایند از مقدار آن در ابتدای فرایند کمتر است و دمای گاز کاهش یافته است. پس تغییر انرژی درونی گاز منفی است ($\Delta U < 0$).

۱۷۵- (۳) گاز چگونه گرما مبادله کرده است؟

(۳) با توجه به رابطه ی $Q = \Delta U - W$ (قانون اول ترمودینامیک) و منفی بودن W و ΔU تعیین علامت Q ممکن نیست. بنابراین گاز در طی فرایند ممکن است گرما گرفته باشد و یا گرما داده باشد.

توجه :

تغییر انرژی درونی گاز کامل در هر فرآیند دلخواه از رابطه ی $\Delta U = nC_{MV}\Delta T$ به دست می آید.

$$\Delta U = nC_{MV}\Delta T = nC_{MV}(T_2 - T_1) = nC_{MV}\left(\frac{P_2 V_2}{nR} - \frac{P_1 V_1}{nR}\right)$$

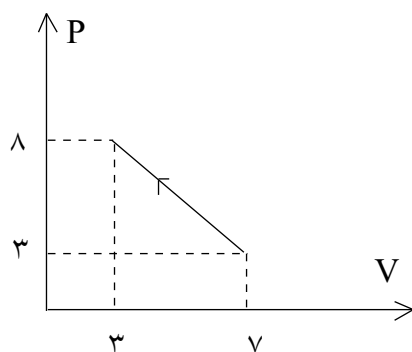
$$\Rightarrow \Delta U = \frac{C_{MV}}{R}(P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{C_{MV}}{R}(1 \times 10 - 8 \times 2) = -6 \frac{C_{MV}}{R}$$

کار انجام شده روی گاز برابر منفی مساحت زیر منحنی فرآیند در نمودار $P - V$ است.

$$W = -\frac{1}{2}\left(\frac{8+10}{2}\right)(10-2) = -18$$

$$Q = \Delta U - W = \left(-6 \frac{C_{MV}}{R}\right) - (-18) = 6 \frac{3R - C_{MV}}{R}$$

با توجه به نوع گاز و مقدار C_{MV} که ممکن است از $3R$ بیش تر یا کم تر باشد، Q ممکن است منفی یا مثبت باشد. در نتیجه گاز ممکن است گرما گرفته باشد و یا گرما داده باشد.



نمودار $P - V$ مربوط به یک فرایند ترمودینامیکی برای یک گاز کامل به صورت شکل مقابل است.

۱۷۶- (۱) علامت کار انجام شده روی گاز چیست؟

(۱) به دلیل کاهش حجم، کار انجام شده روی گاز مثبت است ($W > 0$).

۱۷۷- (۲) انرژی درونی گاز چگونه تغییر کرده است؟

(۲) مقدار PV در انتهای فرایند از مقدار آن در ابتدای فرایند بیش تر است و دمای گاز افزایش یافته است. پس تغییر انرژی درونی گاز مثبت است ($\Delta U > 0$).

۱۷۸- (۳) گاز چگونه گرما مبادله کرده است؟

(۳) با توجه به رابطه ی $Q = \Delta U - W$ (قانون اول ترمودینامیک) و مثبت بودن W و ΔU تعیین علامت Q ممکن نیست. بنابراین گاز ممکن است در طی فرایند گرما گرفته باشد و یا گرما داده باشد.

توجه :

تغییر انرژی درونی گاز کامل در هر فرآیند دلخواه از رابطه ی $\Delta U = nC_{MV}\Delta T$ به دست می آید.

$$\Delta U = nC_{MV}\Delta T = nC_{MV}(T_2 - T_1) = nC_{MV}\left(\frac{P_2V_2}{nR} - \frac{P_1V_1}{nR}\right)$$

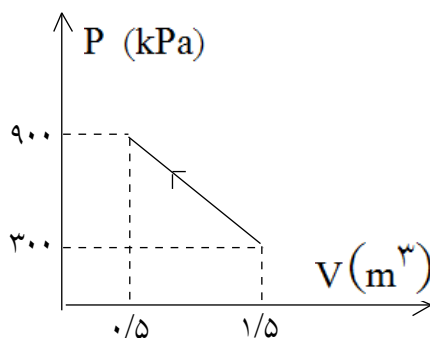
$$\Rightarrow \Delta U = \frac{C_{MV}}{R}(P_2V_2 - P_1V_1) = \frac{C_{MV}}{R}(8 \times 3 - 3 \times 6) = +3 \frac{C_{MV}}{R}$$

کار انجام شده روی گاز برابر مثبت مساحت زیر منحنی فرآیند در نمودار $P - V$ است.

$$W = + \frac{1}{2} \left(\frac{8+3}{2} \right) (6 - 3) = +11$$

$$Q = \Delta U - W = \left(+3 \frac{C_{MV}}{R} \right) - (+11) = \frac{3C_{MV} - 11R}{R}$$

با توجه به نوع گاز و مقدار C_{MV} که ممکن است از $\frac{11}{3}R$ بیش تر یا کم تر باشد، Q ممکن است منفی یا مثبت باشد. در نتیجه گاز ممکن است گرما گرفته باشد و یا گرما داده باشد.



۱۷۹- یک گاز کامل در فرایندی که مسیر آن در نمودار $P - V$ به صورت شکل مقابل است متراکم می شود. در این فرایند گاز چند کیلو ژول گرما از دست داده است؟

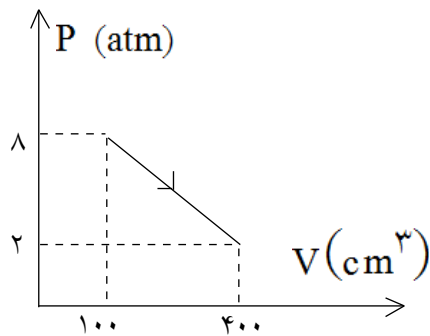
مقدار PV و در نتیجه دمای گاز در ابتدا و انتهای فرآیند یکسان است. پس تغییر انرژی درونی گاز صفر است.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W$$

از طرفی کار انجام شده روی گاز مثبت و برابر مساحت زیر منحنی مسیر فرایند در نمودار $P - V$ است. بنابراین Q گرمای مبادله شده توسط گاز برابر قرینه مساحت زیر منحنی مسیر فرایند است.

$$\Rightarrow Q = -\frac{1}{2}(900 + 300) \times 10^3 \times (1.5 - 0.5) = -600,000 \text{ J} = -600 \text{ kJ}$$

گاز ۶۰۰ کیلو ژول گرما به محیط داده است.



۱۸۰- یک گاز کامل فرایندی را طی کرده است که مسیر آن در نمودار $P - V$ به صورت شکل مقابل است. در این فرایند گاز چند کیلو ژول گرما از محیط گرفته است؟

در این فرایند مقدار PV و در نتیجه دمای گاز در ابتدا و انتهای فرآیند یکسان است. پس تغییر انرژی درونی گاز صفر است.

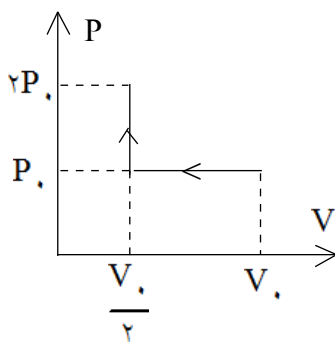
$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W$$

از طرفی کار انجام شده روی گاز منفی و برابر قرینه‌ی مساحت زیر منحنی مسیر فرایند در نمودار $P - V$ است. یعنی $-W$ برابر مساحت زیر منحنی مسیر فرایند است. بنابراین Q گرمای مبادله شده توسط گاز برابر مساحت زیر منحنی مسیر فرایند است.

$$\Rightarrow Q = \frac{1}{2} (8 + 2) \times 10^5 \times (400 - 100) \times 10^{-6} = 150 \text{ J}$$

گاز ۱۵۰ ژول گرما از محیط گرفته است.

فشار و حجم اولیه‌ی یک گاز کامل به ترتیب برابر P_1 و V_1 است. طی یک فرایند هم فشار حجم گاز نصف می‌شود و سپس طی یک فرایند هم حجم فشار گاز دو برابر می‌شود. ۱۸۱- (۱) کار انجام شده روی گاز را بر حسب P_1 و V_1 به دست آورید.



(۱) نمودار $P - V$ این فرایند به صورت شکل مقابل است.

کار انجام شده در این فرایند مثبت است و برابر کار انجام شده در فرایند هم فشار است که برابر مساحت زیر مسیر این فرایند در نمودار $P - V$ است.

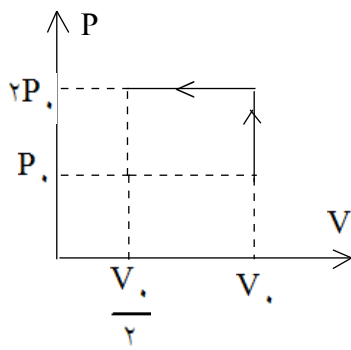
$$W = P_1 \left(V_1 - \frac{V_1}{2} \right) = P_1 \times \frac{V_1}{2} = \frac{1}{2} P_1 V_1$$

۱۸۲- (۲) گرمای مبادله شده توسط گاز را بر حسب P_1 و V_1 به دست آورید.

(۲) در این فرایند ترکیبی دمای نهایی گاز با دمای اولیه آن برابر است. بنابراین تغییر انرژی درونی در کل فرایند صفر است.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W \Rightarrow Q = -\frac{1}{2} P_1 V_1$$

۱۸۳- (۱) کار انجام شده روی گاز را بر حسب P_1 و V_1 به دست آورید.



(۱) نمودار $P - V$ این فرایند به صورت شکل مقابل است.

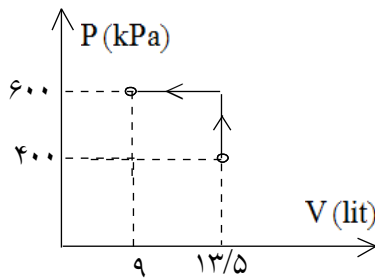
کار انجام شده در این فرایند مثبت است و برابر کار انجام شده در فرایند هم فشار است که برابر مساحت زیر مسیر این فرایند در نمودار $P-V$ است.

$$W = 2P_1 \left(V_1 - \frac{V_1}{2} \right) = 2P_1 \times \frac{V_1}{2} = P_1 V_1$$

۱۸۴- (۲) گرمای مبادله شده توسط گاز را بر حسب P_1 و V_1 به دست آورید.

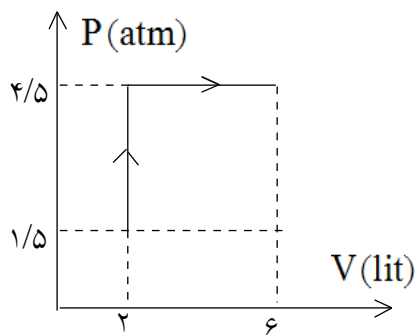
(۲) در این فرایند ترکیبی دمای نهایی گاز با دمای اولیه آن برابر است. بنابراین تغییر انرژی درونی در کل فرایند صفر است.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W \Rightarrow Q = -P_1 V_1$$



۱۸۵- در شکل مقابل نمودار $P - V$ فرایند ترمودینامیکی مربوط به یک گاز کامل را می بینید. تغییر انرژی درونی گاز در این فرایند چه قدر است؟

مقدار PV برای حالت اولیه و نهایی گاز یکسان است. یعنی دمای اولیه و نهایی گاز برابر است و تغییر انرژی درونی گاز در این فرایند صفر است.



در شکل مقابل نمودار $P - V$ فرایند ترمودینامیکی مربوط به یک گاز کامل دو اتمی را می بینید که در آن گاز ابتدا فرایندی هم حجم و سپس فرایندی هم فشار را طی کرده است.

۱۸۶- (۱) تغییر انرژی درونی گاز در فرایند هم حجم چه قدر است؟

فرایند هم حجم را فرایند a و فرایند هم فشار را فرایند b می نامیم.
(۱) برای فرایند هم حجم داریم:

$$W_a = 0$$

$$Q_a = nC_{MV}\Delta T = nC_{MV}(T' - T) = nC_{MV} \left(\frac{P'V}{nR} - \frac{PV}{nR} \right)$$

$$\Rightarrow Q_a = \frac{C_{MV}}{R} (P' - P) V = \frac{5}{2} (4/5 - 1/5) \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3} = \frac{5}{2} \times 3 \times 200 = 1500 \text{ J}$$

$$\Delta U_a = W_a + Q_a = 0 + 1500 = 1500 \text{ J}$$

۱۸۷- (۲) تغییر انرژی درونی گاز در فرایند هم فشار چه قدر است؟

(۲) برای فرایند هم فشار داریم:

$$W_b = -P'\Delta V = -P'(V' - V) = -4/5 \times 10^5 (6 - 2) \times 10^{-3} = -1800 \text{ J}$$

$$Q_b = nC_{MP}\Delta T = nC_{MP}(T' - T) = nC_{MP} \left(\frac{P'V'}{nR} - \frac{P'V}{nR} \right)$$

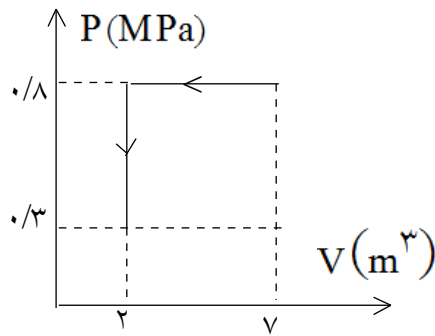
$$\Rightarrow Q_b = \frac{C_{MP}}{R} P'(V' - V) = \frac{7}{2} \times 4/5 \times 10^5 \times (6 - 2) \times 10^{-3} = +6300 \text{ J}$$

$$\Delta U_b = W_b + Q_b = -1800 + 6300 = +4500 \text{ J}$$

۱۸۸- (۳) تغییر انرژی درونی گاز در این فرایند چه قدر است؟

(۳) برای کل فرایند داریم:

$$\Delta U = \Delta U_a + \Delta U_b = 1500 + 4500 = 6000 \text{ J}$$



در شکل مقابل نمودار $P - V$ فرایند ترمودینامیکی مربوط به یک گاز کامل تک اتمی را می بینید که در آن گاز ابتدا فرایند هم فشار و سپس یک فرایند هم حجم را طی کرده است.

۱۸۹- (۱) تغییر انرژی درونی گاز در فرایند هم فشار چه قدر است؟

فرایند هم فشار را فرایند X و فرایند هم حجم را فرایند Y می نامیم.
(۱) برای فرایند هم فشار داریم:

$$W_X = -P\Delta V = -P(V' - V) = -0.8 \times 10^6 (2 - 7) = 4 \times 10^6 \text{ J}$$

$$Q_X = nC_{MP}\Delta T = nC_{MP}(T' - T) = nC_{MP} \left(\frac{PV'}{nR} - \frac{PV}{nR} \right)$$

$$\Rightarrow Q_X = \frac{C_{MP}}{R} P(V' - V) = \frac{5}{2} \times 0.8 \times 10^6 (2 - 7) = -10 \times 10^6 \text{ J}$$

$$\Delta U_X = W_X + Q_X = +4 \times 10^6 - 10 \times 10^6 = -6 \times 10^6 \text{ J}$$

۱۹۰- (۲) تغییر انرژی درونی گاز در فرایند هم حجم چه قدر است؟

(۲) برای فرایند هم حجم داریم:

$$W_Y = 0$$

$$Q_Y = nC_{MV}\Delta T = nC_{MV}(T' - T) = nC_{MV} \left(\frac{P'V}{nR} - \frac{PV}{nR} \right)$$

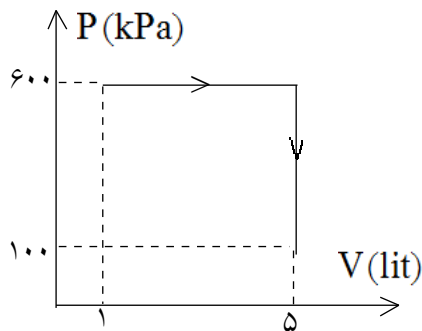
$$\Rightarrow Q_Y = \frac{C_{MV}}{R} (P' - P) V = \frac{3}{2} (0.3 - 0.8) \times 10^6 \times 2 = -1.5 \times 10^6 \text{ J}$$

$$\Delta U_Y = W_Y + Q_Y = 0 - 1.5 \times 10^6 = -1.5 \times 10^6 \text{ J}$$

۱۹۱- (۳) تغییر انرژی درونی گاز را به دست آورید.

(۳) برای کل فرایند داریم:

$$\Delta U = \Delta U_X + \Delta U_Y = -6 \times 10^6 - 1.5 \times 10^6 = -7.5 \times 10^6 \text{ J}$$



در شکل مقابل فرایند ترمودینامیکی مربوط به یک گاز کامل دو اتمی را می بینید که در آن گاز ابتدا فرایند هم فشار و سپس فرایندی هم حجم را انجام داده است.

۱۹۲- (۱) حالتی از گاز را در فرایند هم حجم پیدا کنید که دمای آن با دمای اولیه گاز برابر است.

(۱) این حالت را X می نامیم.

$$T_X = T_1 \Rightarrow P_X V_X = P_1 V_1 \Rightarrow P_X \times 5 = 600 \times 1 \Rightarrow P_X = 120 \text{ kPa}$$

۱۹۳- (۲) تغییر انرژی درونی گاز در این فرایند چه قدر است؟

(۲) با توجه به نمودار شکل مقابل که حالت X در آن نشان داده شده است می توانیم فرایند را به دو بخش ABX و XC تقسیم کنیم.

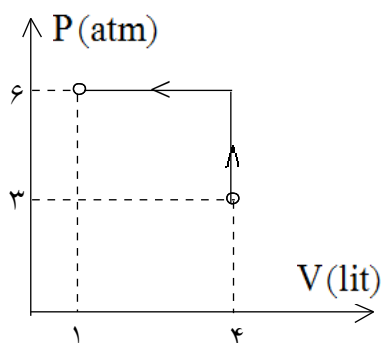
در بخش ABX دمای اولیه و نهایی گاز یکسان است و تغییر انرژی درونی گاز در فرایند XC با کل تغییر انرژی درونی گاز برابر است.

$$W_{XC} = 0$$

$$Q_{XC} = n C_{MV} \Delta T = n C_{MV} (T_C - T_X) = n C_{MV} P_C \frac{V}{nR} - \frac{P_X V}{nR}$$

$$\Rightarrow Q_{XC} = \frac{C_{MV}}{R} (P_C - P_X) V = \frac{5}{2} (100 - 120) \times 10^3 \times 5 \times 10^{-3} = -250 \text{ J}$$

$$\Delta U = \Delta U_{XC} = W_{XC} + Q_{XC} = 0 - 250 = -250 \text{ J}$$



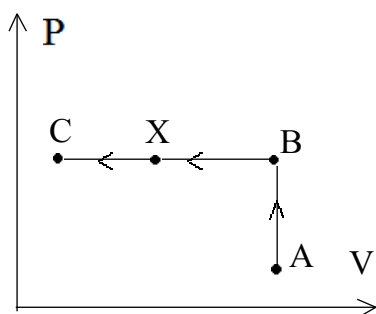
در شکل مقابل فرایند ترمودینامیکی مربوط به یک گاز کامل تک اتمی را می بینید که در آن گاز ابتدا فرایند هم حجم و سپس فرایندی هم فشار را انجام داده است.

۱۹۴- (۱) حالتی از گاز را در فرایند هم فشار پیدا کنید که دمای آن با دمای اولیه گاز برابر است.

(۱) این حالت را X می نامیم.

$$T_X = T_1 \Rightarrow P_X V_X = P_1 V_1 \Rightarrow 6 \times V_X = 3 \times 4 \Rightarrow V_X = 2 \text{ lit}$$

۱۹۵- (۲) تغییر انرژی درونی گاز در این فرایند چه قدر است؟



(۲) با توجه به نمودار شکل مقابل که حالت X در آن نشان داده شده است می‌توانیم فرایند را به دو بخش ABX و XC تقسیم کنیم. در بخش ABX دمای اولیه و نهایی گاز یکسان است و تغییر انرژی درونی گاز صفر است. بنابراین تغییر انرژی درونی گاز در فرایند XC با کل تغییر انرژی درونی گاز برابر است.

