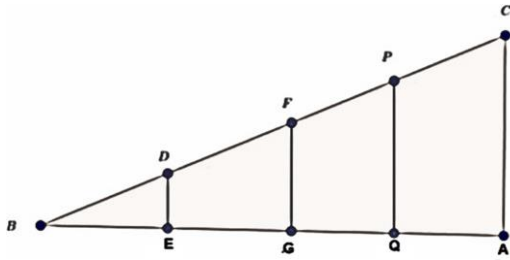


درس اول : نسبت های مثلثاتی

چپه ها مثلثات شاخه ای از ریاضیات هست که به بررسی روابط بین زوایا و اضلاع یک مثلث می پردازد و ما در ابتدا این روابط رو در مثلث قائم الزاویه بررسی می کنیم.

خوب تشابه دو مثلث قائم الزاویه رو پارسال تو ریاضی نهم یاد گرفتیم که اگر یک زاویه حاده برابر داشته باشند متشابه اند. یعنی نسبت اجزای متناظر همیشه مقدار ثابتی

هستند (k). روابط مثلثاتی هم درست از همینجا متولد شدند!



در شکل روبرو $A=Q=G=E=90^\circ$ پس مثلث های

قائم الزاویه ای که در راس B مشترکند، متشابه اند.

بنابراین نسبت های تشابه زیر برقرارند:

(په ها اینها دقیقا همونهایی بود که نسبت های مثلثاتی متولد شدند!!! ریاضیدان ها او مدرن هرکروم از این نسبت های تشابه رو براشون یک نماد قرار دادن! این نماد ها همون نسبت های مثلثاتی بودن!! مثلا بینینر سینوس قطوری ساخته شد!!!)

در مثلث های متشابه بالا نسبت اجزای متناظر رو می نویسیم:

$$\frac{DE}{BD} = \frac{FG}{BF} = \frac{PQ}{PB} = \frac{AC}{BC}$$

فوب په ها ریاضیدان ها اسم این نسبت رو گذاشتن سینوس (sin)!!!

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$$

مابقی نسبت ها به شکل زیر هستند:

$$\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} \quad \frac{BE}{BD} = \frac{BG}{BF} = \frac{BQ}{BP} = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \quad \frac{DE}{BE} = \frac{FG}{BG} = \frac{PQ}{BQ} = \frac{CA}{BA}$$

نسبت کتانژانت هم عکس نسبت تانژانت می باشد :

$$\cot B = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}}$$

ریاضے دہم

فصل دوم - مثلثات

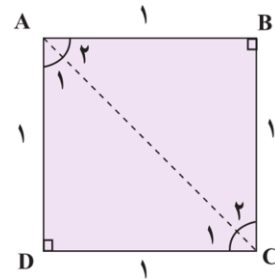
بچہ ہا تو جدول زیر مقادیر اکثر زوایای مثلثاتی رو آوردم، شما کافیہ مقادیر ۰ و ۳۰ و ۴۵ و ۶۰ و ۹۰ درجہ را حفظ کنید! مابقی نسبت ہا نیازی بہ حفظ کردن ندارند.

	Sin	Cos	Tan	Cot
0	0	1	0	بی نہایت
30	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
45	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
60	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
90	1	0	بی نہایت	0
180	0	-1	0	بی نہایت
270	-1	0	بی نہایت	0
360	0	1	0	بی نہایت
120	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$
150	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$

نحوہ محاسبہ این نسبت ہا ہم بہ شکل زیر ہست. (یکی رو نشون میدم بقیہ رو خودتون امتحان کنید!)

بعنوان مثال زاویہ ۴۵ درجہ : (در مثلث ABC زاویہ A_2 را در نظر بگیرید)

$$\begin{aligned} \sin 45 &= \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos 45 &= \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \tan 45 &= \frac{1}{1} = 1 \\ \cot 45 &= \frac{1}{1} = 1 \end{aligned}$$



ریاضی دهم

فصل دوم - مثلثات

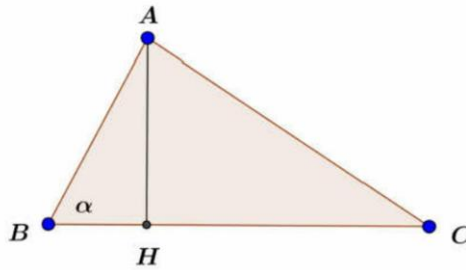
یکی از کاربردهای مثلثات بدست آوردن اضلاع مجهول به کمک زوایا هست .

مثال: در مثلث قائم الزاویه اگر ضلع روبرو به زاویه 30° درجه ۶ باشد اندازه سایر اضلاع را بدست آورید.

