فصل ۱

فیزیک و اندازه‌گیری

بخش ۱: اندازه‌گیری

فیزیک، دانش بنیادی

سلام خوشحالیم که اومدین، امیدوارم که تا آخر کتاب با ما باشید.

تست‌های آغازین کتاب رو از متن کتاب درسی طرح کردیم. توصیه می‌کنیم حتماً اولین درس‌نامه‌ی کتاب رو بخونید.

۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) دانشمندان علم فیزیک برای توصیف و توضیح پدیده‌های مورد بررسی، اغلب از مدل، قانون و نظریه‌ی فیزیکی استفاده می‌کنند و سپس با آزمایش آن‌ها را مورد آزمون قرار می‌دهند.

ب) آزمایش و مشاهده در فیزیک اهمیت بسیار زیادی دارد و بیشترین نقش را در تکامل و پیشبرد علم فیزیک ایفا کرده است.

پ) مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی در طول زمان همواره معتبر نیستند و همیشه این امکان وجود دارد که آزمایش‌های جدید منجر به بازنگری مدل یا نظریه‌ای شوند.

ت) احتمال نادرست بودن یا نیاز به اصلاح‌داشتن یک نظریه‌ی فیزیک نقطه‌ی ضعف دانش فیزیک است.

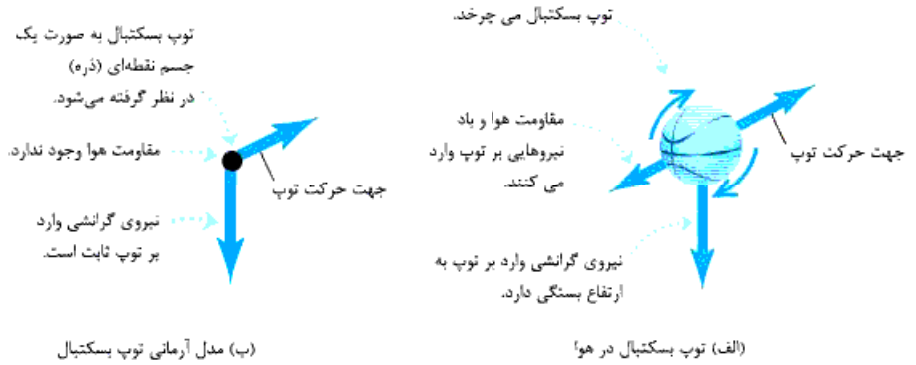
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲- کدام‌یک از موارد زیر بیشترین نقش را در پیشبرد و تکامل علم فیزیک داشته است؟

۱) مشاهده‌ی علمی پدیده‌ها ۲) آزمایش و تجربه و اندازه‌گیری ۳) ارائه‌ی مدل‌های فیزیکی ۴) اندیشه‌ورزی فعال و تفکر نقادانه

در سه تست بعدی به مدل‌سازی پرداخته‌ایم.

۳- در مدل‌سازی پدیده‌ی «پرتاب توپ بسکتبال» (شکل زیر) کدام‌یک از فرض‌های زیر برای ساده‌سازی ضرورت ندارد؟



(الف) توپ بسکتبال در هوا (ب) مدل آرمانی توپ بسکتبال

۱) فرض می‌کنیم توپ در خلأ در حال حرکت است و مقاومت هوا و باد وجود ندارند.

۲) فرض می‌کنیم توپ به شکل یک ذره است و از اندازه و شکل آن چشم‌پوشی می‌کنیم.

۳) فرض می‌کنیم نیروی وزن وارد بر توپ ناچیز است.

۴) فرض می‌کنیم وزن توپ با تغییر ارتفاع تغییر نمی‌کند.

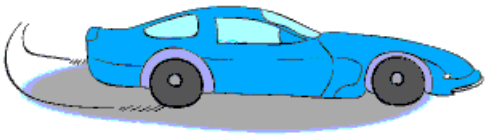
۴- فرض کنید خودرویی در حال حرکت است. خودرو با دیدن یک مانع ترمز می‌کند و پس از طی مسافتی می‌ایستد. برای مدل‌سازی فیزیکی این پدیده، برخی از عوامل را نادیده می‌گیریم. نادیده‌گرفتن کدام موارد زیر باعث می‌شود نتیجه‌ی بررسی مدل با واقعیت تفاوت آشکاری داشته باشد؟

الف) ابعاد خودرو

ب) اصطکاک خودرو با زمین و مقاومت هوا

پ) چرخش چرخ‌ها

ت) جرم خودرو و سرنشینان آن



۱) پ و ت ۲) الف و پ ۳) الف و ب ۴) ب و ت

۵- فرض کنید مطابق شکل زیر، مقداری آب درون ظرفی روی یک اجاق روشن قرار دارد. برای مدل‌سازی پدیده‌ی «افزایش دمای آب به خاطر دریافت گرما» کدام‌یک از ساده‌سازی‌های زیر ضرورتی ندارد؟

۱) فرض می‌کنیم ظرف، گرمایی دریافت نمی‌کند و تمام گرما به آب منتقل می‌شود.

۲) فرض می‌کنیم ذرات هوای اطراف ظرف، گرمایی دریافت نمی‌کنند.

۳) فرض می‌کنیم تمام قسمت‌های آب همواره دمای یکسانی دارند و دما در تمام نقاط مایع به طور همگن زیاد می‌شود.

۴) تمام آب موجود در ظرف را به شکل یک ذره در نظر می‌گیریم که در حال گرفتن گرما است.

اندازه‌گیری و کمیت

حالا می‌خواهیم به مفهوم «کمیت» و «یکا» بپردازیم!

۶- یکای هر کمیت: *(سنجش ۸۱)*

۱) از اول پیدایش علم مقدار ثابتی بوده است.
۲) نمی‌تواند مستقل از کمیت‌های دیگر باشد.
۳) مقدار معینی از همان کمیت است.
۴) الزاماً مستقل از کمیت‌های دیگر است.

۷- چرا دانشمندان برای هر کمیت، یکای معینی را تعریف کردند؟ *(سنجش ۹۳)*

۱) به این دلیل که ارزش کمیت‌ها با هم متفاوت است.
۲) به این دلیل که کاربرد کمیت‌ها با هم متفاوت است.
۳) برای این‌که قوانین فیزیک، کمیت‌ها را به هم مربوط کرده است.
۴) برای این‌که عددهای حاصل از اندازه‌گیری‌های مختلف یک کمیت با هم مقایسه‌پذیر باشند.

۸- کدام گزینه درباره‌ی یک کمیت نادرست است؟

۱) همه‌ی کمیت‌ها قابل اندازه‌گیری‌اند.
۲) همه‌ی کمیت‌ها «یکا» دارند.
۳) کمیتی که یکای آن تعریف مستقل دارد، اصلی است.
۴) در روابط فیزیکی هر کمیت با چند کمیت دیگر در ارتباط است.

۹- کمیت‌های اصلی، کمیت‌هایی هستند که:

۱) ثابت هستند.
۲) در دسترس هستند.
۳) یکای آن‌ها به طور مستقل تعریف شده است.
۴) دارای یکای مناسب هستند.

۱۰- در عمل نیازی نیست که برای هر یک از کمیت‌های فیزیکی یکای مستقل تعریف شود، زیرا: *(سنجش ۸۳)*

۱) منابع انتخاب یکا محدود است.
۲) در عمل با تمام کمیت‌ها در ارتباط نیستیم.
۳) قوانین فیزیک و ریاضی، کمیت‌ها را به هم مربوط می‌کند.
۴) تعدادی از کمیت‌ها بدون یکا (واحد) هستند.

آیا کمیت‌های اصلی و یکایشان را به خاطر سپرده‌اید؟

۱۱- کمیت‌های عنوان‌شده در کدام گزینه همگی اصلی‌اند؟

۱) شدت روشنایی، طول، نیرو
۲) گرما، زمان، جرم
۳) جریان الکتریکی، دما، جرم
۴) اختلاف پتانسیل الکتریکی، مقدار ماده، زمان

۱۲- جرم و زمان از ..... و کیلوگرم و ثانیه از ..... در SI می‌باشند. *(سراسری ریاضی خارج ۸۶)*

۱) یکاهای فرعی ـ یکاهای اصلی
۲) یکاهای اصلی ـ کمیت‌های فرعی
۳) کمیت‌های اصلی ـ یکاهای اصلی
۴) کمیت‌های اصلی ـ کمیت‌های فرعی

۱۳- یکای کمیت‌های اصلی «طول، جرم، زمان و دما» در SI، در کدام گزینه به ترتیب از راست به چپ به درستی بیان شده‌اند؟

۱) متر، گرم، ثانیه، درجه‌ی سلسیوس
۲) متر، کیلوگرم، ثانیه، کلوین
۳) سانتی‌متر، کیلوگرم، دقیقه، کلوین
۴) سانتی‌متر، گرم، دقیقه، کلوین

۱۴- ..... از کمیت‌های اصلی و ..... از کمیت‌های فرعی در SI می‌باشند. *(سراسری ریاضی ۸۶ با تغییر)*

۱) حجم و جرم ـ زمان و انرژی
۲) جرم و زمان ـ طول و نیرو
۳) طول و جرم ـ مساحت و نیرو
۴) نیرو و دما ـ سرعت و شدت جریان

۱۵- در کدام گزینه کمیت‌های مطرح‌شده جزء کمیت‌های اصلی هستند و به یکای آن‌ها در SI به درستی اشاره شده است؟

۱) بار الکتریکی (یکا: کولن)، مقدار ماده (یکا: مول)، شدت روشنایی (یکا: کندلا)
۲) بار الکتریکی (یکا: کولن)، مقدار ماده (یکا: کیلوگرم)، شدت روشنایی (یکا: شمع)
۳) جریان الکتریکی (یکا: آمپر)، مقدار ماده (یکا: مول)، شدت روشنایی (یکا: کندلا)
۴) جریان الکتریکی (یکا: آمپر)، مقدار ماده (یکا: کیلوگرم)، شدت روشنایی (یکا: شمع)

تشخیص کمیت‌های «برداری» و «نرده‌ای» هم از چیزهایی است که باید بلد باشید.

۱۶- کدام مورد هم درباره‌ی کمیت‌های برداری و هم درباره‌ی کمیت‌های نرده‌ای درست است؟ *(سنجش ۸۲)*

۱) دارای جهت‌اند.
۲) قابل اندازه‌گیری‌اند.
۳) عمل تفریق برای هر دو به یک صورت تعریف شده است.
۴) عمل جمع برای هر دو به یک صورت تعریف شده است.

۱۷- چه تعداد از کمیت‌های روبه‌رو برداری هستند؟ سرعت / مقاومت الکتریکی / جریان الکتریکی / اختلاف پتانسیل الکتریکی / گرما / دما / جرم / چگالی

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۱۸- چه تعداد از کمیت‌های روبه‌رو نرده‌ای هستند؟ تندی / فشار / شتاب / نیرو / جابه‌جایی / گشتاور / کار

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

همان‌طور که خودتان می‌دانید یکای کمیت‌های فرعی بر اساس یکای کمیت‌های اصلی تعریف می‌شوند. شما باید بتوانید یک کمیت فرعی را بر حسب یکاهای اصلی به دست بیاورید. در درس‌نامه یک روش خوب برای این کار یاد می‌گیرید.

۱۹- پاسکال (یکای فشار در SI) به کدام شکل برحسب یکاهای اصلی بیان می‌شود؟

۱) $\frac{kg.m}{s^2}$ ۲) $\frac{kg}{m.s^2}$ ۳) $\frac{kg.m^2}{s^2}$ ۴) $\frac{kg}{m^2.s^2}$

۲۰- می‌دانیم یکای کار در SI ژول نام دارد. ژول برحسب یکاهای اصلی به شکل کدام‌یک از گزینه‌های زیر مطرح می‌شود؟

۱) $\frac{kg.m}{s}$ ۲) $\frac{kg.m^2}{s^2}$ ۳) $\frac{kg.m^2}{s}$ ۴) $\frac{kg^2.m}{s^2}$

۲۱- اگر دو سر فنری را با نیروی F بکشیم، طول فنر به اندازه‌ی Δx زیاد می‌شود. بین F و Δx رابطه‌ی $F = K\Delta x$ برقرار است. یکای K برحسب یکاهای اصلی در کدام گزینه به درستی ذکر شده است؟

۱) $\frac{kg.m^2}{s^2}$ ۲) $\frac{kg}{m^2.s^2}$ ۳) kg/s^2 ۴) $\frac{kg.m}{s}$

۲۲- در رابطه‌ی فیزیکی $A = \frac{BC^2}{D}$، کمیت A برحسب نیوتون (N)، D برحسب ثانیه (s) و C برحسب متر (m) است. در این صورت واحد کمیت B کدام است؟

۱) $\frac{N}{s.m^2}$ ۲) $\frac{N.s}{m^2}$ ۳) $\frac{N.s}{m}$ ۴) $\frac{m^2.s}{N}$

تبدیل واحد و ماندگاری علمی

از ما به شما نصیحت! برای حل تست‌های تبدیل واحد حتماً از روش «تبدیل زنجیره‌ای» استفاده کنید.

۲۳- مایل که از یکاهای متداول طول در دستگاه بریتانیایی است، تقریباً برابر با ۱۶۰۰ متر است. فاصله‌ی دو شهر نیویورک و لندن برابر با ۳۴۸۰ مایل است. این فاصله برابر چند کیلومتر است؟

۱) ۲۱۷۵ ۲) ۲۱۷۵۰۰۰ ۳) ۵۵۶۸ ۴) ۵۵۶۸۰۰۰

۲۴- ۶ / ۲۵ خروار برابر چند تن است؟ (۱ خروار = ۱۰۰ من تبریز، ۱ من تبریز = ۶۴۰ مثقال، ۱ مثقال = ۴ / ۸۶ گرم)

۱) ۱ / ۹۴۴ ۲) ۱۹ / ۴۴ ۳) ۱۹۴ / ۴ ۴) ۱۹۴۴

۲۵- ارتفاع هواپیمایی از سطح آزاد دریاها ۳۰۰۰۰ پا (فوت) است. این ارتفاع چند برابر کیلومتر است؟ (هر پا برابر ۱۲ اینچ و هر اینچ ۲ / ۵ cm است.)

۱) ۶ ۲) ۷ / ۵ ۳) ۹ ۴) ۱۲

۲۶- ارتفاع برج میلاد، به عنوان ششمین برج بلند مخابراتی جهان، برابر ۴۳۵ / ۰۰ متر است. اگر هر فوت برابر ۱۲ اینچ و هر اینچ ۲ / ۵۴ سانتی‌متر باشد، ارتفاع برج میلاد تقریباً برابر با چند فوت است؟

۱) ۱۴۲۷ ۲) ۱۴۳۷ ۳) ۱۴۲۸ ۴) ۱۴۳۸

۲۷- طول سی و سه پل اصفهان برابر با ۲۹۳ / ۲۸ m است. این عدد برحسب فرسنگ برابر کدام گزینه است؟ (هر فرسنگ برابر با ۶۰۰۰ ذرع و هر ذرع معادل ۱۰۴۰ میلی‌متر است.)

۱) ۰ / ۰۴۷ ۲) ۲۸۲ ۳) ۳۰۵ ۴) ۰ / ۰۵۱

۲۸- راید، استادیوم و پلترون از یکاهای قدیمی یونانی طول هستند. یک راید برابر ۴ استادیوم، یک استادیوم برابر ۶ پلترون و یک پلترون برابر ۳۰ / ۸ m است. ۵۰ / ۰۰ راید برابر چند کیلومتر است؟

۱) ۶ / ۱۶ ۲) ۹ / ۲۴ ۳) ۳۶ / ۹۶ ۴) ۷۳ / ۹۲

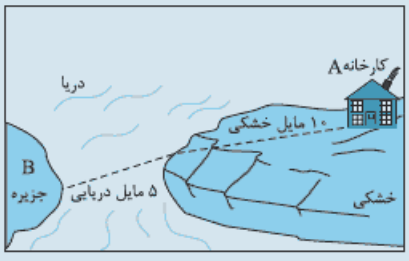
۲۹- یک اینچ برابر ۲ / ۵۴ cm، یک فوت برابر ۱۲ اینچ و یک یارد برابر ۳ فوت است. ۱۱۴۳ / ۰۰ mm برابر چند یارد است؟

۱) ۳ / ۷۵ ۲) ۱ / ۲۵ ۳) ۳۷ / ۵ ۴) ۱۲ / ۵

۳۰- قد علی دایی، آقای گل جهان، برابر با ۶ / ۰۰ ft و ۳ / ۶۰ in است. قد علی دایی برحسب سانتی‌متر تقریباً برابر کدام گزینه است؟ (هر ft برابر ۱۲ in و هر in برابر ۲ / ۵۴ سانتی‌متر است.)

۱) ۱۹۰ ۲) ۱۹۱ ۳) ۱۹۲ ۴) ۱۹۳

۳۱- در شکل مقابل باید کالایی، طبق مسیر مشخص‌شده، از کارخانه‌ی A با کامیون و کشتی به جزیره‌ی B منتقل شود. مسافتی که کالا طی می‌کند، چند کیلومتر است؟ (یک مایل در خشکی برابر ۱۶۰۹ متر و در دریا ۱۸۵۲ متر است.)



۱) ۳۵ / ۲۵
۲) ۲۵ / ۳۵
۳) ۳۰ / ۳۵
۴) ۲۰ / ۲۵

۳۲- اگر فاصله‌ی زمین تا خورشید را $۲\times۱۰^{۱۱}\ m$ در نظر بگیریم، قطر خورشید به صورت نماد علمی چند واحد نجومی (AU) است؟ (قطر خورشید $۱/۴\ Mm$ است.)

۱) $۰/۷\times۱۰^{-۶}$ ۲) ۷×۱۰^{-۶} ۳) ۷×۱۰^{۵} ۴) ۷×۱۰^{۶}

۳۳- یک سال نوری تقریباً چند برابر یک یکای نجومی است؟ فاصله‌ی زمین تا خورشید را $۲\times۱۰^{۱۱}\ m$ در نظر بگیرید.

۱) ۵۰۰۰ ۲) ۱۰۰۰ ۳) ۵۰۰۰۰ ۴) ۱۰۰۰۰

در ۳ تست بعدی با یکاهای مساحت و حجم سروکله می‌زنیم!

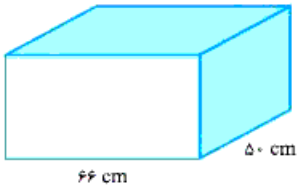
۳۴- ابعاد یک زمین فوتبال ۱۱۰/۰۰ متر در ۷۰/۰۰ متر است. مساحت این زمین فوتبال چند هکتار است؟

۱) ۰/۷۷ ۲) ۷/۷۰ ۳) ۷۷/۰۰ ۴) ۷۷۰/۰۰

۳۵- طول، عرض و ارتفاع یک مکعب‌مستطیل به ترتیب $۲/۵۰۰\ m$، $۴۰/۰\ cm$ و $۳۰۰\ mm$ است. حجم مکعب برحسب میلی‌متر مکعب برابر کدام گزینه است؟

۱) ۳×۱۰^{۷} ۲) ۳×۱۰^{۸} ۳) ۱۲×۱۰^{۷} ۴) ۱۲×۱۰^{۸}

۳۶- گالن (یکی از واحدهای متداول حجم در دستگاه بریتانیایی) تقریباً برابر با ۴/۴ لیتر است. ۳۰ گالن آب را درون یک آکواریوم به ابعاد شکل زیر می‌ریزیم. ارتفاع آب در آکواریوم چند سانتی‌متر می‌شود؟



۱) ۳۰
۲) ۴۰
۳) ۵۰
۴) ۶۰

از این‌جا به بعد تست‌ها کمی سخت‌تر می‌شود! برای حل تست‌های زیر لازم است علاوه‌بر تبدیل واحد از یک فرمول (که در سال‌های قبل یاد گرفتید) هم استفاده کنید.

