



تابع نمایی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{cases} f: R \rightarrow (0, +\infty) \\ f(x) = a^x \quad a > 0, a \neq 1 \end{cases}$$

- رسم تابع نمایی:

آموزش ویدیویی  
این جزوه در آپدیتین

Eimath

دانلود از سایت

www.Eimath.ir

یا کانال تلگرام



نکته: تابع نمایی یک به یک است زیرا اگر فطی موازی محور  $x$  ها رسم کنیم تابع را حداکثر در یک نقطه قطع می کند.

نکته: اگر دو عبارت تواندار با پایه های مساوی ، مساوی باشند، توانها نیز با هم مساوی خواهند بود.

$$a^u = a^v \Leftrightarrow u = v$$

مثال ۱: تابع  $y = a^x$  برای  $a > 1$  ..... و برای  $a < 1$  ..... است. (۰ a)

- (۱) نزولی- صعودی
- (۲) نزولی- نزولی
- (۳) صعودی- نزولی
- (۴) صعودی - صعودی

مثال ۲: عبارت زیر را ساده کنید.

$$1) \frac{1^{\sqrt{2}} \times 2^{\sqrt{18}}}{16^{\sqrt{2}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}}$$

$$2) (\sqrt{5} - 2)^{\sqrt{2}+1} \times (\sqrt{5} + 2)^{\frac{1}{\sqrt{2}-1}}$$

مثال ۳: به ازای چه مقداری از  $a$  با افزایش  $x$  در  $y = (a^2 - 3a + 3)^x$  مقدار  $y$  هم

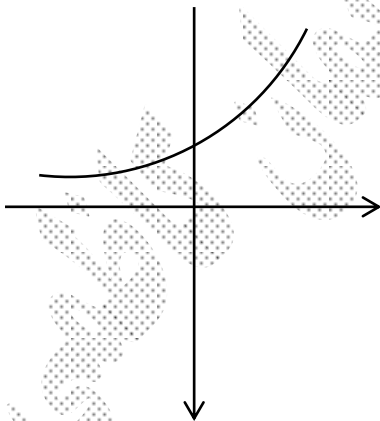
افزایش می یابد؟

- (۱)  $a \in [-2, -1]$
- (۲)  $a \in [1, 2]$
- (۳)  $a \in R - [1, 2]$
- (۴)  $a \in R - [-2, -1]$



مثال ۱۴ : به ازای کدام مقادیر  $k$  ، نمودار تابع نمایی  $y = (4 - |k|)x^2 + 3^{kx}$  ، بصورت شکل

مقابل است؟



مثال ۵ : مقدار  $x$  از معادله  $(\frac{1}{2})^{2x-3} = 4 \times 16^x$  کدام است؟

(۱۴)  $\frac{2}{3}$

(۱۳) ۲

(۱۲)  $\frac{1}{6}$

(۱)  $\frac{1}{3}$

مثال ۶ : مقدار  $x$  از معادله  $(\frac{1}{8})^{3x} = 3^{2^{x+1}}$  برابر است با :

(۱۴)  $-\frac{5}{14}$

(۱۳)  $\frac{1}{8}$

(۱۲)  $\frac{5}{4}$

(۱)  $-\frac{14}{5}$

مثال ۷ : مجموع ریشه های معادله  $2^{5x+1} = 8^{x^2+1}$  چقدر است؟

(۱۴)  $\frac{1}{2}$

(۱۳) صفر

(۱۲)  $\frac{5}{3}$

(۱) ۲



توابع نمایی و لگاریتمی

مثال ۸: نمودارهای  $y = 3^x + \frac{8}{3}$  و  $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{2x}$  در نقطه متقاطع اند. فاصله

نقطه A از نقطه  $(-1, 1)$  کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۶)

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)      ۵ (۵)

مثال ۹: معادله  $9^x + 6^x - 2 \times 4^x = 0$  چند ریشه دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

