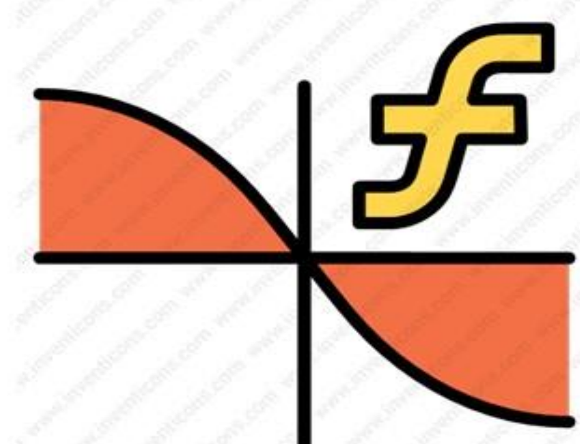
تابع



تابع:

به شکل‌های مختلفی می‌توان مفهوم تابع در ریاضی را بیان کرد. یکی از ملموس‌ترین روش‌ها، در نظر گرفتن تابع به عنوان یک ماشین است. ماشین وسیله ای است که چیزی را به عنوان ورودی دریافت کرده، عملی بر روی ورودی انجام داده و سپس حاصل را به عنوان خروجی بیرون می‌دهد. در ریاضی، تابع ماشینی است که به ازای هر ورودی، دقیقاً یک خروجی تولید می‌کند. اگر بیش از یک خروجی تولید کند، دیگر تابع محسوب نمی‌شود.

یک تابع از مجموعهٔ A به مجموعهٔ B، رابطه‌ای بین این دو مجموعه است که در آن به هر عضو از A دقیقاً یک عضو از B نسبت داده می‌شود.

نمایش های مختلف تابع:

- **زوج مرتب**

به هر دوتایی که به صورت (x, y) باشد به گونه ای که ترتیب نوشتن x و y مهم باشد، زوج مرتب می گویند.

رابطه زوج مرتبی از کنار هم قرار گرفتن یک یا چند زوج مرتب، تشکیل می‌شود. رابطه‌های زوج مرتبی را با حروف لاتین نمایش می‌دهیم. در هر زوج مرتب به عدد اول مؤلفه اول و به عدد دوم مؤلفه دوم گفته می‌شود. دو زوج مرتب زمانی باهم برابرند که مؤلفه های اول باهم و مؤلفه های دوم نیز باهم برابر باشند.

$$(x, y) \neq (y, x) \rightarrow x \neq y$$

$$(a,b) = (c,d) \rightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$$

مثال:

اگر دو زوج مرتب $(-4,8n-8)$, $(m^2-4m,16)$ برابر باشند، مقدار $m+n$ را بدست آورید.

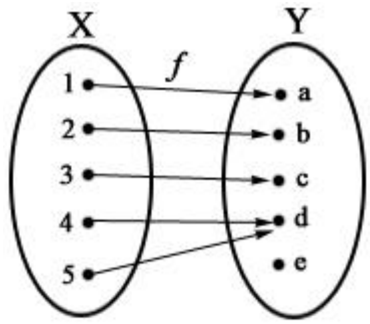
اگر یک رابطه به صورت مجموعه ای از زوج های مرتب داده شده باشد، به آن تابع می گوییم هرگاه:

الف) هیچ دو زوج مرتب متمایزی در آن، دارای مولفه های اول یکسان با یکدیگر نباشند.

ب) اگر دو زوج مرتب دارای مولفه های اول برابر بایکدیگر بودند، مولفه های دوم آن دو زوج مرتب نیز بایکدیگر برابر باشند.

نمودار پیکانی (وِن*)

نمودار پیکانی (وِن) به شکل زیر است:



این نمودار از دو قسمت (مجموعه) تشکیل شده است که هر قسمت داری چندین عضو است. به قسمت سمت چپ دامنه (ورودی) و قسمت سمت راست هم دامنه (خروجی یا برد) می گوییم.

برای مشخص بودن یک تابع باید دامنه، هم‌دامنه و دستور یا قاعده‌ای که نحوهٔ ارتباط بین اعضای دامنه و اعضای هم‌دامنه را نشان می‌دهد معلوم باشد.

هم‌دامنهٔ تابع را می‌توان هر مجموعه دلخواهی شامل برد تابع در نظر گرفت.

خطی که قسمت سمت چپ را به قسمت سمت راست مرتبط می کند، همان رابطه میان دو مجموعه است که پیش از این نام این رابطه را تابع نامیدیم.

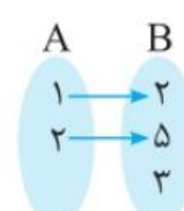
به شکل بالا دقت کنید. موارد زیر را می توان از این نمودار استخراج کرد.

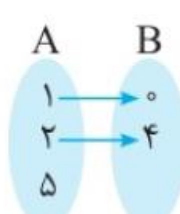
الف) هر عضو از دامنه، فقط به یک عضو از هم دامنه متصل شده است.

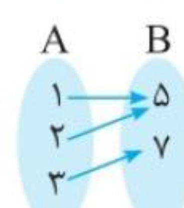
ب) ممکن است یک عضو در هم دامنه وجود داشته باشد که به دو عضو از دامنه متصل است.

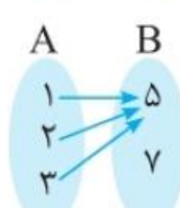
پ) تمامی اعضای دامنه باید به یک عضو از هم دامنه متصل شوند، اما اگر عضوی در هم دامنه وجود داشته باشد که به عضوی از دامنه مربوط نشده باشد، مشکلی در تعریف تابع ایجاد نمی شود.

حال با توجه به توضیحات فوق تابع بودن یا نبودن نمودارهای زیر را بررسی نمایید.

(۱


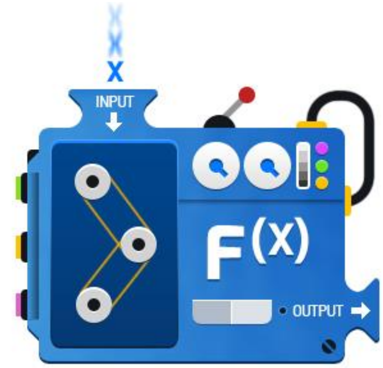
(۲


(۳


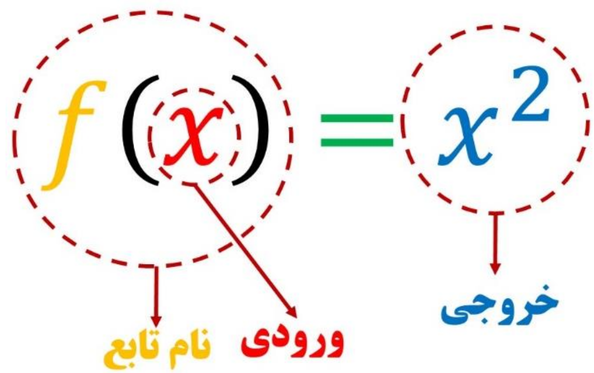
(۴


*** در فصل اول، با نحوه نمایش مجموعه ها با نمودار وِن آشنا شده اید.**

شکل نوشتاری تابع



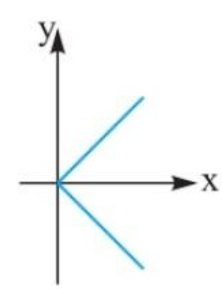
به شکل بالا دقت کنید. فرآیندی که در این ماشین اتفاق می افتد به این صورت است که، x به عنوان ورودی، وارد تابعی که نام آن را f(x) گذاشته ایم، می شود. عملیاتی از طریق ماشین، بر روی ورودی انجام می شود (که این عملیات ضابطه تابع نامیده می شود) تا خروجی تابع حاصل شود.

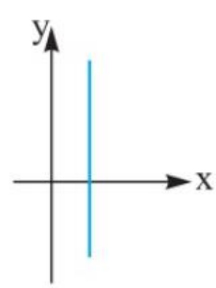


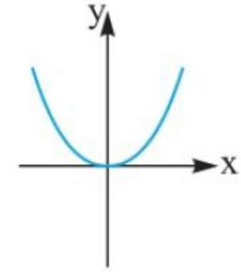
رسم نمودار تابع

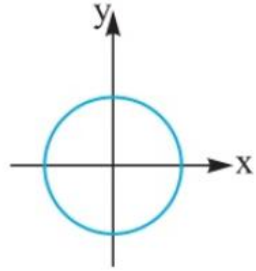
با داشتن ضابطه تابع، می توان با عدد گذاری نمودار تابع را رسم کرد. در صورتی که نمودار تابع رسم شود، هر خطی موازی محور عرض ها (y ها) رسم شود، نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع خواهد کرد.

با استفاده از تعریف بالا، تابع بودن یا نبودن نمودارهای زیر را بررسی نمایید.

۱)


۲)


۳)


۴)


مثال:

تابع بودن یا نبودن روابط زیر را مشخص نمایید.

دسته اول:

الف) رابطه ای که به هر فرد، وزن او را نسبت می دهد.

ب) رابطه ای شعاع یک دایره را به مساحت آن نسبت می دهد.

پ) رابطه ای که یک فرد را به دوستانش نسبت می دهد.

ت) رابطه ای میان قد و سن هر فرد برقرار است.