۳۷- فاصله‌ی دو روستای «علی‌آباد» و «حسن‌آباد» به گفته‌ی پدربزرگ پدرام ۲ فرسنگ است. اگر پدرام مسیر مستقیم بین دو روستا را با سرعت $۴۵\ km/h$ طی کند، بعد از چند دقیقه از علی‌آباد به حسن‌آباد می‌رسد؟ (هر فرسنگ را ۶۰۰۰ متر در نظر بگیرید.)

۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۲۰ ۴) ۲۴

۳۸- علی، به تقلید از گالیله، برای اندازه‌گیری تندی متوسط یک خودرو از نبض خود به عنوان زمان‌سنج استفاده می‌کند. اگر در بازه‌ی زمانی‌ای که خودرو مسافت ۱۵۰۰ متر را طی می‌کند، نبض علی ۱۷۵ بار بزند، تندی متوسط خودرو چند کیلومتر بر ساعت است؟ (فرض کنید نبض یک شخص در هر دقیقه ۷۰ بار بزند.)

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۶ ۴) ۷۲

۳۹- سرعت نور در خلأ تقریباً $۳/۰۰\times۱۰^{۸}\ m/s$ است. سرعت نور برحسب AU/min (یکای نجومی بر دقیقه) برابر کدام گزینه است؟ (متوسط فاصله‌ی زمین تا خورشید $۲\times۱۰^{۱۱}\ m$ است.)

۱) $۰/۲۵\times۱۰^{-۳}$ ۲) $۲/۵\times۱۰^{-۳}$ ۳) ۰/۹ ۴) ۰/۰۹۰

۴۰- یک کشتی که با تندی ۲۰۰ گره در حال حرکت است، چند ثانیه طول می‌کشد تا مسافتی به اندازه‌ی $۲۰/۶\ km$ را طی کند؟ (هر گره را برابر با $۰/۵۱۵\ m/s$ در نظر بگیرید.)

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۲۰۰

۴۱- تندی یک کشتی ۸ گره است. تندی این کشتی تقریباً چند مایل بر ساعت است؟ (هر گره تقریباً $۰/۵\ m/s$ و هر مایل در دریا تقریباً ۱۸۰۰ متر است.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

۴۲- مصرف سوخت اتومبیلی پس از طی مسافت ۲۲ مایل، ۱ گالن است. این اتومبیل با مصرف یک لیتر سوخت چند کیلومتر را طی می‌کند؟ (یک گالن برابر با $۴/۴\ Lit$ و یک مایل $۱/۶\ km$ است.)

۱) ۵ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲/۸

۴۳- رکورد سریع‌ترین کاهش وزن در جهان در اختیار رضا دیداری (یک جوان گیلانی) است که توانست در مدت ۱۲ ماه، به طور طبیعی، وزن (به طور علمی‌تر، جرم) خود را از $۲۰۰\ kg$ به $۸۰\ kg$ برساند. آهنگ کاهش جرم وی چند میلی‌گرم بر ثانیه بوده است؟

۱) $\frac{۱۲۵۰}{۳۲۴}$ ۲) $\frac{۱۲۵}{۱۶۲}$ ۳) $\frac{۱۲۵}{۸۱}$ ۴) $\frac{۱۲۵}{۲۷}$

در بحث پیشوندها باید ضریب هر پیشوند را حفظ باشید و بتوانید پیشوندهای مختلف را به هم تبدیل کنید.

۴۴- مقدار $۵/۸\times۱۰^{۴}\ \mu m^{۲}$ برابر چند سانتی‌متر مربع است؟

۱) ۵/۸ ۲) $۵/۸\times۱۰^{-۴}$ ۳) $۵/۸\times۱۰^{۸}$ ۴) $۵/۸\times۱۰^{۱۲}$

۴۵- $۴۵۲\ mm^{۳}$، معادل چند متر مکعب است؟ (سنجش ۹۳)

۱) $۴/۵۲\times۱۰^{-۹}$ ۲) $۴/۵۲\times۱۰^{-۷}$ ۳) $۴/۵۲\times۱۰^{-۴}$ ۴) $۴/۵۲\times۱۰^{۷}$

۴۶- هر میلی‌لیتر معادل است با یک ..... . (ضریب پیشوند دسی $۱۰^{-۱}$ است.)

۱) سانتی‌متر مکعب ۲) سانتی‌متر مربع ۳) دسی‌متر مکعب ۴) دسی‌متر مربع

۴۷- جرم جسمی $۰/۰۰۰۳۰۶۰\ kg$ اندازه‌گیری شده است. نوشتن این اندازه برحسب گرم، به کدام صورت زیر درست است؟ (سنجش ۸۱)

۱) $۰/۰۳۰۶$ ۲) $۰/۳۰۶۰$ ۳) $۳/۰۶\times۱۰^{-۳}$ ۴) $۳/۰۶۰\times۱۰^{-۴}$

۴۸- با استفاده از شیوه‌ی نمادگذاری علمی، $۲۵۷\ m$ را برحسب میکرون (میکرومتر) به کدام صورت باید نوشت؟ (سنجش ۸۳)

۱) $۲/۵۷\times۱۰^{-۴}$ ۲) $۲/۵۷\times۱۰^{-۶}$ ۳) $۲/۵۷\times۱۰^{۶}$ ۴) $۲/۵۷\times۱۰^{۸}$

۴۹- قطر هسته‌ی اورانیم، $۰/۰۱۷۵\ pm$ است. این عدد در SI و به صورت نمادگذاری علمی در کدام گزینه به درستی عنوان شده است؟

۱) $۰/۱۷۵\times۱۰^{-۱۰}$ ۲) $۰/۱۷۵\times۱۰^{-۱۳}$ ۳) $۱/۷۵\times۱۰^{-۱۰}$ ۴) $۱/۷۵\times۱۰^{-۱۴}$

۵۰- هر $۴\ km/s$ به صورت نمادگذاری علمی، چند متر بر ساعت است؟

۱) ۱۴۴۰۰ ۲) $۱/۴۴\times۱۰^{۴}$ ۳) ۱۴۴۰۰۰۰۰ ۴) $۱/۴۴\times۱۰^{۷}$

خطا و دقت در اندازه‌گیری

برای این‌که از پس تست‌های این قسمت بربیایید، باید معنی اصطلاحات «خطای اندازه‌گیری»، «دقت و حساسیت اندازه‌گیری»، «رقم‌های بامعنی»، «رقم مرسی» و ... را بدانید. آیا می‌دانید؟ به توصیه‌ی همیشگی ما توجه کنید: درس‌نامه را خوب بخوانید!

۵۱- دقت اندازه‌گیری به کدام‌یک از عوامل زیر بستگی ندارد؟

۱) مهارت شخصی که اندازه‌گیری می‌کند.
۲) رقمی (دیجیتال) بودن یا نبودن ابزار اندازه‌گیری
۳) تعداد دفعاتی که اندازه‌گیری تکرار می‌شود.
۴) حساسیت ابزار اندازه‌گیری

۵۲- شکل زیر صفحه‌ی نمایشگر یک آمپرسنج رقمی را نشان می‌دهد. کدام گزینه گزارش درست‌تری از این اندازه‌گیری است؟

۱) $۲۰۱۰\ mA \pm ۱\ mA$ ۲) $۲۰۱۰/۰ mA \pm ۰/۵ mA$
۳) $۲/۰۱\ A \pm ۰/۰۱\ A$ ۴) $۲/۰۱\ A \pm ۰/۰۰۱\ A$

۵۳- طول یک مداد را با یک خط‌کش که برحسب سانتی‌متر مدرج شده اندازه گرفته‌ایم و مقدار آن را $۰/۰۹۰\ m$ گزارش کرده‌ایم. به ترتیب رقم غیرقطعی و تعداد ارقام بامعنی این اندازه‌گیری کدام است؟

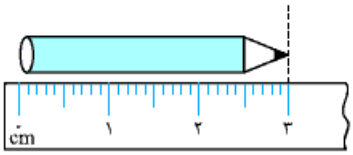
۱) ۰ و ۲ ۲) ۰ و ۳ ۳) ۹ و ۱ ۴) ۹ و ۲

۵۴- در هشت بار اندازه‌گیری جرم یک جسم به وسیله‌ی یک ترازو، مقدارهای روبه‌رو به دست آمده است. کدام گزینه گزارش دقیق‌تر و قابل قبولی از این اندازه‌گیری است؟

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۱۲۲ g	۱۲۱ g	۱۲۷ g	۱۲۲ g	۱۲۳ g	۱۲۱ g	۱۲۸ g	۱۲۲ g

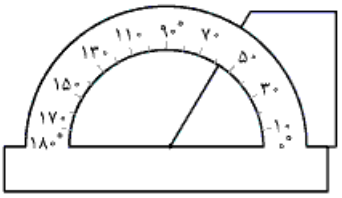
۱) ۱۲۱/۸ ۲) ۱۲۲ ۳) ۱۲۱ ۴) ۱۲۳

۵۵- با توجه به شکل روبه‌رو، در گزارش طول مداد، خطای وسیله ..... و تعداد ارقام بامعنا ..... است.



۱) $\pm ۰/۱\ cm$ ، ۲ ۲) $\pm ۰/۱\ cm$ ، ۱
۳) $\pm ۰/۰۵\ cm$ ، ۳ ۴) $\pm ۰/۰۵\ cm$ ، ۲

۵۶- در شکل روبه‌رو، با نقاله یکی از زاویه‌های یک قطعه‌ی ذوزنقه‌ای‌شکل را نشان داده‌ایم. کدام گزینه گزارش دقیق‌تر و قابل قبولی از اندازه‌ی این زاویه است؟



۱) $۵۰^\circ \pm ۱۰^\circ$ ۲) $۵۷^\circ \pm ۵^\circ$
۳) $۵۷/۵^\circ \pm ۵^\circ$ ۴) $۶۰^\circ \pm ۱۰^\circ$

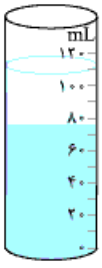
۵۷- با یک کولیس که کمینه‌ی تقسیم‌بندی آن $۰/۱\ mm$ است، قطر داخلی یک لوله $۰/۰۳۵۲۰\ m \pm ۰/۰۰۰۰۵\ m$ گزارش شده است. رقم غیرقطعی و تعداد ارقام بامعنای این گزارش کدام است؟

۱) ۲ و ۴ ۲) ۲ و ۳ ۳) ۰ و ۵ ۴) ۰ و ۴

۵۸- به کمک یک تندی‌سنج عقربه‌ای (مدرج)، تندی یک اتومبیل در یک لحظه $۱۰۸\ km/h \pm ۱\ km/h$ گزارش شده است. کمینه‌ی تقسیم‌بندی این تندی‌سنج و تعداد ارقام بامعنای گزارش کدام است؟

۱) $۱\ km/h$ و ۲ رقم ۲) $۱\ km/h$ و ۳ رقم ۳) $۲\ km/h$ و ۲ رقم ۴) $۲\ km/h$ و ۳ رقم

۵۹- در کدام گزینه، حجم مایع درون استوانه‌ی روبه‌رو درست‌تر و دقیق‌تر گزارش شده است؟



۱) $۱۱۳\ mL \pm ۱۰\ mL$
۲) $۱۱۳\ mL \pm ۵\ mL$
۳) $۱۱۰\ mL \pm ۱۰\ mL$
۴) $۱۰۵\ mL \pm ۵\ mL$

۶۰- با یک کولیس قطر داخلی یک لوله را اندازه گرفتیم و به درستی مقدار $۰/۰۲۸۱۰ \pm ۰/۰۰۰۰۵$ m را گزارش کردیم. کمینه‌ی تقسیم‌بندی این کولیس و تعداد ارقام بامعنای آن به ترتیب کدام است؟

۱) ۰/۰۵ mm و ۳ رقم ۲) ۰/۱ mm و ۳ رقم ۳) ۰/۰۵ mm و ۴ رقم ۴) ۰/۱ mm و ۴ رقم

تخمین مرتبه‌ی بزرگی

تست‌های این بخش بسیار هیجان‌انگیز است. برای این‌که لازم است گاهی اصطلاحات لازم برای حل یک مسئله را خودمان پیدا کنیم! حتماً قبل از حل این تست‌ها درس‌نامه را خیلی‌دقیق بخوانید.

۶۱- برای اولین بار، حدود ۲۴۰۰ سال پیش، ارسطو به اهمیت «مشاهده» در بررسی پدیده‌های فیزیکی اشاره کرد. چه مرتبه‌ای از ۱۰ برحسب ثانیه از آن زمان می‌گذرد؟

۱) $۱۰^{۸}$ ۲) $۱۰^{۱۱}$ ۳) $۱۰^{۱۴}$ ۴) $۱۰^{۱۷}$

۶۲- مساحت کره‌ی ماه برحسب هکتار به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟ (هر هکتار برابر ۱۰ هزار متر مربع و شعاع کره‌ی ماه ۱۷۰۰ کیلومتر است.)

۱) $۱۰^{۶}$ ۲) $۱۰^{۹}$ ۳) $۱۰^{۱۲}$ ۴) $۱۰^{۱۵}$

۶۳- ایران با متوسط بارش سالانه‌ی ۲۵۰ میلی‌متری جزو مناطق خشک جهان محسوب می‌شود. با کل آب ناشی از بارش سالانه‌ی ایران، تقریباً چند بطری ۱/۵ لیتری را می‌توان پر کرد؟ (مساحت ایران تقریباً ۱/۶ میلیون کیلومتر مربع است.)

۱) $۱۰^{۸}$ ۲) $۱۰^{۱۱}$ ۳) $۱۰^{۱۴}$ ۴) $۱۰^{۱۷}$

۶۴- مصرف روزانه‌ی نفت خام در جهان ۸۰ میلیون بشکه و حجم تمام ذخایر نفتی جهان $۱/۴ \times ۱۰^{۱۲}$ بشکه است. اگر مصرف نفت به همین شکل ادامه پیدا کند، پس از چند سال تمام ذخایر نفتی جهان به پایان می‌رسد؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۰۰۰ ۳) ۱۰۰۰۰ ۴) ۱۰۰۰۰۰

۶۵- حجم بدن یک انسان بالغ برحسب سانتی‌متر مکعب به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

۱) $۱۰^{۲}$ ۲) $۱۰^{۵}$ ۳) $۱۰^{۸}$ ۴) $۱۰^{۱۱}$

۶۶- بارش متوسط سالیانه در کره‌ی زمین ۸۶۰ میلی‌متر گزارش شده است. حجم کل آب ناشی از بارش سالیانه، برحسب لیتر، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ (شعاع کره‌ی زمین ۶۴۰۰ km است.)

۱) $۱۰^{۱۱}$ ۲) $۱۰^{۱۴}$ ۳) $۱۰^{۱۷}$ ۴) $۱۰^{۲۰}$

از این‌جا به بعد تست‌ها یه کوچولو سفت‌تر می‌شه!

۶۷- شهر رشت با مساحت ۱۸۰ km^2 در زمینی مسطح در شمال ایران واقع است. در یک روز طوفانی حدود ۱۰ mm باران در این شهر باریده است. تعداد قطره‌های باران، در این روز طوفانی، به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

۱) $۱۰^{۱۴}$ ۲) $۱۰^{۱۷}$ ۳) $۱۰^{۲۰}$ ۴) $۱۰^{۲۳}$

۶۸- نیوتون در سن ۸۵ سالگی از دنیا رفت. حجم هوایی که نیوتون در تمام طول عمر خود تنفس کرده، برحسب لیتر، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

۱) $۱۰^{۳}$ ۲) $۱۰^{۹}$ ۳) $۱۰^{۱۲}$ ۴) $۱۰^{۱۵}$

۶۹- مردم ایران هر ساله به مناسبت نوروز گندم سبز می‌کنند. اگر به ازای هر ۷ ایرانی، ۱۰۰ g گندم سبز شود، هر ساله حدود چند کیلوگرم گندم به سبزه‌ی عید تبدیل می‌شود؟ (جمعیت ایران ۸۰ میلیون نفر است.)

۱) $۱۰^{۲}$ ۲) $۱۰^{۴}$ ۳) $۱۰^{۶}$ ۴) $۱۰^{۸}$

۷۰- حجم خونی که قلب یک نفر در طول عمرش به سرخرگ آئورت پمپ می‌کند، برحسب لیتر، به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟ (قلب در هر ضربان به طور میانگین ۷۰ cm^3 خون به سرخرگ آئورت پمپ می‌کند.)

۱) $۱۰^{۲}$ ۲) $۱۰^{۵}$ ۳) $۱۰^{۸}$ ۴) $۱۰^{۱۱}$

۷۱- توان متوسط مفید یک کارگر که حداکثر می‌تواند ۸ ساعت در روز کار کند، ۱۵۰ W است. اگر قرار باشد توربین‌های نیروگاه دو هزار مگاواتی شهید رجایی در تمام مدت شبانه‌روز با نیروی انسانی کار کنند، کلاً چند نفر کارگر لازم است؟

۱) ۱۰ ۲) $۱۰^{۳}$ ۳) $۱۰^{۵}$ ۴) $۱۰^{۷}$

۷۲- مصرف روزانه‌ی نان در کل کشور، برحسب کیلوگرم، به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

۱) $۱۰^{۵}$ ۲) $۱۰^{۷}$ ۳) $۱۰^{۹}$ ۴) $۱۰^{۱۱}$

۷۳- مصرف روزانه‌ی بنزین خودروهای شهر تهران، برحسب لیتر، به کدام‌یک از اعداد زیر نزدیک‌تر است؟

۱) $۱۰^{۵}$ ۲) $۱۰^{۷}$ ۳) $۱۰^{۹}$ ۴) $۱۰^{۱۱}$

حالا تست‌ها یه کوپولوی دیگه هم سفت‌تر می‌شه!

۷۴- تنظیم موتور خودرو باعث می‌شود که مصرف بنزین در هر ۱۰۰ کیلومتر ۱ لیتر کم‌تر شود. بررسی‌ها نشان می‌دهد که نصف خودروهای شهر تهران احتیاج به تنظیم موتور دارند. اگر این کار صورت گیرد، هزینه‌ی ماهانه‌ی صرفه‌جویی‌شده در مصرف بنزین در تهران، برحسب ریال، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ (قیمت هر لیتر بنزین را ۱۰۰۰۰ ریال در نظر بگیرید.)

۱) 10^{8} ۲) 10^{11} ۳) 10^{14} ۴) 10^{17}

۷۵- فرض کنید در ایران از هر ده شیر آب یکی خراب است و آب به صورت قطره‌قطره از آن چکه می‌کند. حجم کل آبی که از این راه در طی یک شبانه‌روز در کل ایران هدر می‌رود، برحسب لیتر، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

۱) 10^{3} ۲) 10^{5} ۳) 10^{8} ۴) 10^{12}

۷۶- حجم کل آب موجود در سطح کره‌ی زمین، برحسب لیتر، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ (شعاع کره‌ی زمین ۶۴۰۰ km است.)

