

الگو: یک ساختار منظم از اعداد، اشکال، تصاویر، وقایع، صداها یا نمادها می باشد که ممکن است رشد کننده، تکرار شونده یا ترکیبی از این دو باشد. الگوها ممکن است خطی یا غیر خطی باشند. در هر الگو اولین جمله را با t_1 و دومین جمله را با t_2 و ... و n امین جمله را با t_n نشان می دهیم. n امین جمله را جمله عمومی الگو می نامیم. این جمله در واقع ساختار الگو را به ما معرفی می کند و با توجه به آن هر کدام از جملات الگو را می توانیم مشخص کنیم.

مسئله: در الگوی زیر سه شکل بعدی را رسم کنید و سپس جمله عمومی آن را بنویسید:

حل: در مرحله اول دو نقطه داریم در مرحله دوم دو تا نقطه دیگر اضافه شده

و در مرحله سوم دو نقطه به مرحله دوم اضافه شده است پس باید همین روند را ادامه دهیم پس سه شکل بعدی به صورت زیر می باشد:

حال اگر تعداد نقطه ها را در این شکلها مورد توجه قرار دهیم داریم:

۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰، ۱۲

پس الگوی موجود در شکلها ی بالا همان الگوی اعداد زوج می باشد که جمله عمومی آن $t_n = 2n$ است.

مسئله: در الگوی زیر سه شکل بعدی را رسم کنید و سپس جمله عمومی آن را بنویسید:

حل: در مرحله اول یک نقطه داریم در مرحله دوم چهار تا نقطه دیگر اضافه شده است

و در مرحله سوم شش نقطه به مرحله دوم اضافه شده است بنابراین باید

در مرحله بعدی هفت نقطه به مرحله سوم اضافه کنیم و این کار را ادامه دهیم پس سه شکل بعدی به صورت زیر می باشد:

پس اگر تعداد نقطه ها را در این شکلها بنویسیم داریم:

$\begin{matrix} +4 & +6 & +8 & +10 & +12 \\ \hline 1 & 5 & 11 & 19 & 29 & 41 \end{matrix}$

بنابراین جمله عمومی آن به صورت $t_n = t_{n-1} + 2n$ می باشد.

مسئله: در الگوی زیر سه شکل بعدی را رسم کنید و سپس جمله عمومی آن را بنویسید:

حل: در شکل اول پنج نقطه داریم در شکل دوم چهار تا نقطه دیگر اضافه شده و باز

در شکل سوم چهار نقطه به شکل دوم اضافه شده است پس با ادامه ی این روند داریم:

پس برای این تعداد نقاط در این شکلها به صورت زیر است:

$\begin{matrix} 5 & 9 & 13 & 17 & 21 & 25 \\ \hline +4 & +4 & +4 & +4 & +4 \end{matrix}$

پس جمله عمومی آن به صورت $t_n = 4n + 1$ می باشد.

الگوی خطی: اگر اختلاف هر دو جمله‌ی متوالی در یک الگو برابر عدد ثابتی باشد به آن یک الگوی خطی می‌گوئیم مثلاً الگوی $5, 12, 19, 26, \dots$ یک الگوی خطی است زیرا تفاضل هر دو جمله‌ی متوالی آن برابر مقدار ثابت 7 می‌باشد. در حالی که الگوی $1, 5, 13, 25, 41, \dots$ یک الگوی خطی نیست.

زیرا تفاضل هر دو جمله‌ی متوالی آن یک مقدار ثابت نمی‌باشد مثلاً $5 - 1 \neq 13 - 5$.
 به طور کلی الگوهای که جمله‌ی عمومی آن‌ها به شکل $t_n = an + b$ می‌باشد را الگوهای خطی می‌گوئیم که در آن a و b اعداد حقیقی هستند و n عددی طبیعی می‌باشد. اختلاف هر دو جمله‌ی متوالی در الگوی خطی برابر a می‌باشد. همانطور که ملاحظه می‌شود این الگوها به معادله‌ی خطی $y = mx + h$ می‌باشد بنابراین جملات این الگو روی نمودار یک خط قرار می‌گیرند.

الگوی غیر خطی: الگویی که خطی نباشد را الگوی غیر خطی می‌گوئیم. مثلاً: $1, 3, 8, 17, 30, \dots$ و $-7, -6, -4, -1, \dots$ یک الگوی غیر خطی می‌باشد.

مسئله: در یک الگوی خطی جمله‌ی سوم برابر 7 و جمله‌ی دهم برابر 21 است جمله‌ی عمومی الگو را بیابید و چند جمله‌ی اول آن را بنویسید.

حل: فرض کنیم جمله‌ی عمومی الگو به صورت $t_n = an + b$ باشد پس داریم:

$$\begin{cases} t_{10} = a \times 10 + b \\ t_3 = a \times 3 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 21 = 10a + b \\ 7 = 3a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 21 = 10a + b \\ -7 = -3a - b \end{cases}$$

$$21 = 7a \Rightarrow a = \frac{21}{7} \Rightarrow \boxed{a = 3}$$

$$7 = 3a + b \Rightarrow 7 = 3 \times 3 + b \Rightarrow 7 - 9 = b \Rightarrow \boxed{b = -2}$$

پس $t_n = 3n - 2$ و بنابراین داریم:

$1, 1, 4, 7, 10, 13, \dots$

مسئله: کدام یک از الگوهای زیر خطی هستند؟
 الف) $t_n = n^2 + n$ ب) $t_n = \frac{n}{n} - 1$

حل: اگر چند جمله از هر کدام را بنویسیم داریم:

الف) $t_1 = 1^2 + 1 = 2, t_2 = 2^2 + 2 = 6, t_3 = 3^2 + 3 = 12, t_4 = 4^2 + 4 = 20, \dots$

چون $12 - 6 \neq 20 - 12$ پس الگوی خطی نیست.

ب) $t_1 = \frac{1}{1} - 1 = 0, t_2 = \frac{2}{2} - 1 = 0, t_3 = \frac{3}{3} - 1 = 0, t_4 = \frac{4}{4} - 1 = 0, \dots$

چون تفاضل هر دو جمله‌ی متوالی آن برابر مقدار ثابت 0 است پس یک الگوی خطی می‌باشد.