مثال ۱۰: مجموعه جواب نامعادله  $(\sqrt{2}-1)^{x-1} < \left(\frac{1}{\sqrt{2}+1}\right)^{2x+1}$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $x > -2$       ۲ (۲)  $x < -2$       ۳ (۳)  $x > -\frac{3}{2}$       ۴ (۴)  $x < -\frac{3}{2}$



تعریف تابع لگاریتم:

$$\log_a^x = b \Leftrightarrow a^b = x$$

www.eimath.ir

مثال ۱۱: اگر  $\log_y^x = z$  باشد، آنگاه: (آزاد پزشکی - ۸۱)

$y = x^z$  (۴)       $y = x^{\frac{1}{z}}$  (۳)       $z = x^y$  (۲)       $x = z^y$  (۱)

مثال ۱۲: اگر  $\log_{16}^N = \frac{3}{2}$  ، کدام است؟

۶۴(۴)      ۳۲(۳)      ۸(۲)       $\frac{1}{8}$ (۱)



نکته: تابع لگاریتم، معکوس تابع نمایی است که به صورت زیر تعریف می شود:

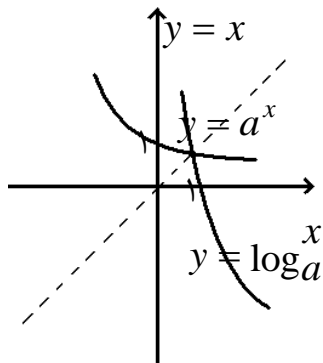
$$\begin{cases} g : (0, \infty) \rightarrow R \\ g(x) = \log_a^x \quad a > 0, a \neq 1 \end{cases}$$

تذکره: اگر پایه لگاریتم عدد ۱ باشد، نیازی به نوشتن آن نیست مثلاً  $\log_1^5 = \log_5$ .

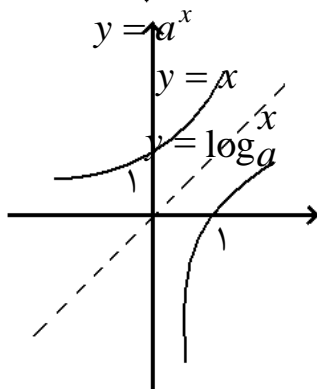
- رسم تابع لگاریتم: نمودار تابع لگاریتم قرینه نمودار تابع نمایی  $y = a^x$  نسبت به خط

$y = x$  است.

(۱)  $0 < a < 1$



(۲)  $a > 1$



نکته:



توابع نمایی و لگاریتمی

نکته: اگر  $e = ۲/۷۱۸۲۷$  (عدد نپر) مبناى لگاریتم باشد، لگاریتم را لگاریتم طبیعی می نامند و

آن را به صورت  $\ln$  نمایش می دهند و داریم:

$$\log_e^x = \ln x$$

نکته: خواص توابع نمایی و لگاریتمی:

$$۱) \log_a^a = ۱$$

$$۲) \log_a^1 = ۰ \quad a > ۰, a \neq ۱$$

$$۳) \log_a^{uv} = \log_a^u + \log_a^v$$

$$۴) \log_a^{\left(\frac{u}{v}\right)} = \log_a^u - \log_a^v$$

$$۵) \log_{\frac{u}{v}}^{u^a} = \frac{a}{b} \log_v^u$$



$$۶) a^{\log_a u} = u$$

$$۷) u^{\log_a v} = v^{\log_a u}$$

$$۸) \log_b^a \times \log_a^b = ۱$$

$$۹) \log_b^a \times \log_c^b \times \dots \times \log_v^u \times \log_z^v = \log_z^a$$

$$۱۰) \log_b^a = \frac{\log_m^a}{\log_m^b}$$





@eimankazemi

ریاضیات کنده ۹۸

توابع نمایی و لگاریتمی

مثال ۱۳: اگر  $\log 2 \cong 0/3$  و  $\log 3 \cong 0/47$  مطلوبست:

الف)  $\log 6 =$

ب)  $\log 5 =$

ج)  $\log 20 =$

مثال ۱۴: اگر  $\log 2 = a$  و  $\log 3 = b$  و  $\log 7 = c$  باشد، مطلوب است حاصل:

