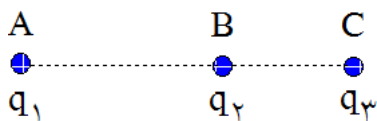


۱- سه ذره با بارهای الکتریکی $q_1 = +2/5 \mu C$ ، $q_2 = -1 \mu C$ و $q_3 = +4 \mu C$ در نقطه‌های A و B و C در شکل زیر ثابت شده‌اند. نیروی وارد بر q_1 را به دست آورید. $AC = 6 \text{ cm}$ و $BC = 2 \text{ cm}$.



بار q_1 توسط بار q_2 جذب و توسط بار q_3 دفع می‌شود.

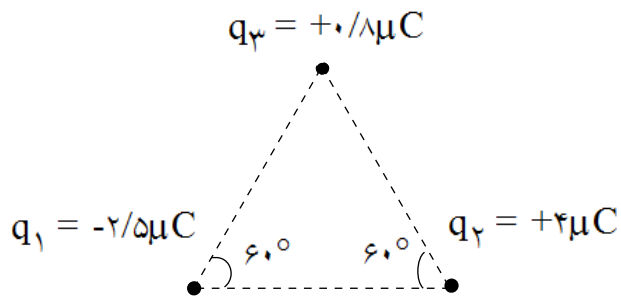
$$F_{21} = K \frac{q_2 q_1}{AB^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-6} \times 2/5 \times 10^{-6}}{(4 \times 10^{-2})^2} = \frac{225}{16} \text{ N}$$

$$F_{31} = K \frac{q_3 q_1}{AC^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6} \times 2/5 \times 10^{-6}}{(6 \times 10^{-2})^2} = 25 \text{ N}$$

$$F_{31} > F_{21} \Rightarrow F_T = F_{31} - F_{21} = 25 - \frac{225}{16} = \frac{175}{16} \text{ N}$$

جهت برآیند نیروهای وارد بر q_1 همجهت با نیرویی است که q_3 به آن وارد می‌کند و در شکل به سمت چپ است.

۲- سه ذره‌ی باردار، مطابق شکل زیر در سه رأس مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع 6 cm ثابت شده‌اند. نیروهای وارد بر بارهای الکتریکی q_1 و q_2 را محاسبه کنید.



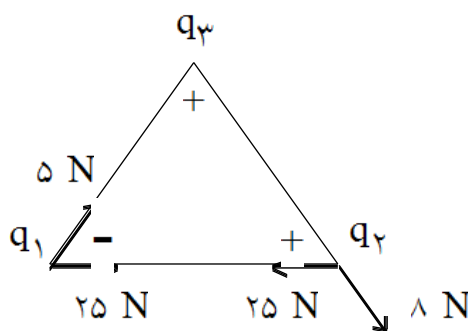
نیروی متقابل هر دو بار را به دست آورید.

$$F_{32} = 9 \times 10^9 \times \frac{0.8 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(6 \times 10^{-2})^2} = 8 \text{ N}$$

$$F_{21} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6} \times 2/5 \times 10^{-6}}{(6 \times 10^{-2})^2} = 25 \text{ N}$$

$$F_{13} = 9 \times 10^9 \times \frac{2/5 \times 10^{-6} \times 0.8 \times 10^{-6}}{(6 \times 10^{-2})^2} = 5 \text{ N}$$

به بارهای q_1 و q_2 مطابق شکل نیرو وارد می‌شود و داریم :



$$F_{T1} = \sqrt{25^2 + 5^2 + 2 \times 25 \times 5 \times \cos 60^\circ}$$

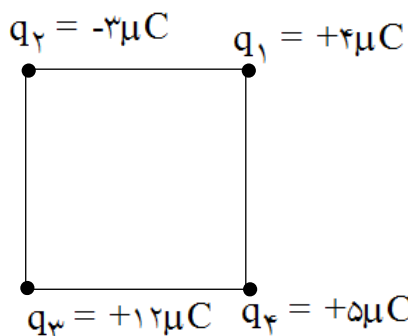
$$\Rightarrow F_{T1} = \sqrt{625 + 25 + 125} = \sqrt{775} = \sqrt{25 \times (25 + 1 + 5)}$$

$$\Rightarrow F_{T1} = 5\sqrt{31} \text{ N}$$

$$F_{T2} = \sqrt{25^2 + 8^2 + 2 \times 25 \times 8 \times \cos 120^\circ}$$

$$\Rightarrow F_{T2} = \sqrt{625 + 64 - 200} = \sqrt{489} \text{ N}$$

۳- مطابق شکل زیر، چهار بار الکتریکی در رأس‌های مربعی به ضلع 6 cm قرار دارند. نیروی الکتریکی وارد بر q_4 را محاسبه کنید.



$$F_{14} = F_{41} = 50\text{ N}$$

$$F_{24} = k \frac{q_2 q_4}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{3 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{36 \times 10^{-4}} = 18/75\text{ N}$$

$$F_{34} = k \frac{q_3 q_4}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{12 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{36 \times 10^{-4}} = 150\text{ N}$$

هر یک از نیروها را بر حسب بردار یکه می‌نویسیم، سپس آن‌ها را به روش بردار یکه با هم جمع می‌کنیم.

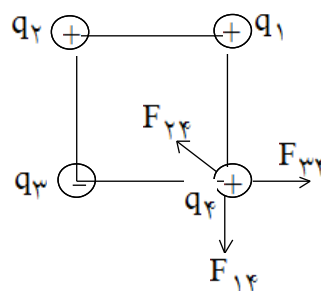
$$\vec{F}_{14} = -50\hat{j}$$

$$\vec{F}_{24} = (18/75 \cos 45)(-\hat{i} + \hat{j}) \Rightarrow \vec{F}_{24} \approx 13(-\hat{i} + \hat{j})$$

$$\vec{F}_{34} = 150\hat{i}$$

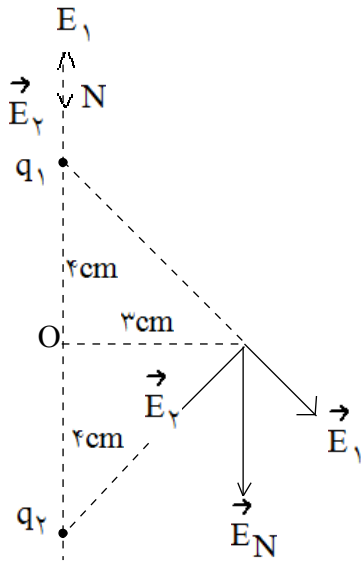
$$\vec{F}_T = \vec{F}_{14} + \vec{F}_{24} + \vec{F}_{34}$$

$$\vec{F}_T = 137\hat{i} - 37\hat{j} \Rightarrow F_T = \sqrt{(137)^2 + (37)^2} = 142\text{ N}$$



برآیند نیروهای وارد بر بار q_4 برابر 142 نیوتون است.

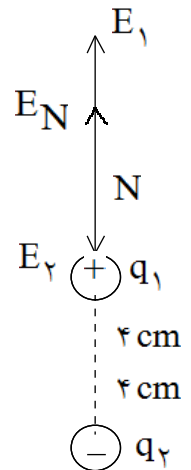
۴- دو بار الکتریکی ذره‌ای $q_1 = -q_2 = +5\mu\text{C}$ در فاصله‌ی 8 cm از یکدیگر ثابت شده‌اند. میدان الکتریکی حاصل از دوقطبی را در نقطه‌ی روی محور دوقطبی و به فاصله‌ی 5 cm از مرکز دو قطبی (نقطه‌ی O در شکل زیر) به دست آورید.



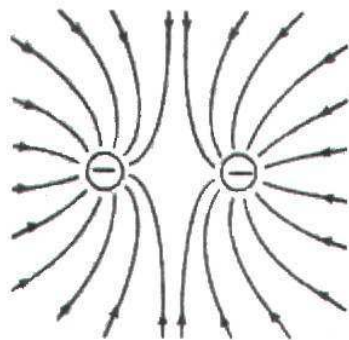
$$r_1 = 13\text{ cm}, \quad r_2 = 5 + 8 = 13\text{ cm}$$

$$\text{در نقطه N} \quad \begin{cases} E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \frac{5 \times 10^{-6}}{13^2} = 4/5 \times 10^4 \text{ N/C} \\ E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \frac{5 \times 10^{-6}}{13^2} = 0/55 \times 10^4 \text{ N/C} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{E}_N = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \\ E_N = E_1 - E_2 = 4/5 \times 10^4 - 0/55 \times 10^4 = 4/43 \times 10^4 \text{ N/C} \end{cases}$$

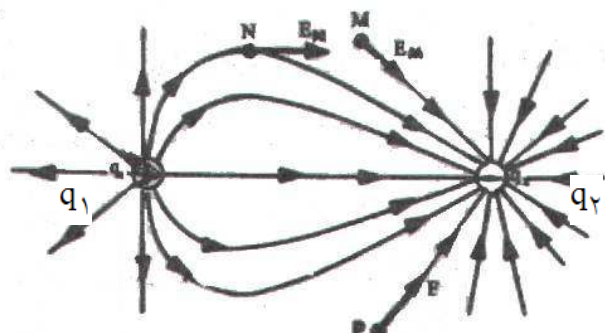


۵- میدان الکتریکی را در اطراف دو بار الکتریکی منفی و هم‌اندازه رسم کنید.



۶- با توجه به ویژگی‌های خط‌های میدان الکتریکی، خط‌های میدان را در اطراف دو بار الکتریکی نقطه‌ای مثبت q_1 و منفی q_2 با فرض $|q_2| > |q_1|$ ، رسم کنید.

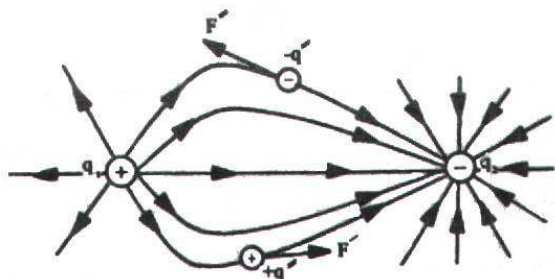
خطوط میدان الکتریکی در اطراف بار q_2 بیشتر است.



۷- بردار میدان الکتریکی را در چند نقطه روی شکل نشان دهید.

در نقاط M ، N و P بردار میدان الکتریکی نشان داده شده است.

۸- نیروی وارد بر بار الکتریکی مثبت q' و نیز بار منفی q'' را که روی یک خط میدان واقع‌اند روی شکل رسم کنید. نیروی وارد بر هر یک از بارهای q' و q'' مماس بر خط میدان الکتریکی در آن نقطه است.



۹- با توجه به تعریف میدان الکتریکی و ویژگی خط‌های میدان، برای میدان الکتریکی یکنواخت، تعریفی را بیان کنید.

میدان الکتریکی یکنواخت میدانی است که در فضای آن خط‌های میدان الکتریکی با هم موازی و هم‌جهت هستند و بزرگی میدان الکتریکی در هر نقطه مقدار ثابتی است.

۱۰- با توجه به این که در جسم جامد بارهای الکتریکی مثبت جابه‌جا نمی‌شوند، در این باره توضیح دهید: وقتی به یک جسم رسانا بار الکتریکی مثبت یا منفی داده می‌شود، این بارهای الکتریکی چگونه در جسم جابه‌جا شده و به سطح خارجی آن می‌روند؟

وقتی جسمی دارای بار الکتریکی منفی می‌شود الکترون می‌گیرد و وقتی دارای بار الکتریکی مثبت می‌شود الکترون از دست می‌دهد. در این صورت توزیع بار الکتریکی در یک جسم رسانا بر اساس جابه‌جا شدن بارهای الکتریکی منفی یعنی الکترون‌ها می‌باشد. پس وقتی جسمی رسانا دارای بار الکتریکی مثبت می‌شود، در سطح خارجی آن تعدادی الکترون کم می‌شود و سطح دارای بار الکتریکی مثبت می‌شود و هر گاه جسم دارای بار منفی می‌شود الکترون می‌گیرد، الکترون‌ها با جابه‌جا شدن در خارجی‌ترین سطح رسانا توزیع می‌شوند.

۱۱- اگر پایانه‌ی مثبت یک باتری ۱۲ ولتی را به زمین وصل کنیم، پتانسیل پایانه‌ی منفی آن چند ولت خواهد شد؟

$$\begin{cases} \Delta V = V_+ - V_- \\ V_+ = 0 \Rightarrow 12 = 0 - V_- \Rightarrow V_- = -12 \end{cases} \text{ ولت}$$

در این صورت پتانسیل پایانه‌ی منفی ۱۲- ولت می‌گردد، زیرا پتانسیل پایانه‌ی مثبت صفر است.

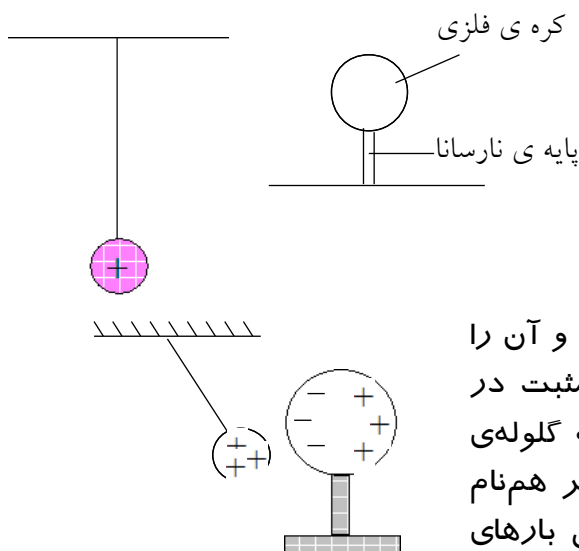
۱۲- اختلاف پتانسیل الکتریکی پایانه‌های باتری یک خودرو برابر ۱۲V است. اگر بار الکتریکی جابه‌جا شده منفی باشد، انرژی پتانسیل الکتریکی آن چه اندازه و چگونه تغییر می‌کند؟ ($q = -1/5 \text{ C}$)

$$\begin{cases} \Delta V = \frac{\Delta U}{q} \\ \Delta U = q \cdot \Delta V = q \cdot (V_+ - V_-) \end{cases}$$

$$\Delta U = (-1/5) \times (+12) = -1.8 \text{ J}$$

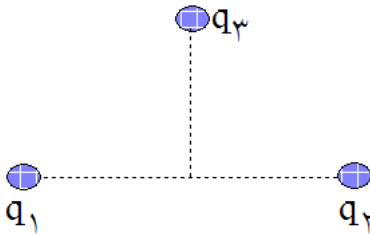
بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی بار منفی به اندازه‌ی ۱.۸J کاهش یافته است.

۱۳- یک کره‌ی فلزی بدون بار الکتریکی را که روی پایه‌ی نارسانایی قرار دارد، به آونگ الکتریکی بارداری نزدیک می‌کنیم. با ذکر دلیل توضیح دهید که چه اتفاقی می‌افتد.



میدان الکتریکی بار مثبت آونگ بر روی کره‌ی فلزی اثر گذاشته و آن را القای الکتریکی می‌نماید، به طوری که مطابق شکل بارهای مثبت در دورترین نقطه و بارهای منفی در نزدیک‌ترین نقطه نسبت به گلوله‌ی آونگ قرار می‌گیرند. در این صورت چون فاصله‌ی بارهای غیر هم‌نام نزدیک‌تر از فاصله‌ی بارهای هم‌نام می‌باشد، بر هم کنش بین بارهای الکتریکی طوری خواهد بود که اثر ربایشی قوی‌تر از اثر رانشی می‌شود و آونگ به طرف کره‌ی فلزی کشیده می‌شود و از راستای قائم منحرف می‌گردد.

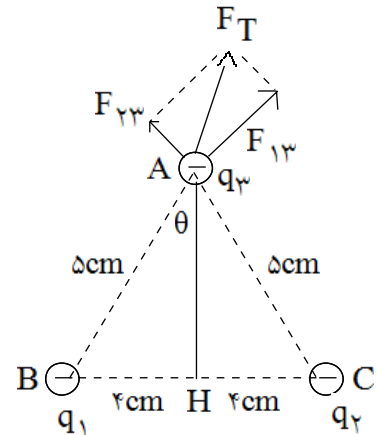
۱۴- بارهای الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = -4\mu C$ و $q_2 = -3\mu C$ مطابق شکل در فاصله‌ی 8cm از یکدیگر ثابت شده‌اند. بار نقطه‌ای $q_3 = -5\mu C$ در نقطه‌ای که فاصله‌ی آن از هریک از دو بار الکتریکی قبلی برابر 5cm است، قرار می‌دهیم. نیروی الکتریکی وارد بر بار q_3 را محاسبه کنید.



$$F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{4 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{(5 \times 10^{-2})^2} = 72\text{N}$$

$$F_{23} = k \frac{q_2 q_3}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{3 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{(5 \times 10^{-2})^2} = 54\text{N}$$

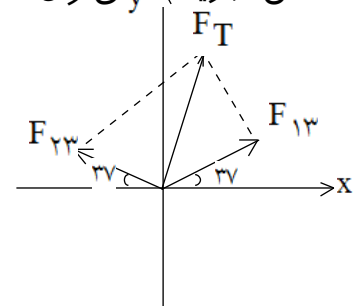
$$\vec{F}_T = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$$



با توجه به شکل بار q_3 بر روی عمود منصف مثلث ABC قرار دارد و برای محاسبه زاویه θ چنین عمل می‌کنیم.

$$\sin \theta = \frac{BH}{AB} = \frac{4}{5} = 0.8 \Rightarrow \theta = 53^\circ$$

با داشتن زاویه θ می‌توان دو بردار را در صفحه مختصات نشان داد و آن‌ها را بر حسب بردار یک نوشت:



$$\begin{cases} \vec{F}_{13} = (72 \cos 37^\circ) \vec{i} + (72 \sin 37^\circ) \vec{j} \\ \vec{F}_{23} = -(54 \cos 37^\circ) \vec{i} + (54 \sin 37^\circ) \vec{j} \end{cases}$$

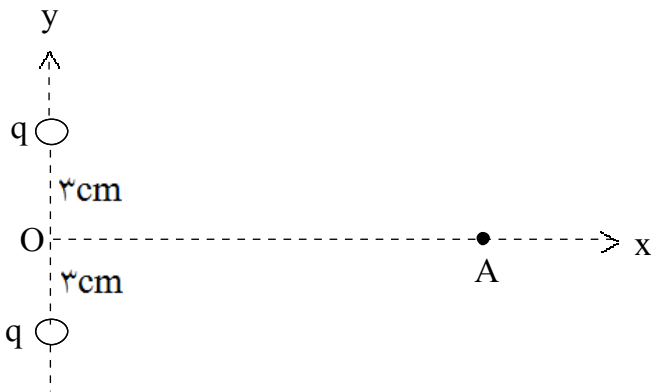
$$\begin{cases} \vec{F}_{13} = 57.6 \vec{i} + 43.2 \vec{j} \\ \vec{F}_{23} = -43.2 \vec{i} + 32.4 \vec{j} \end{cases}$$

$$\vec{F}_T = 14.4 \vec{i} + 75.6 \vec{j} \Rightarrow F_T = \sqrt{(14.4)^2 + (75.6)^2} \approx 77\text{N}$$

۱۵- توضیح دهید که چرا خطهای میدان الکتریکی یکنواخت، به‌صورت خطهای راست و موازی با فاصله‌های مساوی با یکدیگر می‌روند.

در میدان الکتریکی یکنواخت در تمام فضا جهت و شدت میدان الکتریکی ثابت است و هرگاه بار آزمون مثبت را در هر نقطه از فضای میدان قرار دهیم، بزرگی نیروی وارد بر آن مقداری ثابت و جهت نیروی وارد بر آن یکسان خواهد بود. به همین دلیل خطهای میدان الکتریکی با یکدیگر موازی و به صورت خط راست هستند.

۱۶- دو بار الکتریکی نقطه‌ای هم‌نام $q = +5\mu\text{C}$ مطابق شکل زیر به فاصله‌ی 6cm از یکدیگر قرار دارند. جهت و اندازه‌ی میدان الکتریکی را در نقطه‌ی A واقع بر عمود منصف خط واصل دوبار، در فاصله‌ی 4cm از نقطه‌ی O (وسط خط واصل دو بار) مشخص کنید.



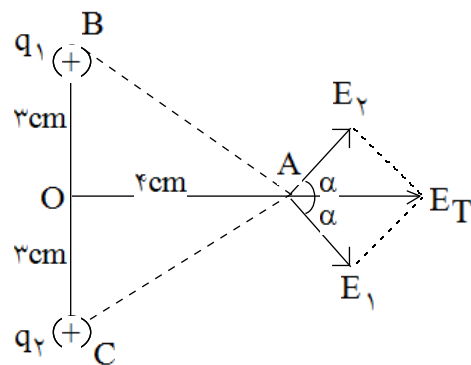
ابتدا فاصله هر بار را تا نقطه A محاسبه می‌کنیم:

$$AB^2 = OB^2 + AO^2 = 9 + 16 = 25$$

$$\Rightarrow AB = 5\text{cm}$$

$$E_1 = k \frac{q_1}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{5 \times 10^{-6}}{25 \times 10^{-4}} = 1.8 \times 10^7 \text{ (N/C)}$$

$$E_1 = E_2 = 1.8 \times 10^7 \text{ (N/C)}$$



با به دست آوردن زاویه α می‌توان هر بردار را بر حسب بردار یکه نوشت:

$$\sin \alpha = \frac{OB}{AB} = \frac{3}{5} = 0.6 \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$

$$\cos \alpha = \frac{AO}{AB} = \frac{4}{5} = 0.8$$

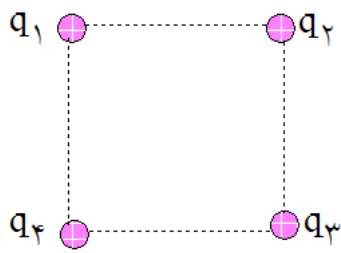
$$\vec{E}_1 = 1.8 \times 10^7 (0.8 \vec{i} - 0.6 \vec{j})$$

$$\vec{E}_2 = 1.8 \times 10^7 (0.8 \vec{i} - 0.6 \vec{j})$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow E_T = 2.88 \times 10^7 \vec{i} \Rightarrow E = 2.88 \times 10^7 \text{ N/C}$$

بزرگی میدان الکتریکی در نقطه A برابر $2.88 \times 10^7 \text{ (N/C)}$ می‌باشد.

۱۷- سه ذره باردار q_1 ، q_2 و q_3 مطابق شکل زیر در سه رأس مربعی ثابت شده‌اند. اگر $q_1 = q_3 = -5\mu C$ باشد، نوع و اندازه‌ی بار q_2 را طوری تعیین کنید که بار q_4 در حال تعادل باشد.

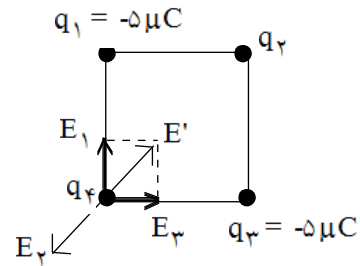


شرط این که بار الکتریکی q_4 در تعادل قرار گیرد این است که برآیند میدان الکتریکی بارهای دیگر در محل بار q_4 صفر باشد، در این صورت با توجه به اطلاعات مساله و شکل زیر می‌توان نوشت:

$$q_1 = q_3 = -5\mu C$$

$$E_1 = E_3 = \frac{kq_1}{r^2}$$

$$E' = \sqrt{E_1^2 + E_3^2} = \sqrt{2} E_1 = \frac{\sqrt{2} \times k \times q_1}{r^2}$$



برای این که میدان الکتریکی در محل بار الکتریکی q_4 صفر گردد لازم است: $(E_3 = E')$

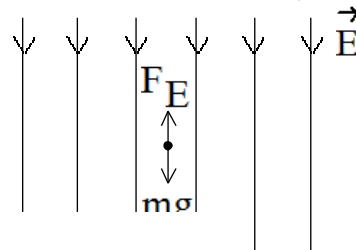
$$E_3 = E' \text{ شرط تعادل}$$

$$\frac{kq_2}{r^2} = \frac{\sqrt{2} kq_1}{r^2} \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \sqrt{2} \Rightarrow q_2 = \sqrt{2} \times 5 = 7.07 \mu C$$

۱۸- در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $5 \times 10^4 \frac{N}{C}$ که جهت آن قائم و رو به پایین است، ذره‌ی باردار به جرم $2g$ معلق و به حال سکون قرار دارد. اگر $g = 10 \frac{N}{kg}$ باشد، اندازه و نوع بار الکتریکی ذره را مشخص کنید.

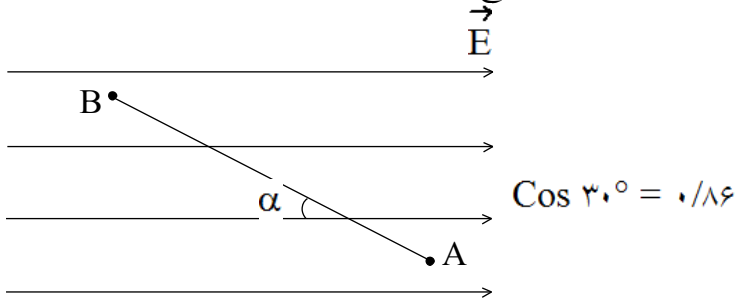
شرط تعادل ذره در میدان الکتریکی این است که برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد، در این صورت نیروی الکتریکی وارد بر ذره رو به بالا است و وزن ذره را خنثی می‌کند. میدان الکتریکی رو به پایین و نیروی الکتریکی رو به بالا است، پس به ذره در خلاف جهت میدان نیرو وارد شده است و می‌توان نتیجه گرفت ذره دارای بار الکتریکی منفی است.

$$\begin{cases} \Sigma F_y = 0 \\ F_E - mg = 0 \\ F_E = Eq \Rightarrow Eq - mg = 0 \Rightarrow q = \frac{mg}{E} \end{cases}$$



$$\begin{cases} q = \frac{mg}{E} \\ E = 5 \times 10^4 \text{ N/C} \Rightarrow q = \frac{2 \times 10^{-3} \times 10}{5 \times 10^4} \Rightarrow q = 4 \times 10^{-8} \text{ C} = 0.4 \mu C \end{cases}$$

بار $q = +5\mu\text{C}$ را با سرعت ثابت در میدان الکتریکی یکنواخت $8 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ مطابق شکل زیر از نقطه‌ی A تا B جابه‌جا می‌کنیم. اگر $AB = 2\text{m}$ و $\alpha = 30^\circ$ درجه باشد، به سوال بعدی پاسخ دهید:

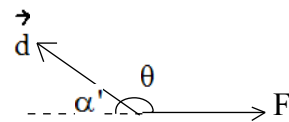


۱۹- نیروی الکتریکی وارد بر بار q را محاسبه کنید.

$$\begin{cases} F = Eq \\ E = 8 \times 10^5 \text{ N/C} \text{ و } q = 5 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow F = 8 \times 10^5 \times 10^{-6} \times 5 = 4 \text{ N} \end{cases}$$

۲۰- کاری که برای این جابه‌جایی باید انجام دهیم، چه قدر است؟

$$\begin{cases} W = Fd \cos \theta \\ \cos \theta = -\cos \alpha \Rightarrow W = -Fd \cos \alpha \\ d = AB = 2\text{m} \Rightarrow W = -4 \times 2 \times 0.86 = -6.88 \text{ J} \end{cases}$$



۲۱- تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q را حساب کنید.

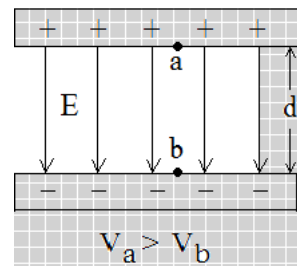
$$\begin{cases} \Delta U = +W \\ W = -6.88 \text{ J} \Rightarrow \Delta U = (-6.88) = -6.88 \text{ J} \end{cases}$$

انرژی پتانسیل الکتریکی بار q به اندازه‌ی 6.88 ژول کاهش می‌یابد.

۲۲- دو صفحه‌ی رسانا با فاصله‌ی 2cm را موازی یک‌دیگر قرار می‌دهیم و آن‌ها را به اختلاف پتانسیل 100V وصل می‌کنیم. در نتیجه، یکی از صفحه‌ها به‌طور منفی و دیگری به‌طور مثبت باردار می‌شوند و میان دو صفحه میدان الکتریکی یکنواختی بوجود می‌آید. اندازه‌ی این میدان الکتریکی را حساب کنید و توضیح دهید که کدام‌یک از دو صفحه پتانسیل الکتریکی بیش‌تری دارند.

پتانسیل الکتریکی صفحه مثبت بیشتر از صفحه منفی است، زیرا جهت میدان الکتریکی از صفحه مثبت به صفحه منفی است.

$$\begin{cases} V = \frac{\Delta U}{q} \\ \Delta U = F \cdot d \Rightarrow V = \frac{F \cdot d}{q} \\ F = Eq \Rightarrow V = \frac{Eq \cdot d}{q} \Rightarrow E = \frac{V}{d} \end{cases}$$



$$\begin{cases} E = \frac{V}{d} \\ d = 2 \times 10^{-2} \text{ m} \\ V = 100 \text{ V} \Rightarrow E = \frac{100}{2 \times 10^{-2}} = 5 \times 10^3 \text{ N/C} \end{cases}$$

۲۳- در یک میدان الکتریکی، بار $q = +2\mu C$ از نقطه‌ی A تا B جابه‌جا می‌شود. اگر انرژی پتانسیل آن در نقطه‌ی های A و B به ترتیب $J \times 10^{-5} - 4$ و $J \times 10^{-5} 5$ باشد، اختلاف پتانسیل الکتریکی میان دو نقطه $(V_B - V_A)$ را محاسبه کنید.

$$\begin{cases} \Delta U = U_2 - U_1 \\ \Delta U = 5 \times 10^{-5} - (-4 \times 10^{-5}) = 9 \times 10^{-5} J \\ \begin{cases} \Delta V = \frac{\Delta U}{q} \\ q = 2 \times 10^{-6} C \Rightarrow \Delta V = \frac{9 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-6}} = 45 \text{ ولت} \end{cases} \end{cases}$$

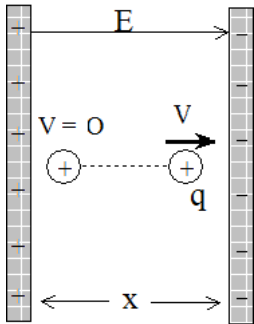
بار الکتریکی $q = -4\mu C$ از نقطه‌ای با پتانسیل الکتریکی $V_1 = -40V$ تا نقطه‌ای با پتانسیل $V_2 = -10V$ آزادانه جابه‌جا می‌شود. به ۲ سوال بعدی پاسخ دهید:
۲۴- انرژی پتانسیل الکتریکی بار q چه اندازه و چگونه تغییر می‌کند؟

$$\begin{cases} \Delta V = V_2 - V_1 \\ \Delta V = -10 - (-40) = 30 \text{ ولت} \\ \begin{cases} \Delta V = \frac{\Delta U}{q} \\ q = -4 \times 10^{-6} C \Rightarrow \Delta U = (-4 \times 10^{-6}) \times (30) = -1/2 \times 10^{-4} J \end{cases} \end{cases}$$

انرژی پتانسیل بار q به اندازه $1/2 \times 10^{-4}$ ژول کاهش می‌یابد.

۲۵- توضیح دهید که تغییر انرژی پتانسیل بار q (باتوجه به قانون پایستگی انرژی) به چه انرژی‌ای تبدیل می‌شود؟
با توجه به این که بار q آزادانه در میدان الکتریکی حرکت می‌کند، پس تنها نیروی الکتریکی بر آن اثر می‌کند، در این صورت کاهش انرژی پتانسیل بار q به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود (سیستم پایستار است).

۲۶- دو صفحه‌ی رسانا به فاصله‌ی یک سانتی‌متر از هم و موازی یک‌دیگر واقع‌اند. اختلاف پتانسیل میان دو صفحه برابر 1000 V است. یک ذره به بار $+1/6 \times 10^{-19}\text{ C}$ و جرم $1/6 \times 10^{-28}\text{ kg}$ (یک پروتون) از مجاور صفحه‌ی مثبت و از حال سکون به طرف صفحه‌ی منفی شتاب می‌گیرد. انرژی پتانسیل الکتریکی این ذره وقتی به صفحه‌ی روبرو می‌رسد، افزایش می‌یابد یا کاهش؟ اندازه‌ی تغییرات این انرژی را حساب کنید. سرعت ذره در لحظه‌ی رسیدن به این صفحه چه قدر است؟



الف) وقتی بار مثبت در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد. در این آزمایش وقتی بار $+q$ از صفحه‌ی مثبت به صفحه‌ی منفی می‌رود چون در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا می‌شود، انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد.

$$\text{ب) } \begin{cases} \Delta U = q \cdot (\Delta V) \\ \Delta V = V_2 - V_1 = -1000\text{ V} \\ q = 1/6 \times 10^{-19}\text{ C} \Rightarrow \Delta U = 1/6 \times 10^{-19} \times (-1000) = -1/6 \times 10^{-16}\text{ J} \end{cases}$$

انرژی پتانسیل الکتریکی ذره پروتون به اندازه $1/6 \times 10^{-16}\text{ J}$ ژول کاهش می‌یابد.

پ) با توجه به این که سیستم پایستار است و تنها نیروی الکتریکی در جهت میدان به ذره پروتون وارد می‌شود، هم از راه دینامیک و هم از راه انرژی می‌توان سرعت برخورد ذره را با صفحه مقابل به دست آورد.

$$\begin{cases} \Delta U = -\Delta K = -\left(\frac{1}{2} m v^2\right) \\ m_p = 1/6 \times 10^{-28}\text{ kg} \\ \Delta U = -1/6 \times 10^{-16} \Rightarrow -1/6 \times 10^{-16} = -\left(\frac{1}{2} \times 1/6 \times 10^{-28} \times v^2\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2} \times 10^6\text{ m/s}$$

۲۷- اختلاف پتانسیل بین دو صفحه‌ی یک خازن را از ۲۸ ولت به ۴۰ ولت افزایش می‌دهیم. اگر با این کار ۱۵ میکروکولن بر بار ذخیره شده در خازن افزوده شود، ظرفیت خازن را حساب کنید.

با توجه به رابطه $C = \frac{q}{V}$ می‌توان چنین نوشت:

$$\frac{C}{C'} = \frac{q}{q'} \times \frac{V'}{V}$$

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{15 \times 10^{-6}}{12} = 1/25 \times 10^{-6}\text{ C/V}$$

۲۸- دو صفحه‌ی مربعی شکل به ضلع ۱۶cm در فاصله‌ی ۲mm از یکدیگر قرار دارند. فضای بین دو صفحه از پارافین با ضریب دی‌الکتریکی $۲/۵$ پر شده است. ظرفیت خازن حاصل چه اندازه است؟

$$\begin{cases} A = ۱۶ \times ۱۶ \times ۱۰^{-۴} = ۲/۵۶ \times ۱۰^{-۲} \text{m}^2 \\ d = ۲ \times ۱۰^{-۳} \text{m} \\ k = ۲/۵ \\ \epsilon_r \approx ۹ \times ۱۰^{-۱۲} \text{C}^2/\text{Nm}^2 \Rightarrow C = k\epsilon_r \frac{A}{d} = ۲/۵ \times ۹ \times ۱۰^{-۱۲} \times \frac{۲/۵۶ \times ۱۰^{-۲}}{۲ \times ۱۰^{-۳}} \end{cases}$$

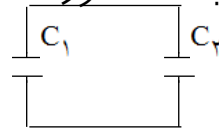
$$C = ۲/۸۸ \times ۱۰^{-۱۰} \text{ کولن} = ۲۸۸\text{pC}$$

خازنی به ظرفیت $C_1 = ۵\mu\text{C}$ با اختلاف پتانسیل ۱۲۰۰V و خازنی به ظرفیت $C_2 = ۱۰\mu\text{F}$ با اختلاف پتانسیل ۷۵۰ ولت پر شده‌اند. اگر این خازن‌های پر را از مدار اصلی آن‌ها جدا و صفحه‌های هم‌نام آن‌ها را به هم وصل کنیم، به ۲ سوال بعدی پاسخ دهید:

۲۹- اختلاف پتانسیل بین دو صفحه و بار ذخیره شده در هر خازن چه اندازه می‌شود؟

هر گاه دو خازن C_1 و C_2 را پس از شارژ به یکدیگر مطابق شکل اتصال دهیم، بار ذخیره شده در خازن‌ها بین آن‌ها تقسیم می‌شود و اختلاف پتانسیل دو سر خازن‌ها با هم برابر می‌شود و از رابطه زیر می‌توان مقدار آن را به دست آورد:

$$\begin{cases} V' = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2} \\ V' = \frac{۵ \times ۱۲۰۰ + ۱۰ \times ۷۵۰}{۵ + ۱۰} = ۹۰۰ \text{ ولت} \end{cases}$$



با داشتن پتانسیل می‌توان بار ذخیره شده در هر خازن را در شرایط جدید به دست آورد.

$$\begin{cases} q'_1 = C_1 V' = ۵ \times ۹۰۰ = ۴۵۰۰\mu\text{C} \\ q'_2 = C_2 V' = ۱۰ \times ۹۰۰ = ۹۰۰۰\mu\text{C} \end{cases}$$

۳۰- مجموع انرژی ذخیره شده در دو خازن را قبل و بعد از اتصال به یکدیگر محاسبه و با هم مقایسه کنید.

انرژی ذخیره شده در خازن‌ها قبل از اتصال به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} W_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 = \frac{1}{2} \times ۵ \times ۱۰^{-۶} \times (۱۲۰۰)^2 = ۳/۶\text{J} \\ W_2 = \frac{1}{2} C_2 V_2^2 = \frac{1}{2} \times ۱۰ \times ۱۰^{-۶} \times (۷۵۰)^2 = ۲/۸\text{J} \end{cases}$$

$$W_T = W_1 + W_2 = ۳/۶ + ۲/۸ = ۶/۴\text{J}$$

انرژی ذخیره شده در مجموع خازن‌ها پس از اتصال به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{cases} W_T = \frac{1}{2} C_T V'^2 \\ C_T = ۱۵\mu\text{F} \Rightarrow W_T = \frac{1}{2} \times ۱۵ \times ۱۰^{-۶} \times (۹۰۰)^2 \approx ۶\text{J} \end{cases}$$

وقتی خازن‌ها را به هم اتصال می‌دهیم در اثر جابجا شدن بارهای الکتریکی قسمتی از انرژی خازن‌ها صرف این انتقال می‌گردد و در این صورت انرژی مجموع خازن‌ها پس از اتصال کمتر می‌شود.

۳۱- ظرفیت خازنی ۱۲ میکروفاراد و بارالکتریکی آن q است. 8 J انرژی باید مصرف کنیم تا $+3 \text{ mC}$ بار الکتریکی را از صفحه‌ی منفی جدا کرده و به صفحه‌ی مثبت منتقل کنیم. q را محاسبه کنید.

قبل از انتقال بار مقدار خازن برابر است با: $U_1 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$

حال اگر مقدار $q' = q + 3 \times 10^{-3} \text{ } \mu\text{F}$ بار الکتریکی را بین دو صفحه جابجا کنیم، انرژی خازن در شرایط جدید از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$U_2 = \frac{1}{2} \frac{(q + 3 \times 10^{-3})^2}{C}$$

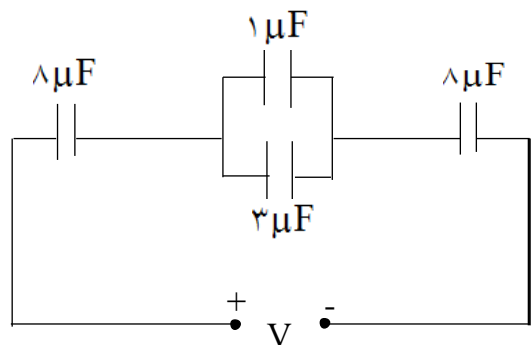
با توجه به این که برای انتقال این بار 8 J انرژی صرف شده است، پس:

$$\begin{cases} \Delta U = U_2 - U_1 = 8 \text{ J} \\ C = 12 \times 10^{-6} \text{ F} \Rightarrow 8 = \frac{(q + 3 \times 10^{-3})^2}{2 \times 12 \times 10^{-6}} - \frac{q^2}{2 \times 12 \times 10^{-6}} \end{cases}$$

$$q \times 6 \times 10^{-3} = 183 \times 10^{-6} \Rightarrow q = 30.5 \times 10^{-3} \text{ C} = 30.5 \text{ mC}$$

بار الکتریکی خازن قبل از انتقال بار برابر 30.5 میلی کولن است.

در مدار شکل زیر اختلاف پتانسیل دو سر مدار برابر 10 V است. به ۲ سوال بعدی پاسخ دهید:



۳۲- ظرفیت معادل مدار چه قدر است؟

$$\begin{cases} C' = C_2 + C_3 \Rightarrow C' = 1 + 3 = 4 \mu\text{F} \\ \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C'} + \frac{1}{C_4} \\ \frac{1}{C} = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{1+2+1}{8} \Rightarrow C = 2 \mu\text{F} \end{cases}$$

۳۳- بار الکتریکی و اختلاف پتانسیل دو سر هریک از خازن‌ها را حساب کنید.