مثلاً $0 - (-\frac{1}{3}) = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3} - 0 = \dots$

دنباله : به تعدادی از اعداد که پشت سر هم نوشته شوند یک دنباله از اعداد می گوئیم به هر کدام از این اعداد یک جمله از جملات دنباله می گوئیم . ممکن است جملات دنباله الگوی خاصی داشته باشند یا ممکن است نداشته باشند البته مادر ریاضی با دنباله های که نظم خاصی داشته باشند سروکار داریم . به عنوان مثال هر کدام از موارد زیر یک دنباله از اعداد است :

- الف) $2, 4, 6, 8, \dots$ ب) $1, 4, 9, 16, 25, \dots$
- پ) $1, \sqrt{2}, 2, \sqrt{3}, 3, \sqrt{4}, 4, \sqrt{5}, \dots$ ت) $1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots$
- ث) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ ج) $1, -2, 4, -8, 16, -32, \dots$
- ح) $1, \sqrt{2}, 2, \sqrt{3}, 3, \sqrt{4}, 4, \sqrt{5}, \dots$ د) $\frac{1}{1}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{5}{9}, \dots$
- خ) $1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, \dots$

همانطور که می بینید بعضی از این دنباله ها دارای نظم (مانند الف و ب و ت و ج و ح و د) و برخی دیگر بدون نظم هستند (مانند پ و ت و ج) .

همچنین بعضی از این دنباله ها دارای تعدادی محدود جمله هستند که به آن دنباله های منتهی می گوئیم (مانند ت و ج و ح و د) و برخی دیگر دارای بی شمار جمله می باشند که به آن دنباله های نامنتهی می گوئیم (مانند الف و ب و پ و ج و ح) در بعضی از این دنباله ها با زیاد شدن شماره ی جمله ، خود جمله نیز افزایش می یابد که آنرا دنباله های افزایشی (صعودی) می گوئیم (مانند الف و ب و ت و ج و ح و د) و در برخی دیگر (مانند ت) با افزایش شماره ی جمله ، خود جمله کاهش می یابد که اینگونه دنباله ها را نزولی (کاهشی) می گوئیم .

مثال : سه جمله ی بعدی در هر دنباله را بنویسید و سپس جمله ی عمومی دنباله را حدس بزنید :

- الف) $1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99, \dots$ جمله ی عمومی : $t_n = 3n$ (دنباله ی مضرب ۳)
- ب) $1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, \dots$ جمله ی عمومی : $t_n = \frac{n(n+1)}{2}$ (دنباله ی مثلثی)
- پ) $1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, \dots$ جمله ی عمومی : $t_n = n^2$ (دنباله ی مربعی)
- ت) $1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, \dots$ جمله ی عمومی : $t_n = \begin{cases} t_1 = t_2 = 1 \\ t_n = t_{n-1} + t_{n-2}; n > 2 \end{cases}$ (دنباله ی فیبوناچی)

ث) ۱، ۸، ۲۷، ۶۴، ۱۲۵، ۲۱۶، ۳۴۳

$$t_n = n^3$$

(دنبالای مکعبی)

ج) ۱، ۲، ۳، ۶، ۱۱، ۲۰، ۳۷، ۶۸، ۱۲۵

$$t_n = \begin{cases} t_1=0, t_2=1, t_3=2 \\ t_n = t_{n-1} + t_{n-2} + t_{n-3} \text{ for } n > 3 \end{cases}$$

ب) $\frac{1}{1}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}$

$$t_n = \frac{n}{n+1}$$

ح) ۰، ۳، ۸، ۱۵، ۲۴، ۳۵، ۴۸

$$t_n = n^2 - 1$$

خ) $\frac{1}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{7}, \frac{7}{9}, \frac{9}{11}, \frac{11}{13}, \frac{13}{15}$

$$t_n = \frac{2n-1}{2n+1}$$

د) ۲، $\frac{3}{4}, \frac{4}{9}, \frac{5}{16}, \frac{6}{25}, \frac{7}{36}, \frac{8}{49}$

$$t_n = \frac{n+1}{n^2}$$

مسئله: چندمین جملهی دنبالی $a_n = \frac{n^2}{2n} + 1$ برابر ۲۶ است؟

حل: $\frac{n^2}{2n} + 1 = 26 \Rightarrow \frac{n^2}{2n} = 25 \Rightarrow n^2 = 50 \cdot n \Rightarrow n^2 - 50 \cdot n = 0 \Rightarrow n(n-50) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n=0 \\ n-50=0 \Rightarrow n=50 \end{cases}$ غلط $n=0$ صحیح $n=50$

مسئله: چندمین جملهی دنبالی $t_n = \frac{2n+5}{n-3}$ برابر ۵ می باشد؟

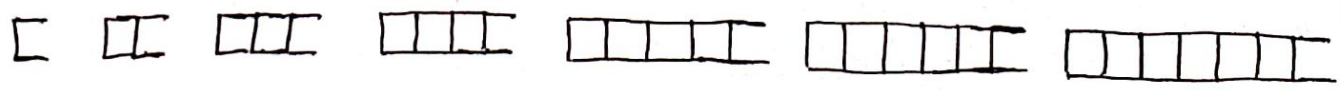
حل: $\frac{2n+5}{n-3} = 5 \Rightarrow 2n+5 = 5n-15 \Rightarrow 5n-2n = 5+15 \Rightarrow 3n = 20 \Rightarrow n = \frac{20}{3}$ $n=10$

مسئله: در هر دنباله چهار جملهی بعدی را بنویسید و برای آن شکل مناسب رسم کنید:

الف) ۲، ۵، ۹، ۱۴، ۲۰، ۲۷، ۳۵



ب) ۳، ۶، ۹، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۲۱



مسئله: جملهی عمومی دنباله های زیر را بنویسید:

الف) ۱، -۱، ۱، -۱، ۱، -۱، ...

$$a_n = (-1)^n$$

ب) ۱، ۷، ۲۴، ۶۳، ۱۲۴، ...

$$t_n = n^3 - 1$$

پ) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$

$$u_n = \frac{(-1)^n}{n}$$

ت) ۲، -۴، ۶، -۸، ۱۰، -۱۲، ...

$$v_n = (-1)^{n+1} \times 2n$$

تمرین ۱: چهار جمله‌ی بعدی در هر دنباله را بنویسید و سپس جمله‌ی عمومی آن را حدس بزنید
همچنین مشخص کنید که کدام یک خطی و کدام یک غیر خطی هستند:

الف) $3, 7, 11, 15, 19, \dots$ ب) $2, 6, 12, 20, 30, \dots$

پ) $1, -4, -9, -16, -25, \dots$ ت) $1, 4, 9, 16, 25, \dots$

تمرین ۲: پنج جمله‌ی اول هر یک از دنباله‌های زیر را بنویسید:

الف) $t_n = \sqrt[3]{n+1}$ ب) $t_n = \frac{n-1}{n+2}$ پ) $t_n = (n+1)^n$ ت) $t_n = \frac{1}{n} - 1$

ث) $t_n = (1 + \frac{1}{n})^n$ ج) $t_n = (-1)^n \times n^2$ ح) $t_n = n^3 - n^2$ ز) $t_n = (\frac{1}{3})^n$

تمرین ۳: چندمین جمله‌ی دنباله‌ی $a_n = 7n + 4$ برابر ۹۵ می‌شود؟

تمرین ۵: چندمین جمله‌ی دنباله‌ی $u_n = \frac{n^2 - n}{2}$ برابر ۲۱ می‌شود؟

تمرین ۶: چندمین جمله‌ی دنباله‌ی $t_n = 2^{n+1} + 3$ برابر ۱۵۵ می‌باشد؟

تمرین ۷: چهار جمله‌ی اول هر یک از دنباله‌های زیر را بنویسید و برای آن یک شکل مناسب
تظیر کنید.

