

# ریاضی دهم

فصل اول - مجموعه ها

## درس اول : مجموعه های متناهی و نامتناهی

سلام بچه ها اگه یادتون باشه ما تو فصل اول ریاضی نهم با تعریف مجموعه و تعداد ی از

مجموعه های مهم آشنا شدیم که خیلی کوتاه مرور می کنیم :

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

مجموعه اعداد طبیعی :

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\} = N \cup \{0\}$$

مجموعه اعداد حسابی :

$$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

مجموعه اعداد صحیح :

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in Z, n \neq 0 \right\} \rightarrow \{\dots, -2, -1/2, \frac{-3}{5}, 0, 1, \frac{5}{2}, 8/2, \dots\}$$

مجموعه اعداد گویا :

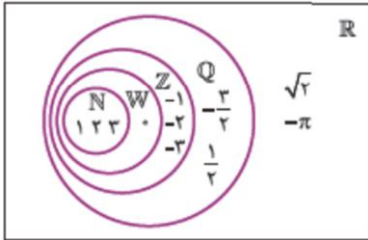
$$Q' = \{ \dots, -2 - \sqrt{3}, \dots, -\sqrt{5}, \dots, \sqrt{2}, \dots, \pi, \dots, 3\sqrt{5}, \dots \}$$

مجموعه اعداد گنگ :

$$R = Q \cup Q' = \{ \text{همه ی اعداد موجود در جهان} \}$$

مجموعه اعداد حقیقی :

خوب بچه ها بین این مجموعه ها که بالا گفتیم رابطه زیر برقراره :



$$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R, Q' \subseteq R$$

حالا چند تا سوال ازتون دارم :

۱- مجموعه اعداد صحیح غیر حسابی را بنویسید :

۲- مجموعه  $R-Q$  چه نام دارد ؟ بارسم نمودار ون

۳- مجموعه  $Q'-R$  چه نام دارد ؟!

۴- آیا مجموع دو عدد گویا همواره گویاست ؟

۵- آیا مجموع دو عدد گنگ همواره گنگ است ؟

۶- آیا حاصل ضرب یک عدد گویا در یک عدد گنگ همواره گنگ است ؟

۷- مجموعه  $W-N$  چند عضو دارد ؟ نمایش دهید


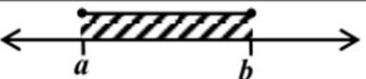
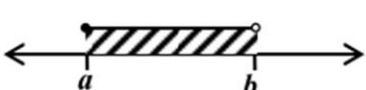

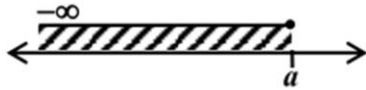
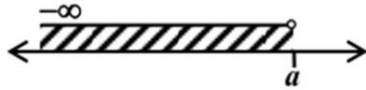
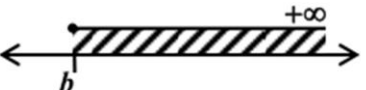
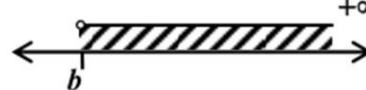


# ریاضی دهم

## فصل اول - مجموعه ها

**بازه ها :** زیر مجموعه هایی از  $R$  هستند که شامل تمام اعداد حقیقی بین دو عدد مشخص و یا شامل تمام اعداد حقیقی بزرگتر (کوچکتر ، بزرگتر مساوی یا کوچکتر مساوی) یک عدد مشخص باشند .

بچه ها تمام حالت های ممکن رو تو جدول پایین نمایش دادیم ، توجه کنید :

نمایش روی محور	نماد مجموعه	نماد بازه	نام
	$\{x : a < x < b\}$	$(a, b)$	بازه ی باز
	$\{x : a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	بازه ی بسته
	$\{x : a \leq x < b\}$	$[a, b)$	بازه ی نیمه باز
	$\{x : a < x \leq b\}$	$(a, b]$	
	$\{x : x \leq a\}$	$(-\infty, a]$	بازه ی نیمه باز
	$\{x : x < a\}$	$(-\infty, a)$	بازه ی باز
	$\{x : x \geq b\}$	$[b, +\infty)$	بازه ی نیمه باز
	$\{x : x > b\}$	$(b, +\infty)$	بازه ی باز

بچه ها توجه داشته باشید که  $(a, a)$  مجموعه تهی است و  $[a, a]$  مجموعه تک عضوی  $\{a\}$

رو نشون میده!