۱) 10^{15} ۲) 10^{18} ۳) 10^{21} ۴) 10^{24}

۷۷- فرض کنید حجمی برابر با حجم همه‌ی انسان‌های زمین را به شکل لایه‌ای یکنواخت روی سطح زمین بگذاریم. ضخامت این لایه برحسب میلی‌متر به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟ (شعاع کره‌ی زمین ۶۴۰۰ km است.)

۱) 10^{3} ۲) 10 ۳) 10^{-2} ۴) 10^{-5}

در ۲ تست بعدی باید از کمیت «توان» استفاده کنید. مطمئن هستیم می‌دانید: $\text{توان} = \frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}}$

۷۸- توان مصرفی یک لامپ التهابی و یک لامپ کم‌مصرف، با روشنایی مشابه، به ترتیب ۱۰۰ و ۲۰ وات است. اگر تمام لامپ‌های منازل مسکونی کشور از نوع التهابی به کم‌مصرف تبدیل شوند، تقریباً چند ریال در ماه در مصرف انرژی الکتریکی صرفه‌جویی می‌شود؟ (هزینه‌ی هر ژول انرژی الکتریکی برابر ۰/۰۲ ریال است. تمام اعداد و اطلاعات مورد نیاز را خودتان تخمین بزنید.)

۱) 10^{12} ۲) 10^{15} ۳) 10^{18} ۴) 10^{21}

۷۹- هنگام تاریکی هوا، خودروها چراغ‌های خود را با توان متوسط ۱۰۰ وات روشن می‌کنند. در موتور این خودروها با سوزاندن هر لیتر مواد سوختنی، مقدار 4×10^{7} ژول انرژی تولید می‌شود. بازده‌ی موتور خودروها حدود ۲۰ درصد است. اگر هر خودرو روزانه یک ساعت چراغ‌های خود را روشن کند، افزایش مصرف روزانه‌ی مواد سوختی خودروهای تهران به علت روشن‌کردن چراغ‌ها، حدود چند لیتر است؟

۱) 10^{8} ۲) 10^{10} ۳) 10^{4} ۴) 10^{6}

در ادامه لازم است از فرمول‌های فیزیکی که در سال‌های قبل یادگرفته‌اید استفاده کنید.

۸۰- جرم یک مول آب، ۱۸ گرم است. تعداد مولکول‌های هر قطره‌ی آب به کدام‌یک از اعداد زیر نزدیک‌تر است؟

۱) 10^{19} ۲) 10^{22} ۳) 10^{25} ۴) 10^{28}

۸۱- طبق استاندارد آلایندگی یورو ۴، حداکثر میزان مجاز تولید مونواکسید کربن در یک خودرو، به ازای هر ۱ کیلومتر حرکت، برابر ۱ گرم است. بیشینه‌ی جرم مونواکسید کربنی که یک خودروی دارای گواهی یورو ۴، در یک سال وارد هوا می‌کند برحسب گرم، به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

۱) 10^{4} ۲) 10^{7} ۳) 10^{10} ۴) 10^{13}

۸۲- می‌دانیم تقریباً ۵۰۰ ثانیه طول می‌کشد تا نور خورشید به زمین برسد. تندی حرکت زمین به دور خورشید با مرتبه‌ی بزرگی از ۱۰، برحسب کیلومتر بر ساعت برابر کدام گزینه است؟

۱) 10^{2} ۲) 10^{5} ۳) 10^{8} ۴) 10^{11}

۸۳- یک ماشین خیالی را در نظر بگیرید که می‌تواند با سرعت نور حرکت کند. این ماشین روی خط استوا در حال گردش به دور زمین است. تعداد دورهایی که این ماشین در یک ساعت به دور کره‌ی زمین می‌چرخد به کدام عدد نزدیک‌تر است؟ (سرعت نور $3\times10^{8}\ m/s$ و شعاع کره‌ی زمین ۶۴۰۰ km است.)

۱) ۱۰ ۲) 10^{2} ۳) 10^{5} ۴) 10^{8}

۸۴- فشار ناشی از وزن یک شخص بالغ که روی سطح افقی ایستاده است، برحسب پاسکال، به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

۱) 10^{2} ۲) 10^{4} ۳) 10^{6} ۴) 10^{8}

۸۵- می‌دانیم فشار هوا در سطح کره‌ی زمین 10^{5} پاسکال و شعاع کره‌ی زمین ۶۴۰۰ کیلومتر است. جرم هوای موجود در جو زمین برحسب کیلوگرم به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

۱) 10^{15} ۲) 10^{19} ۳) 10^{23} ۴) 10^{27}

۸۶- تقریباً چند ثانیه طول می‌کشد تا پرتوی نور خورشید به زمین برسد؟ (هر یکای نجومی تقریباً $1/5\times10^{11}\ m$ و سرعت نور در خلأ $3\times10^{8}\ m/s$ است.)

۱) ۵۰۰ ۲) ۱۰۰۰ ۳) ۱۵۰۰ ۴) ۲۰۰۰

بخش ۲: چگالی

چگالی قرار نیست شما را اذیت کند. فقط یک نکته: حتماً حواستان به یکاها و تبدیل یکاها باشه.

۸۷- اگر چگالی جسمی $0/01\ g/mm^3$ باشد، چگالی آن برحسب کیلوگرم بر سانتی‌متر مکعب کدام است؟ (ق.م)

۱) $0/0001$ ۲) $0/001$ ۳) $0/01$ ۴) $0/1$

۸۸- جرم $20\ Lit$ از مایعی با چگالی $1200\ kg/m^3$، چند کیلوگرم است؟ (ق.م)

۱) ۶ ۲) ۶۰ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

۸۹- حجم جسمی $0/002\ dm^3$ و جرم آن $5\ g$ است. چگالی این جسم چند واحد SI است؟ (ضریب پیشوند دسی (d)، 10^{-1} است.)

۱) $2/5\times10^{3}$ ۲) $2/5\times10^{2}$ ۳) 4×10^{3} ۴) 4×10^{2}

۹۰- جرم $50\ cm^3$ محلول یک اسید $60\ g$ است. جرم حجمی این محلول برحسب g/Lit و kg/m^3، از راست به چپ کدام است؟ (ق.م)

۱) $0/12\ ,\ 1/2$ ۲) $12\ ,\ 12$ ۳) $120\ ,\ 1/2$ ۴) $1200\ ,\ 1200$

۹۱- چگالی فلز اُسیوم که یکی از چگال‌ترین مواد یافت‌شده روی زمین است، $22/5\times10^{3}\ kg/m^3$ می‌باشد. جرم قطعه‌ای از این ماده به حجم $84/0\ cm^3$ چند کیلوگرم است؟

۱) $1/89\times10^{-2}$ ۲) $1/89\times10^{-1}$ ۳) $1/89$ ۴) $1/89\times10^{1}$

۹۲- حجم خون در گردش در یک فرد بالغ حدود $5/00$ لیتر است. جرم این مقدار خون چند کیلوگرم است؟ چگالی خون $1/05\ g/cm^3$ است.

۱) $5/25$ ۲) $5/25\times10^{-3}$ ۳) $10/5$ ۴) $10/5\times10^{-3}$

۹۳- ستاره‌های کوتوله‌ی سفید بسیار چگال هستند و چگالی آن‌ها در SI حدود ۱۰۰ میلیون است. جرم مکعبی به ابعاد $1\ cm\times3\ cm\times4\ cm$ از این جنس چند کیلوگرم است؟

۱) $1/2$ ۲) ۱۲ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۲۰۰

۹۴- جرم و حجم یک الماس به ترتیب ۷ قیراط و $0/35\ cm^3$ است. چگالی این الماس در SI چند واحد است؟ (هر قیراط معادل ۲۰۰ میلی‌گرم است.)

۱) $2/5$ ۲) $2/5\times10^{3}$ ۳) ۴ ۴) 4×10^{3}

۹۵- چگالی نوشابه‌ی گازدار وقتی هنوز بطری آن باز نشده است ..... از هنگامی است که داخل لیوان ریخته می‌شود. زیرا وقتی نوشابه داخل لیوان ریخته می‌شود ..... .

۱) بیشتر ـ جرم آن اندکی کم می‌شود
۲) بیشتر ـ حجم آن اندکی زیاد می‌شود
۳) کم‌تر ـ جرم آن اندکی زیاد می‌شود
۴) کم‌تر ـ حجم آن اندکی کم می‌شود

۹۶- چگالی جسمی $1200\ kg/m^3$ است. وزن $5\ cm^3$ از این جسم، چند نیوتون است؟ $(g=10\ N/kg)$

۱) $0/24$ ۲) $0/12$ ۳) $0/06$ ۴) $2/4$

۹۷- می‌خواهیم از ماده‌ای با چگالی $8\times10^{3}\ kg/m^3$ مکعبی توپر به ضلع $5\ cm$ درست کنیم. چند کیلوگرم از این ماده لازم است؟ (ق.م)

۱) $0/2$ ۲) $0/5$ ۳) ۱ ۴) $1/6$

۹۸- اگر چگالی فلزی $8400\ kg/m^3$ باشد، جرم شمشی از آن فلز به ابعاد $20\ cm\times10\ cm\times5\ cm$ چند کیلوگرم است؟ (سنجش ۸۲)

۱) $0/84$ ۲) $1/68$ ۳) $8/4$ ۴) $16/8$

۹۹- یک مکعب همگن که هر بعد آن $10\ cm$ و چگالی آن $7800\ kg/m^3$ است، چند نیوتون وزن دارد؟ $(g=10\ N/kg)$

۱) $0/78$ ۲) $7/8$ ۳) ۷۸ ۴) ۷۸۰

۱۰۰- سطح مقطع یک استوانه‌ی همگن $25\ cm^2$، ارتفاع آن $10\ cm$ و چگالی آن $7800\ kg/m^3$ می‌باشد. جرم این استوانه چند گرم است؟

۱) ۱۹۵ ۲) ۱۹۵۰ ۳) ۹۷۵ ۴) ۹۷/۵

۱۰۱- چگالی کره‌ای همگن به جرم $8\ kg$ و به شعاع $10\ cm$، چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟ $(\pi=3)$ (ق.م)

۱) ۱۰۰۰ ۲) ۱۵۰۰ ۳) ۲۰۰۰ ۴) ۴۰۰۰

۱۰۲- چگالی ماده‌ای $2/43\ g/cm^3$ است. جرم مکعبی از این ماده ۴ مثقال است. ضلع مکعب چند سانتی‌متر است؟ (هر مثقال ۸۶ / ۴ گرم است.)

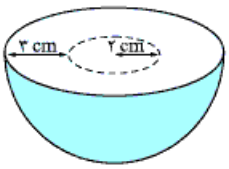
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

محاسبه‌ی چگالی اجسامی که درونشان حفره دارد خیلی رایج است. در چهار تست بعدی با این اجسام سروکار داریم.

۱۰۳- در درون یک کره‌ی فلزی به شعاع $10\ cm$، حفره‌ی خالی و کروی‌شکلی به شعاع $5\ cm$ قرار دارد. اگر چگالی فلز $8\ kg/Lit$ باشد، جرم کره چند کیلوگرم است؟ $(\pi=3)$ (سنجش ۹۰)

۱) $2/8$ ۲) $2/4$ ۳) ۲۴ ۴) ۲۸

۱۰۴- شکل مقابل، نیم‌کره‌ای از جنس آهن را نشان می‌دهد که حفره‌ای به شکل نیم‌کره در آن ایجاد شده است. اگر چگالی آهن $8\ g/cm^3$ باشد، جرم این جسم چند گرم است؟ $(\pi=3)$ (سنجش ۹۲)



۱) ۳۰۴ ۲) ۱۸۷۲ ۳) ۲۰۰۰ ۴) ۳۷۴۴

۱۰۵- درون یک قطعه طلا با حجم ظاهری $12\ cm^3$ و جرم $199/5\ g$، حفره‌ای وجود دارد. اگر چگالی طلا $19000\ kg/m^3$ باشد، حجم حفره‌ی خالی چند سانتی‌متر مکعب است؟ (سراسری ریاضی ۸۷)

۱) ۰/۷۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۳/۴

۱۰۶- طول هر ضلع یک مکعب فلزی $10\ cm$ و جرم آن $6\ kg$ است. اگر چگالی فلز $8\ g/cm^3$ باشد، مکعب: (سراسری ریاضی ۸۸)

۱) توپر و حجم آن $750\ cm^3$ است.
۲) توپر و حجم آن $1000\ cm^3$ است.
۳) حفره‌ی خالی دارد و حجم حفره $750\ cm^3$ است.
۴) حفره‌ی خالی دارد و حجم حفره $250\ cm^3$ است.

در مسئله‌های پیش رو به مقایسه چگالی دو جسم پرداخته‌ایم!

۱۰۷- دو مکعب فلزی یکی از آلومینیم به جرم حجمی $2/7\ g/cm^3$ و دیگری از آلیاژی به جرم حجمی $8/1\ g/cm^3$ موجود است. اگر هر یال مکعب دوم دو برابر یال مکعب اول باشد، جرم آن چند برابر مکعب اول است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۲۴

۱۰۸- جرم دو کره‌ی همگن توپر A و B با هم برابر است. اگر شعاع کره‌ی A برابر $3\ cm$ و شعاع کره‌ی B برابر $6\ cm$ باشد، چگالی کره‌ی A چند برابر چگالی کره‌ی B است؟ (سراسری ریاضی خارج ۸۹)

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) $2\sqrt{2}$

۱۰۹- حجم جسم A دو برابر حجم جسم B و جرم آن ۳ برابر جرم جسم B است. چگالی جسم A چند برابر چگالی جسم B است؟ (سراسری ریاضی ۸۳)

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{4}{9}$ ۴) $\frac{9}{4}$

۱۱۰- نسبت چگالی آهن به چگالی جسمی ۳/۱ است. حجم $540\ g$ از این جسم چند سانتی‌متر مکعب است؟ (چگالی آهن $7800\ kg/m^3$ است.) (ق.م)

۱) ۴۵ ۲) ۶۰ ۳) ۹۰ ۴) ۱۸۰

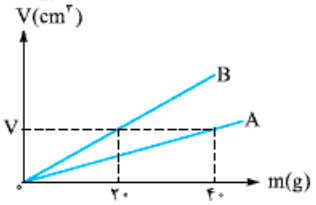
۱۱۱- چگالی جسم A، ۱/۵ برابر چگالی جسم B است. اگر جرم $500\ cm^3$ از جسم B برابر $200\ g$ باشد، جرم $200\ cm^3$ از جسم A چند گرم است؟ (سراسری ریاضی خارج ۹۱)

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۳۶۰

۱۱۲- چگالی مایع A، $\frac{4}{5}$ چگالی مایع B است. اگر حجم $8\ kg$ از مایع A برابر $10\ Lit$ باشد، حجم $5\ kg$ از مایع B برابر چند لیتر است؟ (سراسری تجربی ۸۳)

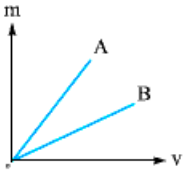
۱) $\frac{2}{5}$ ۲) $\frac{3}{6}$ ۳) ۴ ۴) ۵

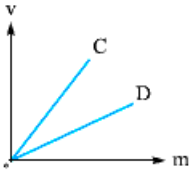
۱۱۳- نمودار حجم برحسب جرم برای دو فلز A و B مطابق شکل است. چگالی فلز A چند برابر چگالی فلز B است؟ (سنجش ۸۶)



۱) $\frac{1}{4}$ ۲) ۴ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۲

۱۱۴- با توجه به نمودارهای داده‌شده برای چهار ماده‌ی A، B، C و D کدام مقایسه در مورد چگالی این چهار ماده صحیح است؟





۱) $\rho_C > \rho_D$ ، $\rho_A > \rho_B$
۲) $\rho_C > \rho_D$ ، $\rho_A < \rho_B$
۳) $\rho_C < \rho_D$ ، $\rho_A > \rho_B$
۴) $\rho_C < \rho_D$ ، $\rho_A < \rho_B$

۱۱۵- دو استوانه‌ی همگن A و B دارای جرم و ارتفاع مساوی‌اند. استوانه‌ی A توپر و استوانه‌ی B توخالی است. اگر شعاع خارجی این دو استوانه با هم برابر و شعاع داخلی استوانه‌ی B نصف شعاع خارجی آن باشد، چگالی ماده‌ی سازنده‌ی استوانه‌ی A چند برابر چگالی ماده‌ی سازنده‌ی استوانه‌ی B است؟ (سراسری ریاضی ۸۹)

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

۱۱۶- نیم‌کره‌ی توپری با شعاع R' را ذوب کرده، با مصالح آن، استوانه‌ای با شعاع داخلی R و شعاع خارجی R' می‌سازیم. اگر ارتفاع استوانه برابر R' باشد، نسبت $\frac{R'}{R}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{3}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۱۷- با ذوب m گرم از عنصری، استوانه‌ای به طول L، شعاع داخلی R_1 و شعاع خارجی R_2 ساخته‌ایم. اگر بخواهیم از همان ماده، استوانه‌ی دیگری به طول $3L$، شعاع داخلی $2R_1$ و شعاع خارجی $2R_2$ بسازیم، جرم مورد نیاز چند m می‌شود؟ (ق.م)

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۲

۱۱۸- کره‌ی توپری به شعاع R، از فلزی با چگالی ρ_1 ساخته شده است. اگر درون آن حفره‌ای کروی به شعاع $\frac{R}{2}$ و هم‌مرکز با کره ایجاد کنیم، چگالی این کره چند برابر ρ_1 می‌شود؟ (سراسری ریاضی خارج ۸۳)

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{8}$ ۴) $\frac{7}{8}$

در تست زیر حجم جسم به شیوه‌ی جالبی اندازه‌گیری شده است.

۱۱۹- درون استوانه‌ی مدرجی آب وجود دارد. گلوله‌ی توپری به جرم ۴۲ g را داخل آب می‌اندازیم. سطح آب از درجه‌ی $50\ cm^3$ به $54\ cm^3$ می‌رسد. چگالی گلوله چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ (سراسری ریاضی ۹۲)

۱) ۳/۵ ۲) ۱۰/۵ ۳) ۲۱ ۴) ۴۲

۱۲۰- جرم یک استوانه‌ی مدرج ۱۲۰ g است. $75\ cm^3$ از یک مایع را درون آن می‌ریزیم. در این صورت جرم استوانه با مایع درون آن ۱۸۰ g می‌شود. چگالی این مایع چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟

۱) 8×10^{-1} ۲) 8×10^{2} ۳) 8×10 ۴) 8×10^{-2}

۱۲۱- یک قطعه فلز به جرم ۹۰ g را درون آب داخل استوانه‌ای می‌اندازیم. با این عمل قطعه فلز کاملاً در آب فرو می‌رود و سطح آب درون استوانه به اندازه‌ی ۱/۲ cm بالا می‌آید. اگر سطح مقطع داخلی استوانه $10\ cm^2$ باشد، چگالی فلز چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ (سراسری ریاضی ۸۲)

۱) ۵/۵ ۲) ۶ ۳) ۷/۵ ۴) ۸

۱۲۲- جرم یک گلوله‌ی آهنی ۳۹۰۰ g و چگالی آن $7800\ kg/m^3$ است. اگر گلوله‌ی آهنی را به آرامی در ظرف پر از الکل فرو ببریم و چگالی الکل $800\ g/Lit$ باشد، چند گرم الکل از ظرف خارج می‌شود؟ (سراسری ریاضی خارج ۹۰)

۱) ۴۰۰ ۲) ۳۹۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۴۰۰۰

۱۲۳- یک قطعه فلز را که چگالی آن $2/7\ g/cm^3$ است، کاملاً در ظرفی پر از الکل به چگالی $0/8\ g/cm^3$ وارد می‌کنیم و به اندازه‌ی ۱۶۰ g الکل از ظرف بیرون می‌ریزد. جرم قطعه فلز چند گرم است؟ (سراسری ریاضی ۹۳)

۱) ۵۴۰ ۲) ۴۵۰ ۳) ۴۳۲ ۴) ۲۰۰

یک مدل از تست‌های چگالی، مسئله‌هایی است که به محاسبه‌ی چگالی مخلوط می‌پردازد!