نکته: براحتی نتیجه می شود که در مثلث قائم الزاویه ضلع روبرو به زاویه 30° درجه نصف وتر و ضلع روبرو به زاویه 15° درجه ربع وتر می باشد.

یکی دیگر از کاربردهای مثلثات بدست آوردن مساحت مثلث است.

$$S_{ABC} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{AB \times \sin \alpha \times BC}{2} = \frac{1}{2} AB \times BC \sin \alpha$$



$$AH = AB \times \sin B = AB \times \sin \alpha$$

یادآوری: ارتفاع و مساحت مثلث متساوی الاضلاع a و $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ می باشد. در ضمن مساحت ۶ ضلعی منتظم نیز $(\frac{\sqrt{3}}{4} a^2) \times 6$ می باشد.

کاربرد بعدی مثلثات بدست آوردن شیب خط و معادله خط به کمک تانژانت می باشد.

می دانیم که خط گذرنده از نقطه (x_0, y_0) و شیب m برابر است با: $y - y_0 = m(x - x_0)$

یادآوری: شیب خط گذرنده از دو نقطه (x_0, y_0) و (x_1, y_1) برابر است با:

$$\tan \alpha = m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$



ریاضی دهم

فصل دوم - مثلثات

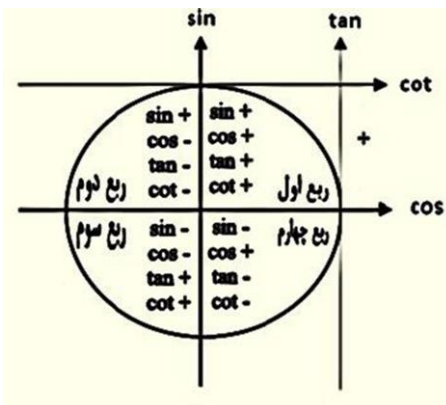
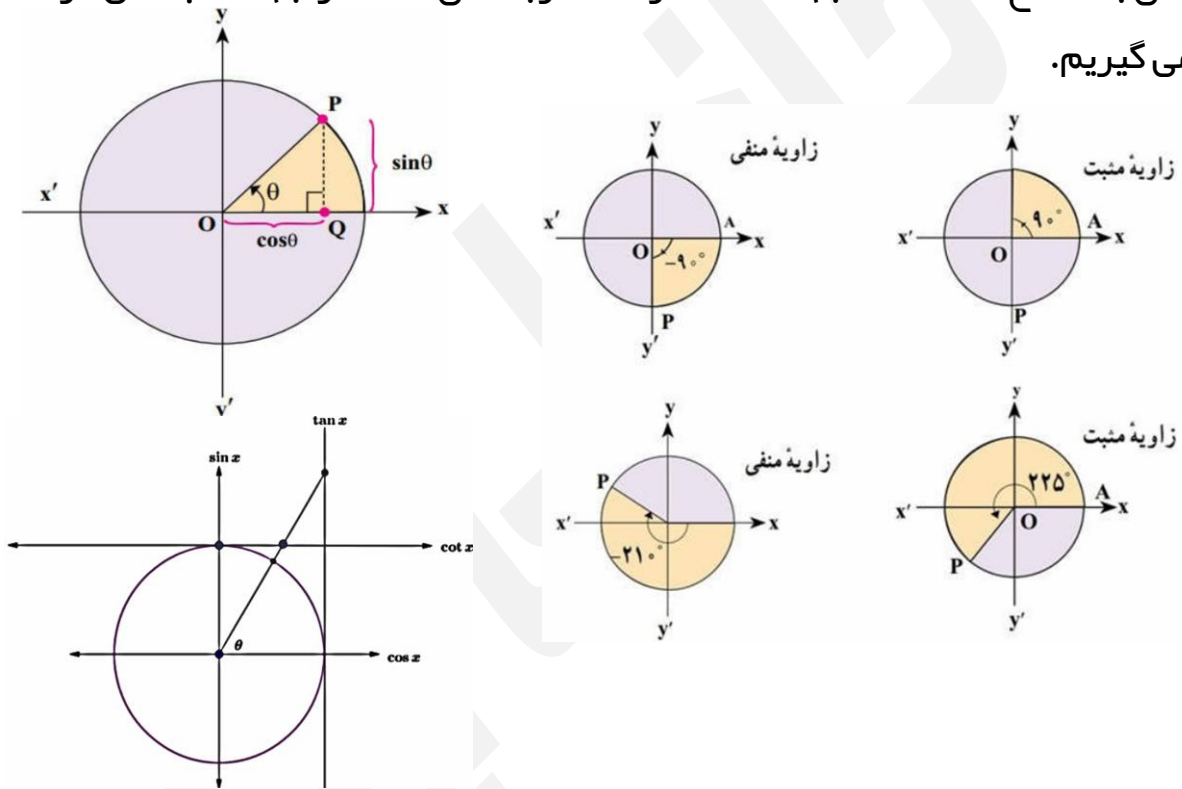
مثال: معادله خطی که از نقطه (۱ و ۲) بگذرد و با جهت مثبت محور x ها زاویه ۴۵ درجه بسازد را بنویسید.

