

مجموع جملات دنباله ی حسابی

شهریور ۹۰	$S = \frac{n[2a + (n-1)d]}{2} \quad (./25) \Rightarrow \frac{n[4 + (n-1)4]}{2} > 200 \quad (./25)$ $4n^2 > 400 \quad (./25) \Rightarrow n > 10 \Rightarrow \text{حداقل ۱۱ جمله باید جمع کنیم}$	۱
دی ۹۱	$s_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d) \quad (./25) \rightarrow s_{20} = \frac{20}{2}(2(-5) + (20-1)2) \quad (./5) \rightarrow$ $s_{20} = 280 \quad (./25)$	۲
شهریور ۹۲	$s_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] \quad (./25) \rightarrow s_{19} = \frac{19}{2}[2(-5) + 19 \times 5] = 185 \quad (./75)$	۳
دی ۹۳	<p>حداقل باید ۱۱ جمله جمع شود. (./25)</p> $S_n = \frac{n}{2}(3 \times 2 + 6(n-1)) > 300 \quad (./25) \Rightarrow n^2 > 100 \Rightarrow n > 10 \quad (./25)$	۴
مجموع جملات دنباله ی هندسی		
خرداد ۹۰	<p>ارتفاع توپ قبل از <math>n</math> امین برخورد با زمین را <math>A_n</math> می نامیم. روشن است که</p> $A_1 = 5, A_2 = \frac{5}{3}, A_3 = \frac{5}{9}, \dots, A_n = \frac{5}{3^{n-1}}, \dots \quad (./25)$ <p>بنابر این مسافت طی شده توسط توپ بین هر دو برخورد متوالی توپ با زمین عبارت است از:</p> $10, \frac{10}{3}, \frac{10}{9}, \dots, \frac{10}{3^{n-1}}, \dots \quad (./25) \quad a = 10, q = \frac{1}{3} \Rightarrow s_n = \frac{a}{1-q} \quad (./25) \Rightarrow s_n = \frac{10}{1-\frac{1}{3}} \quad (./25) \Rightarrow$ $s_n = 15 \quad (./25)$	۱

خرداد ۹۱	$\text{مجموع تمام جملات} = \frac{a}{1-q} = \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} \quad (./\ 5) = \frac{1}{2} (./\ 25)$	۲
خرداد ۹۴	<p>دنباله هندسی با <math>q = \frac{1}{2}</math> ، <math>P, \frac{1}{2}P, \frac{1}{4}P, \dots</math> (./ 25) ، دنباله‌ی محیط مثلث‌ها</p> <p>مسائل صفحه‌ی ۵</p> $S_p = \frac{P}{1-\frac{1}{2}} = 2P \quad (./\ 5)$	۳
شهریور ۹۴	$\frac{3}{2} \text{ (الف)}$	۴
	$\text{عبارت های جبری}$	
خرداد ۹۲	$p(x) = x^2 + bx + c \Rightarrow \begin{cases} p(1) = 1 + b + c = 1 \\ p(2) = 4 + 2b + c = 3 \end{cases} \quad (./\ 25) \rightarrow \begin{cases} b + c = 0 \\ 2b + c = -1 \end{cases} \rightarrow$ $b = -1 \quad (./\ 25) , \quad c = 1 \quad (./\ 25) \rightarrow p(x) = x^2 - x + 1 \quad (./\ 25)$	۱
	$\text{تقسیم چند جمله ای ها و بخش پذیری}$	
دی ۸۹	$\begin{cases} x-2=0 \rightarrow x=2 & (./\ 25) \\ x+1=0 \rightarrow x=-1 & (./\ 25) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4+2m+n=0 & (./\ 25) \\ 1-m+n=0 & (./\ 25) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m=-1 & (./\ 25) \\ n=-2 & (./\ 25) \end{cases}$	۱
خرداد ۹۰	$p(-1) = 0 \quad (./\ 25) \Rightarrow 2(-1)^2 - k(-1)^2 - (-1) + 3 = 0 \quad (./\ 25) \Rightarrow k = 2 \quad (./\ 25)$	۲
دی ۹۰	$(2)^3 - 2(2)^2 + a(2) + 2 = 0 \rightarrow a = -1 \quad (./\ 25)$ $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \rightarrow (x-2)(x^2-1) = 0 \quad (./\ 25) \rightarrow x = -1 \quad (./\ 25) , \quad x = 1 \quad (./\ 25)$	۳