در مدار مجموعه خازن‌ها و پیل چون جریان الکتریکی برقرار نیست اختلاف پتانسیل دو سر خازن‌ها برابر نیروی محرکه پیل خواهد بود، در این صورت:

$$V = \varepsilon = 10 \text{ ولت}$$

$$\left. \begin{array}{l} q = CV \\ C = 2\mu F \end{array} \right\} \Rightarrow q = 2 \times 10 = 20\mu C$$

$$q = q_1 + q_{2 \text{ و } 3} = q_4 = 20\mu C$$

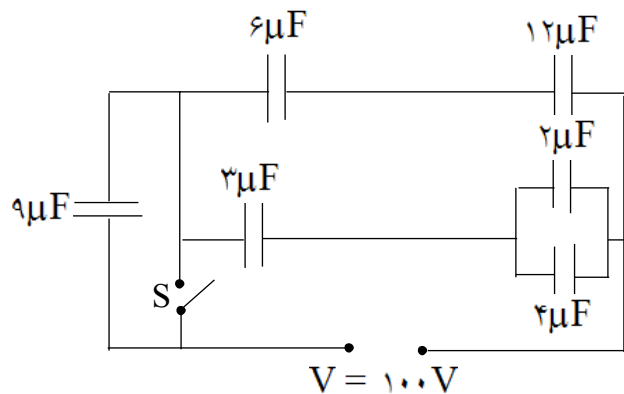
$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 = \frac{q_1}{C_1} \Rightarrow V_1 = \frac{20}{8} = 2.5 \text{ ولت} \\ V_{2 \text{ و } 3} = \frac{q_{2 \text{ و } 3}}{C'} \Rightarrow V_{2 \text{ و } 3} = \frac{20}{4} = 5 \text{ ولت} \\ V_4 = \frac{q_4}{C_4} \Rightarrow V_4 = \frac{20}{8} = 2.5 \text{ ولت} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{2 \text{ و } 3} = V_2 = V_3 = 5 \text{ ولت} \\ q_2 = C_2 V_2 \Rightarrow q_2 = 1 \times 5 = 5\mu C \\ q_3 = C_3 V_3 \Rightarrow q_3 = 3 \times 5 = 15\mu C \end{array} \right.$$

$$q_2 = C_2 V_2 \Rightarrow q_2 = 1 \times 5 = 5\mu C$$

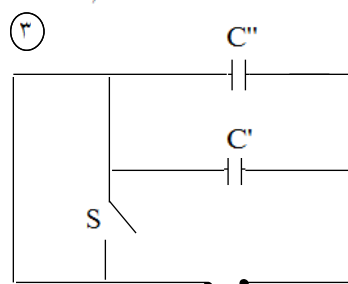
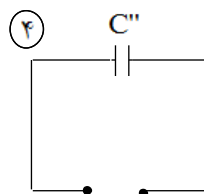
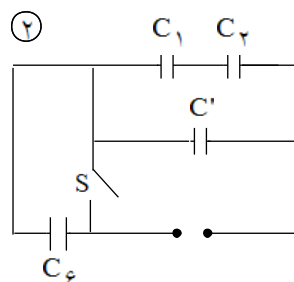
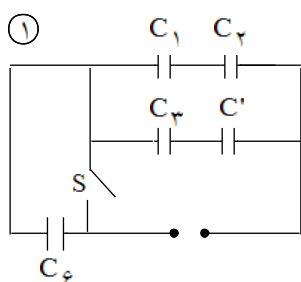
$$q_3 = C_3 V_3 \Rightarrow q_3 = 3 \times 5 = 15\mu C$$

۳۴- در شکل زیر، انرژی ذخیره شده در مجموعه‌ی خازن‌ها را در حالتی که الف- کلید S باز ب- کلید S بسته است، حساب کنید.



الف) کلید S باز است و خازن C_6 در مدار خواهد بود.

$$\begin{aligned} (1) \quad C' &= C_4 + C_5 = 2 + 4 = 6 \mu F \\ (2) \quad C'' &= \frac{C' C_3}{C' + C_3} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2 \mu F \\ (3) \quad C''' &= \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \Rightarrow C''' = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4 \mu F \\ (4) \quad C &= \frac{C_6 (C'' + C''')}{C_6 + (C'' + C''')} \Rightarrow C = \frac{9(2 + 4)}{9 + (2 + 4)} = 3/6 \mu F \end{aligned}$$



$$\begin{cases} W = \frac{1}{2} CV^2 \\ C = 3/6 \mu F \Rightarrow W = \frac{1}{2} (3/6 \times 10^{-6}) (100)^2 \Rightarrow W = 1/8 \times 10^{-2} J \end{cases}$$

ب) کلید S بسته است و خازن C_6 از مدار خارج می‌گردد (اتصال کوتاه)

$$\begin{cases} C' = C_4 + C_5 = 6 \mu F \\ C'' = \frac{C' C_3}{C' + C_3} = 2 \mu F \\ C''' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 4 \mu F \end{cases}$$

۳۵- اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه یک خازن را از ۲۵ ولت به ۳۰ ولت افزایش می‌دهیم. بر اثر این کار ۱۳۵ میکروکولن به بار الکتریکی خازن افزوده می‌شود. ظرفیت الکتریکی خازن را به دست آورید.

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= CV_1 \\ q_2 &= CV_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow q_2 - q_1 = CV_2 - CV_1 = C(V_2 - V_1) \Rightarrow \Delta q = C\Delta V \Rightarrow 135 = C(30 - 25) \\ \Rightarrow C = 27 \mu F$$

۳۶- اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه‌ی یک خازن را از ۱۲۰ ولت به ۲۴ ولت کاهش می‌دهیم. بر اثر این کار ۴۸۰ میلی کولن از بار الکتریکی خازن کاسته می‌شود. ظرفیت الکتریکی خازن را به دست آورید.

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= CV_1 \\ q_2 &= CV_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow q_2 - q_1 = CV_2 - CV_1 = C(V_2 - V_1) \\ \Rightarrow \Delta q = C\Delta V \Rightarrow -480 = C(24 - 120) \Rightarrow -480 = -96C \Rightarrow C = 5 \text{ mF}$$

۳۷- یک خازن دارای $200 \mu C$ بار الکتریکی است و اختلاف پتانسیل صفحه‌های آن برابر ۲۵ ولت است، بار الکتریکی خازن چه قدر افزایش یابد تا اختلاف پتانسیل صفحه‌های آن به ۳۲ ولت برسد؟

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{q_1}{V_1} \\ C &= \frac{q_2}{V_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{q_1}{V_1} = \frac{q_2}{V_2} \Rightarrow \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{q_1}{V_1} \Rightarrow \frac{\Delta q}{32 - 25} = \frac{200}{25} = 8 \Rightarrow \Delta q = 56 \mu C$$

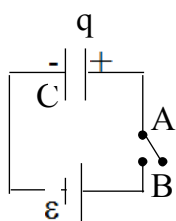
بار الکتریکی خازن باید ۵۶ میکروکولن افزایش یابد.

۳۸- یک خازن دارای 625 mC بار الکتریکی است و اختلاف پتانسیل صفحه‌های آن برابر ۲۵۰ ولت است. اختلاف پتانسیل الکتریکی صفحه‌های آن چه قدر تغییر کند تا بار الکتریکی خازن به 375 mC کاهش یابد؟

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{q_1}{V_1} \\ C &= \frac{q_2}{V_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{q_1}{V_1} = \frac{q_2}{V_2} \Rightarrow \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{q_1}{V_1} \Rightarrow \frac{375 - 625}{\Delta V} = \frac{625}{250} = \frac{5}{2} \Rightarrow \Delta V = -100 \text{ V}$$

اختلاف پتانسیل صفحه‌های خازن باید ۱۰۰ ولت کاهش یابد.

۳۹- در شکل مقابل پس از وصل کلید چه مقدار بار الکتریکی و در چه جهتی از کلید عبور می‌کند؟



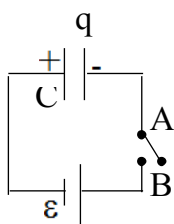
بار نهایی خازن باید برابر $q = C\varepsilon$ شود.

(۱) اگر $q = C\varepsilon$ ، هیچ باری از کلید عبور نمی‌کند.

(۲) اگر $q < C\varepsilon$ ، مقدار $(q - C\varepsilon)$ بار از B به A عبور می‌کند.

(۳) اگر $q > C\varepsilon$ ، مقدار $(C\varepsilon - q)$ بار از A به B عبور می‌کند.

۴۰- در شکل مقابل پس از وصل کلید چه مقدار بار الکتریکی و در چه جهتی از کلید عبور می‌کند؟



بار نهایی خازن باید برابر $q_1 = C\varepsilon$ شود و جهت قطب‌های مثبت و منفی آن تغییر کنید. بنابراین مقدار $(q + C\varepsilon)$ بار از B به A عبور می‌کند.

۴۱- ظرفیت الکتریکی یک خازن مسطح که صفحه‌های آن دایره‌ای شکل به شعاع یک متر هستند و در فاصله‌ی 0.5 mm از هم قرار دارند و فضای بین صفحه‌های آن از دی الکتریکی با ثابت ۸ پر شده است چه قدر است؟

$$C = k\varepsilon_0 \frac{A}{d} = k\varepsilon_0 \frac{\pi R^2}{d} = 8 \times 8.85 \times 10^{-12} \frac{\pi \times 1^2}{0.5 \times 10^{-3}} \Rightarrow C = 14/16 \pi \times 10^{-6} \text{ F} = 14/16 \pi \mu\text{F}$$

۴۲- یک خازن مسطح را در نظر بگیرید که فاصله‌ی بین صفحه‌های آن یک میلی‌متر است و فضای بین صفحه‌های آن با دی الکتریکی با ضریب دی الکتریکی ۱۰ پر شده است. اگر صفحه‌های خازن مربع شکل باشند، ابعاد آن چه قدر باشد تا ظرفیت الکتریکی خازن یک فاراد شود؟

$$\left(\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \right)$$

$$C = k\varepsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow 1 = 10 \left(8.85 \times 10^{-12} \right) \frac{A}{10^{-3}} \Rightarrow A = \frac{10^{-6}}{8.85} = 11/3 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow a^2 = 11/3 \times 10^{-6} \Rightarrow a \approx 3/361 \times 10^{-3} \text{ m} = 3361 \text{ m}$$

وجود خازن مسطح با چنین ابعادی غیرعملی است. یعنی خازن‌های مسطح در ابعاد معمولی دارای ظرفیت الکتریکی بسیار کمتر و کوچک‌تر از یک میکروفاراد هستند.

۴۳- فضای بین صفحه‌های یک خازن مسطح از دی الکتریکی با ثابت k پر شده است و چگالی سطحی بار الکتریکی صفحه‌های خازن σ است. اندازه‌ی میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن چه قدر است؟

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{V}{d} \\ V &= \frac{q}{C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E = \frac{\left(\frac{q}{C} \right)}{d} = \frac{q}{Cd} \Rightarrow E = \frac{q}{\left(k\varepsilon_0 \frac{A}{d} \right) d} = \frac{q}{k\varepsilon_0 A}$$

$$q = \sigma A \Rightarrow E = \frac{\sigma A}{k\varepsilon_0 A} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{k\varepsilon_0}$$

۴۴- فضای بین صفحه‌های یک خازن مسطح از دی‌الکتریکی با ثابت k پر شده است و اندازه‌ی میدان الکتریکی در فضای بین صفحه‌های خازن E است. چگالی سطحی بار الکتریکی صفحه‌های خازن را به دست آورید.

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \frac{q}{A} \\ q &= CV \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sigma = \frac{CV}{A} \Rightarrow \sigma = \frac{\left(k\varepsilon \cdot \frac{A}{d}\right)V}{A} = \frac{k\varepsilon \cdot V}{d}$$

$$V = Ed \Rightarrow \sigma = \frac{k\varepsilon \cdot (Ed)}{d} \Rightarrow \sigma = k\varepsilon \cdot E$$

۴۵- دو خازن با ظرفیت‌های الکتریکی 20 و 30 میکروفاراد به‌طور موازی به هم بسته می‌شوند و دو سر آن‌ها به اختلاف پتانسیل 12 ولت وصل می‌شود. (۱) بار الکتریکی هر خازن را به دست آورید. (۲) کل بار الکتریکی ذخیره شده در خازن‌ها چه قدر است؟

$$\begin{cases} q_1 = C_1 V = 20 \times 12 = 240 \mu C \\ q_2 = C_2 V = 30 \times 12 = 360 \mu C \end{cases} \Rightarrow Q = q_1 + q_2 = 240 + 360 = 600 \mu C$$

۴۶- دو خازن با ظرفیت‌های الکتریکی 20 و 30 میکروفاراد به‌طور سری به هم بسته می‌شوند و دو سر آن‌ها به اختلاف پتانسیل الکتریکی 12 ولت وصل می‌شود. (۱) بار الکتریکی هر خازن (۲) ولتاژ نهایی هر خازن را حساب کنید.

$$C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{20 \times 30}{20 + 30} = \frac{600}{50} = 12 \mu F \Rightarrow Q = C_T V = 12 \times 12 = 144 \mu C$$

خازن‌ها سری هستند و بارهای الکتریکی یکسان دارند.

$$\Rightarrow q_1 = q_2 = Q = 144 \mu C$$

$$\begin{cases} V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{Q}{C_1} = \frac{144}{20} = 7.2 V \\ V_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{Q}{C_2} = \frac{144}{30} = 4.8 V \end{cases}$$

۴۷- سه خازن با ظرفیت‌های الکتریکی 20 و 30 و 60 میکروفاراد به‌طور موازی به اختلاف پتانسیل 5 ولت وصل می‌شوند. (۱) بار الکتریکی هر خازن را به دست آورید. (۲) کل بار الکتریکی ذخیره شده در خازن‌ها چه قدر است؟

خازن‌ها موازی هستند. بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی آن‌ها یکسان و برابر 5 ولت است.

$$\begin{cases} q_1 = C_1 V \Rightarrow q_1 = 20 \times 5 = 100 \mu C \\ q_2 = C_2 V \Rightarrow q_2 = 30 \times 5 = 150 \mu C \\ q_3 = C_3 V \Rightarrow q_3 = 60 \times 5 = 300 \mu C \end{cases}$$

$$\Rightarrow Q = q_1 + q_2 + q_3 = 100 + 150 + 300 = 550 \mu C$$

۴۸- سه خازن با ظرفیت‌های الکتریکی ۲۰ و ۳۰ و ۶۰ میکروفاراد به طور سری به اختلاف پتانسیل ۵ ولت وصل می‌شوند. بار الکتریکی هر خازن و ولتاژ نهایی هر خازن را حساب کنید.

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{60} = \frac{3+2+1}{60} = \frac{6}{60} = \frac{1}{10} \Rightarrow C_T = 10 \mu F$$

$$\Rightarrow Q = C_T V = 10 \times 5 = 50 \mu C$$

خازن‌ها سری هستند و بارهای الکتریکی یکسانی دارند.

$$\Rightarrow q_1 = q_2 = q_3 = Q = 50 \mu C$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{Q}{C_1} = \frac{50}{20} = \frac{5}{2} V \\ V_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{Q}{C_2} = \frac{50}{30} = \frac{5}{3} V \\ V_3 = \frac{q_3}{C_3} = \frac{Q}{C_3} = \frac{50}{60} = \frac{5}{6} V \end{cases}$$

۴۹- اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه یک خازن را از ۳۰ ولت به ۵۰ ولت افزایش می‌دهیم. بر اثر این کار ۲۰ میلی‌ژول به انرژی ذخیره شده در خازن افزوده می‌شود. ظرفیت الکتریکی خازن را به دست آورید.

$$\begin{cases} U_1 = \frac{1}{2} C V_1^2 \\ U_2 = \frac{1}{2} C V_2^2 \end{cases} \Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{1}{2} C V_2^2 - \frac{1}{2} C V_1^2$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{C}{2} (V_2^2 - V_1^2) \Rightarrow 20 \times 10^{-3} = \frac{C}{2} (2500 - 900) \Rightarrow \frac{2}{1000} = 800 C$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{400000} F = 25 \mu F$$

۵۰- بار الکتریکی ذخیره شده در یک خازن را از ۱۲۰ میکروکولن به ۸۰ میکروکولن کاهش می‌دهیم. بر اثر این کار انرژی ذخیره شده در خازن ۰/۵ میلی‌ژول کاهش می‌یابد. ظرفیت الکتریکی خازن را به دست آورید.

$$\begin{cases} U_1 = \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{C} \\ U_2 = \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{C} \end{cases} \Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{C} - \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{C} \Rightarrow \Delta U = \frac{q_2^2 - q_1^2}{2C}$$

$$\Rightarrow (0.5 \times 10^{-3}) = \frac{(120 \times 10^{-6})^2 - (80 \times 10^{-6})^2}{2C} \Rightarrow 0.5 \times 10^{-3} = \frac{120^2 - 80^2}{2C} \times 10^{-12}$$

$$\Rightarrow 0.5 \times 10^{-3} = \frac{8000}{2C} \times 10^{-12} \Rightarrow C \times 10^{-3} = 8 \times 10^{-9} \Rightarrow C = 8 \times 10^{-6} F = 8 \mu F$$

۵۱- اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه‌ی یک خازن را از ۶۰ ولت به ۳۶ ولت کاهش می‌دهیم. بر اثر این کار انرژی ذخیره شده در خازن چند درصد تغییر می‌کند؟

$$\begin{cases} U_1 = \frac{1}{2} CV_1^2 = \frac{1}{2} C(60)^2 = 1800 C \\ U_2 = \frac{1}{2} CV_2^2 = \frac{1}{2} C(36)^2 = 648 C \end{cases} \Rightarrow \Delta U = U_2 - U_1 = 648 C - 1800 C = -1152 C$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta U}{U_1} = \frac{-1152 C}{1800 C} = -0.64 = 64 \%$$

انرژی ذخیره شده در خازن ۶۴ درصد کاهش می‌یابد

۵۲- بار الکتریکی ذخیره شده در یک خازن را از ۵۰ میکروکولن به ۶۰ میکروکولن افزایش می‌دهیم. بر اثر این کار انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن چند درصد تغییر می‌کند؟

$$\begin{cases} U_1 = \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{C} \\ U_2 = \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{C} \end{cases} \Rightarrow \Delta U = U_2 - U_1 = \frac{q_2^2 - q_1^2}{2C}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta U}{U_1} = \frac{\left(\frac{q_2^2 - q_1^2}{2C} \right)}{\frac{1}{2} \frac{q_1^2}{C}} = \frac{q_2^2 - q_1^2}{q_1^2} = \left(\frac{q_2}{q_1} \right)^2 - 1$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta U}{U_1} = \left(\frac{60}{50} \right)^2 - 1 = \frac{36}{25} - 1 = \frac{11}{25} = 0.44 = +44 \%$$

انرژی ذخیره شده در خازن ۴۴ درصد افزایش می‌یابد.

۵۳- ظرفیت یک خازن $18 \mu F$ و اختلاف پتانسیل الکتریکی صفحه‌های آن V است. 0.45 ژول انرژی باید مصرف کنیم تا اختلاف پتانسیل الکتریکی صفحه‌های خازن 100 ولت افزایش یابد. V را محاسبه کنید.

$$\begin{cases} U' = \frac{1}{2} CV'^2 = \frac{1}{2} C(V + 100)^2 \\ U = \frac{1}{2} CV^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta U = U' - U = \frac{1}{2} C(V + 100)^2 - \frac{1}{2} CV^2 = \frac{C}{2} (200V + 10000)$$

$$\Rightarrow 0.45 = \frac{18 \times 10^{-6}}{2} (200V + 10000) \Rightarrow 200V + 10000 = 50000$$

$$\Rightarrow 200V = 40000 \Rightarrow V = 200 V$$

۵۴- ظرفیت یک خازن $\frac{3}{2} \text{ mF}$ است و اختلاف پتانسیل الکتریکی صفحه‌های آن V است. اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی صفحه‌های خازن 100 ولت کاهش یابد، انرژی پتانسیل الکتریکی خازن 32 ژول کاهش می‌یابد. V را محاسبه کنید.

$$\begin{cases} U' = \frac{1}{2} CV'^2 = \frac{1}{2} C(V - 100)^2 \\ U = \frac{1}{2} CV^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta U = U' - U = \frac{1}{2} C(V - 100)^2 - \frac{1}{2} CV^2 = \frac{C}{2} [-200V + 10000]$$

$$\Rightarrow -32 = \frac{\frac{3}{2} \times 10^{-3}}{2} (-200V + 10000) \Rightarrow -200V + 10000 = -20000$$

$$\Rightarrow -200V = -30000 \Rightarrow V = 150 \text{ V}$$

۵۵- ظرفیت یک خازن 5 mF و بار الکتریکی آن q است. 0.24 ژول انرژی باید مصرف کنیم تا 20 mC بار الکتریکی را از صفحه‌ی منفی جدا کرده و به صفحه‌ی مثبت منتقل کنیم. q را محاسبه کنید.

اگر از صفحه‌ی منفی، بار مثبت بگیریم و به صفحه‌ی مثبت بدهیم، بار الکتریکی خازن به اندازه‌ی بار جابه‌جا شده افزایش می‌یابد.

$$q' = q + 20 \text{ mC} = q + 0.02 \text{ C}$$

کار انجام شده توسط ما به صورت انرژی پتانسیل در خازن ذخیره می‌شود.

$$\begin{cases} U' = \frac{1}{2} \frac{q'^2}{C} \\ U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \end{cases} \Rightarrow \Delta U = U' - U = \frac{q'^2 - q^2}{2C}$$

$$\Rightarrow 0.24 = \frac{(q + 0.02)^2 - q^2}{2 \times 5 \times 10^{-3}} \Rightarrow 2/4 \times 10^{-3} = 0.004 + 0.04q$$

$$\Rightarrow 0.0024 = 0.004 + 0.04q \Rightarrow 0.002 = 0.04q \Rightarrow q = \frac{1}{20} \text{ C} = 50 \text{ mC}$$

۵۶- ظرفیت یک خازن $4\mu F$ و بار الکتریکی آن q است. اگر $+200\mu C$ بار الکتریکی از صفحه‌ی مثبت جدا کرده و به صفحه‌ی منفی منتقل کنیم، 55 میلی ژول انرژی الکتریکی آزاد می‌شود. q را محاسبه کنید.

اگر از صفحه‌ی مثبت، بار مثبت بگیریم و به صفحه‌ی منفی بدهیم، بار الکتریکی خازن به اندازه‌ی بار جابه‌جا شده کاهش می‌یابد.

$$q' = q - 200\mu C = q - 2 \times 10^{-4} C$$

انرژی الکتریکی آزاد شده برابر کاهش انرژی پتانسیل خازن است.

$$\begin{cases} U' = \frac{1}{2} \frac{q'^2}{C} \\ U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \end{cases} \Rightarrow \Delta U = U' - U = \frac{q'^2 - q^2}{2C}$$

$$\Rightarrow -55 \times 10^{-3} = \frac{(q - 2 \times 10^{-4})^2 - q^2}{2 \times 4 \times 10^{-6}} \Rightarrow -440 \times 10^{-9} = -4 \times 10^{-4} q + 4 \times 10^{-8}$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^{-4} q = 4 \times 10^{-8} + 440 \times 10^{-9} = 48 \times 10^{-8} \Rightarrow q = 12 \times 10^{-4} C = 1200\mu C$$

۵۷- حجم فضای بین صفحه‌های یک خازن مسطح که از دی‌الکتریکی با ثابت k پر شده است برابر V_0 و اندازه‌ی میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن E است. انرژی ذخیره شده در خازن را به دست آورید.

$$\begin{cases} U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \left(k\epsilon_0 \frac{A}{d} \right) V^2 \\ V = E d \end{cases} \Rightarrow U = \frac{1}{2} k\epsilon_0 A d E^2$$

مساحت صفحه‌های خازن ضرب در فاصله‌ی صفحه‌های خازن برابر حجم فضای بین صفحه‌های خازن است.

$$\Rightarrow V_0 = A d \Rightarrow U = \frac{1}{2} k\epsilon_0 V_0 E^2$$

۵۸- حجم فضای بین صفحه‌های یک خازن مسطح که از دی‌الکتریکی با ثابت k پر شده است برابر V_0 و چگالی سطحی بار الکتریکی صفحه‌های خازن σ است. انرژی ذخیره شده در خازن را به دست آورید.

$$\begin{cases} U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{\left(k\epsilon_0 \frac{A}{d} \right)} = \frac{q^2 d}{2 k\epsilon_0 A} \\ q = \sigma A \end{cases} \Rightarrow U = \frac{\sigma^2 A d}{2 k\epsilon_0}$$

مساحت صفحه‌های خازن ضرب در فاصله‌ی صفحه‌های خازن برابر حجم فضای بین صفحه‌های خازن است.

$$\Rightarrow V_0 = A d \Rightarrow U = \frac{\sigma^2 V_0}{2 k\epsilon_0}$$

۵۹- یک خازن مسطح به اختلاف پتانسیل ثابتی وصل است. اگر فاصله‌ی صفحه‌های خازن کاهش یابد، بار الکتریکی و انرژی پتانسیل خازن چگونه تغییر می‌کنند؟

کاهش فاصله‌ی صفحه‌ها باعث افزایش ظرفیت الکتریکی خازن می‌شود. با توجه به رابطه‌های $q = CV$ و $U = \frac{1}{2}CV^2$ که در آن‌ها V ثابت است، با افزایش ظرفیت الکتریکی خازن، بار و انرژی پتانسیل آن افزایش می‌یابند.

۶۰- یک خازن مسطح و باردار از منبع ولتاژ جدا شده است. اگر فاصله‌ی صفحه‌های خازن افزایش یابد، اختلاف پتانسیل و انرژی پتانسیل خازن چگونه تغییر می‌کنند؟

افزایش فاصله‌ی صفحه‌ها باعث کاهش ظرفیت الکتریکی خازن می‌شود. با توجه به رابطه‌های $V = \frac{q}{C}$ و $U = \frac{q^2}{2C}$ که در آن‌ها q ثابت است، با کاهش ظرفیت الکتریکی خازن، اختلاف پتانسیل و انرژی پتانسیل آن افزایش می‌یابند.

۶۱- یک خازن مسطح به اختلاف پتانسیل ثابتی وصل است. اگر دی‌الکتریک که بین صفحه‌های خازن قرار دارد از بین صفحه‌های خازن خارج شود، بار الکتریکی و انرژی پتانسیل خازن چگونه تغییر می‌کنند؟

با خارج کردن دی‌الکتریک ظرفیت الکتریکی خازن کاهش می‌یابد. با توجه به رابطه‌های $q = CV$ و $U = \frac{1}{2}CV^2$ که در آن‌ها V ثابت است، با کاهش ظرفیت الکتریکی خازن، بار و انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابند.

۶۲- یک خازن مسطح و باردار از منبع ولتاژ جدا شده است. اگر فضای بین صفحه‌های خازن که خالی است با دی‌الکتریک پر شود، اختلاف پتانسیل و انرژی خازن چگونه تغییر می‌کنند؟

وجود دی‌الکتریک باعث افزایش ظرفیت الکتریکی خازن می‌شود. با توجه به رابطه‌های $V = \frac{q}{C}$ و $U = \frac{q^2}{2C}$ که در آن‌ها q ثابت است، با افزایش ظرفیت الکتریکی خازن، اختلاف پتانسیل و انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابند.

۶۳- یک خازن مسطح به اختلاف پتانسیل ثابتی وصل است. اگر فاصله‌ی بین صفحه‌های خازن $1/5$ برابر شود و فضای بین صفحه‌ها که خالی بوده است با دی‌الکتریک با ثابت $4/5$ پر شود، بار الکتریکی و انرژی ذخیره شده در خازن چند برابر می‌شوند؟

$$\begin{cases} C = \epsilon, \frac{A}{d} \\ C' = k\epsilon, \frac{A}{d'} = \frac{4}{5}\epsilon, \frac{A}{1/5d} = 3\epsilon, \frac{A}{d} \end{cases} \Rightarrow C' = 3C$$

با توجه به روابط $q = CV$ و $U = \frac{1}{2}CV^2$ و ثابت بودن V ، بار الکتریکی و انرژی پتانسیل خازن ۳ برابر می‌شوند.

۶۴- یک خازن مسطح به اختلاف پتانسیل ثابتی وصل است و بین صفحه‌های آن توسط دی‌الکتریکی با ثابت $\frac{2}{5}$ پر شده است. اگر دی‌الکتریک از بین صفحه‌های خازن خارج شود، فاصله بین صفحه‌های خازن چند برابر شود تا بار الکتریکی و انرژی پتانسیل خازن تغییر نکنند؟

باتوجه به ثابت بودن q و U و V ، ظرفیت الکتریکی خازن باید ثابت بماند.

$$C' = C \Rightarrow \epsilon, \frac{A}{d'} = k\epsilon, \frac{A}{d} \Rightarrow d' = \frac{1}{k}d \Rightarrow d' = \frac{5}{2}d$$

۶۵- یک خازن مسطح و باردار از منبع ولتاژ جدا شده است. اگر فاصله‌ی بین صفحه‌های خازن $\frac{3}{4}$ برابر شود و فضای بین صفحه‌های خازن که با دی‌الکتریکی با ثابت ϵ پر شده بوده است، خالی شود، اختلاف پتانسیل و انرژی پتانسیل خازن چند برابر می‌شوند؟

$$\begin{cases} C = k\epsilon, \frac{A}{d} = \epsilon, \frac{A}{d} \\ C' = \epsilon, \frac{A}{d'} = \epsilon, \frac{A}{\left(\frac{3}{4}d\right)} = \frac{4}{3}\epsilon, \frac{A}{d} \end{cases} \Rightarrow C' = \frac{4}{3}C$$

باتوجه به رابطه‌های $V = \frac{q}{C}$ و $U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$ و ثابت بودن q ، اختلاف پتانسیل و انرژی پتانسیل خازن $\frac{4}{3}$ برابر می‌شوند.

۶۶- یک خازن مسطح و باردار از منبع ولتاژ جدا شده است. اگر فاصله‌ی بین صفحه‌های خازن $\frac{1}{2}$ برابر شود و بین صفحه‌های خازن که خالی بوده است با دی‌الکتریکی با ثابت k پر شود، اختلاف پتانسیل و انرژی پتانسیل خازن تغییر نمی‌کنند. k چه قدر است؟

باتوجه به ثابت بودن q ، U و V ، ظرفیت الکتریکی خازن ثابت مانده است.

$$C' = C \Rightarrow k\epsilon, \frac{A}{d'} = \epsilon, \frac{A}{d} \Rightarrow d' = kd \Rightarrow \frac{1}{2}d = kd \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

۶۷- دو خازن با ظرفیت‌های الکتریکی 100 و 400 میکروفاراد به طور موازی به هم بسته می‌شوند و دو سر آنها به اختلاف پتانسیل 50 ولت وصل می‌شود. چه کسری از انرژی ذخیره شده در خازن‌ها در خازن 100 میکروفاراد ذخیره شده است؟

$$C_T = C_1 + C_2 = 500 \mu F \Rightarrow U_T = \frac{1}{2} C_T V^2 = \frac{1}{2} \times 500 \times 50^2 = 625000 \mu J$$

$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times 50^2 = 125000 \mu J \Rightarrow \frac{U_1}{U_T} = \frac{125000}{625000} = \frac{1}{5}$$

توجه: این نسبت در حالت کلی همواره برابر $\frac{C_1}{C_1 + C_2}$ است که در آن C_1 و C_2 به ترتیب ظرفیت خازن‌های 100 و 400 میکروفارادی هستند.

۶۸- دو خازن با ظرفیت‌های الکتریکی ۱۰۰ و ۴۰۰ میکروفاراد را به طور سری به هم بسته و دوسر آنها را به اختلاف پتانسیل ۵۰ ولت وصل می‌کنیم. چه کسری از انرژی ذخیره شده در خازن‌ها در خازن ۱۰۰ میکروفارادی ذخیره شده است؟

$$C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{100 \times 400}{500} = 80 \mu F \Rightarrow U_T = \frac{1}{2} C_T V^2 = \frac{1}{2} \times 80 \times 50^2 = 100000 \mu J$$

$$q = C_T V = 80 \times 50 = 4000 \mu C \Rightarrow q_1 = q_2 = 4000 \mu C$$

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{C_1} = \frac{1}{2} \frac{4000^2}{100} = 80000 \mu J \Rightarrow \frac{U_1}{U_T} = \frac{80000}{100000} = \frac{4}{5}$$

توجه: این نسبت در حالت کلی همواره برابر $\frac{C_2}{C_1 + C_2}$ است که در آن C_1 و C_2 به ترتیب ظرفیت خازن‌های ۱۰۰ و ۴۰۰ میکروفارادی هستند.

۶۹- سه خازن با ظرفیت‌های الکتریکی ۴ و ۹ و ۱۸ میکروفاراد به طور موازی به اختلاف پتانسیل ۱۰ ولت وصل می‌شوند. چه کسری از انرژی ذخیره شده در خازن‌ها در خازن ۱۸ میکروفارادی ذخیره می‌شود؟

خازن‌های ۴ و ۹ و ۱۸ میکروفارادی را به ترتیب C_1 ، C_2 ، C_3 می‌نامیم. خازن‌ها به طور موازی بسته شده‌اند و اختلاف پتانسیل الکتریکی آن‌ها یکسان است.

$$\begin{cases} U_3 = \frac{1}{2} C_3 V^2 \\ U_T = \frac{1}{2} C_T V^2 = \frac{1}{2} (C_1 + C_2 + C_3) V^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{U_3}{U_T} = \frac{C_3}{C_1 + C_2 + C_3} \Rightarrow \frac{U_3}{U_T} = \frac{18}{31}$$

۷۰- سه خازن با ظرفیت‌های الکتریکی ۴ و ۹ و ۱۸ میکروفاراد را به طور متوالی به هم بسته و به اختلاف پتانسیل ۱۰ ولت وصل می‌کنیم. چه کسری از انرژی ذخیره شده در خازن‌ها در خازن ۱۸ میکروفارادی ذخیره می‌شود؟

خازن‌های ۴ و ۹ و ۱۸ میکروفارادی را به ترتیب C_1 ، C_2 ، C_3 می‌نامیم. خازن‌ها به طور متوالی بسته شده‌اند و بار الکتریکی آن‌ها یکسان است.

$$\begin{cases} U_3 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_3} \\ U_T = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_T} = \frac{1}{2} \frac{1}{C_T} q^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) q^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{U_3}{U_T} = \frac{\frac{1}{C_3}}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} \Rightarrow \frac{U_3}{U_T} = \frac{\frac{1}{18}}{\frac{1}{18} + \frac{1}{9} + \frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{U_3}{U_T} = \frac{2}{15}$$

۷۱- خازنی با ظرفیت C و بار الکتریکی Q به طور موازی با یک خازن بی‌بار با ظرفیت C_0 بسته می‌شود. بار نهایی هر خازن و ولتاژ نهایی خازن‌ها را به دست آورید.

راه حل ۱ :

$$\begin{array}{c} \text{q} \quad C \\ \text{q}_0 \quad C_0 \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} q + q_0 = Q \\ V = V_0 \Rightarrow \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C_0} \Rightarrow q = \frac{C}{C + C_0} Q, q_0 = \frac{C_0}{C + C_0} Q \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow V = V_0 = \frac{Q}{C + C_0}$$

راه حل ۲ :

می‌توانیم خازن‌ها را دو خازن موازی که کل بار الکتریکی آن‌ها Q است فرض کنیم.

$$Q = C_T V_T \Rightarrow Q = (C + C_0) V_T \Rightarrow V_T = \frac{Q}{C + C_0}$$

$$V = V_0 = V_T \Rightarrow V = V_0 = \frac{Q}{C + C_0}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q = CV \Rightarrow q = \frac{C}{C + C_0} Q \\ q_0 = C_0 V \Rightarrow q_0 = \frac{C_0}{C + C_0} Q \end{array} \right.$$

۷۲- خازنی با ظرفیت C و بار الکتریکی Q را به طور موازی به خازن بدون باری با ظرفیت C_0 می‌بندیم. چه مقدار انرژی الکتریکی آزاد می‌شود؟ انرژی الکتریکی اولیه و نهایی خازن‌ها را مقایسه کنید.

$$\left\{ \begin{array}{l} U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \\ U' = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_T} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C + C_0} < U \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow U - U' = \frac{Q^2}{2} \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{C + C_0} \right) = \frac{Q^2 C_0}{2C(C + C_0)}$$

۷۳- خازنی با ظرفیت C_1 و بار q_1 را از صفحه‌های هم‌نام به خازن دیگری با ظرفیت C_2 و بار q_2 می‌بندیم. بار نهایی هر خازن و ولتاژ نهایی خازن‌ها را به دست آورید.

راه حل ۱ :

$$\begin{array}{|c|} \hline q'_1 \\ \hline \square \\ \hline q'_2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline C_1 \\ \hline \square \\ \hline C_2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{cases} q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2 \\ V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(q'_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} (q_1 + q_2), q'_2 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} (q_1 + q_2) \right) \Rightarrow V_1 = V_2 = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2}$$

راه حل ۲ :

می‌توانیم خازن‌ها را دو خازن موازی که کل بار الکتریکی آن‌ها $q_1 + q_2$ است فرض کنیم.

$$Q = C_T V_T \Rightarrow q_1 + q_2 = (C_1 + C_2) V_T \Rightarrow V_T = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2}$$

$$V_1 = V_2 = V_T \Rightarrow V_1 = V_2 = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2}$$

$$\begin{cases} q'_1 = C_1 V_1 \Rightarrow q'_1 = C_1 \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2} \\ q'_2 = C_2 V_2 \Rightarrow q'_2 = C_2 \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2} \end{cases}$$

۷۴- خازنی با ظرفیت C_1 و بار q_1 را از صفحه‌های ناهم‌نام به خازن دیگری با ظرفیت C_2 و بار q_2 می‌بندیم. بار نهایی هر خازن و ولتاژ نهایی خازن‌ها را به دست آورید.

راه حل ۱ :

$$\begin{array}{|c|} \hline q'_1 \\ \hline C_1 \\ \hline \\ \hline q'_2 \\ \hline C_2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{cases} q'_1 + q'_2 = |q_1 - q_2| \\ V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(q'_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} |q_1 - q_2|, q'_2 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} |q_1 - q_2| \right) \Rightarrow V_1 = V_2 = \frac{|q_1 - q_2|}{C_1 + C_2}$$

راه حل ۲ :

می‌توانیم خازن‌ها را دو خازن موازی که کل بار الکتریکی آن‌ها $|q_1 - q_2|$ است فرض کنیم.

$$Q = C_T V_T \Rightarrow |q_1 - q_2| = (C_1 + C_2) V_T \Rightarrow V_T = \frac{|q_1 - q_2|}{C_1 + C_2}$$

$$V_1 = V_2 = V_T \Rightarrow V_1 = V_2 = \frac{|q_1 - q_2|}{C_1 + C_2}$$

$$\begin{cases} q'_1 = C_1 V_1 \Rightarrow q'_1 = C_1 \frac{|q_1 - q_2|}{C_1 + C_2} \\ q'_2 = C_2 V_2 \Rightarrow q'_2 = C_2 \frac{|q_1 - q_2|}{C_1 + C_2} \end{cases}$$

۷۵- دو خازن با ظرفیت‌های الکتریکی C_1 و C_2 به طور متوالی به هم بسته می‌شوند و به اختلاف پتانسیل V وصل می‌شوند. پس از پر شدن خازن‌ها، آن‌ها را از اختلاف پتانسیل V جدا می‌کنیم و از صفحه‌های هم‌نام به هم می‌بندیم. ولتاژ نهایی خازن‌ها چه قدر است؟

$$q_1 = q_2 = Q = C_T V = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} V$$

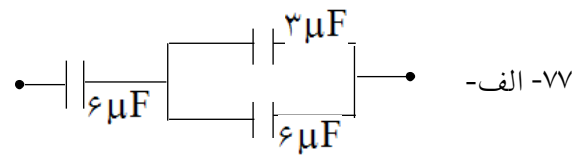
پس از بستن خازن‌ها به صورت موازی داریم:

$$Q'_T = q_1 + q_2 = 2Q = \frac{2 C_1 C_2}{C_1 + C_2} V$$

$$\Rightarrow V'_T = \frac{Q'_T}{C'_T} = \frac{2Q}{C_1 + C_2} \Rightarrow V'_T = \frac{2 C_1 C_2}{(C_1 + C_2)^2} V$$

۷۶- دو خازن با ظرفیت‌های الکتریکی C_1 و C_2 به طور متوالی به هم بسته می‌شوند و به اختلاف پتانسیل V وصل می‌شوند. پس از پرشدن خازن‌ها، آن‌ها را از اختلاف پتانسیل V جدا می‌کنیم و از صفحه‌های ناهم‌نام به هم می‌بندیم. ولتاژ نهایی خازن‌ها چه قدر است؟

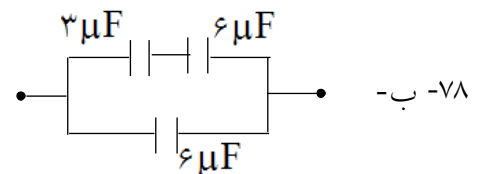
خازن‌ها سری‌اند و بارهای هم‌اندازه دارند. لذا پس از جدا کردن از مدار و اتصال آن‌ها از صفحه‌های ناهم‌نام، بارها یکدیگر را خنثی می‌کنند و خازن‌ها بدون بار می‌شوند. بنابراین ولتاژ نهایی خازن‌ها صفر است.