الف) $a_n = 3n + 2$ ب) $b_n = n + 3$ پ) $c_n = 5n$

تمرین ۸: سه دنباله مثال بزنید که صعودی (افزایشی) باشند.

تمرین ۹: سه دنباله مثال بزنید که نزولی (کاهشی) باشند.

تمرین ۱۰: دنباله‌های $a_n = \sqrt{n} + n$ و $b_n = \sqrt{n} - n$ و $c_n = a_n + b_n$ را در نظر بگیرید و
پنج جمله‌ی اول هر کدام را بنویسید سپس صعودی یا نزولی بودن هر یک را مشخص کنید.

دنبالهی حسابی: دنباله ای است که در آن هر جمله به جز جمله اول از جمع جمله قبلی با یک مقدار ثابت به دست می آید این مقدار ثابت را قدر نسبت دنباله حسابی (عددی) می گوئیم و با d نشان می دهیم به بیان دیگر دنباله ای که در آن تفاضل هر دو جمله متوالی برابر مقدار ثابتی باشد را دنباله حسابی (عددی) می گوئیم و این مقدار ثابت را قدر نسبت دنباله نامیده و با d نشان می دهیم یعنی:

$$d = t_n - t_{n-1}$$

که در آن t_n و t_{n-1} دو جمله متوالی می باشند.

جمله عمومی دنباله حسابی: اگر جمله اول یک دنباله حسابی برابر t_1 و قدر نسبت آن d باشد آنگاه با توجه به تعریف داریم:

$$t_2 = t_1 + d, \quad t_3 = t_2 + d = t_1 + d + d = t_1 + 2d,$$

$$t_4 = t_3 + d = t_1 + 2d + d = t_1 + 3d, \quad t_5 = t_4 + d = t_1 + 3d + d = t_1 + 4d$$

با ادامه این روند خواهیم داشت $t_n = t_1 + (n-1)d$ این جمله را جمله عمومی دنباله حسابی می گوئیم

نکته: هر دنباله حسابی یک الگوی عددی خطی می باشد.

مسئله: در یک دنباله حسابی داریم $t_1 = 5$ و $d = 3$. جمله عمومی بیستم این دنباله را بنویسید.

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_n = 5 + (n-1) \times 3 \Rightarrow t_n = 5 + 3n - 3 \Rightarrow t_n = 3n + 2$$

حل:

برای بدست آوردن جمله بیستم به دوروش می توانیم عمل کنیم یا در جمله عمومی به جای n عدد ۲۰ را قرار دهیم یعنی

$$t_{20} = 3 \times 20 + 2 = 62$$

یا مستقیماً در فرمول جایگزینی کنیم یعنی:

$$t_{20} = t_1 + (20-1)d = 5 + 19 \times 3 = 5 + 57 = 62$$

مسئله: در یک دنباله حسابی داریم $t_1 = -10$ و $t_7 = 14$. جمله عمومی این دنباله را بنویسید.

حل: ابتدا باید قدر نسبت را بدست آوریم بدین منظور داریم:

$$t_7 = 14 \Rightarrow t_1 + (7-1)d = 14 \xrightarrow{t_1 = -10} -10 + 6d = 14 \Rightarrow 6d = 14 + 10 \Rightarrow 6d = 24 \Rightarrow d = 4$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_n = -10 + (n-1) \times 4 \Rightarrow t_n = -10 + 4n - 4 \Rightarrow t_n = 4n - 14$$

مسئله: در یک دنباله حسابی داریم $d = -4$ و $t_{30} = -110$. جمله عمومی و چهار جمله اول آن را بنویسید.

حل: ابتدا باید جمله اول دنباله را محاسبه کنیم برین منظور داریم:

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

$$t_{30} = t_1 + (30-1)d \Rightarrow -110 = t_1 + 29 \times (-4) \Rightarrow -110 = t_1 - 116 \Rightarrow \boxed{t_1 = 6}$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_n = 6 + (n-1) \times (-4) \Rightarrow t_n = 6 - 4n + 4 \Rightarrow \boxed{t_n = -4n + 10}$$

برای محاسبه ۴ جمله اول می‌توانیم در جمله عمومی اعداد ۱ تا ۴ را جایگزین کنیم یعنی:

$$t_1 = -4 \times 1 + 10 = 6, \quad t_2 = -4 \times 2 + 10 = 2, \quad t_3 = -4 \times 3 + 10 = -2, \quad t_4 = -4 \times 4 + 10 = -6$$

می‌توانیم جمله اول را بنویسیم و مرتباً با قدر نسبت جمع کنیم یعنی

$$\begin{array}{cccc} & -4 & -4 & -4 \\ \swarrow & & \swarrow & \swarrow \\ 6 & 2 & -2 & -6 \end{array}$$

مسئله: در یک دنباله حسابی داریم: $t_9 = 65$ و $t_5 = 17$. جمله عمومی این دنباله را بنویسید.

حل: ابتدا باید جمله اول و قدر نسبت دنباله را بدست آوریم برین منظور داریم:

$$\begin{cases} t_9 = 65 \\ t_5 = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 8d = 65 \\ t_1 + 4d = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 8d = 65 \\ -t_1 - 4d = -17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 8d = 65 \\ 4d = 48 \Rightarrow d = \frac{48}{4} = 12 \end{cases}$$

$$t_1 + 4d = 17 \Rightarrow t_1 + 48 = 17$$

$$\Rightarrow t_1 = 17 - 48$$

$$\Rightarrow \boxed{t_1 = -31}$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_n = -31 + (n-1) \times 12 \Rightarrow t_n = -31 + 12n - 12 \Rightarrow \boxed{t_n = 12n - 43}$$

مسئله: اگر t_n و t_m دو جمله متمایز از یک دنباله حسابی باشند آنگاه قدر نسبت آن را بدست آورید.

