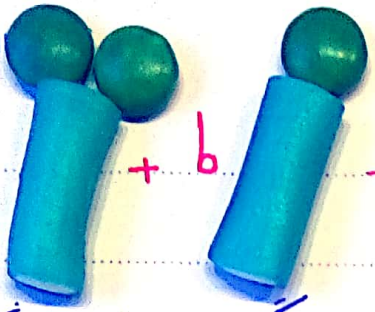
مدرس جبر،آنالیز،معادلات دیفرانسیل،... کنکور دکترا و ارشد
طراح آزمون های قلمچی و مدرس ریاضی رشته ی تجربی
مدرس رتبه های دورقمی
میلاد منصوری



تابع و معادلهٔ درجه ۲

$a \quad + \quad b \quad + c = 0$

معادلهٔ به فرم $ax^2+bx+c=0$ را معادلهٔ درجه دوم می گویند. اولین روش حل این معادلات استخراج جمله مشترک است، درصورتی که این روش دشوار باشد سراغ Δ می رویم.

* روش Δ : در معادلهٔ $ax^2+bx+c=0$ تعریف می کنیم: $\Delta = b^2-4ac$

درصورتی که $\Delta<0$ باشد این معادله جواب ندارد.

درصورتی که $\Delta=0$ باشد، این معادله یک ریشهٔ مضاعف دارد. $x_0 = -\frac{b}{2a}$

درصورتی که $\Delta>0$ باشد، این معادله دو ریشهٔ حقیق متمایز دارد:

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

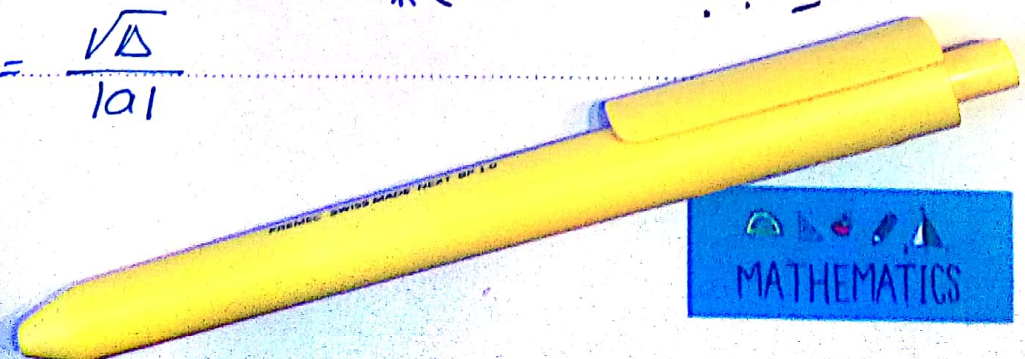
از اینجا به قوانین مهم ویت می رسیم. که می گوید:

اگر $\Delta>0$ باشد آن گاه
(در قاعدهٔ ویت ریشهٔ مضاعف دو ریشهٔ برابر لحاظ می شود)

① $x_1+x_2 = -\frac{b}{a}$

② $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

③ $|x_1-x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$



Scanned by CamScanner

میلاد منصوری

مدرس جبر،آنالیز،معادلات دیفرانسیل،... کنکور دکترا و ارشد
طراح آزمون های قلمچی و مدرس ریاضی رشته ی تجربی
مدرس رتبه های دورقمی

M.Mansouri

مثال ۱) به روش حل معادله های زیر دقت کنید :

۱) $x^2+9x+14=0 \longrightarrow (x+7)(x+2)=0 \longrightarrow x=-7 \text{ و } x=-2$

۲) $x+\sqrt{x}-2=0 \longrightarrow (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)=0 \longrightarrow \sqrt{x}=-2$ غ ق ق

$\sqrt{x}=1$ ✓

$\longrightarrow x=1$

دقت کنید که همواره $a^x>0$ و $\sqrt[2n]{x}\geq 0$ و $|x|\geq 0$ و $x^{2n}\geq 0$

۳) $(x^2+x)^2-18(x^2+x)+72=0$ (بسر اسوی تجربی) $\longrightarrow$

$(x^2+x-12)(x^2+x-6)=0 \longrightarrow$

$(x+4)(x-3)(x+3)(x-2)=0 \longrightarrow x\in\{-4,-3,2,3\}$

۴) $x^2+x+\sqrt{x^2+x+1}=1$ (بسر ابری ریاضی) $\longrightarrow$

$x^2+x+\sqrt{x^2+x+1}-1=0 \longrightarrow (x^2+x+1)+\sqrt{x^2+x+1}-2=0$

$(\sqrt{x^2+x+1}+2)(\sqrt{x^2+x+1}-1)=0 \longrightarrow \sqrt{x^2+x+1}=-2$ غ ق ق

$\longleftarrow \sqrt{x^2+x+1}=1$

$x^2+x+1=0 \longrightarrow x=0 \text{ و } -1$

۵) $4^x-2^{x+4}+15=0$ (میلاد منصوری) $\longrightarrow 4^x-2^x\times 2^4+15=0$

$\longrightarrow (2^x-5)(2^x-3)=0 \longrightarrow 2^x=5 \text{ یا } 2^x=3 \longrightarrow$

$x=\log_2 5 \text{ یا } x=\log_2 3$

Scanned by CamScanner

مدرس جبر، آنالیز، معادلات دیفرانسیل،... کنکور دکترا و ارشد
طراح آزمون های قلمچی و مدرس ریاضی رشته ی تجربی
مدرس رتبه های دورقمی
M.Mansouri

* وقتی دو عبارت وارون ضربی داریم، باید با تغییر متغیر به معادله درجه ۲ تبدیل کنیم *

چند مثال از عبارت های وارون ضربی

۱) $(2+\sqrt{3})^x$ و $(2-\sqrt{3})^x$ ۲) $\tan x$ ، $\cot x$

۳) $\log_a^x$ ، $\log_x^a$ ۴) a^x ، a^{-x}

مثال ۲) معادله $(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x = \sqrt{8}$ را حل کنید.