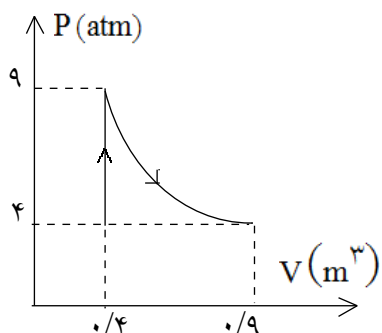
$$W_{XC} = -P\Delta V = -P(V_C - V_X) = -6 \times 10^5 (1 - 2) \times 10^{-3} = +600 \text{ J}$$

$$Q_{XC} = nC_{MP}\Delta T = nC_{MP}(T_C - T_X) = nC_{MP}\left(\frac{PV_C}{nR} - \frac{PV_X}{nR}\right)$$

$$\Rightarrow Q_{XC} = \frac{C_{MP}}{R}(V_C - V_X) = \frac{5}{2} \times 6 \times 10^5 (1 - 2) \times 10^{-3} = -1500 \text{ J}$$

$$\Delta U = \Delta U_{XC} = W_{XC} + Q_{XC} = 600 - 1500 = -900 \text{ J}$$

در شکل مقابل فرایند ترمودینامیکی مربوط به یک گاز کامل دو اتمی را می‌بینید. این فرایند از یک فرایند هم‌حجم و یک فرایند هم‌دما تشکیل شده است.



۱۹۶- (۱) گرمای مبادله شده توسط گاز در فرایند هم‌حجم را به دست آورید.

(۱)

$$Q = nC_{MV}\Delta T = nC_{MV}(T' - T) = nC_{MV}\left(\frac{P'V}{nR} - \frac{PV}{nR}\right)$$

$$\Rightarrow Q = \frac{C_{MV}}{R}(P' - P)V = \frac{5}{2} (9 - 4) \times 10^5 \times 0.4 = 5 \times 10^5 \text{ J}$$

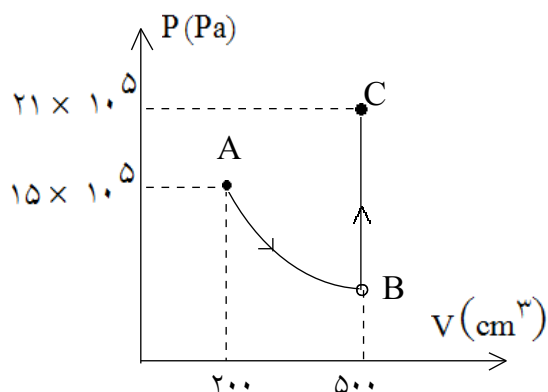
۱۹۷- (۲) تغییر انرژی درونی گاز در کل این فرایند چه قدر است؟

(۲) برای فرایند هم حجم داریم:

$$W = 0 \quad \text{و} \quad Q = 5 \times 10^5 \text{ J}$$

$$\Delta U = Q + W = 5 \times 10^5 \text{ J}$$

در فرایند هم دما تغییر انرژی درونی گاز صفر است. بنابراین کل تغییر انرژی درونی گاز برابر تغییر انرژی درونی آن در فرایند هم حجم و 5×10^5 ژول است.



در شکل مقابل فرایند مربوط به یک گاز چند اتمی (CO_2) را می بینید. فرایند از یک قسمت هم دما و یک قسمت هم حجم تشکیل شده است.

۱۹۸- (۱) گرمای مبادله شده توسط گاز در فرایند هم حجم را به دست آورید.

(۱)

$$Q = nC_{MV}\Delta T = nC_{MV}(T_C - T_B) = nC_{MV}(T_C - T_A)$$

$$\Rightarrow Q = nC_{MV} \left(\frac{P_C V_C}{nR} - \frac{P_A V_A}{nR} \right) = \frac{C_{MV}}{R} (P_C V_C - P_A V_A)$$

$$\Rightarrow Q = \frac{V}{\gamma} (21 \times 10^5 \times 500 \times 10^{-6} - 15 \times 10^5 \times 200 \times 10^{-6})$$

$$\Rightarrow Q = \frac{V}{\gamma} (21 \times 50 - 15 \times 20) = \frac{V}{\gamma} (1050 - 300) = \frac{V}{\gamma} \times 750 = 2625 \text{ J}$$

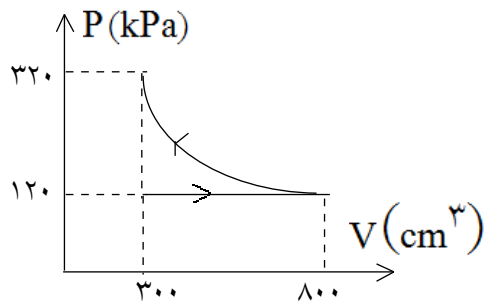
۱۹۹- (۲) تغییر انرژی درونی گاز در کل این فرایند چه قدر است؟

(۲) برای فرایند هم حجم داریم:

$$W = 0 \quad \text{و} \quad Q = 2625 \text{ J}$$

$$\Delta U = W + Q = 2625 \text{ J}$$

انرژی درونی گاز برابر تغییر انرژی درونی آن در فرایند هم حجم و برابر ۲۶۲۵ ژول است.



در شکل مقابل فرآیند ترمودینامیکی مربوط به یک گاز کامل تک اتمی را می بینید که از یک فرآیند هم فشار و یک فرآیند هم دما تشکیل شده است.

۲۰۰- (۱) کار انجام شده روی گاز در فرآیند هم فشار چه قدر است؟

(۱)

$$W = -P\Delta V = -120 \times 10^3 (800 - 300) \times 10^{-6} = -60 \text{ J}$$

۲۰۱- (۲) گرمای مبادله شده توسط گاز در فرآیند هم فشار چه قدر است؟

(۲)

$$Q = nC_{MP}\Delta T = nC_{MP}(T' - T) = nC_{MP}\left(\frac{PV'}{nR} - \frac{PV}{nR}\right)$$

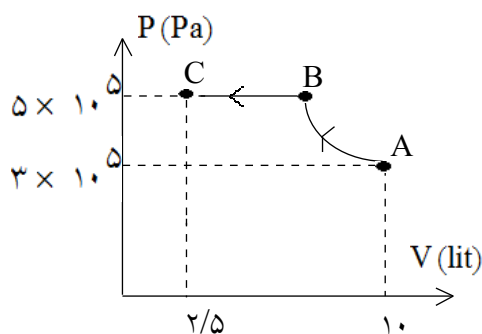
$$\Rightarrow Q = \frac{C_{MP}}{R}P(V' - V) = \frac{5}{2} \times 120 \times 10^3 (800 - 300) \times 10^{-6} = +150 \text{ J}$$

۲۰۲- (۳) تغییر انرژی درونی گاز در کل این فرآیند چه قدر است؟

(۳) برای فرآیند هم فشار داریم:

$$\Delta U = W + Q = -60 + 150 = 90 \text{ J}$$

در فرآیند هم دما تغییر انرژی درونی گاز صفر است. بنابراین کل تغییر انرژی درونی گاز برابر تغییر انرژی درونی آن در فرآیند هم فشار و برابر $+90$ ژول است.



در شکل مقابل فرآیند مربوط به یک گاز کامل تک اتمی را می بینید که از یک فرآیند هم دما و یک فرآیند هم فشار تشکیل شده است.

۲۰۳- (۱) حجم گاز در ابتدای فرآیند هم فشار را به دست آورید.

(۱)

$$T_B = T_A \Rightarrow P_B V_B = P_A V_A \Rightarrow 5 \times 10^5 \times V_B = 3 \times 10^5 \times 10 \Rightarrow V_B = 6 \text{ lit}$$

۲۰۴- (۲) کار انجام شده روی گاز را در فرآیند هم فشار به دست آورید.

(۲)

$$W = -P\Delta V = -P(V_C - V_B) = -5 \times 10^5 (2/5 - 6) \times 10^{-3} = 1750 \text{ J}$$

۲۰۵- (۳) گرمای مبادله شده توسط گاز را در فرآیند هم فشار به دست آورید.
(۳)

$$Q = nC_{MP}\Delta T = nC_{MP}(T_C - T_B) = nC_{MP}\left(\frac{PV_C}{nR} - \frac{PV_B}{nR}\right)$$

$$\Rightarrow Q = \frac{C_{MP}}{R}P(V_C - V_B) = \frac{5}{2} \times 5 \times 10^5 \times (2/5 - 6) \times 10^{-3} = -4375 J$$

۲۰۶- (۴) کل تغییر انرژی درونی گاز در این فرایند چه قدر است؟
(۴)

برای فرایند هم فشار داریم:

$$\Delta U = W + Q = 1750 - 4375 = -2625 J$$

در فرایند هم دما تغییر انرژی درونی گاز صفر است. بنابراین کل تغییر انرژی درونی گاز برابر تغییر انرژی درونی آن در فرایند هم فشار است.

۵ مول گاز تک اتمی با دمای ۴۰۰ کلوین موجود است. گاز در شرایط هم دما متراکم می شود تا حجم آن به $\frac{1}{5}$ مقدار اولیه برسد. سپس در حجم ثابت فشار گاز را به مقدار اولیه اش می رسانیم. $(R = 8/31 \frac{J}{mol.K})$
۲۰۷- (۱) دمای نهایی گاز را به دست آورید.

(۱) اگر در شرایط هم دما حجم گاز $\frac{1}{5}$ برابر شود، فشار گاز ۵ برابر می شود. برای اینکه در شرایط هم حجم فشار گاز به مقدار اولیه برسد ($\frac{1}{5}$ برابر شود) باید دمای مطلق گاز $\frac{1}{5}$ برابر شود و به مقدار ۸۰ کلوین برسد.

۲۰۸- (۲) گرمای مبادله شده توسط گاز در فرآیند هم حجم را به دست آورید.
(۲)

$$\Rightarrow Q = nC_{MV}(T' - T) = n\left(\frac{3}{2}R\right)(T' - T)$$

$$\Rightarrow Q = 5 \times \frac{3}{2} \times 8/31 \times (-320) = -2400 \times 8/31 = -19944 J$$

۲۰۹- (۳) تغییر انرژی درونی گاز در این فرایندها چه قدر است؟

(۳) در فرایند هم دما تغییر انرژی درونی گاز صفر است. لذا برای محاسبه ی تغییر انرژی درونی کل باید تغییر انرژی درونی در فرایند هم حجم را محاسبه کنیم. تغییر انرژی درونی در فرایند هم حجم نیز با گرمای مبادله شده توسط گاز در آن فرایند برابر است. زیرا در فرایند هم حجم کار انجام شده روی گاز صفر است.

$$\left. \begin{array}{l} \Delta U = Q + W \\ W = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta U = Q = -19944 J$$

۲/۴ مول گاز کامل دو اتمی را در شرایط هم دما منبسط می کنیم تا حجم آن ۸ برابر شود. سپس در شرایط هم فشار حجم گاز را به مقدار اولیه اش می رسانیم. اگر دمای نهایی گاز برابر ۲۰۰ کلوین شود. $\left(R = \frac{8}{3} \frac{J}{mol.K}\right)$ ۲۱۰- (۱) دمای اولیه ی گاز را به دست آورید.

(۱) در فرایند هم فشار برای اینکه حجم گاز به مقدار اولیه اش برسد $\left(\frac{1}{8}\right)$ برابر شود) باید دمای گاز $\frac{1}{8}$ برابر شود بنابراین دمای اولیه گاز ۱۶۰۰ کلوین بوده است.

۲۱۱- (۲) کار انجام شده روی گاز در فرآیند هم فشار چه قدر است؟ (۲)

$$W = -P\Delta V = -P(V' - V) = -(PV' - PV) = -(nRT' - nRT) = -nR(T' - T)$$

$$\Rightarrow W = -\frac{2}{4} \times \frac{8}{3} \times (200 - 1600) = 27888 J$$

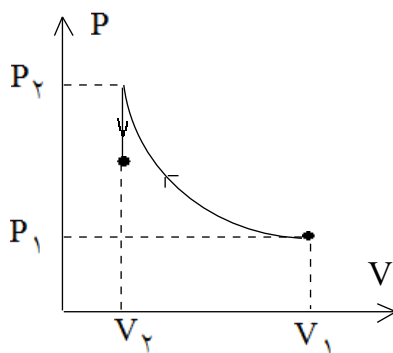
۲۱۲- (۳) گرمای مبادله شده توسط گاز در فرآیند هم فشار چه قدر است؟ (۳)

$$Q = nC_{MP}\Delta T = n\left(\frac{5}{2}R\right)(T' - T) = \frac{2}{4} \times \frac{5}{2} \times \frac{8}{3} \times (200 - 1600) = -97608 J$$

۲۱۳- (۴) کل تغییر انرژی درونی گاز را حساب کنید.

(۴) در فرایند هم دما تغییر انرژی درونی گاز صفر است. لذا برای محاسبه ی تغییر انرژی درونی کل باید تغییر انرژی درونی گاز در فرایند هم فشار را محاسبه کنیم.

$$\Delta U = Q + W = -97608 + 27888 = -69720 J$$



نمودار شکل مقابل مربوط به یک گاز کامل با ظرفیت ویژه ی مولی در حجم ثابت C است. در این فرایند ابتدا گاز به صورت بی دررو متراکم شده است و سپس در حجم ثابت به دمای اولیه اش رسانده شده است. (ثابت عمومی گازها R است)

۲۱۴- (۱) نشان دهید کار انجام شده روی گاز در فرآیند بی دررو برابر قرینه ی گرمای مبادله شده توسط گاز در فرآیند هم حجم است.

(۱) در کل فرایند تغییر انرژی درونی گاز صفر است. زیرا دمای نهایی گاز با دمای اولیه آن برابر است. فرایند بی دررو را فرایند a و فرایند هم حجم را فرایند b می نامیم.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_a + \Delta U_b = 0 \Rightarrow Q_a + W_a + Q_b + W_b = 0$$

در فرایند بی دررو (فرایند a)، Q برابر صفر است و هم چنین در فرایند هم حجم (فرایند b)، W برابر صفر است.

$$\Rightarrow W_a + Q_b = 0 \Rightarrow W_a = -Q_b$$

۲۱۵- (۲) کار انجام شده روی گاز در فرایند بی‌دررو را به دست آورید.

(۲)

$$W_a = -Q_b \Rightarrow W_a = -nC_{MV}\Delta T_b = -nC [T' - T]$$

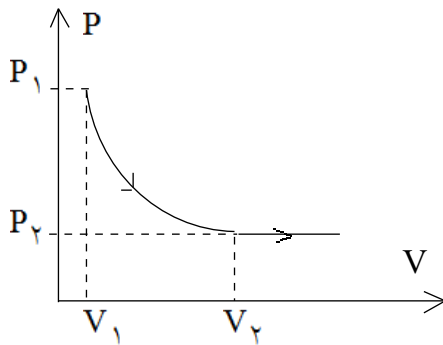
T دمای گاز در ابتدای فرایند هم حجم و انتهای فرایند بی‌دررو است و داریم:

$$P_2 V_2 = nRT \Rightarrow T = \frac{P_2 V_2}{nR}$$

T' دمای گاز در انتهای فرایند هم حجم است که با دمای گاز در ابتدای فرایند بی‌دررو برابر است و داریم:

$$P_1 V_1 = nRT' \Rightarrow T' = \frac{P_1 V_1}{nR}$$

$$\Rightarrow W_a = -nC \left[\frac{P_1 V_1}{nR} - \frac{P_2 V_2}{nR} \right] \Rightarrow W_a = \frac{C}{R} [P_2 V_2 - P_1 V_1]$$



نمودار شکل مقابل مربوط به یک گاز کامل با ظرفیت ویژه‌ی مولی در حجم ثابت C است. در این فرایند ابتدا گاز به صورت بی‌دررو منبسط شده است و سپس در فرایند فشار ثابت به دمای اولیه‌اش رسانده شده است. (ثابت گازها R است)

۲۱۶- (۱) نشان دهید کار انجام شده روی گاز در فرایند بی‌دررو

با تغییر انرژی درونی گاز در فرایند هم‌فشار برابر است.

(۱) در کل فرایند تغییر انرژی درونی صفر است. زیرا دمای نهایی گاز با دمای اولیه آن برابر است. فرایند بی‌دررو را فرایند a و فرایند هم‌فشار را فرایند b می‌نامیم.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_a + \Delta U_b = 0 \Rightarrow Q_a + W_a + \Delta U_b = 0$$

در فرایند بی‌دررو (فرایند a)، Q برابر صفر است.

$$\Rightarrow W_a + \Delta U_b = 0 \Rightarrow W_a = -\Delta U_b$$

۲۱۷- (۲) کار انجام شده در فرآیند بی دررو را به دست آورید.

(۲) باید تغییر انرژی درونی در فرایند هم فشار (فرایند b)، را به دست آوریم.

$$Q_b = nC_{MP}\Delta T = nC_{MP}(T' - T)$$

T' دمای گاز در انتهای فرایند هم فشار و T دمای گاز در ابتدای فرایند هم فشار و انتهای فرایند بی دررو است.

$$W_b = -P_2\Delta V = -P_2(V_3 - V_2) = -(P_2V_3 - P_2V_2) = -(nRT' - nRT) = -nR(T' - T)$$

$$\Delta U_b = Q_b + W_b = nC_{MP}(T' - T) - nR(T' - T) = n(C_{MP} - R)(T' - T)$$

برای گازهای کامل داریم:

$$C_{MP} = R + C_{MV}$$

$$\Rightarrow \Delta U_b = nC_{MV}(T' - T) = nC(T' - T)$$

T' دمای انتهای فرایند هم فشار با دمای ابتدای فرایند بی دررو برابر است و داریم:

$$P_1V_1 = nRT' \Rightarrow T' = \frac{P_1V_1}{nR}$$

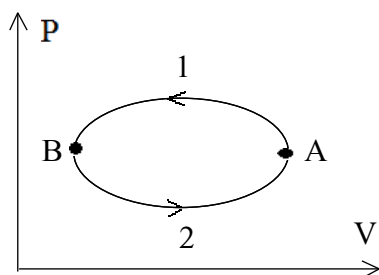
T دمای انتهای فرایند بی دررو است و داریم:

$$P_2V_2 = nRT \Rightarrow T = \frac{P_2V_2}{nR}$$

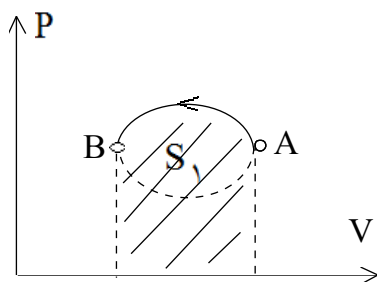
$$\Rightarrow \Delta U_b = nC\left(\frac{P_1V_1}{nR} - \frac{P_2V_2}{nR}\right) \Rightarrow \Delta U_b = \frac{C}{R}(P_1V_1 - P_2V_2)$$

$$W_a = -\Delta U_b \Rightarrow W_a = \frac{C}{R}(P_2V_2 - P_1V_1)$$

از طرفی:

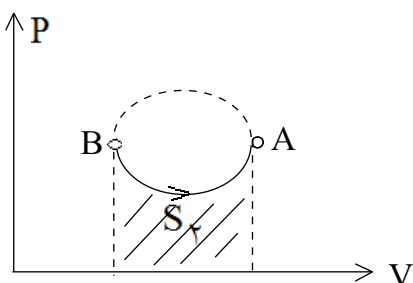


۲۱۸- در شکل مقابل نمودار مربوط به چرخه ی ترمودینامیکی یک گاز کامل داده شده است. در این چرخه گاز طی فرایند ۱ از حالت A به حالت B می‌رود و طی فرایند ۲ از حالت B به حالت A می‌رود. رابطه کار انجام شده روی گاز در هر دور این چرخه را با نمودار مسیر فرایند در دستگاه P - V به دست آورید.



