

به نام خدا

### روش های انتقال:

تأثیرهای جمعی در متری  
تأثیر روی  $x$      $||$     تأثیر روی  $x$   
به طریقی در نوع تأثیر داریم:  $\langle$      $\rangle$     تأثیر روی  $y$   
نکته مهم: تأثیر روی  $y$ ، مستقیم است اما تأثیر روی  $x$ ، معکوس است.

دایره جزوه می خوانیم مطالب زیر را یادآور شویم:  
تأثیر روی

انتقال به اندازه  $(-a)$  واحد در راستای محور  $x$  ها  $\Rightarrow$  محور  $x$  ها  $\Rightarrow f(x+a)$

انقباض یا انقباض  $\frac{1}{k}$  در راستای محور  $x$  ها  $\Rightarrow$  محور  $x$  ها  $\Rightarrow f(kx)$

قرینه نسبت به محور  $y$  ها  $\Rightarrow$  محور  $x$  ها  $\Rightarrow f(-x)$

انتقال به اندازه  $a$  واحد در راستای محور  $y$  ها  $\Rightarrow$  محور  $y$  ها  $\Rightarrow f(x)+a$

انقباض یا انقباض با نسبت  $k$  در راستای محور  $y$  ها  $\Rightarrow$  محور  $y$  ها  $\Rightarrow kf(x)$

قرینه نسبت به محور  $x$  ها  $\Rightarrow$  محور  $y$  ها  $\Rightarrow -f(x)$

فصلت های با عرض منفی را نسبت به محور  $x$  ها قرینه می کنیم.  $\Rightarrow$  محور  $y$  ها  $\Rightarrow |f(x)|$

نکته مهم ۱! اگر چند تأثیر روی تابع وجود داشت، چکار باید کرد؟

$$y = a f(bx + c) + d$$

در اینجا تأثیر روی محور  $x$  ها  $\{b \text{ و } c\}$  می باشد و تأثیر روی محور  $y$  ها  $\{d \text{ و } a\}$  می باشد.

ترتیب اثر دادن هم نیست.

چیزی که هم است در  $y$  ها اول  $a$  که ضرب در بعد  $d$  که جمع شده است (تأثیر مستقیم)

و در  $x$  اول  $c$  را اثر می دهیم بعد  $b$  را.

دوبه طور کلی؛

در  $y$  ها: اول تأثیر ضربی بعد تأثیر جمعی

در  $x$  ها: اول تأثیر جمعی بعد تأثیر ضربی

نکته مهم ۲: آیا همیشه از روش انتقال می توان استفاده کرد؟

فقط زمانی می توانید از روش انتقال رسم کنید که در ضابطه تابع

فقط و فقط یک  $x$  ببینید.

مثلاً: تابع  $y = x^2 - x + 3$  را نمی شود با انتقال رسم کرد.

باید آن را به یک اتحاد درج و یک مقدار ثابت تبدیل کرد تا بتوان

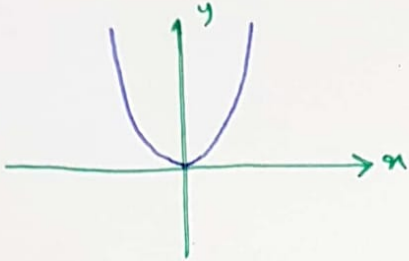
از روش انتقال آن را رسم کرد. مثلاً:

$$y = x^2 - x + 3 = x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + 3 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4}$$

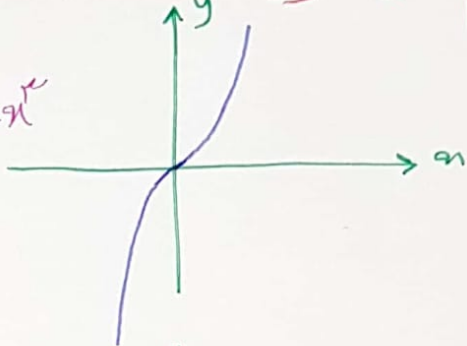
همانطور که دیدید در ضابطه تابع فقط یک  $x$  می بینید.