شهریور ۹۱	$x - 2 = 0 \quad (0/25) \rightarrow x = 2$ $P(2) = 3(2)^2 - 2(2) + 2m = 20 + 2m \quad (0/25)$ $20 + 2m = 0 \quad (0/25) \rightarrow m = -10 \quad (0/25)$	۴
دی ۹۲	$P(-1) = 2 - m + 2 = 2 \quad (0/25) \Rightarrow m = 2 \quad (0/25) \Rightarrow P(1) = 6 \quad (0/25)$	۵
خرداد ۹۳	$P\left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow -\frac{1}{4} - \frac{1}{4}m - 1 + 1 = 0 \quad (0/25) \Rightarrow m = -1 \quad (0/25)$	۶
خرداد ۹۴	<p style="text-align: right;">الف) ۲ (۰/۲۵)</p>	۷
شهریور ۹۴	<p style="text-align: right;">الف) <math>\frac{7}{8}</math> (۰/۲۵)</p>	۸
	بسط دو جمله ای غیاث الدین جمشید کاشانی	
شهریور ۹۰	$\left(1 - \frac{2}{x}\right)^5 = 1 - 5\left(\frac{2}{x}\right) + 10\left(\frac{2}{x}\right)^2 - 10\left(\frac{2}{x}\right)^3 + 5\left(\frac{2}{x}\right)^4 - \left(\frac{2}{x}\right)^5$ <p style="text-align: right;">هر دو جمله (۰/۲۵)</p>	۱
شهریور ۹۲	$21 \times (2x)^5 \quad (0/5)$	۲
شهریور ۹۳	$(x-2)^4 = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16$ <p style="text-align: right;">هر جمله (۰/۲۵)</p>	۳
دی ۹۳	$40 \times x$ <p style="text-align: right;">(۰/۵) (۰/۲۵)</p>	۴

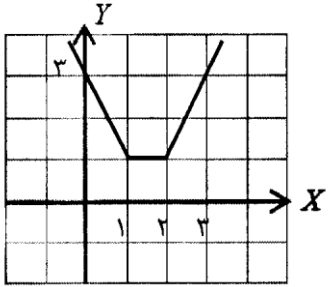
خرداد ۹۴	(ب) $2^6$ (۰/۲۵)	۵
	اتحادهای جبری	
دی ۹۱	$A = \frac{(x+1)(x^6 - x^3 + x^2 - x + 1)(x-1) (۰/۵)}{(x-1)(x+1) (۰/۲۵)} = x^6 - x^3 + x^2 - x + 1 (۰/۲۵)$	۱
	بزرگترین مقسوم علیه مشترک و کوچکترین مضرب مشترک اعداد	
خرداد ۹۱	$\left. \begin{array}{l} 144 = 3^2 \times 2^4 \\ 45 = 3^2 \times 5 \\ 63 = 3^2 \times 7 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{م.م.ب} = 3^2 (۰/۵) \quad \text{و} \quad \text{تعداد شیشه ها} = 2^4 + 5 + 7 = 28 (۰/۲۵)$	۱
شهریور ۹۳	$18 = 2 \times 3^2 (۰/۲۵), 24 = 2^3 \times 3 (۰/۲۵), 32 = 2^5 (۰/۲۵)$ ک.م.م اعداد بالا برابر ۲۸۸ است. بنابراین حداقل ۲۸۸ دقیقه باید بگذرد. (۰/۲۵)	۲
	بزرگترین مقسوم علیه مشترک و کوچکترین مضرب مشترک چند جمله ای ها	
شهریور ۹۴	(ب) $16ab^3$ (۰/۲۵)	۱
	معادلات درجه ی ۲	
خرداد ۹۳	فرض کنیم $a$ طول و $b$ عرض مستطیل باشد. $2(a+b) = 18 \Rightarrow S = a+b = 9 (۰/۲۵), P = a \times b = 14 (۰/۲۵) \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 (۰/۲۵)$ $(x-7)(x-2) = 0 \Rightarrow b = 2 (۰/۲۵), a = 7 (۰/۲۵)$	۱
	مجموع و حاصل ضرب ریشه های معادله ی درجه ی ۲	