۷۷- الف -

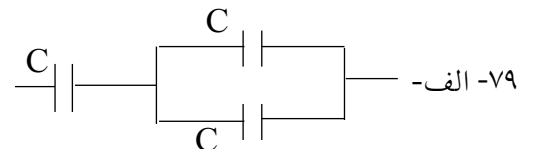
الف -

$$3\mu F + 6\mu F = 9\mu F \Rightarrow C_T = \frac{9 \times 6}{9 + 6} = \frac{54}{15} = \frac{18}{5} = 3.6\mu F$$



۷۸- ب -

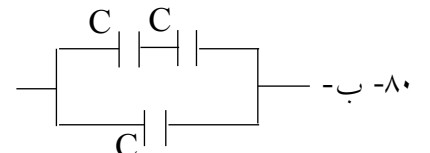
ب -



۷۹- الف -

الف -

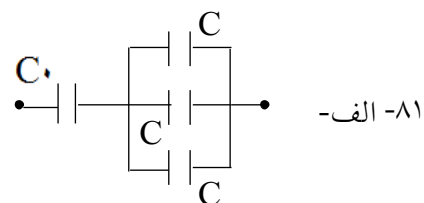
$$C + C = 2C \Rightarrow C_T = \frac{2C \times C}{2C + C} = \frac{2C^2}{3C} = \frac{2}{3}C$$



۸۰- ب -

ب -

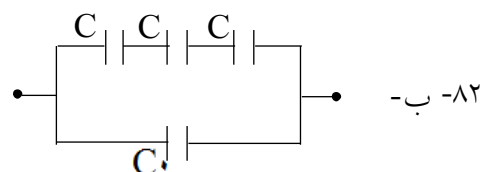
$$\frac{C \times C}{C + C} = \frac{C^2}{2C} = \frac{C}{2} \Rightarrow C_T = \frac{C}{2} + C = \frac{3}{2}C$$



الف -

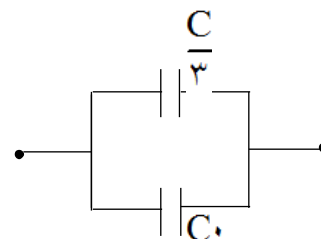
پس از معادل‌گیری از خازن‌های موازی، مدار به صورت شکل روبه‌رو می‌شود. C_0 و $3C$

$$\Rightarrow C_T = \frac{C_0 (3C)}{C_0 + 3C} \Rightarrow C_T = \frac{3CC_0}{C_0 + 3C}$$

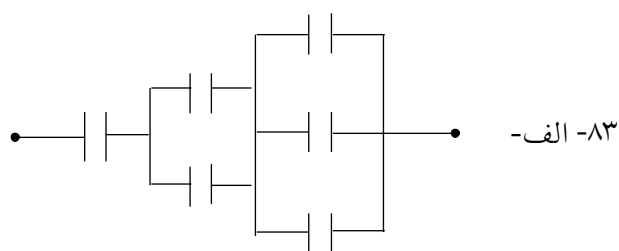


ب -

پس از معادل‌گیری از خازن‌های سری، مدار به صورت شکل روبه‌رو می‌شود.

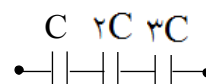


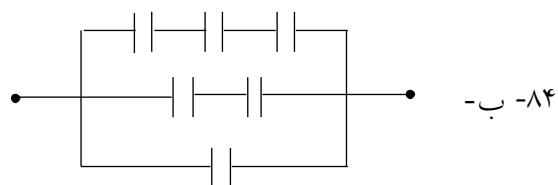
$$\Rightarrow C_T = C_0 + \frac{C}{3}$$



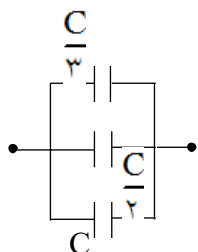
الف -

پس از معادل‌گیری از خازن‌های موازی، مدار به صورت شکل روبه‌رو می‌شود.





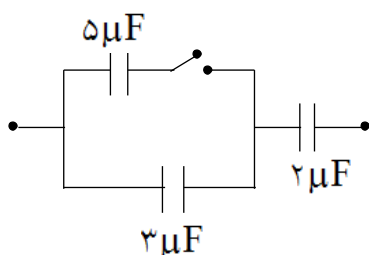
ب -



پس از معادل گیری از خازن های سری، مدار به صورت شکل روبه رو می شود.



۸۵- در مدار مقابل بعد از بستن کلید ظرفیت معادل دو سر خازن ها چند برابر می شود؟



(۱) قبل از بستن کلید :

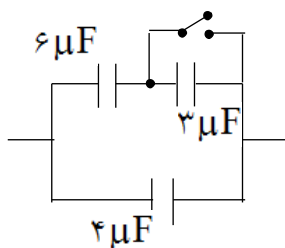
$$C_T = \frac{3 \times 2}{3 + 2} = \frac{6}{5} = 1.2 \mu F$$

(۲) بعد از بستن کلید:

$$C'_T = \frac{(3 + 5) \times 2}{(3 + 5) + 2} = \frac{8 \times 2}{8 + 2} = \frac{16}{10} = \frac{8}{5} = 1.6 \mu F$$

$$\Rightarrow \frac{C'_T}{C_T} = \frac{4}{3}$$

۸۶- در مدار مقابل بعد از بستن کلید ظرفیت معادل دو سر خازن ها چند برابر می شود؟

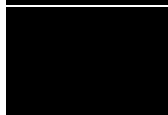


(۱) قبل از بستن کلید:

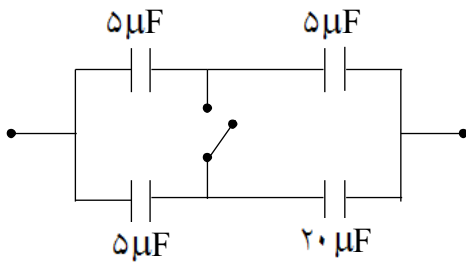
(۲) بعد از بستن کلید:



خازن [] از مدار حذف می شود و خازن [] با خازن [] موازی می شود.



۸۷- در مدار شکل مقابل پس از بستن کلید ظرفیت معادل دو سر خازن‌ها چند برابر می‌شود؟



(۱) قبل از بستن کلید:

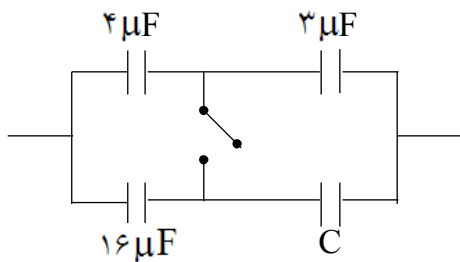
(۲) بعد از بستن کلید:

$$\frac{5 \times 5}{5 + 5} = \frac{25}{10} = 2.5 \mu F, \quad \frac{5 \times 20}{5 + 20} = \frac{100}{25} = 4 \mu F \Rightarrow C_T = 2.5 + 4 = 6.5 \mu F$$

$$5 + 5 = 10 \mu F, \quad 5 + 20 = 25 \mu F \Rightarrow C'_T = \frac{10 \times 25}{10 + 25} = \frac{250}{35} = \frac{50}{7} \mu F$$

$$\Rightarrow \frac{C'_T}{C_T} = \frac{\left(\frac{50}{7}\right)}{\left(\frac{13}{2}\right)} = \frac{100}{91}$$

۸۸- در مدار شکل زیر با بستن کلید ظرفیت معادل دو سر خازن‌ها تغییر نمی‌کند. ظرفیت خازن C را به دست آورید.



(۱) قبل از بستن کلید:

(۲) بعد از بستن کلید:

$$\frac{4 \times 3}{4 + 3} = \frac{12}{7} \mu F, \quad \frac{16 \times C}{16 + C} = \frac{16C}{16 + C} \mu F \Rightarrow C_T = \frac{12}{7} + \frac{16C}{16 + C}$$

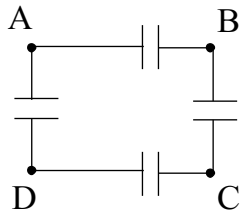
$$4 + 16 = 20 \mu F, \quad (3 + C) \mu F \Rightarrow C'_T = \frac{20 \times (3 + C)}{20 + (3 + C)} = \frac{20(3 + C)}{23 + C}$$

$$C'_T = C_T \Rightarrow \frac{20(3 + C)}{23 + C} = \frac{12}{7} + \frac{16C}{16 + C}$$

$$\Rightarrow \frac{5(3 + C)}{23 + C} = \frac{3}{7} + \frac{4C}{16 + C} \Rightarrow \frac{5(3 + C)}{23 + C} = \frac{31C + 48}{7(16 + C)}$$

$$\Rightarrow 35C^2 + 665C + 1680 = 31C^2 + 761C + 1104 \Rightarrow 4C^2 - 96C + 576 = 0 \Rightarrow$$

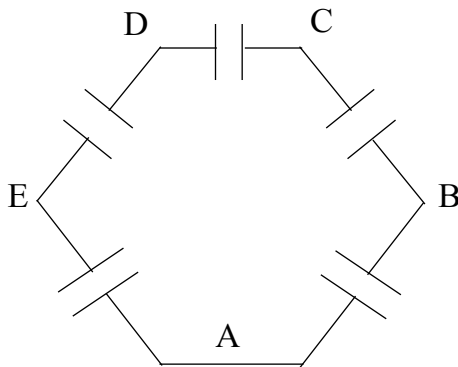
$$C^2 - 24C + 144 = 0 \Rightarrow (C - 12)^2 = 0 \Rightarrow C = 12 \mu F$$



۸۹- در مدار شکل مقابل خازن‌ها یکسان‌اند. ظرفیت معادل بین نقاط A و B چند برابر ظرفیت معادل بین نقاط A و C است؟

$$\left(C_{AB} = C + \frac{C}{3} = \frac{4}{3}C \text{ و } C_{AC} = \frac{C}{2} + \frac{C}{2} = C \right) \Rightarrow \frac{C_{AB}}{C_{AC}} = \frac{4}{3}$$

۹۰- در مدار شکل زیر خازن‌ها یکسان‌اند. ظرفیت معادل بین نقاط A و B چند برابر ظرفیت معادل بین نقاط A و C است؟



$$\left(C_{AB} = C + \frac{C}{4} = \frac{5}{4}C \text{ و } C_{AC} = \frac{C}{2} + \frac{C}{3} = \frac{5}{6}C \right) \Rightarrow \frac{C_{AB}}{C_{AC}} = \frac{3}{2}$$

۹۱- یک خازن با خازنی به ظرفیت $16\mu F$ موازی بسته می‌شود و سپس خازن‌ها با خازن دیگری به ظرفیت $5\mu F$ سری بسته می‌شوند. ظرفیت نهایی با ظرفیت خازن اول یکسان می‌شود. ظرفیت خازن اول را به دست آورید.

ظرفیت خازن اول را C فرض می‌کنیم:

$$C_T = \frac{(C + 16) \times 5}{(C + 16) + 5} = \frac{5(C + 16)}{C + 21} = C$$

$$\Rightarrow 5C + 80 = C^2 + 21C \Rightarrow C^2 + 16C - 80 = 0 \Rightarrow (C - 4)(C + 20) = 0 \Rightarrow C = 4\mu F$$

۹۲- یک خازن با خازنی به ظرفیت $30\mu F$ سری بسته می‌شود و سپس خازن‌ها با خازن دیگری به ظرفیت $5\mu F$ موازی بسته می‌شوند. ظرفیت نهایی با ظرفیت خازن اول یکسان می‌شود. ظرفیت خازن اول را به دست آورید.

ظرفیت خازن اول را C فرض می‌کنیم:

$$C_T = 5 + \frac{30 \times C}{30 + C} = C \Rightarrow \frac{30C}{30 + C} = C - 5 \Rightarrow 30C = C^2 + 25C - 150 \Rightarrow C^2 - 5C - 150 = 0$$

$$\Rightarrow (C - 15)(C + 10) = 0 \Rightarrow C = 15\mu F$$

۹۳- (الف) چه مقدار بار الکتریکی از باتری به خازن‌ها اضافه می‌شود؟

(الف)

(۱) قبل از بستن کلید:

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} = \frac{4}{40} = \frac{1}{10} \Rightarrow C_T = 10 \mu F \Rightarrow q = C_T V \Rightarrow q = 300 \mu C$$

(۲) بعد از بستن کلید: (خازن $40 \mu F$ از مدار حذف می‌شود)

$$\frac{1}{C'_T} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} \Rightarrow C'_T = 10 \mu F \Rightarrow q' = C'_T V \Rightarrow q' = 400 \mu C$$

$$\Rightarrow \Delta q = q' - q = 100 \mu C$$

$100 \mu C$ بار از باتری به خازن‌ها اضافه می‌شود.

۹۴- (ب) انرژی ذخیره شده در خازن‌ها چند برابر می‌شود؟

(ب)

$$\begin{cases} U' = \frac{1}{2} C'_T V^2 \\ U = \frac{1}{2} C_T V^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{C'_T}{C_T} = \frac{\left(\frac{40}{3}\right)}{10} = \frac{4}{3}$$

انرژی ذخیره شده در خازن‌ها $\frac{4}{3}$ برابر می‌شود.

۹۵- (الف) پس از بستن کلید بار الکتریکی مجموعه خازن‌ها

چند برابر می‌شود؟

(الف)

(۱) قبل از بستن کلید:

$$\frac{30 \times 30}{30 + 30} = \frac{900}{60} = 15 \mu F \Rightarrow 15 + 5 = 20 \mu F \Rightarrow C_T = \frac{20 \times 5}{20 + 5} = \frac{100}{25} = 4 \mu F$$

بجایستن

کلید:

$$30 + 30 = 60 \mu F$$

$$\Rightarrow \frac{60 \times 30}{60 + 30} = \frac{1800}{90} = 20 \mu F \Rightarrow 20 + 5 = 25 \mu F \Rightarrow C'_T = \frac{25 \times 5}{25 + 5} = \frac{125}{30} = \frac{25}{6} \mu F$$

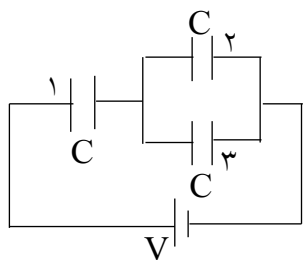
$$\Rightarrow \frac{q'_T}{q_T} = \frac{C'_T V}{C_T V} = \frac{C'_T}{C_T} = \frac{\left(\frac{25}{6}\right)}{4} = \frac{25}{24}$$

۹۶- (ب) انرژی ذخیره شده در خازن‌ها چه قدر اضافه می‌شود؟

(ب)

$$\begin{cases} U' = \frac{1}{2} C'_T V^2 = \frac{1}{2} \times \frac{25}{6} \times 12^2 = 300 \mu J \\ U = \frac{1}{2} C_T V^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 12^2 = 288 \mu J \end{cases} \Rightarrow \Delta U = U'_T - U_T = 300 - 288 = 12 \mu J$$

۹۷- در مدار شکل مقابل بار ذخیره شده و انرژی پتانسیل هر خازن را به دست آورید.



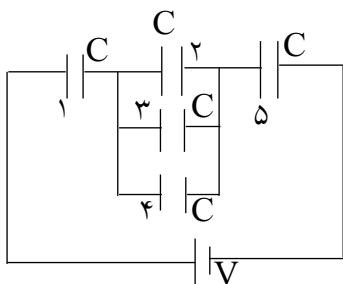
$$C_T = \frac{C \times 2C}{C + 2C} = \frac{2C^2}{3C} = \frac{2}{3}C \Rightarrow Q = C_T V = \frac{2}{3}CV$$

$$q_1 = Q \Rightarrow q_1 = \frac{2}{3}CV$$

$$\begin{cases} q_2 + q_3 = Q \\ q_2 = q_3 \end{cases} \Rightarrow q_2 = q_3 = \frac{1}{2}Q = \frac{1}{3}CV$$

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{C} = \frac{2}{9} CV^2 \quad \text{و} \quad U_2 = U_3 = \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{C} = \frac{1}{18} CV^2$$

۹۸- در مدار شکل مقابل بار ذخیره شده و انرژی پتانسیل هر خازن را به دست آورید.

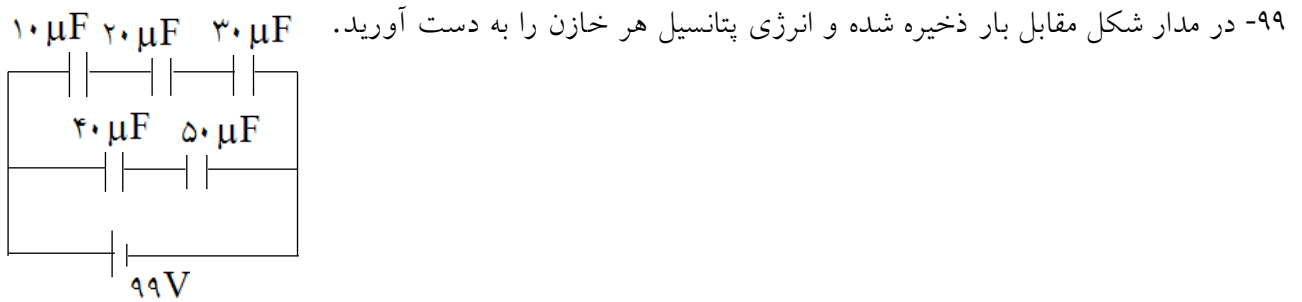


$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C} + \frac{1}{3C} + \frac{1}{C} = \frac{5}{3C} \Rightarrow C_T = \frac{3}{5}C \Rightarrow Q = C_T V = \frac{3}{5}CV \Rightarrow q_1 = q_5 = Q = \frac{3}{5}CV$$

$$\begin{cases} q_2 + q_3 + q_4 = Q \\ q_2 = q_3 = q_4 \end{cases} \Rightarrow q_2 = q_3 = q_4 = \frac{1}{3}Q = \frac{1}{5}CV$$

$$U_1 = U_5 = \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{C} = \frac{9}{25} CV^2$$

$$U_2 = U_3 = U_4 = \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{C} = \frac{1}{25} CV^2$$



اختلاف پتانسیل دوسر هر دو شاخه مدار ۹۹ ولت است.

$$\frac{1}{C_{T_1}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{11}{60} \Rightarrow C_{T_1} = \frac{60}{11} \mu F$$

$$q_1 = C_{T_1} V = \frac{60}{11} \times 99 = 540 \mu C$$

$$\frac{1}{C_{T_2}} = \frac{1}{40} + \frac{1}{50} = \frac{9}{200} \Rightarrow C_{T_2} = \frac{200}{9} \mu F$$

$$q_2 = C_{T_2} V = \frac{200}{9} \times 99 = 2200 \mu C$$

$$\text{انرژی خازن } 10 \text{ میکروفاراد} = \frac{1}{2} \times \frac{540^2}{10} = 14580 \mu J$$

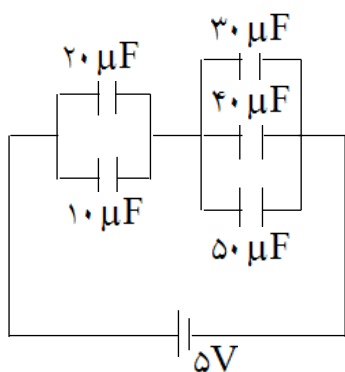
$$\text{انرژی خازن } 20 \text{ میکروفاراد} = \frac{1}{2} \times \frac{540^2}{20} = 7290 \mu J$$

$$\text{انرژی خازن } 30 \text{ میکروفاراد} = \frac{1}{2} \times \frac{540^2}{30} = 4860 \mu J$$

$$\text{انرژی خازن } 40 \text{ میکروفاراد} = \frac{1}{2} \times \frac{2200^2}{40} = 60500 \mu J$$

$$\text{انرژی خازن } 50 \text{ میکروفاراد} = \frac{1}{2} \times \frac{2200^2}{50} = 48400 \mu J$$

۱۰۰- در مدار شکل مقابل بار ذخیره شده و انرژی پتانسیل هر خازن را به دست آورید.



$$(10 + 20 = 30 \mu F \text{ و } 30 + 40 + 50 = 120 \mu F) \Rightarrow C_T = \frac{30 \times 120}{30 + 120} = \frac{3600}{150} = 24 \mu F$$

$$\Rightarrow Q = C_T V = 24 \times 5 = 120 \mu C$$

بار ذخیره شده در خازن‌های ۱۰ و ۲۰ و ۳۰ و ۴۰ و ۵۰ میکروفاراد را به ترتیب q_5, q_4, q_3, q_2, q_1 فرض می‌کنیم.

$$\begin{cases} q_1 + q_2 = Q \\ \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} \Rightarrow \frac{q_1}{10} = \frac{q_2}{20} \Rightarrow q_2 = 2 q_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = \frac{1}{3} Q = 40 \mu C \\ q_2 = \frac{2}{3} Q = 80 \mu C \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_3 + q_4 + q_5 = Q \\ \frac{q_3}{C_3} = \frac{q_4}{C_4} = \frac{q_5}{C_5} \Rightarrow \frac{q_3}{30} = \frac{q_4}{40} = \frac{q_5}{50} \Rightarrow \frac{q_3}{3} = \frac{q_4}{4} = \frac{q_5}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_3 = \frac{1}{4} Q = 30 \mu C \\ q_4 = \frac{1}{3} Q = 40 \mu C \\ q_5 = \frac{5}{12} Q = 50 \mu C \end{cases}$$

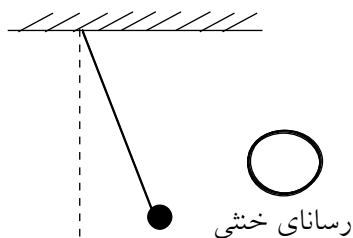
$$\text{انرژی خازن } 10 \text{ میکروفاراد} = \frac{1}{2} \times \frac{40^2}{10} = 80 \mu J$$

$$\text{انرژی خازن } 20 \text{ میکروفاراد} = \frac{1}{2} \times \frac{80^2}{20} = 160 \mu J$$

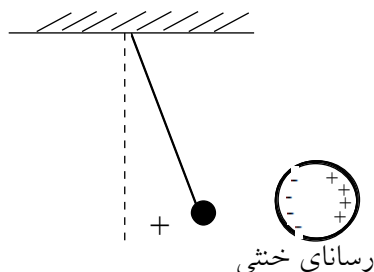
$$\text{انرژی خازن } 30 \text{ میکروفاراد} = \frac{1}{2} \times \frac{30^2}{30} = 15 \mu J$$

$$\text{انرژی خازن } 40 \text{ میکروفاراد} = \frac{1}{2} \times \frac{40^2}{40} = 20 \mu J$$

$$\text{انرژی خازن } 50 \text{ میکروفاراد} = \frac{1}{2} \times \frac{50^2}{50} = 25 \mu J$$

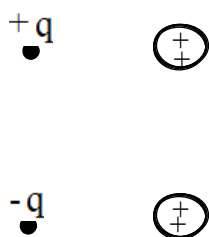


۱۰۱- در شکل مقابل یک بار الکتریکی کوچک از نخ آویزان است. یک قطعه رسانا که از نظر بارالکتریکی خشی است به بار آویزان نزدیک شده است. چرا به بار آویزان نیروی الکتریکی وارد می‌شود؟ و چرا نوع این نیرو جاذبه است؟



به دلیل وجود بار الکتریکی در مجاورت رسانا، در رسانا القای الکتریکی صورت می‌گیرد. مطابق شکل بارهای موافق با بار الکتریکی کوچک از آن دور می‌شوند و بارهای مخالف با بار الکتریکی کوچک به آن نزدیک می‌شوند. بارهای مخالف که نیروی جاذبه به بار آویزان وارد می‌کنند نسبت به بارهای موافق که نیروی دافعه به بار آویزان وارد می‌کنند نزدیک‌ترند. لذا در مجموع به بار آویزان نیروی جاذبه وارد می‌شود.

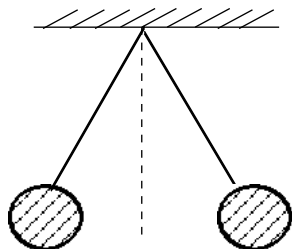
۱۰۲- یک کره رسانا دارای بارالکتریکی مثبت است. این کره مطابق شکل یک بار در فاصله‌ی مشخصی از بار نقطه‌ای $+q$ و بار دیگر در همان فاصله از بار نقطه‌ای $-q$ قرار گرفته است. در کدام حالت به کره نیروی بزرگ‌تری وارد می‌شود؟



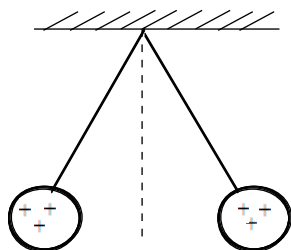
در حالت اول نیروی بین بار $+q$ و بارهای مثبت کره دافعه است. بنابراین بارهای کره در دورترین فاصله‌ی ممکن از بار $+q$ روی سطح کره قرار می‌گیرند. اما در حالت دوم نیروی بین بار $-q$ و بارهای مثبت کره جاذبه است. بنابراین بارهای کره در نزدیک‌ترین فاصله‌ی ممکن از بار $-q$ روی سطح کره قرار می‌گیرند.

در نتیجه فاصله‌ی متوسط بارهای کره از بار نقطه‌ای $+q$ در حالت اول بیش‌تر از فاصله‌ی متوسط بارهای کره از بار $-q$ در حالت دوم است و بار $-q$ نیروی بزرگ‌تری به کره وارد می‌کند.

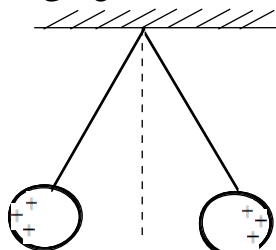
۱۰۳- دو کره ی یکسان با جرم مشخص m دارای بارالکتریکی مشخص q هستند. مطابق شکل زیر کره ها توسط نخ های هم اندازه از یک نقطه آویزان شده اند و مطابق شکل به تعادل رسیده اند. فرض کنید یک بار کره ها رسانا و بار دیگر کره ها عایق بوده اند. در کدام حالت زاویه ی بین نخ ها در شرایط تعادل بیش تر است؟



اگر کره ها رسانا باشند، مطابق شکل سمت راست بارها می توانند درون کره ها حرکت کنند و به دلیل نیروی دافعه الکتریکی میان بارها، آن ها در دورترین فاصله ی ممکن از هم درون کره ها قرار می گیرند. بنابراین نیروی متقابل کره ها در حالتی که کره ها رسانا هستند کمتر است و در حالت تعادل نخ ها زاویه ی کوچک تری نسبت به حالتی که کره ها نارسانا هستند تشکیل می دهند.

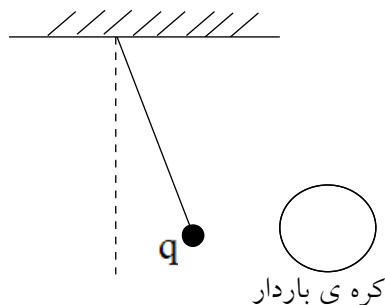


کره ها عایق هستند



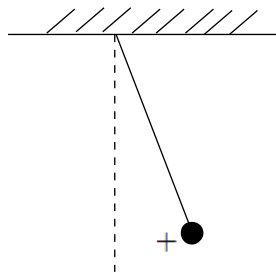
کره ها رسانا هستند

۱۰۴- در شکل زیر بار الکتریکی کوچک q از نخ ی آویزان است. یک کره با بار مشخص Q که ناهم نام با q است در وضعیت مشخصی نسبت به بار آویزان قرار گرفته است. فرض کنید یک بار کره رسانا و بار دیگر عایق است. در کدام حالت بار آویزان بیش تر به طرف کره ی باردار منحرف می شود؟

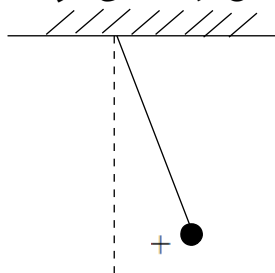


کره ی باردار

در حالتی که کره رسانا است مطابق شکل سمت راست بارهای آن به دلیل جاذبه ی بار نقطه ای آویزان در کمترین فاصله از بار آویزان روی سطح کره قرار می گیرند و کاهش فاصله باعث افزایش نیروی جاذبه ی بین کره و بار آویزان در نتیجه انحراف بیش تر آن می شود.

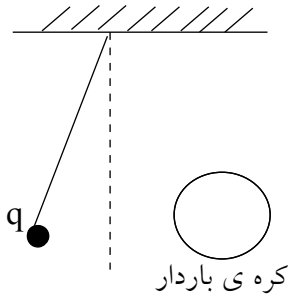


کره ی باردار عایق

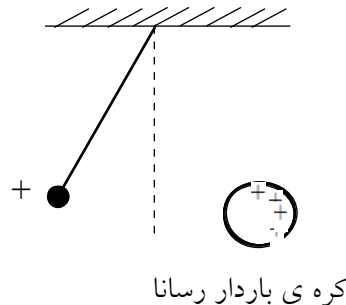
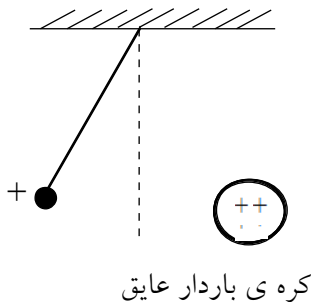


کره ی باردار رسانا

۱۰۵- در شکل مقابل بار الکتریکی کوچک q از نخ آویزان است. یک کره با بار مشخص Q که هم نام با q است در وضعیت مشخصی نسبت به بار آویزان قرار گرفته است. فرض کنید یک بار کره رسانا و بار دیگر عایق است. در کدام حالت بار آویزان بیش تر از کره ی باردار دور می شود؟



در حالتی که کره رسانا است مطابق شکل سمت راست بارهای آن به دلیل دافعه ی بار نقطه ای آویزان در بیش ترین فاصله از بار آویزان روی سطح کره قرار می گیرند و افزایش فاصله باعث کاهش نیروی دافعه بین کره و بار آویزان و در نتیجه انحراف کم تر آن می شود.



توجه: در حالتی که کره رسانا است ممکن است به دلیل بزرگی کره و یا کوچک بودن بار الکتریکی کره در سطح نزدیک آن به بار آویزان بار الکتریکی مخالف با بار آویزان القا شود که حتی ممکن است باعث شود بار آویزان به طرف کره ی باردار جذب شود.

۱۰۶- دو بار الکتریکی نقطه ای در فاصله ی مشخصی از یکدیگر قرار دارند و بزرگی نیروی الکتریکی متقابل آنها F است. اگر اندازه ی هر یک از بارها ۳ برابر و فاصله ی بین آنها ۲ برابر شود، بزرگی نیروی الکتریکی متقابل بارها چه قدر می شود؟

$$\begin{cases} F = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \\ F' = \frac{k q'_1 q'_2}{r'^2} = \frac{k (3q_1) (3q_2)}{(2r)^2} = \frac{9 k q_1 q_2}{4 r^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{9}{4} \Rightarrow F' = \frac{9}{4} F$$

۱۰۷- دو بار الکتریکی q_1 و q_2 در فاصله d از یکدیگر قرار دارند و نیروی F را به هم وارد می‌کنند. اگر اندازه‌ی هر یک از بارها $1/5$ برابر شده باشد و بارها نیروی $\frac{F}{4}$ را به یکدیگر وارد کنند، فاصله‌ی بین بارها چه قدر شده است؟

$$\begin{cases} F = \frac{kq_1q_2}{d^2} \\ F' = \frac{kq'_1q'_2}{d'^2} = \frac{k(1/5q_1)(1/5q_2)}{d'^2} = 1/25 \frac{kq_1q_2}{d'^2} \end{cases}$$

$$F' = \frac{F}{4} \Rightarrow 1/25 \frac{kq_1q_2}{d'^2} = \frac{1}{4} \frac{kq_1q_2}{d^2} \Rightarrow \frac{1/25}{d'^2} = \frac{1}{4d^2} \Rightarrow d'^2 = 1/4 d^2 \Rightarrow d' = 1/2 d$$

۱۰۸- دو بار الکتریکی q_1 و q_2 در فاصله d از یکدیگر قرار دارند و نیرویی به اندازه‌ی F به هم وارد می‌کنند. بار q_1 نصف می‌شود و به اندازه‌ی $2d$ از بار q_2 دور می‌شود. اگر نیرویی که بارها به هم وارد می‌کنند $\frac{F}{3}$ شود، بار q_2 چند برابر شده است؟

$$\begin{cases} F = \frac{kq_1q_2}{d^2} \\ F' = \frac{kq'_1q'_2}{d'^2} = \frac{k\left(\frac{1}{2}q_1\right)q'_2}{(d+2d)^2} = \frac{1}{18} \frac{kq_1q'_2}{d^2} \end{cases}$$

$$F' = \frac{1}{3} F \Rightarrow \frac{1}{18} \frac{kq_1q'_2}{d^2} = \frac{1}{3} \frac{kq_1q_2}{d^2} \Rightarrow \frac{1}{18} q'_2 = \frac{1}{3} q_2 \Rightarrow q'_2 = 6q_2$$

اندازه‌ی بار الکتریکی q_2 شش برابر شده است.

۱۰۹- دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصله‌ی مشخصی از هم قرار دارند. اندازه‌ی یکی از بارها ۶۰ درصد افزایش می‌یابد و اندازه‌ی بار دیگر ۶۰ درصد کاهش می‌یابد. فاصله‌ی بین بارها چند درصد و چگونه تغییر کند تا نیروی الکتریکی متقابل بارها تغییر نکند؟

$$\begin{cases} q'_1 = q_1 + \frac{60}{100} q_1 = 1.6 q_1 \\ q'_2 = q_2 - \frac{60}{100} q_2 = 0.4 q_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \\ F' = \frac{k q'_1 q'_2}{r'^2} = \frac{k (1.6 q_1) (0.4 q_2)}{r'^2} = 0.64 \frac{k q_1 q_2}{r'^2} \end{cases}$$

$$F' = F \Rightarrow 0.64 \frac{k q_1 q_2}{r'^2} = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow r'^2 = 0.64 r^2$$

$$\Rightarrow r' = 0.8 r \Rightarrow \Delta r = r' - r = -0.2 r = -\frac{20}{100} r = -20\% r$$

فاصله‌ی بین بارها ۲۰ درصد کاهش یافته است.

۱۱۰- بارهای الکتریکی نقطه‌ای $1 \mu\text{C}$ و $4 \mu\text{C}$ در فاصله‌ی d از هم قرار دارند. اگر فاصله‌ی بارها به اندازه‌ی d افزایش یابد، نیروی الکتریکی متقابل آن‌ها به اندازه‌ی ۳۰ نیوتن کاهش می‌یابد. d را به دست آورید.

فاصله‌ی بین بارها ۲ برابر شده است پس بزرگی نیروی متقابل آن‌ها $\frac{1}{4}$ برابر شده است.

$$\left. \begin{aligned} F' &= \frac{1}{4} F \\ F - F' &= 30 \text{ N} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F - \frac{F}{4} = 30 \Rightarrow \frac{3}{4} F = 30 \Rightarrow F = 40 \text{ N}$$

$$F = \frac{k q_1 q_2}{d^2} = \frac{(9 \times 10^9) (1 \times 10^{-6}) (4 \times 10^{-6})}{d^2} = \frac{36 \times 10^{-3}}{d^2} = 40$$

$$\Rightarrow d^2 = \frac{36 \times 10^{-3}}{40} = 9 \times 10^{-4} \Rightarrow d = 3 \times 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow d = 3 \text{ cm}$$

۱۱۱- بارهای الکتریکی q_1 و q_2 در فاصله‌ی d از یکدیگر قرار دارند. اگر فاصله‌ی بارها نصف شود، نیروی الکتریکی بارها ۲۷۰ نیوتن افزایش می‌یابد. اگر فاصله‌ی بارها دو برابر می‌شد، نیروی الکتریکی بارها چه قدر و چگونه تغییر می‌کرد؟

اگر فاصله‌ی بارها نصف شود نیروی متقابل بارها چهار برابر می‌شود.

$$\left. \begin{aligned} F' &= 4 F \\ F' - F &= 270 \text{ N} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4F - F = 270 \text{ N} \Rightarrow F = 90 \text{ N}$$

اگر فاصله‌ی بارها دو برابر می‌شد نیروی متقابل بارها $\frac{1}{4}$ برابر می‌شد.

$$F'' = \frac{1}{4} F = 22.5 \text{ N} \Rightarrow F'' - F = -67.5 \text{ N}$$

در نتیجه نیروی متقابل بارها 67.5 نیوتن کاهش پیدا می‌کرد.

۱۱۲- دو بار الکتریکی یکسان Q در فاصله‌ی مشخصی از هم قرار دارند. چه کسری از یکی از بارها گرفته شود و به دیگری داده شود تا بدون تغییر در فاصله‌ی بارها نیروی الکتریکی متقابل بارها ۶۴ درصد کاهش یابد؟

$$\begin{cases} F' = \frac{kQ^2}{r^2} \\ F' = \frac{k(Q-q)(Q+q)}{r^2} = \frac{k(Q^2 - q^2)}{r^2} \end{cases} \Rightarrow F' = 0.36F \Rightarrow \frac{k(Q^2 - q^2)}{r^2} = 0.36 \frac{kQ^2}{r^2}$$

$$Q^2 - q^2 = 0.36Q^2 \Rightarrow q^2 = 0.64Q^2 \Rightarrow q = 0.8Q = \frac{4}{5}Q$$

باید $\frac{4}{5}$ یکی از بارها گرفته شود و به دیگری داده شود.

۱۱۳- دو بار الکتریکی یکسان در فاصله‌ی مشخصی از هم قرار دارند. بدون تغییر در فاصله‌ی بارها n درصد از مقدار یکی از بارها کسر می‌کنیم و به بار دیگر اضافه می‌کنیم. بزرگی نیروی الکتریکی متقابل بارها چند درصد کاهش می‌یابد؟ اندازه‌ی بارها را Q و فاصله‌ی آنها را d فرض می‌کنیم.

$$F = \frac{kQQ}{d^2} = \frac{kQ^2}{d^2}$$

اندازه‌ی بارها را پس از تغییرات به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} Q_1 = Q - \frac{n}{100}Q = \left(1 - \frac{n}{100}\right)Q \\ Q_2 = Q + \frac{n}{100}Q = \left(1 + \frac{n}{100}\right)Q \end{cases}$$

$$F' = \frac{kQ_1Q_2}{d^2} = \frac{k\left(1 - \frac{n}{100}\right)Q\left(1 + \frac{n}{100}\right)Q}{d^2} = \left(1 - \frac{n^2}{10000}\right)\frac{kQ^2}{d^2}$$

$$\Rightarrow F' = \left(1 - \frac{n^2}{10000}\right)F \Rightarrow \Delta F = F' - F = -\frac{n^2}{10000}F \Rightarrow \frac{\Delta F}{F} = -\frac{n^2}{10000} = -\frac{n^2}{100}\%$$

بزرگی نیروی متقابل بارها $\frac{n^2}{100}$ درصد کاهش می‌یابد.

۱۱۴- دو بار الکتریکی هم نام q_1 و q_2 در فاصله‌ی مشخصی از هم قرار دارند. بدون تغییر در فاصله‌ی بارها نصف بار q_1 را از آن کسر می‌کنیم و به بار q_2 اضافه می‌کنیم. اگر نیروی الکتریکی متقابل بارها تغییر نکند، نسبت بار q_1 به بار q_2 را به دست آورید.

$$\begin{cases} F = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \\ F' = \frac{k q'_1 q'_2}{r^2} = \frac{k \frac{q_1}{2} \left(q_2 + \frac{q_1}{2} \right)}{r^2} \end{cases}$$

$$F' = F \Rightarrow \frac{q_1}{2} \left(q_2 + \frac{q_1}{2} \right) = q_1 q_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \left(q_2 + \frac{q_1}{2} \right) = q_2 \Rightarrow \frac{2q_2 + q_1}{4} = q_2$$

$$\Rightarrow q_1 = 2q_2 \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = 2$$

۱۱۵- دو بار الکتریکی هم نام q_1 و q_2 در فاصله‌ی مشخصی از هم قرار دارند. ثلث بار q_1 از آن گرفته می‌شود و به بار q_2 داده می‌شود. اندازه‌ی نیروی الکتریکی متقابل بارها حداقل چند برابر می‌شود؟

$$\begin{cases} F = \frac{k q_1 q_2}{d^2} \\ F' = \frac{k \left(\frac{2}{3} q_1 \right) \left(q_2 + \frac{1}{3} q_1 \right)}{d^2} = \frac{2 k q_1 (3q_2 + q_1)}{9 d^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{2 (3q_2 + q_1)}{9 q_2} = 2 \left(\frac{1}{3} + \frac{q_1}{9 q_2} \right) \geq \frac{2}{3}$$

نیروی الکتریکی متقابل بارها حداقل $\frac{2}{3}$ برابر می‌شود.