توابع پایه هم که نمودار آن ها را باید بدانید. این ها نه تنها در انتقال بلکه در  
 مفهومی های دیگر ریاضی از جمله (حد - مشتق - پیوستگی و ...) کاربرد دارند

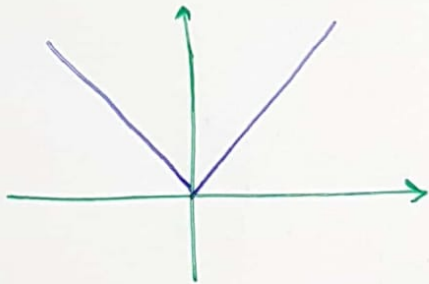
1)  $y = x^2$



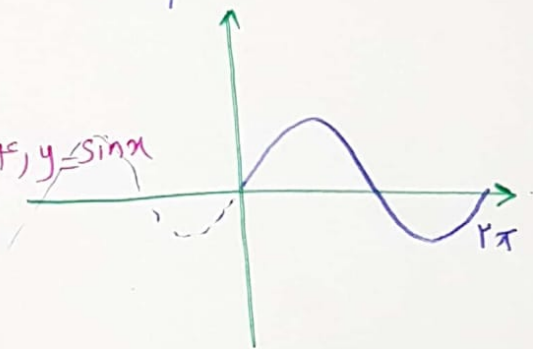
2)  $y = x^3$



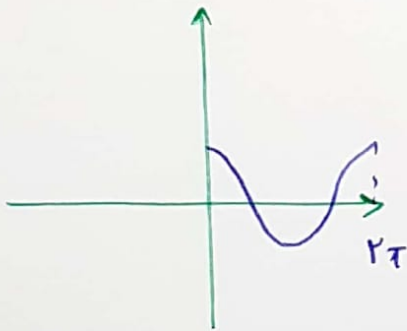
3)  $y = |x|$



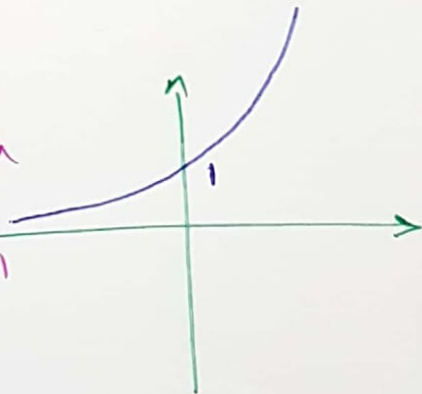
4)  $y = \sin x$



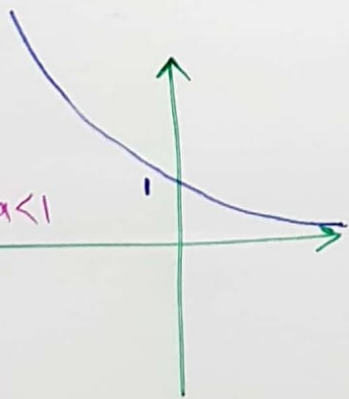
5)  $y = \cos x$



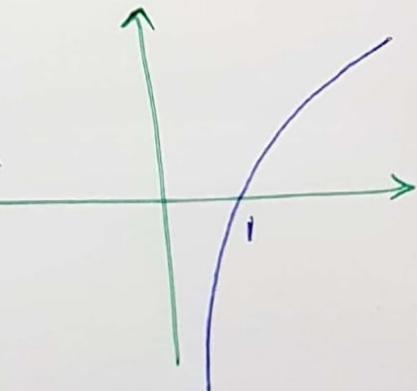
6)  $y = a^x$   
 $a > 1$



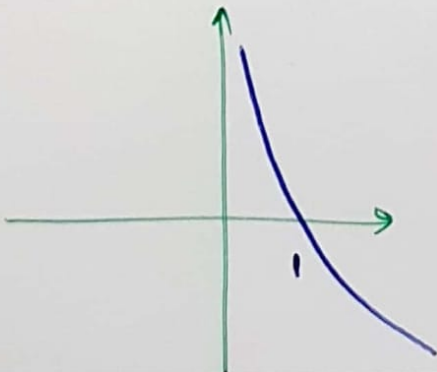
7)  $y = a^x$ ,  $0 < a < 1$



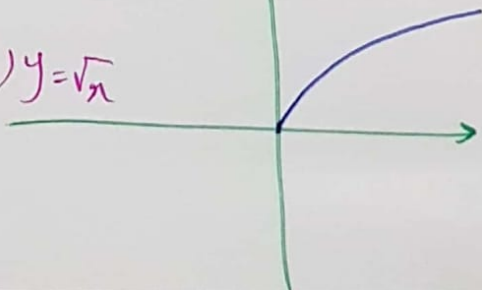
8)  $y = \log_a x$   
 $a > 1$



9)  $y = \log_a x$   
 $0 < a < 1$