۱۲۴- $300\ cm^3$ از مایعی به چگالی $1300\ kg/m^3$ را با چند سانتی‌متر مکعب از مایعی به چگالی $1500\ kg/m^3$ مخلوط کنیم تا چگالی مخلوط $1400\ kg/m^3$ شود؟ (در اختلاط، تغییر حجم ناچیز است.) (ق.م)

۱) ۲۰۰ ۲) ۲۵۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۳۵۰

۱۲۵- ۳ Lit آب به جرم حجمی $1kg/Lit$ با ۲ Lit مایع به جرم حجمی $1/5\ kg/Lit$ مخلوط می‌شود. هرگاه تغییر حجم صورت نگیرد، جرم حجمی مخلوط برحسب کیلوگرم بر لیتر برابر است با:

۱) ۱/۲ ۲) ۱/۲۵۰ ۳) ۱/۳ ۴) ۱/۴

۱۲۶- مخلوطی از دو نوع مایع با چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 درست شده است. اگر $\frac{1}{3}$ حجم آن از مایعی با چگالی ρ_1 بوده و $\frac{2}{3}$ باقی‌مانده از مایعی با چگالی ρ_2 باشد، چگالی مخلوط برابر با کدام گزینه است؟ (سراسری ریاضی ۹۱)

۱) $\frac{3\rho_1\rho_2}{\rho_2+2\rho_1}$ ۲) $\frac{\rho_2+2\rho_1}{3}$ ۳) $\frac{\rho_1+2\rho_2}{3}$ ۴) $\frac{3\rho_1\rho_2}{\rho_1+2\rho_2}$

۱۲۷- چگالی مخلوط دو مایع A و B با حجم‌های اولیه‌ی V_A و V_B، برابر $0/75\ g/cm^3$ است. اگر چگالی مایع A برابر $600\ g/Lit$ و چگالی مایع B برابر $800\ g/Lit$ باشد، V_A چند برابر V_B است؟ (سراسری ریاضی خارج ۹۲)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{4}$

۱۲۸- مخلوطی از دو ماده‌ی A و B به چگالی‌های $4\ g/cm^3$ و $18\ g/cm^3$ درست می‌کنیم. اگر جرم ماده‌ی B سه برابر جرم ماده‌ی A باشد، چگالی مخلوط چند گرم بر لیتر است؟

۱) ۱۲۰۰ ۲) ۲۴۰۰ ۳) ۴۸۰۰ ۴) ۹۶۰۰

۱۲۹- در مخلوطی از آب و یخ، مقداری یخ ذوب می‌شود و حجم مخلوط $5\ cm^3$ کاهش می‌یابد. جرم یخ ذوب‌شده چند گرم است؟ ($\rho_{آب}=1\ g/cm^3$, $\rho_{یخ}=0/9\ g/cm^3$) (سراسری ریاضی خارج ۸۸)

۱) ۴/۵ ۲) ۵ ۳) ۴۵ ۴) ۵۰

پایان بخش تست‌های این فصل تست‌هایی است مربوط به تخمین، که در آن‌ها از مفهوم و فرمول چگالی باید استفاده کنید.

۱۳۰- ستاره‌های کوتوله‌ی سفید بسیار چگال هستند و چگالی آن‌ها در SI حدود ۱۰۰ میلیون است. جرم یک قوطی کبریت از جنس ماده‌ی تشکیل‌دهنده‌ی این ستاره‌ها چند برابر جرم یک خودروی معمولی است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{10}$ ۳) $\frac{1}{100}$ ۴) $\frac{1}{1000}$

۱۳۱- اخترشناسان شعاع جهان قابل رویت را 10^{10} سال نوری تخمین زده‌اند. برآورد شده است که در جهان در حدود 10^{11} کهکشان و در هر کهکشان حدود 10^{11} ستاره مانند خورشید وجود دارد. چگالی متوسط جهان برحسب کیلوگرم بر متر مکعب به کدام‌یک از اعداد زیر نزدیک‌تر است؟ جرم خورشید را $2\times10^{30}\ kg$ و سرعت نور را $3\times10^{8}\ m/s$ در نظر بگیرید.

۱) 10^{-38} ۲) 10^{-32} ۳) 10^{-26} ۴) 10^{-20}

۱۳۲- با توجه به مفهوم چگالی، مشخص کنید که جرم زمین دارای چه مرتبه‌ای از ۱۰ برحسب کیلوگرم است؟ (شعاع کره زمین ۶۴۰۰ کیلومتر است.)

۱) 10^{16} ۲) 10^{19} ۳) 10^{22} ۴) 10^{25}

تست‌های فصل اول تمام شد!

اما ما برای دانش‌آموزایی که می‌خوان هر آزمونی رو ۱۰۰ یا هتی بالاتر!!! بزنند، چندتا تست چون‌دار آماده کردیم، تست‌های سری z!

سری Z

۱۳۳- فرض کنید $\vec{A}$ و $\vec{B}$ دو کمیت برداری و c یک کمیت نرده‌ای (با یکای معین در SI) باشد. اگر $\vec{A} = c\vec{B}$ باشد، کدام‌یک از رابطه‌های زیر می‌تواند درست باشد؟ ($\vec{D}$ یک کمیت برداری است.)

۱) $\vec{B} - \vec{A} = \vec{D}$ ۲) $\vec{B} + 2\vec{A} = \frac{\vec{D}}{c}$ ۳) $2\vec{A} - c\vec{B} = \vec{D}$ ۴) $\vec{B} = c + \vec{D}$

۱۳۴- در رابطه‌ی فیزیکی $BC^2 = A - \frac{D}{C}$، اگر کمیت B برحسب کیلوگرم متر بر مربع ثانیه و کمیت A برحسب کیلوگرم متر (kg.m) باشد، یکای کدام رابطه‌ی زیر $\frac{kg.m}{s}$ است؟

۱) $\frac{D^2}{C}$ ۲) DC ۳) $\frac{C}{D}$ ۴) $\frac{D}{C^2}$

۱۳۵- یک جهانگرد بر روی یکی از نصف‌النهارهای کره‌ی زمین از عرض جغرافیایی 60° شمالی تا عرض جغرافیایی 60° جنوبی سفر کرده است. مسافتی که این جهانگرد پیموده است، چند فرسنگ است؟ (زمین را یک کره با قطر ۱۲۷۶۰ km در نظر بگیرید، هر فرسنگ ۶۰۰۰ ذرع و هر ذرع ۱۰۴ cm است.)

۱) ۲۱۴۰ ۲) ۳۲۱۰ ۳) ۴۲۸۰ ۴) ۶۴۲۰

۱۳۶- شخصی با هواپیما از مختصات جغرافیایی 53° شمالی و 45° شرقی مستقیماً به مختصات 53° شمالی و 15° غربی می‌رود. اگر ارتفاع پرواز هواپیما ۲۴۰۰۰ ذرع باشد، مسافتی که هواپیما پیموده است، چند فرسنگ است؟ (زمین را یک کره با شعاع ۶۳۷۸ km در نظر بگیرید، هر ذرع ۱۰۴ cm و هر فرسنگ ۶ / ۲۴ km است.)

۱) ۶۴۰ ۲) ۶۴۴ ۳) ۳۲۰ ۴) ۳۲۴

۱۳۷- شخصی می‌خواهد ۱۵ kg نمک را در بسته‌های ۱۲۰ گرمی بسته‌بندی کند. اما او فقط وزنه‌های یک سیری و ده نخودی در اختیار دارد و با این وزنه‌ها نمک را به نزدیک‌ترین مقدار ممکن به ۱۲۰ g بسته‌بندی می‌کند. او در پایان حداکثر چند بسته نمک به جرم تقریبی ۱۲۰ g بسته‌بندی کرده است؟ (هر سیر، ۱۶ مثقال یا ۷۷ / ۷۶ g و هر مثقال، ۲۴ نخود است.)

۱) ۱۲۵ ۲) ۱۲۴ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۱۸

۱۳۸- حجم مکعب‌مستطیلی به ابعاد ۵۰۰ in، ۲۵ ft و ۱۰۰۰ cm، چند متر مکعب است؟ (هر اینچ برابر ۲ / ۵۴ cm و هر فوت برابر ۱۲ in است.)

۱) ۲۳۳ ۲) ۲۳۲۶ ۳) ۹۷۰ ۴) ۹۶۸

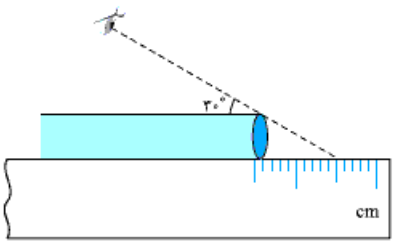
۱۳۹- با یک خط‌کش که کمینه‌ی تقسیم‌بندی آن ۰ / ۵ cm است، طول یک مستطیل را ۲۰ / ۶۵ cm و با یک خط‌کش دیگر که کمینه‌ی تقسیم‌بندی آن ۱ mm است، عرض همان مستطیل را ۱۰ / ۲۲ cm اندازه گرفته‌ایم. محدوده‌ی مساحت این مستطیل (S) برحسب سانتی‌متر مربع در کدام گزینه دقیق‌تر و درست بیان شده است؟

۱) $218/3 \geq S \geq 211/0$ ۲) $214/6 \geq S \geq 207/47$ ۳) $211 \geq S \geq 203/9$ ۴) $211 \geq S \geq 207/47$

۱۴۰- دمای یک جسم را با دماسنج معمولی (مدرج) $22/6\ ^\circ C \pm 0/2\ ^\circ C$ و دمای همان جسم را با دماسنج دیجیتالی $22/6\ ^\circ C \pm 0/1\ ^\circ C$ گزارش کرده‌ایم. کمینه‌ی تقسیم‌بندی دماسنج مدرج چند برابر کمینه‌ی اندازه‌گیری دماسنج دیجیتال است؟

۱) ۰ / ۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

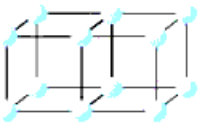
۱۴۱- مطابق شکل شخصی با روش اشتباه طول لوله‌ای به قطر ۰ / ۵۰ cm را با خط‌کش میلی‌متری ۲۵ / ۵۰ cm گزارش کرده است. اگر او با روشی اصولی طول لوله را اندازه می‌گرفت، کدام طول زیر به گزارش او نزدیک‌تر بود؟ ($\sqrt{3} = 1/7$)



۱) ۲۶ / ۳۵ ۲) ۲۶
۳) ۲۵ ۴) ۲۴ / ۶۵

۱۴۲- سرعت خون در رگ آئورت (اولین رگ خروجی از قلب) ۸ m / s و سرعت متوسط آن در مویرگ‌ها ۰ / ۵ mm / s است. قطر آئورت ۲ / ۵ cm و قطر متوسط مویرگ‌ها ۰ / ۱mm می‌باشد. تعداد مویرگ‌های بدن انسان تقریباً برابر کدام گزینه است؟

۱) 10^5 ۲) 10^7 ۳) 10^9 ۴) 10^{11}



۱۴۳- ماده‌ای از اتم‌های کربن با ساختار مکعبی‌شکل روبه‌رو ساخته شده است. می‌دانیم در هر ۱۲ گرم کربن تقریباً ۶×۱۰^{۲۳} اتم کربن وجود دارد. اگر چگالی این ماده $۲/۵\ g/cm^۳$ باشد، فاصله‌ی ۲ اتم مجاور روی یک ضلع در مکعب برحسب متر به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

۱) $۱۰^{-۶}$ ۲) $۱۰^{-۸}$ ۳) $۱۰^{-۱۰}$ ۴) $۱۰^{-۱۲}$

۱۴۴- مکعبی به طول ضلع a و استوانه‌ای توخالی به شعاع داخلی $\frac{a}{۲}$ و شعاع خارجی $\frac{۳}{۲}a$ و ارتفاع ۲a در اختیار داریم. اگر جرم مکعب $\frac{۱}{۴}$ برابر جرم استوانه باشد، نسبت چگالی استوانه به چگالی مکعب کدام است؟ $(\pi \simeq ۳)$

۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۱۴۵- یک ظرف استوانه‌ای فلزی به شعاع داخلی ۱۰ cm و عمق ۹ cm وقتی کاملاً پر از آب باشد، جرمش ۱۰/۱۴ kg است. اگر ضخامت ظرف در دیواره و کف آن ۱ cm باشد، چگالی ظرف چند گرم بر سانتی‌مترمکعب است؟ $(\rho_{آب}=۱\ g/cm^۳ \text{ و } \pi=۳)$

۱) ۸ ۲) ۷/۸ ۳) ۴ ۴) ۲/۷

۱۴۶- درون یک استوانه‌ی مدرج به شعاع مقطع ۴ cm آب ریخته‌ایم و یک قالب یخ مکعبی‌شکل به ضلع ۵ cm درون آن انداخته‌ایم به طوری که ارتفاع آب درون استوانه ۱۰ cm افزایش یافته و ۱۰ درصد یخ بالای سطح آب قرار گرفته است. پس از مدتی نیمی از یخ ذوب می‌شود، ارتفاع آب .....

$(\pi \simeq ۳ \ , \ \rho_{یخ}=۰/۹\ g/cm^۳ \ , \ \rho_{آب}=۱\ g/cm^۳)$

۱) تغییر نمی‌کند. ۲) ۱/۳ cm افزایش می‌یابد. ۳) ۱/۳ cm کاهش می‌یابد. ۴) ۱/۱cm افزایش می‌یابد.

۱۴۷- یک لیوان با حجم داخلی $۲۰۰\ cm^۳$ پر از آب می‌باشد. اگر $\frac{۳}{۴}$ آب داخل لیوان را خالی کنیم، جرم لیوان و آب باقی‌مانده در آن نصف می‌شود. جرم لیوان چند گرم است؟ $(\rho_{آب}=۱\ g/cm^۳)$

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۵۰ ۴) ۱۷۵

۱۴۸- بر روی یک کفه‌ی ترازو، وزنه‌ی ۶۰۰ گرمی و بر روی کفه‌ی دیگر آن یک استوانه‌ی مدرج به شعاع مقطع ۴ cm و وزن ۱/۰۸ N قرار دارد. درون استوانه تا ارتفاع ۴ cm آب می‌ریزیم. اگر با انداختن ۱۰ عدد سکه‌ی مشابه درون آب، ارتفاع آب به ۵ cm برسد و دو کفه‌ی ترازو معادل شوند، چگالی آلیاژ به کار رفته در سکه چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟ $(\rho_{آب}=۱\ g/cm^۳ \ , \ \pi \simeq ۳ \ , \ g=۱۰\ N/kg)$

۱) ۵۴۵۰ ۲) ۶۲۵۰ ۳) ۶۵۰۰ ۴) ۶۷۵۰

۱۴۹- جرم یک لیوان هنگامی که پر از جیوه است، برابر ۵۴۰۰ g و هنگامی که پر از آب است، برابر ۶۰۰ g می‌باشد. حداکثر چند گرم نفت در این لیوان جا می‌گیرد؟ $(\rho_{نفت}=۰/۸\ g/cm^۳ \ , \ \rho_{جیوه}=۱۳\ g/cm^۳ \text{ و } \rho_{آب}=۱\ g/cm^۳)$

۱) ۵۲۰ ۲) ۳۲۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۸۲۰

۱۵۰- $۱۰۰\ cm^۳$ از مایعی به چگالی $۳/۵\ g/cm^۳$ را با $۳۰۰\ cm^۳$ از مایعی با چگالی $۴/۵\ g/cm^۳$ مخلوط می‌کنیم. اگر در این مخلوط‌کردن حجم کل ۱۵ درصد کاهش یابد، چگالی مخلوط چند گرم بر سانتی‌متر مکعب می‌شود؟

۱) ۴ ۲) ۴/۲۵ ۳) ۴/۵ ۴) ۵

۱۵۱- $۵۱۰\ g$ از مایع A را با $۳۰\ cm^۳$ از مایع B با چگالی $۴\ g/cm^۳$ مخلوط می‌کنیم. چگالی مایع A چند گرم بر سانتی‌متر مکعب باشد تا در صورت کاهش ۱۰ درصدی حجم، چگالی مخلوط، برابر میانگین چگالی دو مایع شود؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۳/۵ ۴) ۵

۱۵۲- نصف یک ظرفی را از مایع A با چگالی ρ_A و نصف دیگر را از مایع B با چگالی ρ_B پر می‌کنیم. دو مایع با یکدیگر مخلوط می‌شوند و چگالی مخلوط $۸\ g/cm^۳$ است. اگر یک‌سوم ظرف را از مایع A و مابقی را از مایع B پر کنیم، چگالی مخلوط $۶\ g/cm^۳$ می‌شود. چگالی هر یک از مایعات چند $g/cm^۳$ است؟ *(المپیاد فیزیک ۹۰)*

۱) ۶ و ۹ ۲) ۶ و ۱۰ ۳) ۵ و ۱۱ ۴) ۲ و ۱۴

۱۵۳- می‌دانیم اگر در نیروگاه‌های هسته‌ای جرم m (برحسب کیلوگرم) به انرژی تبدیل شود، انرژی به دست آمده برحسب ژول از رابطه‌ی $E=mc^۲$ به دست می‌آید که c سرعت نور در خلأ و برابر با $۳\times۱۰^۸\ m/s$ است. تعداد خانه‌هایی که روشنایی‌شان در یک شبانه‌روز با تبدیل ۱kg ماده به انرژی تأمین می‌شود، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

۱) $۱۰^۴$ ۲) $۱۰^۷$ ۳) $۱۰^{۱۰}$ ۴) $۱۰^{۱۳}$

۱۵۴- مصرف روزانه‌ی نفت در کل جهان ۸۰ میلیون بشکه است. از سوختن هر یک گرم نفت ۵۰ کیلوژول انرژی حاصل می‌شود. می‌دانیم با تبدیل m کیلوگرم ماده به انرژی در نیروگاه‌های هسته‌ای، E ژول انرژی به دست می‌آید که داریم $E=mc^۲$ ($c=۳\times۱۰^۸\ m/s$: سرعت نور در خلأ). روزانه تقریباً چند کیلوگرم ماده به انرژی تبدیل شود تا انرژی حاصل از نفت را برای کل جهان تأمین کند؟ (هر بشکه معادل ۱۵۰ kg نفت است.)