۱۱۶- دو بار الکتریکی q و $8q$ در فاصله‌ی مشخصی از هم قرار دارند. بدون تغییر در فاصله‌ی بارها چه کسری از بار $8q$ را گرفته و به بار q بدهیم تا نیروی متقابل بارها $2/5$ برابر شود؟ مقدار باری را که از $8q$ گرفته می‌شود و به q داده می‌شود، q_0 فرض می‌کنیم.

$$\begin{cases} F = \frac{k (8q) (q)}{d^2} = 8 \frac{kq^2}{d^2} \\ F' = \frac{k (8q - q_0) (q + q_0)}{d^2} \end{cases}$$

$$F' = 2/5 F \Rightarrow \frac{k (8q - q_0) (q + q_0)}{d^2} = 2/5 \cdot \frac{kq^2}{d^2} \Rightarrow (8q - q_0) (q + q_0) = 2/5 q^2$$

$$\Rightarrow 8q^2 + 7qq_0 - q_0^2 = 2/5 q^2 \Rightarrow q_0^2 - 7qq_0 + 12/5 q^2 = 0$$

$$\Rightarrow (q_0 - 3q)(q_0 - 4q) = 0 \Rightarrow q_0 = 3q \text{ یا } q_0 = 4q$$

یا $\frac{3}{8}$ و یا $\frac{1}{2}$ از بار $8q$ گرفته شده و به بار q داده شده است.

۱۱۷- دو بار الکتریکی q و $5q$ در فاصله‌ی مشخصی از هم قرار دارند. بدون تغییر در فاصله‌ی بارها حداقل و حداکثر چه مقدار از بار الکتریکی $5q$ گرفته شود و به q داده شود تا نیروی الکتریکی متقابل بارها حداقل 60% درصد افزایش یابد؟

$$\begin{cases} F = \frac{k (5q) (q)}{d^2} = 5 \frac{kq^2}{d^2} \\ F' = \frac{k (5q - q_0) (q + q_0)}{d^2} = k \frac{(5q^2 + 4qq_0 - q_0^2)}{d^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow F' \geq F + 60\% F = F + \frac{60}{100} F = 1/6 F \Rightarrow F' \geq 1/6 F$$

$$\Rightarrow k \frac{(5q^2 + 4qq_0 - q_0^2)}{d^2} \geq 1/6 \left(\frac{5kq^2}{d^2} \right) \Rightarrow 5q^2 + 4qq_0 - q_0^2 \geq 1/6 q^2$$

$$\Rightarrow q_0^2 - 4qq_0 + 3/6 q^2 \leq 0 \Rightarrow (q_0 - q)(q_0 - 3q) \leq 0 \Rightarrow q \leq q_0 \leq 3q$$

باید حداقل q و حداکثر $3q$ از بار الکتریکی $5q$ گرفته شود و به بار الکتریکی q داده شود.

۱۱۸- دو گلوله‌ی بسیار کوچک دارای بارهای الکتریکی $+۱۰\text{nC}$ و $+۴۰\text{nC}$ هستند و در فاصله‌ی مشخصی از یکدیگر قرار دارند. چه مقدار بار الکتریکی از گلوله با بار کمتر گرفته شود و به گلوله‌ی دیگر داده شود تا بزرگی نیروی الکتریکی متقابل گلوله‌ها تغییر نکند؟

بار الکتریکی گرفته شده از گلوله‌ی اول ممکن است مثبت یا منفی باشد و همچنین ممکن است بیش‌تر یا کم‌تر از مقدار اولیه‌ی بار هریک از گلوله‌ها باشد. لذا ممکن است علامت هر کدام از بارها در حالت ثانویه تغییر کرده باشد.

$$\begin{cases} F = \frac{kq_1q_2}{d^2} = \frac{k(10)(40)}{d^2} \\ F' = \frac{kq'_1q'_2}{d^2} = \frac{k|10 - q_1||40 + q_1|}{d^2} \end{cases}$$

$$F' = F \Rightarrow |10 - q_1||40 + q_1| = 400 \Rightarrow |400 - 30q_1 - q_1^2| = 400$$

$$\text{حالت ۱} \Rightarrow 400 - 30q_1 - q_1^2 = 400 \Rightarrow q_1^2 + 30q_1 = 0 \Rightarrow q_1 = -30\text{nC}$$

$$\text{حالت ۲} \Rightarrow 400 - 30q_1 - q_1^2 = -400$$

$$\Rightarrow q_1^2 + 30q_1 - 800 = 0 \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 5(-3 + \sqrt{41})\text{nC} \\ q_1 = 5(-3 - \sqrt{41})\text{nC} \end{cases}$$

در جواب مربوط به حالت ۱ نیروی متقابل بارها دافعه می‌ماند. اما در جواب‌های مربوط به حالت ۲ نیروی متقابل از دافعه به جاذبه تبدیل می‌شود.

۱۱۹- دو گلوله‌ی بسیار کوچک دارای بارهای الکتریکی $2q$ و $-5q$ هستند و در فاصله‌ی مشخصی از یکدیگر قرار دارند. بار الکتریکی q_1 از گلوله با بار الکتریکی $2q$ گرفته می‌شود و به گلوله‌ی دیگر داده می‌شود. بزرگی نیروی الکتریکی متقابل گلوله‌ها $0/2$ برابر می‌شود. q_1 را بر حسب q به دست آورید.

با توجه به علامت و اندازه‌ی q_1 ، علامت بارهای ثانویه ممکن است یکسان و یا متفاوت باشد.

$$\begin{cases} F = \frac{k (2q)(5q)}{d^2} = 10 \frac{kq^2}{d^2} \\ F' = \frac{k |2q - q_1| |-5q + q_1|}{d^2} = k \frac{|-10q^2 + 7qq_1 - q_1^2|}{d^2} \end{cases}$$

$$F' = \frac{1}{5}F \Rightarrow |-10q^2 + 7qq_1 - q_1^2| = 2q^2$$

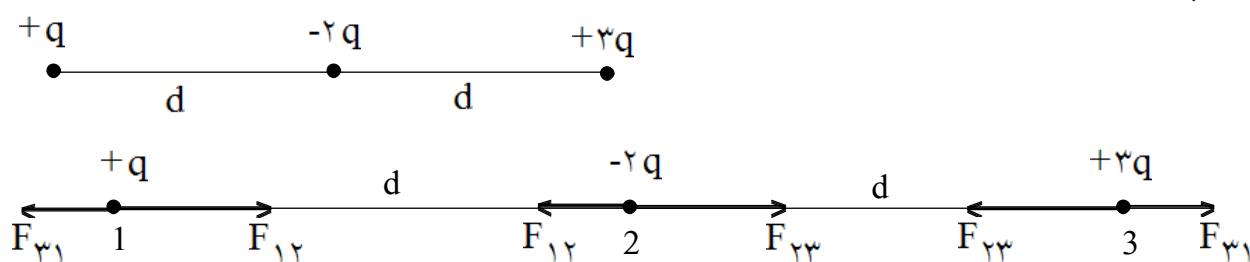
$$1 \text{ حالت} \Rightarrow -10q^2 + 7qq_1 - q_1^2 = +2q^2 \Rightarrow q_1^2 - 7qq_1 + 12q^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 3q \\ q_1 = 4q \end{cases}$$

$$2 \text{ حالت} \Rightarrow -10q^2 + 7qq_1 - q_1^2 = -2q^2 \Rightarrow q_1^2 - 7qq_1 + 8q^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} q_1 = \frac{7 - \sqrt{17}}{2}q \\ q_1 = \frac{7 + \sqrt{17}}{2}q \end{cases}$$

۲

در جواب‌های مربوط به حالت ۱ جهت نیروی متقابل بارها تغییر می‌کند (از جاذبه به دافعه تبدیل می‌شود) اما در جواب‌های مربوط به حالت ۲ جهت نیروی متقابل بارها تغییر نمی‌کند (جاذبه می‌ماند).

۱۲۰- در شکل زیر نیروی الکتریکی وارد بر هر بار را به دست آورید و سپس برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بارها را حساب کنید.



$$F_{12} = \frac{kq(2q)}{d^2} = 2k \frac{q^2}{d^2} \quad \text{نیروی متقابل ۱ و ۲}$$

$$F_{23} = \frac{k(2q)(3q)}{d^2} = 6k \frac{q^2}{d^2} \quad \text{نیروی متقابل ۲ و ۳}$$

$$F_{31} = \frac{k(3q)q}{(2d)^2} = \frac{3}{4}k \frac{q^2}{d^2} \quad \text{نیروی متقابل ۳ و ۱}$$

$$F_1 = F_{12} - F_{31} = 2k \frac{q^2}{d^2} - \frac{3}{4}k \frac{q^2}{d^2} = \frac{5}{4}k \frac{q^2}{d^2} \quad \text{برآیند نیروهای وارد بر +q}$$

$$F_2 = F_{23} - F_{12} = 6k \frac{q^2}{d^2} - 2k \frac{q^2}{d^2} = 4k \frac{q^2}{d^2} \quad \text{برآیند نیروهای وارد بر -2q}$$

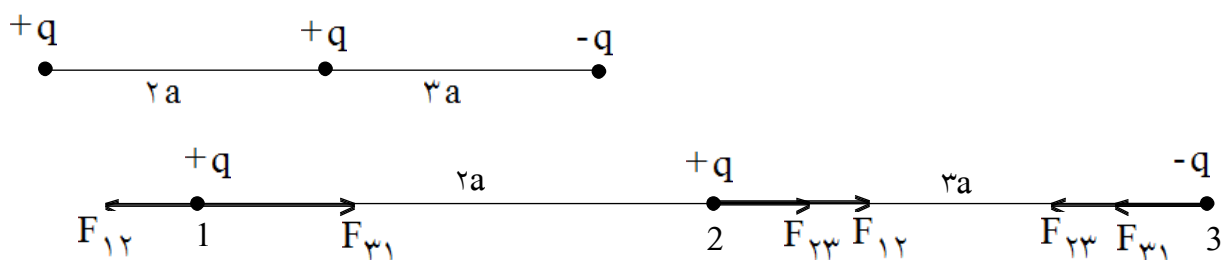
$$F_3 = F_{23} - F_{31} = 6k \frac{q^2}{d^2} - \frac{3}{4}k \frac{q^2}{d^2} = \frac{21}{4}k \frac{q^2}{d^2} \quad \text{برآیند نیروهای وارد بر +3q}$$

F_1 و F_2 به سمت راست و F_3 به سمت چپ است.

$$F_1 + F_2 = \frac{5}{4}k \frac{q^2}{d^2} + 4k \frac{q^2}{d^2} = \frac{21}{4}k \frac{q^2}{d^2} = F_3$$

برآیند F_1 و F_2 هم‌اندازه با F_3 و در خلاف جهت آن است. بنابراین برآیند نیروهای F_1 و F_2 و F_3 صفر است.

۱۲۱- در شکل مقابل نیروی الکتریکی وارد بر هر بار را به دست آورید و سپس برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بارها را حساب کنید.



$$\text{نیروی متقابل ۱ و ۲} \quad F_{12} = \frac{kq q}{(2a)^2} = \frac{1}{4} k \frac{q^2}{a^2}$$

$$\text{نیروی متقابل ۲ و ۳} \quad F_{23} = \frac{kq q}{(3a)^2} = \frac{1}{9} k \frac{q^2}{a^2}$$

$$\text{نیروی متقابل ۱ و ۳} \quad F_{31} = \frac{kq q}{(5a)^2} = \frac{1}{25} k \frac{q^2}{a^2}$$

$$F_1 = F_{12} - F_{31} = \frac{1}{4} k \frac{q^2}{a^2} - \frac{1}{25} k \frac{q^2}{a^2} = \frac{21}{100} k \frac{q^2}{a^2}$$

$$F_2 = F_{23} + F_{12} = \frac{1}{9} k \frac{q^2}{a^2} + \frac{1}{4} k \frac{q^2}{a^2} = \frac{13}{36} k \frac{q^2}{a^2}$$

$$F_3 = F_{23} + F_{31} = \frac{1}{9} k \frac{q^2}{a^2} + \frac{1}{25} k \frac{q^2}{a^2} = \frac{34}{225} k \frac{q^2}{a^2}$$

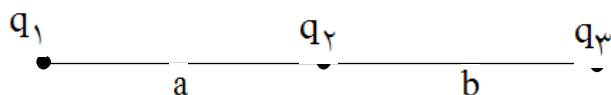
F_1 و F_3 به سمت چپ و F_2 به سمت راست است.

$$F_1 + F_3 = \frac{21}{100} k \frac{q^2}{a^2} + \frac{34}{225} k \frac{q^2}{a^2} = \frac{189 + 136}{900} k \frac{q^2}{a^2} = \frac{325}{900} k \frac{q^2}{a^2} = \frac{13}{36} k \frac{q^2}{a^2} = F_2$$

$$\Rightarrow F_1 + F_3 = F_2$$

برآیند F_1 و F_3 هم‌اندازه با F_2 و در خلاف جهت آن است. بنابراین برآیند نیروهای F_1 و F_3 و F_2 صفر است.

۱۲۲- در شکل زیر علامت و اندازه‌ی بارها چه شرطی باید داشته باشند تا برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 صفر باشد؟



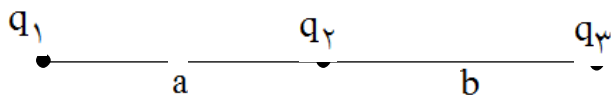
نیروهای وارد بر q_2 از طرف q_1 و q_3 باید قرینه باشند. یعنی باید q_1 و q_3 هر دو بار q_2 را جذب کنند و یا q_1 و q_3 هردو بار q_2 را جذب کنند. یعنی بارهای q_1 و q_3 یا هر دو هم‌نام با بار q_2 هستند و یا هردو ناهم‌نام با بار q_2 هستند. بنابراین بارهای q_1 و q_3 باید هم‌نام باشند. از طرفی اندازه‌ی نیروهایی که بارهای q_1 و q_3 به بار q_2 وارد می‌کنند باید یکسان باشد.

$$F_{12} = F_{32} = k \frac{|q_1 q_2|}{a^2} = k \frac{|q_3 q_2|}{b^2} \Rightarrow \left| \frac{q_1}{q_3} \right| = \frac{a^2}{b^2}$$

با توجه به این که بارهای q_1 و q_3 هم‌نام هستند و $\frac{q_1}{q_3}$ مثبت است داریم: $\frac{q_1}{q_3} = + \frac{a^2}{b^2}$

مشاهده می‌شود که اندازه و علامت q_2 هیچ نقشی در صفر شدن برآیند نیروهای وارد بر آن ندارد.

۱۲۳- در شکل زیر علامت و اندازه‌ی بارها چه شرطی باید داشته باشند تا برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 صفر باشد؟



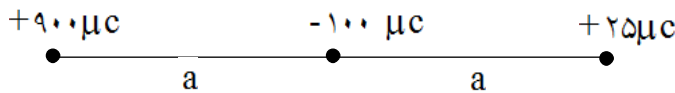
نیروهای وارد بر q_3 از طرف q_1 و q_2 باید قرینه باشند. یعنی یکی از بارهای q_1 و q_2 باید q_3 را جذب کند و یکی از بارهای q_1 و q_2 باید q_3 را دفع کند. پس یکی از دو بار q_1 و q_2 با q_3 هم‌نام و یکی از آن‌ها با q_3 ناهم‌نام است. بنابراین بارهای q_1 و q_2 باید ناهم‌نام باشند. از طرفی اندازه‌ی نیروهایی که بارهای q_1 و q_2 به q_3 وارد می‌کنند باید یکسان باشد.

$$F_{13} = F_{23} = k \frac{|q_1 q_3|}{(a+b)^2} = k \frac{|q_2 q_3|}{b^2} \Rightarrow \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = \left(\frac{a+b}{b} \right)^2$$

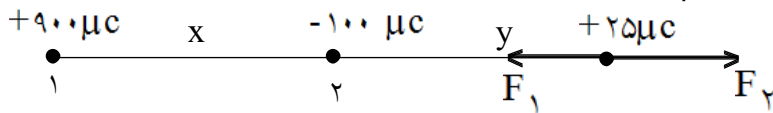
با توجه به این که بارهای q_1 و q_2 ناهم‌نام هستند و $\frac{q_1}{q_2}$ منفی است داریم: $\frac{q_1}{q_2} = - \frac{(a+b)^2}{b^2}$

مشاهده می‌شود که اندازه و علامت q_3 هیچ نقشی در صفر شدن برآیند نیروهای وارد بر آن ندارد.

۱۲۴- در شکل زیر می‌خواهیم با جابه‌جا کردن هر کدام از بارها برآیند نیروهای وارد بر بار $+۲۵\mu\text{C}$ صفر شود. هر بار الکتریکی چه قدر و در چه جهتی باید جابه‌جا شود؟



اگر شرایط نهایی به صورت شکل زیر باشد، داریم:



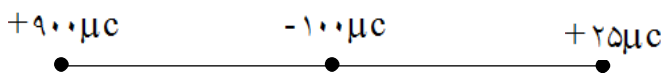
$$F_1 = F_2 \Rightarrow k \frac{900 \times 25}{(x+y)^2} = k \frac{100 \times 25}{y^2} \Rightarrow \frac{(x+y)^2}{y^2} = \frac{900}{100} = 9 \Rightarrow \frac{x+y}{y} = 3 \Rightarrow x = 2y$$

اگر بخواهیم بار $+۹۰۰\mu\text{C}$ را جابه‌جا کنیم باید این بار به اندازه‌ی a به سمت چپ برود.

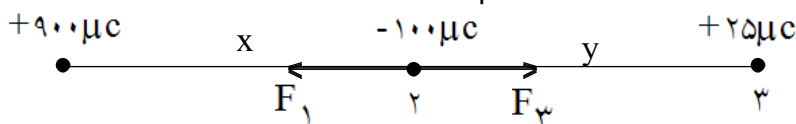
اگر بخواهیم بار $-۱۰۰\mu\text{C}$ را جابه‌جا کنیم باید این بار به اندازه‌ی $\frac{a}{3}$ به سمت راست برود.

اگر بخواهیم بار $+۲۵\mu\text{C}$ را جابه‌جا کنیم باید این بار به اندازه‌ی $\frac{a}{3}$ به سمت چپ برود.

۱۲۵- در شکل زیر می‌خواهیم با جابه‌جا کردن هر کدام از بارها برآیند نیروهای وارد بر بار $-۱۰۰\mu\text{C}$ صفر شود. هر بار الکتریکی چه قدر و در چه جهتی باید جابه‌جا شود؟



اگر شرایط نهایی به صورت شکل زیر باشد، داریم:



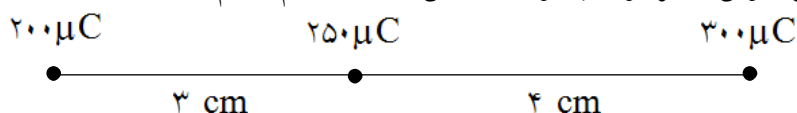
$$F_1 = F_3 \Rightarrow k \frac{900 \times 100}{x^2} = k \frac{25 \times 100}{y^2} \Rightarrow \frac{x^2}{y^2} = \frac{900}{25} = 36 \Rightarrow \frac{x}{y} = 6 \Rightarrow x = 6y$$

اگر بخواهیم بار $+۹۰۰\mu\text{C}$ را جابه‌جا کنیم باید این بار به اندازه‌ی $5a$ به سمت چپ برود.

اگر بخواهیم بار $-۱۰۰\mu\text{C}$ را جابه‌جا کنیم باید این بار به اندازه‌ی $\frac{5}{7}a$ به سمت راست برود.

اگر بخواهیم بار $+۲۵\mu\text{C}$ را جابه‌جا کنیم باید این بار به اندازه‌ی $+\frac{5a}{6}$ به سمت چپ برود.

۱۲۶- در شکل زیر می‌خواهیم با گرفتن مقداری بار الکتریکی از یکی از دو بار نقطه‌ای ۳۰۰ و ۲۰۰ میکروکولن و دادن آن به دیگری برآیند نیروهای وارد بر بار ۲۵۰ میکروکولن صفر شود. چگونه باید این کار را انجام دهیم؟



مقدار نهایی بارهای ۲۰۰ و ۳۰۰ میکروکولن را q_1 و q_2 فرض می‌کنیم.

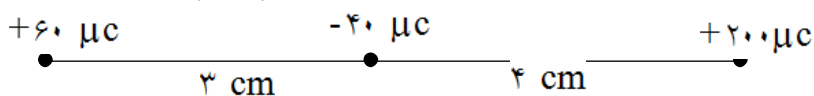


$$F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{k q_1 q}{r_1^2} = k \frac{q_2 q}{r_2^2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{9}{16}$$

$$q_1 + q_2 = 500 \mu C \Rightarrow \frac{9}{16} q_2 + q_2 = 500 \Rightarrow q_2 = 320 \mu C \Rightarrow q_1 = 180 \mu C$$

بنابراین باید ۲۰ میکروکولن از بار ۳۰۰ میکروکولن گرفته شود و به بار ۲۰۰ میکروکولن داده شود.

۱۲۷- در شکل زیر می‌خواهیم با گرفتن مقداری بار الکتریکی از یکی از دو بار ۲۰۰+ و ۴۰- میکروکولن و دادن آن به دیگری برآیند نیروهای وارد بر بار ۶۰+ میکروکولن صفر شود. چگونه باید این کار را انجام دهیم؟



مقدار نهایی بارهای ۲۰۰+ و ۴۰- میکروکولن را q_1 و q_2 فرض می‌کنیم.

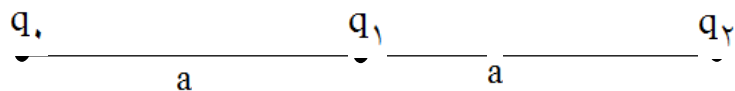
$$F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{k q_1 q}{r_1^2} = k \frac{q_2 q}{r_2^2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \left(\frac{3+4}{3} \right)^2 = \frac{49}{9}$$

$$(+q_1) + (-q_2) = (+200) + (-40) = 160 \mu C$$

$$\Rightarrow \frac{49}{9} q_2 - q_2 = 160 \Rightarrow \frac{40}{9} q_2 = 160 \Rightarrow q_2 = 36 \mu C \Rightarrow q_1 = 196 \mu C$$

بارهای ۲۰۰+ و ۴۰- میکروکولن باید به بارهای ۱۹۶+ و ۳۶- میکروکولن تبدیل شوند. بنابراین باید ۴ میکروکولن از بار ۲۰۰ میکروکولن گرفته شود و به بار ۴۰ میکروکولن داده شود.

۱۲۸- در شکل زیر اگر بار الکتریکی q_1 خنثی شود، نیروی الکتریکی وارد بر بار q_0 چند برابر می‌شود؟



$$q_0 = +1 \text{ nC} \quad \text{و} \quad q_1 = +4 \text{ nC} \quad \text{و} \quad q_2 = -10 \text{ nC} \quad \text{و} \quad a = 3 \text{ cm}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نیروی متقابل } q_1 \text{ و } q_0 : F_1 = \frac{(4 \times 10^{-9})(10^{-9})(4 \times 10^{-9})}{(3 \times 10^{-2})^2} = 4 \times 10^{-5} \text{ N} \\ \text{نیروی متقابل } q_2 \text{ و } q_0 : F_2 = \frac{(4 \times 10^{-9})(10^{-9})(10 \times 10^{-9})}{(6 \times 10^{-2})^2} = 2/5 \times 10^{-5} \text{ N} \end{array} \right.$$

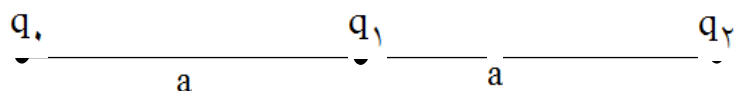
$$q_0 \text{ بر } q_1 : F = F_1 - F_2 = 1/5 \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$q_1 \text{ بعد از خنثی شدن } q_0 : F' = F_2 = 2/5 \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{5}{3}$$

برایند نیروهای وارد بر q_0 ، $\frac{5}{3}$ برابر می‌شود و جهت آن نیز عکس می‌شود.

۱۲۹- در شکل زیر اگر بار الکتریکی q_2 خنثی شود، نیروی الکتریکی وارد بر بار q_0 چند برابر می‌شود؟



$$q_0 = 1 \text{ nC} \quad \text{و} \quad q_1 = +16 \text{ nC} \quad \text{و} \quad q_2 = -12 \text{ nC} \quad \text{و} \quad a = 3 \text{ cm}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نیروی متقابل } q_1 \text{ و } q_0 : F_1 = \frac{(16 \times 10^{-9})(10^{-9})(16 \times 10^{-9})}{(3 \times 10^{-2})^2} = 16 \times 10^{-5} \text{ N} \\ \text{نیروی متقابل } q_2 \text{ و } q_0 : F_2 = \frac{(16 \times 10^{-9})(10^{-9})(12 \times 10^{-9})}{(6 \times 10^{-2})^2} = 3 \times 10^{-5} \text{ N} \end{array} \right.$$

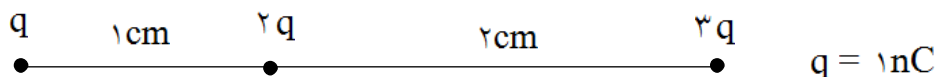
$$q_0 \text{ بر } q_1 : F = F_1 - F_2 = 13 \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$q_2 \text{ بعد از خنثی شدن } q_0 : F' = F_1 = 16 \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{16}{13}$$

برایند نیروهای وارد بر q_0 ، $\frac{16}{13}$ برابر می‌شود و جهت آن تغییر نمی‌کند.

۱۳۰- در شکل زیر اگر بار الکتریکی $۳q$ قرینه شود، نیروی الکتریکی وارد بر بار q چند برابر می‌شود؟



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نیروی متقابل } q \text{ و } 2q : F_{12} = \frac{(q \times 10^{-9})(2 \times 10^{-9})}{(10^{-2})^2} = 18 \times 10^{-5} \text{ N} \\ \text{نیروی متقابل } q \text{ و } 3q : F_{13} = \frac{(q \times 10^{-9})(3 \times 10^{-9})}{(3 \times 10^{-2})^2} = 3 \times 10^{-5} \text{ N} \end{array} \right.$$

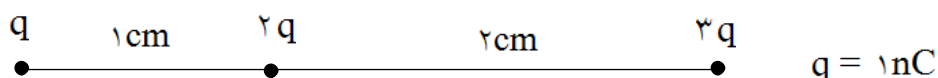
$$q \text{ بر } F : F = F_{12} + F_{13} = 21 \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$3q \text{ بعد از قرینه شدن } q, \text{ بر } F' = F_{12} - F_{13} = 15 \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{5}{7}$$

برایند نیروهای وارد بر q ، $\frac{5}{7}$ برابر می‌شود و جهت آن تغییر نمی‌کند.

۱۳۱- در شکل زیر اگر بار الکتریکی $۳q$ قرینه شود، نیروی الکتریکی وارد بر بار $2q$ چند برابر می‌شود؟



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نیروی متقابل } q \text{ و } 2q : F_{21} = \frac{(q \times 10^{-9})(2 \times 10^{-9})}{(10^{-2})^2} = 18 \times 10^{-5} \text{ N} \\ \text{نیروی متقابل } 2q \text{ و } 3q : F_{23} = \frac{(2 \times 10^{-9})(3 \times 10^{-9})}{(2 \times 10^{-2})^2} = 13/5 \times 10^{-5} \text{ N} \end{array} \right.$$

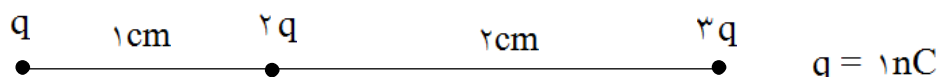
$$2q \text{ بر } F : F = F_{21} - F_{23} = 4/5 \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$3q \text{ پس از قرینه شدن } 2q \text{ بر } F' = F_{21} + F_{23} = 31/5 \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = 7$$

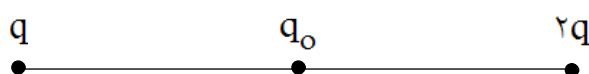
برایند نیروهای وارد بر $2q$ ، ۷ برابر می‌شود و جهت آن تغییر نمی‌کند.

۱۳۲- در شکل زیر اگر بار الکتریکی $۳q$ قرینه شود، نیروی الکتریکی وارد بر آن چند برابر می‌شود؟



در حالت کلی در شرایطی که تعدادی بار الکتریکی در فضا قرار دارند، اگر یکی از بارها قرینه شود تمام نیروهای وارد بر آن از طرف بارهای دیگر قرینه می‌شوند و در نتیجه برآیند نیروهای وارد بر آن قرینه می‌شود. بنابراین اندازه‌ی نیروی برآیند وارد بر $۳q$ تغییر نمی‌کند و فقط جهت آن عکس می‌شود.

۱۳۳- در شکل زیر بار q_0 وسط بارهای q و $۲q$ قرار دارد. اگر بار $۲q$ دو برابر شود، برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_0 چند برابر می‌شود؟



اگر بار q به بار q_0 نیرویی به اندازه‌ی F وارد کند، بار $۲q$ به بار q_0 نیرویی به اندازه‌ی $۲F$ وارد می‌کند داریم:

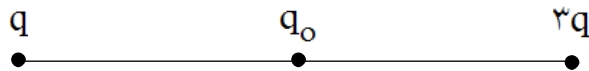


اگر بار $۲q$ دو برابر شود، نیروی وارد از طرف آن به بار q_0 دو برابر می‌شود و داریم:



برآیند نیروهای وارد بر بار q_0 ، سه برابر می‌شود.

۱۳۴- در شکل زیر بار q_0 وسط بارهای q و $3q$ قرار دارد. بار q چند برابر شود تا برابری نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_0 نصف شود و جهت آن تغییر نکند؟



اگر بار q به بار q_0 نیرویی به اندازه F وارد کند، بار $3q$ به بار q_0 نیرویی به اندازه $3F$ وارد می‌کند و داریم:



فرض می‌کنیم پس از تغییر q ، این بار نیروی F' به بار q_0 وارد می‌کند. برای این که برابری نیروها تغییر جهت ندهد

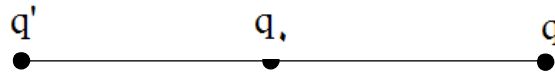
F' باید از $3F$ کمتر باشد.



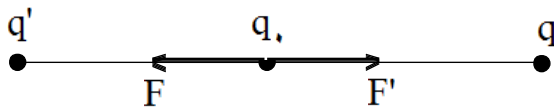
$$\Rightarrow |\Sigma F'| = \frac{1}{2} |\Sigma F| \Rightarrow 3F - F' = \frac{1}{2} \times 2F \Rightarrow F' = 2F$$

نیروی وارد از طرف بار q به بار q_0 دو برابر شده است. پس این بار الکتریکی دو برابر شده است.

۱۳۵- در شکل زیر بار q_1 وسط بارهای q و q' قرار دارد. اگر بار q' چهار برابر شود، برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 برابر صفر می‌شود. بار q' چند برابر شود تا اندازه‌ی برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 تغییر نکند؟

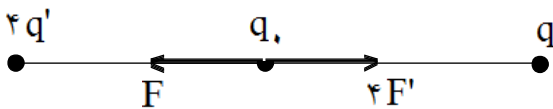


در صورتی برآیند نیروهای وارد بر بار q_1 صفر می‌شود که بارهای q و q' هم‌نام باشند. بنابراین بارهای q و q' به بار q_1 در خلاف جهت یکدیگر نیرو وارد می‌کنند. نیروی وارد از طرف بارهای q و q' به q_1 را F و F' فرض می‌کنیم.



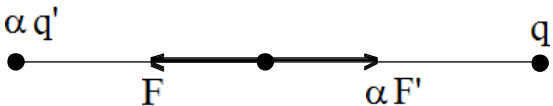
$$\Rightarrow |\Sigma F| = |F - F'|$$

اگر بار q' چهار برابر شود داریم:



$$\Rightarrow |\Sigma F'| = |F - 4F'| = 0 \Rightarrow F = 4F'$$

فرض می‌کنیم بار q' α برابر شود:



اگر اندازه‌ی برآیند نیروهای وارد بر q_1 تغییر نکند:

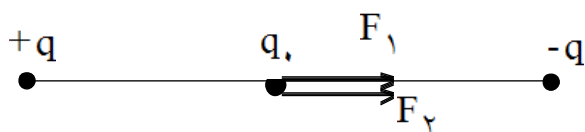
$$|\Sigma F''| = |\Sigma F| = |F - \alpha F'| = |F - F'|$$

$$|4F' - \alpha F'| = |4F' - F'| = 3F'$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4F' - \alpha F' = +3F' \Rightarrow \alpha = 1 \Rightarrow \text{غیر قابل قبول} \\ 4F' - \alpha F' = -3F' \Rightarrow \alpha = 7 \end{cases}$$

بار q' باید هفت برابر شود.

۱۳۶- در شکل زیر بار q ، وسط بارهای $+q$ و $-q$ قرار دارد. اگر یکی از دو بار $-q$ و $+q$ سه برابر شود، برابندی نیروهای الکتریکی وارد بر بار q چند برابر می‌شود؟



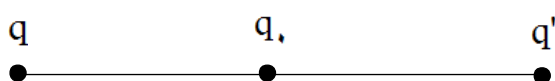
بارهای $+q$ و $-q$ به بار q نیروهای هم‌اندازه و هم‌جهت وارد می‌کنند که اگر اندازه‌ی هر کدام را F فرض کنیم، برآیند نیروهای وارد بر q برابر $2F$ می‌شود.

اگر یکی از بارهای q یا $-q$ سه برابر شود نیروی وارد از طرف آن به بار q نیز ۳ برابر می‌شود. بنابراین به بار q نیروهای F و $3F$ در یک جهت وارد می‌شود و براینده نیروهای وارد بر بار q برابر $4F$ می‌شود.

$$\Rightarrow \frac{\sum F'}{\sum F} = \frac{rF}{rF} = r$$

برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q دو برابر می‌شود.

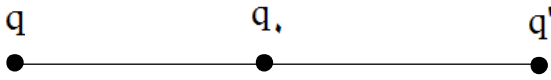
۱۳۷- در شکل زیر بار q ، وسط بارهای ناهم نام q و q' قرار دارد. اگر بار q' نصف شود، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q ، $\frac{1}{8}$ برابر می شود. نسبت بار q به بار q' را به دست آورید.



بارهای q و q' به بار q در یک جهت نیرو وارد می‌کنند. اگر نیروهایی که q و q' به q وارد می‌کنند به ترتیب F و F' باشد برآیند نیروهای وارد بر بار q برابر $F + F'$ است. اگر q' نصف شود، نیروی وارد از طرف آن به بار q نیز نصف می‌شود و برآیند نیروهای وارد بر بار q برابر $F + \frac{1}{2}F'$ می‌شود.

$$\Rightarrow F + \frac{1}{\gamma} F' = \cdot / \wedge (F + F') \Rightarrow \cdot / \gamma F = \cdot / \gamma F' \Rightarrow \frac{F}{F'} = \frac{\gamma}{\gamma} \Rightarrow \frac{q}{q'} = \frac{\gamma}{\gamma}$$

۱۳۸- در شکل زیر بار q_1 وسط بارهای ناهم نام q و q' قرار دارد. اگر بار q' حذف شود برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 ، q ، برابر می شود. اگر بار q حذف می شود برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 ، چند برابر می شود؟



بارهای q و q' به بار q_1 در یک جهت نیرو وارد می کنند. اگر نیروهایی که q و q' به q_1 وارد می کنند به ترتیب F و F' باشد برآیند نیروهای وارد بر بار q_1 برابر $F + F'$ می شود.

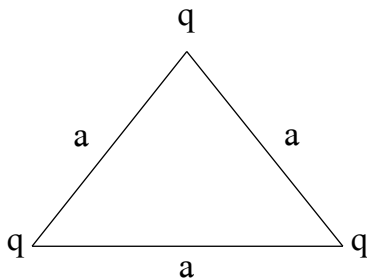
اگر بار q' حذف شود، برآیند نیروهای وارد بر q_1 ، α برابر می شود که: $\alpha = \frac{F}{F + F'}$

اگر بار q حذف شود، برآیند نیروهای وارد بر q_1 ، β برابر می شود که: $\beta = \frac{F'}{F + F'}$

$$\alpha + \beta = \frac{F}{F + F'} + \frac{F'}{F + F'} = \frac{F + F'}{F + F'} = 1 \quad \text{برای } \alpha \text{ و } \beta \text{ داریم:}$$

بنابراین با حذف q برآیند نیروهای وارد بر بار q_1 ، $\frac{1}{3}$ برابر می شود.

۱۳۹- در شکل زیر بارهای الکتریکی یکسان q در سه راس یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a قرار گرفته اند. نیروی الکتریکی وارد بر هر بار الکتریکی را به دست آورید.



$$a = 10 \text{ cm}, \quad q = 1 \mu\text{C}$$

نیروی متقابل هر دو بار الکتریکی را به دست می آوریم:

$$F = \frac{kqq}{a^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-6} \times 10^{-6}}{(10^{-1})^2} = 9 \times 10^{-3} \text{ N}$$

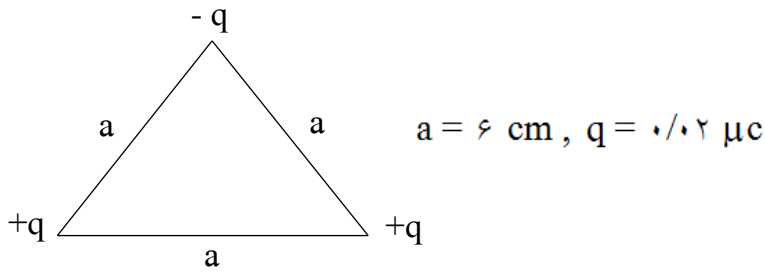
به هر بار الکتریکی دو نیروی هم اندازه با F که با یکدیگر زاویه 60° درجه می سازند وارد می شود.

برایند دو بردار هم اندازه با a که با یکدیگر زاویه θ می سازند از رابطه $a \cos \frac{\theta}{2}$ به دست

می آید. بنابراین برای برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هر بار الکتریکی داریم:

$$F_T = 2F \cos \frac{60^\circ}{2} = 2F \cos 30^\circ = 2F \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \sqrt{3} F = 9\sqrt{3} \times 10^{-3} \text{ N}$$

۱۴۰- در شکل زیر بارهای الکتریکی هم‌اندازه‌ی $+q$ ، $+q$ و $-q$ در سه راس یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a قرار گرفته‌اند. نیروی الکتریکی وارد بر هر بار الکتریکی را به دست آورید.



اندازه‌ی نیروی متقابل هر دو بار الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$F = \frac{kqq}{a^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (2 \times 10^{-8})^2}{(6 \times 10^{-2})^2} = 10^{-3} \text{ N}$$

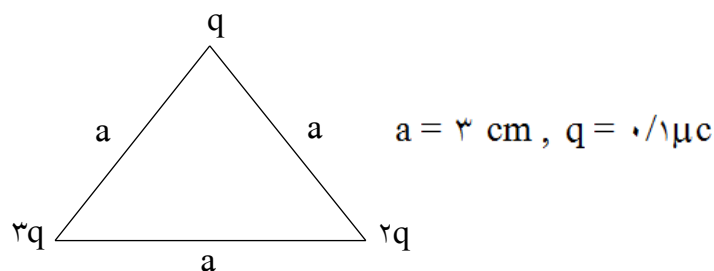
به بار الکتریکی $-q$ دو نیروی هم‌اندازه با F که با یکدیگر زاویه‌ی ۶۰° درجه می‌سازند وارد می‌شود. همچنین به هر بار الکتریکی $+q$ دو نیروی هم‌اندازه با F که با یکدیگر زاویه‌ی ۱۲۰° درجه می‌سازند وارد می‌شود. براین دو بردار هم‌اندازه با a که با یکدیگر زاویه‌ی θ می‌سازند از رابطه‌ی $2 \cos \frac{\theta}{2}$ به

دست می‌آید. بنابراین:

$$\Sigma F_{(+q)} = 2F \cos \left(\frac{120^\circ}{2} \right) = 2F \cos 60^\circ = 2F \left(\frac{1}{2} \right) = F = 10^{-3}$$

$$\Sigma F_{(-q)} = 2F \cos \left(\frac{60^\circ}{2} \right) = 2F \cos 30^\circ = 2F \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \sqrt{3}F = \sqrt{3} \times 10^{-3}$$

۱۴۱- در شکل زیر بارهای الکتریکی q ، $۲q$ و $۳q$ در سه راس یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a قرار گرفته‌اند. نیروی الکتریکی وارد بر هر بار الکتریکی را به دست آورید.