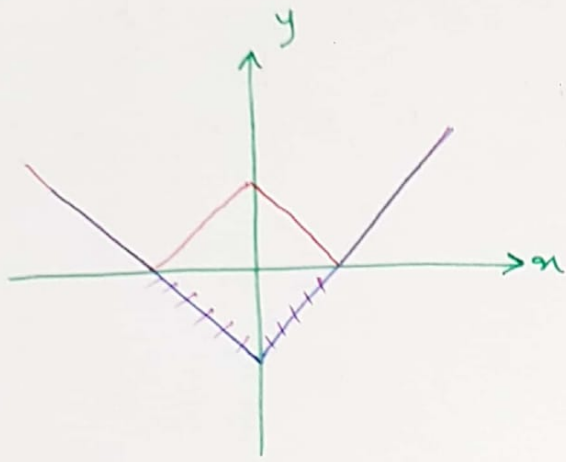


10)  $y = \sqrt{x}$



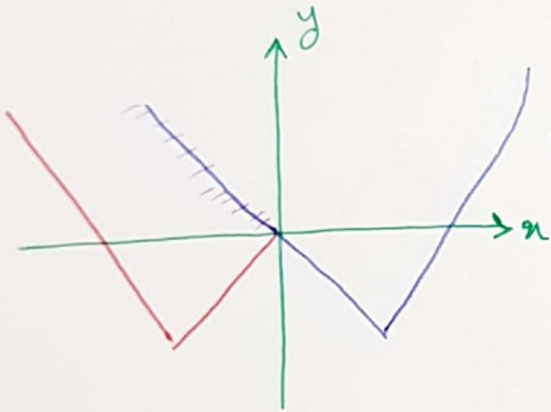
تأثیر قدر مطلق روی  $y$  :  $|f(x)|$

قسمت‌هایی از تابع که زیر محور  $x$  هستند را حذف می‌کنیم و قرینه‌اش را رسم می‌کنیم.



تأثیر قدر مطلق روی  $x$  :  $f(|x|)$

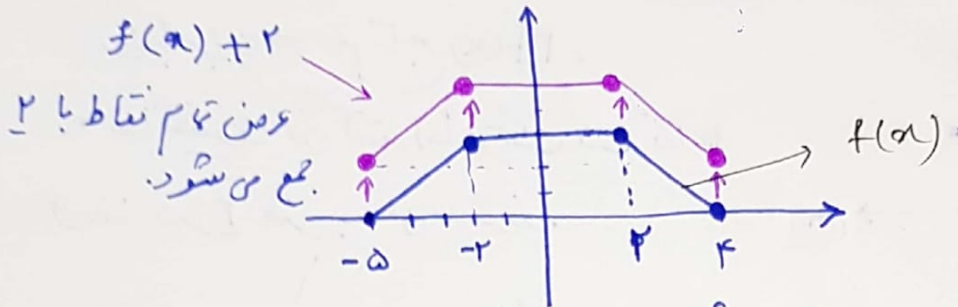
قسمتی از نمودار تابع که در سمت چپ است را کاملاً حذف می‌کنیم و قرینه قسمت باقی‌مانده را نسبت به محور  $y$  ها را رسم می‌کنیم.





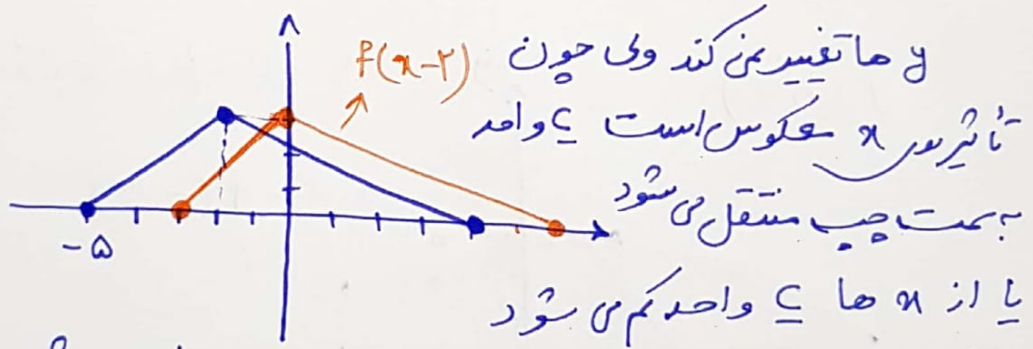
انتقال عمودى نمودار :  $f(x) + d$

ي تک نقات بايد با  $d$  جمع شوند.



اگر  $f(x) - 3$  را داشته باشیم چون تأثیرش  $y$  مستقیم است از عرض تک نقات  $3$  واحد کم می شود. در واقع نمودار اصلی  $3$  واحد پایین منتقل می شود.