در فرایند ۱ گاز متراکم شده است و کار انجام شده روی گاز مطابق شکل برابر مثبت مساحت زیر منحنی مسیر فرایند است.

$$\Rightarrow W_1 = +S_1$$



در فرایند ۲ گاز منبسط شده است و کار انجام شده روی گاز مطابق شکل برابر منفی مساحت زیر منحنی مسیر فرایند است.

$$\Rightarrow W_2 = -S_2$$

کل کار انجام شده روی گاز در این چرخه به این صورت به دست می‌آید.

$$W = W_1 + W_2 = +S_1 - S_2$$

اگر مساحت داخل چرخه را مطابق شکل مقابل S_*

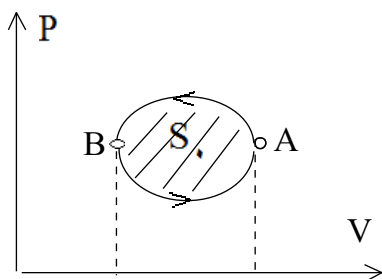
بنامیم داریم:

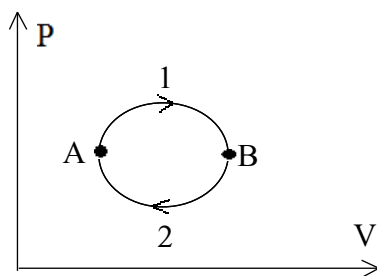
$$S_* = S_1 - S_2$$

بنابراین کار انجام شده روی گاز در این چرخه برابر مثبت مساحت داخل منحنی مسیر چرخه است.

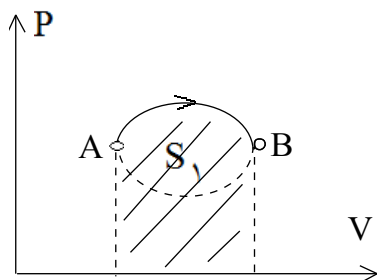
$$\Rightarrow W = +S_*$$

در چرخه‌های پادساعتگرد کار انجام شده روی گاز برابر مثبت مساحت داخل چرخه است.



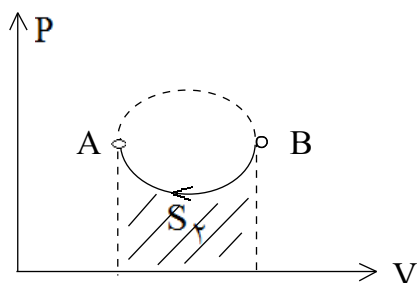


۲۱۹- در شکل مقابل نمودار مربوط به چرخه ی ترمودینامیکی یک گاز کامل داده شده است. در این چرخه گاز طی فرایند ۱ از حالت A به حالت B می‌رود و طی فرایند ۲ از حالت B به حالت A می‌رود. رابطه کار انجام شده روی گاز در هر دور این چرخه با نمودار مسیر فرایند در دستگاه P - V را به دست آورید.



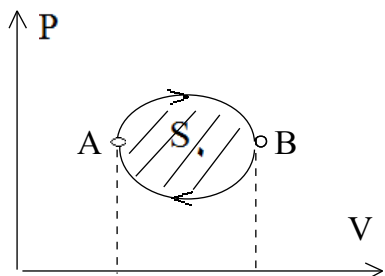
در فرایند ۱ گاز منبسط شده است و کار انجام شده روی گاز مطابق شکل برابر منفی مساحت زیر منحنی مسیر فرایند است.

$$\Rightarrow W_1 = -S_1$$



در فرایند ۲ گاز متراکم شده است و کار انجام شده روی گاز مطابق شکل برابر مثبت مساحت زیر منحنی مسیر فرایند است.

$$\Rightarrow W_2 = +S_2$$



کل کار انجام شده روی گاز در این چرخه به این صورت به دست می‌آید.

$$W = W_1 + W_2 = -S_1 + S_2 = -(S_1 - S_2)$$

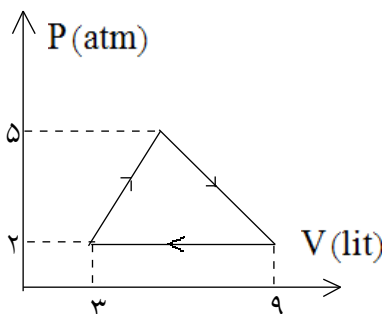
اگر مساحت داخل چرخه را مطابق شکل مقابل S_c بنامیم داریم:

$$S_c = S_1 - S_2$$

بنابراین کار انجام شده روی گاز در این چرخه برابر منفی مساحت داخل منحنی مسیر چرخه است.

$$\Rightarrow W = -S_c$$

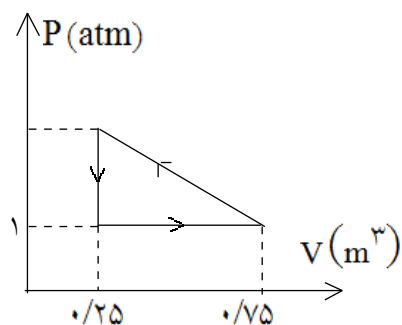
در چرخه‌های ساعتگرد کار انجام شده روی گاز برابر منفی مساحت داخل چرخه است.



۲۲۰- در چرخه ترمودینامیکی مربوط به یک گاز کامل که نمودار آن به صورت شکل مقابل است چه قدر کار روی گاز انجام شده است؟

چرخه ساعتگرد است پس کار انجام شده روی گاز برابر منفی مساحت داخل چرخه است.

$$\Rightarrow W = -\frac{1}{2} (5 - 2) \times 10^5 \times (9 - 3) \times 10^{-3} = -900 \text{ J}$$

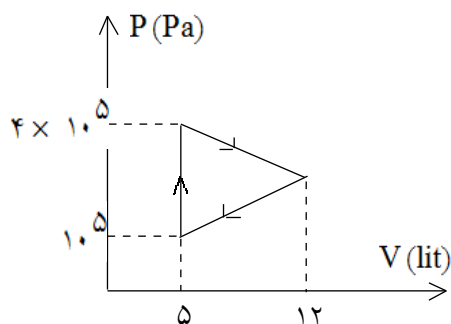


۲۲۱- یک گاز کامل چرخه‌ای را که نمودار آن به صورت شکل مقابل است طی کرده است. اگر در هر دور این چرخه $37/5$ کیلوژول کار روی گاز انجام شده باشد، بیشترین فشار گاز طی این چرخه چند پاسکال است؟

چرخه پادساعتگرد است. پس کار انجام شده روی گاز برابر مثبت مساحت داخل چرخه است. اگر بیشترین فشار گاز در طی این فرایند را P_M فرض کنیم:

$$W = 37/5 \text{ kJ} = 37500 \text{ J} \Rightarrow \frac{1}{2} (P_M - 10^5) \times (0.75 - 0.25) = 37500$$

$$\Rightarrow P_M - 10^5 = \frac{2 \times 37500}{0.5} = 150000 = 1/5 \times 10^5 \Rightarrow P_M = 1/5 \times 10^5 + 10^5 = 2/5 \times 10^5 \text{ Pa}$$



در شکل مقابل نمودار مربوط به یک گاز کامل را می‌بینید که یک چرخه‌ی ترمودینامیکی را طی کرده است.

۲۲۲- (۱) کار انجام شده روی گاز در این چرخه چه قدر است؟

(۱) چرخه ساعتگرد است پس کار انجام شده روی گاز در هر دور چرخه برابر منفی مساحت داخل چرخه است.

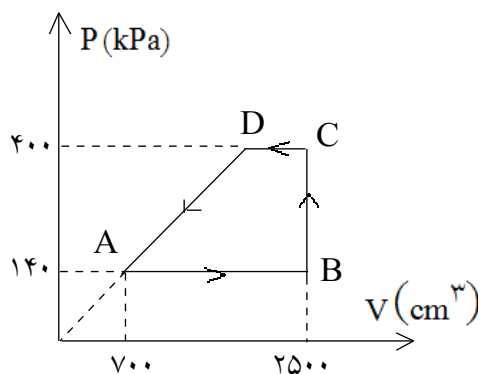
$$\Rightarrow W = -\frac{1}{2} (4 \times 10^5 - 10^5) \times (12 - 5) \times 10^{-3} = -\frac{1}{2} \times 3 \times 10^5 \times 7 \times 10^{-3} = -1050 \text{ J}$$

۲۲۳- (۲) در این چرخه گاز چه قدر و چگونه با محیط گرما مبادله می‌کند؟

(۲) در چرخه ΔU صفر است و داریم:

$$\Delta U = Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W \Rightarrow Q = 1050 \text{ J}$$

در این چرخه گاز 1050 J گرما از محیط گرفته است.



یک گاز کامل چرخه‌ای را مطابق نمودار شکل مقابل طی می‌کند.

۲۲۴- (۱) حجم گاز در حالت B را به دست آورید.

(۱) با توجه به این که امتداد مسیر فرایند DA از مبدأ نمودار می‌گذرد داریم:

$$\frac{P_D}{V_D} = \frac{P_A}{V_A} \Rightarrow \frac{400}{V_D} = \frac{140}{700} \Rightarrow V_D = 2000 \text{ cm}^3$$

۲۲۵- (۲) در هر دور این چرخه چه قدر کار روی گاز انجام می‌شود؟

(۲) چرخه پادساعتگرد است و کار انجام شده روی گاز در دور چرخه برابر مثبت مساحت داخل چرخه است. با توجه به شکل مسیر چرخه که ذوزنقه است داریم:

$$W = +\frac{1}{2}(P_C - P_B) [(V_B - V_A) + (V_C - V_D)]$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} (400 - 140) \times 10^3 [(2500 - 700) + (2500 - 2000)] \times 10^{-6}$$

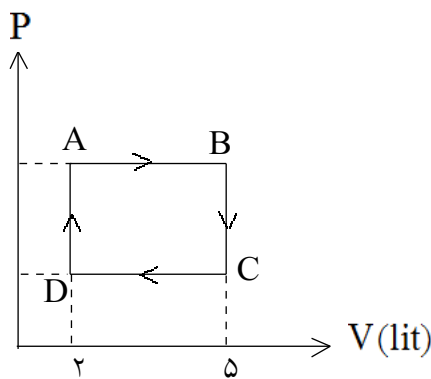
$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} \times 260 \times 10^3 \times 2300 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} \times 26 \times 23 = 299 \text{ J}$$

۲۲۶- (۳) در هر دور این چرخه گاز چند ژول و چگونه با محیط گرما مبادله می‌کند؟

(۳) در چرخه تغییر انرژی درونی گاز صفر است و داریم:

$$\Delta U = Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W \Rightarrow Q = -299 \text{ J}$$

در هر دور چرخه گاز ۲۹۹ ژول گرما به محیط اطراف می‌دهد.



۲۲۷- یک گاز کامل چرخه ی ترمودینامیکی نمودار شکل مقابل را طی کرده است. در طی این چرخه بیشترین دمای مطلق گاز ۵ برابر کمترین دمای مطلق آن است و گاز در این چرخه ۶۰۰ ژول کار روی محیط انجام داده است. کمترین و بیشترین فشار گاز در این چرخه را بر حسب اتمسفر به دست آورید.

کمترین فشار گاز را P_m و بیشترین فشار گاز را P_M فرض می کنیم. بدیهی است گاز در حالت B دارای بیشترین دما و در حالت D دارای کمترین دما است.

$$T_B = 5T_D \Rightarrow \frac{P_B V_B}{nR} = 5 \frac{P_D V_D}{nR} \Rightarrow P_B V_B = 5P_D V_D$$

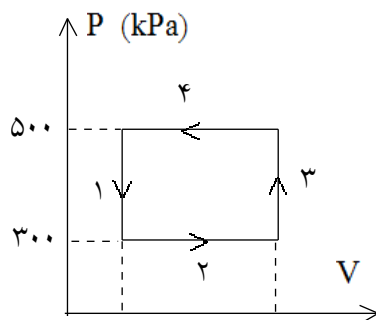
$$\Rightarrow P_M \times 5 = 5(P_m \times 2) \Rightarrow P_M = 2P_m$$

از طرفی کار انجام شده توسط گاز روی محیط برابر مساحت داخل چرخه است.

$$W = (P_M - P_m) \times (5 - 2) \times 10^{-3} = 600 \Rightarrow P_M - P_m = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow 2P_m - P_m = 2 \times 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow P_m = 2 \times 10^5 \text{ Pa} = 2 \text{ atm}$$

$$\Rightarrow P_M = 4 \times 10^5 \text{ Pa} = 4 \text{ atm}$$



۲۲۸- یک گاز کامل چرخه ای ترمودینامیکی را که نمودار آن مطابق شکل مقابل است را طی کرده است. در فرایند تراکم این چرخه حجم گاز ۶۰ درصد کاهش می یابد و گاز در هر چرخه ۱۵ کیلو ژول گرما به محیط می دهد. کمترین و بیشترین حجم گاز در طی این چرخه را به دست آورید.

اگر بیشترین حجم گاز را V_M و کمترین حجم گاز را V_m فرض کنیم، در فرایند تراکم این چرخه (فرایند ۴) داریم:

$$V_m = V_M - \frac{60}{100} V_M = \frac{40}{100} V_M \Rightarrow V_M = \frac{5}{2} V_m$$

از طرفی گاز در این چرخه ۱۵۰۰۰ ژول گرما از دست داده است.

$$Q = -15000 \text{ J} \Rightarrow W = -Q = +15000 \text{ J}$$

مساحت داخل چرخه برابر کار انجام شده روی گاز است.

$$W = (500 - 300) \times 10^3 (V_M - V_m) = 15000 \Rightarrow V_M - V_m = \frac{3}{4} \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2} V_m - V_m = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} V_m = \frac{3}{4} \Rightarrow V_m = \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \text{ m}^3 \Rightarrow V_M = \frac{5}{2} \text{ m}^3$$

۲۲۹- یک گاز کامل چرخه‌ای را به این صورت طی می‌کند. ابتدا طی یک فرایند هم دما منبسط می‌شود و سپس طی فرایند X به حالت اولیه‌اش باز می‌گردد. درباره‌ی کار انجام شده روی گاز، گرمای مبادله شده توسط آن و تغییر انرژی درونی در فرایند X چه چیزهایی می‌توان نتیجه گرفت؟

در چرخه به دلیل برگشتن دستگاه به حالت اولیه تغییر انرژی درونی درونی کل صفر است. هم چنین تغییر انرژی درونی در فرایند هم دما صفر است. بنابراین تغییر انرژی درونی در فرایند X هم صفر است که در نتیجه‌ی آن مجموع W و Q برای فرایند X صفر است. یعنی W و Q در فرایند X قرینه‌ی یکدیگرند و اندازه‌ی یکسانی دارند

۲۳۰- یک گاز کامل چرخه‌ای را طی می‌کند. این چرخه از یک فرایند هم فشار یک فرایند هم حجم و یک فرایند هم دما تشکیل شده است. اگر کار انجام شده در فرایند هم فشار W و گرمای مبادله شده در فرایندهای هم فشار و هم حجم به ترتیب برابر Q_1 و Q_2 باشد، نشان دهید: $W + Q_1 + Q_2 = 0$

فرایندهای هم فشار، هم حجم و هم دما را به ترتیب فرایندهای ۱، ۲، ۳ نام گذاری می‌کنیم. در چرخه کل تغییر انرژی درونی صفر است.

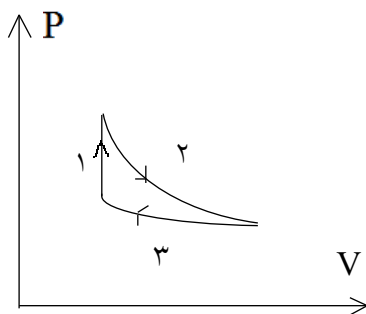
$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 = 0$$

در فرایند هم دما تغییر انرژی درونی صفر است. ($\Delta U_3 = 0$)

$$\Rightarrow \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0 \Rightarrow Q_1 + W_1 + Q_2 + W_2 = 0$$

در فرایند هم حجم کار انجام شده روی گاز صفر است. ($W_2 = 0$)

$$\Rightarrow Q_1 + Q_2 + W = 0$$



۲۳۱- در نمودار شکل مقابل که مربوط به یک گاز کامل است فرایندهای ۱ و ۲ و ۳ به ترتیب هم حجم، بی‌دررو و هم دما هستند. نشان دهید کار انجام شده روی گاز در فرایند ۲ قرینه‌ی گرمای مبادله شده توسط گاز در فرایند ۱ است.

در چرخه ΔU صفر است.

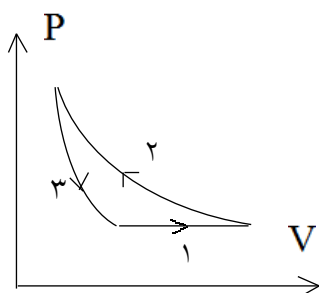
$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 = 0$$

در فرایند هم دمای ۳ تغییر انرژی درونی صفر است ($\Delta U_3 = 0$)

$$\Rightarrow \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0 \Rightarrow Q_1 + W_1 + Q_2 + W_2 = 0$$

در فرایند هم حجم ۱ کاری روی گاز انجام نمی‌شود و $W_1 = 0$ است. هم چنین در فرایند بی‌دررو ۲ گرمایی توسط گاز مبادله نمی‌شود و $Q_2 = 0$ است.

$$\Rightarrow Q_1 + W_2 = 0 \Rightarrow W_2 = -Q_1$$



۲۳۲- در نمودار شکل مقابل که مربوط به یک گاز کامل است فرایندهای ۱ و ۲ و ۳ به ترتیب هم فشار ، هم دما و بی دررو هستند. نشان دهید:

$$W_1 + Q_1 + W_3 = 0$$

در چرخه ΔU صفر است.

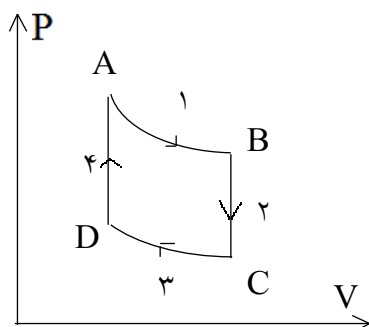
$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 = 0$$

در فرایند هم دمای ۲ تغییر انرژی درونی صفر است. ($\Delta U_2 = 0$)

$$\Rightarrow \Delta U_1 + \Delta U_3 = 0 \Rightarrow Q_1 + W_1 + Q_3 + W_3 = 0$$

در فرایند بی دررو ۳ گرمایی توسط گاز مبادله نمی شود و $Q_3 = 0$ است.

$$\Rightarrow Q_1 + W_1 + W_3 = 0$$



۲۳۳- در نمودار شکل مقابل که مربوط به یک گاز کامل است فرایندهای ۱ و ۲ و ۳ و ۴ به ترتیب هم دما، هم حجم، هم دما و هم حجم هستند. نشان دهید گرمایی که گاز در فرایند ۲ از دست داده است با گرمایی که گاز در فرایند ۴ گرفته است برابرند.

راه حل ۱:

$$\left. \begin{array}{l} Q_2 = nC_{MV}(T_C - T_B) \\ Q_4 = nC_{MV}(T_A - T_D) \\ T_C = T_D \text{ و } T_B = T_A \end{array} \right\} \Rightarrow Q_2 + Q_4 = 0 \Rightarrow Q_2 = -Q_4$$

راه حل ۲:

در چرخه ΔU صفر است.

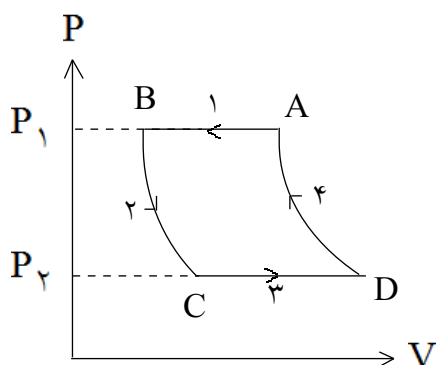
$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 + \Delta U_4 = 0$$

در فرایندهای هم دمای ۱ و ۳ تغییر انرژی درونی صفر است.

$$\Rightarrow \Delta U_2 + \Delta U_4 = 0 \Rightarrow W_2 + Q_2 + W_4 + Q_4 = 0$$

در فرایندهای هم حجم ۲ و ۴ کار انجام شده روی گاز صفر است.

$$\Rightarrow Q_2 + Q_4 = 0 \Rightarrow Q_2 = -Q_4$$



۲۳۴- در نمودار شکل مقابل که مربوط به یک گاز کامل است فرایندهای ۱ و ۲ و ۳ و ۴ به ترتیب هم فشار، هم دما، هم فشار و هم دما هستند. نشان دهید کار انجام شده در فرایندهای ۱ و ۳ قرینه ی یکدیگرند.

راه حل ۱:

$$\begin{aligned} W_1 &= -P_1 \Delta V_{AB} = -P_1 (V_B - V_A) = (P_1 V_B - P_1 V_A) \\ \Rightarrow W_1 &= -(nRT_B - nRT_A) = -(nRT_C - nRT_D) \\ \Rightarrow W_1 &= -(P_2 V_C - P_2 V_D) = P_2 (V_D - V_C) = P_2 \Delta V_{CD} = -W_3 \end{aligned}$$

راه حل ۲:

در چرخه ΔU صفر است.