دسته دوم:

الف) رابطه‌ای که به ضلع مربع، مساحت آن را نسبت می‌دهد.
ب) رابطه‌ای که به هر فرد در یک زمان مشخص، وزن او را نسبت می‌دهد.
پ) رابطه‌ای که به هر فرد، سال تولد او را نسبت می‌دهد.
ت) رابطه‌ای که به هر عدد مثبت، ریشه‌ی دوم آن را نسبت می‌دهد.
ث) رابطه‌ای که به هر عدد، ریشه‌ی سوم آن را نسبت می‌دهد.
ج) رابطه‌ای که به هر فرد، رنگ پوست او را نسبت می‌دهد.
چ) رابطه‌ی بین هر فرد و افرادی که آن‌ها را دوست دارد.
ح) رابطه‌ای که به هر روز، میزان بارندگی در پایان روز را نسبت می‌دهد.
خ) رابطه‌ی بین هر چند متر نخ و مساحت مربعی که می‌توان با آن ساخت.
د) رابطه‌ی بین هر فرد و والدین او
ذ) رابطه‌ای که به هر تلفن همراه، افراد دفترچه‌ی تلفن آن را نسبت می‌دهد.
ر) رابطه‌ای که به هر ساختمان، تعداد طبقات آن را نسبت می‌دهد.
ز) رابطه‌ای که به هر خودرو، رنگ آن را نسبت می‌دهد.
ژ) رابطه‌ای که به هر ماه ،تعداد روزهای آن را نسبت می‌دهد.

الف) رابطه‌ای که به ضلع یک مربع، محیط مربع را نسبت می‌دهد.
ب) رابطه‌ای که به هر فرد، دمای بدن او را در یک زمان معین نسبت می‌دهد.
ج) رابطه‌ای که به هر فرد، گروه خونی او را نسبت می‌دهد.
د) رابطه‌ای که به هر دانش‌آموز، دوستان او را نسبت می‌دهد.
هـ) رابطه‌ای که به هر عدد، ریشه‌های دوم آن عدد را نسبت می‌دهد.
و) رابطه‌ای که به هر عدد، ریشهٔ سوم آن را نسبت می‌دهد.

تعریف دامنه و برد:

وابسته به اینکه برای نشان دادن تابع از کدامیک از نمایش هایی که معرفی کردیم استفاده کنیم، تعریف دامنه و برد متفاوت خواهد بود:

- **در نمایش تابع به صورت زوج مرتب، مجموعه تمام مولفه های اول (عدد سمت چپ در هر پرانتز) زوج های مرتب تشکیل دهنده تابع را دامنه تابع می گویند. همچنین به مجموعه تمام مولفه های دوم (عدد سمت راست در هر پرانتز) زوج های مرتب تشکیل دهنده تابع را برد تابع می گویند.**
- **در نمایش تابع به کمک نمودار وِن، همانطور که اشاره شد، نموداری که در سمت چپ رسم شده و پیکان از آن آغاز می شود، دامنه نام دارد. برد در نمودار وِن زیر مجموعه ای از هم دامنه است و عبارت است از اعدادی که انتهای پیکان به آنها وصل شده باشد.**
- **در ضابطه تابع، به مجموعه مقادیری که x می تواند اختیار کند به گونه ای که ضابطه تابع در آن مقادیر تعریف شده باشد، دامنه تابع می گویند. همچنین به مجموعه مقادیری که پس از قرار دادن دامنه تابع در ضابطه برای y بدست می آید، برد تابع می گویند.**
- **در رسم نمودار تابع، محور طول ها (x ها) نشان دهنده دامنه تابع و محور عرض ها (y ها) نشان دهنده برد تابع است.**

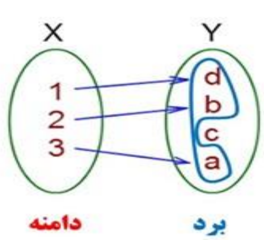
تعریف دامنه و برد با استفاده از زوج مرتب:

$$f(x) = \{(1,2), (3,4), (5,6)\}$$

$\{1,3,5\}$ دامنه

$\{2,4,6\}$ برد

تعریف دامنه و برد با استفاده از نمودار وِن:

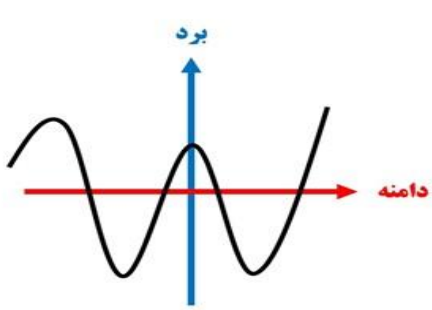


تعریف دامنه و برد از روی ضابطه تابع:

$$f(x) = \frac{x}{2x+1}$$

دامنه برد

تعریف دامنه و برد از روی نمودار تابع:



انواع تابع:

- تابع خطی

معادله خط:

معادله خط رابطه ای میان طول و عرض نقاط تشکیل دهنده آن خط، برقرار می نماید.

معادله خط به دو فرم نوشته می شود:

الف) فرم کلی $ax+by+c=0$

ب) فرم استاندارد $y=mx+h$

که برای تبدیل فرم کلی به فرم استاندارد، کافی است طرفین معادله را به ضریب y تقسیم نماییم.

طول از مبدا و عرض از مبدا:

نقطه برخورد خط با محور طول ها (محور x) را **طول از مبدا** و نقطه برخورد خط با محور عرض ها (محور y) را **عرض از مبدا** می گویند.

برای محاسبه طول از مبدا یک خط، کافی است در معادله خط به جای y عدد صفر قرار دهیم و مقدار x را محاسبه و به عنوان طول از مبدا گزارش کنیم.

برای محاسبه عرض از مبدا یک خط، کافی است در معادله خط به جای x عدد صفر قرار دهیم و مقدار y را محاسبه و به عنوان عرض از مبدا گزارش کنیم.

قرار داشتن نقطه روی یک خط:

اگر نقطه ای روی یک خط قرار داشته باشد، باید در آن صدق کند. به عبارت دیگر از طول نقطه را به جای x در معادله خط قرار دهیم، باید مقدار عرض نقطه بدست آید.

شیب خط:

شیب خط میزان انحنای یک خط را مشخص می کند.

محاسبه شیب خط با استفاده از دو نقطه روی خط:

برای محاسبه شیب خط، کافی است، مختصات دو نقطه که بر روی خط واقع شده اند را بدست آوریم. فرض کنید نقاط $A:(x_A,y_A)$ و $B:(x_B,y_B)$ بر روی خط d قرار دارند، در این صورت شیب خط d برابر است با:

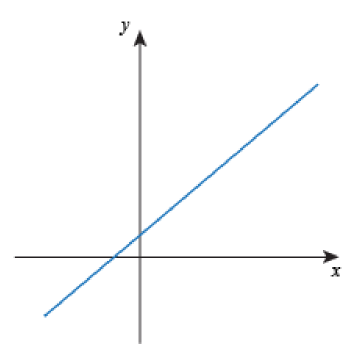
$$m_d = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

محاسبه شیب خط از روی معادله خط:

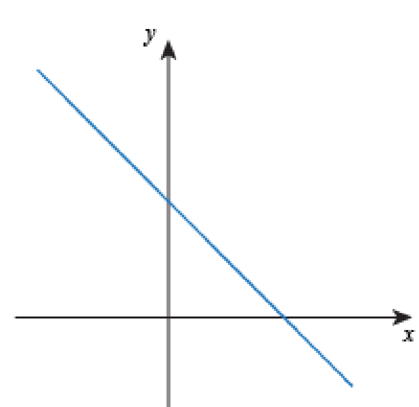
اگر معادله خط به صورت $ax+by+c=0$ باشد، شیب خط برابر با $m=-\frac{a}{b}$ خواهد شد و در صورتی که معادله خط به صورت $y=mx+h$ باشد، شیب خط همواره برابر با ضریب x است.

علامت شیب خط:

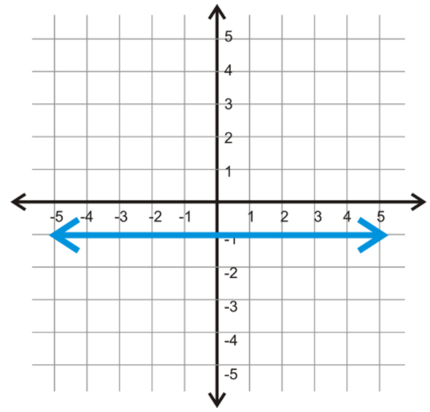
۱- اگر علامت شیب خط مثبت باشد، شیب صعودی است و نمودار خط به صورت زیر خواهد شد:



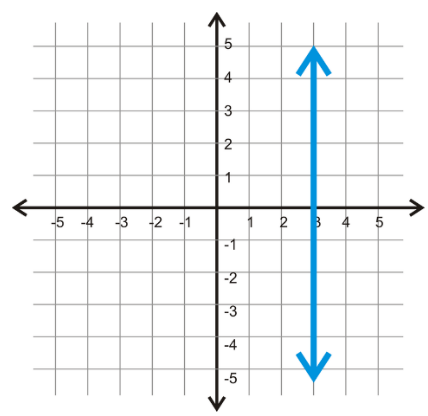
۲- اگر علامت شیب خط منفی باشد، شیب نزولی است و نمودار خط به صورت زیر خواهد شد:



۳- شیب صفر نشان دهنده خط افقی است.



۴- شیب خطوط قائم تعریف نشده است.