الف)  $\log 48 =$

ب)  $\log 63 =$

ج)  $\log 30 =$

د)  $\log 98 =$

مثال ۱۵: اگر  $\log 2 = 0/301$  و  $\log 3 = 0/477$  باشد،  $\log 6000$  برابر است با:

۳/۷۷۸(۴)

۴/۷۷۸(۳)

۲/۷۸۸(۲)

۳/۲۲۲(۱)

آموزش کامل ویدیوس این جزوه  
در Eimathapp



توابع نمایی و لگاریتمی

مثال ۱۶: اگر  $x = y^3 = \sqrt{a}$  باشد، حاصل  $\log_a^x + \log_a^y$  چقدر است؟

$\frac{1}{6}$  (۴)

$\frac{7}{12}$  (۳)

$\frac{5}{6}$  (۲)

$\frac{5}{12}$  (۱)

مثال ۱۷: اگر  $f(x) = 4 - 5 \log_9 \left( \frac{x}{3} + 6 \right)$  باشد، مقدار  $f(63)$  کدام است؟

$-5/5$  (۴)

$-4/5$  (۳)

$-2/5$  (۲)

$-3/5$  (۱)

مثال ۱۸: اگر  $\log_a 3\sqrt{3} = \frac{3}{4}$ ، آنگاه  $\log_9(a-1)$  کدام است؟

$-\frac{2}{3}$  (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$-\frac{3}{2}$  (۱)

مثال ۱۹: حاصل  $a^{\log_x b} - b^{\log_x a}$  کدام است؟ (آزاد پزشکی-۸۰)

$a - b$  (۴)

$a^b - b^a$  (۳)

$a^a - b^b$  (۲)

صفر (۱)



مثال ۲۰: حاصل  $[\log_6^2] + [\log_6^6]$  برابر است با: ( [ ] نماد جزء صمیع است)

- ۱(۱)      ۲(۲)      ۳(۳)      ۴(۴) صفر      (آزاد ریاضی-۸۱)

مثال ۲۱: اگر  $۱۷ < N < ۶۰$  باشد، آنگاه  $\log_7^N$  بین کدام دو عدد قرار دارد؟

- ۱(۱) ۳ و ۵      ۲(۲) ۴ و ۶      ۳(۳) ۴ و ۷      ۴(۴) ۵ و ۷

مثال ۲۲: اگر  $\log_3^{\frac{1}{500}} = A$  باشد، آنگاه: (آزاد ریاضی صبیح-۸۳)

- ۱(۱)  $-۴ < A < -۵$       ۲(۲)  $۴ < A < ۵$       ۳(۳)  $-۶ < A < -۵$       ۴(۴)  $۵ < A < ۶$



مثال ۲۳: اگر  $\log_5^3 = a$  باشد، حاصل  $\log_{25}^{\sqrt{3}}$  چقدر است؟ (آزاد تجربی ۸۵)

(۱۴)  $\frac{a}{4}$

(۱۳)  $-\frac{a}{2}$

(۱۲)  $-a$

(۱)  $-\frac{a}{4}$

مثال ۲۴: حاصل  $\log_{\frac{1}{4}}^{8\sqrt[3]{2}}$  برابر است با: (آزاد تجربی ۸۶ - غیر پزشکی)

(۱۴)  $-\frac{5}{3}$

(۱۳)  $\frac{5}{3}$

(۱۲)  $-\frac{10}{3}$

(۱)  $\frac{10}{3}$

مثال ۲۵: اگر  $\log_y^x = \frac{1}{3}$  باشد، حاصل  $\log_{x\sqrt{x}}^{y^2}$  کدام است؟ (آزاد پزشکی - ۸۴)

(۱۴) ۴

(۱۳) ۱۲

(۱۲) ۱

(۱)  $\frac{1}{4}$



مثال ۲۶ : حاصل  $(\log_{25}^{16} - \log_5^{16}) \sqrt{5}$  کدام است؟

۱۴(۱)

