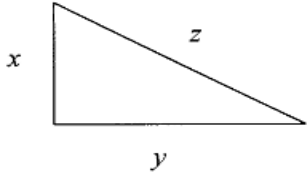
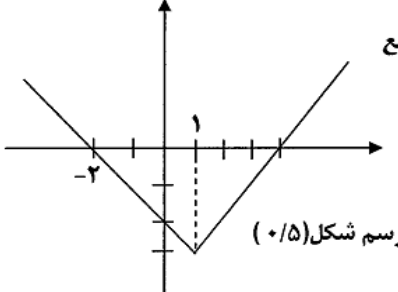
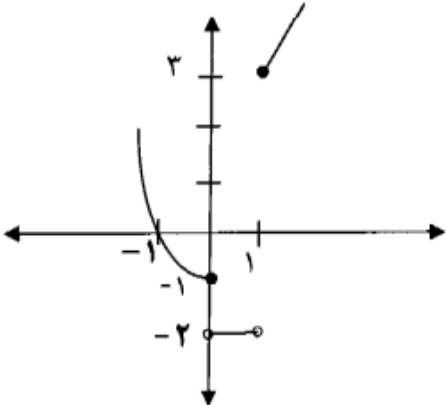
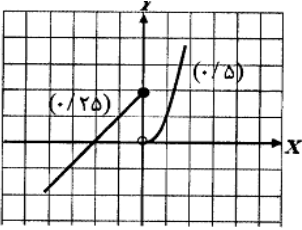
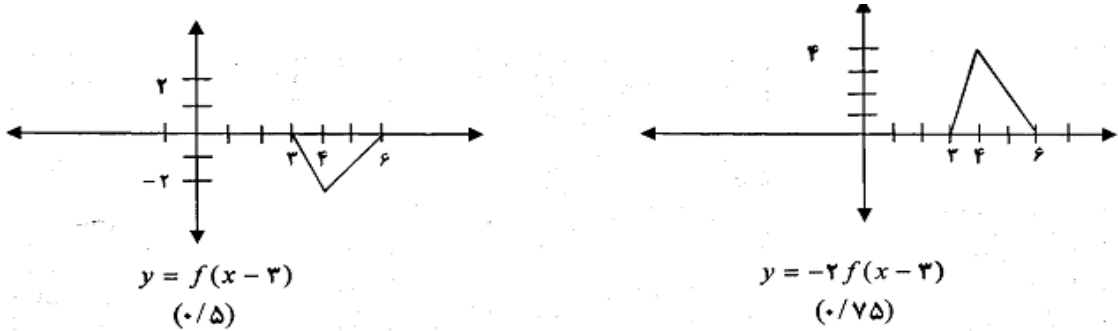
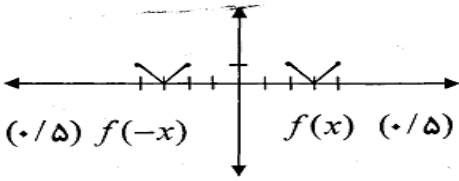
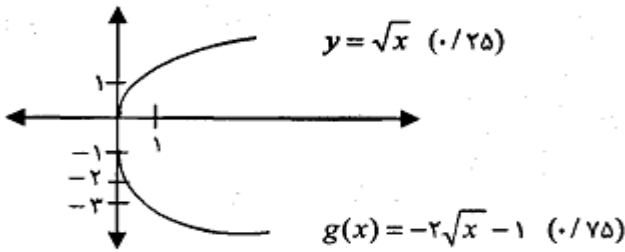
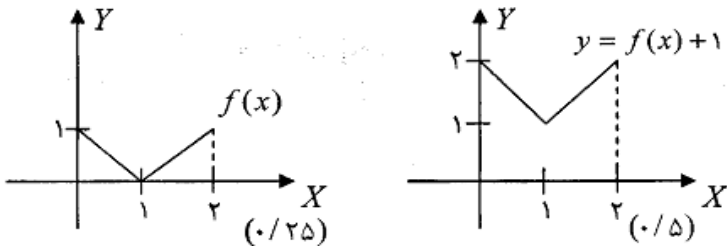