خرداد ۹۱	$\frac{1}{\alpha} (0/25), \frac{1}{\beta} (0/25) ( د$	۱
دی ۹۲	$\alpha = 2 + \beta, S = 4 (0/25)$ $S = \alpha + \beta = 2 + 2\beta (0/25) \Rightarrow 4 = 2 + 2\beta \Rightarrow \beta = 1 (0/25) \Rightarrow \alpha = 3 (0/25), m = 6 (0/25)$	۲
دی ۹۳	$\alpha + \beta = \frac{5}{4} (0/25) \Rightarrow S = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta) = \frac{5}{2} (0/25) \Rightarrow x^2 - \frac{5}{2}x - 5 = 0 (0/25)$ $\alpha \times \beta = -\frac{5}{4} (0/25) \Rightarrow P = 2\alpha \times 2\beta = 4\alpha \times \beta = -5 (0/5)$	۳
شهریور ۹۴	$\Delta = 21 > 0 \Rightarrow$ آریشه دارد $(0/25), P = -5 < 0 (0/25) \Rightarrow$ آریشه مختلف علامت $(0/25)$ $S = -1 < 0 (0/25) \Rightarrow$ ریشه بزرگتر منفی $(0/25)$ مشابه سوال ۷ مسائل صفحه ۲۷	۴
<b>حل معادلات به روش تغییر متغیر</b>		
دی ۹۱	$\frac{x^2}{3} - 2 = t (0/25) \rightarrow t^2 - 11t + 10 = 0 \rightarrow$ $(t-10)(t-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} t=10 (0/25) \rightarrow x = \pm 6 (0/25) \\ t=1 (0/25) \rightarrow x = \pm 3 (0/25) \end{cases}$	۱
شهریور ۹۲	$(x^2 - 1)^2 = t (0/25) \quad t^2 + t - 2 = 0 (0/25) \rightarrow \begin{cases} (x^2 - 1)^2 = 1 \rightarrow \begin{cases} x^2 = 2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2} (0/25) \\ x^2 = 0 \rightarrow x = 0 (0/25) \end{cases} \\ (x^2 - 1)^2 = -2 \text{ جواب ندارد } (0/25) \end{cases}$	۲
<b>معادلات گویا</b>		

خرداد ۹۱	الف (۰/۵) $\left\{ 4, \frac{3}{2} \right\}$ = مجموعه جواب	۱
خرداد ۹۴	$\frac{5(x-2)-2}{x(x-2)} = \frac{x-2}{x-2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 5x-14=x^2-2x \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x^2-9x+14=0$ $\Rightarrow x=2 \quad (۰/۲۵) \quad \text{غ ق ق}$ $\Rightarrow x=7 \quad (۰/۲۵)$	تمرین در کلاس صفحه ۲۷ ۲
معادلات گنگ		
دی ۸۹	<p>اگر این نقطه را M بنامیم چون روی خط <math>y = 2x</math> قرار دارد، مختصات M باید به شکل <math>M(a, 2a)</math> باشد (۰/۲۵) از طرفی:</p> $AM = \sqrt{(a-1)^2 + (2a-1)^2} = \sqrt{(a-3)^2 + (2a+1)^2} = BM \quad (۰/۵)$ $5a^2 - 6a + 2 = 5a^2 - 2a + 10 \quad (۰/۲۵)$ $a = -2 \quad (۰/۲۵) \quad M(-2, -4) \quad (۰/۲۵)$	۱
دی ۹۰	$x + \sqrt{x} = 6 \quad (۰/۲۵) \quad (\sqrt{x})^2 = (6-x)^2 \quad (۰/۲۵) \rightarrow x = 36 - 12x + x^2$ $\rightarrow x^2 - 12x + 36 = 0 \rightarrow (x-9)(x-4) \quad (۰/۲۵) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=4 & \text{قابل قبول (۰/۲۵)} \\ x=9 & \text{غیر قابل قبول (۰/۲۵)} \end{cases}$	۲
شهریور ۹۱	$(2\sqrt{x})^2 = (\sqrt{3x+9})^2 \quad (۰/۲۵) \rightarrow 4x = 3x+9 \quad (۰/۲۵) \rightarrow x=9$	۳
خرداد ۹۲	الف (۰/۵) $\{4\}$ = مجموعه جواب	۴
خرداد ۹۳	الف <u>۱</u> (۰/۵)	۵