**سوال :** چند تا از روابط زیر درست هستند؟

$$-2 \in [-2, 1)$$

$$-2 \in (-2, 0)$$

$$\{1, 2\} \subseteq (0, 2)$$

$$(-1, 1] \subseteq [-1, 1)$$

# ریاضی دهم

فصل اول - مجموعه ها

**سوال :** در بازه  $(-2, 3)$  چند عدد صحیح چند عدد حسابی و چند عدد طبیعی وجود دارد؟

**سوال :** نمایش هندسی دو بازه  $A = (-4, 2]$  و  $B = (-1, 3]$  را روی بردار رسم کنید و حاصل عبارت های زیر را روی بردار نشان دهید و بنویسید.

الف)  $A \cap B$

ب)  $A \cup B$

ج)  $A - B$

**مجموعه های متناهی و نامتناهی :** اگر  $A$  یک مجموعه باشد تعداد عضو های آن را با  $n(A)$  نمایش می دهیم ، اگر  $n(A)$  عددی محدود باشد مجموعه  $A$  را متناهی و در غیر این صورت نامتناهی گوییم.

**سوال :** متناهی بودن یا نامتناهی بودن مجموعه های زیر را مشخص کنید :

الف) مجموعه اعداد طبیعی زیر ۱۰۰

ب) مجموعه مضرب های عدد طبیعی ۱۰

ج) مجموعه اعداد گویای بین بازه  $(۰, ۱)$

د) مجموعه دایره هایی به مرکز مبدا مختصات



# ریاضی دهم

فصل اول - مجموعه ها

## درس دوم : متمم یک مجموعه

مجموعه مرجع (U) : مجموعه ایی هست که تمام مجموعه ها در مسئله زیر مجموعه آن هستند

متمم مجموعه A : اگر از مجموعه مرجع مجموعه A را کم کنیم آنچه می ماند متمم A



یا  $A'$  می گویند.  $\emptyset' = U, U' = \emptyset, (A')' = A, A \cup A' = U, A \cap A' = \emptyset$

حالا اگه از اجتماع و اشتراک دو مجموعه متمم بگیریم داریم :

$$(A \cap B)' = A' \cup B' \quad , \quad (A \cup B)' = A' \cap B'$$

مثال : اگر R را به عنوان مجموعه ی مرجع در نظر بگیریم متمم مجموعه های زیر را نشان دهید : (بارسم شکل)

الف) w (ب) (۲ و  $-\infty$ ) (ج) (۱ و  $\infty$ )

د) [-۱ و ۴] (ه) {-۲ و ۵}

بچه ها جدول زیر تو درک بهتر این مبحث خیلی کمک می کنه :

با مجموعه مرجع	با مجموعه تهی	با مجموعه متمم	بازیر مجموعه
$A \cup U = U$	$A \cup \emptyset = A$	$A \cup A' = U$	$(A \subseteq B)$
$A \cap U = A$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$A \cap A' = \emptyset$	$\Leftrightarrow A \cup B = B$
$A - U = \emptyset$	$A - \emptyset = A$	$A - A' = A$	$\Leftrightarrow A \cap B = A$
$U - A = A'$	$\emptyset - A = \emptyset$	$A' - A = A'$	$\Leftrightarrow A - B = \emptyset, B - A = B$
$(A \cap B)' = A' \cup B', (A \cup B)' = A' \cap B', A - B = A \cap B', A - B = B' - A', (A')' = A$			

خوب آخرین موضوعی که تو بخش مجموعه ها باید بررسی کنیم تعداد اعضای اجتماع

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad \text{دو مجموعه هست :}$$

بچه ها توجه کنید که اگر دو مجموعه اشتراکی نداشته باشند داریم:

$$N(A \cup B) = N(A) + N(B)$$

دانستن تعداد اعضای اجتماع سه مجموعه هم خالی از لطف نیست:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