حل: اگر جمله اول دنباله را t_1 و قدر نسبت آن را d بنامیم آنگاه داریم:

$$\begin{cases} t_n = t_1 + (n-1)d \\ t_m = t_1 + (m-1)d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_n = t_1 + nd - d \\ -t_m = -t_1 - md + d \end{cases}$$

$$\frac{t_n - t_m = nd - md}{n - m} \Rightarrow t_n - t_m = (n - m)d \Rightarrow \boxed{d = \frac{t_n - t_m}{n - m}}$$

در مثال قبل می‌توانیم برای پیدا کردن d از این فرمول استفاده کنیم بنابراین داریم:

$$d = \frac{t_n - t_m}{n - m} \Rightarrow d = \frac{t_9 - t_5}{9 - 5} = \frac{65 - 17}{4} = \frac{48}{4} = 12$$

واسطی حسابی (عددی): اگر a و b و c سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند آنگاه داریم:

$$b - a = c - b \quad \text{بنابراین} \quad \boxed{2b = a + c}$$

همچنانچه a و b و c سه عدد باشند که $2b = a + c$ یا $b = \frac{a+c}{2}$ آنگاه b را واسطی عددی (میانگین حسابی) بین a و c می‌گویند.

مسئله: بین ۳ و ۱۳ عدد n واسطی حسابی است زیرا

$$2 \times 8 = 13 + 3$$

یا ۱۲ واسطی حسابی بین ۴ و ۲۰ است زیرا

$$2 \times 12 = 4 + 20$$

یا ۱۲ واسطی عددی بین ۱ و ۱۶ است زیرا

$$2 \times 12 = 1 + 16$$

یا ۱۲ واسطی عددی بین ۱ و ۲۳ است زیرا

$$2 \times 12 = 1 + 23$$

مسئله: اگر $۹n+۲$ و $۲۹n+۳$ و $۴۹n-۱$ جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند مقدار n را بیابید.
(اگر $۲۹n+۳$ واسطی حسابی بین $۹n+۲$ و $۴۹n-۱$ باشد مقدار n را بدست آورید.)

$$2b = a + c \Rightarrow 2(29n+3) = 9n+2 + 49n-1 \Rightarrow 49n+6 = 59n+1$$

$$\Rightarrow 6-1 = 59n-49n \Rightarrow \boxed{n=5} \rightarrow 7, 13, 19 \quad \text{جملات}$$

مسئله: مقدار n را طوری بیابید که $۲n+۲$ واسطی حسابی بین $۹n+۲$ و $۵n-۴$ باشد.

$$2b = a + c \Rightarrow 2(2n+2) = 9n+2 + 5n-4 \Rightarrow 4n+4 = 14n-2 \Rightarrow 4+2 = 14n-4n$$

$$\Rightarrow 2n = 6 \Rightarrow \boxed{n=3} \rightarrow 5, 8, 11 \quad \text{جملات}$$

مسئله: بین ۷ و ۴۳ سه عدد چنان بیابید که اعداد حاصل تشکیل دنباله حسابی دهند.

(بین ۷ و ۴۳ سه واسطی حسابی درج کنید.)

$$\begin{matrix} +9 & +9 & +9 & +9 \\ \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow \\ 7 & 16 & 25 & 34 & 43 \end{matrix}$$

حل: بین ۷ و ۴۳ اگر سه فاصله بگیریم آنگاه داریم:

$$\text{بنابراین } t_1 = 7 \text{ و } t_5 = 43 \text{ پس داریم: } 7 + 4d = 43 \Rightarrow 4d = 43 - 7$$

$$\Rightarrow 4d = 36 \Rightarrow d = \frac{36}{4} = 9$$

با اضافه کردن ۹ به عدد ۷ جمله دوم بدست می‌آید که ۱۶ می‌باشد با اضافه کردن ۹ به ۱۶ جمله سوم بدست می‌آید که برابر ۲۵ است و با اضافه کردن ۹ به ۲۵ عدد ۳۴ بدست می‌آید.

چند نکته در دنباله‌های حسابی :

(۱) در دنباله‌های حسابی سه جمله‌ی متوالی را بهتر است به صورت t_1-d و t_1 و t_1+d در نظر بگیریم و اگر تعدادی فرد از جمله‌ها را بخواهیم به همین ترتیب از دو طرف ادامه دهیم مثلاً پنج جمله‌ی متوالی را به صورت t_1-2d و t_1-d و t_1 و t_1+d و t_1+2d در نظر بگیریم.

(۲) در دنباله‌های حسابی چهار جمله‌ی متوالی را بهتر است به صورت $t_1-\frac{3d}{2}$ و $t_1-\frac{d}{2}$ و $t_1+\frac{d}{2}$ و $t_1+\frac{3d}{2}$ در نظر بگیریم و اگر تعدادی زوج از جمله‌ها را بخواهیم به همین ترتیب ادامه دهیم مثلاً شش جمله‌ی متوالی را به صورت $t_1-\frac{5d}{2}$ و $t_1-\frac{3d}{2}$ و $t_1-\frac{d}{2}$ و $t_1+\frac{d}{2}$ و $t_1+\frac{3d}{2}$ و $t_1+\frac{5d}{2}$ در نظر بگیریم.

(۳) تعداد جمله‌ها در دنباله‌های حسابی از دستور $n = \frac{t_n - t_1}{d} + 1$ بدست می‌آید.

(۴) در دنباله‌های حسابی با جمله‌ی عمومی t_n داریم : $m+n = p+k \Rightarrow t_m + t_n = t_p + t_k$

(۵) اگر بخواهیم بین a و b تعداد k واسطه‌ی حسابی قرار دهیم آنگاه $d = \frac{b-a}{k+1}$

(۶) اگر t_m و t_n دو جمله‌ی متمایز از یک دنباله‌ی حسابی باشند آنگاه $d = \frac{t_n - t_m}{n-m}$

سوال : مجموع سه جمله‌ی متوالی در یک دنباله‌ی حسابی برابر ۶۳ می‌باشد جمله‌ی این دنباله را بدست آورید اگر بدانیم قدر نسبت دنباله برابر ۴ است.

حل : اگر این جمله‌ها را به صورت t_1-d و t_1 و t_1+d در نظر بگیریم داریم :

$$t_1-d + t_1 + t_1+d = 63 \Rightarrow 3t_1 = 63 \Rightarrow t_1 = \frac{63}{3} \Rightarrow t_1 = 21 \Rightarrow 21-4, 21, 21+4 \Rightarrow 17, 21, 25$$

نکته : اگر تعدادی فرد از جمله‌ها دنباله را با هم جمع کنیم و حاصل را بر تعداد تقسیم کنیم جمله‌ی وسط بدست می‌آید. با اضافه کردن قدر نسبت جمله بعدی و با کم کردن قدر نسبت جمله قبلی بدست می‌آیند.