شهریور ۹۴	$\sqrt{1+x} = x-5 \Rightarrow$ $1+x = x^2 - 10x + 25 \quad (0/25) \Rightarrow x^2 - 11x + 24 = 0 \Rightarrow$ $x = 8 \quad (0/25)$ $x = 3 \quad (0/25) \quad \text{غ غ ق} \quad (0/25)$	۶
	تابع درجه ی دوم و ماگزیمم و مینیمم آن	
شهریور ۹۰	$(0,1) \Rightarrow P(0) = 0+0+0+c=1 \Rightarrow c=1 \quad (0/25)$ $(2,-1) \Rightarrow P(2) = 4a+2b+1=-1 \Rightarrow 4a+2b=-2 \quad (0/25)$ $x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow -b-4a=0 \quad (0/25)$ $\begin{cases} 4a+2b=-2 \\ -b-4a=0 \end{cases} \Rightarrow b=-2 \quad (0/25) , a=\frac{1}{4} \quad (0/25)$	۱
دی ۹۰	$x = \frac{-b}{2a} \quad (0/25) \rightarrow x = \frac{-4}{-2} = 2 \quad (0/25) \quad y = -4+8+1=5 \quad (0/25)$ <p>بیشترین مقدار</p>	۲
شهریور ۹۱	$a > 0 \quad (0/25) , b < 0 \quad (0/25) , c > 0 \quad (0/25)$	۳
خرداد ۹۲	$a < 0 \quad (0/25) \quad b < 0 \quad (0/25) \quad c < 0 \quad (0/25)$ <p>نمودار محور طول ها را در دو نقطه قطع می کند در نتیجه معادله دو جواب دارد. <math>(0/25)</math></p>	۴
شهریور ۹۳	$(الف) a > 0, b < 0 \quad (0/5) \quad (ب) c = 0 \quad (0/25)$	۵
خرداد ۹۴	<p>(ج) -۱۱ <math>(0/25)</math></p>	۶

قدر مطلق و ویژگی های آن

<p>۹۰ خرداد</p>	$- a  \leq a \leq  a , - b  \leq b \leq  b  (./25) \Rightarrow -( a + b ) \leq a+b \leq  a + b  (./25) \Rightarrow  a+b  \leq  a + b  (./25)$	<p>۱</p>						
<p>۹۱ دی</p>	$ ab  = \sqrt{a^2 b^2} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b^2} =  a   b $	<p>۲</p>						
<p>تابع قدر مطلق</p>								
<p>۹۰ دی</p>	$x-2=0 \rightarrow x=2$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 10px;">x</td> <td style="padding: 0 10px;">2</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 10px;">p</td> <td style="padding: 0 10px;">-</td> <td style="padding: 0 10px;">+</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(./5)</p> $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 2 \\ -x^2 + 2x & x < 2 \end{cases} \quad (./5)$	x	2		p	-	+	<p>۱</p>
x	2							
p	-	+						
<p>۹۱ خرداد</p>	<p style="text-align: right;">ب) <math>y = 4 - 2x</math> (./5)</p>	<p>۲</p>						
<p>۹۴ خرداد</p>	$y = \begin{cases} -2x+3 & x < 1 \quad (./25) \\ 1 & 1 \leq x < 2 \quad (./25) \\ 2x-3 & x \geq 2 \quad (./25) \end{cases}$ <p>مسائل صفحه ۳۵</p>  <p style="text-align: right;">(./5)</p>	<p>۳</p>						
<p>معادلات قدر مطلق</p>								
<p>شهریور ۹۳</p>	$ x  - 2 = 3 \quad (./25) \Rightarrow  x  = 5 \Rightarrow x = \pm 5 \quad (./25)$ $ x  - 2 = -3 \quad (./25) \Rightarrow  x  = -1 \quad \text{غیر ممکن} \quad (./25)$	<p>۱</p>						