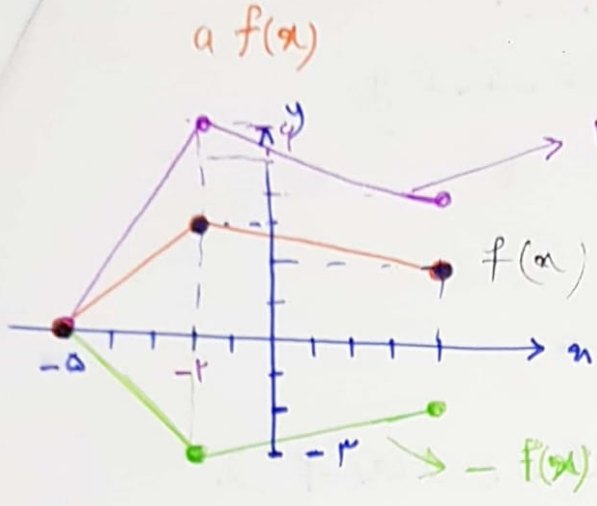
انتقال افقى نمودار :  $f(x + c)$



مثلاً برای رسم  $f(x-2)$  طول نقات  $2$  واحد اضافه می شود یعنی نمودار  $2$  واحد

به سمت راست منتقل می شود. اگر  $f(x+1)$  را بخواهیم رسم کنیم از  $x$  ها  $1$  واحد کم می کنیم یعنی نمودار  $1$  واحد به سمت چپ منتقل می شود درحالی که  $y$  ها تغییر نمی کند.

انبساط و انقباض در راستای  $y$  (تأثیر ضرب)



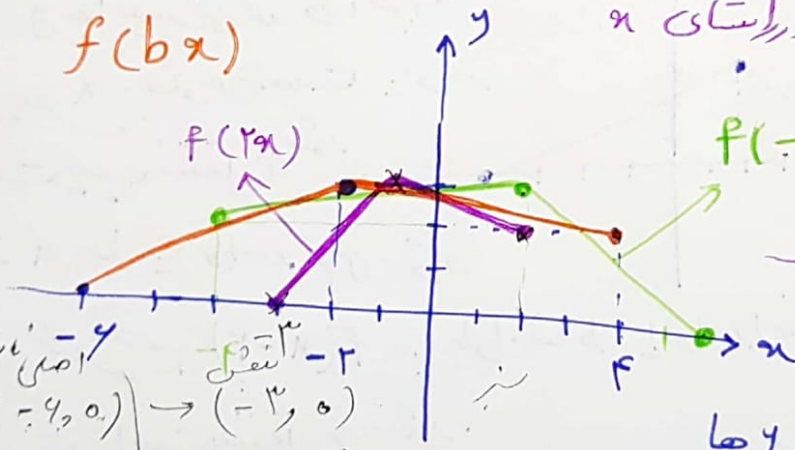
در اینجا برای رسم تابع  $2f(x)$ ،  
 $x$  ها تغییر نمی کنند اما در تک تک نقاط  
 وها در 2 ضربه می شوند.

برای رسم نمودار  $-f(x)$  کافی است

عرض نقاط را قرینه کنیم. در واقع قرینه نمودار نسبت به محور  $x$  ها می باشد.  
 شکل بزرگ نمودار  $y = -f(x)$  می باشد.

$f(bx)$

انبساط و انقباض در راستای  $x$



$f(2x)$  تأثیر ضرب  
 $x$  عکس است.  
 یعنی  $x$  ها را  
 تقسیم بر 2 می کنیم و وها  
 تغییر نمی کنند.

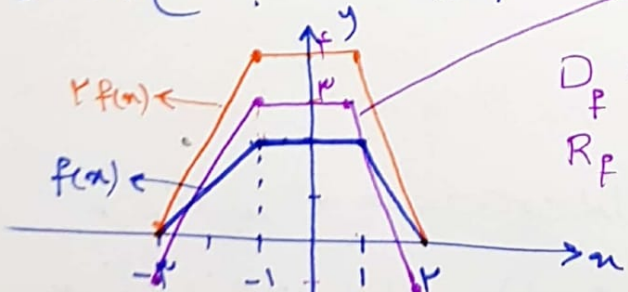
تبدیل

$(-6, 0)$	$(-4, 0)$	$(-2, 0)$
$(2, 3)$	$(-2, 3)$	$(-1, 3)$
$(-4, 2)$	$(4, 2)$	$(2, 2)$

$f(-x)$   $x$  ها را بر  $-1$  می کنیم و وها تغییر نمی دهند.

- $(-6, 0) \rightarrow (6, 0)$
- $(-2, 3) \rightarrow (2, 3)$
- $(4, 2) \rightarrow (-4, 2)$

مثال: نمودار  $h(x) = 2f(x) - 1$  را رسم کنید و دامنه و برد تابع  $f$  و  $h$  را



$D_f = [-2, 2]$   
 $R_f = [0, 1]$

مسئله کشید

x	-2	-1	1	2
y	0	1	1	0

در تابع  $f$  تغییر است.