۱) ۱۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۰۰۰ ۴) ۱۰۰۰۰

فیزیک، دانش بنیادی

کمیت‌ها، اندازه‌گیری، تبدیل واحد، تخمین و حتی چگالی چیزهای مهمی هستند که در این فصل یاد می‌گیریم و در همه‌جای فیزیک به دردتان می‌خورد. در این درس‌نامه ابتدا با علم فیزیک آشنا می‌شویم.

فیزیک، دانش بنیادی

فیزیک (Physics) یک واژه‌ی یونانی قدیمی به معنی «طبیعت» است. علم فیزیک «پدیده»های گوناگون طبیعت را «بررسی» می‌کند. بد نیست درباره‌ی واژه‌ی «پدیده» بیشتر توضیح دهیم.

پدیده: منظورمان از واژه‌ی «پدیده» چیز عجیب و غریبی نیست. هر اتفاقی که در اطراف ما می‌افتد، یک پدیده است. حرکت زمین به دور خورشید، شیرجه‌رفتن درون آب استخر، ترکاندن بادکنک با سوزن، جوشیدن آب درون یک سماور، موج مکزیکی رفتن در استادیوم و ... همگی پدیده‌اند.

مراحل بررسی یک پدیده

فیزیک‌دان‌ها برای بررسی یک پدیده مراحل زیر را به ترتیب اجرا می‌کنند:

۱- **مشاهده‌ی پدیده:** ابتدا پدیده را مشاهده می‌کنند. منظور از مشاهده فقط نگاه‌کردن نیست، بلکه جمع‌کردن همه‌ی اطلاعاتی است که از پدیده می‌توانیم به دست بیاوریم. مثلاً اندازه‌گرفتن زمان افتادن یک برگ از درخت به روی زمین نوعی مشاهده است.

۲- **ارائه‌ی قانون، مدل و نظریه‌ی فیزیکی:** فیزیک‌دان‌ها در مرحله‌ی بعدی اطلاعات را تحلیل می‌کنند، حسابی فکر می‌کنند و سعی می‌کنند پدیده را با استفاده از قانون، ارائه‌ی مدل و طرح نظریه‌ی فیزیکی توضیح دهند.

۳- **آزمون درستی و نادرستی:** در آخر با انجام آزمایش، درستی یا نادرستی قانون، مدل و نظریه‌ای را که بیان کردند مشخص می‌کنند. ممکن است سال‌ها طول بکشد تا با یک آزمایش نادرست‌بودن یک نظریه مشخص شود.

چند نکته

۱ آزمایش و مشاهده در فیزیک خیلی مهم است اما تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان در تکامل فیزیک مهم‌تر است.

۲ این‌طور نیست که یک مدل یا نظریه‌ی فیزیکی حتماً برای همیشه درست باشد. همیشه این امکان وجود دارد که آزمایش جدیدی انجام شود و ثابت کند مدل و نظریه‌ی قبلی یا نیاز به بازنگری دارد یا به طور کلی نیاز به جایگزین. «جایگزینی» و «بازنگری» در طول تاریخ دانش فیزیک بارها اتفاق افتاده است که به ۳ نمونه از آن‌ها اشاره می‌کنیم:

نمونه ۱: **نظریه‌ی زمین مرکزی،** تا ۵۰۰ سال پیش نظریه‌ای که بطلمیوس درباره‌ی مرکزبودن کره‌ی زمین در جهان داده بود، درست به نظر می‌رسید تا این‌که کوپرنیک ثابت کرد خورشید مرکز منظومه‌ی شمسی است و زمین هم مثل سایر سیاره‌ها به دور آن می‌چرخد.

نمونه ۲: **پایستگی ماده،** ماده به وجود نمی‌آید و از بین نمی‌رود. تا همین صد سال پیش همه فکر می‌کردند که این جمله صحیح است تا این‌که انیشتین ثابت کرد ماده می‌تواند به انرژی تبدیل شود.

نمونه ۳: **نظریه‌ی اتمی،** نظریه‌ی اتمی که دنیای درون اتم را توصیف می‌کند، چندین بار به خاطر به دست آوردن اطلاعات جدید از رفتار اتم‌ها اصلاح شد. در شکل زیر روند این اصلاح‌ها را می‌بینید:

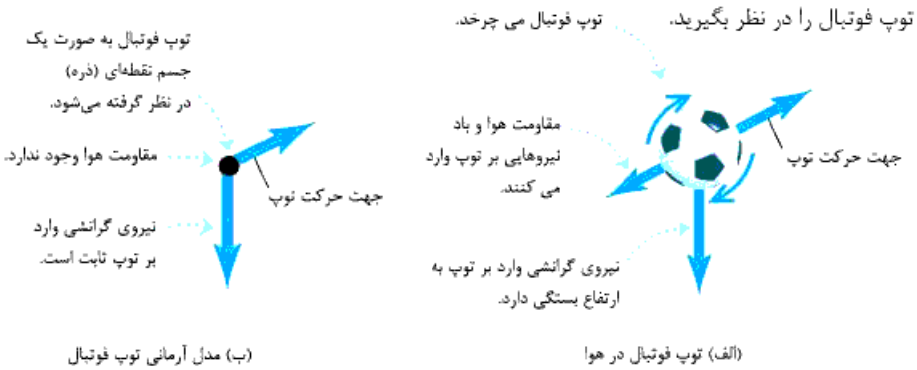
«آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی» نه‌تنها یک ایراد برای دانش فیزیک محسوب نمی‌شود، بلکه نقطه‌ی قوت آن است چون باعث کامل‌شدن شناخت ما از جهان می‌شود.

مدل‌سازی در فیزیک

برای این‌که یک پدیده رخ بدهد عوامل ریز و درشت زیادی دخالت دارند. به همین خاطر تحلیل یک پدیده با در نظر گرفتن همه‌ی جزئیات خیلی پیچیده و حتی غیرممکن است. برای ساده‌شدن بررسی‌هایمان چشمانمان را بر روی عواملی که اثر جزئی دارند می‌بندیم و تنها بر عامل‌های مهم و سرنوشت‌ساز تأکید می‌کنیم. این کار یعنی مدل‌سازی! در واقع:

«مدل‌سازی در فیزیک فرایندی است که طی آن یک پدیده‌ی فیزیکی، آن‌قدر ساده و آرمانی می‌شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم شود.»

نمونه: حرکت یک توپ فوتبال را در نظر بگیرید.



(الف) توپ فوتبال در هوا (ب) مدل آرمانی توپ فوتبال

در جدول زیر پیچیدگی‌های این پدیده و فرض‌هایی را که در فرایند مدل‌سازی اعمال می‌کنیم می‌بینید:

پیچیدگی	فرض
توپ یک کره‌ی کامل نیست و درزها و برجستگی‌هایی دارد و توپ در حال حرکت به دور خود هم می‌چرخد.	با چشم‌پوشی از اندازه، شکل و چرخش توپ، آن را به شکل یک نقطه در نظر می‌گیریم.
باد و مقاومت هوا بر حرکت توپ اثر می‌گذارند.	فرض می‌کنیم توپ در خلأ حرکت می‌کند و باد و هوایی در کار نیست.
وزن توپ با تغییر ارتفاع (فاصله تا مرکز زمین) تغییر می‌کند.	فرض می‌کنیم وزن توپ با تغییر ارتفاع ثابت است.

خواستنی باشه: *موقع مدل‌سازی از عامل‌های مهم صرف‌نظر نکنید چون در این صورت سرنوشت پدیده کلاً عوض می‌شه. مثلاً در حرکت توپ بسکتبال حق نداریم وزن توپ رو نادیده بگیریم، چون مهم‌ترین عامل در حرکت توپ، وزن آن است.*

۱- گزینه‌ی «۲» دو عبارت (الف) و (پ) درست‌اند.

طبق گفته‌ی کتاب درسی، اندیشه‌ورزی فعال و تفکر نقادانه بیشترین نقش را در تکامل و پیشبرد علم فیزیک داشته است (گزینه‌ی (ب) غلط است). هم‌چنین ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیک، نقطه‌ی قوت فیزیک است (گزینه‌ی (ت) هم نادرست است).

۲- گزینه‌ی «۴» متن کتاب درسی را باید خوب بخوانید.

۳- گزینه‌ی «۳» وزن توپ یک عامل سرنوشت‌ساز است و نمی‌توانیم از آن صرف‌نظر کنیم.

۴- گزینه‌ی «۴» اگر از اصطکاک خودرو با زمین صرف‌نظر کنیم، خودرو هرگز متوقف نمی‌شود! نادیده‌گرفتن جرم هم باعث می‌شود همه‌ی نیروهای وارد بر خودرو از جمله اصطکاک حذف شود، پس نباید بی‌خیالِ موارد (ب) و (ت) شویم. دو مورد دیگر قابل چشم‌پوشی هستند.

۵- گزینه‌ی «۴» لزومی ندارد کل آب را به شکل یک ذره در نظر بگیریم. ۳ مورد دیگر تحلیل و بررسی این پدیده را ساده‌تر می‌کند و ضرورت دارد.

اندازه‌گیری و کمیت

«اندازه‌گیری» در فیزیک خیلی مهم است. اصلاً می‌گویند: «فیزیک علم اندازه‌گیری است». برای این‌که بدانیم اندازه‌گیری چیست، باید با دو اصطلاح آشنا شویم:

۱- کمیت: **به هر چیزی که بتوان مقدار آن را با یک عدد بیان کرد، کمیت می‌گوییم. مثلاً طول، جرم و نیرو همگی کمیت هستند زیرا مقدارشان با یک عدد مشخص می‌شود اما چیزهایی مثل ترس، زیبایی و احساس شادی کمیت نیستند زیرا نمی‌توانیم مقدارشان را با یک عدد مشخص کنیم،** مثلاً هیچ‌وقت نمی‌گیم من ۳ تا می‌ترسم یا من ۵۰۰ تا گرممه!

مثال **کدام‌یک از مفاهیم زیر کمیت نیست؟**

۱) جریان الکتریکی ۲) احساس گرمی ۳) مزیت مکانیکی ۴) کار

پاسخ **گزینه‌ی «۲»** از میان گزینه‌ها تنها چیزی را که نمی‌توان با هیچ ابزاری اندازه گرفت و با عدد معرفی کرد، احساس گرمی است. (البته دما کمیتی برای سنجش میزان گرمی است، اما احساس گرمی را نمی‌شود اندازه گرفت!)

۲- یکا (واحد): مقداری معین و قراردادی از یک کمیت را «یکا» یا «واحد» آن کمیت می‌گوییم. هر کمیت یکا یا یکاهای مخصوص خود را دارد. مثلاً وقتی می‌گوییم «متر»، یکی از یکاهای طول است، یعنی ۱ متر مقدار معینی از طول است. یکای هر کمیت باید دارای دو ویژگی باشد: ۱- تغییرناپذیر باشد. ۲- قابلیت بازتولید داشته باشد، پس مثلاً «فاصله‌ی نوک بینی تا نوک انگشت اشاره‌ی دست کشیده شده» یکای مناسبی برای طول نیست، چون برای افراد مختلف مقداری متفاوت و تغییرپذیر است.

حالا می‌توانیم درباره‌ی اندازه‌گیری دقیق‌تر صحبت کنیم. منظور از اندازه‌گیری یک کمیت، مقایسه‌ی مقدار آن کمیت با یکای آن است. مثلاً وقتی می‌خواهیم طول یک درخت را برحسب متر اندازه بگیریم، هدفمان این است که مشخص کنیم طول این درخت چند برابر یک متر است.

نکته برخی از کمیت‌ها یکا ندارند، مثل مزیت مکانیکی که پارسال یاد گرفتید.

دسته‌بندی کمیت‌ها

کمیت‌ها را از نظر ماهیت به دو دسته‌ی **نرده‌ای (عددی)** و **برداری** تقسیم‌بندی می‌کنیم. هم‌چنین به صورت قراردادی آن‌ها را در دو گروه **اصلی** و **فرعی** نیز قرار می‌دهیم. بنابراین یک کمیت از یک سو می‌تواند نرده‌ای یا برداری باشد و از سوی دیگر یا اصلی است یا فرعی. ادامه‌ی ماجرا راجع به این موضوع است:

کمیت‌های عددی و برداری

همه‌ی کمیت‌ها اندازه دارند. بعضی از آن‌ها جهت هم دارند ولی بعضی دیگر نه. به همین خاطر کمیت‌ها را به دو دسته تقسیم می‌کنیم:

۱- کمیت‌های عددی (نرده‌ای)[1]

این کمیت‌ها جهت ندارند، مثل جرم، طول، زمان، حجم، چگالی و ... . هر کمیت فیزیکی نرده‌ای را باید با عدد و یکای مناسبش بیان کنیم. یعنی این‌طوری: ۴۵ s ← مثال: زمان

: نمایش یک کمیت نرده‌ای

عدد	یکا

خواستن باشه که اگر یکا را ننویسیم، عدد قالی به تنهایی هیچ معنایی نداره!

نکته حساب‌کتاب کمیت‌های نرده‌ای، جبری است. یعنی آن‌ها را با همان روشی که در دبستان یاد گرفتیم، جمع، تفریق، ضرب و تقسیم می‌کنیم. مثلاً جمع ۵۰ گرم با ۱۰۰ گرم می‌شود ۱۵۰ گرم.

۲- کمیت‌های برداری

این کمیت‌ها هم اندازه دارند و هم جهت، مثل جابه‌جایی. اگر بخواهیم یک کمیت برداری را معرفی کنیم، باید مقدار، یکا و جهت آن را به شکل زیر بنویسیم: ۲۵ m *(به طرف شمال)* ← مثال: جابه‌جایی

: نمایش یک کمیت برداری

جهت	یکا	عدد

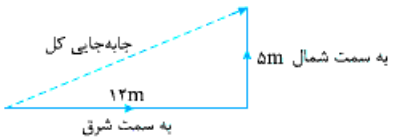
یکا و جهت را فراموش نکنید.

نکته برای جمع و تفریق کمیت‌های برداری باید از «بردار» و قاعده‌های مربوط به آن استفاده کنیم. یعنی جمع، تفریق و ضرب این کمیت‌ها معمولی (جبری) نیست. با حل مثال زیر بهتر درک می‌کنید که ما چه می‌گوییم. البته در فیزیک سال دهم با کمیت‌های برداری کم‌تر سروکار داریم.

مثال **متحرکی ابتدا ۱۲ m به طرف شرق و سپس ۵ m به طرف شمال حرکت می‌کند. اندازه‌ی جابه‌جایی متحرک چند متر است؟**

۱) ۷ ۲) ۱۳ ۳) ۱۷ ۴) نمی‌توان تعیین کرد.

پاسخ **گزینه‌ی «۲»** برای حل این مثال باید از چیزهایی که در سال نهم یاد گرفتید، استفاده کنیم. اول شکل مناسبی رسم می‌کنیم:



حالا از قضیه‌ی فیثاغورس استفاده می‌کنیم:

$$\text{جابه‌جایی کل} = \sqrt{۵^۲ + ۱۲^۲} = \sqrt{۲۵ + ۱۴۴} = \sqrt{۱۶۹} = ۱۳\ \text{m}$$

پس جابه‌جایی متحرک در کل حرکت ۱۳ متر است. همان‌طور که دیدید حاصل‌جمع دو جابه‌جایی به اندازه‌های ۵ m و ۱۲ m برابر جمع جبری آن‌ها ($۵ + ۱۲ = ۱۷\ \text{m}$) نمی‌شود! یعنی کمیت‌های برداری از قواعد جمع و تفریق **معمولی** پیروی نمی‌کنند.

نکته در فیزیک، تنها کمیت‌هایی که جنس و یکای یکسانی دارند می‌توانند با هم جمع و تفریق شوند. مثلاً جابه‌جایی را نمی‌توانید با سرعت جمع کنید! دو جابه‌جایی با واحدهای متفاوت را هم همین‌طور!

خواستن باشه فشار و جریان الکتریکی از قواعد جمع و تفریق معمولی پیروی می‌کنند. به همین دلیل هر دو نرده‌ای هستند.

نکته از بین کمیت‌هایی که شما در علوم دوره‌ی متوسطه‌ی اول خوانده‌اید، سرعت (متوسط و لحظه‌ای)، شتاب (متوسط و لحظه‌ای)، جابه‌جایی، نیرو و گشتاور برداری هستند و بقیه نرده‌ای!

خواستن باشه سرعت و جابه‌جایی، کمیت‌های برداری هستند اما تندی (یا همان اندازه‌ی سرعت) و مسافت طی‌شده کمیت‌های نرده‌ای به حساب می‌آیند.

کمیت‌های اصلی و فرعی

فیزیک‌دان‌ها چند کمیت را انتخاب و برای آن‌ها یکای مستقل تعریف کردند و اسم آن‌ها را کمیت اصلی گذاشتند. مثلاً طول، یک کمیت اصلی است و وقتی می‌خواهیم یکای طول یعنی متر را تعریف کنیم از یکای کمیت‌های دیگر استفاده نمی‌کنیم. یکای بقیه‌ی کمیت‌ها را هم به کمک یکاهای اصلی تعریف می‌کنند و به آن‌ها کمیت فرعی می‌گویند. مثلاً مساحت، یک کمیت فرعی است چون حاصل‌ضرب دو طول است، یا سرعت کمیتی فرعی است چون حاصل تقسیم طول بر زمان است.

۱- به کمیت‌های نرده‌ای، اسکالر (Scaler) هم می‌گویند. (Scale به معنی اندازه و مقدار است.)

در سیستم بین‌المللی یکاها (SI) ۷ کمیت در جدول روبه‌رو، کمیت اصلی و بقیه‌ی کمیت‌ها فرعی هستند.

کتاب درسی از بین کمیت‌های اصلی دو کمیت طول و جرم را زیر ذره‌بین قرار داده و برخی یکاهای غیر SI آن‌ها را معرفی کرده است. حفظ‌کردن رابطه‌ی بین این یکاها ضروری نیست.

کمیت‌های اصلی و یکاهای آن		
کمیت	نام یکا	نماد یکا
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	s
دما	کلوین	K
مقدار ماده	مول	mol
جریان الکتریکی	آمپر	A
شدت روشنایی	کندلا (شمع)	cd

۱- برخی یکاهای غیر SI: طول

ذرع و فرسنگ: از یکاهای قدیمی ایرانی هستند. هر ذرع $104\ cm$ و هر فرسنگ ۶۰۰۰ ذرع است.

یکای نجومی (AU): میانگین فاصله‌ی زمین تا خورشید ($1\ AU \approx 1/5\times10^{11}\ m$) است.

سال نوری (ly): مسافتی است که نور در مدت یک سال طی می‌کند.

فوت (پا) (ft) و اینچ (in): از یکاهای بریتانیایی هستند، هر فوت ۱۲ اینچ و هر اینچ $2/54\ cm$ است.

مایل (mi): مایل هم یک یکای بریتانیایی برای طول است. اندازه‌ی یک مایل در خشکی و دریا تفاوت دارد. مایل در خشکی $1609\ m$ و در دریا برابر $1852\ m$ است.