* از آنجا که $(\sqrt{2}-1)^x(\sqrt{2}+1)^x = 1$ است، پس دو عبارت وارون ضربی داریم.

به کمک نکته ی بالا: $(\sqrt{2}+1)^x = T$. دقت کنید همین اول کار شرط $T>0$ هم به وجود آمد. اینک داریم:

$$T + \frac{1}{T} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \longrightarrow T^2 - 2\sqrt{2}T + 1 = 0 \longrightarrow$$

$$\Delta = 4 \quad , \quad T_1 = \frac{2\sqrt{2}+2}{2} = \sqrt{2}+1 \quad , \quad T_2 = \sqrt{2}-1$$

چون T_1 و T_2 هر دو قابل قبول اند. اینک به کمک T_1 و T_2 مقادیر x را بدست می آوریم:

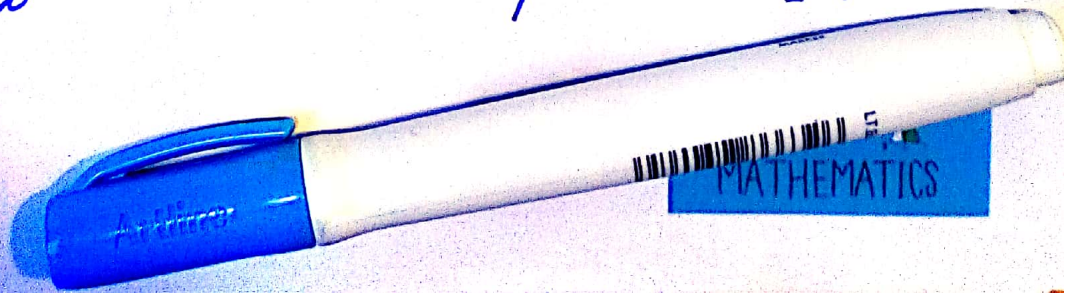
$$(\sqrt{2}+1)^x = (\sqrt{2}+1) \longrightarrow x_1 = 1 \checkmark$$

$$(\sqrt{2}+1)^x = (\sqrt{2}-1) \longrightarrow x_2 = -1 \checkmark$$

مثال ۳) معادله $2\log_3^x + \log_x^9 = 5$ را حل کنید. (میلاد منصوری)

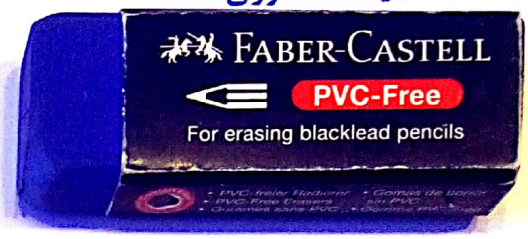
* به علت مشاهده ی دو عبارت وارون ضربی داریم: $T = \log_3^x$

$$2\log_3^x + 2\log_x^3 = 5 \longrightarrow 2T + \frac{2}{T} = 5 \quad \text{بنابراین}$$



Scanned by CamScanner

میلاد منصوری
مدرس جبر، آنالیز، معادلات دیفرانسیل،... کنکور دکترا و ارشد
طراح آزمون های قلمچی و مدرس ریاضی رشته ی تجربی
مدرس رتبه های دورقمی
M.Mansouri



$2T^2-5T+2=0 \xrightarrow{\text{حل مستقیم}} T_1=\frac{1}{2}\ ,\ T_2=2 \longrightarrow \log_3 x=\frac{1}{2}$ یا 2

$\longrightarrow x=\sqrt{3}$ یا 9 ✓

* اینکه بتوانیم معادله‌ای را حل کنیم بالاترین توانایی در پاسخ به مسائل این فصل است ولی خوشبختانه در مسائل بسیاری، به زحمت کمتری نیاز داریم. یک راه‌طلب کمک‌کاری باید همواره به یادداشته باشد که وقتی درباره‌ی یکی از ریشه‌ها اطلاعاتی داریم، احتمالاً جوری به کمک قاعده‌ی ویت قابل محاسبه است. *

مثال ۴) یکی از ریشه‌های معادله‌ی $3x^2+\left(\frac{k+2}{2}\right)x+5=0$ برابر $\frac{3}{16}$ است. ریشه‌ی دیگر را بیابید:

راه اول: راه حل اول بستنی بر این نکته‌ی فوق‌العاده مهم و بدیهی است که ریشه‌ی هر معادله‌ای در خود آن معادله، صدق می‌کند. یعنی داریم:

$x=\frac{3}{16} \longrightarrow 3\left(\frac{3}{16}\right)^2+\left(\frac{k+2}{2}\right)\left(\frac{3}{16}\right)+5=0 \longrightarrow$

$\frac{27}{256}+\frac{3(k+2)}{32}+5=0 \longrightarrow \frac{27+24(k+2)+1280}{256}=0$

$\longrightarrow 24k+1355=0 \longrightarrow k=\frac{-1355}{24}$

با قرار دادن مقدار k در معادله‌ی اصلی داریم:

$3x^2+\left(\frac{k+2}{2}\right)x+5=0 \longrightarrow 3x^2-\frac{1307}{48}x+5=0$ (۱)

و حال باید ریشه‌های (۱) را به کمک S حساب کنیم.