اول تأثیر ضرب بعد تأثیر جمع است

اول تابع  $2f(x)$  را می کشیم (n ها دست نخورده و y ها دو برابر می شوند)

بعد  $2f(x) - 1$  می کشیم (n ها دست نخورده و y ها یک واحد به سمت پایین منتقل می شود)

$D_h = [-2, 2]$

$R_h = [-1, 1]$

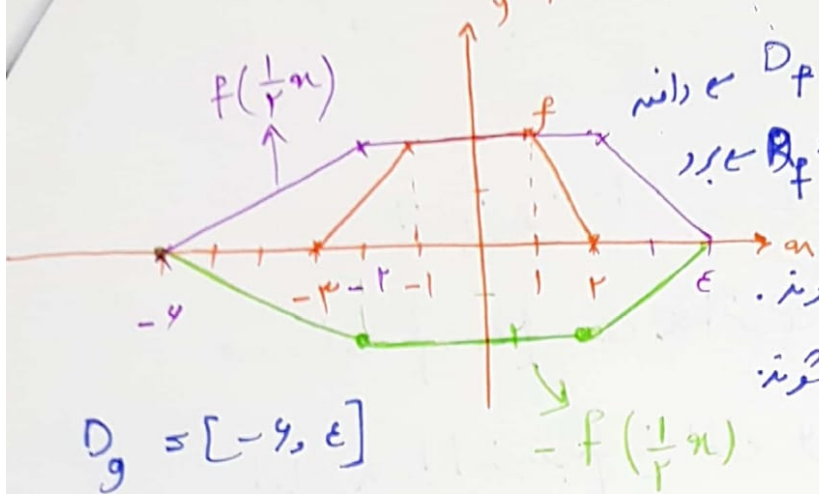
همان طور که می بینید دامنه  $f$  و  $h$  هیچ تغییری نگرفته است

۵



مسئله: نمودار تابع  $g(x) = -f(\frac{1}{2}x)$  را رسم کنید.

	$x$	$-4$	$-2$	$2$	$4$
$y$		$-2$	$-1$	$1$	$2$
	$y$	$0$	$2$	$2$	$0$



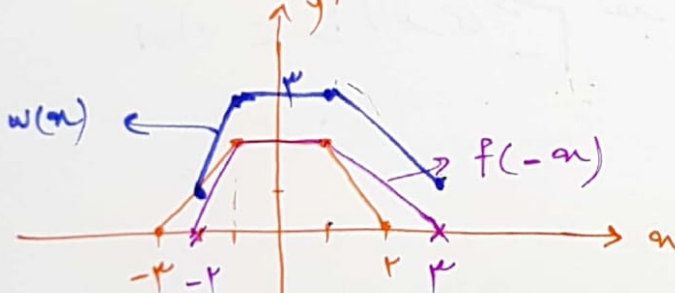
$D_f = [-4, 4]$  دامنه  
 $R_f = [0, 2]$  برد

$D_g = [-8, 8]$   
 $R_g = [-2, 0]$

$f(\frac{1}{2}x)$  یعنی  $x$  ها دو برابر می شوند.  
 $-f(\frac{1}{2}x)$  و  $x$  ها در  $-1$  ضرب می شوند.

مسئله: نمودار تابع  $w(x) = f(-x) + 1$  را رسم کنید.

	$x$	$-4$	$-2$	$2$	$4$
$y$		$0$	$2$	$2$	$0$
	$y$	$1$	$3$	$3$	$1$



$D_f = [-4, 4]$   
 $R_f = [0, 2]$

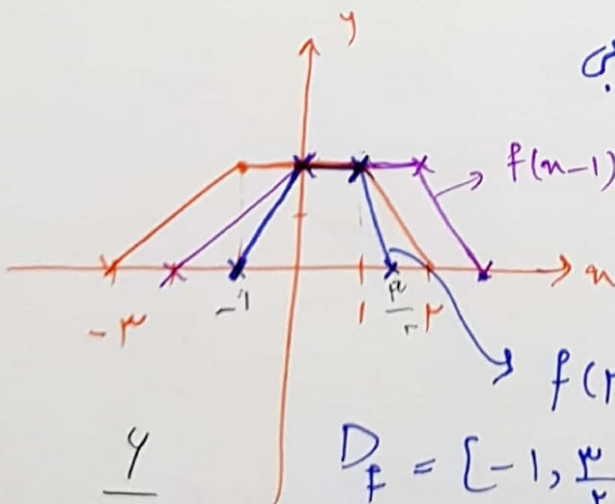
$D_w = [-4, 4]$   
 $R_w = [1, 3]$

$f(-x)$   
 $x$  ها در  $-1$  ضرب می شوند.  
 $+1$  همه  $x$  ها  $+1$  تقسیم می شوند.

$f(-x) + 1$  و  $x$  ها را با  $1$  جمع کنیم.

مسئله: نمودار  $r(x) = f(2x-1)$  را رسم کنید.