تابع و مفهوم آن

<p>۹۰ خرداد</p>	$\frac{1}{2}xy = 4 \text{ (./۲۵)} \Rightarrow y = \frac{8}{x} \text{ (./۲۵)} \Rightarrow z^2 = x^2 + y^2 \text{ (./۲۵)} \Rightarrow z = \sqrt{x^2 + \frac{64}{x^2}} \text{ (./۲۵)}$ 	<p>۱</p>
	<p>تساوی دو تابع</p>	
<p>۹۰ دی</p>	$f(x) = \frac{x^2}{1 + \sqrt{1 + x^2}} \times \frac{\sqrt{1 + x^2} - 1}{\sqrt{1 + x^2} - 1} = \frac{x^2(\sqrt{1 + x^2} - 1)}{x^2} = g(x) \text{ (./۵)}$ $D_g : 1 + x^2 \geq 0 \rightarrow D_g = R \text{ (./۲۵)}$ $D_f : \begin{cases} 1 + x^2 \geq 0 \\ 1 + \sqrt{1 + x^2} \neq 0 \rightarrow \sqrt{1 + x^2} \neq -1 \end{cases} \Rightarrow D_f = R \text{ (./۲۵)}$ <p>پس دو تابع مساویند. (./۲۵)</p>	<p>۱</p>
<p>۹۲ خرداد</p>	$\begin{cases} f(5) = 6 \\ g(5) = 10 \end{cases} \text{ (./۵)}$ <p>دو تابع مساوی نیستند. (./۲۵)</p>	<p>۲</p>
<p>۹۴ خرداد</p>	$D_f = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty) \text{ (./۲۵)}, \quad D_g = [1, +\infty) \text{ (./۲۵)}$ <p>مساوی نیستند. زیرا دامنه ها برابر نیستند. (./۲۵) مسائل صفحه ۵۳</p>	<p>۳</p>

توابع چند جمله ای

دی ۹۳	$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & (0/5) \quad 1 < x \leq 2 \quad (0/25) \\ 1 & -1 \leq x \leq 1 \quad (0/25) \end{cases}$ <p>(تمرین در کلاس صفحه ۵۱)</p>	۱
	<p>معدلات و توابع</p>	
شهریور ۹۳	<p>روشن اول: خیر (۰/۲۵) زیرا (۰/۲۵) <math>y = \pm\sqrt{x^2 - 1}</math> <math>\Rightarrow y^2 = x^2 - 1</math> بنابراین برای یک مقدار <math>x</math> دو مقدار برای <math>y</math> به دست می آید. (۰/۲۵)</p> <p>روشن دوم: خیر (۰/۲۵) زیرا به ازای <math>x = 2</math> (۰/۲۵)، دو مقدار <math>\pm\sqrt{3}</math> برای <math>y</math> به دست می آید. (۰/۲۵)</p>	۱
	<p>رسم نمودار تابع</p>	
شهریور ۹۰	$y = \begin{cases} x-4 & x \geq 1 \\ -x-2 & x < 1 \end{cases} \quad (0/5)$  <p>برد تابع: <math>[-3, +\infty)</math> (۰/۲۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۵)</p>	۱
دی ۹۰	$D_f = R \quad (0/25)$ $R_f = [-1, +\infty) \cup \{-2\} \quad (0/25)$  <p>(۰/۲۵)</p>	۲

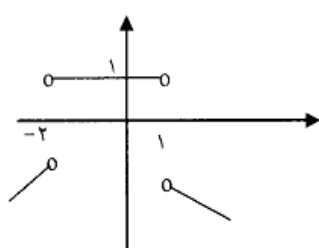
دی ۹۲	 <p> <math>D_f = R (0, 2.5)</math>  <math>R_f = R (0, 2.5)</math> </p>	۳
رسم نمودار به کمک ویژگی های تبدیلات		
خرداد ۹۱	 <p> <math>y = f(x - 3)</math>  <math>(0, 5)</math> </p> <p> <math>y = -2f(x - 3)</math>  <math>(0, 7.5)</math> </p>	۱
دی ۹۱	 <p> <math>(0, 5) f(-x)</math>      <math>f(x) (0, 5)</math> </p>	۲
خرداد ۹۲	 <p> <math>y = \sqrt{x} (0, 2.5)</math> </p> <p> <math>g(x) = -2\sqrt{x} - 1 (0, 7.5)</math> </p>	۳
شهریور ۹۳	 <p> <math>R_{f(x)+1} = [1, 3] (0, 5)</math> </p>	۴