نامعادلات قدر مطلقى

دى ۹۲

$$-1 < 2x - 1 < 1 \quad (0/25) \Rightarrow 0 < 2x < 2 \quad (0/25) \Rightarrow 0 < x < 1 \quad (0/25)$$

معادلات و نامعادلات قدر مطلقى

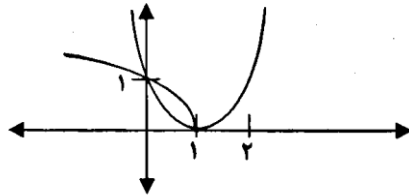
دى ۹۳

الف)  $-5, 3 \quad (0/5)$       ب)  $[-3, 4] \quad (0/5)$

حل معادلات به روش هندسى

خرداد ۹۱

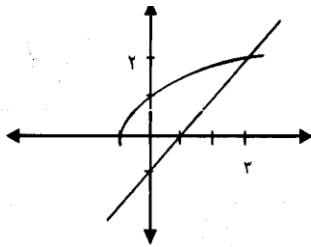
$$f(x) = \sqrt{1-x} \quad , \quad g(x) = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$$



جواب هاى معادله :  $A(0, 1) \quad (0/25)$  ,  $B(1, 0) \quad (0/25)$

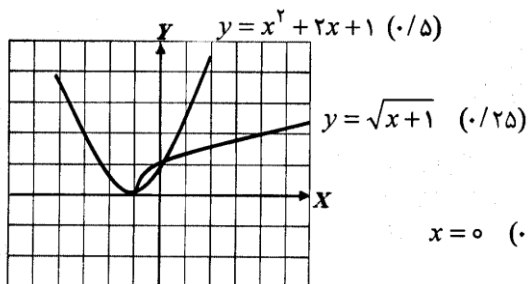
(0/5)

شهریور ۹۲



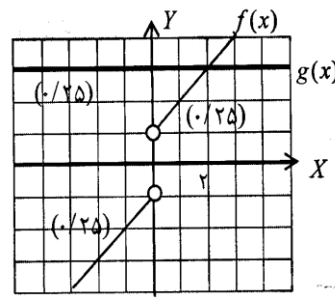
جواب :  $x=3 \quad (0/5)$

(0/75)



$x=0 \quad (0/25)$  ,  $x=-1 \quad (0/25)$

۹۳ خرداد



$$f(x) = x + \frac{x}{|x|} = \begin{cases} x+1 & x > 0 \\ x-1 & x < 0 \end{cases} \quad (0/25) \quad , \quad g(x) = 3$$

(0/25)  $x = 2$  : جواب

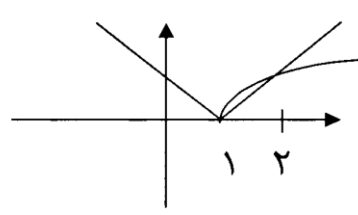
حل نامعادلات به روش هندسی

۸۹ دی

نمودار توابع  $y_1 = |x|$  و  $y_2 = x^2$  را رسم می کنیم باید مجموعه نقاطی را تعیین کنیم که در آن نقاط نمودار  $y_1$  زیر نمودار  $y_2$  واقع شده باشد (0/25) اجتماع دو بازه  $(1, +\infty)$  و  $(-\infty, -1)$  مجموعه جواب نامعادله است. (0/25) رسم نمودار نمره (0/5)