سوال : مجموع پنج مضرب طبیعی متوالی عددی برابر ۱۵۰ می‌باشد آن اعداد را بیابید.

حل : مضرب طبیعی و متوالی عدد ۳ تشکیل یک دنباله‌ی حسابی با قدر نسبت ۳ می‌دهند پس اگر

جمله‌ها را به صورت t_1-2d و t_1-d و t_1 و t_1+d و t_1+2d در نظر بگیریم داریم :

$$t_1-6 + t_1-3 + t_1 + t_1+3 + t_1+6 = 150 \quad \text{بنابراین} \quad t_1-6 \text{ و } t_1-3 \text{ و } t_1 \text{ و } t_1+3 \text{ و } t_1+6$$

$$\Rightarrow 5t_1 = 150 \Rightarrow t_1 = \frac{150}{5} \Rightarrow t_1 = 30 \rightarrow 24, 27, 30, 33, 36 \quad \text{جمله‌ها :}$$

$$t_1 = \frac{150}{5} = 30$$

روش دیگر : اگر از نکته‌ی بالا استفاده کنیم داریم :

$$\Rightarrow 30-6, 30-3, 30, 30+3, 30+6 \Rightarrow 24, 27, 30, 33, 36 \quad \text{جمله‌ها :}$$

مسئله: مجموع چهار عدد زوج متوالی برابر ۱۴۰ می باشد این اعداد را بیابید.

حل: می دانیم که اعداد زوج متوالی یک دنباله حسابی با قدر نسبت ۲ تشکیل می دهند پس می توانیم این جمله

را به صورت $t_1, t_1 + \frac{2d}{2}, t_1 + \frac{4d}{2}, t_1 + \frac{6d}{2}$ در نظر بگیریم بنابراین:

$$t_1 - \frac{3d}{2} + t_1 - \frac{d}{2} + t_1 + \frac{d}{2} + t_1 + \frac{3d}{2} = 140 \Rightarrow 4t_1 = 140 \Rightarrow t_1 = \frac{140}{4} = 35$$

پس جمله ۳ عبارتند از $35 - \frac{3 \times 2}{2}, 35 - \frac{2}{2}, 35 + \frac{2}{2}, 35 + \frac{3 \times 2}{2}$ یعنی جمله ۳ عبارتند از: ۳۲, ۳۴, ۳۶, ۳۸

مسئله: بین ۱۳ و ۷۸ چهار واسطی عددی قرار دهید.

حل: اگر فرض کنیم $a = 13$ و $b = 78$ آنگاه داریم:

$$d = \frac{b-a}{k+1} = \frac{78-13}{4+1} = \frac{65}{5} = 13$$

۱۳, ۲۶, ۳۹, ۵۲, ۶۵, ۷۸

روش دیگر: می توانیم فرض کنیم $t_1 = 13$ و $t_6 = 78$ و از دستور $d = \frac{t_n - t_m}{n - m}$ استفاده کنیم در این صورت داریم:

$$d = \frac{t_6 - t_1}{6 - 1} = \frac{78 - 13}{5} = \frac{65}{5} = 13 \rightarrow 13, 26, 39, 52, 65, 78$$

مسئله: در یک دنباله حسابی مجموع چهار جمله اول برابر ۷۴ و مجموع سه جمله بعدی برابر ۱۰۸ می باشد این دنباله را مشخص کنید.

حل: در واقع مجموع هفت جمله اول این دنباله برابر است با $74 + 108 = 182$ با استفاده از نکات قبلی چون تعداد جملات فرد است با تقسیم این مجموع بر تعداد جمله می وسط یعنی چهارمین جمله برت می آید

پس $t_4 = \frac{182}{7} = 26$ یعنی $t_1 + 3d = 26$ از طرف $t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 74$

$$\Rightarrow 3t_1 + 3d + 26 = 74 \Rightarrow 3t_1 + 3d = 48 \xrightarrow{\div 3} \begin{cases} -t_1 - d = -16 \\ t_1 + 3d = 26 \end{cases}$$

$$2d = 10 \Rightarrow d = 5$$

پس جمله ۳ عبارتند از: ۱۱, ۱۶, ۲۱, ۲۶, ۳۱, ۳۶, ۴۱

روش دیگر:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 74 \\ t_1 + 4d + t_1 + 5d + t_1 + 6d = 108 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4t_1 + 6d = 74 \\ 3t_1 + 15d = 108 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2t_1 + 3d = 37 \\ -t_1 - 10d = -77 \end{cases}$$

$$2t_1 + 3d = 37 \Rightarrow 2t_1 + 3 \times 5 = 37 \Rightarrow 2t_1 = 22 \Rightarrow t_1 = 11$$

$$-7d = -35 \Rightarrow d = \frac{-35}{-7} = 5$$

$$\Rightarrow d = 5$$

پس جمله ۳ عبارتند از: ۱۱, ۱۶, ۲۱, ۲۶, ۳۱, ۳۶, ۴۱

پس جمله ۳ عبارتند از:

مسئله: چندمین جمله دنباله‌ی داده شده برابر 151 می‌باشد: ... 7, 3, -1, -5, -9

حل: در دنباله‌ی داده شده داریم: $t_1 = -9$ و $d = -5 - (-9) = 4$ پس

$$t_n = 151 \Rightarrow t_1 + (n-1)d = 151 \Rightarrow -9 + (n-1) \times 4 = 151 \Rightarrow -9 + 4n - 4 = 151$$

$$\Rightarrow 4n = 151 + 9 + 4 \Rightarrow 4n = 164 \Rightarrow n = \frac{164}{4} \Rightarrow \boxed{n = 41} \Rightarrow t_{41} = 151$$

مسئله: در یک دنباله‌ی حسابی مجموع جمله‌های سوم و سیزدهم برابر 42 می‌باشد جمله‌ی هشتم این دنباله را بیابید.

حل: با توجه به جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی داریم:

$$42 = t_3 + t_{13} = t_1 + 2d + t_1 + 12d = 2t_1 + 14d \Rightarrow 2t_1 + 14d = 42 \xrightarrow{\div 2} t_1 + 7d = 21 \Rightarrow \boxed{t_8 = 31}$$

روش دیگر: چون t_3 و t_{13} نسبت به t_8 هم فاصله اند (هر کدام با t_8 چهار جمله فاصله دارند) پس t_8

واسطی حسابی بین این دو جمله است یعنی $t_8 = \frac{t_3 + t_{13}}{2} = \frac{42}{2} = 21$

مسئله: در یک دنباله‌ی حسابی داریم: $t_9 + t_{11} + t_{13} + t_{15} = 108$

الف - مجموع جمله‌های دوم و چهاردهم را بیابید ب - مجموع جمله‌های دهم و سیزدهم را بیابید.