Scanned by CamScanner

میلاد منصوری

روش خیلی معقولی برا حل یک تست نبود.

راه دوم: از قوانین دوست عزیزمان، ویت کمک می‌گیریم:

$$x_1 = \frac{3}{16} \quad , \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{5}{3} \longrightarrow x_2 = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{3}{16}} = \frac{80}{9}$$

امیدوارم همین مثال شما را قانع کند که صرف تسلط بر Δ و تجزیه، با اینکه بسیار با ارزش است، پاسخگوی همهٔ نیازها یمان نیست.

مثال ۵) از دستگاه $\begin{cases} k^2+3k=5 \\ k'^2+3k'=5 \end{cases}$ مقدار $k+k'+kk'$ را بدست آورید. (مثه کنکور ریاضی - دورهٔ کرتاسه :D)

* دقت کنید! خیلی به این سؤال دقت کنید! k و k' دستگاه بالا در واقع در معادلهٔ $x^2+3x=5$ صدق می‌کنند. این یعنی k و k' ریشه‌های $x^2+3x-5=0$ هستند. بنابراین

$$\begin{cases} k+k' = -\frac{b}{a} = -3 \\ kk' = \frac{c}{a} = -5 \end{cases} \longrightarrow k+k'+kk' = -8$$

مثال ۶) اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادلهٔ $x^2-x-1=0$ باشند، حاصل $x_1^3+x_2^3$ را بدست آورید.

راه اول: از اتحاد مکعب کامل کمک می‌گیریم:

$$x_1+x_2 = -\frac{b}{a} = 1 \longrightarrow (x_1+x_2)^3 = +1 \longrightarrow \text{حل بعدی}$$

* دورهٔ انقراض دایناسورها

mathematics by:
MILAD MANSOURI
in: Tehran & Karaj

Scanned by CamScanner

FABER-CASTELL
PVC-Free
For erasing blacklead pencils

میلاد منصوری

$$x_1^3 + x_2^3 + 3x_1x_2(x_1+x_2) = +1 \longrightarrow x_1^3 + x_2^3 + 3(-1)(1) = 1$$

$$\longrightarrow x_1^3 + x_2^3 = 4 \checkmark$$

راه دوم و بهتر آن است که واقعاً x^3 را از معادله‌ای که داریم، بدست آوریم.

$$x^2 - x - 1 = 0 \longrightarrow x^2 = x + 1 \longrightarrow x^3 = x^2 + x$$

$$\longrightarrow x^3 = (x+1) + x \longrightarrow x^3 = 2x + 1$$

بنابراین:

$$x_1^3 + x_2^3 = (2x_1 + 1) + (2x_2 + 1) = 2(x_1 + x_2) + 2 = 2\times 1 + 2 = 4 \checkmark$$

مثال ۷) اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 5x + 1 = 0$ باشند، حاصل $\sqrt{x_1^2(5x_2 - 1)}$ را بدست آورید.

* همین اول کار دقت کنیم که: $x^2 = 5x - 1 \longrightarrow 5x_2 - 1 = x_2^2$

بنابراین:

$$\sqrt{x_1^2(5x_2 - 1)} = \sqrt{x_1^2 x_2^2} = |x_1 x_2| = \left|\frac{c}{a}\right| = 1$$

مثال ۸) در معادله‌ی $mx^2 - x - 3 = 0$، حاصل جمع وارون ریشه‌ها یک واحد کمتر از دو برابر حاصل ضرب آن‌هاست. m را بیابید. (میلاد منصوری)

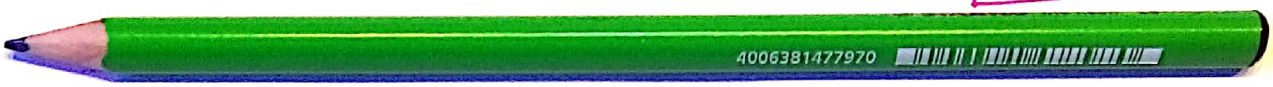
mathematics by:
MILAD MANSOURI
in: Tehran & Karaj

Scanned by CamScanner

بدون شرح!

$$\begin{cases} \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}}=-\frac{b}{c}=\boxed{\frac{1}{m}} \\ x_1x_2=\frac{c}{a}=\boxed{-\frac{\mu}{m}} \end{cases}$$

$$\frac{1}{m}=-\frac{6}{m}-1 \longrightarrow \boxed{m=-7} \checkmark$$



مثال ۹) اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $x^2-8x+b=0$ باشند، آن‌گاه مجموعهٔ جوابهای معادلهٔ $x^2-9x+b+\alpha=0$ را بدست آورید. (میلاد منصوری)

* چون $x=\alpha$ ریشهٔ $x^2-8x+b=0$ است، پس $\alpha^2-8\alpha+b=0$

این یعنی $\alpha^2-9\alpha+b+\alpha=0$. پس $x=\alpha$ ریشهٔ معادلهٔ دوم نیز هست. از طرفی نسبت به مویت داریم:

$$x_1+x_2=9 \longrightarrow x_2=9-\alpha \quad (1)$$

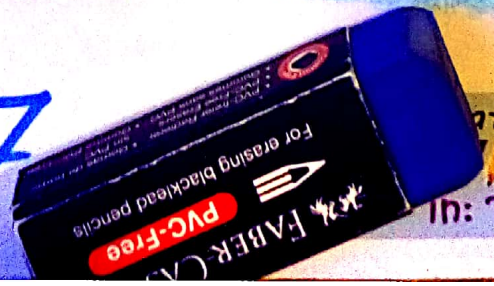
اما از معادلهٔ اول داریم $\alpha+\beta=8$. پس از (1) نتیجه می‌گیریم:

$$x_2=9-\alpha=(8-\alpha)+1=\beta+1$$

یعنی مجموعهٔ ریشه‌ها می‌شود: $\{\alpha, \beta+1\}$.