$$M = \tan 45 = 1$$

$$y - 2 = 1(x - 1) \longrightarrow y = x + 1$$

درس دوم : دایره مثلثاتی

دایره ای به شعاع ۱ هست که جهت خلاف حرکت عقربه های ساعت را جهت مثبت آن در نظر می گیریم.



بچه ها به یاد داشته باشید که نسبت های مثلثاتی در نواحی مختلف دایره مثلثاتی دارای چه علامتی هستند:

ریاضی دهم

فصل دوم - مثلثات

مثال: اگر $\sin \theta > 0$ و $\tan \theta < 0$ باشد آنگاه θ در کدام ربع مثلثاتی هست؟

مثال: اگر $(\cos \theta)(\sin \theta) > 0$ باشد آنگاه θ در کدام ربع مثلثاتی قرار دارد؟

بچه ها در مورد کمان های منفی متمم و مکمل نکته های زیر رو بخوبی یاد بگیرید:

الف) دو زاویه که متمم هم هستند ($\alpha + \theta = 90$) همواره سینوس یکی برابر است با کسینوس دیگری و همچنین تانژانت یکی برابر است با کتانژانت دیگری.

$$\tan \alpha = \cot \theta \quad \cot \alpha = \tan \theta \quad \cos \alpha = \sin \theta \quad \sin \alpha = \cos \theta$$

ب) برای دو زاویه که مکمل ($\alpha + \theta = 180$) هم هستند داریم:

$$\sin \alpha = \sin \theta \quad \cos \alpha = -\cos \theta \quad \tan \alpha = -\tan \theta \quad \cot \alpha = -\cot \theta$$

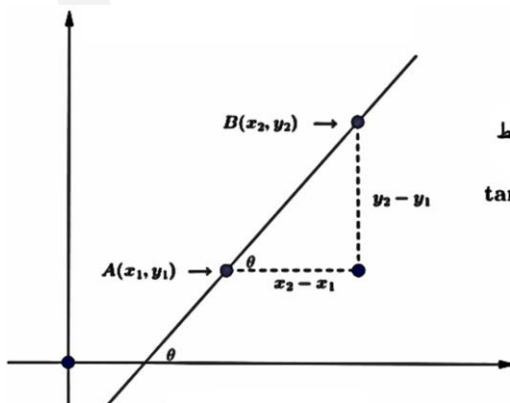
مثال: اگر $\sin 135 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ باشد سایر نسبت های مثلثاتی این زاویه را محاسبه کنید.

$$\cos 135 = -\cos 45 = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \tan 135 = -\tan 45 = -1, \quad \cot 135 = -\cot 45 = -1$$

مثال: حاصل $\tan 1 \times \tan 2 \times \tan 88 \times \tan 89$ را محاسبه کنید. (جواب انتهای امی شور)

بچه ها در مورد اینکه شیب خط همون $\tan \alpha$ هست قبلا توضیح دادیم، به شکل پایین

نگاه کنید:



$$\begin{aligned} \text{شیب خط} = m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\text{تفاضل عرضها}}{\text{تفاضل طولها}} \\ \tan \theta &= \frac{\text{شیب خط}}{\text{شیب خط}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \end{aligned}$$

درس سوم : روابط بین نسبت های مثلثاتی

خوب بچه ها آخرین قسمت از فصل دوم بررسی روابط بین نسبت های مثلثاتی هست

بیاین با هم این روابط و کاربردهاشون رو بررسی کنیم:

$$۱) \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$۲) \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$۳) \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \rightarrow \begin{cases} \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \\ \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \end{cases}$$

$$۴) 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$۵) 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

مثال: اگر $\sin \theta = \frac{3}{5}$ و θ زاویه ای در ربع سوم دایره مثلثاتی باشد سایر نسبت های مثلثاتی را بدست آورید.

مثال: اگر $\sin \theta \times \cos \theta = \frac{1}{8}$ باشد حاصل $(\sin \theta + \cos \theta)^2$ را بدست آورید.

مثال: حاصل $(1 - \sin^2 \theta)(1 + \tan^2 \theta)$ را محاسبه کنید.