خرداد ۹۴	<p style="text-align: right;">(ب) <math>[1, \frac{1}{2}]</math></p>	۵
شهریور ۹۴	<p style="text-align: right;">مشابه تمرین در کلاس صفحه ۶۱</p> <p style="text-align: center;">( دو برابر کردن دامنه: <math>(0/5)</math> و ۱ واحد انتقال به بالا: <math>(0/25)</math> )</p>	۶
	<p>اعمال روی توابع و ترکیب توابع</p>	
دی ۸۹	$(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(3) = 4 \quad (0/25)$ $(f \circ g)(-2) = f(g(-2)) = f(7) = 8 \quad (0/25)$ $f \circ g = \{(1, 4), (-2, 8)\} \quad (0/5)$ $(f + g)(5) = f(5) + g(5) = 2 + 9 = 11 \quad (0/25) \rightarrow f + g = \{(5, 11)\} \quad (0/25)$	۱
خرداد ۹۰	<p>الف) <math>(3f + 2g)_{(4)} = 3f(4) + 2g(4) \quad (0/25) \Rightarrow (3f + 2g)_{(4)} = 32 \quad (0/5)</math></p> <p>ب) <math>D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \quad (0/25) \quad D_{f \circ g} = \left\{x \neq 3 \mid \frac{1}{x-3} \in R\right\} \quad (0/5) \quad D_{f \circ g} = R - \{3\} \quad (0/25)</math></p>	۲
شهریور ۹۰	<p>الف) <math>(f + g)(1) = f(1) + g(1) = 0 + (-1) = -1 \quad (0/25)</math></p> <p>ب) <math>(f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(0) = 1 \quad (0/25)</math></p>	۳
دی ۹۰	<p>الف) <math>(f + g)(1) = f(1) + g(1) = 2 + 5 = 7 \quad (0/5)</math></p> <p>ب) <math>\frac{f}{g} = \left\{ \left(1, \frac{2}{5}\right), \left(3, \frac{4}{3}\right) \right\} \quad (0/5)</math></p> <p>ج) <math>D_{f \circ g} = \{-2, 0, 3\} \quad (0/5)</math></p>	۴

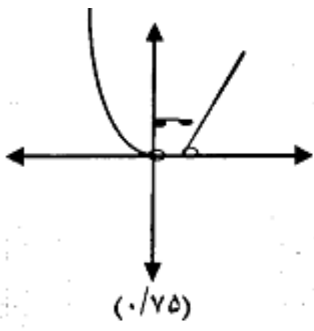
خرداد ۹۱	<p>الف) <math>f \circ g = \{(0, 1), (5, \sqrt{3})\}</math> (۰/۵)</p> <p>ب) <math>D_{\frac{f}{g}} = \{3, 5\}</math> (۰/۵)</p>	۵
شهریور ۹۱	<p><math>\frac{2f(4)}{g(4)} = \frac{2 \times \frac{3}{2}}{1} = 3</math> (۰/۷۵)</p> <p><math>D_f = \mathbb{R} - \{2\}</math> , <math>D_g = \mathbb{R} - \{0\}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}</math> (۰/۲۵) <math>\rightarrow D_{f \circ g} = \left\{x \neq 0 \mid \frac{4}{x} \neq 2\right\} = \mathbb{R} - \{0, 2\}</math> (۰/۵)</p>	۶
دی ۹۱	<p>الف) <math>\frac{f}{g} = \left\{ \left(4, \frac{5}{6}\right) \right\}</math> (۰/۵)      <math>f \circ g = \{(3, 5), (4, 3)\}</math> (۰/۵)</p> <p>ب) <math>2f(4) + g(4) = 2 \times 5 + 6 = 16</math> (۰/۷۵)</p>	۷
خرداد ۹۲	<p>الف) <math>3(f(4) - g(4)) = 3\left(\frac{1}{3} - 1\right) = -2</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>\begin{cases} D_f = \mathbb{R} - \{1\} \\ D_g = [3, +\infty) \end{cases}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}</math> (۰/۲۵) <math>\rightarrow</math></p> <p><math>D_{f \circ g} = \underbrace{\{x \in [3, +\infty) \mid \sqrt{x-3} \neq 1\}}_{(۰/۲۵)} = \{x \in [3, +\infty) \mid x \neq 4\} = [3, 4) \cup (4, +\infty)</math> (۰/۲۵)</p>	۸
شهریور ۹۲	<p>الف) <math>f + g = \{(1, 3), (3, 8)\}</math> (۰/۵)</p> <p>ب) <math>(g \circ f)(2) = g(2) = 5</math> (۰/۵)</p>	۹