اگر x_1 و x_2 دو عدد حقیقی باشند، آن‌گاه قرارداد می‌کنیم که

$$S=x_1+x_2 \quad , \quad P=x_1x_2$$



...t cs by:
...LAD MANSOURI
In: Tehran & Karaj

Scanned by CamScanner

میلاد م
مدرس جبر، آنالیز، معادلات دیفرانسیل،... کنکور دکترا و ارشد
طراح آزمون های قلمچی و مدرس ریاضی رشته ی تجربی
مدرس رتبه های دورقمی
M.Mansouri

اینک معادله‌ای که ریشه‌ها آن x_1 و x_2 باشند، به صورت زیر است:

$$* \boxed{x^2 - Sx + P = 0} *$$

مثال ۹) معادله‌ای بنویسید که ریشه‌های آن اعداد $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ و $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ باشند.

دقت کنید که طبق اتحاد اول داریم:

$$7+4\sqrt{3} = 4+\sqrt{3}^2+2(2\sqrt{3}) = (2+\sqrt{3})^2$$

بنابراین

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3} \quad و \quad \sqrt{7-4\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$$

از اینجا داریم:

$$S = x_1+x_2 = (2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3}) = 4$$

$$P = x_1 x_2 = (2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) = 1$$

معادلهٔ مورد نظر:

$$x^2 - Sx + P = 0 \longrightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$$

مثال ۱۰) معادله‌ای بنویسید که ریشه‌های آن، نصف معکوس ریشه‌های $2x^2 - x - 5 = 0$ باشند.

فرض کنیم ریشه‌های $2x^2 - x - 5 = 0$ برای x_1 و x_2 باشند. می‌خواهیم معادله‌ای بنویسیم که ریشه‌های آن $\frac{1}{2x_1}$ و $\frac{1}{2x_2}$ هستند. یعنی:

$$S = \frac{1}{2x_1}+\frac{1}{2x_2} = \frac{x_1+x_2}{2x_1x_2} = \frac{\frac{1}{2}}{-5} = \boxed{-\frac{1}{10}} \quad و \quad P = \frac{1}{2x_1}\times\frac{1}{2x_2} = \frac{1}{4x_1x_2} = \boxed{-\frac{1}{10}}$$

بنابراین:

$$x^2 - Sx + P = x^2 + \frac{1}{10}x - \frac{1}{10} = 0 \checkmark$$

MATHEMATICS
Scanned by CamScanner

* نکته: فرض کنید x_1 و x_2 ریشه‌های معادلهٔ $f(x)=0$ باشند. آن‌گاه ریشه‌های معادلهٔ $af(g^{-1}(x))=0$، اعداد $g(x_1)$ و $g(x_2)$ هستند. به تابع $g(x)$ تابع اثر ریشه می‌گوییم.

مثال ۱۰) معادله‌ای بنویسید که ریشه‌های آن از ۳ برابر ریشه‌های معادلهٔ $x^2-x-9=0$ ۲ واحد کمتر باشند.

* خواننده می‌تواند با کمی دقت تشخیص دهد که در این مسئله تابع اثر $g(x)=3x-2$ است. بنابراین $g^{-1}(x)=\frac{1}{3}(x+2)$ و لذا معادلهٔ موردنظر به صورت

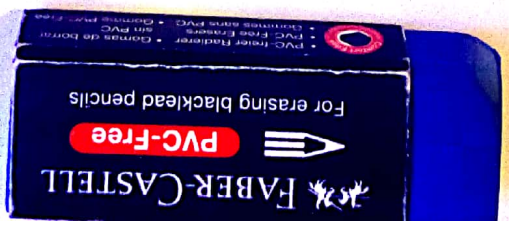
$$af(g^{-1}(x))=0 \longrightarrow a\left(\frac{1}{9}(x+2)^2-\frac{1}{3}(x+2)-9\right)=0$$

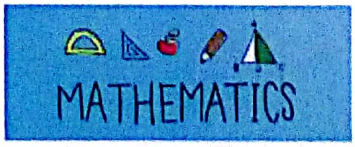
$$\longrightarrow a\left(\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{9}x-\frac{83}{9}\right)=0 \xrightarrow{\text{ضرب در } 9} a(x^2+x-83)=0$$

مثال ۱۱) معادله‌ای بنویسید که ریشه‌های آن از مجذور ریشه‌های معادلهٔ $x^2-x-7=0$ یک واحد بیشتر باشند.