نیروی متقابل هر دو بار الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$\text{نیروی متقابل } q \text{ و } ۲q = F_{۱۲} = \frac{kq(۲q)}{a^2} = ۲ \frac{kq^2}{a^2} = ۰/۲ \text{ N}$$

$$\text{نیروی متقابل } ۲q \text{ و } ۳q = F_{۲۳} = \frac{k(۲q)(۳q)}{a^2} = ۶ \frac{kq^2}{a^2} = ۰/۶ \text{ N}$$

$$\text{نیروی متقابل } ۳q \text{ و } q = F_{۳۱} = \frac{k(۳q)q}{a^2} = ۳ \frac{kq^2}{a^2} = ۰/۳ \text{ N}$$

به بار الکتریکی q نیروهای $۰/۲$ و $۰/۳$ نیوتن با زاویه‌ی ۶۰° نسبت به هم وارد می‌شود.

$$\Sigma F_q = \sqrt{(۰/۲)^2 + (۰/۳)^2 + ۲(۰/۲)(۰/۳) \cos ۶۰^\circ} = \sqrt{۰/۱۹} \text{ N}$$

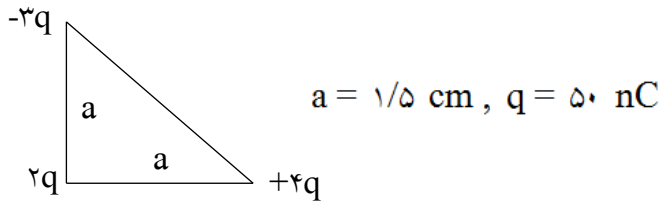
به بار الکتریکی $۲q$ نیروهای $۰/۲$ و $۰/۶$ نیوتن با زاویه‌ی ۶۰° نسبت به هم وارد می‌شود.

$$\Sigma F_{۲q} = \sqrt{(۰/۲)^2 + (۰/۶)^2 + ۲(۰/۲)(۰/۶) \cos ۶۰^\circ} = \sqrt{۰/۵۲} \text{ N}$$

به بار الکتریکی $۳q$ نیروهای $۰/۳$ و $۰/۶$ نیوتن با زاویه‌ی ۶۰° نسبت به هم وارد می‌شود.

$$\Sigma F_{۳q} = \sqrt{(۰/۳)^2 + (۰/۶)^2 + ۲(۰/۳)(۰/۶) \cos ۶۰^\circ} = \sqrt{۰/۶۳} \text{ N}$$

۱۴۲- در شکل زیر بارهای الکتریکی هم‌اندازه‌ی $۲q$ ، $-۳q$ و $۴q$ روی سه راس یک مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه قرار دارند که طول ضلع‌های قائمه این مثلث a است. برآیند نیروی الکتریکی وارد بر بار موجود در راس قائمه را به دست آورید.



$$F_۱ = \frac{k(۲q)(۳q)}{a^۲} = ۶ \frac{kq^۲}{a^۲} \quad \text{نیروی متقابل } ۲q \text{ و } -۳q$$

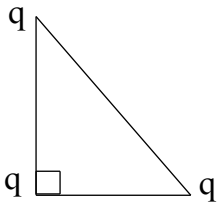
$$F_۲ = \frac{k(۲q)(۴q)}{a^۲} = ۸ \frac{kq^۲}{a^۲} \quad \text{نیروی متقابل } ۲q \text{ و } ۴q$$

به بار $۲q$ نیروهای متعامد ($F_۱$ و $F_۲$ عمود بر هم) وارد می‌شود.

$$\Sigma F = \sqrt{F_۱^۲ + F_۲^۲} = \sqrt{\left(۶ \frac{kq^۲}{a^۲}\right)^۲ + \left(۸ \frac{kq^۲}{a^۲}\right)^۲} = ۱۰ \frac{kq^۲}{a^۲}$$

$$\Rightarrow \Sigma F = ۱۰ \frac{(۹ \times ۱۰^{-۹}) (۵۰ \times ۱۰^{-۹})^۲}{(۱/۵ \times ۱۰^{-۲})^۲} = \Sigma F = ۱ \text{ N}$$

۱۴۳- در شکل زیر بارهای الکتریکی یکسان q در سه راس یک مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه قرار دارند. نسبت اندازه‌ی نیروی الکتریکی وارد بر باری که در راس قائمه قرار دارد به اندازه‌ی نیروی الکتریکی وارد بر هریک از دو بار دیگر را به دست آورید.



ضلع‌های قائمه این مثلث را a در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم باری که در راس قائمه قرار دارد به هر بار دیگر نیروی F وارد می‌کند و بارهای دیگر به هم نیروی F_1 وارد می‌کنند.

$$\left. \begin{aligned} F &= \frac{kqq}{a^2} = \frac{kq^2}{a^2} \\ F_1 &= \frac{kqq}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{1}{2} \frac{kq^2}{a^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F = 2F_1$$

به بار موجود در راس قائمه دو نیروی $2F_1$ با زاویه‌ی 90° نسبت به یکدیگر وارد می‌شود.

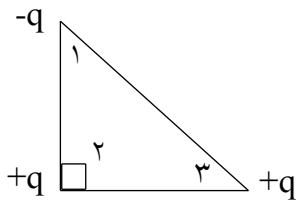
$$\Rightarrow F_1 = \sqrt{2} (2F_1) = 2\sqrt{2} F_1$$

به هر یک از بارهای موجود در دو راس دیگر نیروهای F_1 و $2F_1$ با زاویه‌ی 45° نسبت به یکدیگر وارد می‌شود.

$$F_2 = \sqrt{F_1^2 + (2F_1)^2 + 2F_1(2F_1) \cos 45^\circ} = F_1 \sqrt{5 + 2\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{2\sqrt{2}F_1}{\sqrt{5 + 2\sqrt{2}}F_1} = 2\sqrt{\frac{2}{5 + 2\sqrt{2}}}$$

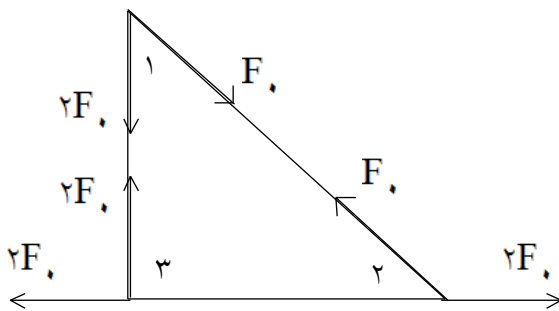
۱۴۴- در شکل زیر بارهای الکتریکی هم اندازه ی $+q$ ، $+q$ و $-q$ در سه راس یک مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه قرار دارند نسبت اندازه ی نیروی الکتریکی وارد بر بار موجود در راس ۱ به اندازه ی نیروی الکتریکی وارد بر بار موجود در راس ۲ را به دست آورید.



ضلع های قائمه این مثلث را a در نظر می گیریم. فرض می کنیم باری که در راس قائمه قرار دارد به هر بار دیگر نیروی F وارد می کند و بارهای دیگر به هم نیروی F_1 وارد می کنند.

$$\left. \begin{aligned} F &= \frac{kqq}{a^2} = \frac{kq^2}{a^2} \\ F_1 &= \frac{kqq}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{1}{2} \frac{kq^2}{a^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F = 2F_1$$

به بارها نیروهایی مطابق شکل مقابل وارد می شود.



به بار ۲ دو نیروی F_1 و $2F_1$ تحت زاویه ی 135° نسبت به یکدیگر وارد می شود.

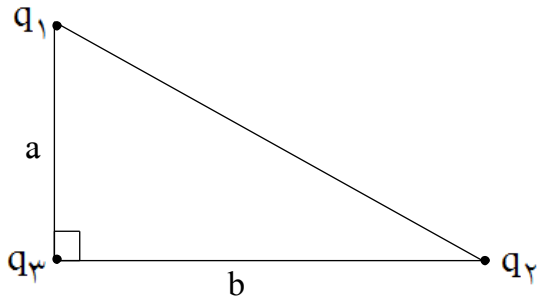
$$F_{T2} = \sqrt{F_1^2 + (2F_1)^2 + 2F_1(2F_1) \cos 135^\circ} = F_1 \sqrt{5 - 2\sqrt{2}}$$

به بار ۱ دو نیروی F_1 و $2F_1$ تحت زاویه ی 45° نسبت به یکدیگر وارد می شود.

$$F_{T1} = \sqrt{F_1^2 + (2F_1)^2 + 2F_1(2F_1) \cos 45^\circ} = F_1 \sqrt{5 + 2\sqrt{2}}$$

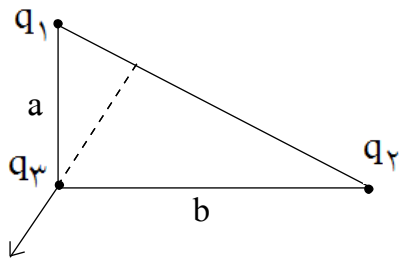
$$\Rightarrow \frac{F_{T1}}{F_{T2}} = \frac{\sqrt{5 + 2\sqrt{2}}}{\sqrt{5 - 2\sqrt{2}}} = \frac{5 + 2\sqrt{2}}{\sqrt{17}}$$

۱۴۵- در شکل زیر سه بار الکتریکی q_1 و q_2 و q_3 در سه راس یک مثلث قائم الزاویه قرار دارند. چه رابطه‌ای بین بارها برقرار باشد تا نیرویی که بارهای q_1 و q_2 به بار q_3 وارد می‌کنند هم‌اندازه باشند؟



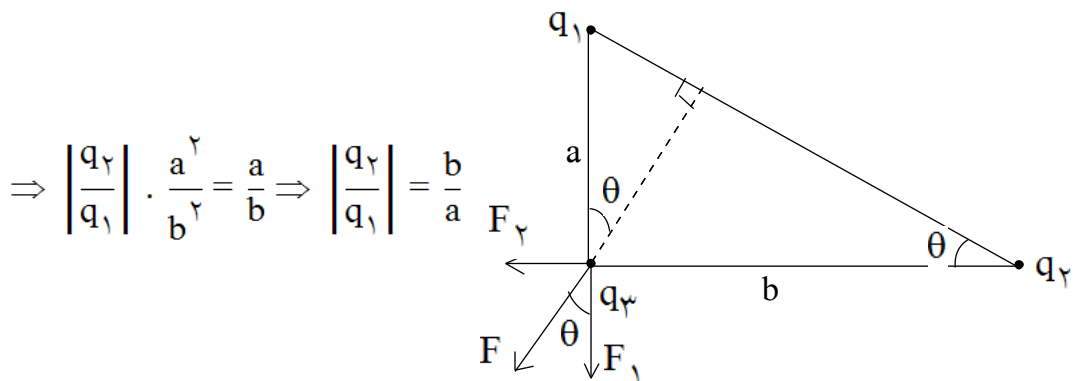
$$F_{32} = F_{31} \Rightarrow \frac{k|q_3 q_2|}{b^2} = \frac{k|q_3 q_1|}{a^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{b^2} = \frac{|q_1|}{a^2} \Rightarrow \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = \frac{a^2}{b^2}$$

۱۴۶- در شکل زیر سه بار الکتریکی q_1 و q_2 و q_3 در سه راس یک مثلث قائم الزاویه قرار دارند. چه رابطه‌ای بین بارها برقرار باشد تا امتداد برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 مطابق شکل بر امتداد وتر مثلث عمود باشد؟



F

با استفاده از شکل مقابل داریم :

$$\frac{F_2}{F_1} = \tan \theta = \frac{a}{b}$$


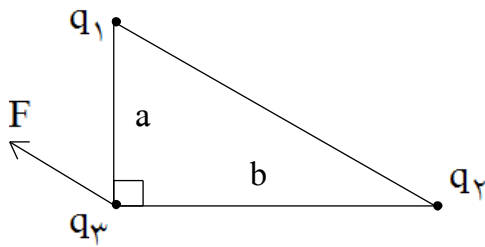
$$\Rightarrow \left| \frac{q_2}{q_1} \right| \cdot \frac{a^2}{b^2} = \frac{a}{b} \Rightarrow \left| \frac{q_2}{q_1} \right| = \frac{b}{a}$$

$$\begin{cases} F_2 = k \left| \frac{q_2 q_3}{b^2} \right| \\ F_1 = k \left| \frac{q_1 q_3}{a^2} \right| \end{cases} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left| \frac{q_2}{q_1} \right| \cdot \frac{a^2}{b^2}$$

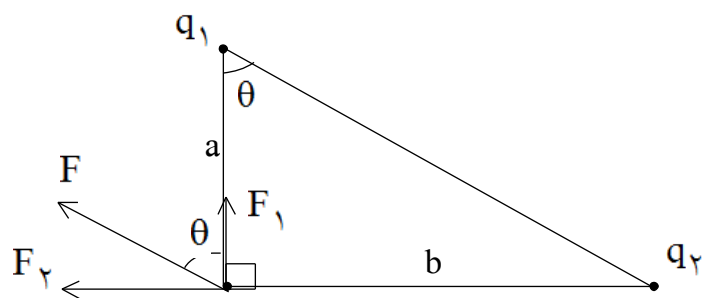
با توجه به شکل و این که امتداد F بر وتر عمود است، یا هردو بار q_1 و q_2 باید q_3 را دفع کنند و یا هردو بار q_1 و q_2 باید q_3 را جذب کنند. بنابراین بارهای q_1 و q_2 باید هم‌نام باشند.

$$\Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = +\frac{b}{a}$$

۱۴۷- در شکل زیر سه بار الکتریکی q_1 و q_2 و q_3 در سه راس یک مثلث قائم الزاویه قرار دارند. چه رابطه‌ای بین بارها برقرار باشد تا امتداد برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 مطابق شکل با امتداد وتر مثلث موازی باشد؟



با توجه به شکل مقابل داریم:

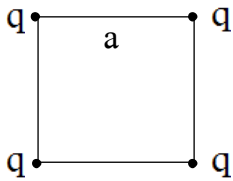
$$\frac{F_2}{F_1} = \tan \theta = \frac{b}{a}$$


$$\begin{cases} F_2 = k \frac{|q_2 q_3|}{b^2} \\ F_1 = k \frac{|q_1 q_3|}{a^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \cdot \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} \cdot \frac{a^2}{b^2} = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = \frac{b^3}{a^3}$$

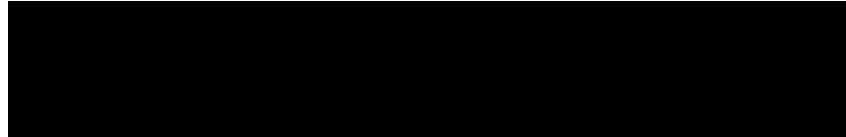
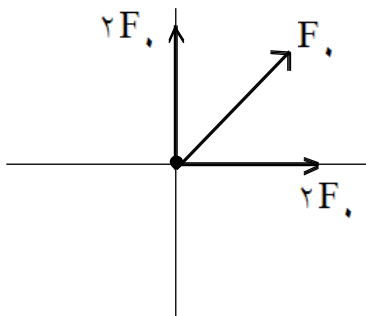
با توجه به این که امتداد F با وتر مثلث موازی است، یکی از دو بار q_1 و q_2 باید q_3 را جذب کند و دیگری باید آن را دفع کند. بنابراین بارهای q_1 و q_2 ناهم نام هستند.

$$\Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = -\frac{b^3}{a^3}$$

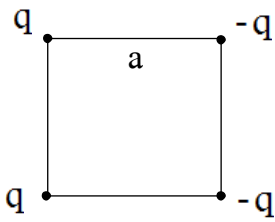
۱۴۸- در شکل زیر چهار بار الکتریکی یکسان q در چهار راس مربعی به ضلع a قرار دارند. اندازه‌ی برایندهای الکتریکی وارد بر هر بار را به دست آورید.



به هر بار الکتریکی یک نیروی \square و دو نیروی \square مطابق شکل زیر وارد می‌شود. نیروی \square روی نیم‌ساز نیروها قرار دارد. برایندهای دو نیروی \square هم‌اندازه با \square و هم‌جهت با نیروی \square می‌شود. بنابراین اندازه برایندهای وارد بر هر بار الکتریکی به صورت زیر به دست می‌آید:

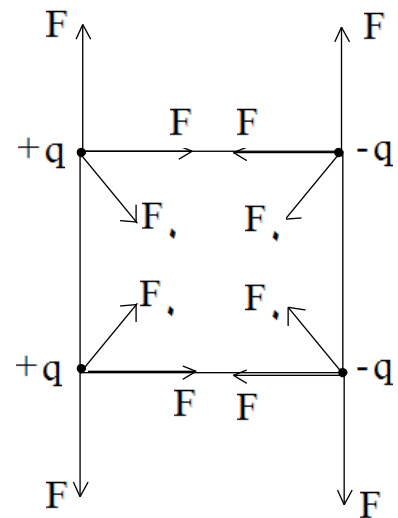


۱۴۹- در شکل زیر چهار بار الکتریکی $+q$ ، $-q$ ، $-q$ ، $+q$ در چهار راس مربعی به ضلع a قرار دارند. اندازه‌ی برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هر بار را به دست آورید.



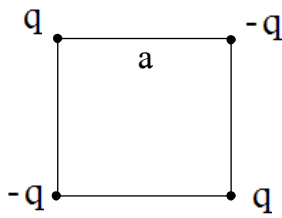
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نیروی متقابل دو بار مجاور} \quad F = \frac{kqq}{a^2} = \frac{kq^2}{a^2} \\ \text{نیروی متقابل دو بار غیرمجاور} \quad F_1 = \frac{kqq}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{1}{2} \frac{kq^2}{a^2} \end{array} \right. \Rightarrow F = 2F_1,$$

به هر بار الکتریکی یک نیروی F_1 و دو نیروی $F = 2F_1$ مطابق شکل وارد می‌شود. دو نیروی $F = 2F_1$ برهم عمود هستند و برآیند آن‌ها هم‌اندازه با $2\sqrt{2}F_1$ می‌شود و در راستای عمود بر نیروی F_1 قرار می‌گیرد. بنابراین اندازه‌ی برآیند نیروهای وارد بر هر بار الکتریکی به صورت زیر به دست می‌آید.



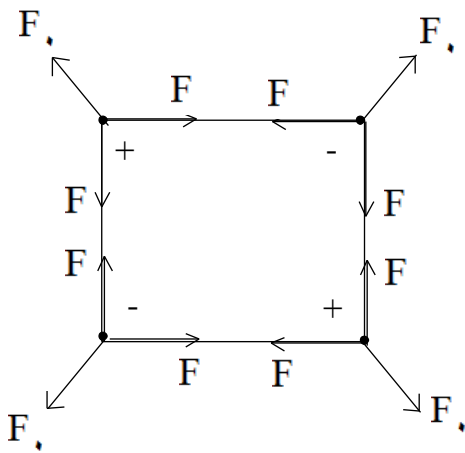
$$\Rightarrow |\Sigma F| = \sqrt{(2\sqrt{2}F_1)^2 + (F_1)^2} = \sqrt{8F_1^2 + F_1^2} = \sqrt{9F_1^2} = 3F_1 = \frac{3}{2} \frac{kq^2}{a^2}$$

۱۵۰- در شکل زیر چهار بار الکتریکی $+q$ ، $-q$ ، $+q$ ، $-q$ در چهار راس مربعی به ضلع a قرار دارند. اندازه‌ی برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هر بار را به دست آورید.



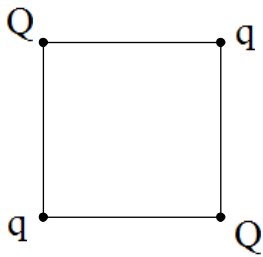
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نیروی متقابل دو بار مجاور} \quad F = \frac{kqq}{a^2} = \frac{kq^2}{a^2} \\ \text{نیروی متقابل دو بار غیر مجاور} \quad F_1 = \frac{kqq}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{1}{2} \frac{kq^2}{a^2} \end{array} \right. \Rightarrow F = 2F_1,$$

به هر بار الکتریکی یک نیروی F_1 و دو نیروی $F = 2F_1$ مطابق شکل وارد می‌شود. دو نیروی $F = 2F_1$ بر هم عمود هستند و برآیند آن‌ها هم‌اندازه با $2\sqrt{2}F_1$ می‌شود و در راستای نیروی F_1 و در خلاف جهت آن قرار می‌گیرد. بنابراین اندازه‌ی برآیند نیروهای وارد بر هر بار الکتریکی به صورت زیر به دست می‌آید.

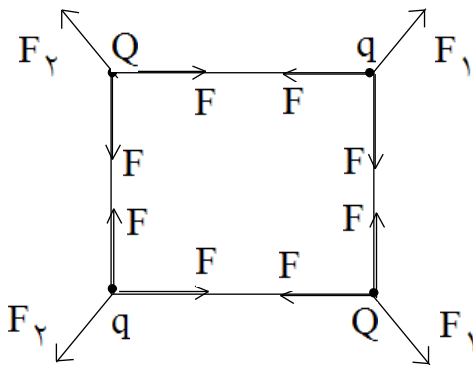


$$\Rightarrow |\Sigma F| = 2\sqrt{2}F_1 - F_1 = (2\sqrt{2} - 1)F_1 = \frac{2\sqrt{2} - 1}{2} \frac{kq^2}{a^2}$$

۱۵۱- مطابق شکل زیر دو بار الکتریکی Q و دو بار الکتریکی q در چهار راس مربعی قرار دارند. چه رابطه‌ای بین بارها برقرار باشد تا برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارهای q برابر صفر باشد؟



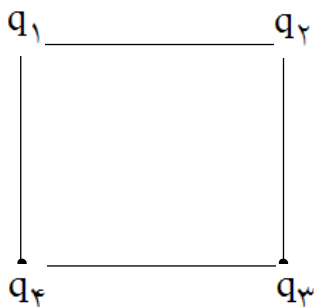
بدیهی است در صورت هم‌نام بودن بارهای Q و q این کار امکان‌پذیر نیست. بنابراین بارهای Q و q باید ناهم‌نام باشند و در این صورت مطابق شکل زیر به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند. برای این که برآیند نیروهای وارد بر هر بار q صفر باشد باید برآیند دو نیروی عمود برهم F که هم‌اندازه با $\sqrt{2}F$ می‌شود و در خلاف جهت F_1 قرار دارد با F_1 هم‌اندازه شود.



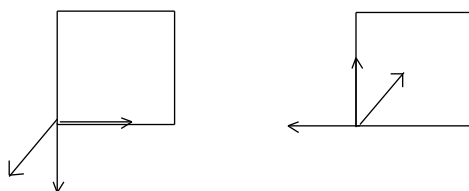
$$F_1 = \sqrt{2} F \Rightarrow k \frac{|q q|}{(\sqrt{2} a)^2} = \sqrt{2} \frac{k |q Q|}{a^2} \Rightarrow k \frac{q^2}{2 a^2} = \sqrt{2} \frac{k |q Q|}{a^2}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{q}{Q} \right| = 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{q}{Q} = -2\sqrt{2}$$

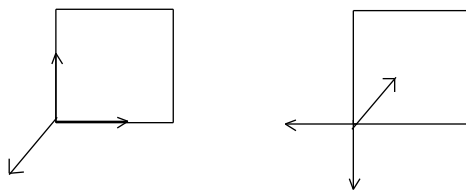
۱۵۲- چهار بار الکتریکی q_1 و q_2 و q_3 و q_4 مطابق شکل زیر در چهار راس مربعی قرار دارند. علامت بارها چگونه باشد تا برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_4 بتواند صفر باشد؟



اگر در هر شرایطی بار q_4 قرینه شود برآیند نیروهای وارد بر آن نیز قرینه می‌شود یعنی علامت بار q_4 نمی‌تواند نقشی در صفر شدن یا صفر نشدن برآیند نیروهای وارد بر آن داشته باشد. بدیهی است که اگر هر سه بار q_1 و q_2 و q_3 هم‌علامت باشند، یا هر سه بار q_4 را جذب می‌کنند و یا هر سه بار q_4 را دفع می‌کنند. بنابراین برآیند نیروهای وارد بر بار q_4 نمی‌تواند صفر شود. اگر q_1 و q_2 هم‌نام و مخالف با q_3 باشند، به صورت یکی از دو حالت موجود در شکل زیر به بار q_4 نیرو وارد می‌کنند و در نتیجه برآیند نیروهای وارد بر q_4 نمی‌تواند صفر شود.

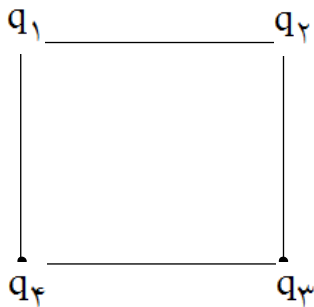


اگر q_3 و q_2 هم‌نام و مخالف با q_1 باشند، شرایط قسمت قبل تکرار می‌شود. تنها در صورتی که q_1 و q_3 هم‌نام و مخالف با q_2 باشند، مطابق شکل‌های زیر به بار q_4 نیرو وارد می‌کنند و برآیند نیروهای وارد بر بار q_4 می‌تواند صفر باشد.

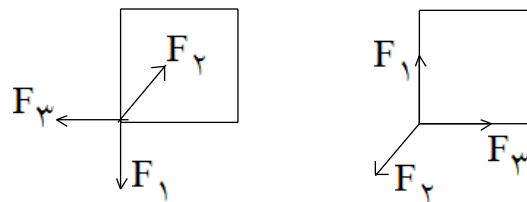


بنابراین q_1 و q_3 باید هم‌نام و مخالف با q_2 باشند و علامت q_4 نقشی ندارد.

۱۵۳- چهار بار الکتریکی q_1 و q_2 و q_3 و q_4 مطابق شکل زیر در چهار راس مربعی قرار دارند. q_1 و q_3 هم‌نام و q_4 با بار q_2 هستند. چه رابطه‌ای بین اندازه‌ی بارها برقرار باشد تا برآیند نیروهای وارد بر بار q_4 صفر باشد؟



با توجه به نوع بار q_4 به صورت یکی از دو حالت موجود در شکل زیر به بار q_4 نیرو وارد می‌شود.



نیروهای F_1 و F_3 بر هم عمود هستند و برآیند آن باید در خلاف جهت F_2 و هم‌اندازه با آن باشد. می‌دانیم F_2 در راستای قطر مربع است و در نتیجه در راستای نیم‌ساز F_1 و F_3 قرار دارد. بنابراین F_1 و F_3 باید هم‌اندازه باشند تا برآیند آن‌ها بتواند در راستای F_2 و خلاف جهت آن قرار بگیرد.

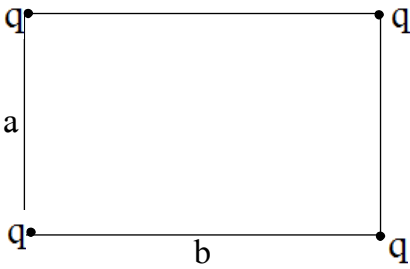
$$F_1 = F_3 \Rightarrow \frac{k|q_1 q_4|}{a^2} = \frac{k|q_3 q_4|}{a^2} \Rightarrow |q_1| = |q_3| \Rightarrow q_1 = q_3$$

$$F_2^2 = F_1^2 + F_3^2 \Rightarrow F_2^2 = F_1^2 + F_1^2 = 2F_1^2$$

$$\Rightarrow F_2 = \sqrt{2} F_1 \Rightarrow K \frac{|q_2 q_4|}{(\sqrt{2}a)^2} = \sqrt{2} K \frac{|q_1 q_4|}{a^2}$$

$$\Rightarrow |q_2| = \sqrt{2} |q_1| \Rightarrow q_2 = -\sqrt{2} q_1 = -\sqrt{2} q_3$$

۱۵۴- مطابق شکل زیر چهار بار الکتریکی یکسان q در چهار راس مستطیلی به ابعاد a و b قرار دارند. چه رابطه‌ای برقرار باشد تا برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هر بار با اضلاع مستطیل زاویه‌ی یکسانی داشته باشد؟

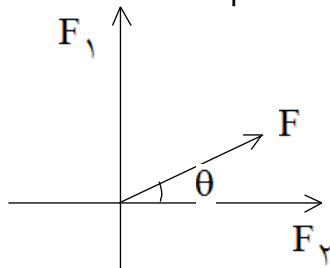


$$F = \frac{kq^2}{a^2} \quad \text{نیروی متقابل بارهای دو سر عرض}$$

$$F = \frac{kq^2}{b^2} \quad \text{نیروی متقابل بارهای دو سر طول}$$

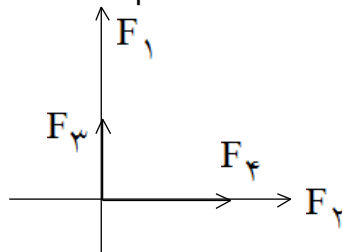
$$F = \frac{kq^2}{(\sqrt{a^2 + b^2})} = \frac{kq^2}{a^2 + b^2} \quad \text{نیروی متقابل بارهای دو سر قطر}$$

نیروهای وارد بر هر کدام از بارهای الکتریکی مطابق شکل زیر است و داریم:



$$\sin \theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \cos \theta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

مطابق شکل زیر نیروی F را به نیروهای F_x و F_y که به ترتیب در راستای F_y و F_x قرار دارند تجزیه می‌کنیم.



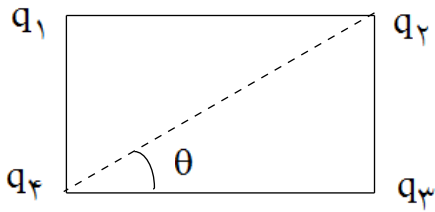
$$F_y = F \sin \theta = \frac{kq^2}{a^2 + b^2} \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \text{و} \quad F_x = F \cos \theta = \frac{kq^2}{a^2 + b^2} \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

برای یکسان بودن زاویه برآیند نیروها با اضلاع مستطیل باید $F_y + F_x$ و $F_y + F_x$ برابر باشند.

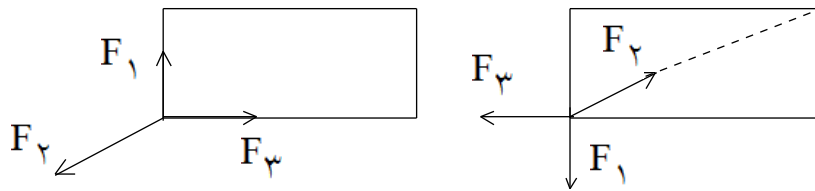
$$\Rightarrow \frac{kq^2}{a^2} + \frac{kq^2 a}{(\sqrt{a^2 + b^2})^3} = \frac{kq^2}{b^2} + \frac{kq^2 b}{(\sqrt{a^2 + b^2})^3}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) + \frac{a - b}{(a^2 + b^2)^{3/2}} = 0 \Rightarrow (b - a) \left[\frac{b + a}{(a^2 + b^2)^{3/2}} - \frac{1}{(a^2 + b^2)^{3/2}} \right] = 0$$

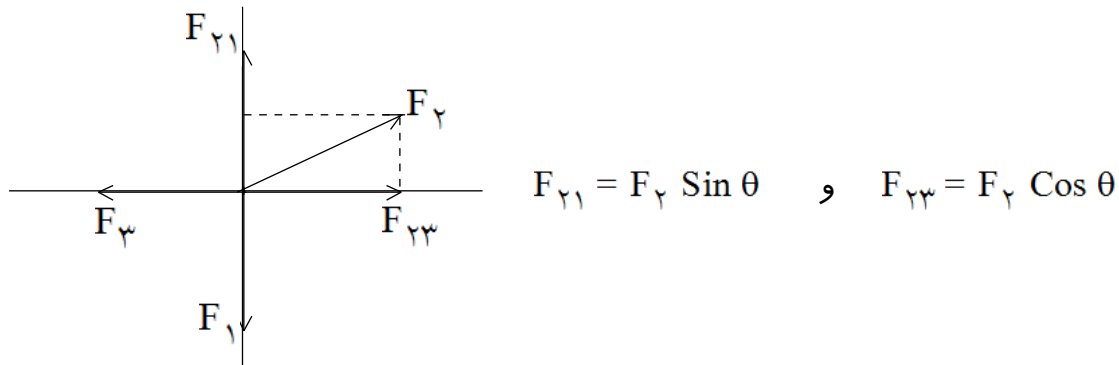
۱۵۵- مطابق شکل زیر چهار بار الکتریکی q_1 و q_2 و q_3 و q_4 در چهار راس مستطیلی قرار دارند. q_1 و q_3 هم‌نام و مخالف با بار q_2 هستند. چه رابطه‌ای بین اندازه‌ی بارها برقرار باشد تا برآیند نیروهای وارد بر بار q_4 صفر باشد؟



با توجه به نوع بار q_4 به صورت یکی از دو حالت موجود در شکل زیر به بار q_4 نیرو وارد می‌شود.



نیروهای F_1 و F_3 بر هم عمود هستند. نیروی F_2 را در راستای نیروهای F_1 و F_3 تجزیه می‌کنیم.



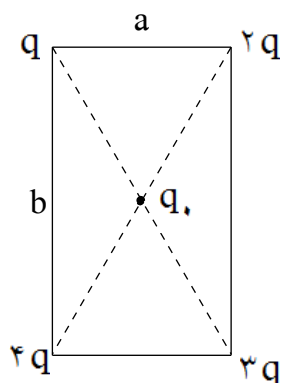
عرض، طول و قطر مستطیل را به ترتیب a و b و c فرض می‌کنیم.

$$\begin{cases} F_{21} = F_1 \Rightarrow F_2 \sin \theta = F_1 \Rightarrow K \frac{|q_2 q_4|}{c^2} \sin \theta = K \frac{|q_1 q_4|}{a^2} \\ F_{23} = F_3 \Rightarrow F_2 \cos \theta = F_3 \Rightarrow K \frac{|q_2 q_4|}{c^2} \cos \theta = K \frac{|q_3 q_4|}{b^2} \end{cases}$$

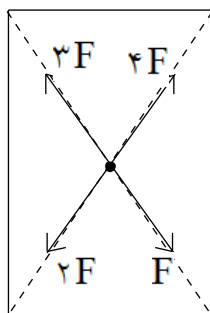
$$\Rightarrow \begin{cases} \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = \frac{a^2}{c^2} \sin \theta \\ \left| \frac{q_3}{q_2} \right| = \frac{b^2}{c^2} \cos \theta \end{cases}$$

$$\sin \theta = \frac{a}{c}, \quad \cos \theta = \frac{b}{c} \Rightarrow \begin{cases} \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = \sin^2 \theta \Rightarrow |q_1| = |q_2| \sin^2 \theta \\ \left| \frac{q_3}{q_2} \right| = \cos^2 \theta \Rightarrow |q_3| = |q_2| \cos^2 \theta \end{cases}$$

۱۵۶- در شکل زیر چهار بار الکتریکی q ، $۲q$ ، $۳q$ و $۴q$ در چهار راس مستطیلی به ابعاد a و b قرار دارند و بار $q_۰$ در مرکز مستطیل است. برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۰$ را به دست آورید.



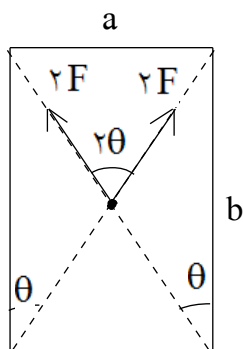
فاصله‌ی بارهای q ، $۲q$ ، $۳q$ و $۴q$ از بار $q_۰$ یکسان و برابر $\frac{۱}{۲}\sqrt{a^2 + b^2}$ است. اگر اندازه‌ی نیروی وارد از طرف بار q به بار $q_۰$ را F فرض کنیم، اندازه‌ی نیروهای وارد از طرف بارهای $۲q$ ، $۳q$ و $۴q$ به بار $q_۰$ به ترتیب برابر $۲F$ ، $۳F$ و $۴F$ است.



$$F = \frac{kqq_0}{\left(\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}\right)^2} \Rightarrow F = \frac{۴kqq_0}{(a^2 + b^2)}$$

نیروهای F و $۲F$ و $۳F$ و $۴F$ مطابق شکل بالا به بار $q_۰$ وارد می‌شوند.

پس از برآیندگیری از نیروهای هم‌راستا دو نیروهای هم‌اندازه‌ی $۲F$ مطابق شکل زیر به بار $q_۰$ وارد می‌شوند که زاویه‌ی بین آن‌ها ۲θ فرض شده است. بنابراین اندازه‌ی برآیند نیروها برابر $۲(۲F) \cos \theta$ می‌شود.



$$\Rightarrow |\Sigma F| = ۴F \cos \theta = ۴ \frac{kqq_0}{a^2 + b^2} \times \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{۱۶kqq_0 b}{(\sqrt{a^2 + b^2})^3}$$

۱۵۷- اگر به اندازه‌ی d از یک بار الکتریکی نقطه‌ای دور شویم، اندازه‌ی میدان الکتریکی ناشی از بار ۳۶ درصد کاهش می‌یابد. فاصله‌ی اولیه از بار الکتریکی بر حسب d چه قدر بوده است؟

$$\begin{cases} E_1 = \frac{kq}{r^2} \\ E_2 = \frac{kq}{(r+d)^2} \end{cases}$$

$$E_2 = E_1 - \frac{36}{100} E_1 = \frac{64}{100} E_1 = \frac{16}{25} E_1 \Rightarrow \frac{kq}{(r+d)^2} = \frac{16}{25} \frac{kq}{r^2} \Rightarrow \frac{r^2}{(r+d)^2} = \frac{16}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{r}{r+d} = \frac{4}{5} \Rightarrow 5r = 4r + 4d \Rightarrow r = 4d$$

۱۵۸- اگر به اندازه‌ی d به یک بار الکتریکی نقطه‌ای نزدیک شویم، اندازه‌ی میدان الکتریکی ناشی از بار ۴۴ درصد افزایش می‌یابد. فاصله‌ی اولیه از بار الکتریکی بر حسب d چه قدر است؟

$$\begin{cases} E_1 = \frac{kq}{r^2} \\ E_2 = \frac{kq}{(r-d)^2} \end{cases}$$

$$E_2 = E_1 + \frac{44}{100} E_1 = \frac{144}{100} E_1 = \frac{36}{25} E_1 \Rightarrow \frac{kq}{(r-d)^2} = \frac{36}{25} \frac{kq}{r^2} \Rightarrow \frac{r^2}{(r-d)^2} = \frac{36}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{r}{r-d} = \frac{6}{5} \Rightarrow 5r = 6r - 6d \Rightarrow r = 6d$$

۱۵۹- اندازه‌ی میدان الکتریکی بار نقطه‌ای $5nC$ در فاصله‌ی r از آن 1500 نیوتن بر کولن بیش‌تر از اندازه‌ی میدان الکتریکی در فاصله‌ی $2r$ از آن است. r چند سانتی‌متر است؟

اگر اندازه‌ی میدان الکتریکی در فاصله‌ی r از بار E باشد اندازه‌ی میدان الکتریکی آن در فاصله‌ی $2r$ از آن $\frac{E}{4}$ است.

$$E - \frac{E}{4} = 1500 \Rightarrow \frac{3E}{4} = 1500 \Rightarrow E = 2000 \text{ N/C}$$

$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-9}}{r^2} = 2000 \Rightarrow r^2 = \frac{45}{2000} \Rightarrow r^2 = \frac{9}{400} \Rightarrow r = \frac{3}{20} \text{ m} = 15 \text{ cm}$$

۱۶۰- اندازه‌ی میدان الکتریکی بار نقطه‌ای Q در فاصله‌ی ۲ سانتی‌متری از آن ۵۰ کیلوولت بر متر از اندازه‌ی میدان الکتریکی در فاصله‌ی ۳ سانتی‌متری از آن بیش‌تر است. Q چند نانوکولن است؟

$$\begin{cases} E_1 = \frac{kq}{r_1^2} = \frac{kq}{(2 \times 10^{-2})^2} = \frac{kq}{4 \times 10^{-4}} = \frac{kq}{4} \times 10^4 \\ E_2 = \frac{kq}{r_2^2} = \frac{kq}{(3 \times 10^{-2})^2} = \frac{kq}{9 \times 10^{-4}} = \frac{kq}{9} \times 10^4 \end{cases}$$

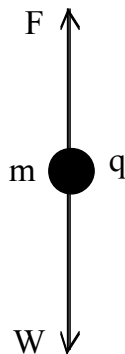
$$E_1 - E_2 = \frac{kq}{4} \times 10^4 - \frac{kq}{9} \times 10^4 = \frac{5}{36} kq \times 10^4$$

$$\Rightarrow \frac{5}{36} kq \times 10^4 = 50 \cdot k \frac{V}{m} = 50 \times 10^4 \frac{V}{m} \Rightarrow kq = 36$$

$$\Rightarrow 9 \times 10^9 q = 36 \Rightarrow q = 4 \times 10^{-9} C = 4 \text{ nC}$$

۱۶۱- در یک میدان الکتریکی یکنواخت یک ذره‌ی باردار با بار q و جرم m در حالت معلق و به حال سکون قرار دارد. اندازه‌ی میدان الکتریکی و جهت و راستای آن را تعیین کنید.

نیروی الکتریکی وارد بر ذره مطابق شکل زیر با نیروی وزن ذره خنثی شده است. بنابراین امتداد میدان الکتریکی که موازی با نیروی الکتریکی است با راستای قائم موازی است.