بعد تأثیر  $x$  هست پس اول تأثیر  $2x-1$



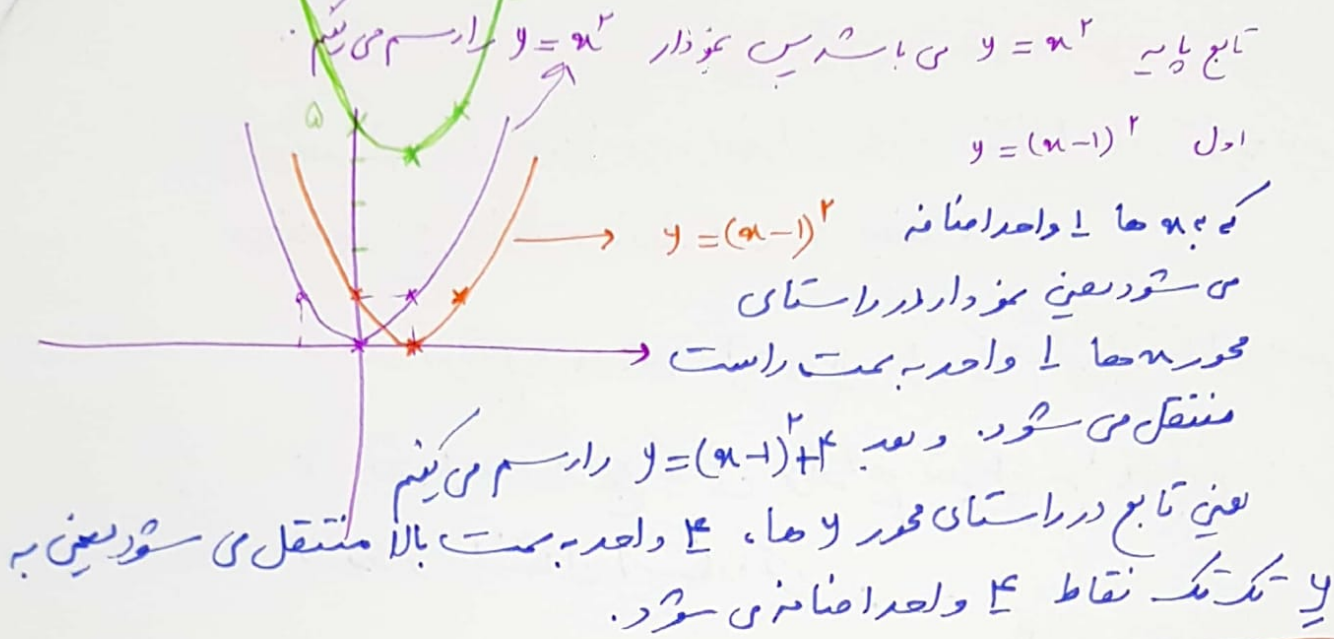
بعد تأثیر  $2x-1$  اول  $f(x-1)$   
 باید  $x$  ها را با  $1$  جمع کنیم