* ابتدا دقت کنید که از $x^2-x-7=0$ بدست می‌آوریم $x^2=x+7$

و این یعنی $x^2+1=x+8$. پس تابع اثر می‌شود $g(x)=x^2+1=x+8$





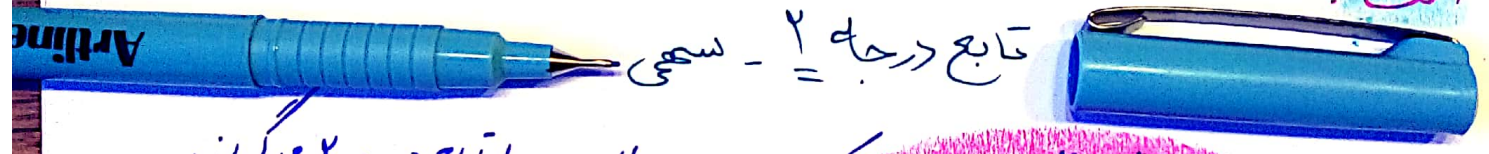
Scanned by CamScanner

و با توجه به $g(x) = x - 8$. در نتیجه :

$$a f(g^{-1}(x)) = 0 \longrightarrow a((x-8)^2 - (x-8) - 7) = 0$$

$$a(x^2 - 17x + 65) = 0$$

نتیجه : مقدار a دلخواه و ناصفر است ، که طراح آن را تعیین می کند. مثلاً در گزینه ها اگر $2x^2 - 34x + 130$ مشاهده کردید ، به معنای آن است که طراح $a = 2$ گرفته



ألت :

تابع درجه ۲ = سهمی

تابع $y = ax^2 + bx + c$ که $a \neq 0$ است را تابع درجه ۲ می گویند.

به کمک مربع کامل کردن می توان مختصات رأس سهمی* را پیدا کرد. رأس را با S نشان می دهیم و می نویسیم : $S = (x_S \text{ و } y_S)$.

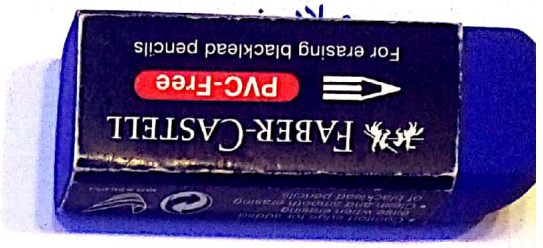
اگر حافظه ی خوبی دارید ، مختصات رأس از قواعد زیر پیروی می کند

مختصات رأس سهمی ⟵ $x_S = -\frac{b}{2a}$ و $y_S = -\frac{\Delta}{4a}$

* با نمودار تابع درجه ۲ ، سهمی می گویند.

MATHEMATICS

Scanned by CamScanner



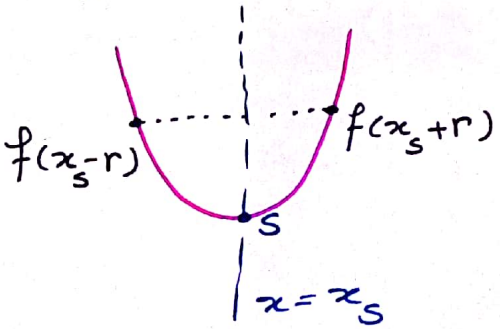
* نقطهٔ S در هر تابع درجه، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. ویژگی‌های اصلی مربوط به S در زیر فهرست شده‌اند:

۱) Max یا Min تابع درجه ۲ در رأس آن رخ می‌دهد. برای $a>0$، Min و برای $a<0$، Max داریم.

۲) فرض کنید I بازه‌ای از اعداد حقیقی باشد. شرط لازم و کافی برای اینکه تابع درجه دوم $f(x)$ در I یکنوا یا وارون‌پذیر باشد، آن است که $x_S \notin I$

۳) تابع درجه ۲ در هر بازهٔ I که $I \subseteq [x_S, \infty)$ یا $I \subseteq (-\infty, x_S]$ است، وارون‌پذیر است.

۴) $x = x_S$ محور تقارن تابع درجه دوم است. یعنی به ازای هر عدد حقیقی r همواره $f(x_S + r) = f(x_S - r)$،



۵) $y = y_S$ تنها خط افقی محاور بر سهمی است.

Scanned by CamScanner

* از نکته ⑤ نتیجه می‌گیریم شرط لازم و کافی برای اینکه سهمی $y = ax^2+bx+c$ بر محور xها مماس باشد، این است که $\Delta = 0$. اگر طول نقطه تماس به x_0 باشد، آن گاه:

$$x_0 = x_S = -\frac{b}{2a} \quad \text{و} \quad ax^2+bx+c = a(x-x_0)^2$$

مثال ۱) اگر نمودار $f(x) = mx+4$ و $g(x) = 3x^2+x+n$ در نقطه‌ای به طول $x=3$ بر یکدیگر مماس باشند، m و n را بیابید.

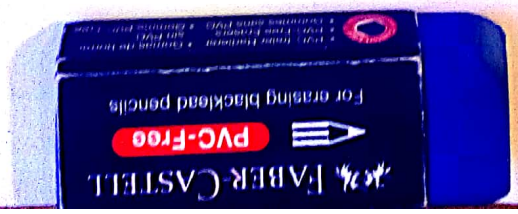
چون دو نمودار $y=f(x)$ و $y=g(x)$ در $x=3$ بر یکدیگر مماس اند، پس نمودار $y = g(x)-f(x)$ در $x=3$ بر محور xها مماس است. یعنی

$$g(x)-f(x) = 3x^2+(1-m)x+n-4 = 3(x-3)^2$$

$$\longrightarrow 3x^2+(1-m)x+n-4 = 3x^2-18x+27$$

$$\longrightarrow m = 19 \quad \text{و} \quad n = 31$$

مثال ۲) دامنه تابع $f(x) = x^2+6x+4 ; x \geq 1$ را بدست آورید.