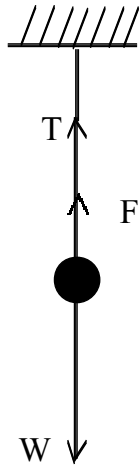


$$F = W \Rightarrow E|q| = mg \Rightarrow E = \frac{mg}{|q|}$$

اگر q مثبت باشد جهت میدان الکتریکی به سمت بالا و اگر q منفی باشد جهت میدان الکتریکی به سمت پایین است.

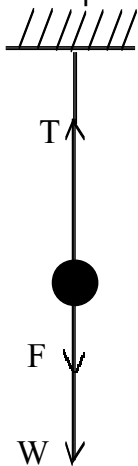
۱۶۲- در یک میدان الکتریکی یکنواخت به شدت E که امتداد آن قائم و جهت آن رو به بالاست بار الکتریکی q با جرم m از نخ آویزان است. نیروی کشش نخ را به دست آورید.

اگر q مثبت فرض شود مطابق شکل زیر نیروی الکتریکی به سمت بالا به آن وارد می‌شود و داریم:



$$\Rightarrow T + F = W \Rightarrow T + Eq = mg \quad \Rightarrow T = mg - Eq$$

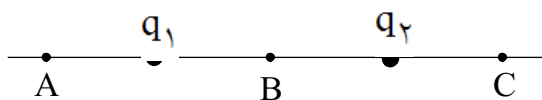
اگر q منفی فرض شود مطابق شکل زیر نیروی الکتریکی به سمت پایین به آن می‌شود و داریم:



$$\Rightarrow T = F + W \Rightarrow T = E|q| + mg \quad \text{و} \quad q < 0 \Rightarrow |q| = -q \Rightarrow T = mg - Eq$$

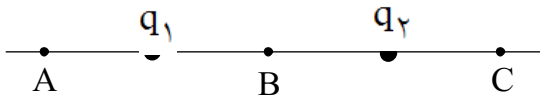
در حالت اول T از mg کمتر است و در حالت دوم T از mg بیش‌تر است.

۱۶۳- در شکل زیر بارهای q_1 و q_2 هم‌نام هستند. در کدام یک از نقاط A یا B یا C برآیند میدان الکتریکی ناشی از بارها نمی‌تواند صفر باشد؟



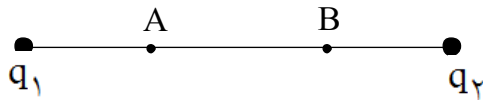
برای صفر شدن برآیند میدان الکتریکی بارها باید میدان‌های الکتریکی ناشی از بارها قرینه‌ی یکدیگر باشند. یعنی در خلاف جهت هم باشند. در نقاط A و C میدان‌های الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 هم‌جهت هستند. بنابراین در این نقاط برآیند میدان الکتریکی ناشی از بارها نمی‌تواند صفر باشد.

۱۶۴- در شکل زیر بارهای q_1 و q_2 ناهم نام هستند. در کدام یک از نقاط A یا B یا C برآیند میدان‌های الکتریکی ناشی از بارها نمی‌تواند صفر باشد؟



برای صفر شدن برآیند میدان الکتریکی بارها باید میدان‌های الکتریکی ناشی از بارها قرینه‌ی یکدیگر باشند. یعنی در خلاف جهت هم باشند. در نقاط A و C میدان‌های الکتریکی ناشی از دو بار در خلاف جهت یکدیگرند. اما در نقطه‌ی B میدان‌های الکتریکی ناشی از بارها هم‌جهت هستند و در این نقطه برآیند میدان الکتریکی ناشی از بارها نمی‌تواند صفر باشد.

۱۶۵- در شکل زیر بارهای q_1 و q_2 هم نام هستند و $|q_2| > |q_1|$. در کدام یک از نقاط A یا B برآیند میدان الکتریکی ناشی از بارها نمی‌تواند صفر باشد؟



میدان‌های الکتریکی ناشی از بارها در نقاط A و B در خلاف جهت هم هستند و برای صفر شدن برآیند آن‌ها باید هم‌اندازه باشند.

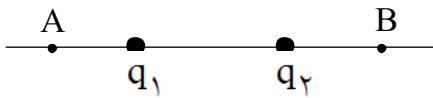
$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{k|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left|\frac{q_2}{q_1}\right|$$

$$|q_2| > |q_1| \Rightarrow r_2 > r_1$$

یعنی نقطه‌ای که برآیند میدان الکتریکی در آن صفر است فاصله‌ی بیشتری از بار q_2 (بار با اندازه‌ی بزرگ‌تر) نسبت به بار q_1 (بار با اندازه‌ی کوچک‌تر) دارد. بنابراین میدان الکتریکی در نقطه‌ی B نمی‌تواند صفر باشد.

به عبارت دیگر در نقطه B میدان الکتریکی q_2 قطعاً اندازه‌ی بزرگ‌تری از میدان الکتریکی بار q_1 دارد و برآیند میدان الکتریکی نمی‌تواند صفر شود.

۱۶۶- در شکل زیر بارهای q_1 و q_2 ناهم‌نام هستند و $|q_2| > |q_1|$. در کدام یک از نقاط A یا B برآیند میدان الکتریکی ناشی از بارها نمی‌تواند صفر باشد؟



میدان‌های الکتریکی ناشی از بارها در نقاط A و B در خلاف جهت هم هستند و برای صفر شدن برآیند آن‌ها باید هم‌اندازه باشند.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{k|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \left|\frac{q_2}{q_1}\right|$$

$$|q_2| > |q_1| \Rightarrow r_2 > r_1$$

یعنی نقطه‌ای که برآیند میدان الکتریکی در آن صفر است فاصله‌ی بیشتری از بار q_2 (بار با اندازه‌ی بزرگ‌تر) نسبت به بار q_1 (بار با اندازه‌ی کوچک‌تر) دارد. بنابراین میدان الکتریکی در نقطه‌ی B نمی‌تواند صفر باشد.

به عبارت دیگر در نقطه B میدان الکتریکی بار q_2 قطعاً اندازه‌ی بزرگ‌تری از میدان الکتریکی بار q_1 دارد و برآیند میدان الکتریکی نمی‌تواند صفر شود.

۱۶۷- در شکل زیر بارهای هم‌نام q_1 و q_2 در فاصله‌ی d از هم قرار دارند. در نقطه‌ای روی پاره‌خط واصل بارها و در فاصله‌ی x از بار q_1 برآیند میدان‌های الکتریکی ناشی از بارها صفر است. x را به دست آورید.



در نقطه‌ای که برآیند میدان الکتریکی بارها صفر است، میدان الکتریکی ناشی از بارها قرینه‌ی یکدیگرند و اندازه‌ی یکسانی دارند.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{k|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \left|\frac{q_2}{q_1}\right| \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} \Rightarrow \frac{d-x}{x} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{x} - 1 = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} \Rightarrow \frac{d}{x} = 1 + \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} \Rightarrow x = \frac{d}{\left(1 + \sqrt{\frac{q_2}{q_1}}\right)}$$

۱۶۸- در شکل زیر بارهای ناهم نام q_1 و q_2 در فاصله d از هم قرار دارند. در نقطه‌ای روی خط واصل بارها و در فاصله x از بار کوچک‌تر q_1 برایند میدان‌های الکتریکی ناشی از بارها صفر است. x را به دست آورید.

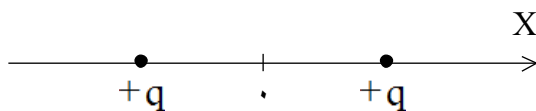


در نقطه‌ای که برایند میدان الکتریکی بارها صفر است، میدان الکتریکی ناشی از بارها قرینه‌ی یکدیگرند و اندازه‌ی یکسانی دارند.

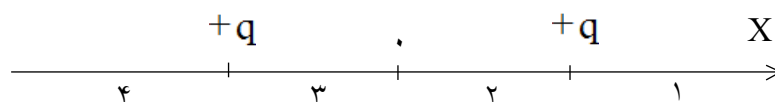
$$E_1 = E_2 \Rightarrow k \frac{|q_1|}{r_1^2} = k \frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 = \left| \frac{q_2}{q_1} \right| \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\left| \frac{q_2}{q_1} \right|} \Rightarrow \frac{d+x}{x} = \sqrt{\left| \frac{q_2}{q_1} \right|}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{x} + 1 = \sqrt{\left| \frac{q_2}{q_1} \right|} \Rightarrow \frac{d}{x} = \sqrt{\left| \frac{q_2}{q_1} \right|} - 1 \Rightarrow x = \frac{d}{\left(\sqrt{\left| \frac{q_2}{q_1} \right|} - 1 \right)}$$

۱۶۹- در شکل زیر دو بار الکتریکی نقطه‌ای مثبت و یکسان در دو طرف مبدأ محور x قرار دارند و فاصله‌ی آن‌ها از مبدأ برابر است. جهت میدان الکتریکی برایند را در نقاط مختلف محور x مشخص کنید. اگر علامت بارها منفی باشد جواب چگونه است؟



به شکل زیر توجه کنید.



* در ناحیه‌ی ۱ ($x > a$) میدان هر دو بار در جهت مثبت محور x و در نتیجه برایند میدان الکتریکی نیز در جهت

مثبت محور x است.

* در ناحیه‌ی ۲ ($0 < x < a$) میدان الکتریکی بار سمت راست در جهت منفی محور x و میدان الکتریکی بار سمت چپ در جهت مثبت محور x است. با توجه به این که بار سمت راست نزدیک‌تر است، میدان آن بزرگ‌تر است و برایند میدان الکتریکی بارها در این ناحیه به سمت منفی محور x است.

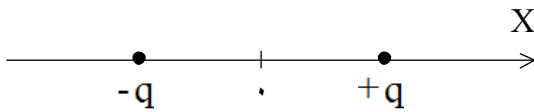
* در مبدأ میدان الکتریکی صفر است.

* در ناحیه‌ی ۳ شرایط کاملاً متقارن با ناحیه‌ی ۲ است و در نتیجه برایند میدان الکتریکی بارها در این ناحیه به سمت مثبت محور x است.

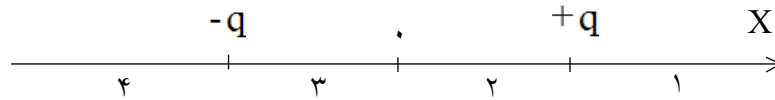
* در ناحیه‌ی ۴ شرایط کاملاً متقارن با ناحیه‌ی ۱ است و در نتیجه برایند میدان الکتریکی بارها در این ناحیه به سمت منفی محور x است.

□ اگر علامت بارها منفی باشد جواب در تمام قسمت‌ها برعکس می‌شود.

۱۷۰- در شکل زیر دو بار الکتریکی نقطه‌ای هم‌اندازه و ناهم‌نام در دو طرف مبدأ محور X و روی محور X قرار دارند و فاصله‌ی آنها از مبدأ برابر است. جهت میدان الکتریکی برآیند را در نقاط مختلف محور X مشخص کنید. اگر علامت بارها قرینه شود جواب چگونه است؟



به شکل زیر توجه کنید.



* در ناحیه‌ی ۱ ($x > a$) میدان الکتریکی بار $+q$ به سمت مثبت محور X و میدان الکتریکی بار $-q$ به سمت منفی محور X است. با توجه به این که بار $+q$ نزدیک‌تر است، میدان آن بزرگ‌تر است و برآیند میدان الکتریکی بارها در این ناحیه به سمت مثبت محور X است.

* در ناحیه‌های ۲ و ۳ ($-a < x < a$) میدان الکتریکی هر دو بار در جهت منفی محور X و در نتیجه میدان الکتریکی برآیند بارها نیز در جهت منفی محور X قرار دارد.

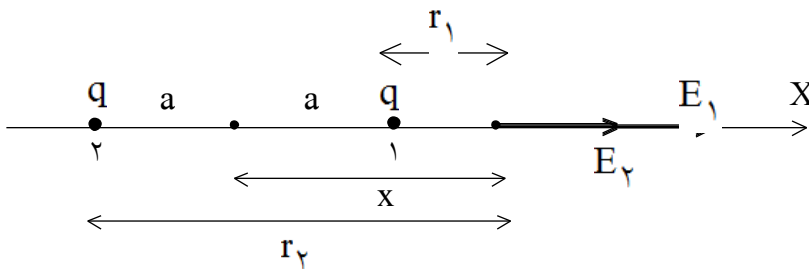
* در ناحیه‌ی ۴ ($x < -a$) میدان الکتریکی بار $-q$ به سمت مثبت محور X و میدان الکتریکی بار $+q$ به سمت منفی محور X است. با توجه به این که بار $-q$ نزدیک‌تر است، میدان آن بزرگ‌تر است و برآیند میدان الکتریکی بارها در این ناحیه به سمت مثبت محور X است.

□ اگر علامت بارها قرینه شود جواب در تمام قسمت‌ها برعکس می‌شود.

۱۷۱- دو بار الکتریکی یکسان q در فاصله‌ی $2a$ از یکدیگر قرار دارند. بزرگی میدان الکتریکی ناشی از بارها را روی خط واصل بارها و در فاصله‌ی x از وسط بارها به دست آورید. ($x > a$)

با توجه به شکل زیر بزرگی میدان الکتریکی بار نزدیک و دور را به ترتیب E_1 و E_2 و بزرگی برآیند میدان الکتریکی بارها را E_3 در نظر می‌گیریم. با توجه به شکل زیر داریم:

$$r_1 = x - a, \quad r_2 = x + a$$



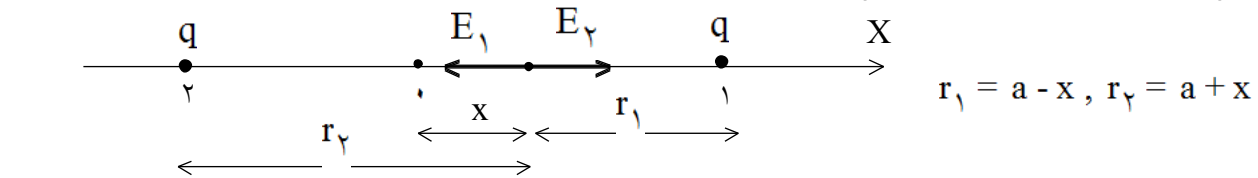
$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{kq}{r_1^2} = \frac{kq}{(x-a)^2} \\ E_2 &= \frac{kq}{r_2^2} = \frac{kq}{(x+a)^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_3 = kq \left(\frac{1}{(x-a)^2} + \frac{1}{(x+a)^2} \right) \Rightarrow E_3 = \frac{2kq(x^2 + a^2)}{(x^2 - a^2)^2}$$

$$E_3 = E_1 + E_2$$

۱۷۲- دو بار الکتریکی یکسان q در فاصله $2a$ از یکدیگر قرار دارند. بزرگی میدان الکتریکی ناشی از بارها را روی خط واصل بارها و در فاصله x از وسط بارها به دست آورید. ($x < a$)

بزرگی میدان الکتریکی بار نزدیک و دور را به ترتیب E_1 و E_2 و بزرگی برآیند میدان الکتریکی بارها را E_3 در نظر

می گیریم. با توجه به شکل زیر داریم:

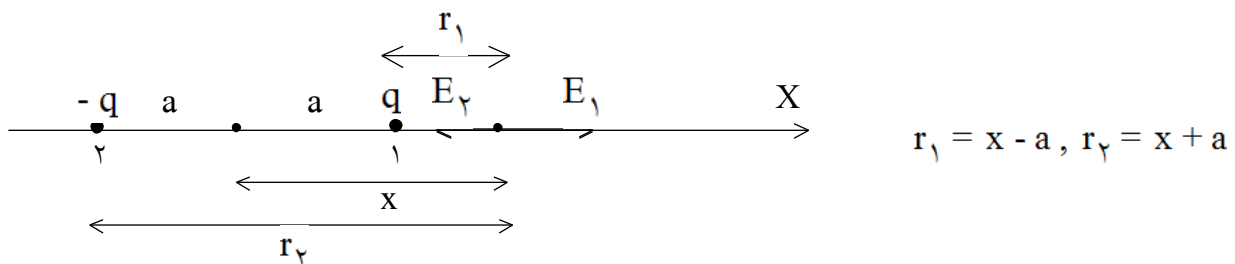


$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{kq}{r_1^2} = \frac{kq}{(a-x)^2} \\ E_2 &= \frac{kq}{r_2^2} = \frac{kq}{(a+x)^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_3 = kq \left(\frac{1}{(a-x)^2} - \frac{1}{(a+x)^2} \right)$$

$$\Rightarrow E_3 = \frac{4kqax}{(a^2 - x^2)^2}$$

۱۷۳- دو بار الکتریکی هم اندازه و ناهم نام $+q$ و $-q$ در فاصله $2a$ از یکدیگر قرار دارند. بزرگی میدان الکتریکی ناشی از بارها را روی خط واصل بارها و در فاصله x از وسط بارها به دست آورید. ($x > a$)

با توجه به شکل زیر بزرگی میدان الکتریکی بار نزدیک و دور را به ترتیب E_1 و E_2 و بزرگی برآیند میدان الکتریکی بارها را E_3 در نظر می گیریم. با توجه به شکل زیر داریم:



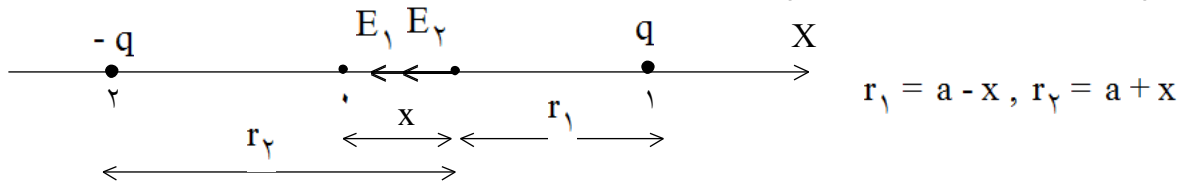
$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{kq}{r_1^2} = \frac{kq}{(x-a)^2} \\ E_2 &= \frac{kq}{r_2^2} = \frac{kq}{(x+a)^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_3 = kq \left(\frac{1}{(x-a)^2} - \frac{1}{(x+a)^2} \right)$$

$$\Rightarrow E_3 = \frac{4kqax}{(x^2 - a^2)^2}$$

۱۷۴- دو بار الکتریکی هم‌اندازه و ناهم‌نام $+q$ و $-q$ در فاصله‌ی $2a$ از یکدیگر قرار دارند. بزرگی میدان الکتریکی ناشی از بارها را روی خط‌واصل بارها و در فاصله‌ی x از وسط بارها به‌دست آورید. ($x < a$)

بزرگی میدان الکتریکی بار نزدیک و دور را به ترتیب E_1 و E_2 و بزرگی برآیند میدان الکتریکی بارها را E_s در نظر

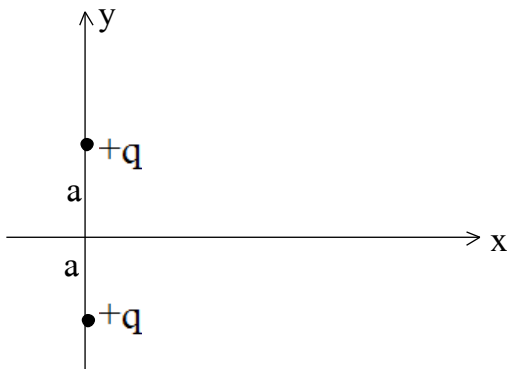
می‌گیریم. با توجه به شکل زیر داریم:



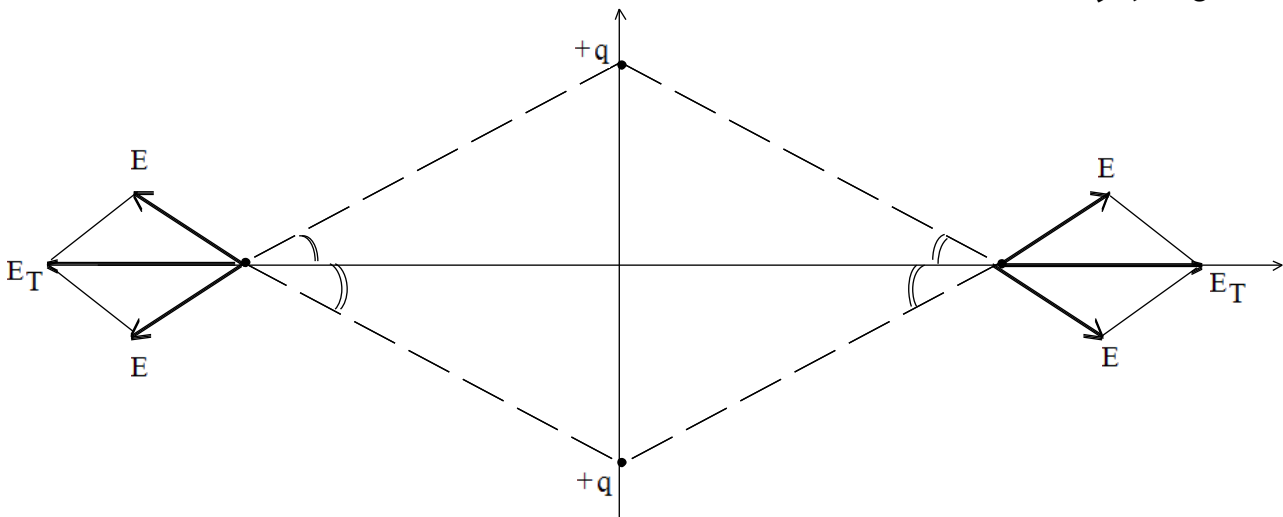
$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{kq}{r_1^2} = \frac{kq}{(a-x)^2} \\ E_2 &= \frac{kq}{r_2^2} = \frac{kq}{(a+x)^2} \\ E_s &= E_1 + E_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_s = kq \left(\frac{1}{(a-x)^2} + \frac{1}{(a+x)^2} \right)$$

$$\Rightarrow E_s = \frac{2kq(a^2 + x^2)}{(a^2 - x^2)^2}$$

۱۷۵- در شکل زیر دو بار الکتریکی نقطه‌ای مثبت و یکسان روی محور y و در دو طرف مبدأ و در فاصله‌ی یکسان از مبدأ قرار دارند. جهت میدان الکتریکی برآیند را در نقاط مختلف محور x مشخص کنید. اگر علامت بارها منفی باشد جواب چگونه است؟

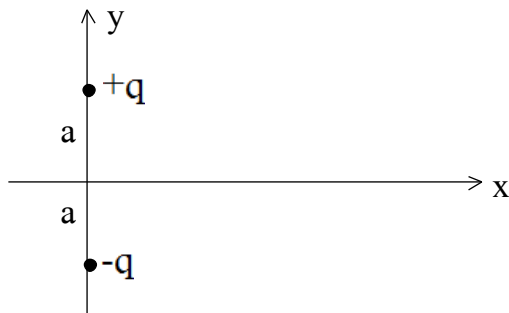


به شکل زیر توجه کنید.

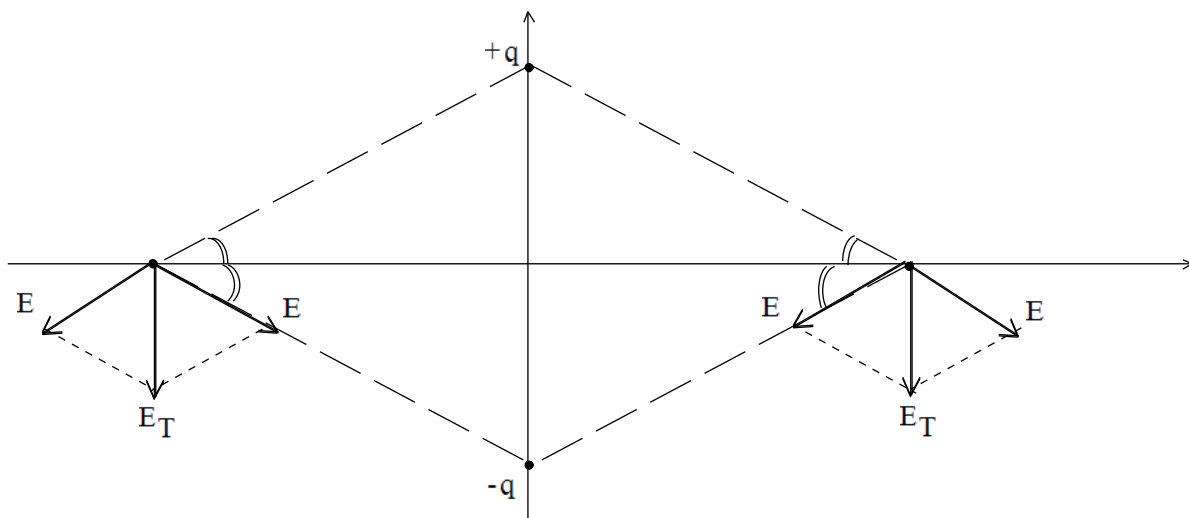


محور x عمود منصف پاره‌خط واصل بارها است. بنابراین فاصله‌ی بارها از هر نقطه از محور x یکسان است و در نتیجه بارها در هر نقطه از محور x میدان‌های الکتریکی هم‌اندازه تولید می‌کنند. با توجه به این‌که برآیند دو بردار هم‌اندازه در راستای نیم‌ساز بردارها قرار می‌گیرد، در نقاط مثبت محور x برآیند میدان الکتریکی در جهت مثبت محور x است و در نقاطی منفی محور x برآیند میدان الکتریکی در جهت منفی محور x است. البته در مبدأ برآیند میدان الکتریکی صفر است.
* اگر علامت بارها منفی باشد جواب در تمام نقاط برعکس می‌شود.

۱۷۶- در شکل زیر دو بار الکتریکی نقطه‌ای هم‌اندازه و ناهم‌نام روی محور y و در دو طرف مبدا و در فاصله‌ی یکسان از مبدا قرار دارند. جهت میدان الکتریکی برآیند را در نقاط مختلف محور x مشخص کنید. اگر بارها قرینه شوند جواب چگونه است؟

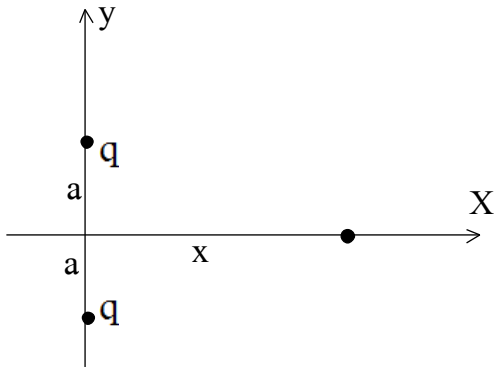


جواب : به شکل زیر توجه کنید.

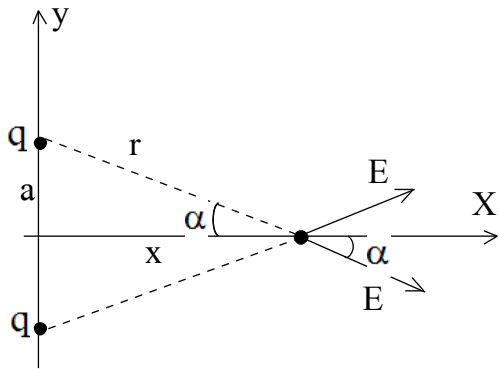


محور x عمود منصف پاره‌خط واصل بارها است. بنابراین فاصله‌ی بارها از هر نقطه از محور x یکسان است و در نتیجه بارها در هر نقطه از محور x میدان‌های الکتریکی هم‌اندازه تولید می‌کنند. با توجه به این‌که برآیند دو بردار هم‌اندازه در راستای نیم‌ساز بردارها قرار می‌گیرد، در هر نقطه از محور x برآیند میدان الکتریکی در جهت منفی محور y قرار دارد.
* اگر علامت بارها قرینه شود جواب در تمام نقاط برعکس می‌شود.

۱۷۷- مطابق شکل زیر دو بار الکتریکی یکسان q در فاصله $2a$ از یکدیگر قرار دارند. بزرگی میدان الکتریکی ناشی از بارها را روی عمود منصف پاره خط واصل بارها و در فاصله x از وسط بارها به دست آورید.



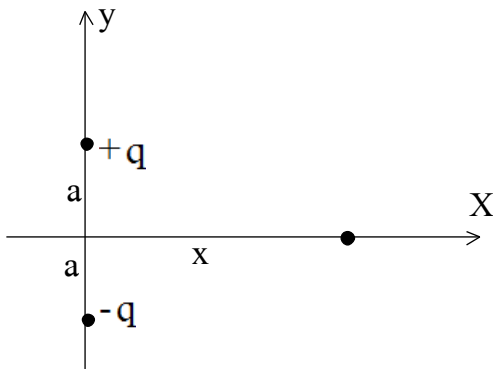
بزرگی میدان الکتریکی ناشی از هر بار را E و بزرگی برآیند میدان الکتریکی بارها را E_x در نظر می گیریم. با توجه به شکل زیر داریم:



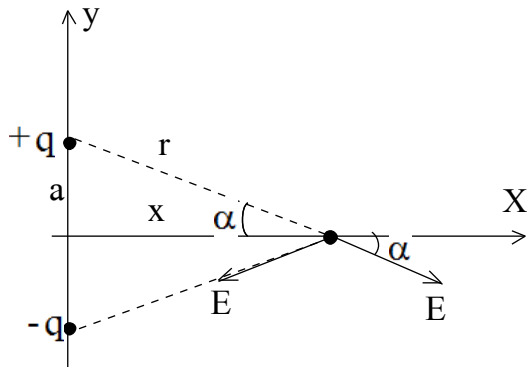
$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{kq}{r^2} \\ r^2 &= a^2 + x^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow E = \frac{kq}{a^2 + x^2}$$

$$\left. \begin{aligned} E_x &= 2E \cos \alpha \\ \cos \alpha &= \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_x = 2E \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{2kqx}{(a^2 + x^2)\sqrt{a^2 + x^2}}$$

۱۷۸- دو بار الکتریکی هم‌اندازه و ناهم‌نام $+q$ و $-q$ در فاصله‌ی $2a$ از یکدیگر قرار دارند. بزرگی میدان الکتریکی ناشی از بارها را روی عمود منصف پاره‌خط واصل بارها و در فاصله‌ی x از وسط بارها به دست آورید.



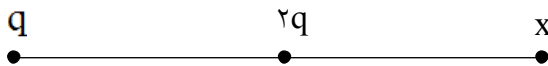
بزرگی میدان الکتریکی ناشی از هر بار را E و بزرگی برآیند میدان الکتریکی بارها را E_x در نظر می‌گیریم. با توجه به شکل زیر داریم:



$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{kq}{r^2} \\ r^2 &= a^2 + x^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow E = \frac{kq}{a^2 + x^2}$$

$$\left. \begin{aligned} E_x &= 2E \sin \alpha \\ \sin \alpha &= \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_x = 2E \frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{2kqa}{(a^2 + x^2)\sqrt{a^2 + x^2}}$$

۱۷۹- در شکل زیر بار $2q$ وسط نقطه‌ی x و بار q قرار دارد. اندازه‌ی میدان الکتریکی بار q در نقطه‌ی x برابر E است. اندازه‌ی برآیند میدان الکتریکی بارها در نقطه‌ی x چه قدر است؟



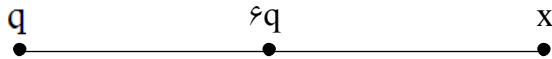
فاصله‌ی بار $2q$ از نقطه‌ی x نصف فاصله‌ی بار q از این نقطه است. با توجه به رابطه‌ی $E = k \frac{q}{r^2}$ برای

میدان الکتریکی بار نقطه‌ای میدان الکتریکی بار $2q$ در نقطه‌ی x ، E برابر میدان الکتریکی بار q در این نقطه است.

$$\begin{aligned} E_{2q} &= E_q \\ \Rightarrow E_x &= E_{2q} + E_q = E_q + E_q = 2E_q \Rightarrow E_x = 2E \end{aligned}$$

توجه کنید که بارهای q و $2q$ هم‌نام هستند و در نقطه‌ی x میدان‌های الکتریکی ناشی از آن‌ها هم‌جهت هستند.

۱۸۰- در شکل زیر بار الکتریکی $6q$ وسط نقطه‌ی x و بار q قرار دارد. اگر بار الکتریکی q خشی شود اندازه‌ی میدان الکتریکی برآیند در نقطه‌ی x چند درصد کاهش می‌یابد؟



اگر اندازه‌ی میدان الکتریکی بار q در نقطه‌ی x برابر E باشد، اندازه‌ی میدان الکتریکی بار $6q$ در نقطه‌ی x برابر $۲۴E$ است. زیرا فاصله‌ی بار $6q$ تا نقطه‌ی x نصف فاصله‌ی بار q از این نقطه است و اندازه‌ی بار الکتریکی آن ۶ برابر است.

$$\Rightarrow E_x = E_q + E_{6q} = E + ۲۴E = ۲۵E$$

توجه کنید که بارهای q و $6q$ هم‌نام هستند و در نقطه‌ی x میدان‌های الکتریکی ناشی از این بارها هم‌جهت هستند.

اگر بار q خنثی شود، اندازه‌ی برآیند میدان الکتریکی در نقطه‌ی x برابر $E'_x = E_{6q} = ۲۴E$ می‌شود.


$$\Rightarrow \Delta E_x = ۲۴E - ۲۵E = -E \quad \Rightarrow \frac{\Delta E_x}{E_x} = \frac{-E}{۲۵E} = -۰/۰۴ = -\%۴$$

اندازه‌ی میدان الکتریکی در نقطه‌ی x ، ۴ درصد کاهش یافته است.

۱۸۱- در شکل زیر اگر بار q - قرینه شود اندازه‌ی میدان الکتریکی در نقطه‌ی x نصف می‌شود. نسبت a به b را به دست آورید.

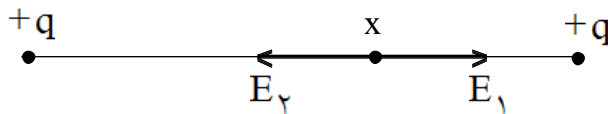


اندازه‌ی میدان الکتریکی بارهای $+q$ و $-q$ را در x به ترتیب E_1 و E_2 فرض می‌کنیم. در شرایط اولیه داریم:



$$\Rightarrow E_x = E_1 + E_2$$

پس از قرینه شدن بار q - داریم:



$$\Rightarrow E'_x = |E_1 - E_2|$$

$$E'_x = \frac{1}{2} E_x \Rightarrow |E_1 - E_2| = \frac{1}{2} (E_1 + E_2)$$

$$\Rightarrow E_1 - E_2 = +\frac{1}{2} (E_1 + E_2) \Rightarrow 2E_1 - 2E_2 = E_1 + E_2$$

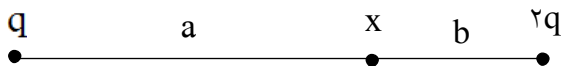
$$\Rightarrow E_1 = 3E_2 \Rightarrow \frac{kq}{a^2} = 3\frac{kq}{b^2} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow E_1 - E_2 = -\frac{1}{2} (E_1 + E_2) \Rightarrow 2E_1 - 2E_2 = -E_1 - E_2$$

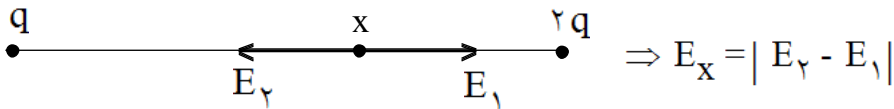
$$\Rightarrow 3E_1 = E_2 \Rightarrow 3\frac{kq}{a^2} = \frac{kq}{b^2} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = 3 \Rightarrow \frac{a}{b} = \sqrt{3}$$

در حالت اول جهت میدان الکتریکی تغییر نکرده است. اما در حالت دوم جهت میدان الکتریکی تغییر کرده است.

۱۸۲- در شکل زیر اگر بار الکتریکی $2q$ قرینه شود اندازه‌ی میدان الکتریکی در نقطه x چهار برابر می‌شود. نسبت a به b را به دست آورید.

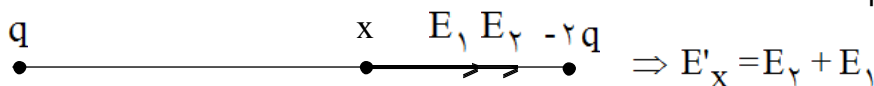


اندازه‌ی میدان الکتریکی بارهای q و $2q$ را در x به ترتیب E_1 و E_2 فرض می‌کنیم. در شرایط اولیه داریم:



$$\Rightarrow E_x = |E_2 - E_1|$$

پس از قرینه شدن بار $2q$ داریم:



$$\Rightarrow E'_x = E_2 + E_1$$

$$E'_x = 4E_x \Rightarrow E_2 + E_1 = 4|E_2 - E_1|$$

حالت اول $\Rightarrow E_2 + E_1 = 4E_2 - 4E_1 \Rightarrow 5E_1 = 3E_2$

$$\Rightarrow 5 \frac{kq}{a^2} = 3 \frac{k(2q)}{b^2} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{a}{b} = \sqrt{\frac{5}{6}}$$

حالت دوم $\Rightarrow E_2 + E_1 = -4E_2 + 4E_1 \Rightarrow 5E_2 = 3E_1$

$$\Rightarrow 5 \frac{k(2q)}{b^2} = 3 \frac{kq}{a^2} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{a}{b} = \sqrt{\frac{3}{10}}$$

در حالت اول جهت میدان الکتریکی تغییر کرده است. اما در حالت دوم جهت میدان الکتریکی تغییر نکرده است.

۱۸۳- در شکل زیر اگر بار الکتریکی q_2 قرینه شود اندازه‌ی میدان الکتریکی در نقطه‌ی x برابر می‌شود و جهت آن تغییر می‌کند. نسبت q_2 به q_1 را به دست آورید.



اگر بارها هم‌نام باشند، میدان‌های الکتریکی آن‌ها در نقطه‌ی x در شرایط اولیه در خلاف جهت یکدیگر تشکیل می‌شوند و در صورت قرینه شدن q_2 میدان الکتریکی بارها در نقطه‌ی x هم‌جهت می‌شوند. بنابراین اندازه‌ی میدان الکتریکی حتماً افزایش می‌یابد. در نتیجه بارهای q_2 و q_1 ناهم‌نام بوده‌اند و میدان‌های الکتریکی آن‌ها در نقطه‌ی x در شرایط اولیه هم‌جهت با یکدیگر و پس از قرینه شدن q_2 در خلاف جهت یکدیگر تشکیل می‌شوند.

اگر اندازه‌ی میدان الکتریکی بارهای q_1 و q_2 در نقطه‌ی x به ترتیب E_1 و E_2 فرض کنیم داریم:

$$\begin{cases} \sum E' = |E_2 - E_1| \\ \sum E = E_2 + E_1 \end{cases}, \quad \sum E' = \frac{1}{9} \sum E \Rightarrow |E_2 - E_1| = \frac{1}{9}(E_2 + E_1)$$

حالت اول $\rightarrow \Rightarrow E_2 - E_1 = \frac{+1}{9}(E_2 + E_1) \Rightarrow 9E_2 - 9E_1 = E_2 + E_1$

$$\Rightarrow 8E_2 = 10E_1 \Rightarrow 4E_2 = 5E_1 \Rightarrow 4 \frac{k|q_2|}{(2a)^2} = 5 \frac{k|q_1|}{(5a)^2}$$

$$\Rightarrow 4 \frac{k|q_2|}{4a^2} = 5 \frac{k|q_1|}{25a^2} \Rightarrow \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = 5 \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = -5$$

حالت دوم $\rightarrow \Rightarrow E_2 - E_1 = \frac{-1}{9}(E_2 + E_1) \Rightarrow -9E_2 + 9E_1 = E_2 + E_1$

$$\Rightarrow 8E_1 = 10E_2 \Rightarrow 4E_1 = 5E_2 \Rightarrow 4 \frac{k|q_1|}{(5a)^2} = 5 \frac{k|q_2|}{(2a)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{4k|q_1|}{25a^2} = \frac{5k|q_2|}{4a^2} \Rightarrow \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = \frac{125}{16} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = -\frac{125}{16}$$

در حالت اول جهت میدان الکتریکی تغییر کرده است و در حالت دوم جهت میدان الکتریکی تغییر نکرده است. بنابراین جواب حالت دوم قابل قبول نیست.

توجه: از ابتدا معلوم است که جهت میدان الکتریکی در شرایط اولیه هم‌جهت با میدان الکتریکی بارهای q_1 و q_2 است. پس از تغییر جهت میدان الکتریکی بار q_2 ، میدان الکتریکی برآیند باید در خلاف جهت اولیه که همان جهت فعلی میدان الکتریکی بار q_2 است تشکیل شود. بنابراین میدان الکتریکی بار q_1 از میدان الکتریکی بار q_2 کوچکتر است و باید فقط حالت $E_2 > E_1$ و $\sum E' = E_2 - E_1$ که همان حالت اول است در نظر گرفته شود.