حل: اگر به جای جمله داده شده از فرمول جمله‌ی عمومی قرار دهیم داریم:

الف - $t_1 + 8d + t_1 + 10d + t_1 + 12d + t_1 + 14d = 108 \Rightarrow 4t_1 + 34d = 108 \xrightarrow{\div 2} 2t_1 + 17d = 54$

$$\underline{t_1 + 9d} + \underline{t_1 + 13d} = 108 \Rightarrow t_{10} + t_{14} = 54$$

ب - $\underline{t_1 + 8d} + \underline{t_1 + 10d} + \underline{t_1 + 12d} + \underline{t_1 + 14d} = 108 \Rightarrow 4t_1 + 34d = 108 \xrightarrow{\div 2} 2t_1 + 17d = 54$

$$\underline{t_1 + 10d} + \underline{t_1 + 13d} = 108 \Rightarrow t_{11} + t_{13} = 54$$

تذکره برای قسمت ب: " می‌توانیم از فرمول $t_m + t_n = t_p + t_k \Rightarrow m+n = p+k$ استفاده کنیم یعنی

چون $10+14 = 11+13$ پس $t_{10} + t_{14} = t_{11} + t_{13} = 54$

مسئله: ثابت کنید اگر a و b و c تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند آنگاه $a-3$ و $b-3$ و $c-3$ نیز تشکیل دنباله‌ی حسابی می‌دهند.

حل: چون a و b و c دنباله‌ی حسابی تشکیل می‌دهند پس $2b = a + c$

برای اینکه $a-3$ و $b-3$ و $c-3$ تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند باید:

$$\Rightarrow 2(b-3) = a-3 + c-3 \Rightarrow 2(b-3) = a+c-6$$

که این رابطه همواره درست است. $a+c=2b$ از طرفی

دنبالهای هندسی: دنباله‌ای است که در آن هر جمله به جز جمله اول، از ضرب جمله قبلی از خودش در یک مقدار ثابت بدست می‌آید. این مقدار ثابت را قدرنسبت دنباله می‌گوئیم و با r نشان می‌دهیم.
 به بیان دیگر دنباله‌ای است که در آن حاصل تقسیم هر دو جمله متوالی، برابر مقدار ثابتی باشد.
 این مقدار ثابت را قدرنسبت دنباله می‌نامیم و با r نشان می‌دهیم. پس

$$r = \frac{t_n}{t_{n-1}}$$

مسئله: کدام یک از دنباله‌های زیر یک دنباله هندسی می‌باشد؟

الف) ... و ۶، ۴، ۲

$$\frac{4}{2} = 2 \rightarrow \text{پس دنباله هندسی نیست}$$

$$\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

ب) ... و ۸، ۴، ۲

$$r = 2 \Rightarrow \text{پس دنباله هندسی است}$$

$$\frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{8}{4} = 2$$

ج) ... و ۵، ۵، ۵، ۵

$$\frac{5}{5} \times \frac{5}{5} = \frac{5\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5}$$

$$\frac{5\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5} \rightarrow \text{پس دنباله هندسی است}$$

$$r = \sqrt{5}$$

د) ... و $\frac{1}{81}$ ، $\frac{2}{27}$ ، $\frac{1}{9}$ ، $\frac{1}{3}$

$$\frac{2}{9} = \frac{2}{3} \quad \frac{1}{27} = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{پس دنباله هندسی است}$$

$$\Rightarrow r = \frac{2}{3}$$

جمله عمومی دنباله هندسی: اگر جمله عمومی یک دنباله هندسی برابر t_1 و قدرنسبت آن برابر r باشد آنگاه طبق تعریف داریم:

$$t_2 = t_1 r$$

$$t_3 = t_2 r = t_1 r \cdot r = t_1 r^2$$

$$t_4 = t_3 r = t_1 r^2 \cdot r = t_1 r^3$$

$$t_5 = t_4 r = t_1 r^3 \cdot r = t_1 r^4$$

ملاحظه می‌شود که در هر سری جمله t_n وجود دارد و توان r یکی کمتر از شماره‌ی جمله می‌باشد با ادامه این روند داریم: این جمله را جمله n ام یا جمله عمومی دنباله هندسی می‌گوئیم.

$$t_n = t_1 r^{n-1}$$

واسطی هندسی (میانگین هندسی): اگر a و b و c سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند آنگاه داریم:

$$\frac{b}{a} = \frac{c}{b} \quad \text{بنابراین} \quad b^2 = a \cdot c$$

هرگاه a و b و c سه عدد باشند که $\frac{b}{a} = \frac{c}{b}$ یا $b^2 = a \cdot c$ آنگاه گوئیم b واسطی هندسی بین a و c می‌باشد. مثلاً ۶ واسطی هندسی بین ۲ و ۱۸ می‌باشد زیرا $6^2 = 2 \times 18$
 یا مثلاً ۴ واسطی هندسی بین ۹ و ۱۶ می‌باشد زیرا $4^2 = 9 \times 16$

مسئله: در یک دنباله هندسی داریم $t_1 = 3$ و $r = -2$ جمله عمومی و جمله n ام این دنباله را بیابید.

حل: $t_n = t_1 r^{n-1} \Rightarrow t_n = 3(-2)^{n-1} \Rightarrow t_{10} = 3(-2)^{10-1} \Rightarrow t_{10} = 3(-2)^9 \Rightarrow t_{10} = 3(-512) \Rightarrow t_{10} = -1536$

مسئله: در یک دنباله هندسی داریم $t_4 = -20$ و $r = 2$ جمله عمومی و جمله هفتم این دنباله را بیابید.

حل: ابتدا باید t_1 را حساب کنیم بدین منظور داریم:
 $t_4 = t_1 r^3 \Rightarrow -20 = t_1 \times 2^3 \Rightarrow -20 = 8t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{-20}{8} = -\frac{5}{2}$
 $t_n = t_1 r^{n-1} \Rightarrow t_n = -\frac{5}{2} \times 2^{n-1} \Rightarrow t_7 = -\frac{5}{2} \times 2^{7-1} \Rightarrow t_7 = -\frac{5}{2} \times 2^6 \Rightarrow t_7 = -\frac{5}{2} \times 64 = -160$

مسئله: در یک دنباله هندسی داریم $t_1 = -2$ و $t_4 = 54$ جمله عمومی و جمله بیستم آن را بیابید.