Scanned by CamScanner

میلاد منصوری
مدرس جبر، آنالیز، معادلات دیفرانسیل،... کنکور دکترا و ارشد
طراح آزمون های قلمچی و مدرس ریاضی رشته ی تجربی
مدرس رتبه های دورقمی
M.Mansouri

محاسبه برد تابع درجه ۲ کار سختی نیست. کافی است x_s و اول بازه را عددگذاری کنیم.

در این مثال $x_s = -\frac{b}{2a} = -3$ اصلاً در دامنه نیست. ابتدای بازه نیز $x = 1$ است که $f(1) = y = 11$ را نتیجه می‌دهد. چون $a > 0$ است، پس در بازه‌های بعد از رأس صعودی است. همهٔ این‌ها یعنی برد $f(x)$ در بازهٔ $(11, \infty)$ است. پس $D_{f^{-1}} = (11, \infty)$.

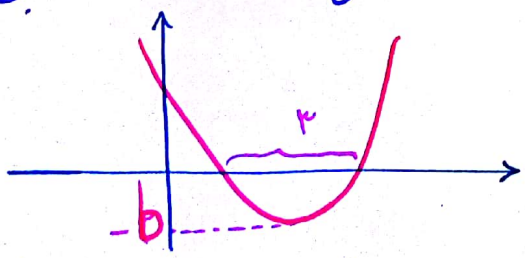
ضابطهٔ تابع معکوس در توابع درجه ۲ به کمک مربع کامل کردن است:

$$f(x) = x^2 + 6x + 4 = (x+3)^2 - 5 \longrightarrow |x+3| = \sqrt{y+5}$$

$$\xrightarrow{x>1} x+3 = \sqrt{y+5} \longrightarrow x = \sqrt{y+5} - 3$$

یعنی در کل می‌شود: $f^{-1}(x) = \sqrt{x+5} - 3 \quad ; \quad x > 11$

مثال ۳) با توجه به نمودار $y = 2x^2 + ax + b$، که به صورت مقابل است، مقادیر a و b را بیابید.



 (دوتا ۱۲ داریم :D)

Scanned by CamScanner

میلاد منصوری
مدرس جبر، آنالیز، معادلات دیفرانسیل،... کنکور دکترا و ارشد
طراح آزمون های قلمچی و مدرس ریاضی رشته ی تجربی
مدرس رتبه های دورقمی
M.Mansouri

از نمودار داده شده متوجه می شویم که $|x_1 - x_2| = 3$ و $y_S = -b$ است.

بنابراین

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{\Delta}}{2} = 3 \\ \frac{-\Delta}{8} = -b \end{cases} \longrightarrow \Delta = 36 \text{ و } b = 4/5$$

درنتیجه: $36 = a^2 - 8b = a^2 - 36 \longrightarrow a = 6\sqrt{2}$ یا $a = -6\sqrt{2}$

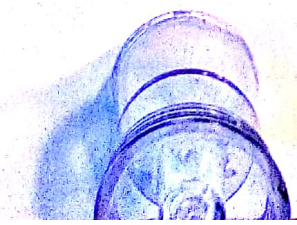
اما با توجه به اینکه $x_S > 0$ است، پس باید $-\frac{a}{4} > 0$ یعنی $a < 0$.

لذا $a = -6\sqrt{2}$ قابل قبول است.

صبور از ناحیه‌ها: این قسمت را کتاب درسی خیلی زحمت کشیده است و به خوبی بیان کرده است. دربارهٔ علامت های c و b و a نیز تمرین های کتاب واقعاً خوب و دقیق انتخاب شده اند. فقط یک فهرست کوتاه می دهیم و بعد از آن آزمون این فصل را تقدیم می کنیم.

۱) اگر $a > 0$ باشد نمودار حتماً از ناحیه‌های ① و ② عبور می کند و جهت تقعر رو به بالا است. ∪ خودتان بگوئید اگر $a < 0$ باشد چه اتفاقی می افتد.

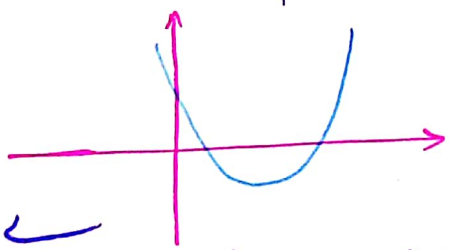
۲) اگر $a > 0$ و $\Delta < 0$ باشد، نمودار فقط از ناحیه‌های ① و ② عبور می کند.



MATHEMATICS
Scanned by CamScanner

۳) اگر $\frac{c}{a}<0$ باشد نمودار از هر ۴ ناحیه عبور می‌کند. اگر $\frac{c}{a}>0$ نمودار حداکثر از ۳ ناحیه عبور می‌کند.

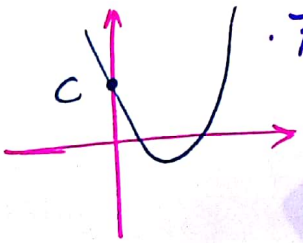
۴) اگر $a>0$ و $\Delta>0$ و $x_1, x_2 \geq 0$ نمودار فقط از ناحیه‌ی سوم عبور نمی‌کند.
خودتان حالت های دیگر را بررسی کنید.