۱۸۴- در شکل زیر اگر بار الکتریکی q_1 قرینه شود اندازه‌ی میدان الکتریکی در نقطه‌ی x پنج برابر می‌شود و جهت آن تغییر نمی‌کند. نسبت q_1 به q_2 را به دست آورید.



اگر بارها ناهم‌نام باشند، میدان الکتریکی آن‌ها در نقطه‌ی x در شرایط اولیه هم‌جهت هستند و در صورت قرینه شدن q_1 میدان الکتریکی بارها در نقطه‌ی x در خلاف جهت یکدیگر تشکیل می‌شوند. بنابراین اندازه‌ی میدان الکتریکی حتماً کاهش می‌یابد. در نتیجه بارهای q_1 و q_2 هم‌نام بوده‌اند و میدان‌های الکتریکی آن‌ها در نقطه‌ی x در شرایط اولیه در خلاف جهت یکدیگر و پس از قرینه شدن q_1 هم‌جهت با یکدیگر تشکیل می‌شوند.

اگر اندازه‌ی میدان الکتریکی بارهای q_1 و q_2 در نقطه‌ی x را به ترتیب E_1 و E_2 فرض کنیم، داریم:

$$\begin{cases} \Sigma E' = E_2 + E_1 \\ \Sigma E = |E_2 - E_1| \end{cases}, \quad \Sigma E' = 5 \Sigma E \Rightarrow E_2 + E_1 = 5 |E_2 - E_1|$$

حالت اول

$$\longrightarrow \Rightarrow E_2 + E_1 = +5 (E_2 - E_1) \Rightarrow E_2 + E_1 = 5E_2 - 5E_1$$

$$\Rightarrow 6E_1 = 4E_2 \Rightarrow 3E_1 = 2E_2 \Rightarrow 3 \frac{k|q_1|}{(d)^2} = 2 \frac{k|q_2|}{(3d)^2}$$

$$\Rightarrow 3 \frac{k|q_1|}{d^2} = 2 \frac{k|q_2|}{9d^2} \Rightarrow \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = \frac{2}{27} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = +\frac{2}{27}$$

حالت دوم

$$\longrightarrow \Rightarrow E_2 + E_1 = -5(E_2 - E_1) \Rightarrow E_2 + E_1 = -5E_2 + 5E_1$$

$$\Rightarrow 6E_2 = 4E_1 \Rightarrow 3E_2 = 2E_1 \Rightarrow 3 \frac{k|q_2|}{(3d)^2} = 2 \frac{k|q_1|}{(d)^2}$$

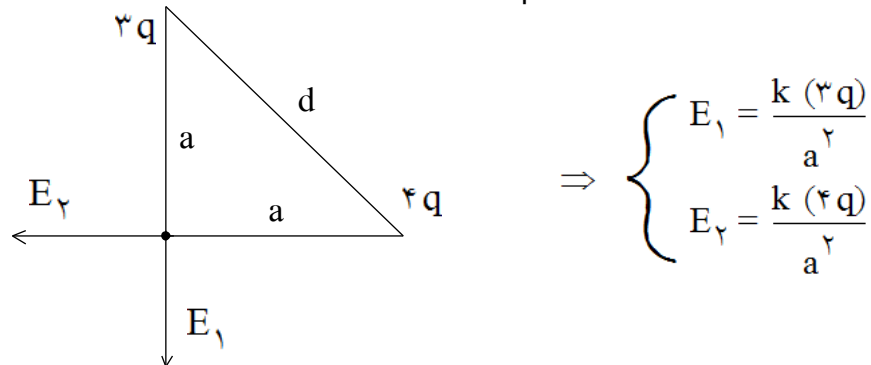
$$\Rightarrow \frac{3k|q_2|}{9d^2} = \frac{2k|q_1|}{d^2} \Rightarrow \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = +\frac{1}{6}$$

در حالت اول جهت میدان الکتریکی تغییر نمی‌کند و در حالت دوم جهت میدان الکتریکی تغییر کرده است. بنابراین جواب حالت دوم قابل قبول نیست.

توجه: از ابتدا معلوم است که جهت میدان الکتریکی در شرایط اولیه هم‌جهت با میدان الکتریکی بارهای q_1 و q_2 است. پس از تغییر جهت میدان الکتریکی بار q_1 میدان الکتریکی برایند باید در جهت اولیه که همان جهت فعلی میدان الکتریکی بار q_2 است تشکیل شود. بنابراین میدان الکتریکی بار q_1 از میدان الکتریکی بار q_2 کوچک‌تر است و باید فقط حالت $E_2 > E_1$ و $\Sigma E = E_2 - E_1$ که همان حالت اول است در نظر گرفته شود.

۱۸۵- بارهای الکتریکی $3q$ و $4q$ در دو سر وتر یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین قرار دارند که طول وتر آن d است. اندازهی میدان الکتریکی بارها در راس قائمه مثلث چه قدر است؟

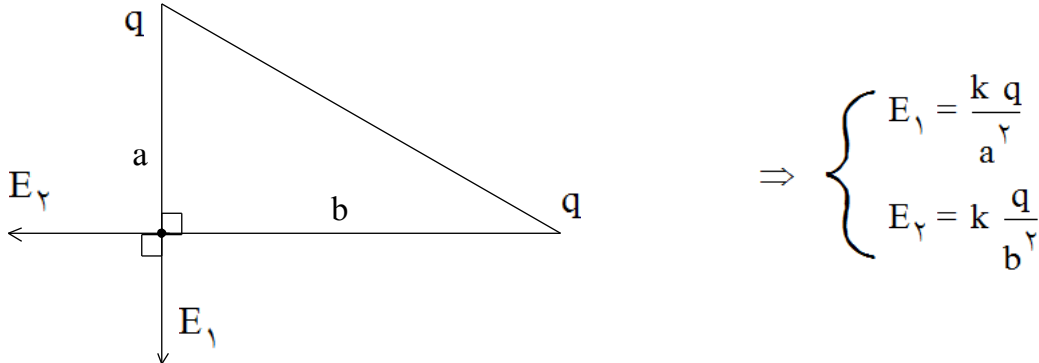
طول ضلعهای قائمه مثلث را a فرض می‌کنیم.



$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{\frac{k^2 q^2}{a^4} + \frac{16k^2 q^2}{a^4}} = \sqrt{17} \frac{kq}{a^2}$$

$$a^2 + a^2 = d^2 \Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{2}} d \Rightarrow E_T = \sqrt{2} \frac{kq}{d^2}$$

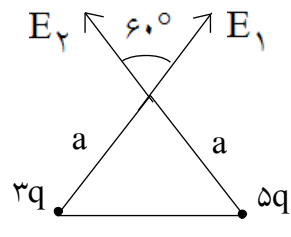
۱۸۶- بارهای الکتریکی یکسان q در دو سر وتر یک مثلث قائم الزاویه که اضلاع زاویهی قائمه‌ی آن a و b هستند قرار دارند. اندازهی برآیند میدان الکتریکی بارها در راس قائمه مثلث را به دست آورید.



$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{\frac{k^2 q^2}{a^4} + \frac{k^2 q^2}{b^4}}$$

$$= kq \sqrt{\frac{1}{a^4} + \frac{1}{b^4}} = kq \sqrt{\frac{a^4 + b^4}{a^4 b^4}} = \frac{kq}{a^2 b^2} \sqrt{a^4 + b^4}$$

۱۸۷- بارهای $۳q$ و $۵q$ در دو راس از سه راس یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a قرار دارند. اندازه‌ی برابند میدان الکتریکی بارها در راس سوم مثلث چه قدر است؟

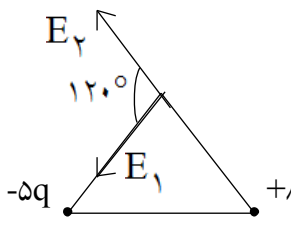


$$\Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{k(3q)}{a^2} = 3 \frac{kq}{a^2} \\ E_2 = \frac{k(5q)}{a^2} = 5 \frac{kq}{a^2} \end{cases}$$

$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos 60^\circ} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + E_1E_2}$$

$$= \sqrt{9 \frac{k^2 q^2}{a^4} + 25 \frac{k^2 q^2}{a^4} + 15 \frac{k^2 q^2}{a^4}} = \sqrt{49 \frac{k^2 q^2}{a^4}} = 7 \frac{kq}{a^2}$$

۱۸۸- بارهای $۵q$ - و $۸q$ + در دو راس از سه راس یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a قرار دارند. اندازه‌ی برابند میدان الکتریکی بارها در راس سوم مثلث چه قدر است؟

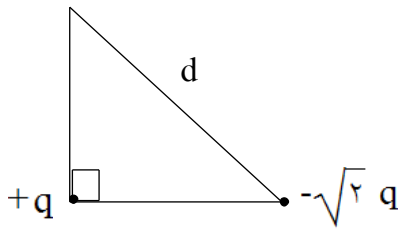


$$\Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{k(5q)}{a^2} = 5 \frac{kq}{a^2} \\ E_2 = \frac{k(8q)}{a^2} = 8 \frac{kq}{a^2} \end{cases}$$

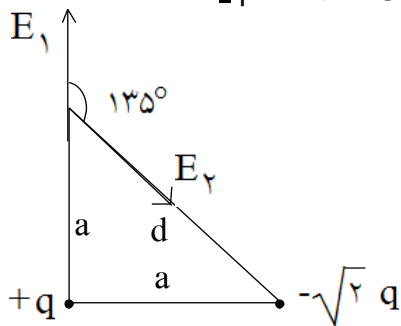
$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos 120^\circ} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + E_1E_2}$$

$$= \sqrt{25 \frac{k^2 q^2}{a^4} + 64 \frac{k^2 q^2}{a^4} + 40 \frac{k^2 q^2}{a^4}} = \sqrt{49 \frac{k^2 q^2}{a^4}} = 7 \frac{kq}{a^2}$$

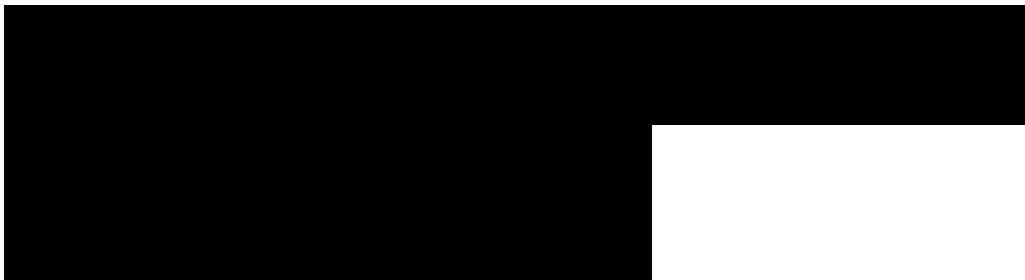
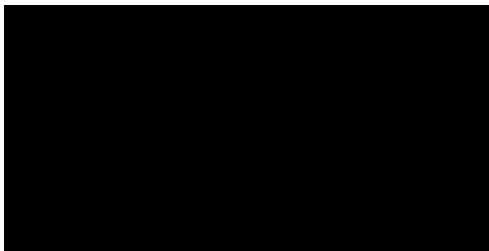
۱۸۹- مطابق شکل زیر بارهای الکتریکی $+q$ و $-\sqrt{2}q$ در دو راس از سه راس یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین قرار دارند که طول وتر آن d است. اندازه‌ی برآیند میدان الکتریکی بارها در راس سوم مثلث را به دست آورید.



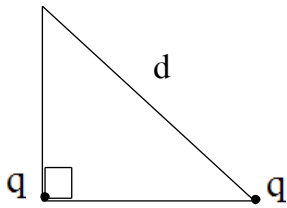
طول ضلع‌های قائمه‌ی مثلث را \square فرض می‌کنیم. با توجه به شکل زیر داریم \square



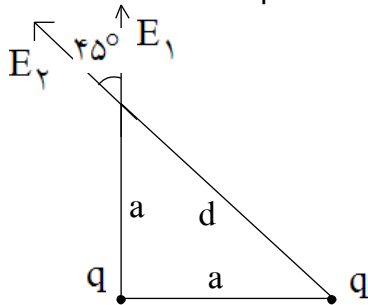
و



۱۹۰- مطابق شکل زیر بارهای الکتریکی یکسان q در دو راس از سه راس یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین قرار دارند که طول وتر آن d است. اندازه‌ی برآیند میدان الکتریکی بارها در راس سوم مثلث را به دست آورید.



طول ضلع‌های قائمه مثلث را a فرض می‌کنیم. با توجه به شکل زیر داریم :



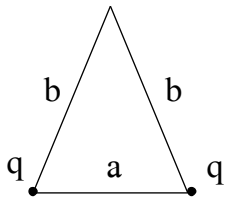
$$a^2 + a^2 = d^2 \Rightarrow 2a^2 = d^2 \Rightarrow a^2 = \frac{1}{2}d^2$$

$$\begin{cases} E_1 = \frac{kq}{a^2} = \frac{2kq}{d^2} \\ E_2 = \frac{kq}{d^2} \end{cases}$$

$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos 45^\circ} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + \sqrt{2}E_1E_2}$$

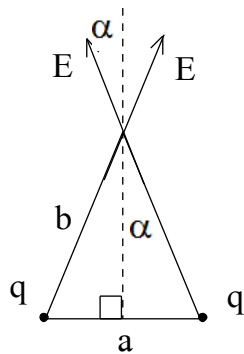
$$= \sqrt{\frac{4k^2q^2}{d^4} + \frac{k^2q^2}{d^4} + 2\sqrt{2}\frac{k^2q^2}{d^4}} = \sqrt{5+2\sqrt{2}} \frac{kq}{d^2}$$

۱۹۱- در شکل زیر بارهای الکتریکی یکسان q در دو سر قاعده‌ی یک مثلث متساوی‌الساقین قرار دارند. اندازه‌ی میدان الکتریکی بارها را در راس سوم مثلث به دست آورید.



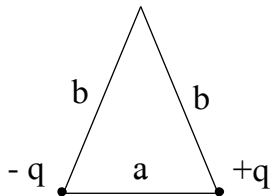
اندازه‌ی میدان الکتریکی هر کدام از بارها در راس سوم برابر $E = \frac{kq}{b^2}$ است. اندازه‌ی برایندها دو بردار

هم‌اندازه که با هم زاویه‌ی 2α می‌سازند از رابطه‌ی $2E \cos \alpha$ به دست می‌آید.



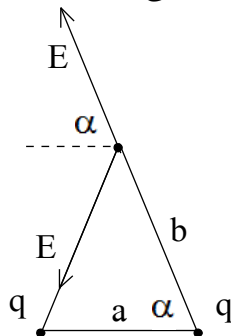
$$\Rightarrow E_T = 2E \cos \alpha = 2 \left(\frac{kq}{b^2} \right) \frac{\sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}}{b} = \frac{kq \sqrt{4b^2 - a^2}}{b^3}$$

۱۹۲- در شکل مقابل بارهای الکتریکی هم‌اندازه‌ی $+q$ و $-q$ در دو سر قاعده‌ی یک مثلث متساوی‌الساقین قرار دارند. اندازه‌ی میدان الکتریکی بارها در راس سوم مثلث را به دست آورید.



اندازه‌ی میدان الکتریکی هر کدام از بارها در راس سوم برابر $E = \frac{kq}{b^2}$ است. اندازه‌ی برایندها دو بردار

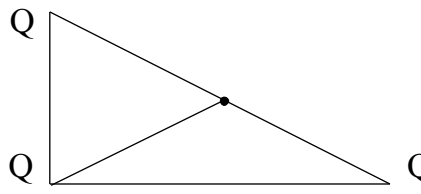
هم‌اندازه که با هم زاویه‌ی 2α می‌سازند از رابطه‌ی $2E \cos \alpha$ به دست می‌آید.



$$\Rightarrow E_T = 2E \cos \alpha = 2 \left(\frac{kq}{b^2} \right) \frac{\left(\frac{a}{2} \right)}{b} = \frac{kqa}{b^3}$$

۱۹۳- سه بار الکتریکی یکسان Q در سه راس یک مثلث قائم الزاویه که طول وتر آن d است قرار دارند. اندازه‌ی برآیند میدان الکتریکی بارها در وسط وتر مثلث را به دست آورید.

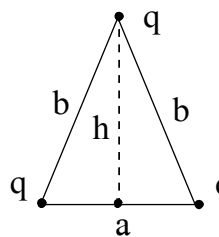
بارهای Q در فاصله‌ی یکسان $\frac{d}{2}$ از وسط وتر مثلث قرار دارند. همچنین برآیند میدان الکتریکی دو بار موجود در دو سر وتر مثلث در وسط وتر مثلث صفر است. بنابراین اندازه‌ی میدان الکتریکی بار موجود در راس قائمه مثلث با اندازه برآیند میدان الکتریکی بارها برابر است.



$$\Rightarrow E_T = \frac{KQ}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{4KQ}{d^2}$$

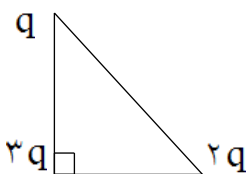
۱۹۴- سه بار الکتریکی یکسان q در سه راس یک مثلث متساوی الساقین با قاعده a و ساق‌های b قرار دارند. اندازه‌ی برآیند میدان الکتریکی بارها در وسط قاعده مثلث را به دست آورید.

برآیند میدان الکتریکی دو بار موجود در دو سر قاعده‌ی مثلث در وسط قاعده‌ی مثلث صفر است. بنابراین اندازه‌ی میدان الکتریکی بار موجود در راس مثلث با اندازه‌ی برآیند میدان الکتریکی بارها برابر است.



$$\Rightarrow E_T = \frac{kq}{h^2} = \frac{kq}{b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{4kq}{4b^2 - a^2}$$

۱۹۵- بارهای الکتریکی q و $2q$ و $3q$ مطابق شکل زیر در سه راس مثلث قائم الزاویه‌ی متساوی الساقین که طول وتر آن d است قرار دارند. اندازه‌ی میدان الکتریکی بارها در وسط وتر مثلث را به دست آورید.



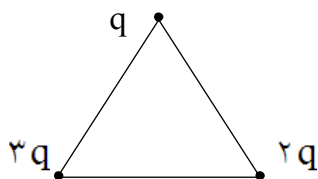
بارهای الکتریکی q و $2q$ و $3q$ در فاصله‌ی یکسان $\frac{d}{2}$ از وسط وتر مثلث قرار دارند و اندازه‌ی میدان الکتریکی آن‌ها را در وسط وتر مثلث به ترتیب E_1 و E_2 و E_3 فرض می‌کنیم.

$$E_1 = \frac{Kq}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{4Kq}{d^2}, \quad E_2 = \frac{K(2q)}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{16Kq}{d^2}, \quad E_3 = \frac{K(3q)}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{12Kq}{d^2}$$

بردارهای E_1 و E_2 هم‌راستا و در خلاف جهت یکدیگر هستند و بر بردار E_3 عمودند.

$$\Rightarrow E_T = \sqrt{E_3^2 + (E_2 - E_1)^2} = \sqrt{\left(\frac{12Kq}{d^2}\right)^2 + \left(\frac{12Kq}{d^2}\right)^2} = \frac{12Kq}{d^2} \sqrt{2^2 + 1^2} = 4\sqrt{5} \frac{Kq}{d^2}$$

۱۹۶- بارهای الکتریکی q ، $2q$ و $3q$ در سه رأس مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a قرار دارند. اندازهی میدان الکتریکی بارها در وسط بارهای $2q$ و $3q$ را به دست آورید.



فاصلهی بار \square از وسط بارهای $2q$ و $3q$ برابر \square و فاصلهی بارهای $2q$ و $3q$ از این نقطه \square است.

اندازهی میدان الکتریکی بارهای q و $2q$ و $3q$ را در وسط بارهای $2q$ و $3q$ به ترتیب \square و \square و \square فرض می‌کنیم:

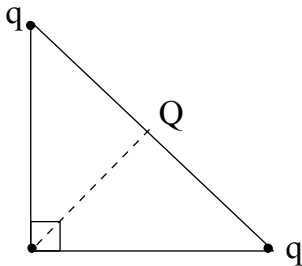
\square و \square و \square

بردارهای \square و \square هم‌راستا و در خلاف جهت یکدیگر هستند و بر بردار \square عمودند.

\square

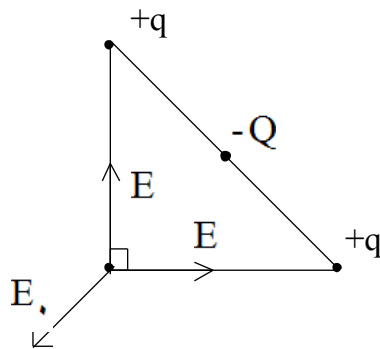
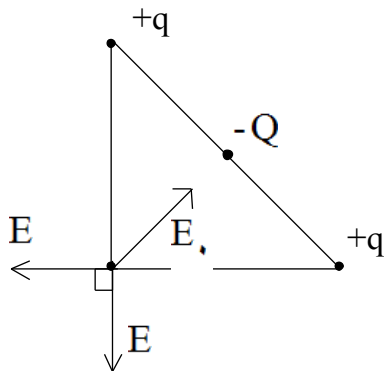
\square

۱۹۷- مطابق شکل زیر بارهای الکتریکی یکسان q در دو سر وتر یک مثلث قائم الزاویه‌ی متساوی الساقین قرار دارند. در وسط وتر مثلث Q را قرار می‌دهیم تا برآیند میدان الکتریکی بارها در راس قائمه مثلث صفر شود. Q را به دست آورید.



اندازه میدان الکتریکی بارهای q در راس قائمه مثلث یکسان است و آن را E فرض می‌کنیم. همچنین اندازه میدان الکتریکی بار Q را در راس قائمه E_1 فرض می‌کنیم.

با توجه به شکل‌های زیر برای صفر شدن میدان الکتریکی در راس قائمه، بار Q باید ناهم‌نام با بارهای q باشد و برآیند میدان‌های E که در خلاف جهت E_1 است با E_1 هم‌اندازه باشد.



$$E_1 = \sqrt{2} E \Rightarrow \frac{k|Q|}{h^2} = \sqrt{2} \frac{k|q|}{a^2}$$

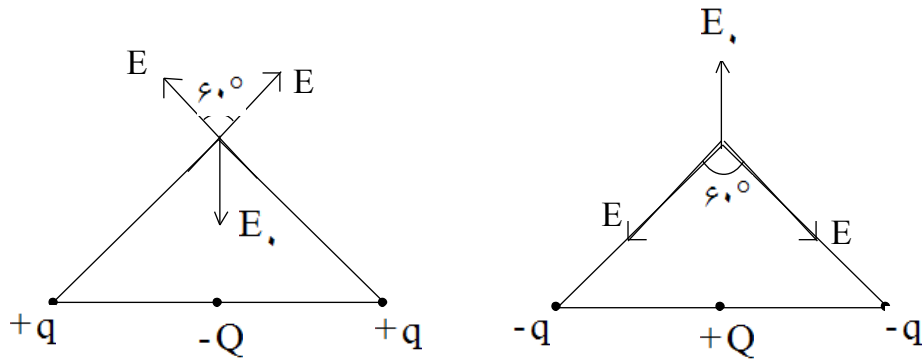
$a = \sqrt{2} h$ ضلع قائمه مثلث و h ارتفاع وارد بر وتر آن است و داریم:

$$\frac{k|Q|}{h^2} = \sqrt{2} \frac{k|q|}{2h^2} \Rightarrow \left| \frac{Q}{q} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{Q}{q} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow Q = -\frac{q}{\sqrt{2}}$$

۱۹۸- دو بار الکتریکی یکسان q در دو راس از سه راس یک مثلث متساوی الاضلاع قرار دارند. در وسط این بارها، بار الکتریکی Q را قرار می‌دهیم تا برآیند میدان الکتریکی بارها در راس سوم مثلث صفر شود. Q را به دست آورید.

اندازه‌ی میدان الکتریکی بارهای q در راس سوم مثلث است و آن را E فرض می‌کنیم. همچنین اندازه‌ی میدان الکتریکی بار Q را در راس سوم E_3 فرض می‌کنیم.

با توجه به شکل‌های زیر برای صفر شدن میدان الکتریکی در راس سوم، بار Q باید ناهم‌نام با بارهای q باشد و برآیند میدان‌های E که در خلاف جهت E_3 است با E_3 هم‌اندازه باشد.

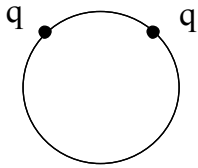


$$E_3 = 2E \cos 30^\circ \Rightarrow E_3 = \sqrt{3} E \Rightarrow \frac{k|Q|}{h^2} = \sqrt{3} \frac{k|q|}{a^2}$$

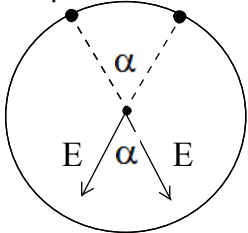
$h = \sqrt{\frac{3}{4}} a$ داریم و آن ارتفاع آن است و داریم:

$$\Rightarrow \frac{|Q|}{\frac{3}{4}a^2} = \sqrt{3} \frac{|q|}{a^2} = \left| \frac{Q}{q} \right| = \frac{3\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \frac{Q}{q} = -\frac{3\sqrt{3}}{4} \Rightarrow Q = -\frac{3\sqrt{3}}{4} q$$

۱۹۹- دو بار الکتریکی یکسان q روی محیط دایره‌ای به شعاع R و در فاصله‌ی d از هم قرار دارند. اندازه برآیند میدان الکتریکی بارها در مرکز دایره چه قدر است؟



اگر اندازه‌ی میدان الکتریکی هر بار در مرکز دایره E و زاویه بین میدان الکتریکی بارها α باشد داریم:



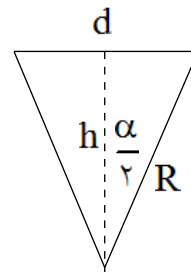
$$\begin{cases} E = \frac{kq}{R^2} \\ E_T = 2E \cos \frac{\alpha}{2} \end{cases} \Rightarrow E_T = \frac{2kq}{R^2} \cos \frac{\alpha}{2}$$

با توجه به شکل زیر و مثلثی که مرکز دایره و دو بار الکتریکی تشکیل می‌دهند داریم:

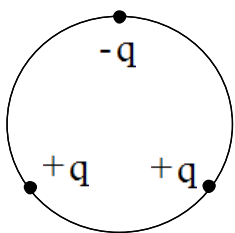
$$h = \sqrt{R^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{4R^2 - d^2}$$

$$\Rightarrow \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{h}{R} = \frac{\sqrt{4R^2 - d^2}}{2R}$$

$$\Rightarrow E_T = kq \frac{\sqrt{4R^2 - d^2}}{R^3}$$

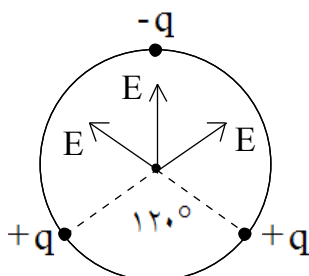


۲۰۰- سه بار الکتریکی $+q$ و $+q$ و $-q$ در فواصل یکسان از هم روی محیط دایره‌ای به شعاع R قرار دارند. اندازه برآیند میدان الکتریکی بارها در مرکز دایره چه قدر است؟



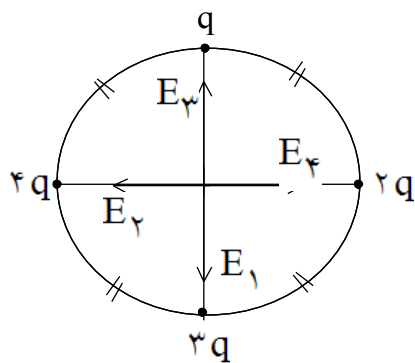
اندازه‌ی میدان الکتریکی بارها در مرکز دایره یکسان و برابر E است.

با توجه به شکل زیر برآیند میدان الکتریکی دو بار $+q$ که با یکدیگر زاویه‌ی 120° می‌سازند هم‌اندازه با E و منطبق بر میدان الکتریکی بار $-q$ می‌شود. بنابراین اندازه برآیند میدان الکتریکی بارها در مرکز دایره $2E$ است.



۲۰۱- چهار بار الکتریکی q ، $2q$ ، $3q$ و $4q$ در فواصل یکسان از هم به طور متوالی روی محیط دایره‌ای به شعاع R قرار دارند. اندازه برایند میدان الکتریکی بارها در مرکز دایره چه قدر است؟

اندازه میدان الکتریکی بارهای q و $2q$ و $3q$ و $4q$ در مرکز دایره به ترتیب برابر $E_1 = \frac{kq}{R^2}$ ،



$$E_2 = \frac{2kq}{R^2}$$

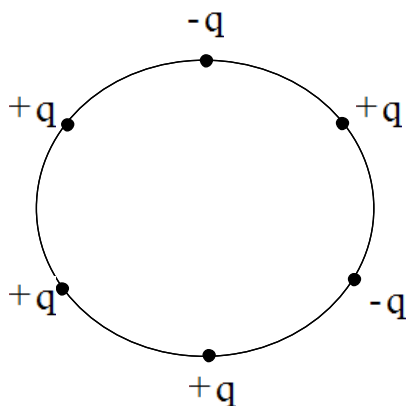
$$E_3 = \frac{3kq}{R^2} \text{ و } E_4 = \frac{4kq}{R^2} \text{ است و داریم.}$$

$$E_T = \sqrt{(E_3 - E_1)^2 + (E_4 - E_2)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2kq}{R^2}\right)^2 + \left(\frac{2kq}{R^2}\right)^2} = 2\sqrt{2} \frac{kq}{R^2}$$

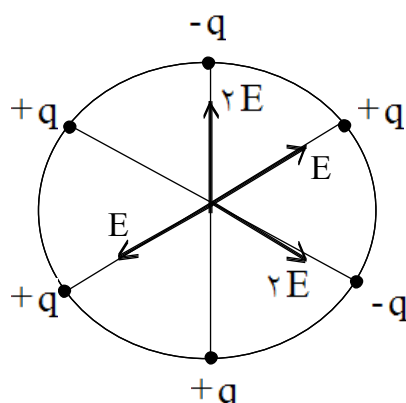
۲۰۲-

شش بار الکتریکی هم‌اندازه با q که دوتای آن‌ها منفی و بقیه مثبت هستند مطابق شکل زیر روی محیط دایره‌ای به شعاع R قرار دارند و فاصله‌ی هر بار از دو بار مجاور آن یکسان است. اندازه برایند میدان الکتریکی بارها در مرکز دایره چه قدر است؟



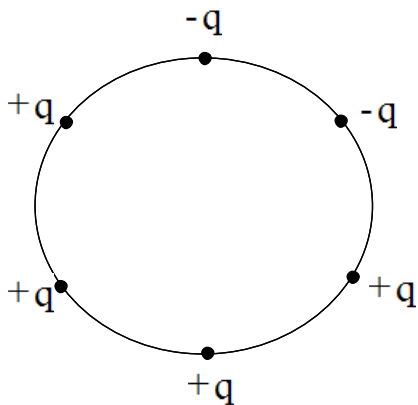
اندازه‌ی میدان الکتریکی بارها در مرکز دایره یکسان و برابر $E = \frac{kq}{R^2}$ است.

با توجه به شکل زیر برایند میدان الکتریکی بارها در مرکز دایره برابر برایند دو بردار با اندازه‌ی $2E$ است که با یکدیگر زاویه‌ی 120° درجه می‌سازند.



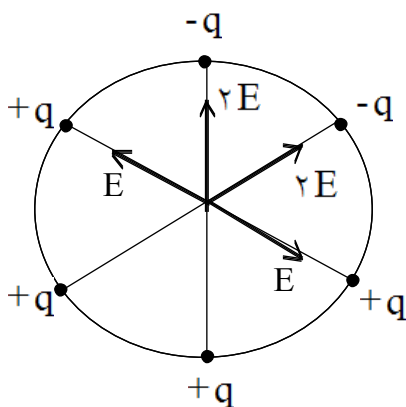
$$\Rightarrow E_T = 2E = \frac{2kq}{R^2}$$

۲۰۳- شش بار الکتریکی هم‌اندازه با q که دوتای آن‌ها منفی و بقیه مثبت هستند مطابق شکل زیر روی محیط دایره‌ای به شعاع R قرار دارند و فاصله‌ی هر بار از دو بار مجاور آن یکسان است. اندازه برایند میدان الکتریکی بارها در مرکز دایره چه قدر است؟



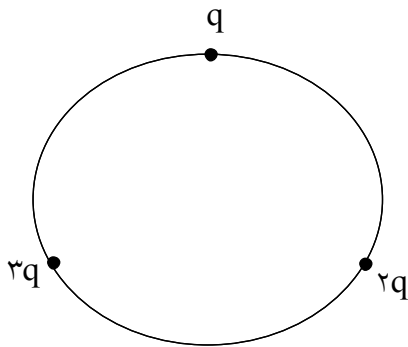
اندازه‌ی میدان الکتریکی بارها در مرکز دایره یکسان و برابر $E = \frac{kq}{R^2}$ است.

با توجه به شکل مقابل برایند میدان الکتریکی بارها در مرکز دایره برابر برایند دو بردار $\sqrt{3}E$ است که با یکدیگر زاویه‌ی 60° می‌سازند.

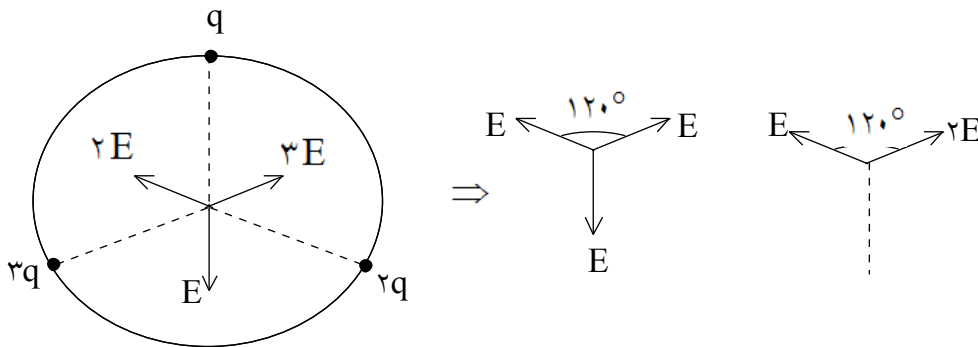


$$\Rightarrow E_T = \sqrt{3} (\sqrt{3}E) = \sqrt{3} \frac{kq}{R^2}$$

۲۰۴- مطابق شکل زیر سه بار الکتریکی q و $۲q$ و $۳q$ در فواصل یکسان از هم روی محیط دایره‌ای به شعاع R قرار دارند. اندازه برایند میدان الکتریکی بارها در مرکز دایره چه قدر است؟



اندازه‌ی میدان الکتریکی بارهای q ، $۲q$ و $۳q$ در مرکز دایره به ترتیب برابر $E = \frac{kq}{R^2}$ و $۲E$ و $۳E$ است و مطابق شکل این میدان‌ها با یکدیگر دو به دو زاویه‌ی ۱۲۰° درجه تشکیل می‌دهند.



بردارهای E و $۲E$ و $۳E$ را مطابق شکل‌های بالا می‌توان به دو دسته تفکیک کرد. در دسته‌ی اول سه بردار هم‌اندازه با E دو به دو با هم زاویه ۱۲۰° درجه تشکیل می‌دهند و برایند آن‌ها صفر است. بنابراین برایند میدان‌های الکتریکی در مرکز دایره برابر برایند بردارهای دسته‌ی دوم است که در آن بردارهای E و $۲E$ با یکدیگر زاویه ۱۲۰° درجه می‌سازند.

$$\Rightarrow E_T = \sqrt{E^2 + (2E)^2 + 2(E)(2E) \cos 120^\circ} = \sqrt{E^2 + 4E^2 - 2E^2}$$

$$\Rightarrow E_T = \sqrt{3E^2} = \sqrt{3}E \Rightarrow E_T = \sqrt{3} \frac{kq}{R^2}$$

۲۰۵- (۱) میدان الکتریکی به بار انرژی می‌دهد و یا از آن انرژی می‌گیرد؟

(۱) به بار الکتریکی مثبت در جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود. بنابراین هنگامی که بار در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا می‌شود، نیروی میدان الکتریکی با جابه‌جایی هم‌جهت است و کار مثبت روی بار انجام می‌دهد و به بار الکتریکی انرژی می‌دهد.

۲۰۶- (۲) انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و یا افزایش می‌یابد؟

(۲) اگر میدان الکتریکی به بار الکتریکی انرژی بدهد، انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. در حقیقت انرژی‌ای که میدان الکتریکی به بار الکتریکی می‌دهد از انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی تأمین می‌شود.

۲۰۷- (۱) میدان الکتریکی به بار انرژی می‌دهد و یا از آن انرژی می‌گیرد؟

(۱) به بار الکتریکی منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود. بنابراین هنگامی که بار خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا می‌شود، نیروی میدان الکتریکی با جابه‌جایی هم‌جهت است و کار مثبت روی بار انجام می‌دهد و به بار الکتریکی انرژی می‌دهد.

۲۰۸- (۲) انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و یا افزایش می‌یابد؟

(۲) اگر میدان الکتریکی به بار الکتریکی انرژی بدهد، انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. در حقیقت انرژی‌ای که میدان الکتریکی به بار الکتریکی می‌دهد از انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی تامین می‌شود.

۲۰۹- یک بار الکتریکی در امتدادی عمود بر امتداد میدان الکتریکی جابه‌جا می‌شود. در این جابه‌جایی میدان الکتریکی چگونه روی بار کار انجام می‌دهد و انرژی پتانسیل الکتریکی بار چگونه تغییر می‌کند؟

اگر بار در امتداد عمود بر امتداد میدان الکتریکی حرکت کند، نیروی الکتریکی وارد بر آن که در راستای میدان الکتریکی قرار دارد، بر راستای جابه‌جایی بار عمود است. بنابراین کار انجام شده روی بار توسط میدان الکتریکی صفر است. اگر توسط میدان الکتریکی کاری روی بار الکتریکی انجام نشود (از آن انرژی گرفته نشود و یا به آن انرژی داده نشود) انرژی پتانسیل الکتریکی تغییر نکرده است.

۲۱۰- اگر انرژی پتانسیل یک بار الکتریکی مثبت بر اثر جابه‌جایی در میدان الکتریکی افزایش یابد، بار مثبت در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شده است و یا در خلاف جهت آن؟

اگر انرژی پتانسیل الکتریکی بار الکتریکی افزایش یابد، یعنی میدان الکتریکی انرژی جنبشی بار الکتریکی را می‌گیرد و ذخیره می‌کند. بنابراین میدان الکتریکی روی بار کار منفی انجام داده است. وقتی میدان الکتریکی روی بار کار منفی انجام می‌دهد، یعنی نیروی الکتریکی در خلاف جهت جابه‌جایی بار بوده است. به بار مثبت در جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود. پس جابه‌جایی در خلاف جهت میدان الکتریکی بوده است.

۲۱۱- اگر انرژی پتانسیل الکتریکی یک بار منفی بر اثر جابه‌جایی در میدان الکتریکی افزایش یابد، بار منفی در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شده است و یا در خلاف جهت آن؟

اگر انرژی پتانسیل الکتریکی بار الکتریکی افزایش یابد، یعنی میدان الکتریکی انرژی جنبشی بار الکتریکی را می‌گیرد و ذخیره می‌کند. بنابراین میدان الکتریکی روی بار کار منفی انجام داده است. وقتی میدان الکتریکی روی بار کار منفی انجام داده است، یعنی نیروی الکتریکی در خلاف جهت جابه‌جایی بار بوده است. به بار منفی در جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود. پس جابه‌جایی بار در جهت میدان الکتریکی بوده است.

۲۱۲- (۱) اگر بار مثبت در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن می‌یابد.

(۱) کاهش

۲۱۳- (۲) اگر بار مثبت در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن می‌یابد.

(۲) افزایش

۲۱۴- (۱) اگر بار منفی در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن می‌یابد.

(۱) افزایش

۲۱۵- (۲) اگر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن می‌یابد.
(۲) کاهش

۲۱۶- فرض کنید انرژی پتانسیل الکتریکی یک بار در یک میدان الکتریکی U_1 است. بر اثر جابه‌جایی بار میدان الکتریکی روی بار کار W انجام می‌دهد و انرژی پتانسیل الکتریکی آن U_2 می‌شود، رابطه U_1 و U_2 و W چگونه است؟

اگر میدان الکتریکی روی بار الکتریکی کار مثبت انجام دهد ($W > 0$)، به بار الکتریکی به اندازه W انرژی داده می‌شود و این انرژی از انرژی پتانسیل الکتریکی تامین می‌شود. لذا انرژی پتانسیل الکتریکی به اندازه W کاهش می‌یابد و داریم:

$$U_2 = U_1 - W \Rightarrow W = -(U_2 - U_1) \Rightarrow W = -\Delta U$$

اگر میدان الکتریکی روی بار الکتریکی کار منفی انجام دهد ($W < 0$)، از بار الکتریکی به اندازه $|W|$ انرژی گرفته می‌شود و این انرژی به صورت انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره می‌شود. لذا انرژی پتانسیل الکتریکی به اندازه $|W|$ افزایش می‌یابد و داریم:

$$\left. \begin{array}{l} U_2 = U_1 + |W| \\ |W| = -W \end{array} \right\} \Rightarrow U_2 = U_1 - W \Rightarrow W = -(U_2 - U_1) \Rightarrow W = -\Delta U$$

یعنی رابطه $W = -(U_2 - U_1) = \Delta U$ همواره برقرار است و می‌توان گفت کار میدان الکتریکی همواره منفی تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی است.