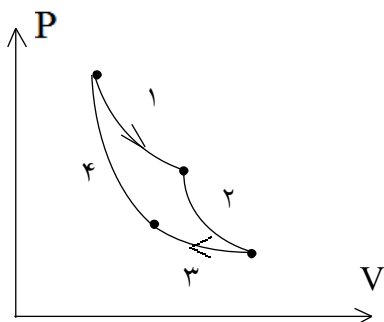
$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 + \Delta U_4 = 0$$

در فرایند هم دمای ۲ و ۴ تغییر انرژی درونی صفر است.

$$\Rightarrow \Delta U_1 + \Delta U_3 = 0 \Rightarrow W_1 + Q_1 + W_3 + Q_3 = 0$$

در فرایندهای هم فشار ۱ و ۳ تغییر دمای گاز قرینه یکدیگرند و در نتیجه گرمایی که گاز در فرایند ۱ از دست داده است با گرمایی که گاز در فرایند ۳ گرفته است برابرند و داریم:

$$Q_1 + Q_3 = 0 \Rightarrow W_1 + W_3 = 0 \Rightarrow W_1 = -W_3$$



۲۳۵- یک گاز کامل چرخه ای را که منحنی مسیر آن به صورت نمودار شکل مقابل است طی می کند فرایندهای ۱ و ۳ هم دما هستند و فرایندهای ۲ و ۴ بی دررو هستند. نشان دهید کار انجام شده در فرایندهای بی دررو قرینه ی یکدیگرند.

در چرخه $\Delta U = 0$ است.

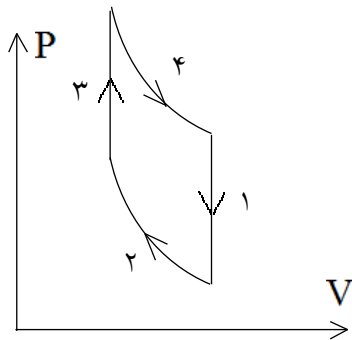
$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 + \Delta U_4 = 0$$

در فرایندهای هم دمای ۱ و ۳ تغییر انرژی درونی صفر است. ($\Delta U_1 = \Delta U_3 = 0$)

$$\Rightarrow \Delta U_2 + \Delta U_4 = 0 \Rightarrow W_2 + Q_2 + W_4 + Q_4 = 0$$

در فرایندهای بی دررو ۲ و ۴ گرمایی توسط گاز مبادله نمی شود. ($Q_2 = Q_4 = 0$)

$$\Rightarrow W_2 + W_4 = 0 \Rightarrow W_2 = -W_4$$



۲۳۶- یک گاز کامل چرخه ی نمودار شکل مقابل را طی می کند که در آن فرآیندهای ۱ و ۳ هم حجم و فرآیندهای ۲ و ۴ بی دررو هستند. نشان دهید:

$$Q_1 + W_2 + Q_3 + W_4 = 0$$

در چرخه تغییر انرژی درونی صفر است.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 + \Delta U_4 = 0$$

$$\Rightarrow Q_1 + W_1 + Q_2 + W_2 + Q_3 + W_3 + Q_4 + W_4 = 0$$

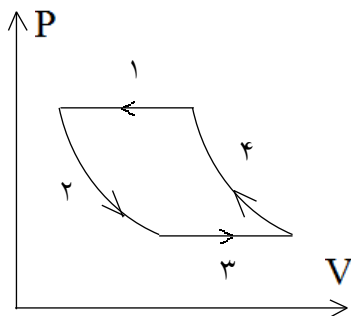
در فرآیندهای ۱ و ۳ کار انجام شده روی گاز صفر است یعنی:

$$W_1 = W_3 = 0$$

همچنین در فرآیندهای ۲ و ۴ گرمای مبادله شده توسط گاز صفر است. یعنی:

$$Q_2 = Q_4 = 0$$

$$\Rightarrow Q_1 + W_2 + Q_3 + W_4 = 0$$



۲۳۷- یک گاز کامل چرخه ی نمودار شکل مقابل را طی می کند که در آن فرآیندهای ۱ و ۳ هم فشار و فرآیندهای ۲ و ۴ بی دررو هستند. نشان دهید کار انجام شده توسط گاز در این چرخه برابر مجموع گرمای مبادله شده در فرآیندهای هم فشار است.

در چرخه تغییر انرژی صفر است.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow W + Q = 0$$

کار انجام شده روی گاز در این چرخه منفی است. بنابراین کاری که گاز انجام داده است مثبت و برابر $|W|$ است.

$$\Rightarrow Q = -W \Rightarrow Q = |W|$$

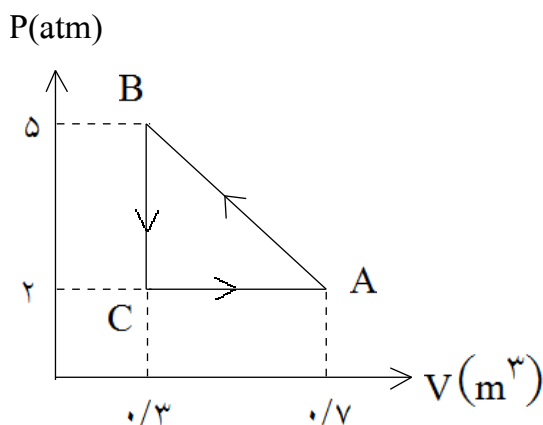
$$\Rightarrow |W| = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$$

از طرفی در فرآیندهای بی دررو ۲ و ۴ گرمایی توسط گاز مبادله نمی شود. یعنی:

$$Q_2 = Q_4 = 0$$

$$\Rightarrow |W| = Q_1 + Q_3$$

یک گاز کامل تک اتمی چرخه‌ای را مطابق شکل طی کرده است.



۲۳۸- (۱) کار انجام شده روی گاز در این چرخه چه قدر است؟

(۱) کل کار انجام شده روی گاز در این چرخه برابر مثبت مساحت داخل چرخه است.

$$W = + \frac{1}{2} (0.7 - 0.3) \times (5 - 2) \times 10^5 = 60,000 \text{ J}$$

۲۳۹- (۲) گرمای مبادله شده توسط گاز در این چرخه چه قدر است؟

(۲) در چرخه کل تغییر انرژی درونی گاز صفر است.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W = -60,000 \text{ J}$$

$$\Rightarrow Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = -60,000 \text{ J}$$

۲۴۰- (۳) گرمای مبادله شده توسط گاز در فرآیندهای BC و CA را محاسبه کنید.

(۳)

$$Q_{BC} = n C_{MV} \Delta T = n C_{MV} (T_C - T_B) = n C_{MV} \left(\frac{P_C V_C}{nR} - \frac{P_B V_B}{nR} \right)$$

$$\Rightarrow Q_{BC} = \frac{C_{MV}}{R} (P_C V_C - P_B V_B) = \frac{3}{2} (2 \times 10^5 \times 0.3 - 5 \times 10^5 \times 0.7)$$

$$\Rightarrow Q_{BC} = -135,000 \text{ J}$$

$$Q_{CA} = n C_{MP} \Delta T = n C_{MP} (T_A - T_C) = n C_{MP} \left(\frac{P_A V_A}{nR} - \frac{P_C V_C}{nR} \right)$$

$$\Rightarrow Q_{CA} = \frac{C_{MP}}{R} (P_A V_A - P_C V_C) = \frac{5}{2} (2 \times 10^5 \times 0.7 - 2 \times 10^5 \times 0.3)$$

$$\Rightarrow Q_{CA} = +20,000 \text{ J}$$

۲۴۱- (۴) گرمای مبادله شده توسط گاز در فرآیند AB را محاسبه کنید.

(۴)

$$Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = -60,000 \text{ J}$$

$$\Rightarrow Q_{AB} + (-135,000) + (+20,000) = -60,000 \text{ J} \Rightarrow Q_{AB} = -125,000 \text{ J}$$

۲۴۲- (۱) حجم گاز در ابتدای فرآیند X را به دست آورید.

(۱) با توجه به این که امتداد مسیر فرآیند X به مبدأ می‌رسد می‌توانیم حجم گاز را در ابتدای فرآیند X به دست آوریم. حجم گاز را در ابتدای فرآیند X را V_m فرض می‌کنیم.

$$\frac{V_m}{50} = \frac{250}{100} \Rightarrow V_m = 125 \text{ lit}$$

۲۴۳- (۲) کل کار انجام شده روی گاز در این چرخه چقدر است؟

(۲) کل کار انجام شده روی گاز در این چرخه برابر منفی مساحت داخل چرخه است.

$$W = -\frac{1}{\gamma} (250 - 100) \times 10^3 \times (125 - 50) \times 10^{-3} = -5625 \text{ J}$$

۲۴۴- (۳) گرمای مبادله شده توسط گاز در فرآیند Y را به دست آورید.

(۳)

$$Q_Y = nC_{MV} \Delta T = nC_{MV} \left(\frac{P'V'}{nR} - \frac{PV}{nR} \right) = \frac{C_{MV}}{R} \Delta PV$$

$$\Rightarrow Q_Y = \frac{5}{\gamma} \times (250 - 100) \times 10^3 \times 50 \times 10^{-3} = +18750 \text{ J}$$

۲۴۵- (۴) گرمای مبادله شده توسط گاز در فرآیند Z را به دست آورید.

(۴)

$$Q_Z = nC_{MP} \Delta T = nC_{MP} \left(\frac{P'V'}{nR} - \frac{PV}{nR} \right) = \frac{C_{MP}}{R} P \Delta V$$

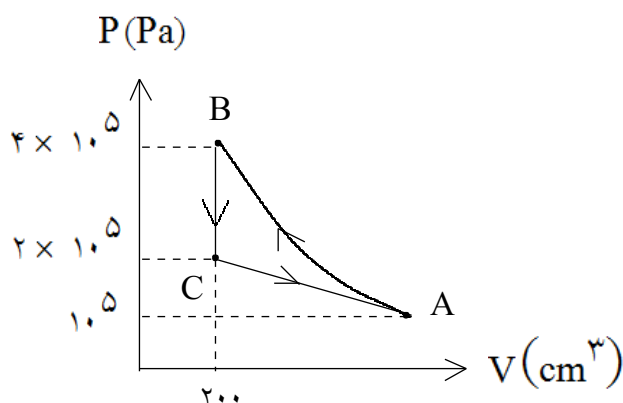
$$\Rightarrow Q_Z = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \times 250 \times 10^3 \times (125 - 50) \times 10^{-3} = +65625 \text{ J}$$

۲۴۶- (۵) گرمای مبادله شده توسط گاز در فرآیند X را به دست آورید.

(۵) در چرخه کل تغییر انرژی درونی گاز صفر است.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W = +5625 \text{ J} \Rightarrow Q_X + Q_Y + Q_Z = +5625 \text{ J}$$

$$Q_X + Q_Y + Q_Z = 5625 \text{ J} \Rightarrow Q_X + (+18750) + (+65625) = 5625 \Rightarrow Q_X = -78750 \text{ J}$$



یگ گاز کامل سه اتمی چرخه‌ای را مطابق نمودار شکل مقابل طی می‌کند. در این چرخه فرآیند AB هم‌دما و فرآیند BC هم‌حجم است.

۲۴۷- (۱) حجم گاز در حالت A را به دست آورید.

(۱) دما در حالت‌های A و B یکسان است و از آن حجم گاز در حالت A را به دست می‌آوریم.

$$P_B V_B = P_A V_A \Rightarrow 4 \times 10^5 \times 200 = 1.5 \times V_A \Rightarrow V_A = 800 \text{ cm}^3$$

۲۴۸- (۲) کل کار انجام شده روی گاز در این چرخه چقدر است؟

(۲)

$$W_{CA} = -\frac{2 \times 10^5 + 1.5 \times 10^5}{2} \times (800 - 200) \times 10^{-6} = -\frac{3}{2} \times 10^5 \times 600 \times 10^{-6} \Rightarrow W_{CA} = -90 \text{ J}$$

۲۴۹- (۳) گرمای مبادله شده توسط گاز در فرآیند BC چه قدر است؟

(۳)

$$Q_{BC} = n C_{MV} \Delta T = n C_{MV} (T_C - T_B) = n C_{MV} \left(\frac{P_C V_C}{nR} - \frac{P_B V_B}{nR} \right)$$

$$\Rightarrow Q_{BC} = \frac{C_{MV}}{R} (P_C - P_B) V = \frac{C_{MV}}{R} \Delta P V = \frac{7}{2} \times (-2 \times 10^5) \times (200 \times 10^{-6})$$

$$\Rightarrow Q_{BC} = -140 \text{ J}$$

۲۵۰- (۴) گرمای مبادله شده توسط گاز در فرآیند CA چه قدر است؟

(۴)

در چرخه تغییر انرژی درونی گاز صفر است.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0$$

فرآیند AB هم‌دما است و در فرآیند هم‌دما انرژی درونی تغییر نمی‌کند.

$$\Delta U_{AB} = 0 \Rightarrow \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0$$

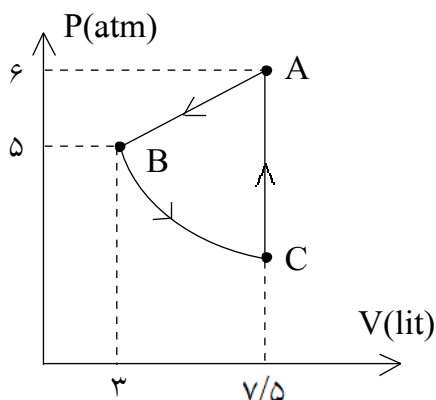
$$\Rightarrow Q_{BC} + W_{BC} + Q_{CA} + W_{CA} = 0$$

فرآیند BC هم‌حجم است و در آن کار روی گاز انجام نمی‌شود.

$$W_{BC} = 0 \Rightarrow Q_{BC} + Q_{CA} + W_{CA} = 0$$

با استفاده از قسمت‌های (۲) و (۳) داریم :

$$Q_{BC} + Q_{CA} + W_{CA} = 0 \Rightarrow (-140) + Q_{CA} + (-90) = 0 \Rightarrow Q_{CA} = +230 \text{ J}$$



یک گاز کامل چرخه‌ای مطابق شکل را طی کرده است. در این چرخه فرآیند BC هم‌دما است. در فرآیند AB از این چرخه گاز ۹۹۷۵ ژول گرما از دست داده است.

۲۵۱- (۱) کار انجام شده روی گاز در فرآیند AB را به دست آورید.

(۱)

$$W_{AB} = + \left(\frac{5+6}{2} \times 10^5 \right) \times (7/5 - 3) \times 10^{-3} = 2475 \text{ J}$$

۲۵۲- (۲) تغییر انرژی درونی گاز در فرآیند AB را به دست آورید.

(۲)

$$Q_{AB} = -9975 \text{ J} \quad \text{و} \quad W_{AB} = +2475 \text{ J}$$

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB} + W_{AB} = -9975 + 2475 = -7500 \text{ J}$$

۲۵۳- (۳) تغییر انرژی درونی گاز در فرآیند CA را به دست آورید.

(۳)

در چرخه تغییر انرژی درونی صفر است.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0$$

در فرآیند BC دما ثابت بوده است و تغییر انرژی درونی صفر است.

$$\Delta U_{BC} = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{CA} = 0 \Rightarrow \Delta U_{CA} = -\Delta U_{AB} = +7500 \text{ J}$$

۲۵۴- (۴) گرمای مبادله شده توسط گاز در فرآیند CA را به دست آورید.

(۴)

$$\Delta U_{CA} = +7500 \text{ J} \Rightarrow W_{CA} + Q_{CA} = +7500 \text{ J}$$

فرآیند CA هم‌حجم است و کار انجام شده روی گاز در آن صفر است.

$$W_{CA} = 0 \Rightarrow Q_{CA} = +7500 \text{ J}$$

۲۵۵- (۵) فشار گاز در حالت C را به دست آورید.

(۵)

با توجه به هم‌دما بودن فرآیند BC، فشار گاز در C را به دست آوریم.

$$P_B V_B = P_C V_C \Rightarrow 5 \times 3 = P_C \times 7/5 \Rightarrow P_C = 2 \text{ atm}$$

۲۵۶- (۶) این گاز چند اتمی بوده است؟

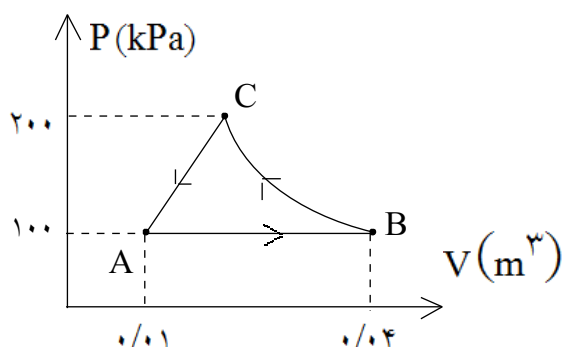
(۶)

$$Q_{CA} = nC_{MV}\Delta T = nC_{MV}(T_A - T_C) = nC_{MV}\left(\frac{P_A V_A}{nR} - \frac{P_C V_C}{nR}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{C_{MV}}{R} (P_A - P_C) V = 7500 \text{ J} \Rightarrow \frac{C_{MV}}{R} (6 - 2) \times 10^5 \times 7/5 \times 10^{-3} = 7500 \text{ J}$$

$$\Rightarrow \frac{C_{MV}}{R} \times 3000 = 7500 \Rightarrow C_{MV} = \frac{5}{2}R$$

بنابراین گاز دو اتمی بوده است.



یک گاز کامل سه اتمی چرخه‌ای ترمودینامیکی را به صورت نمودار شکل مقابل طی می‌کند. فرآیند BC در این چرخه هم‌دما است.

۲۵۷- (۱) کار انجام شده روی گاز در فرآیند AB را به دست آورید.

(۱)

$$W_{AB} = -P\Delta V = -100 \times 10^3 \times (0.04 - 0.01) = -3000 \text{ J}$$

۲۵۸- (۲) گرمای مبادله شده توسط گاز در فرآیند AB را به دست آورید.

(۲)

$$Q_{AB} = nC_{MP}\Delta T = nC_{MP}(T_B - T_A) = nC_{MP}\left(\frac{P_B V_B}{nR} - \frac{P_A V_A}{nR}\right)$$

$$\Rightarrow Q_{AB} = \frac{C_{MP}}{R} (P_B V_B - P_A V_A) = \frac{C_{MP}}{R} P\Delta V$$

$$\Rightarrow Q_{AB} = \frac{9}{2} \times 100 \times 10^3 (0.04 - 0.01) = +13500 \text{ J}$$

۲۵۹- (۳) تغییر انرژی درونی گاز در فرآیند AB را به دست آورید.

(۳)

$$\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB} = -3000 + 13500 = +10500 \text{ J}$$

۲۶۰- (۴) تغییر انرژی درونی گاز در فرآیند CA را به دست آورید.
(۴)

در چرخه کل تغییر انرژی درونی گاز صفر است.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0$$

فرآیند BC همدمما است و تغییر انرژی درونی در آن صفر است.

$$\Delta U_{BC} = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{CA} = 0 \Rightarrow \Delta U_{CA} = -\Delta U_{AB} = -10500 \text{ J}$$

۲۶۱- (۵) حجم گاز در حالت C را به دست آورید.
(۵)

حجم گاز در حالت C را با توجه به همدمما بودن فرآیند BC به دست می آوریم.

$$T_B = T_C \Rightarrow P_B V_B = P_C V_C \Rightarrow 100 \times 0.4 = 200 \times V_C \Rightarrow V_C = 0.2 \text{ m}^3$$

۲۶۲- (۶) کار انجام شده روی گاز در فرآیند CA را به دست آورید.
(۶)

کار انجام شده در فرآیند CA برابر مثبت مساحت زیر پاره خط CA است.