۹۰ خرداد

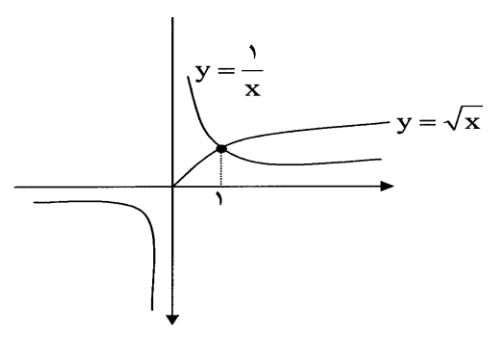
$$y_2 = |x - 1|$$



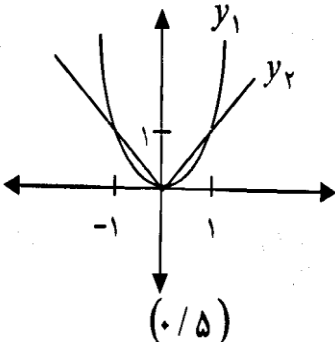
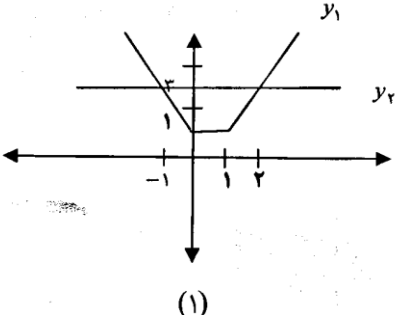
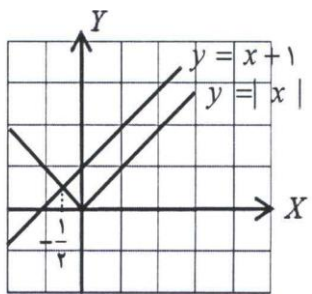
$$y_1 = \sqrt{x - 1}$$

نمودار توابع  $y_1 = \sqrt{x-1}$  و  $y_2 = |x-1|$  را رسم می کنیم. مجموعه جواب ، مجموعه نقاطی است که در آن نقاط نمودار  $y_1$  زیر نمودار  $y_2$  واقع شده باشد و یا دو نمودار نقطه ی مشترکی داشته باشند. (0/25) با توجه به شکل رسم شده  $\{1\} \cup [2, +\infty) =$  مجموعه جواب می باشد. (0/25) رسم شکل (0/75)

شهریور ۹۰



رسم نمودار  $y = \frac{1}{x}$  (0/5)  
 رسم نمودار  $y = \sqrt{x}$  (0/25)  
 (0/25)  $[1, +\infty) =$  مجموعه جواب

<p>شهریور ۹۱</p>	 <p> نمودارهای دو تابع <math>y_1 = x^2</math> و <math>y_2 =  x </math> را در یک دستگاه مختصات رسم می کنیم. در بازه <math>-1 \leq x \leq 1</math>، نمودار <math>y_1</math> پایین تر یا مساوی نمودار <math>y_2</math> قرار گرفته است. بنا بر این:</p> <p>مجموعه جواب نامعادله <math>(0/5)</math> <math>[-1, 1]</math>:</p>	<p>۴</p>
<p>خرداد ۹۲</p>	<p><math>y_1 =  x  +  x - 1 </math>      <math>y_2 = 3</math></p>  <p>از برخورد نمودار دو تابع <math>y_1</math> و <math>y_2</math> جواب های <math>x = 2</math> و <math>x = -1</math> به دست می آیند. پس مجموعه ی جواب برابر است با <math>(0/5)</math> <math>[-1, 2]</math></p> <p>(۱)</p>	<p>۵</p>
<p>شهریور ۹۴</p>	<p><math>\mathbb{C} = (-\infty, -\frac{1}{2})</math>      (۰/۵)</p> <p>مسائل صفحه ۴۲</p>  <p>(۰/۵)</p>	<p>۶</p>

تهیه کننده: احمد عیروش کلاس سوم ریاضی دبیرستان امام حسین (ع) باوی