حل: ابتدا باید r را بیابیم بدین منظور داریم:
 $t_4 = t_1 r^3 \Rightarrow 54 = -2 \times r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{54}{-2} = -27 \Rightarrow r = -3$
 $t_n = t_1 r^{n-1} \Rightarrow t_n = -2(-3)^{n-1} \Rightarrow t_{20} = -2(-3)^{20-1} \Rightarrow t_{20} = -2(-3)^{19} \Rightarrow t_{20} = 2 \times 3^{19}$

مسئله: در یک دنباله هندسی داریم $t_4 = 6250$ و $t_2 = 50$ جمله عمومی این دنباله را بیابید.

حل: ابتدا باید t_1 و r را بدست آوریم بدین منظور داریم:
 $\begin{cases} t_4 = 6250 \\ t_2 = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 r^3 = 6250 \\ t_1 r^2 = 50 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{t_1 r^3}{t_1 r^2} = \frac{6250}{50} \Rightarrow r = 125 \Rightarrow r = 5 \Rightarrow r = 5$
 $t_1 r^2 = 50 \Rightarrow t_1 \times 5^2 = 50 \Rightarrow t_1 = \frac{50}{25} \Rightarrow t_1 = 2$
 $t_n = t_1 r^{n-1} \Rightarrow t_n = 2 \times 5^{n-1}$

مسئله: اگر t_m و t_n دو جمله متمایز از یک دنباله هندسی باشند قدر نسبت این دنباله را بدست آورید.

حل: $\begin{cases} t_n = t_1 r^{n-1} \\ t_m = t_1 r^{m-1} \end{cases} \Rightarrow \frac{t_n}{t_m} = \frac{t_1 r^{n-1}}{t_1 r^{m-1}} \Rightarrow \frac{t_n}{t_m} = r^{n-1-(m-1)} \Rightarrow \frac{t_n}{t_m} = r^{n-1-m+1}$
 $\Rightarrow \frac{t_n}{t_m} = r^{n-m} \Rightarrow r = \sqrt[n-m]{\frac{t_n}{t_m}}$

چند نکته در دنیای هندسی:

(۱) در دنباله هندسی با جمله عمومی a_n داریم: $m+n = p+k \Rightarrow a_m \times a_n = a_p \times a_k$

(۲) اگر a و b تعداد k واسطی هندسی قرار دهیم آنگاه داریم: $r^{k+1} = \frac{b}{a}$

(۳) اگر جمله n ام و m ام و k ام یک دنباله حسابی به ترتیب سر جمله متوالی در یک دنباله هندسی باشند آنگاه $r = \frac{k-m}{m-n}$

(۴) اگر t_m و t_n دو جمله متمم از یک دنباله هندسی باشند آنگاه $r^{n-m} = \frac{t_n}{t_m}$

مسئله: بین ۲ و ۷۲ یک واسطی هندسی درج کنید.
 حل: $b^2 = ac \Rightarrow b^2 = 2 \times 72 \Rightarrow b^2 = 144 \Rightarrow b = \pm 12$
 جواب: ۲، ۱۲، ۷۲ و ۲، -۱۲، ۷۲

روش دیگر: از فرمول $r^{k+1} = \frac{b}{a}$ استفاده کنیم:
 $r^{1+1} = \frac{72}{2} \Rightarrow r^2 = 36 \Rightarrow r = \pm 6$
 جواب: $\{2, -12, 72\}$ و $\{2, 12, 72\}$

مسئله: بین ۴ و ۱۹۲ چه واسطی هندسی قرار دهید.
 (بین ۴ و ۱۹۲ چه عدد چنان قرار دهید که شش عدد حاصل تشکیل دنباله هندسی دهند)

حل: $r^{k+1} = \frac{b}{a} \Rightarrow r^{4+1} = \frac{192}{4} \Rightarrow r^5 = 48 \Rightarrow r = 2$

روش دیگر: اگر چهار جمله بین این دو عدد در نظر بگیریم آنگاه:
 $4, 12, 36, 108, 324, 972$
 جواب: ۴، ۱۲، ۳۶، ۱۰۸، ۳۲۴، ۹۷۲

پس داریم $t_1 = 4$ و $t_6 = 192$ بنابراین:
 $t_1 r^5 = 192 \Rightarrow 4 \times r^5 = 192 \Rightarrow r^5 = \frac{192}{4} = 48$
 $\Rightarrow r^5 = 48 \Rightarrow r = 2$

پس با ضرب ۴ در عدد ۲ جمله ی دوم و با ضرب جمله ی دوم در ۲ جمله ی سوم و ... بدست می آید.

تمرین ۱: جمله‌ی عمومی هر یک از دنباله‌های حسابی با مشخصات داده شده را بدست آورید:

الف) $\begin{cases} t_1 = 7 \\ d = -4 \end{cases}$ ب) $\begin{cases} t_1 = -3 \\ t_7 = 27 \end{cases}$ پ) $\begin{cases} d = 5 \\ t_4 = 55 \end{cases}$ ت) $\begin{cases} t_4 = 60 \\ t_{10} = 132 \end{cases}$

تمرین ۲: جمله‌ی عمومی هر یک از دنباله‌های هندسی با مشخصات داده شده را بدست آورید:

الف) $\begin{cases} t_1 = 5 \\ r = -3 \end{cases}$ ب) $\begin{cases} t_1 = 32 \\ t_5 = 2 \end{cases}$ پ) $\begin{cases} r = -4 \\ t_4 = -128 \end{cases}$ ت) $\begin{cases} t_7 = 7290 \\ t_8 = 270 \end{cases}$

تمرین ۳: مشخص کنید کدام یک از دنباله‌های زیر یک دنباله‌ی حسابی است سپس قدر نسبت آن را بیابید:

- الف) $7, 10, 15, 22, \dots$ ب) $\dots, -7, -11, -15, -19$
 ب) $3, 6, 12, 24, \dots$ ت) $\dots, \frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{7}{6}, \frac{3}{2}$
 ج) $3, 3\sqrt{2}, 6, 6\sqrt{2}, \dots$ ث) $3, 3 + \sqrt{2}, 3 + 2\sqrt{2}, 3 + 3\sqrt{2}, \dots$

تمرین ۴: مشخص کنید کدام یک از دنباله‌های زیر یک دنباله‌ی هندسی است سپس قدر نسبت آن را بنویسید:

- الف) $125, -25, 5, -1, \dots$ ب) $4, 8, 12, 16, \dots$
 ب) $7, 14, 28, 56, \dots$ ت) $9, 3\sqrt{3}, 3, -\sqrt{3}, \dots$
 ت) $5, 10, 5, \frac{5}{4}, \frac{5}{2}, \dots$ ث) $\dots, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$