### درس سوم : الگو و دنباله

**الگو :** یکی از کاربردهای ریاضیات مدلسازی پدیده ها به کمک اعداد و پیدا کردن رابطه ی بین اعداد و شماره مکان آنهاست. مثلا اگر در مکان اول عدد ۵ و در مکان دوم عدد ۹ باشد در مکان سوم عدد ۱۳ آنگاه بین اعداد و مکان ها رابطه  $a_n = 4n + 1$  برقرار است که با این رابطه به راحتی عدد موجود در هر مکانی بدست می آید .

بچه ها الگویی که بالا مثال زدیم یک الگوی خطی بود ، چرا؟! ... چون فاصله بین اعداد همیشه مقدار ثابتی بود ، اما بعضی وقت ها الگو ها خطی نیستند ، مثل :  $a_n = n^2 + 1$

**دنباله :** رشته ای از اعداد هستند که به دنبال هم نوشته می شوند که به هر عدد در آن یک جمله می گوئیم و در آن جمله ی  $a_n$  را با  $n$  نمایش می دهیم و به آن جمله عمومی دنباله می گوئیم که برای پیدا کردن هر جمله کافیست به جای  $n$  شماره جمله را قرار دهیم.

بچه ها به مثال های زیر توجه کنید :

( بعدا می فونیم عملیات عمومی با درجه ۱ دنباله مساوی هستند جواب :  $a_4 = 3, a_5 = 5, a_6 = 7$  )  $a_n = 2n - 5 \rightarrow -3, -1, 1, \dots$

( این دنباله دنباله مربعی است و جمله عمومی را فقط باشید. جواب :  $a_4 = 4^2, a_5 = 5^2, a_6 = 6^2$  )  $a_n = n^2 \rightarrow 1^2, 2^2, 3^2, \dots$

( این دنباله دنباله مثلثی است و جمله عمومی را فقط باشید جواب :  $a_4 = 10, a_5 = 15, a_6 = 21$  )  $a_n = \frac{n(n+1)}{2} \rightarrow 1, 3, 6, \dots$

( دنباله بازگشتی فیبوناتچی جواب :  $a_7 = a_6 + a_5 = 13, a_8 = 21, a_9 = 34$  )  $a_1 = 1, a_2 = 1, a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \rightarrow 1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$



# ریاضی دهم

## فصل اول - مجموعه ها

**دنباله حسابی :** دنباله ای هست که هر جمله در آن از اضافه شدن یک مقدار ثابت به جمله قبلی حاصل می شود (البته بغیر از جمله اول!) این یعنی تفاضل هر دو جمله ی متوالی همواره مقدار ثابتی است که به آن قدرنسبت (d) دنباله می گوئیم.

$$\underbrace{a}_{a_1} \quad \underbrace{a+d}_{a_2} \quad \underbrace{a+2d}_{a_3} \quad \underbrace{a+3d}_{a_4} \quad \dots \quad \underbrace{a+(n-1)d}_{a_n}$$

بچه ها توجه داشته باشید که ساختار جمله عمومی یک دنباله حسابی همیشه از

$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad \text{فرمول زیر پیروی می کنه :}$$

$$10, 13, 16, \dots \rightarrow (a_{20} = a_1 + 19d = 10 + 19(3) = 67, \dots, a_{25} = a_1 + 24d = 10 + 24(3) = 82)$$

**بچه ها به نکات زیر در مورد دنباله حسابی توجه کنید :**

۱- **واسطه حسابی:** اگر سه جمله متوالی یک دنباله حسابی رو  $a, b, c$  فرض

کنیم در این صورت  $b = \frac{a+c}{2}$  واسطه حسابی این سه جمله معرفی می شود.