۲(۲)

۱(۳)

۱(۴)

مثال ۲۷ : حاصل  $\log_{1+\sqrt{2}}(3+2\sqrt{2})^3$  کدام است؟

۳(۱)

۳(۲)

۶(۳)

۲(۴)

مثال ۲۸ : اگر لگاریتم  $a$  در پایه  $\sqrt{3}$  برابر  $\frac{4}{3}$  باشد، آنگاه لگاریتم  $(a^3 + 7)$  در پایه ۸ کدام

است؟

۲(۱)

۴(۲)

$\sqrt{2}$  (۳)

$\frac{3}{2}$  (۴)

(تجربی-۸۷)



مثال ۲۹ : اگر  $\log_{\frac{3}{2}} = a$  باشد،  $\log_{\frac{2}{3}}$  کدام است؟ (آزاد تجربی - ۸۰)

(۱۴)  $\frac{a-1}{a}$

(۱۳)  $\frac{1-a}{a}$

(۱۲)  $\frac{1-a}{2a}$

(۱)  $\frac{a-1}{2a}$

مثال ۳۰ : اگر  $\log_{\frac{3}{2}} = a$  باشد، حاصل  $\log_{\frac{2}{3}} \times \log_{\frac{3}{4}} \times \dots \times \log_{\frac{26}{27}}$  برابر است با :

(۱۴)  $\frac{1}{3a}$

(۱۳)  $\frac{1-a}{3a}$

(۱۲)  $\frac{1-a}{6a}$

(۱)  $\frac{1}{6a}$

مثال ۳۱ : اگر  $\log 2 + \log 3 = a$  و  $\log 3 + \log 7 = b$  و  $\log 2 + \log 7 = c$  باشد،

$\log 42$  چقدر است؟

(۱۴)  $\sqrt{abc}$

(۱۳)  $\sqrt{a+bc}$

(۱۲)  $\frac{a+b+c}{2}$

(۱)  $\frac{abc}{2}$



توابع نمایی و لگاریتمی

مثال ۳۲: لگاریتم عددی از لگاریتم عکس مجذور آن در پایه ۹ به اندازه ی ۴/۵ واحد بیشتر است. آن عدد کدام است؟

۱۸ (۴)

۲۷ (۳)

۳۶ (۲)

۸۱ (۱)

مثال ۳۳: اگر  $\log_2 = a$  و  $\log_3 = b$ ، آنگاه  $\log_6 5$  کدام است؟

$\frac{a-b}{a+b}$  (۴)

$\frac{1+a}{a+b}$  (۳)

$\frac{ab}{a+b}$  (۲)

$\frac{1-a}{a+b}$  (۱)

مثال ۳۴- اگر  $\log_{12}^3 + \log_{12}^6 + \log_{12}^{16} = a$  حاصل  $\log_{12}^2 + \log_{12}^3 + \log_{12}^4 =$  کدام است؟

$2a+1$  (۴)

$a+1$  (۳)

$a+2$  (۲)

$a$  (۱)

مثال ۳۵: اگر  $\ln 2 = a$  و  $\ln 3 = b$  حاصل  $\log_{\sqrt{27}}^{8e}$  کدام است؟

$\frac{6a+3}{2b}$  (۴)

$\frac{6a+2}{3b}$  (۳)

$\frac{2a+1}{2b}$  (۲)

$\frac{3a+1}{3b}$  (۱)



توابع نمایی و لگاریتمی

مثال ۳۶: اگر  $\log 6 = a$  و  $\log 3 = b$  حاصل  $\log 25$  کدام است؟

- (۱)  $2(1+a-b)$       (۲)  $2(1+a+b)$       (۳)  $2(1-a+b)$       (۴)  $2(1-a-b)$

مثال ۳۷: اگر لگاریتم عدد  $2\sqrt{0.25}$  در مبنای ۸ برابر  $A$  باشد، لگاریتم  $(\frac{1}{A} - 1)$  در پایه ۴