تمرین ۵: در یک مغازه بسته‌های چای به گونه‌ای چیده شده‌اند که در ردیف زیرین ۱۵ بسته و در ردیف بعدی ۲ تا کمتر و ... وجود دارد. در ردیف پنجم چند بسته چای چیده شده است؟

تمرین ۶: می‌دانیم که باکتری‌ها به روش دو نیم شدن تکثیر می‌شوند اگر در مرحله اول سه باکتری داشته باشیم پس از چهار مرحله چند باکتری خواهیم داشت؟

« پیروز و سر بلند باشید » خالق

* در ادامه تعدادی مسئله‌ی اضافی آورده شده که برخی از آنها پس از تدریس معادله‌ی درجه‌ی دوم قابل حل هستند

(۱) جمله ی عمومی دنباله های زیر را بنویسید:
 ... و $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{7}$ و $\frac{1}{3}$ (پ) ... و ۲۸ و ۱۹ و ۱۲ و ۷ و ۴ (ب) ... و ۲ و ۸ و ۱۵ و ۲۲ و ۳۰ (الف)

(۲) چندمین جمله ی دنباله ی $a_n = \frac{4n+1}{3}$ برابر ۲۷ است ؟

(۳) در دنباله ی : ... و ۱۱ و ۷ و ۳
 الف - جمله ی عمومی را بدست آورید. ب - کدام جمله برابر $\frac{227}{3}$ است ؟

(۴) چند عدد دو رقمی مضرب ۳ در اعداد طبیعی وجود دارد ؟

(۵) چند عدد سه رقمی طبیعی مضرب ۷ وجود دارد ؟

(۶) در یک دنباله ی حسابی صعودی مجموع سه جمله اول برابر ۱۵ و حاصل ضرب آنها برابر ۱۰ می باشد جمله ی عمومی و جمله ی بیست و یکم آن را بنویسید .

(۷) در یک دنباله ی حسابی نزولی حاصل ضرب جمله اول و دوم $\frac{9}{4}$ و حاصل ضرب جمله دوم و سوم ۱۱ است. قدر نسبت دنباله را بدست آورید.

(۸) اگر $a_1 + 1$ و $2a_1$ و $a_1 - 1$ سه جمله ی متوالی از یک دنباله ی حسابی باشند مقدار a_1 و جمله ی عمومی دنباله را بدست آورید.

(۹) اگر $a_1 + 6$ و $\frac{a_1^2}{3}$ و $4a_1$ سه جمله ی متوالی از یک دنباله ی حسابی باشند مقدار a_1 و جمله ی عمومی دنباله را بدست آورید. مسئله دلزای چند جواب است ؟

(۱۰) بین ۱۲ و ۵۴ شش واسطه ی حسابی درج کنید .

(۱۱) واسطه ی حسابی دو عدد برابر ۱۱ است اگر بین آن دو عدد پنج واسطه ی حسابی قرار دهیم قدر نسبت برابر ۴ خواهد شد این دو عدد را بدست آورید.

(۱۲) در یک دنباله ی حسابی داریم : $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 80$ مجموع جمله های سوم و هفتم این دنباله را بنویسید.

(۱۳) دو دنباله ی ... و ۱۵، ۱۱، ۷، ۳ و ... و ۹، ۴، ۱، -۶ - چند جمله ی مشترک کوچکتر از ۱۰۰۰ دارند ؟

(۱۴) اگر x و y و z تشکیل دنباله ی حسابی دهند ثابت کنید $2x$ و $2y$ و $2z$ نیز تشکیل دنباله ی حسابی می دهند.

(۱۵) اگر x و y و z تشکیل دنباله ی حسابی دهند ثابت کنید $x+2$ و $y+2$ و $z+2$ نیز تشکیل دنباله ی حسابی می دهند.

(۱۶) اگر x و y و z تشکیل دنباله ی حسابی دهند ثابت کنید ky و kz و kx نیز تشکیل دنباله ی حسابی می دهند.

۱۷) در دنباله هندسی رو به رو ... و ۲۰ و ۲۰۰ و ۵۰۱۰
الف - جمله یازدهم را بیابید
ب - جمله ی چندم آن برابر ۱۰ است ؟

۱۸) در یک دنباله هندسی داریم : $t_3 = 18$ و $t_7 = 486$ جمله عمومی و جمله دهم این دنباله را بیابید.

۱۹) در یک دنباله هندسی حاصل ضرب جمله دوم و چهارم برابر ۱۴۴ و حاصل ضرب جمله سوم و پنجم برابر ۵۷۲ می باشد جمله عمومی این دنباله را بدست آورید. مسئله دارای چند جواب است ؟

۲۰) در یک دنباله هندسی حاصل جمع چهار جمله اول دسوم برابر ۲ و حاصل جمع جمله دوم و چهارم برابر ۶ می باشد جمله عمومی این دنباله را بیابید.

۲۱) در یک دنباله هندسی حاصل جمع سه جمله اول برابر ۱۵ و حاصل ضرب آنرا برابر ۱۰۰۰ می باشد اگر این دنباله متزولی باشد جمله اول دنباله را مشخص کنید.

۲۲) در یک دنباله هندسی صعودی جمله سوم ۱۰ و جمله هفتم ۱۰۰ است جمله یازدهم این دنباله را بیابید.

۲۳) اگر $a-1$ و $a+3$ و $a+1$ سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی صعودی باشند مقدار a و قدر نسبت دنباله را بیابید.

۲۴) بین ۹۶ و ۳ دو واسطی هندسی درج کنید.

۲۵) در دنباله هندسی ... و $16a + \frac{1}{4}$ و $a+4$ و ۲ جمله دهم چند برابر جمله ششم است ؟

۲۶) جمله پنجم و یازدهم و چهاردهم یک دنباله حسابی ، سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی هستند قدر نسبت دنباله هندسی را بدست آورید.

۲۷) در یک دنباله هندسی حاصل ضرب جمله هفتم و یازدهم برابر ۱۰۰۰ می باشد حاصل ضرب جمله سوم و یازدهم را بیابید.

۲۸) اگر a و b و c تشکیل دنباله هندسی دهند a^n و a^n و a^n نیز تشکیل دنباله هندسی می دهند.

۲۹) اگر a و b و c تشکیل دنباله هندسی دهند $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{b}$ و $\frac{1}{c}$ نیز تشکیل دنباله هندسی می دهند.

۳۰) اگر a و b و c تشکیل دنباله هندسی دهند a^n و a^n و a^n نیز تشکیل دنباله هندسی می دهند.

« هر روز و سر بلند باشید »
خالقی