	$x$	$-1$	$0$	$1$	$2$
$y$		$0$	$1$	$1$	$0$
	$y$	$0$	$2$	$2$	$0$

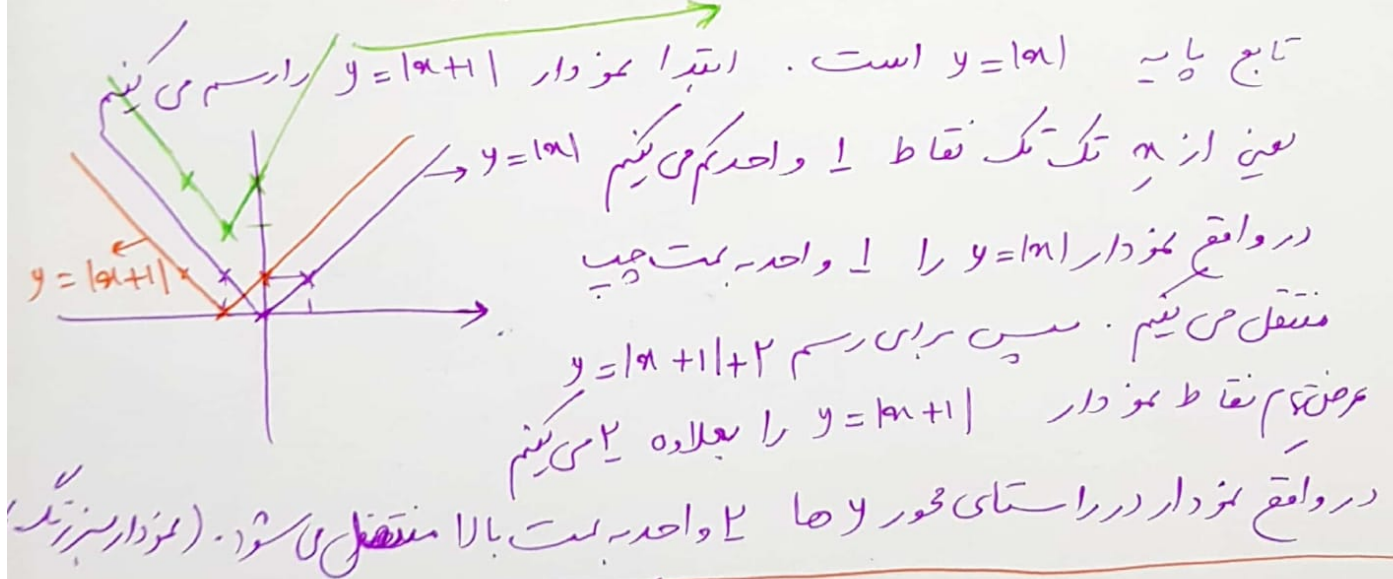
$D_r = [-1, 2]$   
 $R_r = [0, 1]$



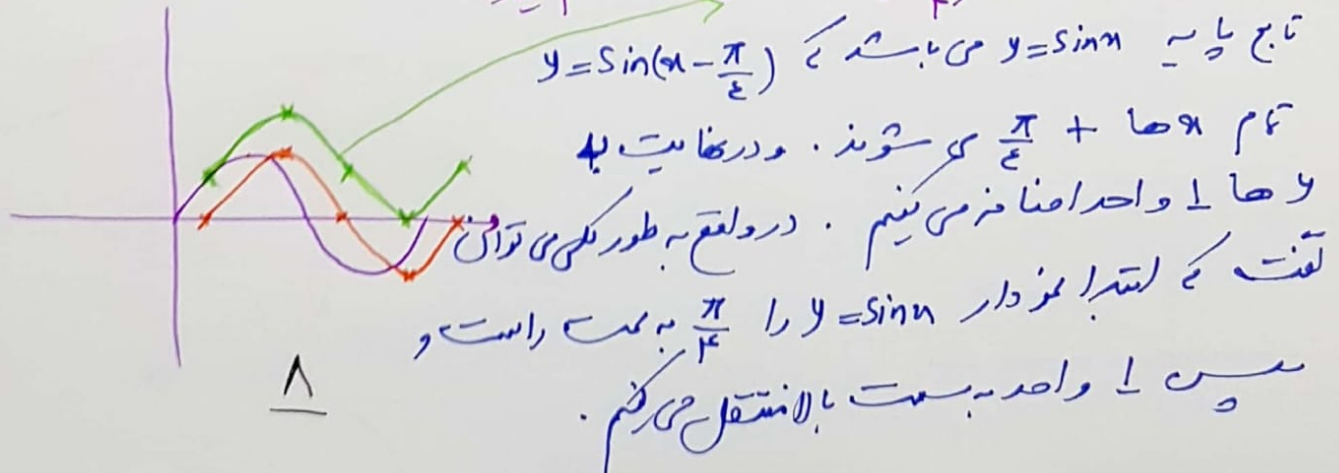
مثال: نمودار  $y = (x-1)^2 + 4$  را رسم کنید



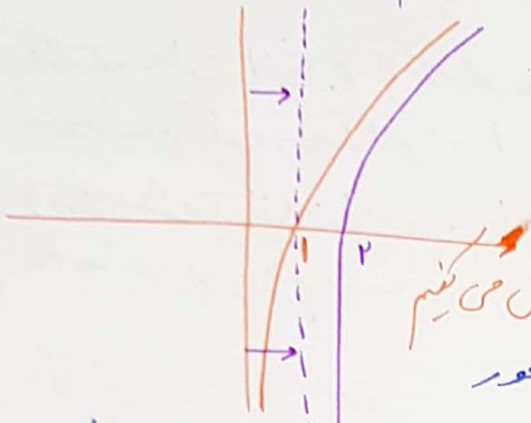
مثال: نمودار  $y = |x+1| + 2$  را رسم کنید



مثال: نمودار  $y = \sin(x - \frac{\pi}{4}) + 1$  را رسم کنید



مثال: نمودار  $y = \log(x-1)$  را رسم کنید.