۲- برخی یکاهای غیر SI: جرم

یکاهای قدیمی ایرانی:

۱ خروار = ۱۰۰ من تبریز ۱ من تبریز = ۴۰ سیر = ۶۴۰ مثقال

۱ مثقال = ۲۴ نخود = ۹۶ گندم قیراط: یکای جرم که در مورد الماس و جواهرت کاربرد دارد. هر قیراط $200\ mg$ است.

ناکنیک برای به دست آوردن یکای کمیت‌های فرعی مراحل زیر را انجام دهید:

۱- فرمول فیزیکی مناسب را که کمیت موردنظر در آن هست بنویسید.

۲- فرمول را طوری تغییر دهید که نماد کمیت مجهول در یک طرف و بقیه‌ی نمادها در طرف دیگر تساوی باشند.

۳- به جای کمیت‌های معلوم، واحد آن‌ها را جای‌گذاری و تا حد ممکن ساده کنید. در این صورت واحد کمیت موردنظر برحسب یکای سایر کمیت‌ها به دست می‌آید.

به مثال زیر توجه کنید:

مثال **یکای نیرو برحسب یکای کمیت‌های اصلی در کدام گزینه به درستی بیان شده است؟**

۱) $\frac{kg.m}{s^2}$ ۲) $\frac{kg.m}{s}$ ۳) $\frac{kg.s}{m}$ ۴) $\frac{kg.s^2}{m}$

پاسخ **گزینه‌ی «۱»** گام اول ابتدا فرمول مناسبی برای نیرو می‌نویسیم، سال نهم یاد گرفتید که: $F=ma$. در این فرمول می‌خواهیم یکای F را پیدا کنیم و خوشبختانه نماد آن در یک طرف قرار دارد.

گام دوم به جای هر کمیت یکای آن را قرار می‌دهیم، یکای جرم kg و یکای شتاب m/s^2 است، پس:

$$\text{یکای نیرو} = kg\times\frac{m}{s^2}=\frac{kg.m}{s^2}$$

خواستون باشه حرف لاتینی که در فرمول‌های فیزیک می‌نویسیم، «نماد» آن کمیت است؛ نه «واحد» آن! مثلاً در فرمول $F=ma$، حرف m نماد جرم است *(نه واحد طول که متر است)*.

۶- گزینه‌ی «۳» گزینه‌ی (۱) غلط است، چون یکای هر کمیت مقداری قراردادی است و در طول تاریخ علم این قراردادها بسیار متنوع بوده و بارها تغییر کرده است. گزینه‌ی (۳) با تعریف یکا مطابقت دارد (گزینه‌ی درست). گزینه‌های (۲) و (۴) هر دو غلط‌اند، چون یکای کمیت‌های اصلی تعریف مستقل دارند و یکای کمیت‌های فرعی تعریف مستقل ندارند. در ضمن هر کمیتی را می‌توان مستقل یا وابسته به کمیت‌های دیگر تعریف کرد، اما براساس نیاز و قرارداد، برخی را مستقل و بقیه را وابسته تعریف می‌کنیم.

۷- گزینه‌ی «۴» به صفت **معین** توجه کنید! اگر یکای یک کمیت معین نباشد، عددهای حاصل از اندازه‌گیری قابل اعتماد نخواهند بود. مثلاً طول وجب دست، واحد معینی برای اندازه‌گیری طول نیست، چون این یکا از شخصی به شخص دیگر تغییر می‌کند.

۸- گزینه‌ی «۲» در فیزیک، با کمیت‌هایی برخورد می‌کنید که یکا ندارند، مثل مزیت مکانیکی. درستی گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) قطعی است. در مورد گزینه‌ی (۴) یادآور می‌شویم که فرمول‌های فیزیک، رابطه‌ی میان کمیت‌ها را بیان می‌کنند.

۹- گزینه‌ی «۳» اگر درس‌نامه را خوانده باشید، حتماً به این تست جواب درستی می‌دهید.

۱۰- گزینه‌ی «۳» فرمول‌های فیزیک در اصل بین کمیت‌ها ارتباط برقرار می‌کنند، بنابراین به کمک چند کمیت اصلی و فرمول‌های فیزیکی می‌توانیم یکای کمیت‌های دیگر را از طریق ارتباط آن‌ها با کمیت‌های اصلی تعریف کنیم.

۱۱- گزینه‌ی «۳» در گزینه‌ی (۱) نیرو، در گزینه‌ی (۲) گرما و در گزینه‌ی (۴) اختلاف پتانسیل الکتریکی کمیت‌های فرعی هستند.

۱۲- گزینه‌ی «۳» با نگاهی به جدول کمیت‌های اصلی درس‌نامه، گزینه‌ی (۳) را انتخاب می‌کنیم! یادتان باشد مفهوم یکا با کمیت تفاوت دارد.

۱۳- گزینه‌ی «۲» جدول کمیت‌های اصلی را که در درس‌نامه آمده است به خاطر بسپارید، خیلی مهم است.

۱۴- گزینه‌ی «۳» به جدول کمیت‌های اصلی در درس‌نامه مراجعه کنید.

۱۵- گزینه‌ی «۳» بار الکتریکی کمیت اصلی نیست. یکای مقدار ماده مول است، نه کیلوگرم. یکای شدت روشنایی، شمع یا کندلا است.

۱۶- گزینه‌ی «۲» همان‌طور که گفتیم، همه‌ی کمیت‌ها اندازه دارند؛ یعنی قابل اندازه‌گیری هستند. *(اصلاً فیزیک علم اندازه‌گیری است.)*

دلیل نادرستی سایر گزینه‌ها: گزینه‌ی (۱): تنها کمیت‌های برداری دارای جهت‌اند. گزینه‌های (۳) و (۴): جمع و تفریق کمیت‌های نرده‌ای، جبری است. *(همان جمع و تفریق معمولی که در دوران طفولیت آموختیم!)* در حالی که جمع و تفریق کمیت‌های برداری، همیشه برداری است.

۱۷- گزینه‌ی «۲» سرعت تنها کمیت برداری در میان این چند کمیت است.

۱۸- گزینه‌ی «۲» تندی جهت ندارد و کمیت نرده‌ای است (سرعت، جهت دارد و برداری است!). فشار و کار هم نرده‌ای هستند.

۱۹- گزینه‌ی «۲» فشار از رابطه‌ی $P=\frac{F}{A}$ به دست می‌آید، اما ابتدا لازم است یکای نیرو را برحسب یکاهای اصلی به دست بیاوریم. برای این کار از رابطه‌ی $F=ma$ استفاده می‌کنیم.

$$F=ma \rightarrow F_{\text{یکای}}=kg\times\frac{m}{s^2}$$

$$P=\frac{F}{A} \rightarrow P_{\text{یکای}}=\frac{kg\times\frac{m}{s^2}}{m^2}=\frac{kg.m}{m^2.s^2}=\frac{kg}{m.s^2}$$

۲۰- گزینه‌ی «۲» روش اول این تست را شبیه تست قبل حل می‌کنیم.

$$\text{نیرو}: F=ma \rightarrow F_{\text{یکای}}=kg\times\frac{m}{s^2}$$

$$W=Fd \rightarrow W_{\text{یکای}}=(kg\times\frac{m}{s^2})\times m=\frac{kg.m^2}{s^2}$$

روش دوم می‌دانیم که ژول هم یکای کار است و هم یکای همه‌ی انرژی‌ها. یعنی یکای انرژی جنبشی هم ژول است:

$$K=\frac{1}{2}mv^2 \rightarrow K_{\text{یکای}}=(kg)\times(\frac{m}{s})^2=\frac{kg.m^2}{s^2}$$

۲۱- گزینه‌ی «۳» ابتدا یکای F را برحسب یکاهای اصلی به دست می‌آوریم:

$$F=ma \rightarrow F_{\text{یکای}}=kg\times\frac{m}{s^2}$$

حالا از رابطه‌ی گفته‌شده در صورت سؤال استفاده می‌کنیم:

$$F=K\Delta x \rightarrow K=\frac{F}{\Delta x}$$

یکای Δx متر (m) است. پس:

$$K_{\text{یکای}}=\frac{kg\times\frac{m}{s^2}}{m}=\frac{kg}{s^2}$$

۲۲- گزینه‌ی «۲» مطابق تاکتیک درس‌نامه عمل می‌کنیم؛ در این‌جا رابطه‌ی فیزیکی را به ما داده‌اند، پس کارمان ساده‌تر است.

گام اول فرمول فیزیکی را به گونه‌ای مرتب می‌کنیم که کمیت مجهول در یک طرف تساوی و بقیه در طرف دیگر قرار گیرند:

$$A=\frac{BC^2}{D} \Rightarrow B=\frac{AD}{C^2}$$

گام دوم کافی است واحدها را جای‌گذاری کنیم:

$$B_{\text{واحد}}=\frac{N.s}{m^2}$$

تبدیل واحد و نمادگذاری علمی

تبدیل واحد، استفاده از پیشوندهای SI و هم‌چنین نمادگذاری علمی سه موضوع مهم است که در این درس‌نامه یاد می‌گیریم:

تبدیل واحد

ما برای تبدیل یکای یک کمیت به یکای دیگر از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. مراحل این تبدیل را همراه با یک مثال برایتان روشن می‌کنیم:

فرض کنید می‌خواهیم ببینیم ۳۰ اینچ چند فوت است؟

گام اول تساوی‌ای را که بین دو یکا برقرار است، می‌نویسیم:

هر فوت برابر ۱۲ اینچ است[۱]، یعنی:

$$1\,ft=12\,in$$

گام دوم تساوی‌ای را که در گام اول نوشتیم، به صورت یک کسر که برابر ۱ است درمی‌آوریم:

$$\frac{1\,ft}{12\,in}=1 \quad \text{یا} \quad \frac{12\,in}{1\,ft}=1$$

حواستون باشه بسته به این‌که کدام کمیت را می‌خواهیم به کدام کمیت تبدیل کنیم، این کسر را می‌نویسیم. مثلاً اگر بخواهیم اینچ را به فوت تبدیل کنیم، باید اینچ در مخرج و فوت در صورت کسر باشد (یعنی $\frac{1\,ft}{12\,in}=1$). در این صورت یکایی که باید تغییر کند در گام بعدی ساده می‌شود.

گام سوم مقدار داده‌شده را در کسری که در گام دوم به دست آوردیم، ضرب می‌کنیم و این‌گونه کمیت از یک واحد به واحد دیگر تبدیل می‌شود:

$$30\,in=30\,\cancel{in}\times\frac{1\,ft}{12\,\cancel{in}}=\frac{30}{12}\,ft=2/5\,ft$$

۱- این را که هر فوت چند اینچ است لازم نیست حفظ باشید. در صورت سؤال می‌دهند.

مثال ۵ سیر معادل چند گرم است؟ (یک سیر ۱۶ مثقال و هر مثقال، ۴/۸۶ g است.)

۱) ۱۹/۴۴ ۲) ۱۹۴/۴ ۳) ۳۸/۸۸ ۴) ۳۸۸/۸

پاسخ گزینه‌ی «۴» براساس داده‌های سؤال باید سیر را به مثقال و مثقال را به گرم تبدیل کنیم.

پس طبق دستورالعملی که گفتیم، کسرهایی را که لازم داریم، می‌نویسیم:

$$\begin{cases} ۱\text{ سیر} = ۱۶\text{ مثقال} \rightarrow \frac{۱۶\text{ مثقال}}{۱\text{ سیر}} = ۱ \\ ۱\text{ مثقال} = ۴/۸۶\text{ g} \rightarrow \frac{۴/۸۶\text{ g}}{۱\text{ مثقال}} = ۱ \end{cases}$$

حالا به صورت زنجیره‌ای ۵ سیر را به گرم تبدیل می‌کنیم:

$$۵\text{ سیر} = ۵ \times \frac{۱۶\text{ مثقال}}{۱\text{ سیر}} \times \frac{۴/۸۶\text{ g}}{۱\text{ مثقال}} = ۵ \times ۱۶ \times ۴/۸۶\text{ g} = ۳۸۸/۸\text{ g}$$

حواستون باشه یک وقت کسرها را وارونه ننویسید. مثلاً اگر به جای $\frac{۱۶\text{ مثقال}}{۱\text{ سیر}}$ می‌نوشتید $\frac{۱\text{ سیر}}{۱۶\text{ مثقال}}$، سیر با سیر ساده نمی‌شد!

سعی کنید مثال زیر را اول خودتان حل کنید و بعد پاسخ آن را بخوانید. در انتخاب کسر مناسب، دقت کنید.

مثال ۴۵۷/۲ cm برابر چند فوت است؟ $(۱\text{ ft} = ۱۲\text{ in} \,,\, ۱\text{ in} = ۲/۵۴\text{ cm})$

۱) ۵ ۲) ۱۵ ۳) ۶۰ ۴) ۱۸۰

پاسخ گزینه‌ی «۲» باید cm به in و سپس in به ft تبدیل شود، پس کسرهای به درد بخور $\frac{۱\text{ in}}{۲/۵۴\text{ cm}}$ و $\frac{۱\text{ ft}}{۱۲\text{ in}}$ هستند، پس:

$$۴۵۷/۲\text{ cm} = ۴۵۷/۲\text{ cm} \times \frac{۱\text{ in}}{۲/۵۴\text{ cm}} \times \frac{۱\text{ ft}}{۱۲\text{ in}} = \frac{۴۵۷/۲}{۲/۵۴ \times ۱۲}\text{ ft} = ۱۵\text{ ft}$$

استفاده از پیشوندهای SI

هر کدام از این پیشوندها، نماد یک عدد از مرتبه‌ی ۱۰ (یا همان ۱۰^n) است که به آن ضریب تبدیل می‌گوییم. هر وقت ضریب تبدیل، ابتدای یک واحد قرار بگیرد، اندازه‌ی واحد را به همان میزان بزرگ یا کوچک می‌کند؛ مثلاً کیلو یعنی $۱۰^۳$ و وقتی ابتدای واحدی مثل متر قرار می‌گیرد، می‌شود km که هر ۱km معادل هزار متر است. در جدول روبه‌رو پیشوندهای مورد نیاز را گذاشته‌ایم:

پیشوندهای کوچک‌کننده			پیشوندهای بزرگ‌کننده		
پیشوند	نماد	ضریب تبدیل	پیشوند	نماد	ضریب تبدیل
دسی	d	$۱۰^{-۱}$	دکا	da	$۱۰^{۱}$
سانتی	c	$۱۰^{-۲}$	هکتو	h	$۱۰^{۲}$
میلی	m	$۱۰^{-۳}$	کیلو	k	$۱۰^{۳}$
میکرو	μ	$۱۰^{-۶}$	مگا	M	$۱۰^{۶}$
نانو	n	$۱۰^{-۹}$	گیگا	G	$۱۰^{۹}$
پیکو	p	$۱۰^{-۱۲}$	ترا	T	$۱۰^{۱۲}$

معمولاً در بیشتر تست‌ها باید یکای یک کمیت را از یک مقیاس به مقیاس دیگر ببریم. روش انجام این کار را در مثال زیر نشان داده‌ایم.

مثال هر ng برابر چند kg است؟

۱) $۱۰^{-۶}$ ۲) $۱۰^{۶}$ ۳) $۱۰^{-۱۲}$ ۴) $۱۰^{۱۲}$

پاسخ گزینه‌ی «۳» تبدیل یکاهای پیشوندار به یکدیگر دو مرحله دارد:

گام اول برداشتن پیشوند اولیه: برای این کار کافی است، پیشوند اولیه را بردارید و به جای آن ضریب تبدیلش را قرار دهید:

$$۱\text{ ng} = ۱ \times \underbrace{(۱۰^{-۹})}_{\text{ضریب تبدیل نانو}}\text{ g}$$

گام دوم گذاشتن پیشوند جدید: در این مرحله، یکا را در $\frac{\text{نماد پیشوند}}{\text{ضریب تبدیل پیشوند}}$ ضرب کنید:

$$۱۰^{-۹}\text{ g} \times \frac{\text{k}}{\underbrace{۱۰^{۳}}_{\text{ضریب تبدیل کیلو}}} = ۱۰^{-۱۲}\text{ kg}$$

مثال زیر را در یک مرحله پاسخ می‌دهیم:

مثال ۴/۹ hm چند μm است؟

۱) $۴/۹ \times ۱۰^{-۶}$ ۲) $۴/۹ \times ۱۰^{۶}$ ۳) $۴/۹ \times ۱۰^{-۸}$ ۴) $۴/۹ \times ۱۰^{۸}$

پاسخ گزینه‌ی «۴» h را برمی‌داریم و به جایش $۱۰^۲$ را قرار می‌دهیم و حاصل را در $\frac{\mu}{۱۰^{-۶}}$ ضرب می‌کنیم:

$$۴/۹ \times (۱۰^{۲})\text{ m} \times \frac{\mu}{۱۰^{-۶}} = ۴/۹ \times ۱۰^{۸}\ \mu\text{m}$$

نکته اگر واحد یک کمیت، توان‌دار باشد، توان آن را هم در تبدیل واحد در نظر می‌گیریم.

مثلاً مساحت $۵/۴\ m^۲$ برحسب سانتی‌متر مربع برابر است با: $۵/۴\ m^۲ \times (\frac{c}{۱۰^{-۲}})^۲ = ۵/۴ \times ۱۰^۴\ cm^۲$

مثال $۴۰۰۰\ mm^۳$ معادل چند سانتی‌متر مکعب است؟

۱) ۴۰۰۰×۱۰^{-۱} ۲) ۴۰۰۰×۱۰^{-۲} ۳) ۴۰۰۰×۱۰^{-۳} ۴) ۴۰۰۰×۱۰^{-۴}

پاسخ گزینه‌ی «۳» «میلی» را برمی‌داریم و به جای آن $۱۰^{-۳}$ می‌گذاریم و حاصل را در $(\frac{c}{۱۰^{-۲}})^۳$ ضرب می‌کنیم:

$$۴۰۰۰ \times (۱۰^{-۳}\ m)^۳ \times (\frac{c}{۱۰^{-۲}})^۳ = ۴۰۰۰ \times \frac{۱۰^{-۹}}{۱۰^{-۶}}\ cm^۳ = ۴۰۰۰ \times ۱۰^{-۳}\ cm^۳$$

جواب‌سنجی تنها زمانی اجازه داریم دو واحد را به هم تبدیل کنیم که هر دو از جنس یک نوع کمیت باشند؛ مثلاً نمی‌توانیم $۲۰\ m^۲$ را که از جنس مساحت است به متر مکعب (یکای حجم) تبدیل کنیم و یا $۳\ km/h$ را که از جنس سرعت است به متر بر مجذور ثانیه (یکای شتاب) تبدیل کنیم.

نکته یکاهای غیر SI (اما معروف) دیگری هستند که باید معادلشان را با واحدهای SI بدانیم. در جدول زیر، این واحدها را معرفی کرده‌ایم و در فصل خودشان از آن‌ها استفاده خواهیم کرد.