حالت های مختلف دو خط نسبت به یکدیگر (با در نظر گرفتن شیب):

- **دو خطی که دارای شیب یکسان باشند، با یکدیگر موازی اند.**
- **دو خطی که دارای شیب یکسان باشند و نقاط مشترک با یکدیگر داشته باشند، بر یکدیگر منطبق اند.**
- **دو خطی که دارای شیب های یکسان نباشند، متقاطع اند.**
- **دو خطی که حاصل ضرب شیب هایشان در یکدیگر برابر با -1 باشد، بریکدیگر عمودند.**

نوشتن معادله خط:

برای نوشتن معادله خط چهار روش متفاوت وجود دارد که در ادامه به بررسی تک تک روش ها می پردازیم.

الف) نوشتن معادله خطی که شیب و یک نقطه از آن معلوم باشد.

معادله خطی به شیب m که مختصات یک نقطه گذرنده از آن $A:(x_A, y_A)$ باشد، به صورت زیر خواهد بود:

$$y - y_A = m(x - x_A)$$

مثال:

معادله خطی را بنویسید که ازنقطه $A:(۱,۲)$ گذشته و شیب آن برابر با ۲- باشد.

$$y - ۲ = -۲(x - ۱) \to y - ۲ = -۲x + ۲ \to y = -۲x + ۴$$

ب) نوشتن معادله خطی که دو نقطه از آن معلوم باشد.

برای نوشتن معادله خطی که دو نقطه $A:(x_A, y_A)$ و $B:(x_B, y_B)$ از آن معلوم باشد، ابتدا از رابطه $m_d = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ شیب خط را محاسبه می کنیم. سپس با داشتن شیب خط و انتخاب **یکی** از نقاط داده شده، معادله خط را مانند حالت **الف** می نویسیم.

$$m_d = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \to \begin{cases} y - y_A = m(x - x_A) \\ y - y_B = m(x - x_B) \end{cases}$$

مثال:

معادله خطی را بنویسید که از دو نقطه $A:(۳,۰)$ و $B:(۲,۱)$ عبور کند.

$$m_d = \frac{۱ - ۰}{۲ - ۳} = -۱ \to \begin{cases} y - y_A = m(x - x_A) \to y - ۰ = -۱ \times (x - ۳) \to y = -x + ۳ \\ y - y_B = m(x - x_B) \to y - ۱ = -۱ \times (x - ۲) \to y - ۱ = -x + ۲ \to y = -x + ۳ \end{cases}$$

- ✓ اگر m=۰ باشد، معادله خط به صورت $y - y_A = ۰$ خواهد شد.
- ✓ اگر شیب به صورت یک کسر تعریف نشده شود (مخرج کسر صفر باشد) معادله خط به صورت $x - x_A = ۰$ خواهد شد.

پ) نوشتن معادله خطی که از نقطه بگذرد و با خط دیگری موازی باشد.

همان طور که پیش تر اشاره شد، اگر دو خط با یکدیگر موازی باشند، شیب های آنها باهم برابر خواهد شد. برای نوشتن معادله خط مزبور کافی است، شیب خطی را که با آن موازی است را تعیین نموده و سپس مانند حالت الف معادله خط را می نویسیم.

مثال:

معادله خطی را بنویسید که از نقطه $A(۱,۲)$ بگذرد و با خط $۴x+۲y=۳$ موازی باشد.

ابتدا شیب خط $۴x+۲y=۳$ را محاسبه می کنیم:

$$\begin{cases} ۴x+۲y=۳ \\ ax+by+c=۰ \end{cases} \rightarrow m=-\frac{a}{b}=-\frac{۴}{۲}=-۲$$

$$y-۲=-۲(x-۱) \rightarrow y=-۲x+۴$$

ت) نوشتن معادله خطی که از نقطه بگذرد و بر خط دیگری عمود باشد.

همان طور که پیش تر اشاره شد، اگر دو خط بر یکدیگر عمود باشند، شیب های آنها قرینه و معکوس یکدیگر است. برای نوشتن معادله خط مزبور کافی است، شیب خطی را که بر آن عمود است را تعیین نموده و سپس مانند حالت الف معادله خط را می نویسیم.

مثال:

معادله خطی را بنویسید که از نقطه $A:(-۱,-۳)$ گذشته و بر خط $۲y=x-۳$ عمود باشد.

$$۴x+۲y=۳ \rightarrow m=\frac{۱}{۲}$$

$$m'=-\frac{۱}{\frac{۱}{۲}}=-۲$$

$$y-(-۳)=-۲(x-(-۱)) \rightarrow y+۳=-۲(x+۱) \rightarrow y+۳=-۲x-۲ \rightarrow y=-۲x-۵$$

به طور خلاصه می توان:

برای نوشتن معادله خط در هر حالتی، باید یک نقطه و شیب آن خط مشخص باشد.

توابع چند جمله ای (تک متغیره)

چندجمله‌ای به عبارت متغیری اطلاق می‌شود که از ترکیب خطی تک‌جمله‌ای‌ها تشکیل گردیده است. توان متغیرهای به کاررفته در چندجمله‌ای باید اعداد صحیح غیر منفی باشد.

توابع چند جمله ای، چند جمله ای هایی از یک متغیر هستند. دامنه توابع چند جمله ای اعداد حقیقی است. به مثال های زیر توجه نمایید:

$f(x) = 10x^{20} + 4x + 8 \qquad f(x) = -x^{20} + 8 \qquad f(x) = 5x \qquad f(x) = 15$

شکل کلی توابع چند جمله ای تک متغیره به صورت زیر خواهد بود:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

توابعی را که نمایش جبری آنها، چند جمله‌ای‌های جبری از یک متغیر هستند، توابع چند جمله‌ای می‌نامیم.

تابع همانی

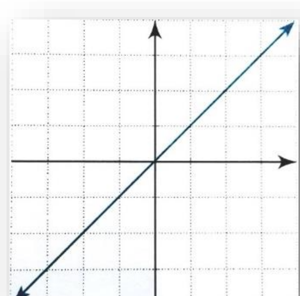
می دانیم یک رابطه همانی روی مجموعه A رابطه ای است که برای هر عضو از مجموعه A چون a تنها شامل زوج مرتب باشد و هیچ زوج مرتبی با مولفه های متمایز نداشته باشد. این رابطه را به این صورت تعریف می کنیم:

$$I_A = \{(a,a) | a \in A\}$$

از آنجایی که در این رابطه، هیچ دو زوج مرتبی وجود ندارد که با تعریف تابع در تضاد باشد، بنابراین رابطه فوق را می توان یک تابع در نظر گرفت که ضابطه آن به صورت زیر است:

$$f(x) = x$$

نمودار این تابع نیمساز ربع اول و سوم دستگاه مختصات دکارتی است:

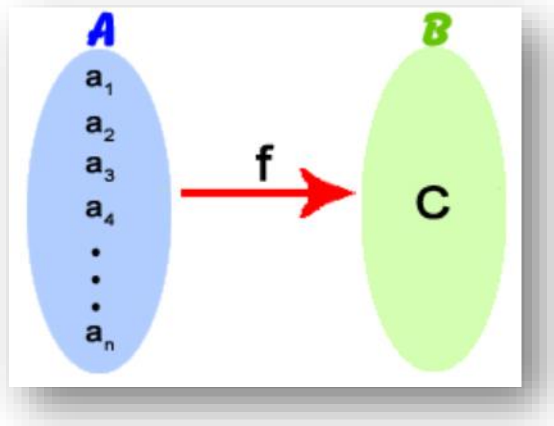


دامنه و برد تابع همانی مجموعه اعداد حقیقی است.

اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشند و هر عضو از دامنهٔ تابع دقیقاً به همان عضو در برد نظیر شود، تابع را همانی می‌نامند.
اگر دامنهٔ تابع همانی را $\mathbb{R}$ درنظر بگیریم، نمودار آن همان خط $y = x$ است که با معادلهٔ $f(x) = x$ هم نمایش داده می‌شود.

تابع ثابت

تابعی که برد آن تنها شامل یک عضو باشد را تابع ثابت می نامند. به عبارت دیگر تابع ثابت هر عضو از دامنه خود را تنها به یک مقدار ثابت متناظر می کند.



تابعی مانند f را که برد آن تنها شامل یک عضو است، تابع ثابت می‌نامیم. اگر این عضو را k بنامیم، تابع ثابت را معمولاً با معادلهٔ $f(x) = k$ نمایش می‌دهیم.

ضابطه تابع ثابت به صورت، $f(x) = k$ است که در آن k یک عدد ثابت از مجموعه اعداد حقیقی است.

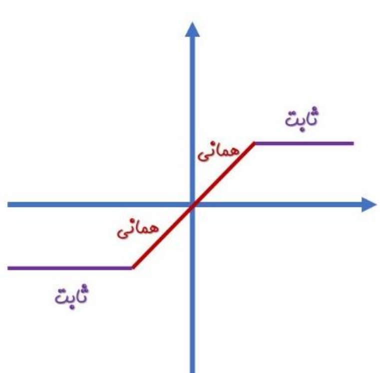
تابع ثابت بر اساس دامنه و برد به این صورت تعریف می شود: تابعی که برد آن فقط شامل یک عضو باشد.