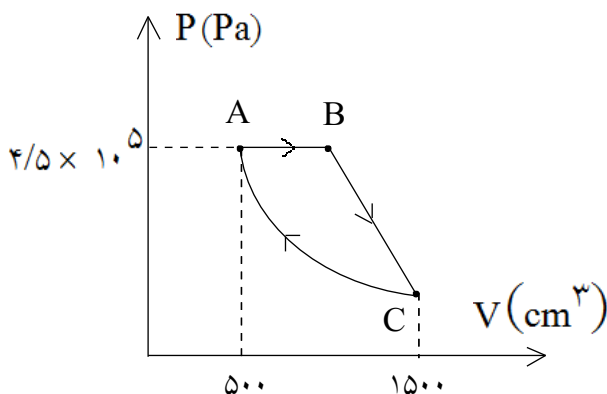
$$W_{CA} = +\frac{P_A + P_C}{2} \times (V_C - V_A) = \frac{100 + 200}{2} \times 10^{-3} \times (0.2 - 0.1) = +1500 \text{ J}$$

۲۶۳- (۷) گرمای مبادله شده توسط گاز در فرآیند CA را به دست آورید.
(۷)

در فرآیند CA داریم:

$$\Delta U_{CA} = W_{CA} + Q_{CA} \Rightarrow -10500 = +1500 + Q_{CA} \Rightarrow Q_{CA} = -12000 \text{ J}$$

یک گاز کامل چرخه ای مطابق نمودار شکل مقابل را طی کرده است که در آن فرآیند CA همدمما و فرآیند AB هم فشار است. همچنین دمای گاز در حالت B ، دو برابر دمای آن در حالت C است.



۲۶۴- (۱) فشار گاز در حالت C را به دست آورید.
(۱)

$$T_A = T_C \Rightarrow P_A V_A = P_C V_C \Rightarrow \frac{4}{5} \times 10^5 \times 500 = P_C \times 1500 \Rightarrow P_C = \frac{1}{5} \times 10^5 \text{ Pa}$$

۲۶۵- (۲) حجم گاز در حالت B را به دست آورید.

(۲)

$$T_B = 2T_C \Rightarrow T_B = 2T_A \Rightarrow P_B V_B = 2P_A V_A \Rightarrow V_B = 2V_A \Rightarrow V_B = 1000 \text{ cm}^3$$

۲۶۶- (۳) کار انجام شده روی گاز در فرآیند BC را به دست آورید.

(۳) فرآیند BC انبساط است و کار انجام شده روی گاز در آن منفی است.

$$W_{BC} = -\frac{P_B + P_C}{2} \times (V_C - V_B) = -\frac{4/5 + 1/5}{2} \times 10^5 \times (1500 - 1000) \times 10^{-6} = -150 \text{ J}$$

۲۶۷- (۴) اگر گاز در فرآیند BC مقدار $\frac{375}{2}$ ژول گرما از

دست داده باشد، تغییر انرژی درونی گاز را در این فرآیند حساب کنید.

(۴)

$$Q_{BC} = -\frac{375}{2} \text{ J}, W_{BC} = -150 \text{ J}$$

$$\Delta U_{BC} = Q_{BC} + W_{BC} = -\frac{375}{2} - 150 \Rightarrow \Delta U_{BC} = -\frac{675}{2} \text{ J}$$

۲۶۸- (۵) تغییر انرژی درونی گاز در فرآیند AB را به دست آورید.

(۵)

در چرخه کل تغییر انرژی درونی صفر است.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0$$

فرآیند CA همدم است و در آن انرژی درونی تغییر نکرده است.

$$\Delta U_{CA} = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} = -\Delta U_{BC} \Rightarrow \Delta U_{AB} = +\frac{675}{2} \text{ J}$$

۲۶۹- (۶) کار انجام شده روی گاز در فرآیند AB را به دست آورید.

(۶) فرآیند AB انبساط است و کار انجام شده روی گاز در آن منفی است.

$$W_{AB} = -P\Delta V = -4/5 \times 10^5 (1000 - 500) \times 10^{-6} = -225 \text{ J}$$

۲۷۰- (۷) گرمای مبادله شده توسط گاز در فرآیند AB را به دست آورید.

(۷)

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB} + W_{AB} \Rightarrow \frac{675}{2} = -225 + Q_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = \frac{1125}{2} \text{ J}$$

۲۷۱- (۸) گاز چند اتمی بوده است؟

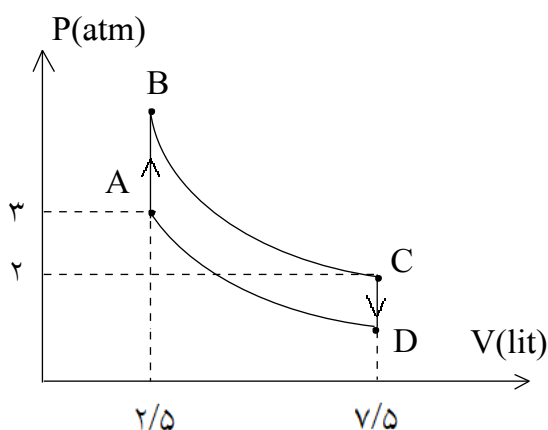
(۸)

$$Q_{AB} = nC_{MP}\Delta T = nC_{MP}(T_B - T_A)$$

$$\Rightarrow Q_{AB} = nC_{MP} \left(\frac{P_B V_B}{nR} - \frac{P_A V_A}{nR} \right) = \frac{C_{MP}}{R} (P_B V_B - P_A V_A)$$

$$\Rightarrow \frac{1125}{2} = \frac{C_{MP}}{R} \times \frac{4}{5} \times 10^5 \times (1000 - 500) \times 10^{-6} = \frac{C_{MP}}{R} \times 225 \Rightarrow C_{MP} = \frac{5}{2} R$$

بنابراین گاز تک اتمی بوده است.



در شکل مقابل فرآیند چرخه‌ای شکل مربوطه به ۱۵ مول از یک گاز کامل سه اتمی نشان داده شده است. در این چرخه فرآیندهای AB و CD هم‌حجم و فرآیندهای BC و DA هم‌دما هستند. اختلاف بین بیش‌ترین و کم‌ترین انرژی درونی گاز در این چرخه ۱۰۵ کیلو ژول است.

۲۷۲- (۱) تغییر انرژی درونی گاز در فرآیندهای

AB و CD را به دست آورید.

(۱) گاز در طی چرخه در فرآیند BC بیش‌ترین دما و انرژی درونی و در فرآیند DA کم‌ترین دما و انرژی درونی را دارد. بنابراین:

$$\begin{cases} U_B - U_A = 105 \text{ kJ} \Rightarrow \Delta U_{AB} = +105 \text{ kJ} \\ U_C - U_D = 105 \text{ kJ} \Rightarrow \Delta U_{CD} = -105 \text{ kJ} \end{cases}$$

۲۷۳- (۲) گرمای مبادله شده توسط گاز در

فرآیندهای AB و CD را به دست آورید.

(۲) فرآیندهای AB و CD هم‌حجم هستند و کار انجام شده روی گاز در این فرآیندها صفر است.

$$\Rightarrow \begin{cases} Q_{AB} = \Delta U_{AB} = +105 \text{ kJ} \\ Q_{CD} = \Delta U_{CD} = -105 \text{ kJ} \end{cases}$$

۲۷۴- (۳) تغییر دمای گاز در فرآیندهای AB و CD

را به دست آورید. ($R = 8 \frac{J}{mol.K}$)

(۳)

$$\Rightarrow \begin{cases} Q_{AB} = +105 kJ \Rightarrow n C_{MV} (T_B - T_A) = +105000 \\ Q_{CD} = -105 kJ \Rightarrow n C_{MV} (T_D - T_C) = -105000 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 15 \times \frac{5}{2} \times 8 (T_B - T_A) = 105000 \Rightarrow T_B - T_A = +250 K \\ 15 \times \frac{5}{2} \times 8 (T_D - T_C) = -105000 \Rightarrow T_D - T_C = -250 K \end{cases}$$

۲۷۵- (۴) دمای گاز در حالت‌های A و B

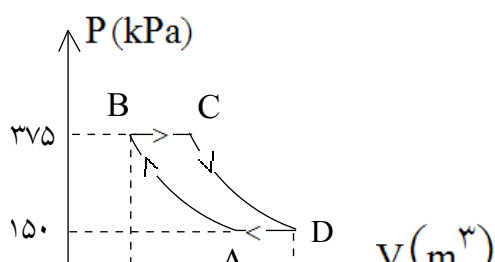
و C و D را به دست آورید.

(۴)

$$\frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_C V_C}{T_C} \Rightarrow \frac{3 \times 2/5}{T_A} = \frac{2 \times 7/5}{T_C} \Rightarrow T_C = 2 T_A \Rightarrow \begin{cases} T_B = 2 T_A \\ T_C = 2 T_D \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_B - T_A = +250 K \\ T_D - T_C = -250 K \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 T_A - T_A = 250 \Rightarrow T_A = 250 K \Rightarrow T_B = 500 K \\ T_D - 2 T_D = -250 \Rightarrow T_D = 250 K \Rightarrow T_C = 500 K \end{cases}$$

در شکل مقابل نمودار مربوط به چرخه‌ی ترمودینامیکی مقداری از یک گاز کامل دو اتمی دیده می‌شود. در این چرخه فرآیندهای AB و CD هم‌دمای و فرآیندهای BC و DA هم‌فشار هستند.



۲۷۶- (۱) حجم گاز در حالت C را به دست آورید.

(۱) فرآیند BC هم‌دمای است. در نتیجه:

$$P_C V_C = P_B V_B \Rightarrow 375 \times V_C = 150 \times 0.4 \Rightarrow V_C = 0.16 m^3$$

۲۷۷- (۲) حجم گاز در حالت A را به دست آورید.

(۲) فرآیند DA هم‌دمای است. در نتیجه:

$$P_A V_A = P_D V_D \Rightarrow 150 \times V_A = 375 \times 0.2 \Rightarrow V_A = 0.5 m^3$$

۲۷۸- (۳) کار انجام شده روی گاز در فرآیند AB را به دست آورید.
(۳)

$$W_{AB} = -P\Delta V = -150 \times 10^3 \left(\frac{0}{7} - \frac{0}{5} \right) = -30000 \text{ J}$$

۲۷۹- (۴) گرمای مبادله شده توسط گاز در فرآیند AB را به دست آورید.
(۴)

$$\begin{aligned} Q_{AB} &= nC_{MP}\Delta T = nC_{MP}(T_B - T_A) \\ \Rightarrow Q_{AB} &= nC_{MP} \left(\frac{P_B V_B}{nR} - \frac{P_A V_A}{nR} \right) = \frac{C_{MP}}{R} (P_B V_B - P_A V_A) \\ \Rightarrow Q_{AB} &= \frac{5}{2} (150 \times 10^3 \times \frac{0}{7} - 150 \times 10^3 \times \frac{0}{2}) = +105000 \text{ J} \end{aligned}$$

۲۸۰- (۵) تغییر انرژی درونی گاز در فرآیند CD را به دست آورید.

(۵) دمای گاز در حالت‌های C و D به ترتیب با دمای آن در حالت‌های B و A برابر است. در نتیجه تغییر انرژی درونی در فرآیند CD برابر قرینه‌ی تغییر انرژی درونی در فرآیند AB است.
 $\Delta U_{AB} = Q_{AB} + W_{AB} = 105000 - 30000 \Rightarrow \Delta U_{AB} = 75000 \text{ J}$
 $\Delta U_{CD} = -\Delta U_{AB} = -75000 \text{ J}$

۲۸۱- (۶) اختلاف بین بیش‌ترین و کم‌ترین انرژی درونی گاز در طی این چرخه چه قدر است؟

(۶) گاز در طی فرآیند هم‌دمای BC بیش‌ترین دما و انرژی درونی و در طی فرآیند DA کم‌ترین دما و انرژی درونی را دارد.

$$\begin{aligned} &\begin{cases} U_B = U_C = U_{\max} \\ U_D = U_A = U_{\min} \end{cases} \\ \Rightarrow &\begin{cases} U_{\max} - U_{\min} = U_B - U_A = \Delta U_{AB} \\ U_{\max} - U_{\min} = U_C - U_D = -\Delta U_{CD} \end{cases} \Rightarrow U_{\max} - U_{\min} = 75000 \text{ J} \end{aligned}$$

۲۸۲- رابطه ی $Q_H = |W| + |Q_C|$ را در ماشین گرمایی با توجه به قانون اول ترمودینامیک به دست آورید.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0$$

کل گرمایی که ماشین گرمایی مبادله می کند برابر مجموع گرماهای مبادله شده با چشمه های سرد و گرم است.

$$\left. \begin{aligned} Q &= Q_H + Q_C \\ Q + W &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q_H + Q_C + W = 0$$

در ماشین گرمایی دستگاه از چشمه ی گرم گرما می گیرد ($Q_H > 0$) و به چشمه ی سرد گرما می دهد ($Q_C < 0$).

همچنین در ماشین گرمایی دستگاه روی محیط کار انجام می دهد. یعنی محیط روی دستگاه کار منفی انجام می دهد ($W < 0$).

$$Q_H + Q_C + W = 0 \Rightarrow Q_H = (-Q_C) + (-W)$$

$$Q_C < 0 \Rightarrow |Q_C| = -Q_C$$

$$W < 0 \Rightarrow |W| = -W$$

$$\Rightarrow Q_H = |Q_C| + |W|$$

۲۸۳- با توجه به قانون اول ترمودینامیک نشان دهید اندازه ی گرمایی که یک ماشین گرمایی در هر چرخه با چشمه ی گرم مبادله می کند از اندازه ی گرمایی که با چشمه ی سرد مبادله می کند بیش تر است.

در هر چرخه تغییر انرژی درونی دستگاه صفر است.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow (Q_H + Q_C) + W = 0$$

می دانیم ماشین گرمایی از چشمه ی گرم گرما می گیرد ($Q_H > 0$) و به چشمه ی سرد گرما می دهد ($Q_C < 0$) و نیز برای ما کار انجام می دهد. یعنی کار انجام شده روی محیط مثبت است و در نتیجه کاری که روی دستگاه انجام می شود منفی است ($W < 0$).

$$\Rightarrow |Q_H| + (-|Q_C|) + (-|W|) = 0 \Rightarrow |Q_H| = |Q_C| + |W|$$

یعنی $|Q_H|$ از $|Q_C|$ به اندازه ی $|W|$ بیش تر است.

بازده یک ماشین گرمایی ۲۲ درصد است. این ماشین گرمایی به ازای هر ۷۰۰ ژول گرمایی که از چشمه ی گرم دریافت می کند :

۲۸۴- (۱) چه مقدار کار انجام می دهد؟

(۱)

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow |W| = \eta Q_H \Rightarrow |W| = \frac{22}{100} \times 700 = 154 \text{ J}$$

۲۸۵- (۲) چه مقدار گرما به چشمه ی سرد می دهد؟

(۲)

$$Q_H = |W| + |Q_C| \Rightarrow |Q_C| = Q_H - |W| = 700 - 154 = 546 \text{ J}$$

می توان بدون محاسبه ی $|W|$ به این قسمت سوال پاسخ داد.

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{Q_H - |Q_C|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H} \Rightarrow \frac{|Q_C|}{Q_H} = 1 - \eta$$

$$\Rightarrow |Q_C| = (1 - \eta) Q_H \Rightarrow |Q_C| = \frac{78}{100} \times 700 = 546 \text{ J}$$

۲۸۶- (۱) چه مقدار گرما با چشمه ی گرم مبادله می کند؟

(۱)

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow Q_H = \frac{|W|}{\eta} = \frac{27}{0.18} = 150 \text{ kJ}$$

۲۸۷- (۲) چه مقدار گرما با چشمه ی سرد مبادله می کند؟

(۲)

$$Q_H = |W| + |Q_C| \Rightarrow |Q_C| = Q_H - |W| = 150 - 27 = 123 \text{ kJ}$$

به این قسمت سوال پاسخ داد.

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{|W|}{|W| + |Q_C|} \Rightarrow \eta |W| + \eta |Q_C| = |W|$$

$$\Rightarrow \eta |Q_C| = (1 - \eta) |W| \Rightarrow |Q_C| = \frac{1 - \eta}{\eta} |W|$$

$$\Rightarrow |Q_C| = \frac{1 - 0.18}{0.18} \times 27 = \frac{0.82}{0.18} \times 27 = \frac{41}{9} \times 27 = 123 \text{ kJ}$$

بازده یک ماشین گرمایی 0.08 است. این ماشین گرمایی به ازای هر 230 کیلوژول گرمایی که به چشمه ی سرد می دهد :

۲۸۸- (۱) چه مقدار گرما از چشمه ی گرم می گیرد؟

(۱)

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{Q_H - |Q_C|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H} \Rightarrow \frac{|Q_C|}{Q_H} = 1 - \eta$$

$$\Rightarrow Q_H = \frac{|Q_C|}{1 - \eta} \Rightarrow Q_H = \frac{230}{0.92} = 250 \text{ kJ}$$

۲۸۹- (۲) چه قدر کار انجام می دهد؟

(۲)

$$Q_H = |Q_C| + |W| \Rightarrow |W| = Q_H - |Q_C| = 250 - 230 = 20 \text{ kJ}$$

می توان بدون محاسبه ی Q_H به این قسمت سوال پاسخ داد.

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{|W|}{|W| + |Q_C|} \Rightarrow \eta |W| + \eta |Q_C| = |W|$$

$$\Rightarrow \eta |Q_C| = (1 - \eta) |W| \Rightarrow |W| = \frac{\eta}{1 - \eta} |Q_C|$$

$$\Rightarrow |W| = \frac{0.08}{0.92} \times 230 = \frac{8}{92} \times 230 = 20 \text{ kJ}$$

۲۹۰- (۱) توان انجام کار این ماشین گرمایی را حساب کنید.

توان دریافت گرما از چشمه ی گرم را P_H ، توان دادن گرما به چشمه ی سرد را P_C ، توان انجام کار را در این ماشین P_W و مدت زمان یک چرخه را Δt فرض می کنیم.

$$P_H = \frac{Q_H}{\Delta t}, P_C = \frac{|Q_C|}{\Delta t}, P_W = \frac{|W|}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} Q_H = |Q_C| + |W| \Rightarrow P_H \Delta t = P_C \Delta t + P_W \Delta t \Rightarrow P_H = P_C + P_W \\ \eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{P_W \Delta t}{P_H \Delta t} = \frac{P_W}{P_H} \Rightarrow \eta = \frac{P_W}{P_H} \end{cases}$$

(۱)

$$\frac{P_W}{P_H} = \eta \Rightarrow \frac{P_W}{50} = 0.16 \Rightarrow P_W = 8 \text{ kW}$$

۲۹۱- (۲) این ماشین گرمایی با چه توانی به چشمه ی سرد گرما می دهد؟

(۲)

$$P_H = P_C + P_W \Rightarrow 50 = P_C + 8 \Rightarrow P_C = 42 \text{ kW}$$

۲۹۲- (۱) ماشین گرمایی با چه توانی از چشمه ی گرم گرم می گیرد؟

توان دریافت گرما از چشمه ی گرم را P_H ، توان دادن گرما به چشمه ی سرد را P_C ، توان انجام کار را در این ماشین P_W و مدت زمان یک چرخه را Δt فرض می کنیم.

$$P_H = \frac{Q_H}{\Delta t}, P_C = \frac{|Q_C|}{\Delta t}, P_W = \frac{|W|}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} Q_H = |Q_C| + |W| \Rightarrow P_H \Delta t = P_C \Delta t + P_W \Delta t \Rightarrow P_H = P_C + P_W \\ \eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{P_W \Delta t}{P_H \Delta t} = \frac{P_W}{P_H} \Rightarrow \eta = \frac{P_W}{P_H} \end{cases}$$

(۱)

$$\frac{P_W}{P_H} = \eta \Rightarrow \frac{8}{25} = \frac{P_W}{P_H} \Rightarrow P_H = 25 \text{ MW}$$

۲۹۳- (۲) ماشین گرمایی با چه توانی به چشمه ی سرد گرما می دهد؟

(۲)

$$P_H = P_C + P_W \Rightarrow 25 = P_C + 8 \Rightarrow P_C = 17 \text{ MW}$$

۲۹۴- (۱) ماشین گرمایی با چه توانی کار انجام می دهد؟

توان دریافت گرما از چشمه ی گرم را P_H ، توان دادن گرما به چشمه ی سرد را P_C ، توان انجام کار را در این ماشین P_W و مدت زمان یک چرخه را Δt فرض می کنیم.

$$P_H = \frac{Q_H}{\Delta t}, P_C = \frac{|Q_C|}{\Delta t}, P_W = \frac{|W|}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} Q_H = |Q_C| + |W| \Rightarrow P_H \Delta t = P_C \Delta t + P_W \Delta t \Rightarrow P_H = P_C + P_W \\ \eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{P_W \Delta t}{P_H \Delta t} = \frac{P_W}{P_H} \Rightarrow \eta = \frac{P_W}{P_H} \Rightarrow P_W = \eta P_H \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_H = \eta P_C + P_H \Rightarrow P_H (1 - \eta) = P_C \Rightarrow P_H = \frac{P_C}{1 - \eta}$$

(۱)

$$P_H = \frac{P_C}{1 - \eta} = \frac{990}{1 - 0/175} = \frac{990}{0/825} = 1200 \text{ kW}$$

۲۹۵- (۲) ماشین گرمایی با چه توانی از چشمه ی گرم گرما می گیرد؟

(۲)

$$P_H = P_C + P_W \Rightarrow 1200 = 990 + P_W \Rightarrow P_W = 210 \text{ kW}$$

۲۹۶- (۱) بازده ماشین گرمایی را به دست آورید.