نام کمیت	واحد غیر SI	معادل واحد در SI
حجم	(لیتر) Lit	$۱۰^{-۳}\ m^۳$
فشار	(اتمسفر) atm	$۱۰^۵\ Pa$
فشار	(سانتی‌متر جیوه) cmHg	$*۱۳۶۰\ Pa$
بزرگی میدان مغناطیسی	(گاوس) G	$۱۰^{-۴}\ T$
انرژی	(کالری) cal	$۴/۲\ J$
زمان	ساعت	$۳۶۰۰\ s$
زمان	دقیقه	$۶۰\ s$
چگالی	$g/cm^۳$ (گرم بر سانتی‌متر مکعب)	$۱۰^۳\ kg/m^۳$
چگالی	g/Lit (گرم بر لیتر)	$۱\ kg/m^۳$
سرعت	km/h (کیلومتر بر ساعت)	$\frac{۱}{۳/۶}\ m/s$

* واحد سانتی‌متر جیوه در صورتی که چگالی جیوه $۱۳/۶\ g/cm^۳$ و $g = ۱۰\ N/kg$ معرفی شود، معادل $۱۳۶۰\ Pa$ است.

مثال $۳۶۰\ km/h$، چند متر بر ثانیه است؟

پاسخ داریم:

$$v = ۳۶۰\ km/h = ۳۶۰ \times \frac{۱۰^۳\ m}{۳۶۰۰\ s} = ۱۰۰\ m/s$$

نکته برای تبدیل یکاهای متر بر ثانیه و کیلومتر بر ساعت می‌توانید از الگوی روبه‌رو استفاده کنید:

$$(km/h) \underset{\times ۳/۶}{\overset{\times \frac{۱}{۳/۶}}{\rightleftarrows}} (m/s)$$

اگر در مثال بالا بخواهیم km/h را به m/s تبدیل کنیم، باید $۳۶۰\ km/h$ را در $\frac{۱}{۳/۶}$ ضرب کنیم:

$$v = ۳۶۰ \times \frac{۱}{۳/۶} = ۱۰۰\ m/s$$

استفاده از نمادگذاری علمی

سرعت نور در خلأ $۳۰۰۰۰۰۰۰۰\ m/s$ است. حالا اگر بخواهیم این عدد را به توان ۲ برسانیم (مثلاً در فرمول $E = mc^۲$) باید یک ۹ بنویسیم و ۱۶ تا صفر جلویش بگذاریم. بهره‌گرفتن از تکنیک نمادگذاری علمی ما را از شر این صفرها خلاص می‌کند. این روش می‌گوید: عدد X به $x \times ۱۰^k$ تبدیل می‌شود، به طوری که $۱ \le x < ۱۰$ و k یک عدد صحیح باشد. به مثال‌های مقابل توجه کنید:

$$۰/۰۰۲۳\ m \xrightarrow{\text{۳ رقم ممیز را به جلو می‌کشیم}} ۲/۳ \times ۱۰^{-۳}\ m$$

$$۷۴۳۰۰۰۰\ kg \xrightarrow{\text{۶ رقم ممیز را به عقب می‌بریم}} ۷/۴۳ \times ۱۰^۶\ kg$$

پس در واقع در $x \times ۱۰^k$، عدد k برابر تعداد ارقامی است که ممیز را جابه‌جا می‌کنیم و هر وقت ممیز را جلو بکشیم، $k < ۰$ و هر وقت آن را عقب ببریم، $k > ۰$ است.

۲۳- گزینه‌ی «۳» از روش تبدیل‌های زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$۳۴۸۰\ \text{mi} = ۳۴۸۰\ \cancel{\text{mi}} \times \frac{۱۶۰۰\ \cancel{\text{m}}}{۱\ \cancel{\text{mi}}} \times \frac{۱\ \text{km}}{۱۰۰۰\ \cancel{\text{m}}} = ۵۵۶۸\ \text{km}$$

۲۴- گزینه‌ی «۱» از روش تبدیل‌های زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. دقت کنید یکایی که می‌خواهیم حذف شود باید در مخرج باشد.

$$\text{ton} \frac{۱}{۱۰۰۰۰} = ۱/۹۴۴ \times \frac{\text{تن}}{۱۰۰۰\ \text{کیلوگرم}} \times \frac{۱\ \text{کیلوگرم}}{۱۰۰۰\ \text{گرم}} \times \frac{۴/۸۶\ \text{گرم}}{۱\ \text{مثقال}} \times \frac{۶۴۰\ \text{مثقال}}{۱\ \text{من تبریز}} \times \frac{۱۰۰\ \text{من تبریز}}{۱\ \text{خروار}} \times ۶/۲۵\ \text{خروار} = ۶/۲۵ \times ۶۴۰ \times ۴/۸۶ = ۶/۲۵\ \text{خروار}$$

۲۵- گزینه‌ی «۳»

$$۳۰۰۰۰\ \text{ft} = ۳۰۰۰۰\ \cancel{\text{ft}} \times \frac{۱۲\ \cancel{\text{in}}}{۱\ \cancel{\text{ft}}} \times \frac{۲/۵\ \cancel{\text{cm}}}{۱\ \cancel{\text{in}}} \times \frac{۱\ \cancel{\text{m}}}{۱۰۰\ \cancel{\text{cm}}} \times \frac{۱\ \text{km}}{۱۰۰۰\ \cancel{\text{m}}} = ۹\ \text{km}$$

۲۶- گزینه‌ی «۱»

$$۴۳۵\ \text{m} = ۴۳۵\ \cancel{\text{m}} \times \frac{۱۰۰\ \cancel{\text{cm}}}{۱\ \cancel{\text{m}}} \times \frac{۱\ \cancel{\text{in}}}{۲/۵۴\ \cancel{\text{cm}}} \times \frac{۱\ \text{ft}}{۱۲\ \cancel{\text{in}}} = ۴۳۵ \times ۱۰۰ \times \frac{۱}{۲/۵۴} \times \frac{۱}{۱۲}\ \text{ft} = ۱۴۲۷/۲\ \text{ft} \simeq ۱۴۲۷\ \text{ft}$$

۲۷- گزینه‌ی «۱» متر باید به میلی‌متر تبدیل شود، پس از کسر $\frac{۱۰۰۰\ \text{میلی‌متر}}{۱\ \text{متر}}$ استفاده می‌کنیم.

میلی‌متر باید به ذرع تبدیل شود، پس کسر $\frac{۱\ \text{ذرع}}{۱۰۴۰\ \text{میلی‌متر}}$ به کار ما می‌آید.

ذرع هم باید به فرسنگ تبدیل شود، پس کسر $\frac{۱\ \text{فرسنگ}}{۶۰۰۰\ \text{ذرع}}$ را هم باید به کار بگیریم:

$$\text{فرسنگ}\ ۰/۰۴۷ \frac{۲۹۳/۲۸ \times ۱۰۰۰}{۱۰۴۰ \times ۶۰۰۰} = \text{فرسنگ} \times \frac{۱\ \text{فرسنگ}}{۶۰۰۰\ \text{ذرع}} \times \frac{۱\ \text{ذرع}}{۱۰۴۰\ \text{میلی‌متر}} \times \frac{۱۰۰۰\ \text{میلی‌متر}}{۱\ \text{متر}} \times ۲۹۳/۲۸\ \text{متر} = ۲۹۳/۲۸\ \text{متر}$$

۲۸- گزینه‌ی «۳»

$$۳۶/۹۶\ \text{km} = \frac{۱}{۱۰۰۰} \times ۳۰/۸ \times ۶ \times ۴ \times ۵۰/۰۰ = \frac{۱\ \text{کیلومتر}}{۱۰۰۰\ \text{متر}} \times \frac{۳۰/۸\ \text{متر}}{۱\ \text{پلکترون}} \times \frac{۶\ \text{پلکترون}}{۱\ \text{آستادیوم}} \times \frac{۴\ \text{آستادیوم}}{۱\ \text{رایید}} \times ۵۰/۰۰\ \text{رایید} = ۵۰/۰۰\ \text{رایید}$$

۲۹- گزینه‌ی «۲» ازکسرهای ضریب تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. به انتخاب کسرها دقت کنید.

$$۱۰\ \text{mm} = ۱\ \text{cm}$$

$$۱\ \text{in} = ۲/۵۴\ \text{cm}$$

$$۱\ \text{ft} = ۱۲\ \text{in}$$

$$۱\ \underset{\text{یارد}}{\text{y}} = ۳\ \text{ft}$$

$$۱۱۴۳\ \text{mm} = ۱۱۴۳\ \cancel{\text{mm}} \times \frac{۱\ \cancel{\text{cm}}}{۱۰\ \cancel{\text{mm}}} \times \frac{۱\ \cancel{\text{in}}}{۲/۵۴\ \cancel{\text{cm}}} \times \frac{۱\ \cancel{\text{ft}}}{۱۲\ \cancel{\text{in}}} \times \frac{۱\ \text{y}}{۳\ \cancel{\text{ft}}} = ۱۱۴۳ \times \frac{۱}{۱۰} \times \frac{۱}{۲/۵۴} \times \frac{۱}{۱۲} \times \frac{۱}{۳} = ۱/۲۵\ \text{y}$$

۳۰- گزینه‌ی «۳» ابتدا قد علی دایی را فقط برحسب اینچ می‌نویسیم. هر فوت برابر ۱۲ اینچ است، پس ۶ فوت می‌شود ۷۲ اینچ. اگر به اضافه‌ی ۳/۶ اینچ دیگر کنیم، قد علی دایی می‌شود ۷۵/۶ اینچ. یعنی:

$$۷۵/۶\ \text{in} = ۷۵/۶\ \text{in} \times \frac{۲/۵۴\ \text{cm}}{۱\ \text{in}} = ۱۹۲\ \text{cm}$$

۳۱- گزینه‌ی «۲» مسافت طی‌شده در خشکی و دریا را جداگانه حساب می‌کنیم، چون مایل در دریا و خشکی دو مقدار متفاوت دارد.

$$\text{دریا}: ۵\ \text{mi} = ۵\ \cancel{\text{mi}} \times \frac{۱۸۵۲\ \cancel{\text{m}}}{۱\ \cancel{\text{mi}}} \times \frac{۱\ \text{km}}{۱۰۰۰\ \cancel{\text{m}}} = ۹/۲۶\ \text{km} \quad \text{و} \quad \text{خشکی}: ۱۰\ \text{mi} = ۱۰\ \cancel{\text{mi}} \times \frac{۱۶۰۹\ \cancel{\text{m}}}{۱\ \cancel{\text{mi}}} \times \frac{۱\ \text{km}}{۱۰۰۰\ \cancel{\text{m}}} = ۱۶/۰۹\ \text{km}$$

$$\text{کل مسافت} = ۱۶/۰۹ + ۹/۲۶ = ۲۵/۳۵\ \text{km}$$

۳۲- گزینه‌ی «۲» یکای نجومی همان متوسط فاصله‌ی زمین تا خورشید است، پس: $۱\ \text{AU} = ۲ \times ۱۰^{۱۱}\ \text{m}$. حالا از روش تبدیل‌های زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$۱/۴\ \text{Mm} = ۱/۴\ \cancel{\text{Mm}} \times \frac{۱۰^{۶}\ \cancel{\text{m}}}{۱\ \cancel{\text{Mm}}} \times \frac{۱\ \text{AU}}{۲ \times ۱۰^{۱۱}\ \cancel{\text{m}}} = ۰/۷ \times ۱۰^{-۵}\ \text{AU} = ۷ \times ۱۰^{-۶}\ \text{AU}$$

۳۳- گزینه‌ی «۳» سال نوری مسافتی است که نور در مدت یک سال طی می‌کند، پس:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow ۳ \times ۱۰^{۸} = \frac{\Delta x}{۳۶۵ \times ۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰} \rightarrow \Delta x = ۳ \times ۱۰^{۸} \times ۳۶۵ \times ۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰ \rightarrow ۱\ \text{ly} = ۳ \times ۱۰^{۸} \times ۳۶۵ \times ۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰\ \text{m}$$

یکای نجومی (AU) فاصله‌ی متوسط زمین تا خورشید است، پس:

$$۱\ \text{AU} = ۲ \times ۱۰^{۱۱}\ \text{m}$$

$$\frac{۱\ \text{ly}}{۱\ \text{Au}} = \frac{۳ \times \cancel{۱۰^{۸}} \times ۳۶۵ \times \overset{۱۲}{\cancel{۲۴}} \times ۶ \times \cancel{۶۰}}{\cancel{۲} \times \cancel{۱۰^{۱۱}}} = \frac{۳ \times ۳۶۵ \times ۱۲ \times ۶ \times ۶}{۱۰} = ۴۷۳۰۴$$

که این پاسخ به گزینه‌ی (۳) نزدیک‌تر است.

۳۴- گزینه‌ی «۱» گام‌اول در این مرحله مساحت زمین فوتبال را برحسب متر مربع به دست می‌آوریم:

$$\text{مساحت} = ۷۰ \times ۱۱۰ = ۷۷۰۰\ \text{m}^{۲}$$

گام‌دوم هر هکتار برابر ۱۰۰۰۰ متر مربع است، پس:

$$۷۷۰۰\ \text{m}^{۲} = ۷۷۰۰\ \text{m}^{۲} \times \frac{۱\ \text{هکتار}}{۱۰۰۰۰\ \text{m}^{۲}} = ۰/۷۷\ \text{هکتار}$$

۳۵- گزینه‌ی «۲» گام‌اول ابتدا ابعاد مکعب را به میلی‌متر تبدیل می‌کنیم:

$$۲/۵۰۰\ \text{m} = ۲۵۰۰\ \text{mm}$$

$$۴۰/۰\ \text{cm} = ۴۰۰\ \text{mm}$$

گام‌دوم حالا حجم مکعب به راحتی حساب می‌شود:

$$\text{حجم} = ۲۵۰۰ \times ۴۰۰ \times ۳۰۰ = ۳ \times ۱۰^{۸}\ \text{mm}^{۳}$$

۳۶- گزینه‌ی «۲» ابتدا مشخص می‌کنیم که ۳۰ گالن برابر چند سانتی‌متر مکعب است. گالن را با نماد gal نشان می‌دهیم.

$$۳۰\,gal = ۳۰\,\cancel{gal} \times \frac{۴/۴\,\cancel{Lit}}{۱\,\cancel{gal}} \times \frac{۱۰۰۰\,cm^۳}{۱\,\cancel{Lit}} = ۱۳۲۰۰۰\,cm^۳$$

ارتفاع آب را h سانتی‌متر در نظر می‌گیریم و سپس حجم آب را با مقدار به دست آمده برابر قرار می‌دهیم:

$$۶۶ \times ۵۰ \times h = ۱۳۲۰۰۰ \rightarrow h = \frac{۱۳۲۰۰۰}{۶۶ \times ۵۰} = ۴۰\,cm$$

۳۷- گزینه‌ی «۲»

گام اول ابتدا فرسنگ را به کیلومتر تبدیل می‌کنیم:

$$۲\,\text{فرسنگ} = ۲ \times \frac{۶۰۰۰\,\text{متر}}{۱\,\text{فرسنگ}} \times \frac{۱\,\text{کیلومتر}}{۱۰۰۰\,\text{متر}} = ۱۲\,\text{کیلومتر}$$

گام دوم حالا از رابطه‌ی سرعت استفاده می‌کنیم. به یکاها دقت کنید:

$$\text{سرعت} = \frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان}} \rightarrow \underset{\text{برحسب km/h}}{v} = \frac{\underset{\text{برحسب کیلومتر (km)}}{\Delta x}}{\underset{\text{برحسب ساعت (h)}}{\Delta t}} \rightarrow ۴۵ = \frac{۱۲}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{۱۲}{۴۵}h = \frac{۱۲}{۴۵}h \times \frac{۶۰\,min}{۱\,h} = \frac{۱۲ \times ۶۰}{۴۵} = ۱۶\,min$$

۳۸- گزینه‌ی «۳»

گام اول ابتدا باید زمان را برحسب ساعت به دست بیاوریم.

$$۱۷۵\,\text{نبض} = ۱۷۵ \times \frac{۱\,\text{دقیقه}}{۷۰\,\text{نبض}} \times \frac{۱\,\text{ساعت}}{۶۰\,\text{دقیقه}} = \frac{۱}{۲۴}\,\text{ساعت}$$

گام دوم حالا با استفاده از رابطه‌ی زیر، تندی را حساب می‌کنیم. به یکاها دقت کنید:

$$\underset{\text{برحسب (km/h)}}{\text{تندی متوسط}} = \frac{\underset{\text{برحسب کیلومتر (km)}}{\text{مسافت}}}{\underset{\text{برحسب ساعت (h)}}{\text{زمان}}} \rightarrow \text{تندی متوسط} = \frac{۱/۵}{\frac{۱}{۲۴}} = ۳۶\,km/h$$

۳۹- گزینه‌ی «۴» متر (m) باید به یکای نجومی (AU) و ثانیه (s) باید به دقیقه (min) تبدیل شود. پس ضریب تبدیل‌های به درد بخور این‌ها هستند:

$$۱\,AU = ۲ \times ۱۰^{۱۱}\,m \rightarrow \frac{۱\,AU}{۲ \times ۱۰^{۱۱}\,m} = ۱$$

$$۱\,min = ۶۰\,s \rightarrow \frac{۶۰\,s}{۱\,min} = ۱$$

$$۳/۰۰ \times ۱۰^۸\,m/s = ۳/۰۰ \times ۱۰^۸\,\frac{\cancel{m}}{\cancel{s}} \times \frac{۱\,AU}{۲ \times ۱۰^{۱۱}\,\cancel{m}} \times \frac{۶۰\,\cancel{s}}{۱\,min} = \frac{۳ \times ۱۰^۸ \times ۶۰}{۲ \times ۱۰^{۱۱}}\,AU/min = ۰/۰۹\,AU/min$$

۴۰- گزینه‌ی «۴»

گام اول ابتدا تندی را برحسب m/s به دست می‌آوریم.

$$۲۰۰\,\text{گره} = ۲۰۰ \times \frac{۰/۵۱۵\,m/s}{۱\,\text{گره}} = ۱۰۳\,m/s$$

گام دوم با استفاده از رابطه‌ی تندی، زمان را حساب می‌کنیم:

$$\underset{\text{برحسب (m/s)}}{\text{تندی}} = \frac{\underset{\text{برحسب متر (m)}}{\text{مسافت}}}{\underset{\text{برحسب ثانیه (s)}}{\text{زمان}}} \rightarrow ۱۰۳ = \frac{۲۰۶۰۰}{t} \rightarrow t = ۲۰۰\,s$$

۴۱- گزینه‌ی «۴» از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم.

$$۸\,\text{گره} = ۸ \times \frac{۰/۵\,\cancel{m/s}}{۱\,\text{گره}} \times \frac{۳۶۰۰\,\cancel{s}}{۱\,h} \times \frac{۱\,mi}{۱۸۰۰\,\cancel{m}} = ۸ \times ۰/۵ \times ۳۶۰۰ \times \frac{۱}{۱۸۰۰}\,mi/h = ۸\,mi/h$$

۴۲- گزینه‌ی «۲»

گام اول ابتدا ۲۲ مایل را به کیلومتر تبدیل می‌کنیم:

$$۲۲\,mi = ۲۲\,mi \times \frac{۱/۶\,km}{۱\,mi} = ۳۵/۲\,km$$

گام دوم چون یک گالن ۴/۴ Lit است، می‌توان گفت این خودرو با ۴/۴ Lit بنزین ۳۵/۲ km حرکت می‌کند. حالا با استفاده از یک تناسب ساده مسافتی را که با یک لیتر بنزین طی می‌کند به دست می‌آوریم:

$$\begin{array}{c|c} ۴/۴\,Lit & ۳۵/۲\,km \\ \hline ۱\,Lit & x\,km \end{array} \rightarrow x = \frac{۱ \times ۳۵/۲}{۴/۴} = ۸\,km$$