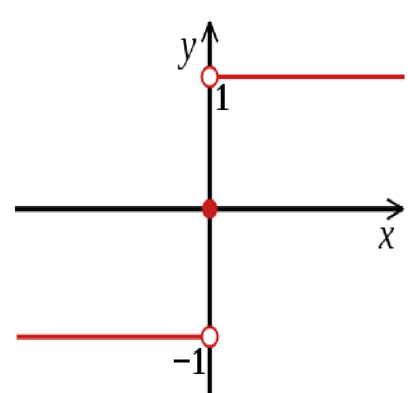
در نمایش زوج مرتبی تابع ثابت، تمامی مولفه های دوم تمام زوج های مرتب متمایز، با یکدیگر برابر هستند.

در دستگاه مختصات دکارتی، تمامی خطوطی که موازی با محور xها رسم شوند، نمایان گر تابع ثابت هستند.

نکته!!!

توابع ثابت و همانی می توانند در یک دامنه محدود نیز تعریف شوند:





تابع چند ضابطه ای

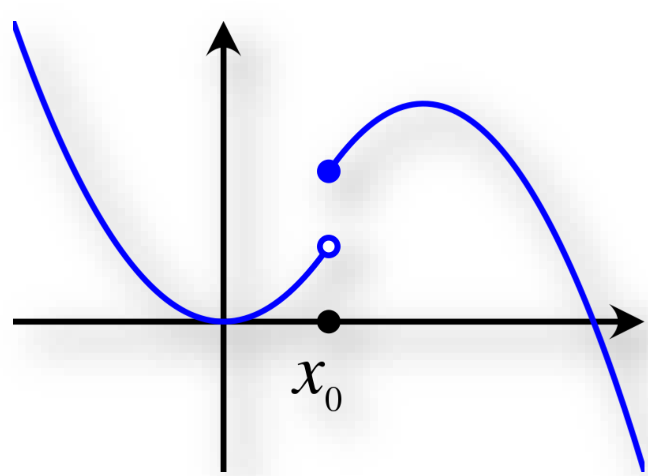
تابع چندضابطه‌ای به تابعی گفته می‌شود که تعریف‌اش بسته به مقدار متغیر مستقل (ورودی تابع) متفاوت باشد. به عبارت دیگر هرگاه دامنه یک تابع را به چند جمله جدا از هم تقسیم کنیم، بطوری که اجتماع آن مجموعه‌ها برابر با دامنه باشد ورودی هر مجموعه ، ضابطه‌ای مجزا تعریف کنیم، در این صورت یک تابع چندضابطه‌ای بدست می‌آوریم.

بنابراین با توجه به تعاریف بالا، سه ویژگی زیر را می توان برای توابع چند ضابطه ای در نظر گرفت:

- مقدار ضابطه ها به ازای مقادیر (مقدار) مشترک دامنه ها مساوی باشد. در غیر این صورت اشتراک میان دامنه ها تهی است.
- دامنه توابع چند ضابطه ای، اجتماع دامنه تک تک ضابطه ها است.
- برد توابع چند ضابطه ای، اجتماع برد تک تک ضابطه ها است.

$$f(x)=\begin{cases}2x & x>2\\ x & 0<x<2\\ 2 & x=0\\ -2x & x<0\end{cases}\qquad f(x)=\begin{cases}x & x>0\\ 4 & x=0\\ -x & x<0\end{cases}\qquad f(x)=\begin{cases}x^2 & x\geq 0\\ -x^2 & x<0\end{cases}$$

نمون هایی از توابع چند ضابطه ای



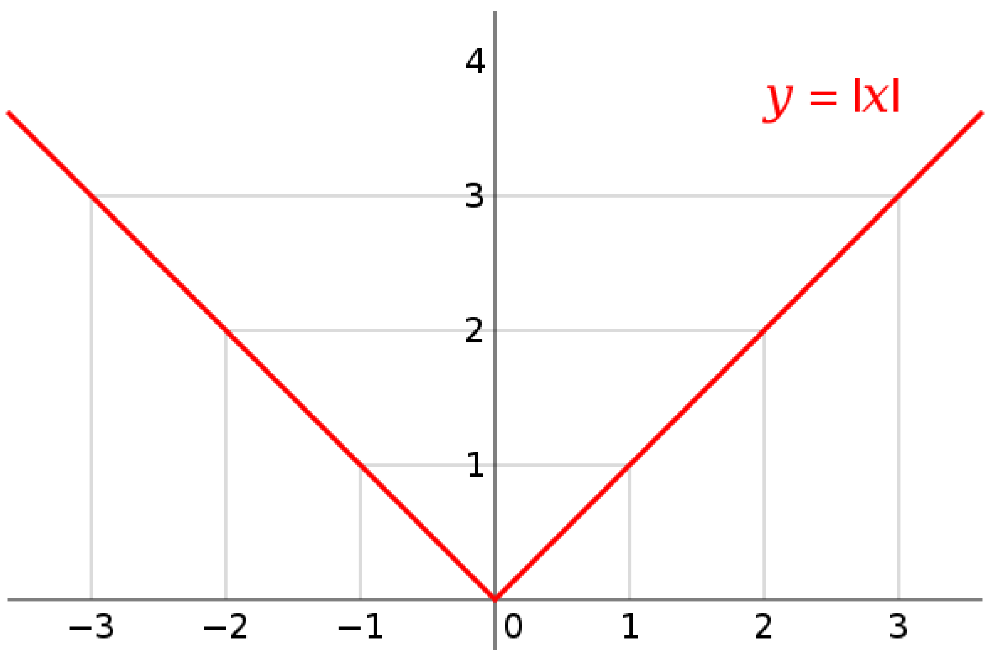
نمودار یک تابع چند ضابطه ای

تابع قدر مطلق

تابع قدر مطلق یک تابع چند ضابطه ای است. به رابطه ای که قدر مطلق دامنه را به برد نسبت دهد، تابع قدر مطلقی گفته می شود.

$$f(x) = |x| = \begin{cases} +x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

دامنه تابع بالا تمامی اعداد حقیقی است و برد تابع نیز، قسمت مثبت مجموعه اعداد حقیقی $(R_f = [0 \ . \ +\infty) = \mathcal{R}^+)$ خواهد شد.



نمودار تابع $f(x) = |x|$ به شکل بالا است. در این نمودار، خط سمت راست به معادله y=x، همان نیمساز ربع اول و سوم و خط سمت چپ به معادله y=-x نیمساز ربع دوم و چهارم است که در ناحیه محدود به y های مثبت رسم شده اند. همان طور که از شکل نمودار نیز مشخص است، تابع $f(x) = |x|$ یک تابع دو ضابطه ای است.

رسم نمودار توابع قدر مطلقی:

- **نمودار توابع با ضابطه ی** $f(x)=|x\pm a|+|x\pm b|$

توابعی که ضابطه آنها به صورت بالا باشد، اصطلاحا "گلدانی" نامیده می شوند. این تابع سه ضابطه ای است و از دو نیم خط و یک پاره خط (قسمت ثابت تابع) تشکیل می شوند. نیم خط سمت راست دارای شیب ۲+ و نیم خط سمت چپ دارای شیب ۲− است.

به مثال زیر توجه کنید:

مثال:

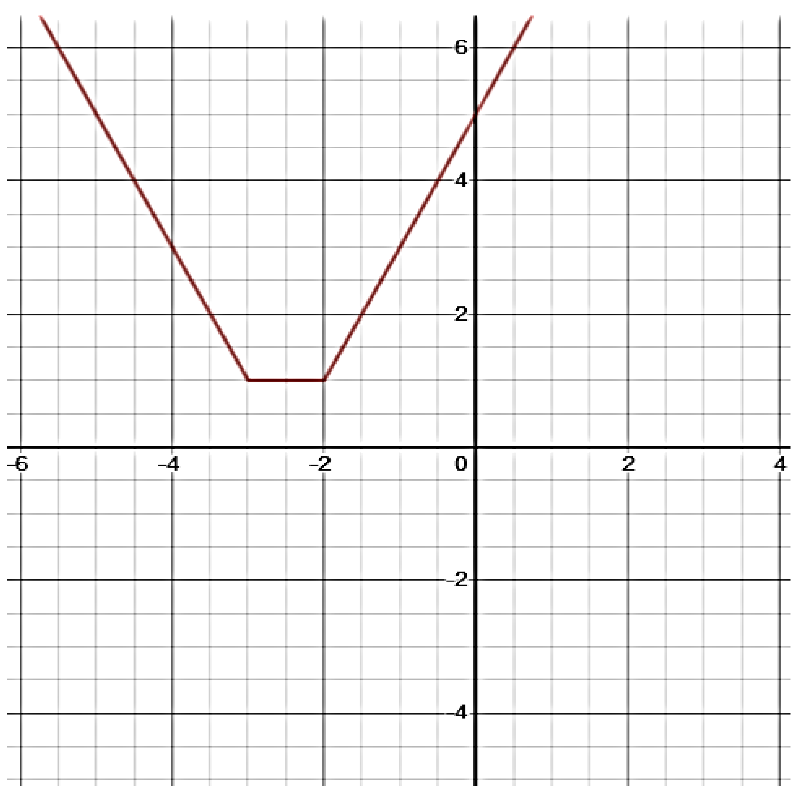
تابع $f(x)=|x+۲|+|x+۳|$ **را رسم نمایید.**

حل:

ابتدا تابع را به صورت سه ضابطه ای می نویسیم.