ابتدا نمودار پایه  $y = \log x$

را رسم می کنیم و نمودار را

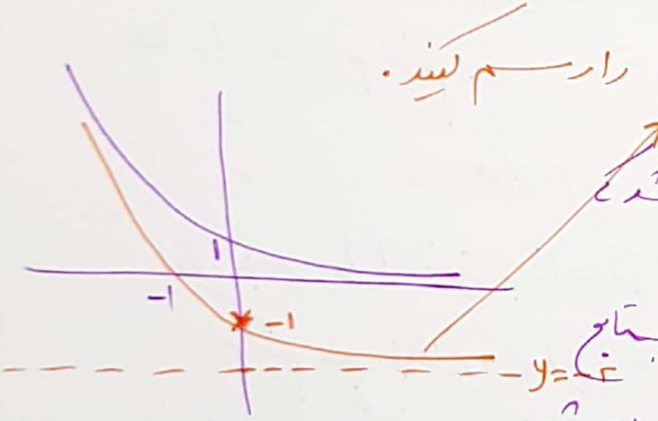
1 واحد به سمت راست منتقل می کنیم

دقت شود که در تابع اصلی  $\log x = 0$  محور

y صاف محور جانبی می باشد که آن را هم 1 واحد به سمت راست

منتقل کنیم که در شکل بالا به صورت خط چین مشخص شده است.

مثال: نمودار  $y = (\frac{1}{2})^x - 2$  را رسم کنید.



نمودار پایه  $y = (\frac{1}{2})^x$  را می باشد

رسم شده است.

که در اینجا محور x صاف جانبی تابع

است. چون  $y = (\frac{1}{2})^x - 2$  می باشد

بنابراین باید نمودار تابع را 2 واحد به سمت

پایین منتقل کنیم و دقت شود که جانب آن را ابتدا رسم و مشخص

کنیم. محل برخورد با محورها دقت کنید.

$$y = 0 \rightarrow (\frac{1}{2})^x - 2 = 0 \rightarrow (\frac{1}{2})^x = 2 \rightarrow \underline{x = -1}$$

$$x = 0 \rightarrow y = (\frac{1}{2})^0 - 2 = 1 - 2 = \underline{-1}$$

$[f(x)]$

تأثیر بر اکت سی  $y$

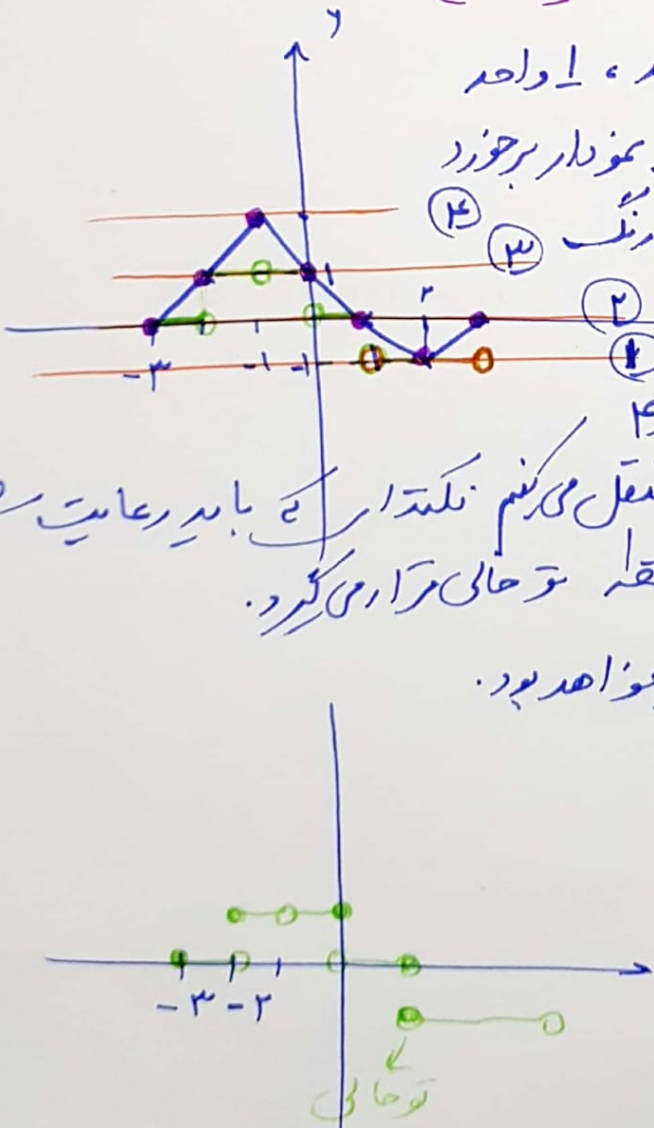
اول باید خطوط افقی به فاصله ۱ واحد، ۱ واحد، ۱ واحد رسم کنیم بعد جاهایی که این خطوط با نمودار برخورد دارند را مشخص می کنیم. (در اینجا ما رنگ (۳) (۴)

بنفش مشخص کرده است)  $x$  (۲) (۱)

مگر عدت های از نمودار که بین خط ۳ و ۴

هستند را سایه شان را به خط پایین منتقل می کنیم نکته این است که باید رعایت شود این است که زیر هر نقطه توی یک نقطه توی حالی قرار می گیرد.

که در نهایت نمودار به صورت زیر خواهد بود.



۱۰