یک بار الکتریکی در میدان الکتریکی به کمک نیرویی که ما به بار الکتریکی وارد می‌کنیم با سرعت ثابت جابه‌جا می‌شود.

۲۱۷- (۱) نشان دهید کاری که ما روی بار الکتریکی انجام می‌دهیم (W_1) منفی کاری است که میدان الکتریکی روی بار انجام می‌دهد (W).

(۱)

روش اول: طبق قانون اول نیوتن برآیند نیروهای وارد بر بار به علت حرکت آن با سرعت ثابت صفر است. بنابراین نیرویی که ما به بار الکتریکی وارد می‌کنیم در هر لحظه قرینه نیروی است که میدان الکتریکی به بار الکتریکی وارد می‌کند. پس کاری که ما در جابه‌جایی بار روی بار الکتریکی انجام می‌دهیم قرینه کاری است که میدان الکتریکی روی بار الکتریکی انجام می‌دهد.

$$\Rightarrow W_1 = -W$$

روش دوم: طبق قضیه کار و انرژی کل کار انجام شده روی بار الکتریکی به علت حرکت آن با سرعت ثابت صفر است. توسط نیروی ما و نیروی الکتریکی روی بار الکتریکی کار انجام می‌شود.

$$\sum W = 0 \Rightarrow W_1 + W = 0 \Rightarrow W_1 = -W$$

۲۱۸- (۲) رابطه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار الکتریکی با کاری که ما روی بار الکتریکی انجام می‌دهیم چگونه است؟

(۲) می‌دانیم کاری که میدان الکتریکی روی بار الکتریکی انجام می‌دهد، منفی تغییرات انرژی پتانسیل بار الکتریکی است. بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} W_1 = -W \\ W = -\Delta U \end{array} \right\} \Rightarrow W_1 = -(-\Delta U) \Rightarrow W_1 = \Delta U$$

پس کاری که ما در جابه‌جایی بار الکتریکی با سرعت ثابت روی بار الکتریکی انجام می‌دهیم، برابر تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار است.

۲۱۹- (۱) اگر انرژی پتانسیل الکتریکی بار مثبت افزایش یابد، پتانسیل الکتریکی چگونه تغییر کرده است؟

با توجه به رابطه‌ی $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ ، اگر q مثبت باشد، ΔU و ΔV هم‌علامت هستند. یعنی اگر انرژی پتانسیل الکتریکی بار مثبت افزایش یابد، پتانسیل الکتریکی افزایش یافته است.

۲۲۰- (۲) اگر انرژی پتانسیل الکتریکی بار مثبت کاهش یابد، پتانسیل الکتریکی چگونه تغییر کرده است؟

با توجه به رابطه‌ی $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ ، اگر q مثبت باشد، ΔU و ΔV هم‌علامت هستند. یعنی اگر انرژی پتانسیل الکتریکی بار مثبت کاهش یابد، پتانسیل الکتریکی کاهش یافته است.

۲۲۱- (۱) اگر انرژی پتانسیل الکتریکی بار منفی افزایش یابد، پتانسیل الکتریکی چگونه تغییر کرده است؟

با توجه به رابطه‌ی $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ ، اگر q منفی باشد، ΔU و ΔV علامت مخالف دارند. یعنی اگر انرژی پتانسیل الکتریکی بار منفی افزایش یابد، پتانسیل الکتریکی کاهش یافته است.

۲۲۲- (۲) اگر انرژی پتانسیل الکتریکی بار منفی کاهش یابد، پتانسیل الکتریکی چگونه تغییر کرده است؟

با توجه به رابطه‌ی $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ ، اگر q منفی باشد، ΔU و ΔV علامت مخالف دارند. یعنی اگر انرژی پتانسیل الکتریکی بار منفی کاهش یابد، پتانسیل الکتریکی افزایش یافته است.

یک بار الکتریکی در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا می‌شود. علامت کار انجام شده روی بار الکتریکی توسط میدان الکتریکی و نحوه‌ی تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی را مشخص کنید و با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی چگونگی تغییر پتانسیل الکتریکی را به دست آورید.

۲۲۳- الف) بار الکتریکی مثبت است.

الف) اگر بار مثبت در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود، کار انجام شده روی آن توسط میدان الکتریکی مثبت است (میدان الکتریکی به بار انرژی می‌دهد) و انرژی پتانسیل الکتریکی بار کاهش می‌یابد ($\Delta U < 0$).

با توجه به رابطه‌ی $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ و منفی بودن ΔU و مثبت بودن q ، تغییر پتانسیل الکتریکی منفی بوده است.

« نتیجه می‌گیریم در جابه‌جایی در جهت میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. »

۲۲۴- ب) بار الکتریکی منفی است.

ب) اگر بار منفی در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود، کار انجام شده روی آن توسط میدان الکتریکی منفی است (میدان الکتریکی از بار انرژی می‌گیرد) و انرژی پتانسیل الکتریکی بار افزایش می‌یابد ($\Delta U > 0$).

با توجه به رابطه‌ی $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ و مثبت بودن ΔU و منفی بودن q ، تغییر پتانسیل الکتریکی منفی بوده است.

« نتیجه می‌گیریم در جابه‌جایی در جهت میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. »

یک بار الکتریکی در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا می‌شود. علامت کار انجام شده روی بار الکتریکی توسط میدان الکتریکی و نحوه‌ی تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی را مشخص کنید و با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی چگونگی تغییر پتانسیل الکتریکی را به‌دست آورید.

۲۲۵- الف) بار الکتریکی مثبت است.

الف) اگر بار مثبت در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود، کار انجام شده روی آن توسط میدان الکتریکی منفی است (میدان الکتریکی از بار انرژی می‌گیرد) و انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد ($\Delta U > 0$).

با توجه به رابطه‌ی $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ و مثبت بودن ΔU و q ، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی مثبت بوده است.

« نتیجه می‌گیریم در جابه‌جایی در خلاف جهت میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد. »

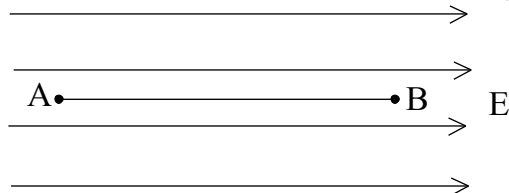
۲۲۶- ب) بار الکتریکی منفی است.

ب) اگر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود، کار انجام شده روی آن توسط میدان الکتریکی مثبت بوده است (میدان الکتریکی به بار انرژی می‌دهد) و انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد ($\Delta U < 0$).

با توجه به رابطه‌ی $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ و منفی بودن ΔU و q ، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی مثبت بوده است.

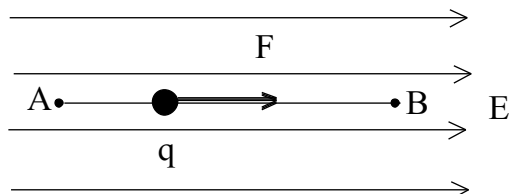
« نتیجه می‌گیریم در جابه‌جایی در خلاف جهت میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد. »

در شکل زیر نقاط A و B در میدان الکتریکی یکنواختی با بزرگی E در فاصله‌ی d از هم قرار دارند و امتداد AB امتداد میدان الکتریکی موازی است. بار الکتریکی q از A به B جابه‌جا می‌شود. به دست آورید :



۲۲۷- (۱) کار انجام شده روی بار توسط میدان الکتریکی.

(۱) اگر q مثبت فرض شود:



$$\left. \begin{array}{l} F = Eq \\ W = Fd \end{array} \right\} \Rightarrow W = Eqd$$

اگر q منفی باشد، نیروی وارد بر بار خلاف جهت جابه‌جایی و کار انجام شده توسط آن منفی است. لذا رابطه $W = Eqd$ در این حالت نیز درست جواب می‌دهد.

۲۲۸- (۲) تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار الکتریکی.

(۲)

$$\Delta U = -W \Rightarrow \Delta U = -Eqd$$

۲۲۹- (۳) اختلاف پتانسیل الکتریکی نقاط A و B .

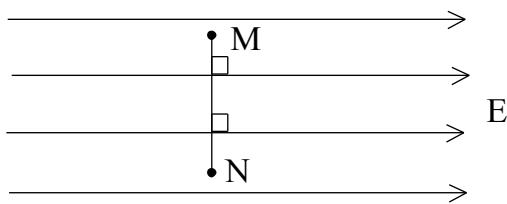
(۳)

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta V = \frac{-Eqd}{q} \Rightarrow \Delta V = -Ed$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = -Ed \text{ یا } V_A - V_B = +Ed$$

بزرگی اختلاف پتانسیل نقاط A و B برابر Ed است و پتانسیل نقطه A از پتانسیل نقطه B بیش‌تر است.

در شکل زیر نقاط M و N در میدان الکتریکی یکنواختی با بزرگی E در فاصله‌ی d از هم قرار دارند و امتداد MN بر امتداد میدان الکتریکی عمود است. بار الکتریکی q از M به N جابه‌جا می‌شود. به دست آورید :



۲۳۰- (۱) کار انجام شده روی بار توسط میدان الکتریکی.

(۱) نیروی الکتریکی وارد بر بار q در امتداد میدان الکتریکی به بار q وارد می‌شود و بر امتداد جابه‌جایی بار عمود است و در نتیجه کار انجام شده توسط آن صفر است.

$$W = ,$$

۲۳۱- (۲) تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی.

(۲)

$$\Delta U = -W \Rightarrow \Delta U = ,$$

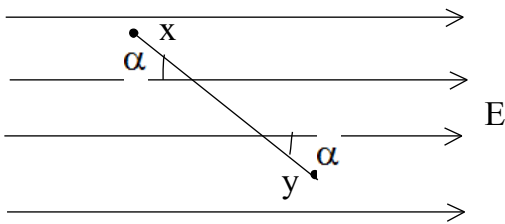
۲۳۲- (۳) اختلاف پتانسیل الکتریکی نقاط M و N .

(۳)

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta V = , \Rightarrow V_N - V_M = , \Rightarrow V_M = V_N$$

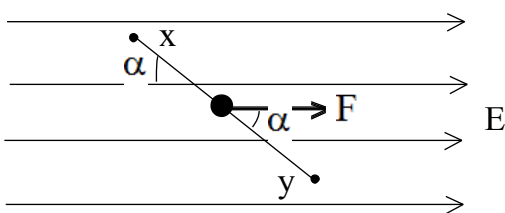
نقاط M و N هم‌پتانسیل هستند.

در شکل زیر نقاط x و y در میدان الکتریکی یکنواختی با بزرگی E در فاصله d از هم قرار دارند و زاویه‌ی حاده‌ی بین امتداد xy و امتداد میدان الکتریکی برابر α است. بار الکتریکی q از x به y جابه‌جا می‌شود. به دست آورید :



۲۳۳- (۱) کار انجام شده روی بار توسط میدان الکتریکی.

(۱) اگر q مثبت فرض شود:



$$\left. \begin{aligned} F &= Eq \\ W &= Fd \cos \alpha \end{aligned} \right\} \Rightarrow W = Eqd \cos \alpha$$

اگر q منفی باشد، نیروی وارد بر بار در خلاف جهت نشان داده شده در شکل است و با جابه‌جایی با زاویه‌ی منفرجه $\alpha - 180^\circ$ تشکیل می‌دهد. بنابراین :

$$W = Fd \cos (180^\circ - \alpha) = -Fd \cos \alpha = -(E|q|)d \cos \alpha = Eqd \cos \alpha$$

بنابراین رابطه‌ی $W = Eqd \cos \alpha$ در این حالت نیز درست جواب می‌دهد.

۲۳۴- (۲) تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی.

(۲)

$$\Delta U = -W \Rightarrow \Delta U = -Eqd \cos \alpha$$

۲۳۵- (۳) اختلاف پتانسیل الکتریکی نقاط x و y .

(۳)

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta V = \frac{-Eqd \cos \alpha}{q} \Rightarrow \Delta V = -Ed \cos \alpha$$

$$\Rightarrow V_y - V_x = -Ed \cos \alpha \quad \text{یا} \quad V_x - V_y = Ed \cos \alpha$$

بزرگی اختلاف پتانسیل نقاط x و y برابر $Ed \cos \alpha$ است و پتانسیل نقطه x از پتانسیل نقطه y بیشتر است.

نکته: اگر فاصله‌ی دو نقطه در امتداد میدان الکتریکی برابر d_1 فرض شود داریم $d_1 = d \cos \alpha$ و می‌توان گفت بزرگی اختلاف پتانسیل دو نقطه که فاصله‌ی آنها در امتداد میدان الکتریکی برابر d_1 است برابر Ed_1 می‌باشد.

۲۳۶- (۱) اگر پتانسیل الکتریکی یک بار الکتریکی به اندازهی $+120 \text{ mC}$ به اندازهی $2/5$ ولت افزایش یابد، انرژی پتانسیل الکتریکی بار چه قدر و چگونه تغییر می کند؟

(۱)

$$\Delta U_1 = q_1 \Delta V_1 = (+120 \times 10^{-3}) \times (+2/5 \text{ V}) = +0.3 \text{ J}$$

۲۳۷- (۲) اگر پتانسیل الکتریکی یک بار الکتریکی به اندازهی -120 mC به اندازهی $2/5$ ولت کاهش یابد، انرژی پتانسیل الکتریکی بار چه قدر و چگونه تغییر می کند؟

(۲)

$$\Delta U_2 = q_2 \Delta V_2 = (-120 \times 10^{-3}) \times (-2/5 \text{ V}) = +0.3 \text{ J}$$

انرژی پتانسیل الکتریکی در هر دو حالت به اندازهی 0.3 ژول افزایش می یابد.

۲۳۸- (۱) اگر پتانسیل الکتریکی یک بار الکتریکی به اندازهی $-2/2 \mu\text{C}$ به اندازهی 50 ولت افزایش یابد، انرژی پتانسیل الکتریکی بار چه قدر و چگونه تغییر می کند؟

(۱)

$$\Delta U_1 = q_1 \Delta V_1 = (-2/2 \mu\text{C}) \times (+50 \text{ V}) = -110 \mu\text{J}$$

۲۳۹- (۲) اگر پتانسیل الکتریکی یک بار الکتریکی به اندازهی $+2/2 \mu\text{C}$ به اندازهی 50 ولت کاهش یابد، انرژی پتانسیل الکتریکی بار چه قدر و چگونه تغییر می کند؟

(۲)

$$\Delta U_2 = q_2 \Delta V_2 = (+2/2 \mu\text{C}) \times (-50 \text{ V}) = -110 \mu\text{J}$$

انرژی پتانسیل الکتریکی در هر دو حالت به اندازهی 110 میکروژول کاهش می یابد.

۲۴۰- اگر انرژی پتانسیل یک پروتون به اندازهی 6400 PJ (الف) افزایش، (ب) کاهش یابد، پتانسیل الکتریکی برای آن چه قدر و چگونه تغییر کرده است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

$$\Delta U = q \Delta V \Rightarrow |\Delta U| = |q| |\Delta V| \Rightarrow 6400 \times 10^{-12} = 1/6 \times 10^{-19} |\Delta V|$$

$$\Rightarrow |\Delta V| = 4 \times 10^8 \text{ V} = 400 \text{ MV}$$

پتانسیل الکتریکی 400 مگاولت تغییر کرده است.

(۱) $\Delta V > 0, \Delta U > 0, q > 0 \Leftrightarrow$ پتانسیل الکتریکی 400 مگاولت افزایش یافته است.

(۲) $\Delta V < 0, \Delta U < 0, q > 0 \Leftrightarrow$ پتانسیل الکتریکی 400 مگاولت کاهش یافته است.

۲۴۱- اگر انرژی پتانسیل یک الکترون به اندازهی ۵۶۰ PJ (الف) افزایش ، (ب) کاهش یابد، پتانسیل الکتریکی برای آن چه قدر و چگونه تغییر کرده است؟ ($e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \text{ C}$)

$$\Delta U = q\Delta V \Rightarrow |\Delta U| = |q| |\Delta V| \Rightarrow ۵۶۰ \times ۱۰^{-۱۲} = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} |\Delta V|$$

$$\Rightarrow |\Delta V| = ۳۵ \times ۱۰^۶ \text{ V} = ۳۵ \text{ MV}$$

پتانسیل الکتریکی ۳۵ مگاولت تغییر کرده است.

(۱) $\Delta V < ۰ \Leftrightarrow (q < ۰, \Delta U > ۰)$ پتانسیل الکتریک ۳۵ مگاولت کاهش یافته است.

(۲) $\Delta V > ۰ \Leftrightarrow (q < ۰, \Delta U < ۰)$ پتانسیل الکتریکی ۳۵ مگاولت افزایش یافته است.

اگر پتانسیل الکتریکی یک الکترون یک ولت تغییر کند، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی آن یک « الکترون ولت »

تعریف می شود. ($e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \text{ C}$)

۲۴۲- (۱) هر الکترون ولت چند ژول است؟

(۱)

$$\left. \begin{aligned} |\Delta V| &= ۱ \text{ V} \\ |q| &= e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \text{ C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow |\Delta U| = |q| |\Delta V| = ۱ \text{ eV}$$

$$\Rightarrow (۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \text{ C})(۱ \text{ V}) = ۱ \text{ eV} \Rightarrow ۱ \text{ eV} = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \text{ J}$$

۲۴۳- (۲) هر ژول چند الکترون ولت است؟

(۲)

$$۱ \text{ J} = n(\text{eV}) \Rightarrow ۱ \text{ J} = n(۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \text{ J})$$

$$\Rightarrow n = \frac{۱}{۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}} = ۶/۲۵ \times ۱۰^{۱۸} \Rightarrow ۱ \text{ J} = ۶/۲۵ \times ۱۰^{۱۸} \text{ eV}$$

۲۴۴- (۱) اگر انرژی پتانسیل الکتریکی یک میلیون الکترون به اندازهی ۲۴۰ مگا الکترون ولت تغییر کند، پتانسیل الکتریکی چه قدر تغییر کرده است؟

(۱)

$$|\Delta U| = |q| |\Delta V| \Rightarrow |\Delta U| = ne |\Delta v| \Rightarrow ۲۴۰ \times ۱۰^۶ \text{ eV} = ۱۰^۶ e |\Delta V| \Rightarrow |\Delta V| = ۲۴۰ \text{ V}$$

۲۴۵- (۲) اگر انرژی پتانسیل الکتریکی تعدادی پروتون به اندازهی ۳۸۰ مگا الکترون ولت تغییر کند و پتانسیل الکتریکی به اندازهی ۹۵ ولت تغییر کرده باشد، تعداد پرتون ها را به دست آورید.

(۲)

$$|\Delta U| = |q| |\Delta V| \Rightarrow |\Delta U| = ne |\Delta v| \Rightarrow ۳۸۰ \times ۱۰^۶ \text{ eV} = ne \times ۹۵ \Rightarrow n = ۴ \times ۱۰^۶$$

۲۴۶- برای جابه‌جایی $+5\mu\text{C}$ بار الکتریکی از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B با سرعت ثابت $+3/5\mu\text{J}$ کار انجام می‌دهیم. اختلاف پتانسیل الکتریکی نقاط A و B را به دست آورید.

$$W_s = 3/5 \mu\text{J} \Rightarrow \Delta U = W_s = 3/5 \mu\text{J}$$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{+3/5 \mu\text{J}}{+5 \mu\text{C}} = 0.7\text{V} \Rightarrow V_B - V_A = 0.7\text{V}$$

۲۴۷- برای جابه‌جایی $-4\mu\text{C}$ بار الکتریکی از نقطه‌ی M به نقطه‌ی N با سرعت ثابت $+1/2\mu\text{J}$ کار انجام می‌دهیم. اختلاف پتانسیل الکتریکی نقاط M و N را به دست آورید.

$$W_s = 1/2 \mu\text{J} \Rightarrow \Delta U = W_s = 1/2 \mu\text{J}$$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{+1/2 \mu\text{J}}{-4 \mu\text{C}} = \frac{+1/2 \times 10^{-6}}{-4 \times 10^{-6}} = -0.3\text{V} \Rightarrow V_N - V_M = -0.3\text{V}$$

۲۴۸- اگر برای جابه‌جایی بار الکتریکی -160 mC با سرعت ثابت از نقطه‌ی (۱) به نقطه‌ی (۲) مجبور باشیم -720J کار انجام دهیم و پتانسیل الکتریکی نقطه‌ی (۱) برابر 1500 ولت باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه‌ی (۲) چه قدر است؟

$$W_s = -720\text{J} \Rightarrow \Delta U = W_s = -720\text{J} \Rightarrow \Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-720}{-160 \times 10^{-3}} = +4500\text{V}$$

$$\Rightarrow V_2 - V_1 = 4500 \Rightarrow V_2 - 1500 = 4500 \Rightarrow V_2 = 6000\text{V}$$

۲۴۹- اگر برای جابه‌جایی بار الکتریکی $+7/5\text{ mC}$ با سرعت ثابت از نقطه‌ی (۱) به نقطه‌ی (۲) مجبور باشیم -420J کار انجام دهیم و پتانسیل الکتریکی نقطه‌ی (۲) برابر -6 kV ولت باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه‌ی (۱) چه قدر است؟

$$W_s = -420\text{J} \Rightarrow \Delta U = W_s = -420\text{J} \Rightarrow \Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-420}{+7/5 \times 10^{-3}} = -56000\text{V}$$

$$\Rightarrow V_2 - V_1 = -56000 \Rightarrow -6000 - V_1 = -56000 \Rightarrow V_1 = 50000\text{V} = 50\text{ kV}$$

۲۵۰- برای جابه‌جایی $-2/4\mu\text{C}$ بار الکتریکی با سرعت ثابت از نقطه‌ی P به نقطه‌ی Q که پتانسیل آن 25MV از نقطه‌ی P بیش‌تر است، چند ژول باید کار انجام دهیم؟

$$\Delta V = V_Q - V_P = (V_P + 25\text{ MV}) - V_P = 25\text{ MV}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow +25 \times 10^6 = \frac{\Delta U}{-2/4 \times 10^{-6}} \Rightarrow \Delta U = -60\text{ J}$$

$$\Rightarrow \Delta U = W_s \Rightarrow W_s = -60\text{ J}$$

۶۰J- باید روی بار الکتریکی کار انجام دهیم.

۲۵۱- برای جابه‌جایی بار q با سرعت ثابت از نقطه‌ی x به نقطه‌ی y که پتانسیل آن ۶۰ ولت از نقطه‌ی x کم‌تر است، -۹mJ کار انجام می‌دهیم. بار q را به دست آورید.

$$W_f = -۹ \text{ mJ} \Rightarrow \Delta U = W_f = -۹ \text{ mJ}$$

$$\Delta V = V_y - V_x = (V_x - ۶۰) - V_x = -۶۰ \text{ V}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow -۶۰ = \frac{-۹ \times ۱۰^{-۳}}{q} \Rightarrow q = \frac{۹ \times ۱۰^{-۳}}{۶۰} \Rightarrow q = +۱۵۰ \times ۱۰^{-۶} \text{ C} = +۱۵۰ \text{ } \mu\text{C}$$

۲۵۲- بار الکتریکی $+۸۰۰ \text{ } \mu\text{C}$ از نقطه‌ی M با پتانسیل الکتریکی ۴۵۰۰ ولت به نقطه‌ی N با پتانسیل الکتریکی -۵۰۰ ولت جابه‌جا می‌شود. کار انجام شده روی بار الکتریکی توسط میدان الکتریکی را به دست آورید.

$$\Delta V = V_N - V_M = (-۵۰۰) - (+۴۵۰۰) = -۵۰۰۰ \text{ V} \Rightarrow \Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow -۵۰۰۰ = \frac{\Delta U}{۸۰۰ \times ۱۰^{-۶}}$$

$$\Rightarrow \Delta U = -۴ \text{ J} \Rightarrow W = -\Delta U = +۴ \text{ J}$$

میدان الکتریکی \mathcal{E} ژول کار روی بار الکتریکی انجام داده است.

۲۵۳- بار الکتریکی q از نقطه‌ی A با پتانسیل الکتریکی ۴۰۰ ولت به نقطه‌ی B با پتانسیل الکتریکی ۶۰۰ ولت جابه‌جا می‌شود و در این جابه‌جایی میدان الکتریکی ۵ ژول کار روی بار الکتریکی انجام می‌دهد. بار q را به دست آورید.

$$W = +۵ \text{ J} \Rightarrow \Delta U = -W = -۵ \text{ J} \Rightarrow \Delta V = V_B - V_A = ۶۰۰ - ۴۰۰ = +۲۰۰ \text{ V}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow ۲۰۰ = \frac{-۵}{q} \Rightarrow q = -\frac{۱}{۴۰} \text{ C} = -۲۵ \text{ mC}$$

۲۵۴- بار الکتریکی -۲۵۰ mC از نقطه‌ی x با پتانسیل الکتریکی $+۷۰۰$ ولت به نقطه‌ی y جابه‌جا می‌شود و در این جابه‌جایی میدان الکتریکی ۱۵۰ ژول کار روی بار الکتریکی انجام می‌دهد. پتانسیل الکتریکی نقطه‌ی y را به دست آورید.

$$W = -۱۵۰ \text{ J} \Rightarrow \Delta U = -W = +۱۵۰ \text{ J} \Rightarrow \Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta V = \frac{+۱۵۰}{-۲۵۰ \times ۱۰^{-۳}} = -۶۰۰ \text{ V}$$

$$\Rightarrow \Delta V = V_y - V_x = -۶۰۰ \Rightarrow V_y - ۷۰۰ = -۶۰۰ \Rightarrow V_y = +۱۰۰ \text{ V}$$

۲۵۵- بار الکتریکی $+۱۸ \text{ C}$ از نقطه‌ی P به نقطه‌ی Q با پتانسیل الکتریکی ۴۰ ولت منتقل می‌شود و در این انتقال میدان الکتریکی -۴۵۰۰ ژول کار روی بار الکتریکی انجام می‌دهد. پتانسیل الکتریکی نقطه‌ی P را به دست آورید.

$$W = -۴۵۰۰ \text{ J} \Rightarrow \Delta U = -W = +۴۵۰۰ \text{ J} \Rightarrow \Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta V = \frac{۴۵۰۰}{۱۸} = ۲۵۰ \text{ V}$$

$$\Rightarrow V_Q - V_P = ۲۵۰ \Rightarrow ۴۰ - V_P = ۲۵۰ \Rightarrow V_P = -۲۱۰ \text{ V}$$

۲۵۶- اگر 5×10^{20} الکترون از پایانه‌ی منفی یک باتری به پایانه‌ی مثبت آن بروند و اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های باتری ۱۲ ولت باشد، باتری چه مقدار انرژی الکتریکی آزاد می‌کند؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

$$|\Delta V| = 12 \text{ V} \Rightarrow V_+ - V_- = 12 \text{ V}$$

الکترون‌ها از پایانه منفی به پایانه مثبت رفته‌اند و پتانسیل آن‌ها افزایش یافته است.

$$\begin{cases} \Delta V = +12 \text{ V} \\ q = -ne = -5 \times 10^{20} (1/6 \times 10^{-19} \text{ C}) = -80 \text{ C} \end{cases}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow 12 = \frac{\Delta U}{-80} \Rightarrow \Delta U = -960 \text{ J}$$

۹۶۰ J انرژی توسط باتری آزاد شده است.

۲۵۷- یک باتری که در حال شارژ شدن است و اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های آن ۷/۵ ولت است، ۳۰۰ ژول انرژی الکتریکی ذخیره می‌کند. چند الکترون و چگونه بین پایانه‌های آن جابه‌جا شده است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

$$\left. \begin{matrix} \Delta U = q\Delta V \\ q < 0 \text{ و } \Delta U > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \Delta V < 0$$

الکترون‌ها از پایانه‌ی مثبت به پایانه‌ی منفی رفته‌اند. زیرا پتانسیل آن‌ها کاهش یافته است.

$$\Delta V = V_- - V_+ = -7/5 \text{ V}, \quad \Delta U = +300 \text{ J}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow -7/5 = \frac{+300}{q} \Rightarrow q = -\frac{300}{7/5} \Rightarrow q = -40 \text{ C}$$

$$q = -ne \Rightarrow -40 = -n (1/6 \times 10^{-19}) \Rightarrow n = \frac{40}{1/6} \times 10^{19} = 25 \times 10^{19} = 2/5 \times 10^{20}$$

$2/5 \times 10^{20}$ الکترون از پایانه‌ی مثبت به پایانه‌ی منفی جابه‌جا شده‌اند.

۲۵۸- در یک میدان الکتریکی یکنواخت با بزرگی 2500 N/C ، یک بار الکتریکی 16 mC چه قدر در امتداد میدان الکتریکی جابه‌جا شود تا انرژی پتانسیل الکتریکی آن ۱۰ ژول تغییر کند؟

$$\left. \begin{matrix} \Delta U = q\Delta V \Rightarrow |\Delta U| = |q| |\Delta V| \\ |\Delta V| = Ed \end{matrix} \right\} \Rightarrow |\Delta U| = |q| E d$$

$$\Rightarrow 10 = 16 \times 10^{-3} \times 2500 \times d \Rightarrow d = \frac{1}{4} \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

اگر بار الکتریکی که مثبت است ۲۵ سانتی‌متر در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن ۱۰ ژول کاهش می‌یابد و اگر ۲۵ سانتی‌متر در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن ۱۰ ژول افزایش می‌یابد.

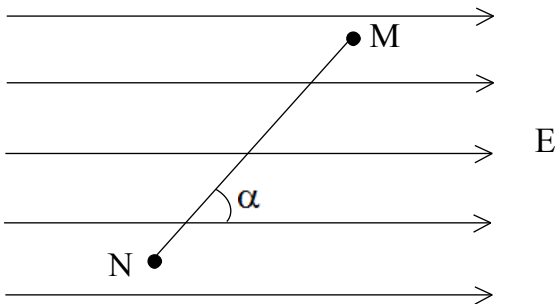
۲۵۹- در یک میدان الکتریکی یکنواخت با بزرگی $\frac{V}{m}$ ۸۰۰، با صرف ۱۲۰ ژول انرژی چه مقدار بار الکتریکی را می‌توان به اندازه‌ی ۳۰ سانتی‌متر در راستای میدان الکتریکی جابه‌جا کرد؟

$$\Delta U = q\Delta V \Rightarrow |\Delta U| = |q| |\Delta V| \quad \left. \begin{array}{l} |\Delta V| = Ed \end{array} \right\} \Rightarrow |\Delta U| = |q| Ed$$

$$\Rightarrow 120 = |q| \times 800 \times (30 \times 10^{-2}) \Rightarrow q = \frac{1}{4} C$$

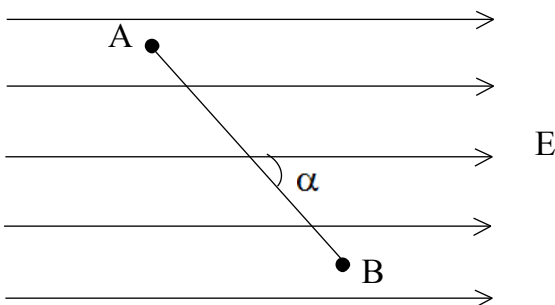
اگر بار الکتریکی مثبت باشد با صرف ۱۲۰ ژول انرژی می‌توان آن را در خلاف جهت میدان الکتریکی به اندازه‌ی ۱۰ cm جابه‌جا کرد و اگر بار الکتریکی منفی باشد با صرف ۱۲۰ ژول انرژی می‌توان آن را در جهت میدان الکتریکی به اندازه‌ی ۱۰ cm جابه‌جا کرد.

۲۶۰- در شکل زیر نقاط M و N در یک میدان الکتریکی یکنواخت و در فاصله‌ی ۴۵ سانتی‌متر از هم قرار دارند و امتداد MN با خطوط میدان الکتریکی زاویه‌ی $\alpha = 53^\circ$ تشکیل می‌دهد. اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی نقاط M و N برابر ۲۷۰ ولت باشد، اندازه‌ی میدان الکتریکی را به دست آورید. ($\cos 53^\circ = 0.6$)



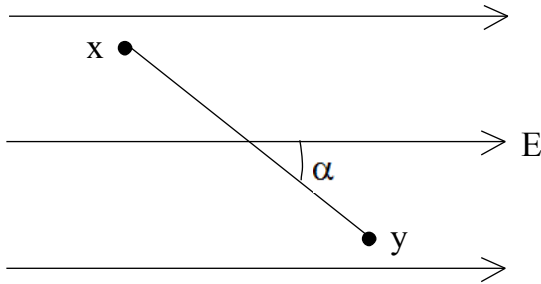
$$|\Delta v| = Ed \cos \alpha \Rightarrow 270 = E \left(\frac{45}{100} \right) \times \frac{6}{10} \Rightarrow E = 1000 \frac{N}{C}$$

۲۶۱- در شکل زیر نقاط A و B در یک میدان الکتریکی یکنواخت و در فاصله‌ی ۲۰ سانتی‌متر از هم قرار دارند و مطابق شکل امتداد AB با خطوط میدان الکتریکی زاویه‌ی α تشکیل می‌دهد. اگر اندازه‌ی میدان الکتریکی ۶۰۰ ولت بر متر و اختلاف پتانسیل الکتریکی نقاط A و B برابر ۶۰ ولت باشد، α را به دست آورید.



$$|\Delta v| = Ed \cos \alpha \Rightarrow 60 = 600 \times \frac{2}{10} \times \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

۲۶۲- بار الکتریکی $+5\mu C$ مطابق شکل زیر در یک میدان الکتریکی یکنواخت به شدت 480 N/C از نقطه‌ی x به نقطه‌ی y جابه‌جا می‌شود. فاصله‌ی x و y از هم برابر 75 سانتی‌متر و زاویه‌ی بین امتداد xy و امتداد میدان الکتریکی $\alpha = 37^\circ$ است. انرژی پتانسیل الکتریکی بار چه قدر تغییر می‌کند؟ ($\cos 37^\circ = 4/5$)



در جابه‌جایی در جهت میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد.

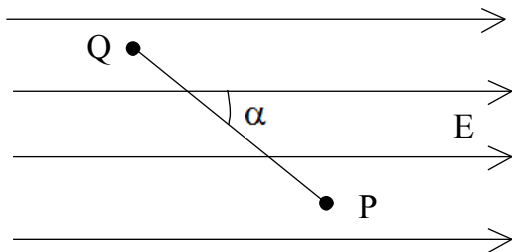
$$|\Delta v| = Ed \cos \alpha \Rightarrow \Delta V = -Ed \cos \alpha$$

$$\Delta U = q\Delta V \Rightarrow \Delta U = -qEd \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \Delta U = -5 \times 10^{-6} \times 480 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{10} = -1440 \mu J$$

انرژی پتانسیل الکتریکی بار 1440 میکروژول کاهش یافته است.

۲۶۳- بار الکتریکی $-9/6\mu C$ مطابق شکل زیر در یک میدان الکتریکی یکنواخت به شدت 2500 V/m از نقطه‌ی P به نقطه‌ی Q جابه‌جا می‌شود. فاصله‌ی P و Q از هم برابر $10\sqrt{2}$ سانتی‌متر و زاویه‌ی بین امتداد PQ و میدان الکتریکی $\alpha = 45^\circ$ است. میدان الکتریکی چه مقدار کار روی بار الکتریکی انجام داده است؟



در جابه‌جایی در خلاف جهت میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.

$$|\Delta v| = Ed \cos \alpha \Rightarrow \Delta V = +Ed \cos \alpha$$

$$\Delta U = q\Delta V \Rightarrow \Delta U = +qEd \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \Delta U = -9/6 \times 10^{-6} \times 2500 \times 10\sqrt{2} \times 10^{-2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \Delta U = -2400 \mu J$$

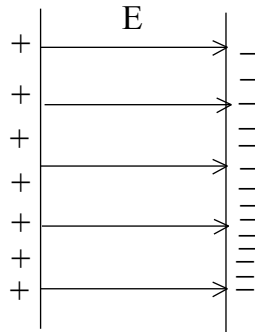
انرژی پتانسیل الکتریکی بار 2400 میکروژول کاهش یافته است.

۲۶۴- دو صفحه‌ی رسانا را با فاصله‌ی d موازی یکدیگر قرار می‌دهیم و آن‌ها را به اختلاف پتانسیل V وصل می‌کنیم. در نتیجه یکی از صفحه‌ها به‌طور منفی و دیگری به‌طور مثبت باردار می‌شوند و میان دو صفحه میدان الکتریکی یکنواختی به وجود می‌آید. اندازه‌ی این میدان الکتریکی و جهت آن را بین دو صفحه تعیین کنید و بگویید کدامیک از صفحه‌ها پتانسیل الکتریکی بیشتری دارند.

اگر اندازه‌ی میدان الکتریکی را E فرض کنیم داریم:

$$|\Delta V| = Ed = V \Rightarrow E = \frac{V}{d}$$

جهت میدان الکتریکی مطابق شکل زیر از صفحه‌ی باردار با بار مثبت به طرف صفحه‌ی باردار با بار منفی است.



با توجه به این‌که در جهت میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد، بنابراین پتانسیل الکتریکی صفحه‌ی باردار مثبت از پتانسیل الکتریکی صفحه‌ی باردار منفی بیش‌تر است.

۲۶۵- بار الکتریکی q بین دو صفحه‌ی بزرگ موازی و باردار با فاصله‌ی d که دارای اختلاف پتانسیل الکتریکی V هستند قرار دارد. اگر میدان الکتریکی بین صفحه‌ها یکنواخت فرض شود، بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر بار الکتریکی را به دست آورید.

$$|\Delta V| = Ed = V \Rightarrow E = \frac{V}{d}$$

$$|F| = Eq \Rightarrow |F| = \frac{Vq}{d}$$

۲۶۶- دو صفحه‌ی رسانا در فاصله‌ی d از هم و موازی با هم قرار دارند. اختلاف پتانسیل الکتریکی میان دو صفحه برابر V_0 است. یک ذره با بار q و جرم m بین صفحه‌ها و نزدیک صفحه با بار موافق رها می‌شود. ذره با چه سرعتی به صفحه‌ی مقابل می‌رسد؟ از اثر گرانش صرف نظر کنید.

اگر بار ذره مثبت باشد در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا می‌شود و اگر بار ذره منفی باشد در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا می‌شود و در هر دو حالت انرژی پتانسیل الکتریکی آزاد می‌شود.

$$|\Delta U| = |q| |\Delta V| = |q| V_0$$

انرژی پتانسیل الکتریکی آزاد شده به انرژی جنبشی ذره تبدیل می‌شود.

$$\Rightarrow k = |\Delta U| = |q| V_0 \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = |q| V_0 \Rightarrow v^2 = \frac{2 |q| V_0}{m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 |q| V_0}{m}}$$

۲۶۷- در یک میدان الکتریکی یکنواخت به شدت E یک ذره با جرم m که دارای بار الکتریکی به اندازه q است در خلاف جهتی که میدان الکتریکی به آن نیرو وارد می‌کند با سرعت اولیه V_1 شلیک می‌شود. پس از طی چه مسافتی ذره متوقف می‌شود؟ از اثر گرانش صرف نظر کنید.

انرژی جنبشی ذره توسط میدان الکتریکی گرفته می‌شود و به انرژی پتانسیل الکتریکی تبدیل می‌شود. زمانی ذره متوقف می‌شود که تمام انرژی جنبشی آن به انرژی پتانسیل الکتریکی تبدیل شود.

$$\Rightarrow \Delta U = K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow q |\Delta V| = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow q E d = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow d = \frac{m v_1^2}{2 E q}$$

۲۶۸- در یک میدان الکتریکی یکنواخت با شدت E ، ذره‌ای به جرم m و بار الکتریکی q با سرعت اولیه v_1 در جهت میدان الکتریکی شلیک می‌شود. سرعت ذره پس از جابه‌جایی d در راستای میدان الکتریکی چه قدر است؟ از اثر گرانش صرف نظر کنید.

ذره‌ی باردار در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا می‌شود و پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد.

$$|\Delta V| = E d \Rightarrow \Delta V = -E d \Rightarrow \Delta U = q \Delta V \Rightarrow \Delta U = -q E d$$

طبق پایستگی مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی ذره‌ی باردار داریم:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow K_1 = K_2 + (U_2 - U_1) = K_2 + \Delta U$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m v_2^2 - q E d \Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + q E d$$

$$\Rightarrow v_2^2 = v_1^2 + \frac{2 q E d}{m} \Rightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2 q E d}{m}}$$

با توجه به رابطه به‌دست آمده، اگر q مثبت باشد سرعت بار الکتریکی افزایش می‌یابد و اگر q منفی باشد سرعت بار الکتریکی کاهش می‌یابد.