(۱)

$$W = -30 \text{ kJ}, Q_H = +0.2 \text{ MJ} = +200 \text{ kJ}$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{30}{200} = 0.15 = 15\%$$

۲۹۷- (۲) ماشین گرمایی به چشمه ی سرد با چه توانی گرما می دهد؟

(۲)

$$Q_H = |W| + |Q_C| \Rightarrow |Q_C| = Q_H - |W| = 200 - 30 = 170 \text{ kJ}$$

$$P_C = \frac{|Q_C|}{\Delta t} = \frac{170 \times 10^3 \text{ J}}{100 \text{ s}} = 1700 \text{ W}$$

توان دادن گرما به چشمه ی سرد :

۲۹۸- (۱) این ماشین با چه توانی از چشمه ی گرم گرما می گیرد؟

(۱)

$$Q_C = -4/5 \text{ MJ}, W = -2/7 \text{ MJ}$$

$$Q_H = |W| + |Q_C| \Rightarrow Q_H = 2/7 + 4/5 = 7/2 \text{ MJ}$$

$$P_H = \frac{Q_H}{\Delta t} = \frac{7/2 \times 10^6 \text{ J}}{30 \times 60} = 4000 \text{ W}$$

توان گرمایی چشمه ی گرم :

۲۹۹- (۲) بازده ماشین گرمایی را به دست آورید.

(۲)

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{2/7}{7/2} = \frac{2}{8} = 0.25 = 25\%$$

یک ماشین گرمایی در مدت یک دقیقه $2/5 \times 10^4 \text{ kJ}$ گرما از چشمه ی گرم دریافت می کند و در این مدت

$1/9 \times 10^4 \text{ kJ}$ گرما به چشمه ی سرد می دهد.

۳۰۰- (۱) کار انجام شده توسط ماشین گرمایی را به دست آورید.

(۱)

$$Q_H = 2/5 \times 10^4 \text{ kJ}, Q_C = -1/9 \times 10^4 \text{ kJ}$$

$$Q_H = |W| + |Q_C| \Rightarrow |W| = Q_H - |Q_C| = 0.6 \times 10^4 \text{ kJ}$$

۳۰۱- (۲) بازده ماشین گرمایی را به دست آورید.

(۲)

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{0.6 \times 10^4}{2/5 \times 10^4} = 0.24 = 24\%$$

۳۰۲- (۳) توان ماشین گرمایی را به دست آورید.

(۳)

$$P = \frac{|W|}{\Delta t} = \frac{0.6 \times 10^4 \text{ kJ}}{60 \text{ s}} = \frac{6000}{60} = 100 \text{ kW}$$

یک موتور درون سوز از سوختی که انرژی گرمایی آن در واحد جرم 25 kJ/g است، استفاده می کند. در هر چرخه این ماشین گرمایی 0.2 گرم سوخت سوزانده می شود و در هر ثانیه 40 چرخه در این ماشین گرمایی پیموده می شود. اگر توان انجام کار در این ماشین گرمایی 36 کیلووات باشد :

۳۰۳- (۱) توان گرمایی چشمه ی گرمایی را به دست آورید.

(۱) در هر ثانیه 40 چرخه پیموده می شود و در هر چرخه 0.2 گرم سوخت سوزانده می شود پس در هر ثانیه $40 \times 0.2 = 8 \text{ g}$ سوخت در ماشین سوزانده می شود. هر گرم سوخت 25 kJ انرژی آزاد می کند. بنابراین در مدت یک ثانیه که 8 g سوخت مصرف می شود، $8 \times 25 = 200 \text{ kJ}$ انرژی گرمایی توسط سوخت آزاد می شود.

$$P_H = 200 \text{ W} \Rightarrow \text{توان گرمایی چشمه ی گرمایی} \Rightarrow Q_H = 200 \text{ kJ} \text{ در مدت یک ثانیه}$$

۳۰۴- (۲) بازده ماشین گرمایی را به دست آورید.

(۲) توان انجام کار 36 kW است. یعنی در هر ثانیه 36 kJ توسط ماشین گرمایی کار انجام می شود.

$$|W| = 36 \text{ kJ} \text{ در مدت یک ثانیه}$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{36}{200} = 0.18 = 18\%$$

یک موتور درون سوز از سوختی که انرژی گرمایی حاصل از آن در واحد جرم 48 kJ/g است استفاده می کند. توان انجام کار توسط این موتور 18 kW و بازده آن 0.25 است. اگر این موتور در هر ثانیه 25 چرخه را طی کند :

۳۰۵- (۱) ماشین گرمایی در هر چرخه چه قدر گرما از چشمه ی گرم می گیرد؟

(۱) مدت زمان هر چرخه با توجه به تعداد 25 چرخه در ثانیه برابر $\Delta t = \frac{1}{25} \text{ s}$ است.

$$\left. \begin{array}{l} P = 18 \text{ kW} = 18000 \text{ W} \\ \Delta t = \frac{1}{25} \text{ s} \end{array} \right\} \Rightarrow |W| = P \Delta t = 720 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{720}{Q_H} \Rightarrow Q_H = 2880 \text{ J}$$

در هر چرخه 2880 J گرما از چشمه ی گرم (گرمای حاصل از سوختن سوخت) گرفته می شود.

۳۰۶- (۲) در هر چرخه چند گرم سوخت سوزانده می شود؟

(۲)

$$\frac{Q_H}{m} = \frac{2880 \text{ J}}{48000 \text{ g}} \Rightarrow \frac{2880}{m} = 48000 \Rightarrow m = \frac{2880}{48000} = 0.06 \text{ g}$$

در هر چرخه 0.06 گرم سوخت در ماشین درون سوز سوزانده می شود.

یک موتور درون سوز در هر چرخه $0/15$ گرم سوخت مصرف می کند. گرمای حاصل از سوخت این موتور $5 \times 10^4 \frac{J}{g}$ است و بازده این موتور ۱۲ درصد است.
۳۰۷- (۱) کار انجام شده توسط موتور در هر چرخه را به دست آورید.

(۱) نسبت گرمای آزاد شده از سوخت به جرم سوخت برابر $5 \times 10^4 \frac{J}{g}$ است و در هر چرخه $0/15$ گرم سوخت سوزانده می شود.

$$\frac{Q_H}{m} = 5 \times 10^4 \frac{J}{g} \Rightarrow \frac{Q_H}{0/15g} = 5 \times 10^4 \frac{J}{g} \Rightarrow Q_H = 7500 J$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \frac{12}{100} = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \frac{12}{100} = \frac{|W|}{7500} \Rightarrow |W| = 900 J$$

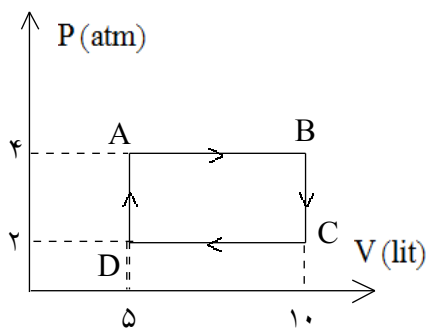
۳۰۸- (۲) اگر در مدت زمان یک دقیقه ۲۷۰۰ کیلوژول کار توسط این موتور انجام شود، تعداد چرخه های این موتور در هر ثانیه را به دست آورید.

(۲) کار انجام شده توسط موتور را به کار انجام شده توسط آن در هر چرخه تقسیم می کنیم تا تعداد چرخه ها را به دست آوریم.

$$N = \frac{2700 \times 10^3}{900} = 3000$$

تعداد چرخه ها در هر دقیقه (۶۰ ثانیه) برابر ۳۰۰۰ است و از آن تعداد چرخه ها در هر ثانیه را به دست می آوریم.

$$n = \frac{N}{60} = \frac{3000}{60} = 50$$



نمودار مقابل مربوط به فرایند یک گاز کامل دو اتمی است که در یک ماشین گرمایی مورد استفاده قرار می گیرد.

۳۰۹- (۱) کار انجام شده توسط ماشین گرمایی در هر چرخه چه قدر است؟

(۱)

$$W = -(4 - 2) \times 10^5 \times (10 - 5) \times 10^{-3} = -1000 J \Rightarrow |W| = 1000 J$$

۳۱۰- (۲) ماشین گرمایی در کدام فرآیندها گرما می گیرد و گرمای گرفته شده توسط آن در آن فرآیندها چه قدر است؟

(۲) گاز در فرآیندهای DA و AB گرما می گیرد.

$$Q_{DA} = nC_{MV}\Delta T = \frac{C_{MV}}{R}\Delta PV = \frac{5}{2} \times (4 - 2) \times 10^5 \times 5 \times 10^{-3} = +2500 \text{ J}$$

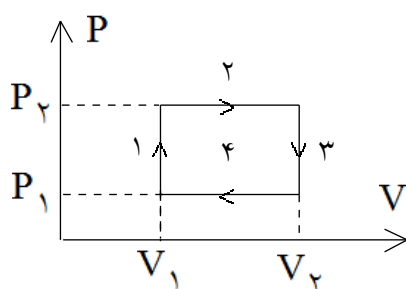
$$Q_{AB} = nC_{MP}\Delta T = \frac{C_{MP}}{R}P\Delta V = \frac{7}{2} \times 4 \times 10^5 \times (10 - 5) \times 10^{-3} = +7000 \text{ J}$$

۳۱۱- (۳) بازده این ماشین گرمایی را به دست آورید.

(۳)

$$Q_H = Q_{DA} + Q_{AB} = 2500 + 7000 = 9500 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{1000}{9500} = \frac{2}{19} \approx 0.105 \approx 10.5\%$$



نمودار مقابل مربوط به فرایند یک گاز کامل تک اتمی است که در یک ماشین گرمایی مورد استفاده قرار گرفته است.

۳۱۲- (۱) کار انجام شده توسط ماشین گرمایی در هر چرخه را به دست آورید.

(۱)

$$W = - (P_2 - P_1) (V_2 - V_1) \Rightarrow |W| = (P_2 - P_1) (V_2 - V_1)$$

۳۱۳- (۲) گرمایی را که ماشین گرمایی در هر چرخه از چشمه ی گرم می گیرد به دست آورید.

(۲) گاز در فرآیندهای ۱ و ۲ گرما می گیرد:

$$Q_1 = nC_{MV}\Delta T = \frac{C_{MV}}{R}\Delta PV = \frac{3}{2}(P_2 - P_1)V_1$$

$$Q_2 = nC_{MP}\Delta T = \frac{C_{MP}}{R}P\Delta V = \frac{5}{2}P_2(V_2 - V_1)$$

$$Q_H = Q_1 + Q_2 = \frac{3}{2}(P_2 - P_1)V_1 + \frac{5}{2}P_2(V_2 - V_1)$$

۳۱۴- (۳) بازدهی ماشین گرمایی را به دست آورید.

(۳)

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \eta = \frac{2(P_2 - P_1)(V_2 - V_1)}{3V_1(P_2 - P_1) + 5P_2(V_2 - V_1)}$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{2(P_2 - P_1)(V_2 - V_1)}{5P_2V_2 - 2P_2V_1 - 3P_1V_1}$$

۳۱۵- (۴) نشان دهید مقدار به دست آمده برای بازده در قسمت قبل از یک کم تر است.

(۴)

$$\eta < 1 \Rightarrow \frac{2(P_2 - P_1)(V_2 - V_1)}{5P_2V_2 - 2P_2V_1 - 3P_1V_1} < 1$$

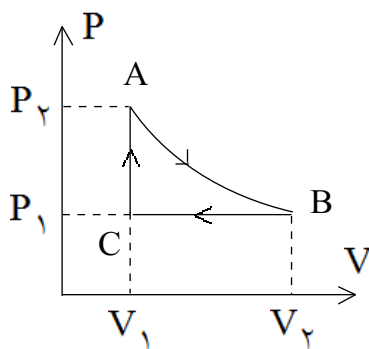
$$\Rightarrow 2(P_2 - P_1)(V_2 - V_1) < 5P_2V_2 - 2P_2V_1 - 3P_1V_1$$

$$\Rightarrow 2P_2V_2 - 2P_2V_1 - 2P_1V_2 + 2P_1V_1 < 5P_2V_2 - 2P_2V_1 - 3P_1V_1$$

$$\Rightarrow 2P_2V_2 + 2P_1V_2 - 5P_1V_1 > 0$$

$$\Rightarrow 2(P_2V_2 - P_1V_1) + 2P_1(V_2 - V_1) > 0$$

با توجه به این که $V_2 > V_1$ و $P_2 > P_1$ درستی رابطه بالا بدیهی است.



طرز کار یک ماشین گرمایی که در آن از یک گاز کامل دو اتمی استفاده می شود مطابق نمودار شکل مقابل است که در آن فرایند AB بی دررو است.

۳۱۶- (۱) ماشین گرمایی در هر فرایند چگونه گرما مبادله می کند؟

(۱) این ماشین گرمایی در فرایند BC گرما از دست می دهد و در فرایند CA گرما می گیرد و در فرایند AB گرما مبادله نمی کند.

۳۱۷- (۲) $|Q_C|$ را در هر چرخه برای ماشین گرمایی حساب کنید.

(۲)

$$Q_{BC} = nC_{MP}\Delta T = \frac{C_{MP}}{R}P\Delta V = \frac{\gamma}{\gamma}P_1(V_1 - V_2) < 0$$

$$\Rightarrow Q_C = Q_{BC} \Rightarrow |Q_C| = |Q_{BC}| = \frac{\gamma}{\gamma}P_1(V_2 - V_1)$$

۳۱۸- (۳) Q_H را در هر چرخه برای ماشین گرمایی حساب کنید.

(۳)

$$Q_{CA} = nC_{MV}\Delta T = \frac{C_{MV}}{R}\Delta PV = \frac{5}{2}V_1(P_2 - P_1) > 0,$$

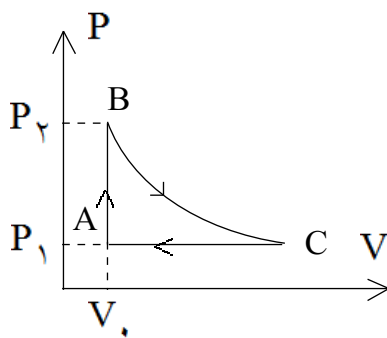
$$\Rightarrow Q_H = Q_{CA} = \frac{5}{2}V_1(P_2 - P_1)$$

۳۱۹- (۴) بازده این ماشین گرمایی را به دست آورید.

(۴)

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{Q_H - |Q_C|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H}$$

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{\frac{5}{2}P_1(V_2 - V_1)}{\frac{5}{2}V_1(P_2 - P_1)} = \frac{5P_2V_1 + 2P_1V_1 - 5P_1V_2}{5V_1(P_2 - P_1)}$$



طرز کار یک ماشین گرمایی که در آن از یک گاز کامل تک اتمی استفاده می شود مطابق نمودار شکل مقابل است که در آن فرایند BC هم دما است.

۳۲۰- (۱) حجم گاز را در حالت C بر حسب P_1 و P_2 و V_1 به دست آورید.

(۱) حجم گاز در حالت C را با توجه به هم دما بودن فرایند BC به دست می آوریم:

$$P_B V_B = P_C V_C \Rightarrow P_2 V_1 = P_1 V_C \Rightarrow V_C = \frac{P_2}{P_1} V_1$$

۳۲۱- (۲) در هر فرایند ماشین گرمایی چگونه گرما مبادله می کند؟

(۲)

در فرایند هم حجم AB دما افزایش می یابد و گاز گرما می گیرد ($Q_{AB} > 0$) و در فرایند هم فشار CA دما کاهش می یابد و گاز گرما می دهد ($Q_{CA} < 0$). در فرایند BC تغییر انرژی درونی صفر است ($\Delta U = 0$) و کار انجام شده روی گاز منفی است ($W < 0$). بنابراین گاز گرما می گیرد ($Q_{BC} > 0$).

۳۲۲- (۳) $|Q_C|$ را در هر چرخه برای ماشین گرمایی به دست آورید.

(۳) ماشین گرمایی فقط در فرایند CA گرما از دست می‌دهد و داریم: $Q_C = Q_{CA}$.

$$Q_{CA} = nC_{MP}\Delta T = \frac{C_{MP}}{R}P\Delta V$$

$$\Rightarrow Q_{CA} = \frac{5}{2} P_1 \left[V_1 - \frac{P_2}{P_1} V_1 \right] = \frac{5}{2} (P_1 V_1 - P_2 V_1) < 0$$

$$\Rightarrow |Q_C| = |Q_{CA}| = \frac{5}{2} V_1 (P_2 - P_1)$$

۳۲۳- (۴) اگر بازده این ماشین گرمایی η باشد، کار انجام شده توسط ماشین گرمایی در هر چرخه را به دست آورید.

(۴)

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{|W|}{|Q_C| + |W|} \Rightarrow \eta |Q_C| + \eta |W| = |W|$$

$$\Rightarrow \eta |Q_C| = |W| (1 - \eta) \Rightarrow |W| = \frac{\eta}{1 - \eta} |Q_C|$$

$$\Rightarrow |W| = \frac{\eta}{(1 - \eta)} \times \frac{5}{2} V_1 (P_2 - P_1)$$

۳۲۴- نشان دهید اگر در ماشین گرمایی کارنو با ثابت ماندن دمای چشمه ی گرم، دمای چشمه ی سرد کاهش یابد، بازدهی ماشین گرمایی افزایش می‌یابد.

روش اول:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

فرض می‌کنیم دمای چشمه سرد به اندازه ی ΔT کاهش یابد ($\Delta T > 0$)

$$\Rightarrow \eta' = 1 - \frac{T_C - \Delta T}{T_H}$$

$$\Rightarrow \eta' - \eta = \left(1 - \frac{T_C - \Delta T}{T_H} \right) - \left(1 - \frac{T_C}{T_H} \right) = \frac{T_C}{T_H} - \frac{T_C - \Delta T}{T_H}$$

$$\Rightarrow \eta' - \eta = \frac{\Delta T}{T_H} > 0 \Rightarrow \eta' > \eta$$

روش دوم:

اگر T_C کاهش یابد، $\frac{T_C}{T_H}$ کاهش می‌یابد و در نتیجه $1 - \frac{T_C}{T_H}$ افزایش می‌یابد.

۳۲۵- نشان دهید اگر در ماشین گرمایی کارنو با ثابت ماندن دمای چشمه ی سرد، دمای چشمه ی گرم افزایش یابد، بازدهی ماشین گرمایی افزایش می یابد.

روش اول:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

فرض می کنیم دمای چشمه ی گرم به اندازه ی ΔT افزایش یابد ($\Delta T > 0$).

$$\Rightarrow \eta' = 1 - \frac{T_C}{T_H + \Delta T}$$

$$\Rightarrow \eta' - \eta = \left(1 - \frac{T_C}{T_H + \Delta T}\right) - \left(1 - \frac{T_C}{T_H}\right) = T_C \left(\frac{1}{T_H} - \frac{1}{T_H + \Delta T}\right)$$

$$\Rightarrow \eta' - \eta = T_C \frac{\Delta T}{T_H(T_H + \Delta T)} > 0 \Rightarrow \eta' > \eta$$

روش دوم:

اگر T_H افزایش یابد، $\frac{T_C}{T_H}$ کاهش می یابد و در نتیجه $1 - \frac{T_C}{T_H}$ افزایش می یابد.