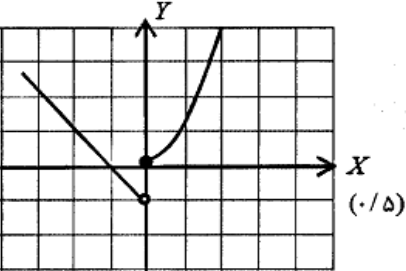
دی ۹۲	$D_f = R \text{ (./۲۵)}, D_g = [-۲, +\infty) \text{ (./۲۵)}$ <p>الف) <math>D_{g \circ f} = \underbrace{\{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}}_{\text{(./۲۵)}} \Rightarrow x-1 \geq -۲ \text{ (./۲۵)} \Rightarrow D_{g \circ f} = [-۱, +\infty) \text{ (./۲۵)}</math></p> <p>ب) <math>g(f(x)) = \sqrt{x-1+۲} = \sqrt{x+1} \text{ (./۲۵)}</math>      ج) <math>\frac{f(۲)}{g(۲)} = \frac{1}{۲} \text{ (./۲۵)}</math></p>	۱۰
خرداد ۹۳	<p>الف) <math>(f+g)(۰) = \frac{۳}{۲} \text{ (./۲۵)}</math></p> <p>ب) <math>D_f = R - \{۲\} \text{ (./۲۵)}, D_g = [-۴, +\infty) \text{ (./۲۵)} \Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = (-۴, +\infty) - \{۲\} \text{ (./۲۵)}</math></p>	۱۱
خرداد ۹۳	$g^r(x) + ۲g(x) + ۲ = x^r - ۴x + ۵ \text{ (./۲۵)} \Rightarrow g^r(x) + ۲g(x) + ۱ = x^r - ۴x + ۴ \text{ (./۲۵)}$ $\Rightarrow (g(x) + ۱)^r = (x - ۲)^r \text{ (./۲۵)} \Rightarrow g(x) = \pm(x - ۲) - ۱ \text{ (./۲۵)}$	۱۲
شهریور ۹۳	<p>الف) <math>f \times g = \{(1, 1۲), (۳, -۴), (۰, ۰)\} \text{ (./۷۵)}</math>      ب) <math>f \circ g(۰) = ۷ \text{ (./۲۵)}</math></p>	۱۳
دی ۹۳	$D_f = R - \{۰\} \text{ (./۲۵)}$ $D_g = R - \{-۲\} \text{ (./۲۵)} \Rightarrow D_{g \circ f} = \underbrace{\{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}}_{\text{(./۲۵)}} = \{x \in R - \{۰\} \mid \underbrace{\frac{1}{x} - 1 \neq -۲}}_{x \neq -1 \text{ (./۲۵)}}\} = R - \{۰, -1\} \text{ (./۲۵)}$	۱۴
خرداد ۹۴	<p>الف) <math>۲f - g = \{(1, -\frac{۷}{۲}), (-1, -۲)\} \text{ (./۵)}</math> مسائل صفحه ۷۴      ب) <math>g \circ f = \{(۰, \sqrt{۲}), (1, ۲)\} \text{ (./۵)}</math></p> <p>ج) <math>(\frac{f}{g})(1) = -\frac{۲}{۳} \text{ (./۵)}</math> مسائل صفحه ۷۵</p>	۱۵