کدام است؟

- (۱)  $-3$       (۲)  $\frac{1}{3}$       (۳)  $\frac{2}{3}$       (۴)  $\frac{3}{2}$  (سراسری ریاضی-۹۰)

مثال ۳۸: حاصل  $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot^{-1+\log}$  برابر چیست؟

- (۱)  $0.04$       (۲)  $0.004$       (۳)  $0.0004$       (۴)  $0.00016$





مثال ۳۹: اگر  $\log 2 = k$  باشد، حاصل  $\log(6 - 2\sqrt{5}) + 2\log(1 + \sqrt{5})$  کدام

است؟ (سراسری تجربی-۹۰)

(۴)  $2 + 2k$

(۳)  $1 + k$

(۲)  $4k$

(۱)  $2k$

آموزش کامل

در توییت‌ها و اینستاگرام

Eimath app

دانلود رایگان از سایت

[www.eimath.ir](http://www.eimath.ir)



- معادلات و نامعادلات لگاریتمی:

مثال ۴۰: از دو معادله دو مجهولی  $2^{x-7} \times 4^{x+y} = 1$  و  $\log y = 2 \log 3 + \log x$  مقدار  $y$  کدام است؟ (تجربی ۹۶)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

مثال ۴۱: از معادله  $\log(2x-1) + \log(x+3) = \log 30 - \log 2$  مقدار  $\log_8 x$  کدام است؟

(ریاضی - ۸۴)  $\frac{3}{2}$  (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

$\frac{1}{3}$  (۲)

$-\frac{1}{2}$  (۱)



توابع نمایی و لگاریتمی

مثال ۱۴۲ : اگر  $\log_2(\log_5(3+x)) = 1$  و  $\log_{\sqrt{3}}(x-2)$  کداه است؟

۶(۱۴)

۵(۳)

۱۴(۲)

۳(۱)

مثال ۱۴۳ : اگر  $\log \frac{2}{x} + \log(x+1) = 1$  باشد، لگاریتم عدد  $x$  در پایه ۸ کداه است؟

(سراسری تجربی - ۸۳)

$\frac{2}{3}$  (۱۴)

$\frac{1}{3}$  (۱۳)

$-\frac{1}{3}$  (۲)

$-\frac{2}{3}$  (۱)

مثال ۱۴۴ : با فرض  $\log(x+1) = \frac{1}{3} \log(x^2 + x^2 + 3)$  ، حاصل  $\log_3^{(4|x|+1)}$  کداه است؟

$\frac{3}{2}$  (۱۴)

$\frac{1}{2}$  (۱۳)

۱ (۲)

۲ (۱)



توابع نمایی و لگاریتمی

مثال ۱۴۵ : از دو معادله  $\ln(2x+1) + \ln(y-2) - \ln y = \ln 3$  و

$\ln 2 = 0 + \ln(2y-3x)$  مقدار  $xy$ ، کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۶)

۱۰ (۱۴)

۹ (۱۳)

۸ (۱۲)

۶ (۱۱)

ایمان کاظمی

مثال ۱۴۶ : در دستگاه معادله های  $\begin{cases} 2^x = 3^y \\ x + y = 1 \end{cases}$  مقدار  $x$ ، کدام است؟

$\log_2 2$  (۱۴)

$\log_2 3$  (۱۳)

$\log_6 2$  (۱۲)

$\log_6 3$  (۱۱)



توابع نمایی و لگاریتمی

مثال ۴۷: در تساوی  $5^{\log_2 x} + x^{\log_2 5} = 1250$  مقدار  $x$  کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۴
- (۳) ۸
- (۴) ۱۶

مثال ۴۸: اگر  $x = 10^{3 \log y + 4}$ ،  $y = 10^{2 \log x + 4}$  حاصل  $\log x + \log y$  کدام است؟

- (۱) ۸
- (۲) ۴
- (۳) -۴
- (۴) -۸

مثال ۴۹: از معادله  $\log_3^{(x^2-1)} = 1 + \log_3^{(x+3)}$  مقدار لگاریتم  $(x-3)$  در مبنای ۴