$$f(x)=|x+۲|+|x+۳|$$
$$x+۲=۰\to x=-۲$$
$$x+۳=۰\to x=-۳$$

$$\left.\begin{array}{l}-\infty<x<-۳\to f(x)=-x-۲-x-۳=-۲x-۵\\ -۳\le x<-۲\to f(x)=-x-۲+x+۳=۱\\ -۲\le x<+\infty\to f(x)=x+۲+x+۳=۲x+۵\end{array}\right\}\to f(x)=\begin{cases}-۲x-۵ & -\infty<x<-۳\\ ۱ & -۳\le x<-۲\\ ۲x+۵ & -۲\le x<+\infty\end{cases}$$



$f(x) = |x+a| + |x+b|$

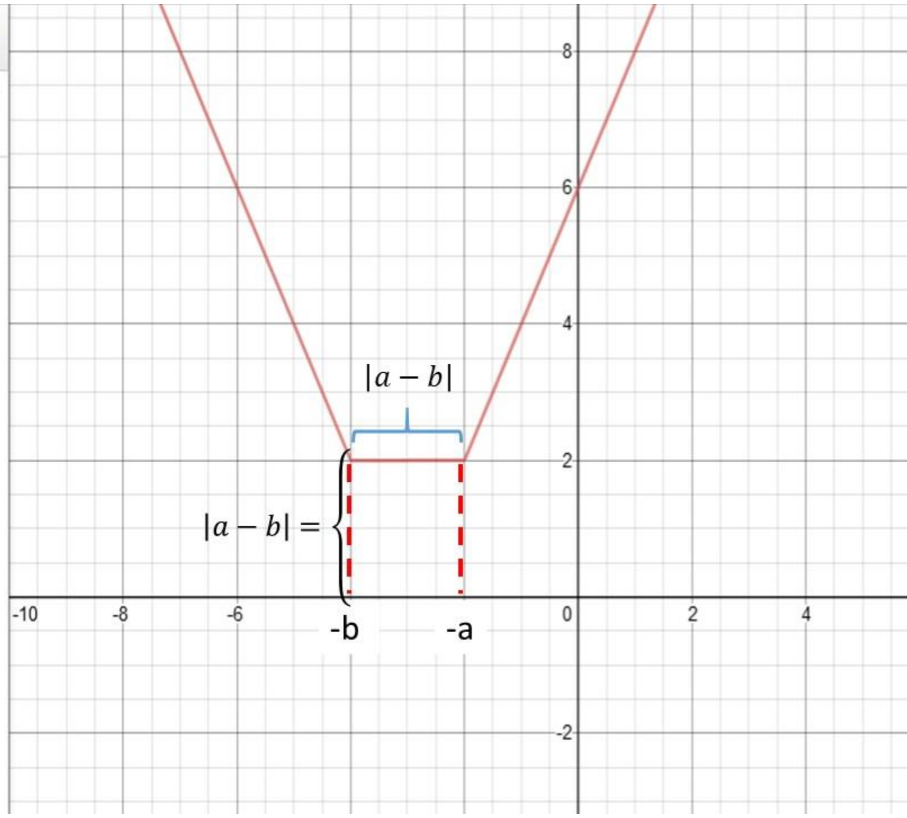
با فرض آنکه a<b باشد.

اندازه پاره خطی که نشان دهنده قسمت ثابت تابع است برابر است با:

$$|a-b|$$

که نشان دهنده کمترین مقدار تابع نیز است.

خط $x = -\frac{a+b}{2}$ نیز محور تقارن نمودار تابع است.



$f(x) = |x-a| + |x-b|$

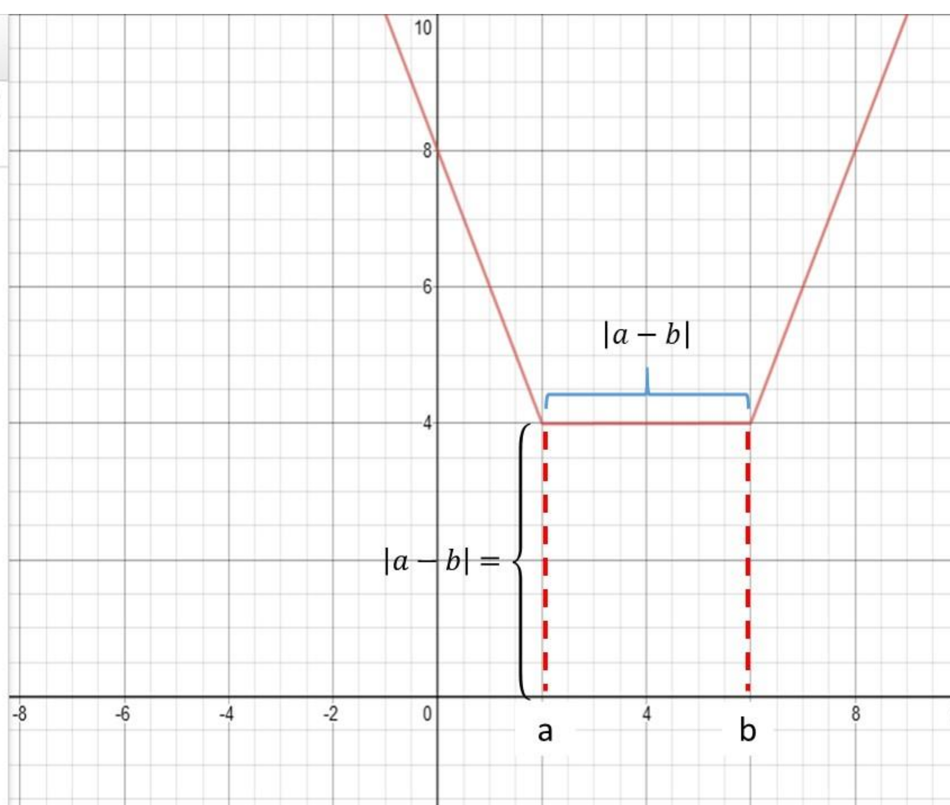
با فرض آنکه a<b باشد.

اندازه پاره خطی که نشان دهنده قسمت ثابت تابع است برابر است با:

$$|a-b|$$

که نشان دهنده کمترین مقدار تابع نیز است.

خط $x = \frac{a+b}{2}$ نیز محور تقارن نمودار تابع است.



نمودار توابع با ضابطه ی $f(x)=|x\pm a|-|x\pm b|$

توابعی که ضابطه آنها به صورت بالا باشد، اصطلاحا "صندلی" نامیده می شوند. این تابع سه ضابطه ای است و از دو نیم خط (قسمت های ثابت تابع) و یک پاره خط تشکیل می شوند. پاره خط دارای شیب $+۲$ یا -۲ است. به مثال زیر توجه کنید:

مثال:

تابع $f(x)=|x+۲|-|x+۳|$ را رسم نمایید.

حل:

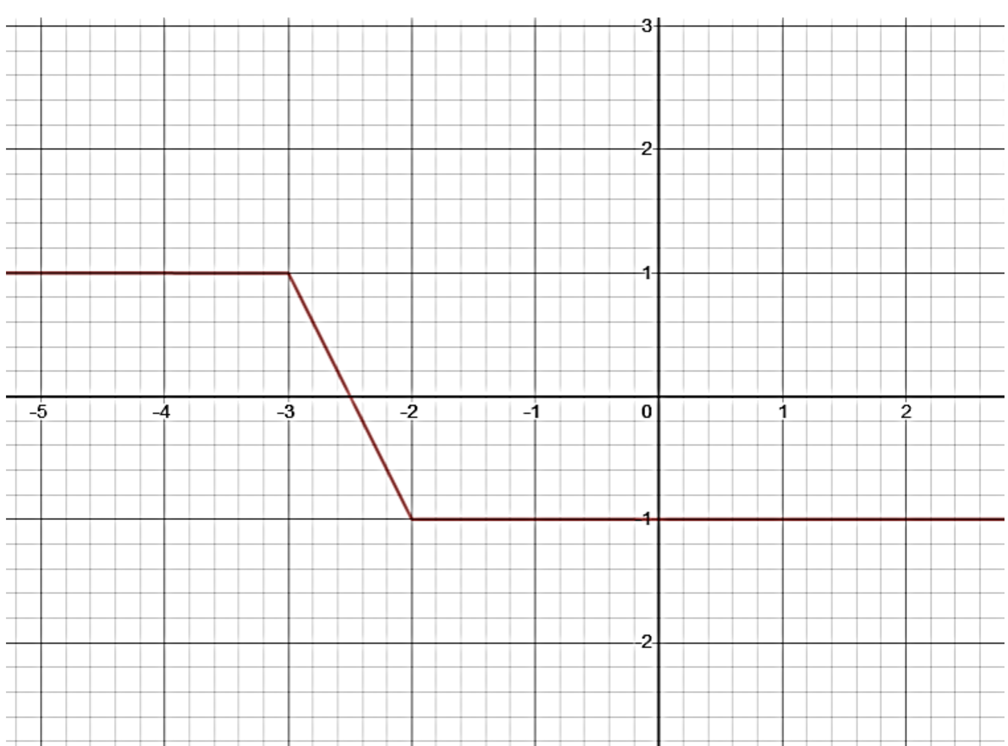
ابتدا تابع را به صورت سه ضابطه ای می نویسیم.

$$f(x)=|x+۲|-|x+۳|$$

$$x+۲=۰ \rightarrow x=-۲$$

$$x+۳=۰ \rightarrow x=-۳$$

$$\left.\begin{array}{l} -\infty<x<-۳ \rightarrow f(x)=-x-۲+x+۳=+۱ \\ -۳\leq x<-۲ \rightarrow f(x)=-x-۲-x-۳=-۲x-۵ \\ -۲\leq x<+\infty \rightarrow f(x)=x+۲-x-۳=-۱ \end{array}\right\} \rightarrow f(x)=\begin{cases} +۱ & -\infty<x<-۳ \\ -۲x-۵ & -۳\leq x<-۲ \\ -۱ & -۲\leq x<+\infty \end{cases}$$