شهریور ۹۴	<p>الف) <math>D_f = [0, +\infty)</math> (۰/۲۵)  <math>D_g = R - \{4\}</math> (۰/۲۵) , <math>D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = [0, +\infty) - \{4\}</math> یا <math>[0, 4) \cup (4, +\infty)</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>f(g(5)) = \underbrace{f(1)}_{(۰/۲۵)} = ۳</math> (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">مسائل ۲ و ۳ صفحه ۷۴</p>	۱۶
<b>توابع زوج و توابع فرد</b>		
دی ۸۹	<p>تابع فرد است زیرا دامنه تابع متقارن است (۰/۵) و ازطرفی:</p> $f(-x) = (-x)\sqrt{۲۷ - ۳(-x)^۲} = -x\sqrt{۲۷ - ۳x^۲} = -f(x)$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱
شهریور ۹۰	$f(-x) = \frac{(-x)^۳ - ۳(-x)}{(-x)^۲ - ۱} (۰/۲۵) \Rightarrow f(-x) = \frac{-x^۳ + ۳x}{x^۲ - ۱}$ $f(-x) = \frac{-(x^۳ - ۳x)}{x^۲ - ۱} (۰/۲۵) = -f(x) (۰/۲۵) \Rightarrow \text{تابع فرد است (۰/۲۵)}$	۲
شهریور ۹۱	$D_f = R (۰/۲۵)$ $f(-x) = ۳(-x) + \sin(-x) = -(۳x + \sin x) = -f(x) (۰/۵) \rightarrow \text{تابع فرد است (۰/۲۵)}$	۳
دی ۹۱	<p>دامنه متقارن</p> $D_f = R (۰/۲۵) :$ $f(-x) = (-x)^۲ + \cos(-x) = x^۲ + \cos x = f(x) (۰/۷۵) \rightarrow$ <p style="text-align: right;">تابع زوج است (۰/۲۵)</p>	۴

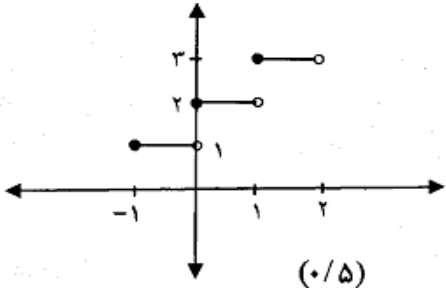
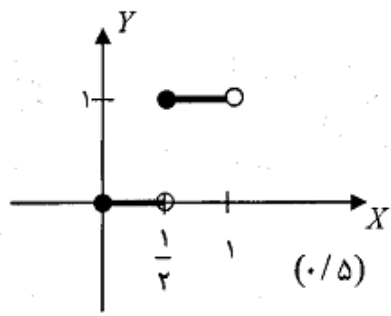
خرداد ۹۳	الف) زوج (۰/۲۵) ب) فرد (۰/۲۵)	۵
دی ۹۳	$D_f = R - \{0\} \quad (۰/۲۵)$ $D_g = R - \{-2\} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow D_{g \circ f} = \underbrace{\{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}}_{(۰/۲۵)} = \{x \in R - \{0\} \mid \underbrace{\frac{1}{x} - 1}_{x \neq -1} \neq -2\} = R - \{0, -1\} \quad (۰/۲۵)$	۶
خرداد ۹۴	ب) فرد	۷
شهریور ۹۴	<p>صفحه ۸۳</p> <p><math>D = R</math> دامنه متقارن (۰/۲۵)</p> <p><math>f(-x) = \underbrace{(-x)^r - \sin(-x)}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{-x^r + \sin x}_{(۰/۲۵)} = -(x^r - \sin x) = -f(x) \Rightarrow</math> تابع فرد است (۰/۲۵)</p>	۸
	توابع صعودی و نزولی	
خرداد ۹۰	<p>رسم شکل (۰/۵)</p>  <p>تابع <math>f</math> در <math>(-\infty, -2)</math> صعودی اکید و در <math>(1, +\infty)</math> نزولی اکید است. (۰/۷۵)</p>	۱
خرداد ۹۱	ج) $(۰/۲۵)$ : صعودی اکید $(۰/۲۵)$ : نزولی اکید $(۰/۲۵)$ : ثابت $[2, 5]$ : ثابت	۲



شهریور ۹۲	 <p>در بازه ی <math>(1, +\infty)</math> صعودی اکید (۰/۲۵)  در بازه ی <math>(-\infty, 0)</math> نزولی اکید (۰/۲۵)  در بازه ی <math>[0, 1]</math> ثابت (۰/۲۵)</p>	۳
خرداد ۹۴	الف) نزولی	۴
توابع یک به یک		
دی ۸۹	$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \frac{x_1 - 1}{x_1} = \frac{x_2 - 1}{x_2} \Rightarrow x_1 x_2 - x_2 = x_1 x_2 - x_1 \Rightarrow x_1 = x_2$ <p style="text-align: right;">پس تابع یک به یک است.</p>	۱
خرداد ۹۳	$f(0) = 0$ (۰/۲۵) , $f(2) = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ یک به یک نیست (۰/۵)	۲
تابع وارون		
شهریور ۹۰	$y = (g \circ f)(x) = g(f(x)) = 4x - 3 + 2 = 4x - 1$ (۰/۲۵) $x = \frac{y+1}{4} \Rightarrow y = \frac{x+1}{4} \Rightarrow (g \circ f)^{-1}(x) = \frac{x+1}{4}$ (۰/۵)	۱
خرداد ۹۱	$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow (x_1 - 2)^2 = (x_2 - 2)^2 \Rightarrow (x_1 - 2) = (x_2 - 2) \Rightarrow x_1 = x_2$ (۰/۲۵) $y = (x - 2)^2 \Rightarrow \sqrt{y} = (x - 2) \Rightarrow \sqrt{y} + 2 = x$ (۰/۲۵) $x = \sqrt{y} + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x} + 2$ (۰/۲۵)	۲