۵) اگر $\Delta<0$ نمودار محور xها را قطع نمی‌کند. اگر $\Delta<0$ و $a>0$ نمودار همواره بالای محور xها است و اگر $\Delta<0$ و $a<0$ باشد ..... است.

۶) اگر $\Delta>0$ و $\frac{c}{a}>0$ یا به عبارت دیگر $b^2>4ac>0$ باشد، نمودار دقیقاً از سه ناحیه عبور می‌کند.

۷) نمودار محور yها را در $y=c$ قطع می‌کند زیرا $f(0)=c$.



۸) دستان گرم

MATHEMATICS

Scanned by CamScanner

میلاد منصوری

آزمون معادله و تابع درجه ۲

۱) معادلهٔ $(x^2-2x)^2-(x^2-2x)=2$ چند ریشهٔ حقیقی متمایز دارد؟ (ریاضی ۹۷)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲) به ازای کدام مجموعه مقادیر m از معادلهٔ $x-2\sqrt{x}+m-1=0$ دو جواب متمایز برابر حاصل می‌شود؟ (تجربی ۸۸)

۱) $m\geq 1$ ۲) $m<2$ ۳) $1\leq m<2$ ۴) $\emptyset$

۳) به ازای کدام مقادیر (مقدار) m، مجموع مربعات ریشه‌های حقیقی معادلهٔ $mx^2-(m+3)x+5=0$ برابر ۶ است؟ (تجربی ۹۳)

۱) $-\frac{9}{5}$ ۲) ۱ ۳) ۱ و $-\frac{9}{5}$ ۴) $\frac{9}{5}$ و -1

۴) حاصل جمع ریشه‌های معادلهٔ $(2-\sqrt{3})^x+(2+\sqrt{3})^x=9$ برابر است با... (میلاد منصوری)

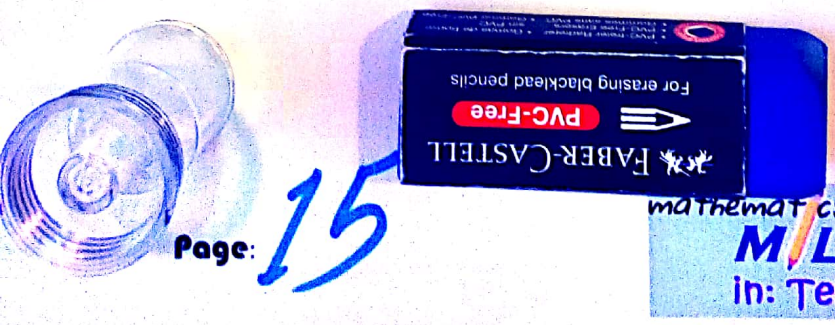
۱) ۴ ۲) $2\sqrt{3}$ ۳) ۱ ۴) صفر

۵) ریشه‌های معادلهٔ $2x^2+ax+b$ از دو برابر معکوس ریشه‌های معادلهٔ $x^2+x-3=0$، یک واحد کمتر اند. حاصل $a+b$ کدام است؟ (میلاد منصوری)

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{4}{3}$

۶) به ازای کدام مقدار m، مجموع جذر هر دو ریشهٔ معادلهٔ درجه دوم $2x^2-(m+1)x+\frac{1}{8}=0$ برابر ۲ است؟ (ریاضی ۹۶)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶



mathematics by:
MILAD MANSOURI
in: Tehran & Karaj

Scanned by CamScanner

۷) به ازای کدام مقادیر m، یکی از ریشه‌های معادله‌ی $3x^2 + (m-3)x - m = 0$ از معکوس دیگری یک واحد بیشتر است؟ (میلاد منصوری)

۱) ۱۹/۱ ۲) $-12/8$ ۳) $-\frac{191}{11}$ ۴) $-\frac{178}{13}$

۸) اگر معادله‌ی $x^2 - (1+\log m)x + \log m = 0$ دارای ریشه‌ی مضاعف باشد، m کدام است؟ (میلاد منصوری)

۱) ۱ ۲) ۱۰ ۳) $\sqrt{10}$ ۴) $\frac{1}{10}$

۹) اگر $x \geq 2$ ؛ $f(x+2) = x^2 - 4x + 5$ باشد، آن‌گاه $f^{-1}(x)$ کدام است؟ (میلاد منصوری)

۱) $f^{-1}(x) = \sqrt{x-1} + 4$ ؛ $x \geq -1$ ۲) $f^{-1}(x) = -\sqrt{x-1} + 4$ ۳) $f^{-1}(x) = \sqrt{x-1} + 4$ ؛ $x \geq 1$

۴) $f^{-1}(x) = -\sqrt{x-1} + 4$ ؛ $x \geq 1$

۱۰) از معادله‌ی $\log_3 x + 2\log_x 9 + 5 = 0$ مقدار $\log_3 x_1 + \log_3 x_2$ کدام است؟ (میلاد منصوری)

۱) ۴+ ۲) ۴- ۳) ۵- ۴) ۵+

mathematics by:
MILAD MANSOURI
in: Tehran & Karaj

Scanned by CamScanner

۱۱) حدود a کدام باشد تا تابع $f(x)=(a+1)x^2+(2-a)x$ فقط از ناحیهٔ اول عبور نکند؟ (میلاد منصوری)

۱) $a<-1$ ۲) $-1<a<2$ ۳) $a<2$ ۴) ∅

۱۲) مجموعه مقادیر a کدام باشد تا معادلهٔ $x^4+(3a+1)x^2+a^2-1=0$ دارای دو جواب قرینه باشد؟ (کتاب آبی کانون قلم چی)