۲- اگر دو جمله ی  $a_m, a_n$  رو از یک دنباله حسابی داشته باشیم آنگاه قدرنسبت از

$$\text{رابطه } d = \frac{a_n - a_m}{n - m} \text{ بدست می آید.}$$

۳- اگر از ما خواستن که بین دو عدد  $a, b$  تعداد  $m$  عدد قرار دهیم که با هم تشکیل

$$d = \frac{b-a}{m+1} \text{ دنباله حسابی بدهند آنگاه قدرنسبت از رابطه زیر بدست می آید:}$$

**مثال:** مقدار  $x$  را در دنباله حسابی  $11$  و  $x$  و  $5$  بدست آورید :

**مثال:** بین دو عدد  $36$  و  $68$  سه عدد طوری اختیار کنید که تشکیل دنباله حسابی

دهند.

خوب بچه ها اگر بخواهیم حاصل مجموع  $n$  جمله اول از یک دنباله حسابی را محاسبه

کنیم از فرمول زیر استفاده می کنیم:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$



**سوال :** کدام یک از روابط زیر صحیح هستند؟

a)  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

b)  $1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1 = n^2$

c)  $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$

d)  $3 + 7 + 11 + \dots + 79 = 820 \implies n = ?$

**سوال :** در یک دنباله حسابی مجموع  $n$  جمله اول از دستور  $S_n = 2n^2 + n$  محاسبه

می شود، مقادیر  $d$  و  $a_n$  را بدست آورید.

**دنباله هندسی :** دنباله ایی است که در آن هر جمله (بغیر از جمله اول!) از ضرب جمله قبل از خودش در عددی ثابت حاصل می شود که این یعنی حاصل تقسیم هر دو عدد متوالی همواره مقدار ثابتی است که این عدد همان قدر نسبت ( $q$ ) دنباله هندسی می باشد.

$$\underbrace{a}_{a_1} \quad \underbrace{aq}_{a_2} \quad \underbrace{aq^2}_{a_3} \quad \dots \quad \underbrace{aq^{n-1}}_{a_n} \quad \dots$$

فرم جمله عمومی این دنباله بشکل روبروست:

$$3, 6, 12, 24, \dots \rightarrow (a_7 = a_1 \times r^6 = 3 \times 2^6 = 192, \dots, a_{10} = a_1 \times r^9 = 3 \times 2^9 = 1536)$$

چپه ها به نکات زیر در مورد دنباله هندسی توجه کنید:

۱- **واسطه هندسی:** اگر سه جمله متوالی یک دنباله هندسی رو  $c$  ,  $b$  ,  $a$  فرض

کنیم در این صورت  $b^2 = a.c$  و  $b$  واسطه ی هندسی نامیده می شود.

۲- اگر دو جمله  $a_n$  ,  $a_m$  از یک دنباله هندسی را داشته باشیم و بخواهیم قدر

$$q^{n-m} = \frac{a_n}{a_m} \quad \text{نسبت را بیابیم از رابطه روبرو استفاده می کنیم:}$$

۳- اگر بخواهیم بین دو عدد  $a$  و  $b$  تعداد  $m$  عدد قرار دهیم که تشکیل دنباله

$$q^{m+1} = \frac{b}{a} \quad \text{هندسی بدهند آنگاه قدرنسبت از رابطه روبرو بدست می آید:}$$

\* دنباله ثابت رو هم که دیگه میدونید ، قدر نسبتش عدد ۱ هست!



# ریاضے دہم

فصل اول - مجموعه ها

**مثال :** مقدار  $x$  را در دنباله غیر صعودی  $۱۰۰$  و  $x$  و  $۴$  بیابید: ( بپه ها چون صعودی نیست پس مقدار مثبت رو قبول نمیکنه !)

**مثال:** در یک دنباله هندسی افزایشی جمله سوم  $۱۲$  و جمله ششم  $۹۶$  است ، قدر نسبت و جمله عمومی دنباله را مشخص کنید.

**مثال:** بین دو عدد  $\frac{1}{3}$  و  $27$  سه عدد چنان درج کنید که پنج عدد تشکیل دنباله هندسی دهند.

حال اگر بخواهیم مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله هندسی را بیابیم از فرمول زیر استفاده می کنیم:

$$S_n = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1}$$