شهریور ۹۲	$D_f = x \geq -۳$ یک به یک است $f(x_1) = f(x_2) \rightarrow \sqrt{x_1+۳} - ۵ = \sqrt{x_2+۳} - ۵ \rightarrow \sqrt{x_1+۳} = \sqrt{x_2+۳} \rightarrow x_1 = x_2$ (۰/۷۵) $y = \sqrt{x+۳} - ۵ \rightarrow y+۵ = \sqrt{x+۳} \rightarrow (y+۵)^۲ = x+۳ \rightarrow (y+۵)^۲ - ۳ = x \rightarrow f^{-1}(x) = (x+۵)^۲ - ۳$ (۰/۷۵)	۳
دی ۹۲	$f^{-1}(x) = \sqrt[۳]{x}$ (۰/۵)	۴
دی ۹۳	$y = \sqrt{۲x+۳} \Rightarrow ۲x = y^۲ - ۳$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = \frac{y^۲ - ۳}{۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{۱}{۲}x^۲ - \frac{۳}{۲}$ (۰/۲۵)	۵
خرداد ۹۴	 <p>یک به یک نیست. (۰/۲۵) بنابراین وارون پذیر نیست. (۰/۲۵)</p> <p>مسائل صفحه‌ی ۹۵</p>	۶
شهریور ۹۴	$(fog)(x) = \frac{1}{\frac{1}{x-۳} + ۳} = x - ۳ + ۳ = x \Rightarrow (fog)(x) = x$ (۰/۲۵) روش اول: این دو تابع وارون یکدیگرند. (۰/۲۵) زیرا: $(gof)(x) = \frac{1}{(\frac{1}{x} + ۳) - ۳} = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x \Rightarrow (gof)(x) = x$ (۰/۲۵) روش دوم: این دو تابع وارون یکدیگرند. (۰/۲۵) زیرا: تابع ۱-۱ است. (۰/۲۵). $\Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_1} = \frac{1}{x_2} \Rightarrow \frac{1}{x_1} + ۳ = \frac{1}{x_2} + ۳ \Rightarrow \frac{1}{x_1} = \frac{1}{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$ $y = \frac{1}{x} + ۳ \Rightarrow \frac{1}{x} = y - ۳$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = \frac{1}{y-۳} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{x-۳} = g(x)$ (۰/۲۵)	۷

توابع متناوب

دی ۹۲	الف) $\frac{2\pi}{3}$ (۰/۲۵)	۱	
	توابع پله ای و توابع جزء صحیح		
دی ۸۹	$f(x) = [x + 2] \Rightarrow f(1 - \sqrt{2}) = [1 - \sqrt{2}] + 2 = 1$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱	
شهریور ۹۱	$-1 \leq x < 0 \quad y = 1$ (۰/۲۵) $0 \leq x < 1 \quad y = 2$ (۰/۲۵) $1 \leq x < 2 \quad y = 3$ (۰/۲۵)	 <p>(۰/۵)</p>	۲
دی ۹۲	ب) ۲ (۰/۲۵)	۳	
شهریور ۹۳	$0 \leq x < 1 \Rightarrow 0 \leq 2x < 2$ $0 \leq 2x < 1 \Rightarrow y = [2x] = 0, 0 \leq x < \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $1 \leq 2x < 2 \Rightarrow y = [2x] = 1, \frac{1}{2} \leq x < 1$ (۰/۲۵)	 <p>(۰/۵)</p>	۴

تهیه کننده: احمد عیروش کلاس سوم ریاضی دبیرستان امام حسین (ع) باوی