$f(x) = |x+a| - |x+b|$

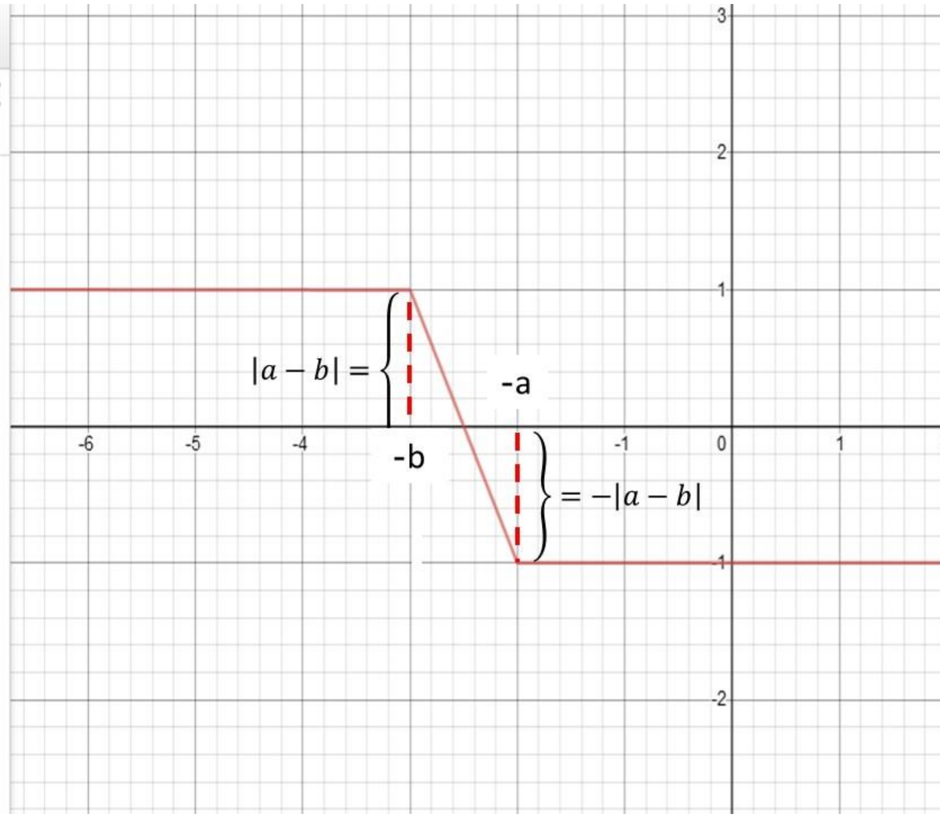
با فرض آنکه a<b باشد.

<u>بیشترین</u> مقدار این تابع برابر است با:

$|a-b|$

<u>کمترین</u> مقدار تابع برابر است با:

-$|a-b|$



$f(x) = |x-a| - |x-b|$

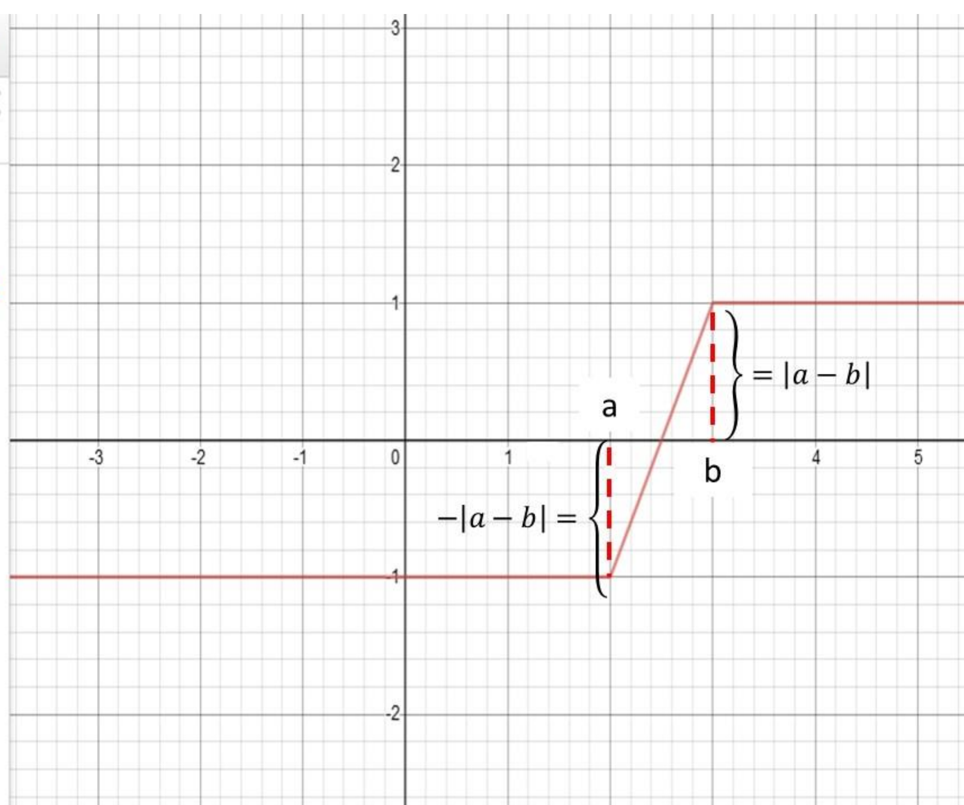
با فرض آنکه a<b باشد.

<u>بیشترین</u> مقدار این تابع برابر است با:

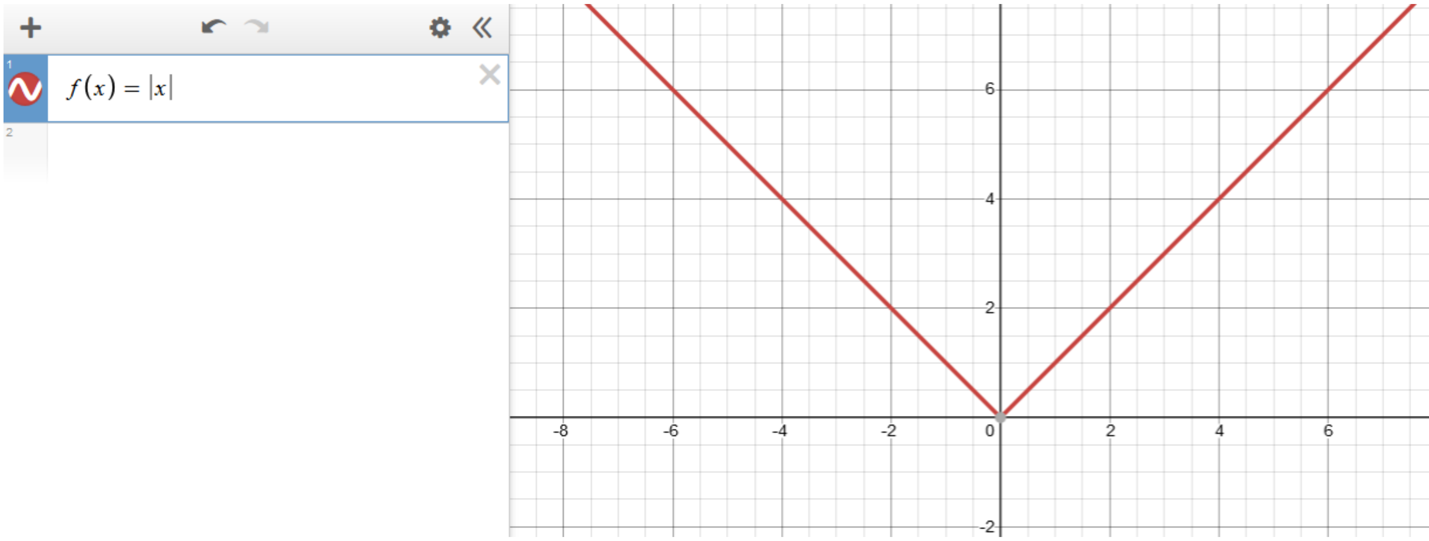
$|a-b|$

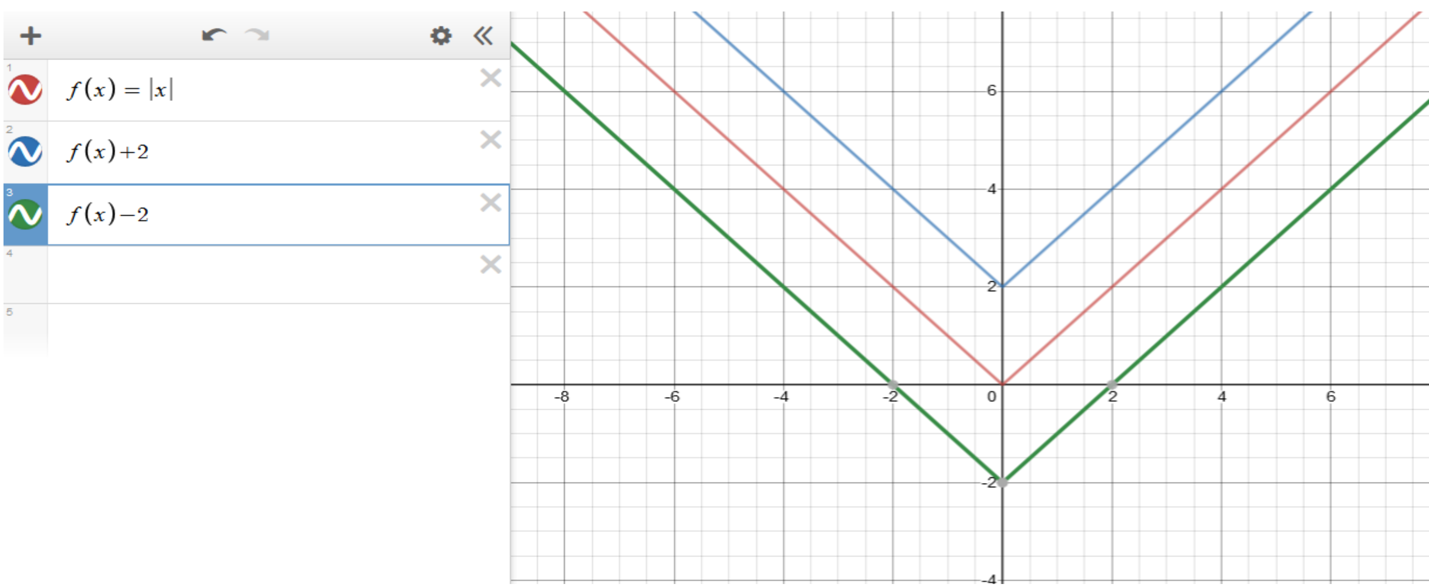
<u>کمترین</u> مقدار تابع برابر است با:

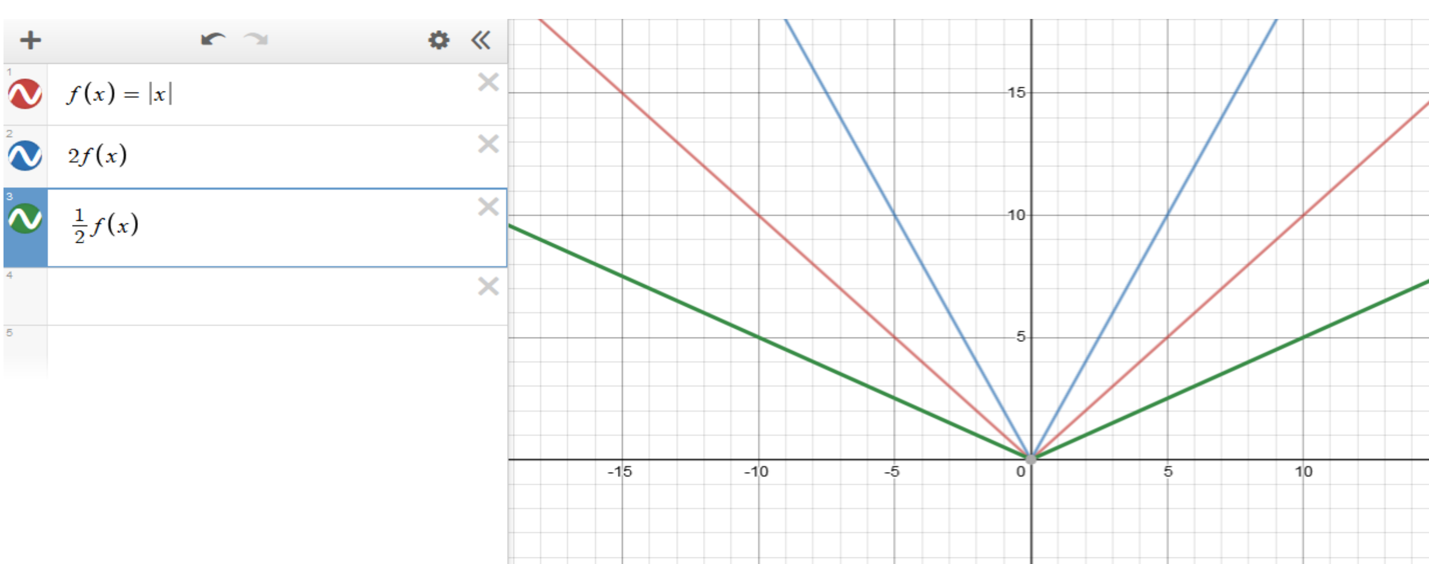
-$|a-b|$

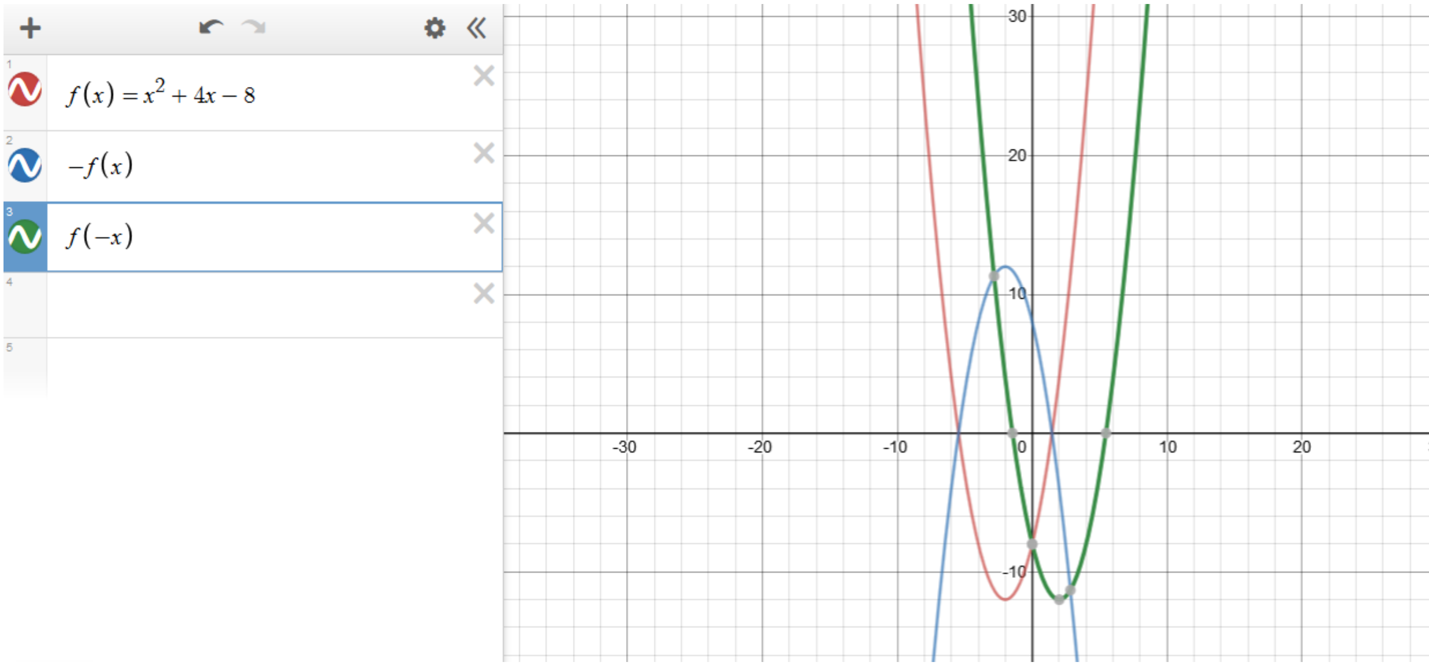


رسم نمودار به روش انتقال:



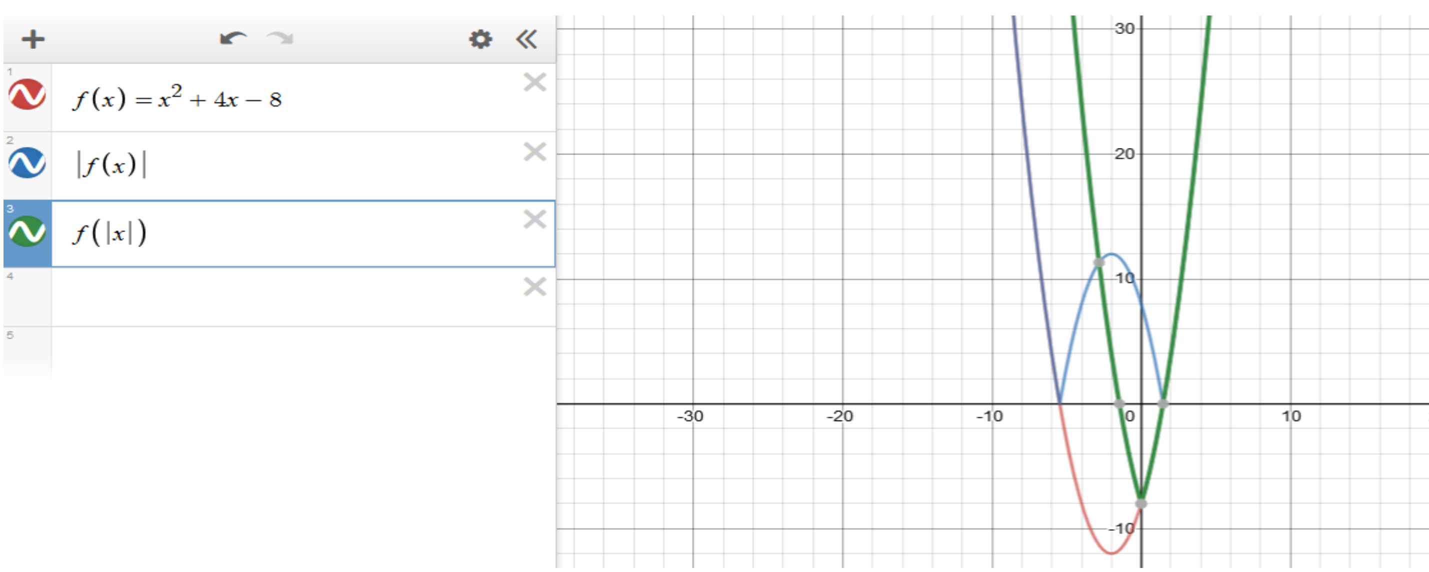






توضیح تصویر بالا:

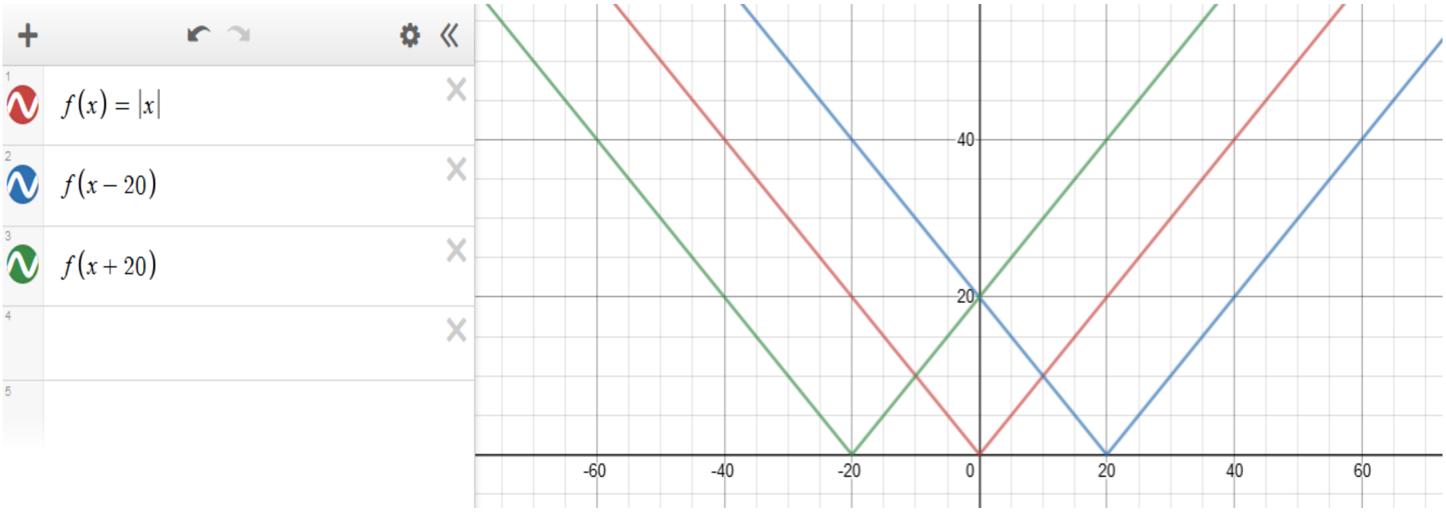
برای رسم نمودار $-f(x)$ از روی نمودار $f(x)$ ، کافی است نمودار را نسبت به محور x ها قرینه کنیم و همین طور برای رسم نمودار $f(-x)$ از روی نمودار $f(x)$ ، کافی است نمودار را نسبت به محور y ها قرینه کنیم.

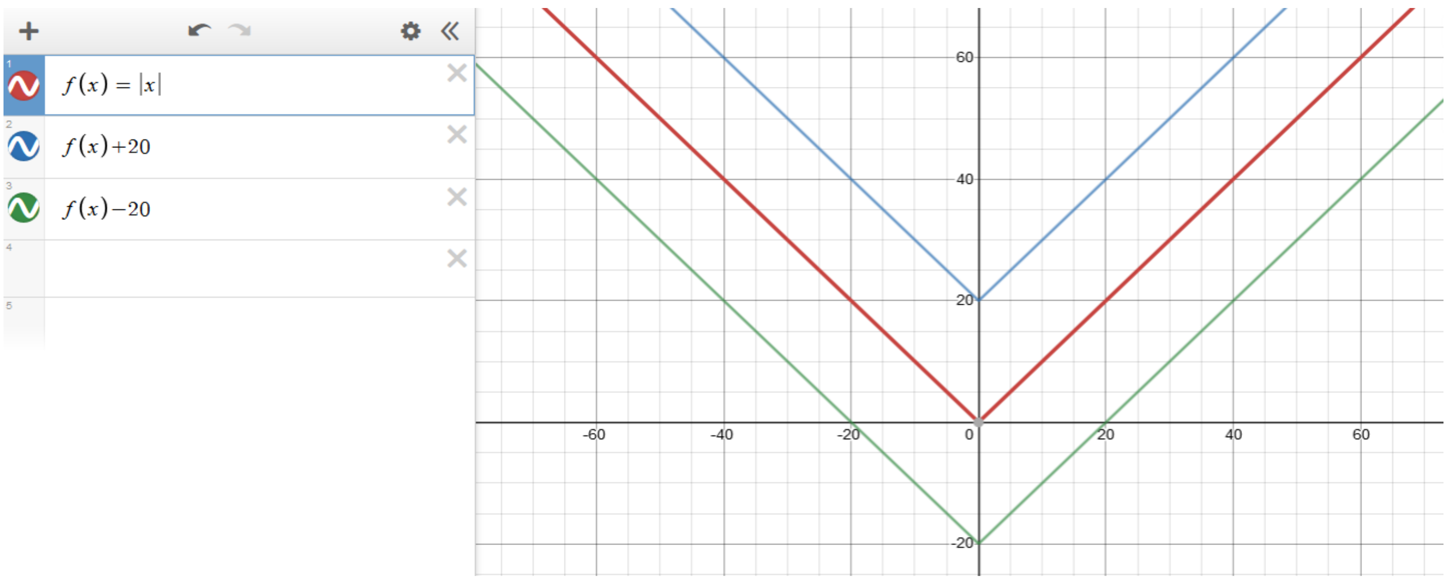


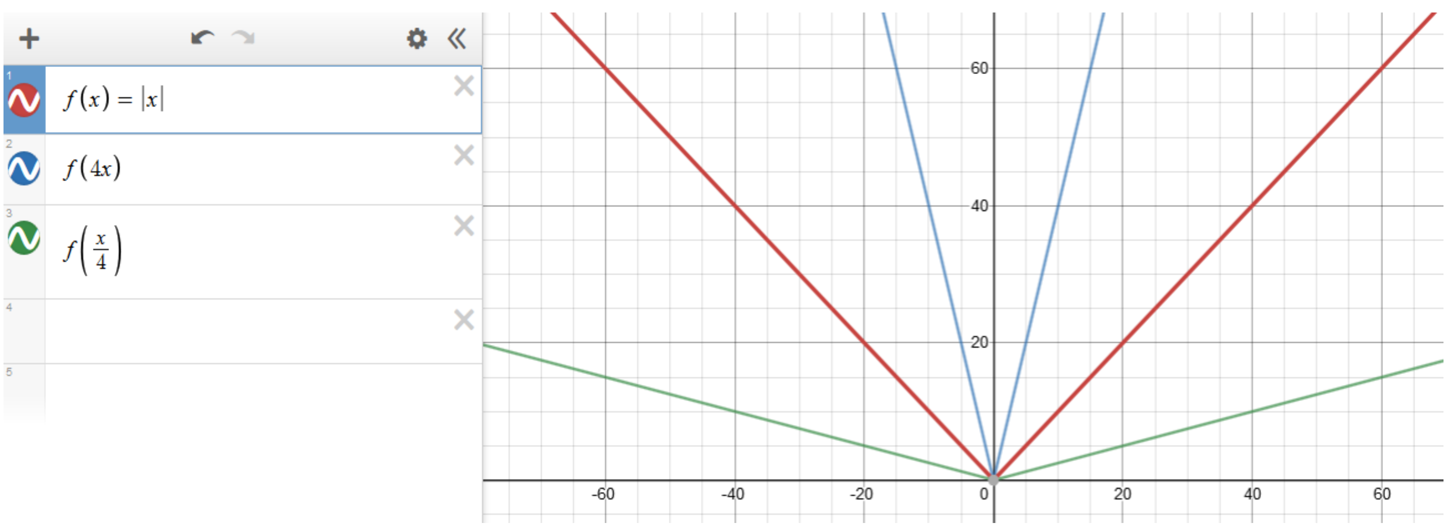
توضیح تصویر بالا:

برای رسم نمودار $|f(x)|$ از روی نمودار $f(x)$ ، کافی است قسمتی از نمودار $f(x)$ را که در پایین محور x ها قرار دارد را نسبت به محور x قرینه کرده و قسمت پایین را حذف کنیم.

همین طور برای رسم نمودار $f(|x|)$ از روی نمودار $f(x)$ ، کافی است قسمتی از نمودار $f(x)$ را که در سمت چپ محور y ها قرار دارد را حذف کرده و قسمت سمت راست را نسبت به محور y ها قرینه کنیم.







به خود آ تا که دریابی خدا، در خویشتن پیداست...