۳۲۶- اگر دمای چشمه ی سرد و گرم ماشین گرمایی کارنو به یک اندازه افزایش یابد، بازده ماشین گرمایی چگونه تغییر می کند؟

روش اول:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

فرض می کنیم دمای چشمه های گرم و سرد به مقدار یکسان ΔT افزایش یافته اند. ($\Delta T > 0$)

$$\Rightarrow \eta' = 1 - \frac{T_C + \Delta T}{T_H + \Delta T}$$

$$\Rightarrow \eta' - \eta = \left(1 - \frac{T_C + \Delta T}{T_H + \Delta T}\right) - \left(1 - \frac{T_C}{T_H}\right) = \frac{T_C}{T_H} - \frac{T_C + \Delta T}{T_H + \Delta T}$$

$$\Rightarrow \eta' - \eta = \frac{\Delta T (T_C - T_H)}{T_H(T_H + \Delta T)} < 0 \Rightarrow \eta' < \eta \Rightarrow \text{بازده کاهش می یابد}$$

روش دوم:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = \frac{T_H - T_C}{T_H}$$

اگر T_C و T_H به یک اندازه افزایش یابند، $T_H - T_C$ تغییر نمی کند. بنابراین با افزایش T_H در مخرج کسر، η کاهش می یابد.

۳۲۷- اگر دمای چشمه‌های سرد و گرم ماشین گرمایی کارنو به یک اندازه کاهش یابد، بازدهی ماشین گرمایی چگونه تغییر می‌کند؟

روش اول:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

فرض می‌کنیم دمای چشمه‌های گرم و سرد به مقدار یکسان ΔT کاهش یافته‌اند. ($\Delta T < 0$)

$$\Rightarrow \eta' = 1 - \frac{T_C - \Delta T}{T_H - \Delta T}$$

$$\Rightarrow \eta' - \eta = \left(1 - \frac{T_C - \Delta T}{T_H - \Delta T}\right) - \left(1 - \frac{T_C}{T_H}\right) = \frac{T_C}{T_H} - \frac{T_C - \Delta T}{T_H - \Delta T}$$

$$\Rightarrow \eta' - \eta = \frac{\Delta T(T_H - T_C)}{T_H(T_H - \Delta T)} > 0 \Rightarrow \eta' > \eta \Rightarrow \text{بازده افزایش می‌یابد.}$$

روش دوم:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = \frac{T_H - T_C}{T_H}$$

اگر T_C و T_H به یک اندازه کاهش یابند، $T_H - T_C$ تغییر نمی‌کند. بنابراین با کاهش T_H در مخرج کسر، η افزایش می‌یابد.

۳۲۸- بازده یک ماشین گرمایی کارنو η است. دمای چشمه‌ی گرم به اندازه‌ی ΔT_H و دمای چشمه‌ی سرد به اندازه‌ی ΔT_C تغییر می‌کنند. چه رابطه‌ای بین ΔT_H و ΔT_C و η برقرار باشد تا بازدهی ماشین گرمایی تغییر نکند؟

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} \quad \text{و} \quad \eta' = 1 - \frac{T_C + \Delta T_C}{T_H + \Delta T_H}$$

$$\eta = \eta' \Rightarrow \frac{T_C}{T_H} = \frac{T_C + \Delta T_C}{T_H + \Delta T_H} \Rightarrow T_C T_H + T_C \Delta T_H = T_H T_C + T_H \Delta T_C$$

$$\Rightarrow T_C \Delta T_H = T_H \Delta T_C \Rightarrow \frac{T_C}{T_H} = \frac{\Delta T_C}{\Delta T_H}$$

$$\Rightarrow 1 - \eta = \frac{\Delta T_C}{\Delta T_H} \quad \text{یا} \quad \eta = 1 - \frac{\Delta T_C}{\Delta T_H}$$

۳۲۹- اگر دمای چشمه ی سرد یک ماشین گرمایی کارنو 10 K افزایش یابد بازدهی این ماشین گرمایی $0/01$ کاهش می یابد. دمای چشمه ی گرم ماشین گرمایی را به دست آورید.

$$\begin{cases} \eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} \\ \eta' = 1 - \frac{T_C + 10}{T_H} = 1 - \frac{T_C}{T_H} - \frac{10}{T_H} = \eta - \frac{10}{T_H} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \eta' - \eta = -\frac{10}{T_H} = -\frac{1}{100} \Rightarrow T_H = 1000\text{ K}$$

۳۳۰- دمای چشمه ی گرم یک ماشین گرمایی کارنو 1600 کلوین است. اگر دمای چشمه ی سرد این ماشین گرمایی 96 کلوین کاهش یابد، بازدهی ماشین گرمایی چقدر و چگونه تغییر می کند؟

$$\begin{cases} \eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{T_C}{1600} \\ \eta' = 1 - \frac{T_C - 96}{T_H} = 1 - \frac{T_C - 96}{1600} = 1 - \frac{T_C}{1600} + \frac{96}{1600} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \eta' - \eta = \frac{96}{1600} = \frac{6}{100} = 0/06$$

بازده ماشین گرمایی کارنو $0/06$ افزایش می یابد.

۳۳۱- بازدهی یک ماشین گرمایی کارنو 35 درصد است. بدون تغییر در دمای چشمه ی سرد، دمای چشمه ی گرم این ماشین چند برابر شود تا بازده آن 45 درصد شود؟

$$\begin{cases} \eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = \frac{35}{100} \Rightarrow \frac{T_C}{T_H} = \frac{65}{100} \\ \eta' = 1 - \frac{T_C}{T_H} = \frac{45}{100} \Rightarrow \frac{T_C}{T_H} = \frac{55}{100} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{T_H}{T_H} = \frac{65}{55} = \frac{13}{11} \Rightarrow T_H = \frac{13}{11} T_H$$

۳۳۲- بازده یک ماشین گرمایی کارنو ۴۰ درصد است. دمای چشمه ی گرم این ماشین گرمایی چند درصد کاهش یابد تا بازدهی این ماشین گرمایی ۲۵ درصد شود؟

$$\begin{cases} \eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = \frac{40}{100} \Rightarrow \frac{T_C}{T_H} = \frac{60}{100} \\ \eta' = 1 - \frac{T_C}{T'_H} = \frac{25}{100} \Rightarrow \frac{T_C}{T'_H} = \frac{75}{100} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{T'_H}{T_H} = \frac{60}{75} = \frac{4}{5} \Rightarrow T'_H = 0.8 T_H = 80\% T_H$$

دمای چشمه ی گرم ۲۰ درصد باید کاهش یابد.

۳۳۳- اگر دمای چشمه ی گرم یک ماشین گرمایی کارنو ۱۰ درصد اضافه شود، بازده این ماشین ۰/۰۵ اضافه می شود. بازدهی این ماشین گرمایی چقدر بوده است؟

$$T'_H = T_H + \frac{10}{100} T_H = 1.1 T_H$$

$$\begin{cases} \eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} \\ \eta' = 1 - \frac{T_C}{1.1 T_H} \end{cases} \Rightarrow \eta' - \eta = \frac{T_C}{T_H} - \frac{T_C}{1.1 T_H} = \frac{1}{11} \frac{T_C}{T_H}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{11} \frac{T_C}{T_H} = \frac{5}{100} \Rightarrow \frac{T_C}{T_H} = \frac{55}{100} \Rightarrow 1 - \frac{T_C}{T_H} = \frac{45}{100} \Rightarrow \eta = \frac{45}{100} = 45\%$$

۳۳۴- دمای چشمه ی گرم و سرد یک ماشین گرمایی کارنو به اندازه ی یکسان ۱۰۰ کلوین افزایش می یابند و در نتیجه بازدهی ماشین گرمایی ۱۰ درصد کاهش می یابد. دمای چشمه ی گرم ماشین گرمایی را به دست آورید.

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = \frac{T_H - T_C}{T_H}$$

$$T'_C = T_C + 100 \text{ و } T'_H = T_H + 100$$

$$\Rightarrow \eta' = \frac{(T_H + 100) - (T_C + 100)}{(T_H + 100)} = \frac{T_H - T_C}{T_H + 100}$$

$$\text{از طرفی: } \eta' = \eta - \frac{10}{100} \eta = \frac{90}{100} \eta = \frac{9}{10} \eta$$

$$\Rightarrow \frac{T_H - T_C}{T_H + 100} = \frac{9}{10} \times \frac{T_H - T_C}{T_H} \Rightarrow 9(T_H + 100) = 10 T_H$$

$$\Rightarrow T_H = 900 \text{ K}$$

۳۳۵- دمای چشمه ی گرم یک ماشین گرمایی کارنو ۱۸۰۰ کلوین است. دمای چشمه های گرم و سرد این ماشین گرمایی به اندازه ی یکسان ΔT کاهش می یابند و در نتیجه بازده ماشین گرمایی ۱۲/۵ درصد افزایش می یابد. ΔT را به دست آورید.

$$\begin{cases} \eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = \frac{T_H - T_C}{T_H} \\ \eta' = \frac{(T_H - \Delta T) - (T_C - \Delta T)}{(T_H - \Delta T)} = \frac{T_H - T_C}{T_H - \Delta T} \end{cases}$$

$$\eta' = \eta + \frac{12/5}{100} \eta = \eta + \frac{1}{8} \eta = \frac{9}{8} \eta$$

$$\Rightarrow \frac{T_H - T_C}{T_H - \Delta T} = \frac{9}{8} \frac{T_H - T_C}{T_H} \Rightarrow 8 T_H - 9 \Delta T = 8 T_H$$

$$\Rightarrow 9 \Delta T = T_H \Rightarrow \Delta T = \frac{1}{9} T_H = \frac{1}{9} \times 1800 = 200 \text{ K}$$

۳۳۶- بازدهی یک ماشین گرمایی کارنو ۰/۵ است. دمای چشمه های سرد و گرم ماشین گرمایی به اندازه ی یکسان ۲۰۰ کلوین کاهش می یابند و بازدهی ماشین گرمایی ۰/۶ می شود. دمای چشمه های گرم و سرد ماشین گرمایی را در شرایط اولیه به دست آورید.

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 0/5 \Rightarrow \frac{T_C}{T_H} = 0/5 \Rightarrow T_H = 2 T_C$$

$$\eta' = 1 - \frac{T_C - 200}{T_H - 200} = 0/6 \Rightarrow \frac{T_C - 200}{T_H - 200} = 0/4 \Rightarrow T_C - 200 = 0/4 T_H - 80$$

$$\Rightarrow T_C - 0/4 T_H = 120 \Rightarrow T_C - 0/4 (2 T_C) = 120$$

$$\Rightarrow 0/2 T_C = 120 \Rightarrow T_C = 600 \text{ K} \Rightarrow T_H = 1200 \text{ K}$$

۳۳۷- بازدهی یک ماشین گرمایی کارنو ۷۵ درصد است. دمای چشمه ی گرم را به اندازه ی ۲۰۰ کلوین کاهش می دهیم و دمای چشمه ی سرد را به اندازه ی ۲۰۰ کلوین افزایش می دهیم. بازدهی ماشین گرمایی ۵۰ درصد می شود. دمای اولیه ی چشمه های گرم و سرد ماشین گرمایی را به دست آورید.

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{T_C}{T_H} = \frac{1}{4} \Rightarrow T_H = 4 T_C$$

$$\eta' = 1 - \frac{T_C + 200}{T_H - 200} = \frac{50}{100} \Rightarrow \frac{T_C + 200}{T_H - 200} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2 T_C + 400 = T_H - 200 \Rightarrow T_H - 2 T_C = 600$$

$$\Rightarrow 4 T_C - 2 T_C = 600 \Rightarrow 2 T_C = 600 \Rightarrow T_C = 300 \text{ K} \Rightarrow T_H = 1200 \text{ K}$$

اگر دمای چشمه‌های گرم و سرد یک ماشین گرمایی کارنو را به اندازه‌ی یکسان ۱۰۰ کلوین افزایش دهیم، بازده ماشین گرمایی ۴۵ درصد می‌شود و اگر دمای چشمه‌های گرم و سرد آن را به اندازه‌ی یکسان ۱۰۰ کلوین کاهش دهیم، بازده ماشین گرمایی ۵۵ درصد می‌شود.

۳۳۸- (۱) دمای اولیه‌ی چشمه‌های گرم و سرد ماشین گرمایی را به دست آورید.

(۱)

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = \frac{T_H - T_C}{T_H}$$

$$\begin{cases} \eta_1 = \frac{(T_H + 100) - (T_C + 100)}{T_H + 100} = \frac{T_H - T_C}{T_H + 100} = \frac{45}{100} \\ \eta_2 = \frac{(T_H - 100) - (T_C - 100)}{T_H - 100} = \frac{T_H - T_C}{T_H - 100} = \frac{55}{100} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{T_H - 100}{T_H + 100} = \frac{45}{55} = \frac{9}{11} \Rightarrow 11T_H - 1100 = 9T_H + 900$$

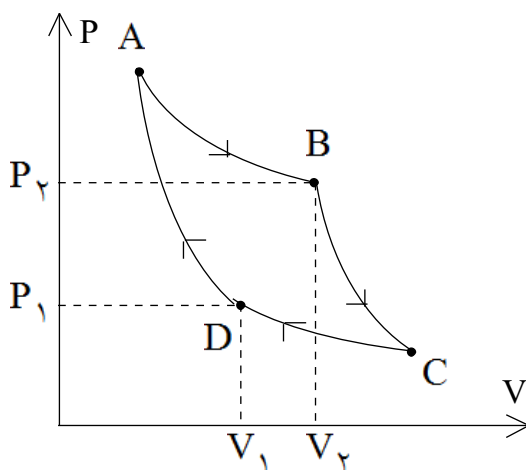
$$\Rightarrow 2T_H = 2000 \Rightarrow T_H = 1000 \text{ K}$$

$$\eta_1 = \frac{T_H - T_C}{T_H + 100} = \frac{45}{100} \Rightarrow \frac{1000 - T_C}{1100} = \frac{45}{100} \Rightarrow 1000 - T_C = 495 \Rightarrow T_C = 505 \text{ K}$$

۳۳۹- (۲) بازده ماشین گرمایی چه قدر بوده است؟

(۲)

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{505}{1000} = \frac{495}{1000} = 0.495 = 49.5\%$$



یک گاز کامل در یک ماشین گرمایی مورد استفاده قرار گرفته است و نمودار چرخه‌ی این ماشین گرمایی به صورت شکل مقابل است. در این نمودار فرآیندهای AB و CD هم‌دما هستند و فرآیندهای BC و DA بی‌دررو می‌باشند.

۳۴۰- (۱) در کدام قسمت از فرآیند گاز دارای بیش‌ترین و کم‌ترین دما است؟

(۱) در فرآیند AB دمای گاز بیش‌ترین مقدار و در فرآیند CD دمای گاز کم‌ترین مقدار است.

۳۴۱- (۲) بیشترین و کمترین دمای گاز را در طی فرایند به دست آورید.

(۲)

$$\begin{cases} T_{AB} = T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = \frac{P_2 V_2}{nR} \\ T_{CD} = T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = \frac{P_1 V_1}{nR} \end{cases}$$

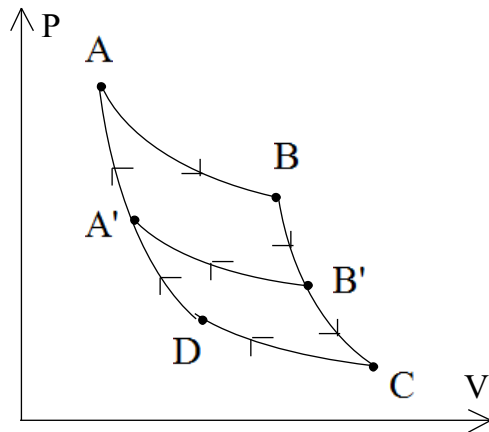
۳۴۲- (۳) بازدهی ماشین گرمایی را به دست آورید.

(۳) این ماشین گرمایی بر اساس چرخه ی کارنو کار می کند و بازدهی آن از رابطه ی $\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H}$ به

دست می آید که در آن T_C دمای چشمه ی سرد (کمترین دمای گاز در طی چرخه) و T_H دمای چشمه ی گرم (بیشترین دمای گاز طی چرخه) است.

$$T_H = T_{AB} = T_B, T_C = T_{CD} = T_D$$

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{T_D}{T_B} = 1 - \frac{\left(\frac{P_1 V_1}{nR}\right)}{\left(\frac{P_2 V_2}{nR}\right)} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{P_1 V_1}{P_2 V_2}$$



۳۴۳- یک ماشین گرمایی کارنو می‌تواند مطابق نمودار مقابل در دو چرخه ی $ABCD$ و $A'B'CD$ کار کند. در این چرخه‌ها فرآیندهای AB و $A'B'$ و CD هم‌دما هستند و بقیه‌ی فرآیندها بی‌دررو هستند. بازدهی ماشین در کدام چرخه بیش‌تر است؟

در چرخه ی $ABCD$ بیش‌ترین دما مربوط به حالت A یا B است و کم‌ترین دما مربوط به حالت C یا D است.

$$\Rightarrow \eta_1 = 1 - \frac{T_D}{T_A}$$

در چرخه ی $A'B'CD$ بیش‌ترین دما مربوط به حالت A' یا B' است و کم‌ترین دما مربوط به حالت C یا D است.

$$\Rightarrow \eta_2 = 1 - \frac{T_D}{T_{A'}}$$

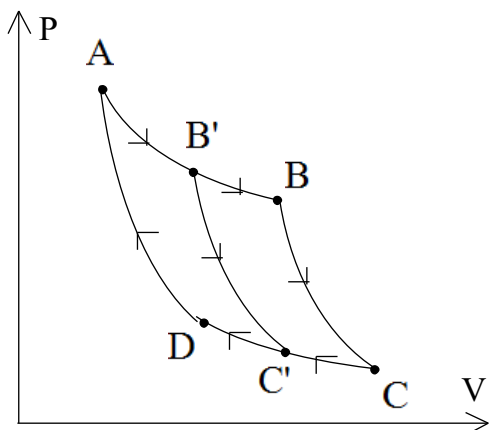
با توجه به فرآیند بی‌دررو $DA'A$ داریم:

$$T_A > T_{A'} > T_D$$

$$T_A > T_{A'} \Rightarrow \frac{1}{T_A} < \frac{1}{T_{A'}} \Rightarrow -\frac{T_D}{T_A} > -\frac{T_D}{T_{A'}}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{T_D}{T_A} > 1 - \frac{T_D}{T_{A'}} \Rightarrow \eta_1 > \eta_2$$

بازده در چرخه $ABCD$ بیشتر است.



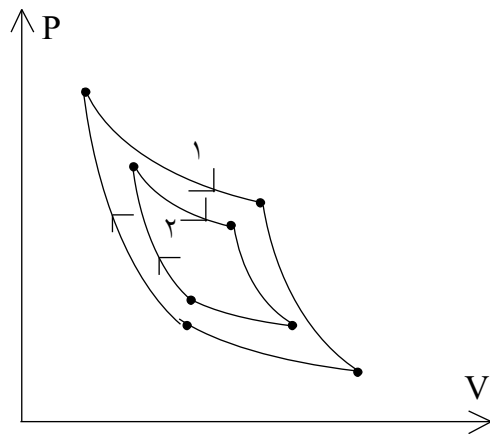
۳۴۴- یک ماشین گرمایی کارنو می‌تواند مطابق نمودار شکل مقابل در دو چرخه ی $ABCD$ و $AB'C'D$ کار کند. در این چرخه‌ها فرآیندهای $AB'B$ و $CC'D$ هم‌دما هستند و بقیه‌ی فرآیندها بی‌دررو می‌باشند. بازدهی ماشین گرمایی در کدام چرخه بیش‌تر است؟

در هر دو چرخه بیش‌ترین دما مربوط به حالت‌های A و B' و B کم‌ترین دما مربوط به حالت‌های C و C' است.

$$T_{\max} = T_B = T_{B'} = T_A$$

$$T_{\min} = T_C = T_{C'} = T_D$$

لذا بازده برای هر دو چرخه یکسان است.