۱) $\{-\frac{1}{3}\}$ ۲) $(-1,1)$ ۳) $\mathbb{R}-[-1,1]$ ۴) ∅

۱۳) اگر معادلهٔ $3x^2-mx+2-m=0$ دو ریشهٔ حقیقی ناهم علامت داشته باشد، حدود مجموع این دو ریشه کدام است؟ (میلاد منصوری)

۱) $\frac{1}{3}<S<1$ ۲) $S>\frac{2}{3}$ ۳) $S>1$ ۴) $S<\frac{1}{3}$

۱۴) اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادلهٔ $x^2-3x+1=0$ باشند، آنگاه حاصل $\frac{x_2^{x_1}}{x_1^{x_2}}+\frac{x_1^{x_2}}{x_2^{x_1}}$ برابر کدام است؟ (میلاد منصوری)

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

Tutorials by:
MILAD MANSOURI
in: Tehran & Karaj

Scanned by CamScanner

۱۵) نمودار $y = x^2 + mx + 2m - 4$ را حداقل ۳ واحد باید انتقال دهیم، تا ناحیهٔ چهارم را قطع نکند. m کدام است؟ (میلاد منصوری)

۱) $m = \frac{1}{2}$ ۲) $m = -1$ ۳) $m = \frac{1}{2}$ یا -1 ۴) $m = -\frac{1}{2}$

۱۶) نمودار $y = ax^2 + 6x + a$ از بالا بر $y = 2x + 3$ مماس است. عرض نقطهٔ تماس کدام است؟ (میلاد منصوری)

۱) $a = -1$ یا 4 ۲) $a = -1$ ۳) $a = 1$ ۴) $a = 4$

۱۷) به ازای کدام مقدار a، خط به معادلهٔ $y = 5x + a$ بر نمودار تابع $y = 2x^2 - 3x + 6$ مماس است؟ (۹۷ تجربی)

۱) -3 ۲) -2 ۳) 2 ۴) 3

۱۸) دامنهٔ تابع $f(x) = \frac{1}{x^2 - (a+1)x + a} + \frac{1}{x^2 + (2a+1)x + 2a}$ به صورت

$\mathbb{R} - \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ است که $x_1 \neq x_2 \neq x_3 \neq x_4$. a کدام است؟ (محمد گودرزی)

۱) $a \in \{-1, 1, 0\}$ ۲) $a \in \{-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\}$

۳) $a \in \{-1, 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$ ۴) $a \in \{-1, 1, 0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$

Mathematics by: MILAD MANSOURI
Tehran & Karaj

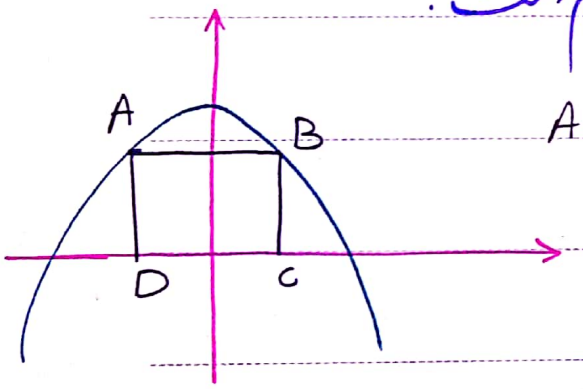
Scanned by CamScanner

میلاد منصوری

۱۹) اگر نمودار $y=ax+b$ بر نمودار $y=2x^2+5x+1$ در نقطه‌ای به طول ۳ مماس باشد، b کدام است؟ (میلاد منصوری)

۱) $b=\frac{19}{2}$ ۲) $b=-17$ ۳) $b=-17$ یا $b=\frac{19}{2}$ ۴) $b=17$

۲۰) نمودار سهمی $y=ax^2+c$ به صورت مقابل است. اگر مساحت مربع ABCD برابر ۴ باشد، مختصات نقطهٔ A کدام است؟



۱) $A(-1,2)$ ۲) $A(-2,+1)$

۳) $A(-1,1)$ ۴) $A(-2,2)$

پاسخنامه

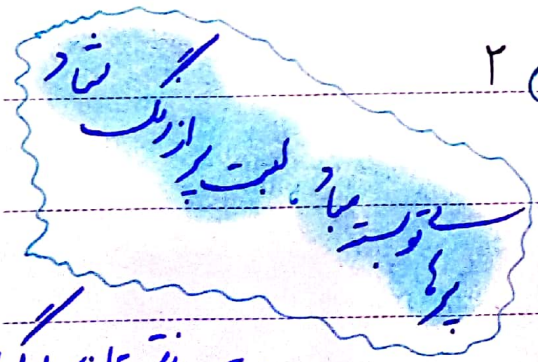
۱) ۳ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) ۴

۵) ۲ ۶) ۴ ۷) ۴ ۸) ۲

۹) ۳ ۱۰) ۳ ۱۱) ۱ ۱۲) ۲

۱۳) ۲ ۱۴) ۴ ۱۵) ۲ ۱۶) ۴

۱۷) ۲ ۱۸) ۴ ۱۹) ۲ ۲۰) ۱



در پناه خدای مهربان

میلاد منصوری

زمستان ۹۷ ـ تهران

برای مشاهدهٔ پاسخنامهٔ تشریحی می‌توانید به کانال @RiazTaj مراجعه فرمائید.

mathematics by:
MILAD MANSOURI
in: Tehran & Karaj

Scanned by CamScanner