کدام است؟

- (۱) -۱
  - (۲)  $-\frac{1}{2}$
  - (۳)  $\frac{1}{2}$
  - (۴)  $\frac{3}{2}$
- (ریاضی - ۸۸)



مثال ۵۰: اگر  $\log_3^x + \log_x^9 = 3$  باشد، حاصل  $\log_{\sqrt{3}}^x$  کدام است؟ (آزاد تهری ۸۷ پزشکی)

- (۱) ۲-      (۲)  $\frac{1}{2}$       (۳) ۱۴      (۴)  $\frac{1}{4}$

مثال ۵۱: اگر  $\log xy^2 = 2$  و  $\log x^2 y = 4$  حاصل  $\log xy^4$  چقدر است؟

- (۱) ۱۴      (۲) ۲      (۳) ۸      (۴) ۶

مثال ۵۲: اگر  $\log(x-2) = 2\log 2 - \log(x-4)$ ، حاصل  $\log_5^{(x-3)}$  کدام است؟

- (۱) صفر      (۲) ۱      (۳) -۱      (۴)  $\frac{1}{2}$



توابع نمایی و لگاریتمی

مثال ۵۳: از تساوی  $\log_x(x^2+4) = 1 + \log_x 5$  مقدار لگاریتم  $x$  در پایه  $p$ ، کدام است؟ (تجربی-۹۳)

- ۱) -۱
- ۲)  $\frac{1}{2}$
- ۳)  $\frac{3}{2}$
- ۴)  $\frac{2}{3}$

مثال ۵۴: از معادله ی لگاریتمی  $\log_3(2x^2+1) - \log_3(x+2) = 1$  مقدار لگاریتم

$(2x-1)$  در پایه ۸، کدام است؟ (سراسری تجربی-۹۵)

- ۱)  $-\frac{2}{3}$
- ۲)  $-\frac{1}{2}$
- ۳)  $\frac{1}{2}$
- ۴)  $\frac{2}{3}$

مثال ۵۵: حاصلضرب ریشه های معادله ی  $x^{(\log x - 1)} = 100$  کدام است؟

- ۱) ۱۰
- ۲) ۱۰۰
- ۳) ۰/۱
- ۴) ۰/۰۱



توابع نمایی و لگاریتمی

مثال ۵۶ : مجموعه جواب نامعادله  $\log\left(\frac{x+3}{5}\right) < -1$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{5}{2} < x < -\frac{3}{2}$
- (۲)  $-\frac{3}{2} < x < -\frac{2}{2}$
- (۳)  $\frac{3}{2} < x < \frac{2}{2}$
- (۴)  $\frac{5}{2} < x < \frac{3}{2}$

مثال ۵۷ : چند عدد صحیح در نامعادله  $\log_{\frac{1}{2}}(13-2x) \geq -1$  صدق می کند؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) بی شمار

کاربرد تابع لگاریتمی

اگر میزان انرژی آزاد شده در زلزله ای به بزرگی  $M$  بیشتر برابر  $E$  باشد ، داریم :

$$\log E = 11/8 + 1/5M \rightarrow E = 10^{11/8 + 1/5M}$$

مثال ۵۸ : اگر بزرگی زلزله ای برابر ۶ بیشتر باشد ، مقدار انرژی آزاد شده در این زلزله را بدست

آورید.





مثال ۵۹ : اگر در یک زلزله  $10^{20}$  ای ارگ انرژی آزاد شود ، شدت زلزله تقریباً چند ریشتر است؟

۵/۱۲ (۴)

۵/۴۷ (۳)

۵/۹۲ (۲)

۶/۱۲ (۱)

مثال ۶۰ : اگر تابع تکثیر نوعی باکتری بر حسب واحد ساعت  $P(t) = A \times e^{2t}$  تابع  $P(t)$  باشد ، چند

ساعت طول می کشد تا تعداد باکتری ۲ برابر شود؟

۲ (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

$\frac{1}{4}$  (۱)