۳۴۵- دو ماشین گرمایی کارنو مطابق نمودار شکل مقابل در چرخه‌های ۱ و ۲ که هر کدام شامل دو فرآیند هم‌دما و دو فرآیند بی‌دررو است کار می‌کنند. در کدام ماشین گرمایی بازده بیشتر است؟

بیشینه دما در چرخه ی ۲ از بیشینه دما در چرخه ی ۱ کمتر است.

$$T_{H2} < T_{H1}$$

همچنین کمینه دما در چرخه ی ۲ از کمینه ی دما در چرخه ی ۱ بیش‌تر است.

$$T_{C2} > T_{C1}$$

$$\begin{cases} T_{H2} < T_{H1} \Rightarrow \frac{1}{T_{H2}} > \frac{1}{T_{H1}} \\ T_{C2} > T_{C1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{T_{C2}}{T_{H2}} > \frac{T_{C1}}{T_{H1}} \Rightarrow -\frac{T_{C2}}{T_{H2}} < -\frac{T_{C1}}{T_{H1}}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{T_{C2}}{T_{H2}} < 1 - \frac{T_{C1}}{T_{H1}} \Rightarrow \eta_2 < \eta_1$$

بازده در چرخه ی ۱ بیش‌تر است.

۳۴۶- رابطه ی $|Q_H| = Q_C + W$ را در یخچال با توجه به قانون اول ترمودینامیک به‌دست آورید.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0$$

کل گرمایی که یخچال مبادله می‌کند برابر مجموع گرماهای مبادله شده با چشمه‌های سرد و گرم است.

$$\left. \begin{aligned} Q &= Q_H + Q_C \\ Q + W &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q_H + Q_C + W = 0$$

در یخچال دستگاه به چشمه ی گرم گرما می‌دهد ($Q_H < 0$) و از چشمه ی سرد گرما می‌گیرد ($Q_C > 0$).

همچنین در یخچال دستگاه از ما کار می‌گیرد. یعنی محیط روی دستگاه کار مثبت انجام می‌دهد ($W > 0$).

$$Q_H + Q_C + W = 0 \Rightarrow -Q_H = Q_C + W$$

$$Q_H < 0 \Rightarrow |Q_H| = -Q_H \Rightarrow |Q_H| = Q_C + W$$

۳۴۷- با توجه به قانون اول ترمودینامیک نشان دهید اندازه ی گرمایی که یک یخچال در هر چرخه با چشمه ی گرم مبادله می کند از اندازه ی گرمایی که با چشمه ی سرد مبادله می کند بیش تر است.

در هر چرخه تغییر انرژی درونی دستگاه صفر است.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow (Q_H + Q_C) + W = 0$$

می دانیم یخچال به چشمه ی گرم گرما می دهد ($Q_H < 0$) و از چشمه ی سرد گرما می گیرد ($Q_C > 0$) و نیز ما روی یخچال کار انجام می دهیم. یعنی کار انجام شده روی دستگاه مثبت است ($W > 0$).
 $\Rightarrow (-|Q_H|) + |Q_C| + |W| = 0 \Rightarrow |Q_H| = |Q_C| + |W|$
 یعنی $|Q_H|$ از $|Q_C|$ به اندازه ی $|W|$ بیش تر است.

۳۴۸- (۱) چند ژول گرما با چشمه ی سرد مبادله می کند؟

(۱)

$$K = \frac{Q_C}{W} \Rightarrow Q_C = KW \Rightarrow Q_C = 3/2 \times 500 = 1600 \text{ J}$$

۳۴۹- (۲) چند ژول گرما با چشمه ی گرم مبادله می کند؟

(۲)

$$|Q_H| = W + Q_C \Rightarrow |Q_H| = 500 + 1600 = 2100 \text{ J}$$

می توانستیم این قسمت را بدون محاسبه ی Q_C به دست آوریم.

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{|Q_H| - W}{W} = \frac{|Q_H|}{W} - 1 \Rightarrow \frac{|Q_H|}{W} = K + 1$$

$$\Rightarrow |Q_H| = (K + 1) W \Rightarrow |Q_H| = 4/2 \times 500 = 2100 \text{ J}$$

۳۵۰- (۱) چند ژول کار دریافت می کند؟

(۱)

$$K = \frac{Q_C}{W} \Rightarrow 1/7 = \frac{255}{W} \Rightarrow W = \frac{255}{1/7} = 150 \text{ J}$$

۳۵۱- (۲) چند ژول گرما به محیط اطراف (چشمه ی گرم) می دهد؟

(۲)

$$|Q_H| = W + Q_C \Rightarrow |Q_H| = 150 + 255 = 405 \text{ J}$$

می توانستیم $|Q_H|$ را بدون محاسبه ی W به دست آوریم.

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{Q_C}{|Q_H| - Q_C} \Rightarrow K |Q_H| - K Q_C = Q_C$$

$$\Rightarrow K |Q_H| = (K + 1) Q_C \Rightarrow |Q_H| = \frac{K + 1}{K} Q_C = \frac{2/7}{1/7} \times 255 = 405 \text{ J}$$

۳۵۲- (۱) در هر چرخه چند ژول گرما از چشمه ی سرد می گیرد؟

(۱)

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{Q_C}{|Q_H| - Q_C} \Rightarrow K|Q_H| - KQ_C = Q_C \Rightarrow K|Q_H| = KQ_C + Q_C$$

$$\Rightarrow Q_C = \frac{K}{K+1}|Q_H| \Rightarrow Q_C = \frac{4}{5} \times 24 = 19.2 \text{ J}$$

۳۵۳- (۲) چند ژول کار انجام می دهد؟

(۲)

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{|Q_H| - W}{W} = \frac{|Q_H|}{W} - 1 \Rightarrow \frac{|Q_H|}{W} = K + 1$$

$$\Rightarrow |Q_H| = (K + 1) W \Rightarrow 24 = 5W \Rightarrow W = 4.8 \text{ J}$$

۳۵۴- (۱) با چه توانی از داخل اتاق (چشمه ی سرد) گرما می گیرد؟

توان دریافت گرما از چشمه ی سرد را P_C ، توان دادن گرما به چشمه ی گرم را P_H ، توان مصرفی را P_W و مدت زمان یک چرخه را Δt فرض می کنیم.

$$P_C = \frac{Q_C}{\Delta t}, \quad P_H = \frac{|Q_H|}{\Delta t}, \quad P_W = \frac{W}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} |Q_H| = Q_C + W \Rightarrow P_H \Delta t = P_C \Delta t + P_W \Delta t \Rightarrow P_H = P_C + P_W \\ K = \frac{Q_C}{W} = \frac{P_C \Delta t}{P_W \Delta t} = \frac{P_C}{P_W} \Rightarrow K = \frac{P_C}{P_W} \end{cases}$$

(۱)

$$\frac{P_C}{P_W} = K \Rightarrow \frac{P_C}{1200} = 4/5 \Rightarrow P_C = 5400 \text{ W}$$

۳۵۵- (۲) با چه توانی به بیرون اتاق (چشمه ی گرم) گرما می دهد؟

(۲)

$$P_H = P_C + P_W \Rightarrow P_H = 5400 + 1200 = 6600 \text{ W}$$

۳۵۶- (۱) توان مصرفی کولر گازی را به دست آورید.

توان دریافت گرما از چشمه ی سرد را P_C ، توان دادن گرما به چشمه ی گرم را P_H ، توان مصرفی را P_W و مدت زمان یک چرخه را Δt فرض می کنیم.

$$P_C = \frac{Q_C}{\Delta t}, \quad P_H = \frac{|Q_H|}{\Delta t}, \quad P_W = \frac{W}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} |Q_H| = Q_C + W \Rightarrow P_H \Delta t = P_C \Delta t + P_W \Delta t \Rightarrow P_H = P_C + P_W \\ K = \frac{Q_C}{W} = \frac{P_C \Delta t}{P_W \Delta t} = \frac{P_C}{P_W} \Rightarrow K = \frac{P_C}{P_W} \end{cases}$$

(۱)

$$K = \frac{P_C}{P_W} \Rightarrow 3/4 = \frac{850}{P_W} \Rightarrow P_W = \frac{850}{3/4} = 1133.33 \text{ W}$$

۳۵۷- (۲) کولر گازی با چه توانی به بیرون اتاق (چشمه ی گرم) گرما می دهد؟

$$P_H = P_W + P_C \Rightarrow P_H = 1133.33 + 850 = 1983.33 \text{ W}$$

(۲)

۳۵۸- (۱) توان مصرفی یخچال چقدر است؟

توان دریافت گرما از چشمه ی سرد را P_C ، توان دادن گرما به چشمه ی گرم را P_H ، توان مصرفی را P_W و مدت زمان یک چرخه را Δt فرض می کنیم.

$$P_C = \frac{Q_C}{\Delta t}, \quad P_H = \frac{|Q_H|}{\Delta t}, \quad P_W = \frac{W}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} |Q_H| = Q_C + W \Rightarrow P_H \Delta t = P_C \Delta t + P_W \Delta t \Rightarrow P_H = P_C + P_W \\ K = \frac{Q_C}{W} = \frac{P_C \Delta t}{P_W \Delta t} = \frac{P_C}{P_W} \Rightarrow K = \frac{P_C}{P_W} \Rightarrow P_C = KP_W \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_H = KP_W + P_W = (K + 1)P_W \Rightarrow P_W = \frac{P_H}{K + 1}$$

(۱)

$$\Rightarrow P_W = \frac{1320}{3/3} \Rightarrow P_W = 400 \text{ W}$$

۳۵۹- (۲) یخچال با چه توانی از محیط داخل (چشمه ی سرد) گرما می گیرد؟

$$P_H = P_C + P_W \Rightarrow 1320 = P_C + 400 \Rightarrow P_C = 920 \text{ W}$$

(۲)

۳۶۰- (۱) ضریب عملکرد یخچال را به دست آورید.

(۱)

$$W = +210 \text{ kJ}, Q_C = +600 \text{ kJ}$$

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{600}{210} = \frac{20}{7}$$

۳۶۱- (۲) یخچال با چه توانی به چشمه ی گرم گرما می دهد؟

(۲)

$$|Q_H| = Q_C + W = 600 + 210 = 810 \text{ kJ}$$

$$P_H = \frac{|Q_H|}{\Delta t} = \frac{810 \times 10^3}{15 \times 60} = 900 \text{ W}$$

: توان دادن گرما به چشمه ی گرم

۳۶۲- (۱) یخچال با چه توانی از چشمه ی سرد گرما می گیرد؟

(۱)

$$|Q_H| = 61500 \text{ J}, W = 13500 \text{ J}$$

$$|Q_H| = Q_C + W \Rightarrow 61500 = Q_C + 13500 \Rightarrow Q_C = 48000 \text{ J}$$

$$P_C = \frac{Q_C}{\Delta t} = \frac{48000}{60} = 800 \text{ W}$$

: توان گرفتن گرما از چشمه ی سرد

۳۶۳- (۲) ضریب عملکرد یخچال را به دست آورید.

(۲)

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{48000}{13500} = \frac{480}{135} = \frac{160}{45} = \frac{32}{9}$$

۳۶۴- (۱) ضریب عملکرد یخچال را به دست آورید.

(۱)

$$|Q_H| = 10/8 \text{ MJ}, Q_C = 9 \text{ MJ}$$

$$|Q_H| = Q_C + W \Rightarrow 10/8 = 9 + W \Rightarrow W = 1/8 \text{ MJ}$$

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{9}{1/8} = 5$$

۳۶۵- (۲) توان یخچال را به دست آورید.

(۲)

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{1/8 \times 10^6}{3600} = 500 \text{ W}$$

: توان مصرفی

توان مصرفی یک یخچال ۴۰ وات است و ضریب عملکرد آن ۳/۵ است. فرض کنید یک کیلوگرم آب با دمای ۴۰ درجه ی سلسیوس در یخچال قرار داده می شود. ($c_w = 4200 \frac{J}{kgK}$)

۳۶۶- (۱) چند دقیقه بعد دمای آب به صفر درجه ی سلسیوس می رسد؟

(۱)

$$Q_w = mc_w \Delta\theta = 1 \times 4200 \times (0 - 40) = -168000 J$$

آب باید ۱۶۸۰۰۰ ژول گرما از دست بدهد. یعنی یخچال باید ۱۶۸۰۰۰ ژول گرما از چشمه ی سرد بگیرد.

$$\Rightarrow Q_C = +168000 J$$

$$K = \frac{Q_C}{W} \Rightarrow 3/5 = \frac{168000}{W} \Rightarrow W = \frac{168000}{3/5} = 48000 J$$

$$W = P\Delta t \Rightarrow 48000 = 40 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 1200 s = 20 min$$

۳۶۷- (۲) در این مدت چه مقدار گرما توسط یخچال به محیط اطراف داده می شود؟

(۲)

$$|Q_H| = Q_C + W = 168000 + 48000 = 216000 J$$

۳۶۸- یک یخ ساز با توان مصرفی ۲۰۰ وات در مدت ۱ ساعت ۹ دقیقه مقدار ۵ کیلوگرم آب با دمای ۲۵ درجه ی سلسیوس را به یخ با دمای ۱۰- درجه ی سلسیوس تبدیل می کند. ضریب عملکرد یخچال را به دست آورید.

$$c_w = 4200 \frac{J}{kgK}, \quad L_F = 334000 \frac{J}{kg}, \quad c_i = 2100 \frac{J}{kgK}$$

گرمایی که آب باید از دست بدهد تا به یخ با دمای مورد نظر تبدیل شود را محاسبه می کنیم.

$$Q_1 = mc_w \Delta\theta = 5 \times 4200 (0 - 25) = -525000 J$$

$$Q_2 = -mL_F = -5 \times 334000 = -1670000 J$$

$$Q_3 = mc_i \Delta\theta = 5 \times 2100 (-10 - 0) = -105000 J$$

$$\Rightarrow Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = -2300000 J$$

گرمایی که باید یخچال از داخل خود بگیرد $Q_C = +2300000 J$ است.

انرژی مصرفی یخچال در مدت زمان ذکر شده را به دست می آوریم.

$$\Delta t = 1 : 09' = 60 + 9 = 69 min = 4140 s$$

$$P = 200 W$$

$$W = P\Delta t = 200 \times 4140 = 828000 J$$

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{2300000}{828000} = \frac{2300}{828} = \frac{25}{9}$$

۳۶۹- یک یخساز (فریزر) دارای ضریب عملکرد $4/6$ و توان مصرفی 90 وات است. 270 گرم آب با دمای 20°C داخل یخساز قرار داده می‌شود. پس از 5 دقیقه چه وضعیتی وجود خواهد داشت؟

$$c_w = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}, \quad L_F = 33400 \frac{\text{J}}{\text{kg}}, \quad c_i = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$$

$$\begin{cases} \Delta t = 5 \text{ min} = 300 \text{ s} \\ P = 90 \text{ W} \end{cases} \Rightarrow W = P\Delta t = 27000 \text{ J}$$

$$K = \frac{Q_C}{W} \Rightarrow 4/6 = \frac{Q_C}{27000} \Rightarrow Q_C = 124200 \text{ J}$$

در این مدت 124200 ژول گرما از آب گرفته می‌شود.

گرمایی که لازم است تا آب به دمای صفر درجه‌ی سلسیوس برسد را حساب می‌کنیم.

$$Q_1 = mc_w \Delta\theta = \frac{270}{1000} \times 4200 \times (0 - 20) = -22680 \text{ J}$$

این گرما کمتر از گرمایی است که یخچال از آب می‌گیرد. بنابراین آب به دمای صفر درجه‌ی سلسیوس می‌رسد و مقدار $124200 - 22680 = 101520 \text{ J}$ گرما از 270 گرم آب با دمای صفر درجه‌ی سلسیوس گرفته می‌شود.

گرمایی که آب را منجمد می‌کند محاسبه می‌کنیم.

$$Q_2 = -mL_F = -\frac{270}{1000} \times 334000 = -90180 \text{ J}$$

این گرما نیز کمتر از گرمایی است که یخچال از آب صفر درجه‌ی سلسیوس می‌گیرد. بنابراین آب یخ می‌زند و مقدار $101520 - 90180 = 11340 \text{ J}$ گرما از 270 گرم یخ با دمای صفر درجه‌ی سلسیوس گرفته می‌شود.

حساب می‌کنیم این مقدار گرما دمای یخ را چه قدر کاهش می‌دهد.

$$Q_3 = mc_i \Delta\theta \Rightarrow -11340 = \frac{270}{1000} \times 2100 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = -\frac{11340}{567} \Rightarrow \Delta\theta = -20^{\circ}\text{C}$$

دمای یخ 20 درجه‌ی سلسیوس کاهش می‌یابد. بنابراین در این مدت آب به یخ با دمای 20 - درجه‌ی سلسیوس تبدیل می‌شود.

۳۷۰- در یک اتاق یک یخچال با توان مصرفی 100 وات و ضریب عملکرد 5 قرار دارد. یک آدم ناشی در یخچال را باز می‌گذارد تا اتاق خنک شود در هر دقیقه چند کیلو ژول گرما به اتاق اضافه می‌شود؟

یخچال گرمای Q_C را از اتاق می‌گیرد و گرمای $|Q_H|$ را به اتاق می‌دهد. می‌دانیم گرمایی که یخچال به چشمه‌ی گرم می‌دهد بیش‌تر از گرمایی است که یخچال از چشمه‌ی سرد می‌گیرد. یعنی $|Q_H|$ بیش‌تر از Q_C است. بنابراین یخچال در مجموع به اتاق گرما می‌دهد.

$$Q = |Q_H| - Q_C = W$$

با توجه به رابطه‌ی بالا گرمایی که یخچال به اتاق می‌دهد برابر کاری است که دریافت می‌کند. یعنی هر چه قدر یخچال انرژی الکتریکی مصرف کند، در مجموع به همان اندازه گرما به اتاق اضافه می‌شود.

$$W = P\Delta t = 100 \times 60 = 6000 \text{ J} = 6 \text{ kJ}$$

یخچال باعث می‌شود در هر دقیقه 6 کیلوژول به انرژی درونی اتاق اضافه شود.

۳۷۱- یک یخچال با در بسته در یک اتاق کار می کند. یخچال در مدت زمان مشخص Δt گرمای Q_1 را به اتاق می دهد. اگر در یخچال باز باشد در همان مدت زمان Δt گرمای Q_2 را به اتاق می دهد. ضریب عملکرد یخچال را به دست آورید. وقتی در یخچال بسته است:

$$Q_1 = |Q_H|$$

وقتی در یخچال باز است یخچال گرمای Q_C را از اتاق می گیرد و گرمای $|Q_H|$ را به اتاق می دهد. یعنی یخچال در مجموع گرمای $|Q_H| - Q_C$ را به اتاق می دهد و داریم:

$$Q_2 = |Q_H| - Q_C = W$$

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{|Q_H| - W}{W} = \frac{|Q_H|}{W} - 1 = \frac{Q_1}{Q_2} - 1$$

۳۷۲- می دانیم یخچال به محیط اطراف خود گرما می دهد. اگر ضریب عملکرد یخچال K باشد و در یخچال باز گذاشته شود، مجموع گرمایی که یخچال در یک مدت زمان مشخص به محیط اطراف می دهد چند برابر می شود؟ در شرایط عادی یخچال گرمای $|Q_H|$ را به محیط اطراف می دهد.

$$Q_1 = |Q_H|$$

هنگامی که در یخچال باز است، یخچال گرمای Q_C را از محیط اطراف می گیرد و گرمای $|Q_H|$ را به محیط اطراف می دهد و کل گرمایی که به محیط اطراف می دهد برابر است با:

$$Q_2 = |Q_H| - Q_C = W$$

$$\Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{W}{|Q_H|} = \frac{W}{Q_C + W} = \frac{W}{KW + W} = \frac{1}{K + 1}$$

مقدار این گرما $\frac{1}{K + 1}$ برابر می شود.

۳۷۳- فرض کنید دستگاهی می تواند هم به صورت ماشین گرمایی و هم به صورت یخچال مورد استفاده قرار گیرد. اگر در هنگام استفاده به صورت ماشین گرمایی بازده آن η باشد و در هنگام استفاده به صورت یخچال ضریب عملکرد آن K باشد رابطه ی بین K و η را به دست آورید. این دستگاه در دو حالت یک چرخه را در دو جهت مختلف طی می کند.

$$\begin{cases} \eta = \frac{|W|}{|Q_H|} \Rightarrow |W| = \eta |Q_H| \Rightarrow |Q_H| = \frac{|W|}{\eta} \\ k = \frac{|Q_C|}{|W|} \Rightarrow |Q_C| = K |W| \Rightarrow |Q_C| = K |W| \end{cases}$$

$$|Q_H| = |Q_C| + |W| \Rightarrow \frac{|W|}{\eta} = K |W| + |W|$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\eta} = K + 1 \Rightarrow \eta = \frac{1}{K + 1} \quad \text{یا} \quad K = \frac{1 - \eta}{\eta}$$