۴۳- گزینه‌ی «۱»

گام اول معنی آهنگ کاهش جرم یعنی نسبت تغییرات جرم به تغییرات زمان. اما با توجه به واحد خواسته‌شده باید تغییرات جرم برحسب میلی‌گرم و تغییرات زمان برحسب ثانیه باشد.

$$\text{تغییرات جرم} = ۲۰۰ - ۸۰ = ۱۲۰\,kg = ۱۲۰ \times ۱۰^۶\,mg$$

$$\text{تغییرات زمان} = ۱۲\,\text{ماه} = ۱۲ \times ۳۰ \times ۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰\,s$$

گام دوم حالا آهنگ کاهش جرم را به دست می‌آوریم:

$$\text{آهنگ کاهش جرم} = \frac{\text{تغییرات جرم}}{\text{تغییرات زمان}} = \frac{۱۲۰ \times ۱۰^۶}{۱۲ \times ۳۰ \times ۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰} = \frac{۱۰۰۰۰}{۳ \times ۲۴ \times ۶ \times ۶} = \frac{۱۲۵۰}{۳۲۴}$$

۴۴- گزینه‌ی «۲» کافی است به جای نماد μ عددش را بگذاریم و بعد در $(\frac{c}{۱۰^{-۲}})^۲$ ضرب کنیم:

$$۵/۸ \times ۱۰^۴\,\mu m^۲ = ۵/۸ \times ۱۰^۴ \times (۱۰^{-۶}\,m)^۲ \times (\frac{c}{۱۰^{-۲}})^۲ = ۵/۸ \times ۱۰^{-۴}\,cm^۲$$

۴۵- گزینه‌ی «۲» با یک تبدیل یکای ساده مواجه‌ایم. کافی است مقدار داده‌شده را در $(10^{-3}\,m)^3$ ضرب کنیم:

$$452\,mm^3 = 452\times(10^{-3}\,m)^3 = 452\times10^{-9}\,m^3 = 4/52\times10^{-7}\,m^3$$

۴۶- گزینه‌ی «۱» احتمالاً خیلی از شما می‌دانید که هر لیتر معادل $1000\,cm^3$ است. پس داریم:

$$1\,mL = 1\times(10^{-3}\,L) = 10^{-3}\times1000\,cm^3 = 1\,cm^3$$

۴۷- گزینه‌ی «۲»

$$0/000\,3060\,kg = 0/000\,3060\times(10^{3}\,g) = 0/3060\,g$$

۴۸- گزینه‌ی «۴» گام اول $257\,m$ را در $\frac{\mu}{10^{-6}}$ ضرب می‌کنیم تا به میکرومتر تبدیل شود:

$$257\,m\times\frac{\mu}{10^{-6}} = 257\times10^{6}\,\mu m$$

گام دوم مقدار به دست آمده را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$\underset{2/57\times10^{2}}{257}\times10^{6}\,\mu m = 2/57\times10^{2}\times10^{6} = 2/57\times10^{8}\,\mu m$$

۴۹- گزینه‌ی «۴» سؤال ساده‌ای است! ابتدا عدد داده‌شده را به متر (یکای طول در SI) تبدیل می‌کنیم و سپس عدد را به شکل نمادگذاری علمی می‌نویسیم.

$$0/0175\,pm = 0/0175\times10^{-12}\,m = 1/75\times10^{-14}\,m$$

۵۰- گزینه‌ی «۴» اول تبدیل واحد می‌کنیم و بعد از روش نمادگذاری علمی استفاده می‌کنیم:

$$4\,km/s = 4\frac{km}{s}\times\frac{1000\,m}{1\,km}\times\frac{3600\,s}{1\,h} = 1/44\times10^{7}\,m/s$$

حواستون باشه *در این سؤال گفته شده پاسخ به صورت نمادگذاری علمی محاسبه بشه. اگر این نکته گفته نشده بود، گزینه‌های ۳ و ۴ هر دو پاسخ درست بودند.*

خطا و دقت در اندازه‌گیری

هیچ اندازه‌گیری‌ای قطعی و بدون خطا نیست، *(به این می‌گن عدم قطعیت در اندازه‌گیری)*. دقیق‌بودن یک اندازه‌گیری به سه عامل زیر بستگی دارد:

۱- دقت و حساسیت وسیله‌ی اندازه‌گیری

۲- مهارت کسی که اندازه‌گیری می‌کند.

۳- تعداد دفعاتی که اندازه‌گیری تکرار می‌شود.

حالا هر کدام از این‌ها را دقیق‌تر بررسی می‌کنیم:

۱- دقت و حساسیت وسیله‌ی اندازه‌گیری

اغلب وسیله‌های اندازه‌گیری به دو صورت مدرج (درجه‌بندی‌شده) و رقمی (دیجیتال) ساخته می‌شوند. بنا به قراردادی که در کتاب درسی آمده، اعلام میزان خطای این دو نوع وسیله متفاوت است، پس لطفاً اول ببینید وسیله‌ی اندازه‌گیری مدرج است یا دیجیتال و بعد براساس قاعده‌ی زیر، دقت (یا همان خطای) اندازه‌گیری وسیله را مشخص کنید.

الف- دقت وسیله‌ی اندازه‌گیری مدرج: خط‌کش، کولیس، ریزسنج، نقاله، دماسنج جیوه‌ای و ... ابزارهای اندازه‌گیری مدرج هستند. در این وسیله‌ها دقت (یا خطای اندازه‌گیری) را $\frac{1}{2}$ کم‌ترین تقسیم‌بندی آن در نظر می‌گیریم:

$$\text{دقت یا خطای اندازه‌گیری وسیله} = \pm\frac{\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی وسیله}}{2}$$

به عنوان نمونه، کمینه‌ی تقسیم‌بندی خط‌کشی که برحسب سانتی‌متر مدرج شده، $1\,cm$ است و میزان خطای آن می‌تواند $\pm0/5\,cm$ باشد. یعنی اگر ما طول یک جسم را با این خط‌کش مثلاً $4/0\,cm$ اندازه گرفتیم، طول واقعی این جسم بین $3/5\,cm$ تا $4/5\,cm$ است که ما آن را به صورت $4/0\,cm\pm0/5\,cm$ گزارش می‌کنیم.

مثال **کمینه‌ی تقسیم‌بندی یک ریزسنج $0/01\,mm$ است. ما طول یک جسم را با این ریزسنج $7/77\,mm$ خوانده‌ایم. کدام‌یک از گزینه‌های زیر گزارش درست‌تری از این اندازه‌گیری است؟**

۱) $7/770\,mm\pm0/005\,mm$ ۲) $7/77\,mm\pm0/01\,mm$

۳) $7/77\,mm+0/01\,mm$ ۴) $7/770\,mm+0/005\,mm$

پاسخ **گزینه‌ی «۱»** بنا به روشی که در کتاب درسی پیشنهاد شده، اول باید کمینه‌ی تقسیم‌بندی ریزسنج را نصف کنیم: $\frac{0/01}{2} = 0/005\,mm$

سپس می‌گوییم اندازه‌گیری ما ممکن است $\pm0/005\,mm$ خطا داشته باشد، یعنی طول دقیق جسم (x) در محدوده‌ی زیر قرار دارد:

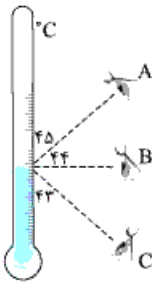
$$7/765\,mm \le x \le 7/775\,mm \quad \text{یا} \quad 7/770\,mm\pm0/005\,mm$$

ب- **دقت وسیله‌ی اندازه‌گیری دیجیتال (رقمی):** میزان دقت (یا خطای) اندازه‌گیری ابزارهای دیجیتال برابر با کم‌ترین ارزش مکانی[1] عددی است که نشان می‌دهند. برای نمونه هر ردیف از جدول زیر را از چپ به راست ببینید تا متوجه منظور ما بشوید:

گزارش درست	دقت یا خطای اندازه‌گیری	کم‌ترین ارزش مکانی	عددی که نمایشگر دیجیتال نشان داده است
$۳۷/۴\,°C \pm ۰/۱\,°C$	$۰/۱\,°C$	یک‌دهم	37/4°C
$۴۳/۰۰۷\,mm \pm ۰/۰۰۱\,mm$	$۰/۰۰۱\,mm$	یک‌هزارم	43/007
$۵۲۳\,g \pm ۱\,g$	$۱\,g$	یک	523_g

نکته چه در ابزارهای مدرج و چه در ابزارهای دیجیتال، وسیله‌ی اندازه‌گیری‌ای دقیق‌تر است که دقت آن کوچک‌تر باشد، مثلاً خط‌کشی که برحسب میلی‌متر (۰/۰۰۱m) مدرج شده از خط‌کشی که برحسب سانتی‌متر (۰/۰۱m) درجه‌بندی شده، دقیق‌تر است.

۲- مهارت کسی که اندازه می‌گیرد



واضح و مبرهن است که مهارت شخصی که اندازه‌گیری می‌کند روی دقت اندازه‌گیری مؤثر است. مثلاً در شکل روبه‌رو افراد A، B و C به ترتیب دما را ۴۵ °C، ۴۴ °C و ۴۳ °C می‌خوانند و شما می‌دانید شخص B که خط دیدش عمود بر ستون مایع دماسنج است، دقیق‌تر اندازه‌گیری کرده است.

۳- تعداد دفعاتی که اندازه‌گیری تکرار می‌شود

برای این‌که خطای یک اندازه‌گیری را کم کنیم، چند بار اندازه‌گیری را تکرار می‌کنیم و در نهایت میانگین عددهای به دست آمده را به عنوان نتیجه‌ی اندازه‌گیری گزارش می‌کنیم. در این‌جا فقط باید حواسمان به دو چیز باشد:

اول این‌که اگر یک یا دو عدد پرت بودند (یعنی با بقیه‌ی عددها اختلاف زیادی داشتند) در محاسبه‌ی میانگین وارد نمی‌کنیم.

دوم این‌که اگر تعداد رقم‌های میانگین بیشتر از رقم‌های هر یک از عددهای گزارش‌شده باشد، آن را طوری گرد می‌کنیم که تعداد رقم‌هایش با گزارش برابر شود.

رقم‌های بامعنا

از نظر کسی که گزارش یک اندازه‌گیری معین را می‌بیند، تعداد رقم‌های عددی که گزارش شده معنی دارد! به عنوان مثال یک ترازوی دیجیتال جرم یک جسم را ۵/۲g و یک ترازوی دیجیتال دیگر جرم همان جسم را ۵/۲۰g نشان می‌دهد. در واقع گزارش اولی دو رقم بامعنا و دومی سه رقم بامعنا دارد.

۵/۲g با ۵/۲۰g فرق می‌کند، زیرا در دومی رقم صفر بعد از ممیز هم معنی دارد، چون به ما می‌گوید که دقت ترازو ۰/۰۱g± است.

در مورد رقم صفر به دو نکته‌ی زیر توجه کنید:

۱ صفرهای سمت راست، بامعنا هستند مثل صفر در ۵/۲۰g (در واقع این صفرها دقت اندازه‌گیری ابزار را نشان می‌دهد).

۲ صفرهای سمت چپ معنی ندارند! مثلاً در ۰/۰۳۵m، صفرهای قبل از رقم ۳ بی‌معنی‌اند و تعداد رقم‌های بامعنا در ۰/۰۳۵m دو رقم است.

رقم غیرقطعی

در اول همین بحث گفتیم که هیچ اندازه‌گیری‌ای قطعی و بدون خطا نیست. همیشه در رقم سمت راستِ یک گزارش، احتمال خطا وجود دارد. برای همین به رقم سمت راست گزارش **رقم غیرقطعی یا مشکوک** می‌گوییم. مثلاً در گزارش ۳۲/۰۱A رقم ۱ غیرقطعی است و احتمال خطا در آن وجود دارد.

حواستون باشه رقم غیرقطعی هم بامعنا است.

مثال **یک ترازوی دیجیتال جرم یک جسم را ۰/۰۳۰kg نشان داده است. به ترتیب رقم غیرقطعی و تعداد ارقام بامعنا کدام است؟**

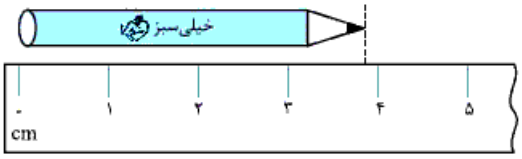
۱) ۰ و ۳ ۲) ۰ و ۲ ۳) ۳ و ۲ ۴) ۳ و ۱

پاسخ **گزینه‌ی «۲»** آخرین رقم سمت راست (یعنی صفر) غیرقطعی است و اگر از صفرهای سمت چپ عدد گزارش‌شده چشم‌پوشی کنیم، ۲ رقم بامعنا (یعنی ۰ و ۳) باقی می‌ماند.

رقم حدسی

گفتیم خیلی از ابزارهای اندازه‌گیری مثل خط‌کش یا دماسنج درجه‌بندی دارند. در بیشتر آن‌ها می‌توانیم از مشاهده و تجربه‌مان استفاده کنیم و رقم سمت راست را حدس بزنیم. مثلاً با خط‌کشی که برحسب سانتی‌متر مدرج شده می‌توانیم طول یک جسم را تا دهم سانتی‌متر حدس بزنیم. در شکل صفحه بعد می‌بینید که طول مداد از ۳cm بیشتر و از ۴cm کم‌تر است و ما می‌توانیم حدس بزنیم که طولش در حدود ۳/۷cm یا ۳/۸cm است.

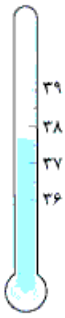
۱- ارزش مکانی همون یکان، دهگان، صدگانه که وقتی بچه بودیم یاد گرفتیم!



خوب است بدانید که این گزارش معتبر است. یعنی علی‌رغم این‌که دقت اندازه‌گیری وسیله سانتی‌متر است، ما حق داریم تا دهم سانتی‌متر گزارش کنیم. در این گزارش رقم ۷ یا ۸ حدسی (و صد البته غیرقطعی) است و در این‌جا ما ۲ رقم بامعنا داریم. در واقع می‌خواهیم به شما بگوییم که در اندازه‌گیری با وسیله‌های مدرج، رقم غیرقطعی، حدسی است.

نکته تأکید می‌کنیم که رقم حدسی جزء رقم‌های بامعنا به حساب می‌آید. مثلاً در خط‌کشی که کمینه‌ی تقسیم‌بندی آن میلی‌متر (۰/۱ cm) است تا یک‌دهم میلی‌متر (۰/۰۱ cm) گزارش می‌کنیم و رقم‌ها تا ۰/۰۱ cm هم بامعنا است.

مثال **در شکل روبه‌رو دماسنج جیوه‌ای دمای بدن یک نفر را نشان می‌دهد. در کدام گزینه اندازه‌ی دما دقیق‌تر و قابل قبول است؟**



۱) ۳۷/۷ °C
۲) ۳۷ °C
۳) ۳۷/۵ °C
۴) ۳۷/۷۵ °C

پاسخ گزینه‌ی «۱» اگر دقت کنید در شکل مشخص است که دماسنج برحسب ۰/۵ °C درجه‌بندی شده است و واضح است که سطح جیوه بین ۳۷/۵ °C و ۳۸ °C ایستاده است، پس می‌شود حدس زد که دمای بدن شخص ۳۷/۷ یا ۳۷/۸ است.

حواسمون باشه گزارش ۳۷/۷۵ ظاهراً دقیق‌تر است اما قابل قبول نیست چون ۲ رقم حدسی (۷۵) دارد.

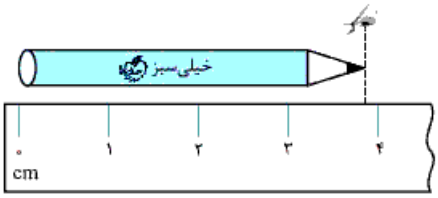
گزارش نتیجه‌ی یک اندازه‌گیری

وقتی می‌خواهیم نتیجه‌ی یک اندازه‌گیری را گزارش کنیم، گزارشمان باید دو چیز را نشان دهد:

۱- اندازه‌ای که گرفته‌ایم.

۲- میزان دقت یا خطای وسیله

مثلاً در شکل تکراری روبه‌رو:

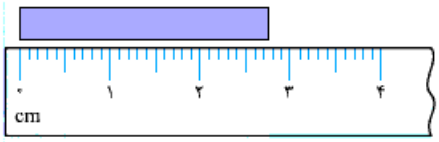


۱- طول مداد را ۳/۷ cm اندازه گرفته‌ایم.

۲- کمینه‌ی تقسیم‌بندی خط‌کش ۱ cm است، بنابراین خطای خط‌کش ۰/۵ cm± است، پس گزارش ما باید به صورت روبه‌رو باشد. در این اندازه‌گیری تعداد رقم‌های بامعنا دو رقم و رقم ۷ غیرقطعی (حدسی) است.

۳/۷ cm ±۰/۵ cm
↓ میزان خطای وسیله
اندازه‌ای که ما گرفته‌ایم

مثال **با توجه به شکل روبه‌رو، کدام گزینه طول جسم را درست‌تر گزارش کرده است؟**



۱) ۲/۷۴ cm ±۰/۰۱ cm
۲) ۲/۷۴ cm ±۰/۰۵ cm
۳) ۲/۷ cm ±۰/۱ cm
۴) ۲/۷ cm ±۰/۵ cm

پاسخ گزینه‌ی «۲» اگر با دقت به شکل نگاه کنید، می‌بینید که طول جسم کمی از ۲/۷ cm بیشتر است و می‌توانیم حدس بزنیم طول آن حدود ۲/۷۴ cm است (این‌که ۲/۷۴ cm گزارش کنیم یا ۲/۷۳ cm یا ۲/۷۵ cm چندان اهمیت ندارد، چون رقم سمت راست حدسی و غیرقطعی است). از سوی دیگر کمینه‌ی تقسیم‌بندی خط‌کش، ۰/۱ cm (یا ۱ mm) است، پس خطای آن را $\pm\frac{0/1}{2}=\pm 0/05$ cm در نظر می‌گیریم و به صورت روبه‌رو طول جسم را گزارش می‌کنیم:

۲/۷۴ cm ±۰/۰۵ cm

نکته باید حواسمان باشد که در گزارش یک اندازه‌گیری، کم‌ترین ارزش مکانی خطای دستگاه و اندازه‌ای که گرفته‌ایم، یکسان باشد. مثلاً اگر کمینه‌ی تقسیم‌بندی یک کولیس ۰/۱ mm باشد، خطای آن برابر نصف این مقدار (±۰/۰۵ mm) می‌شود و ما باید مقدار اندازه‌گیری خود را تا صدم میلی‌متر گزارش کنیم:

۳۷/۲ mm ±۰/۰۵ mm (غلط)

۳۷/۲۰ mm ±۰/۰۵ mm (درست)

نکته در کولیس رقم حدسی را صفر قرار می‌دهیم.

۵۱- گزینه‌ی «۲» دیجیتال‌بودن یک ابزار اندازه‌گیری لزوماً به معنای دقیق‌بودن ابزار اندازه‌گیری نیست.

۵۲- گزینه‌ی «۱» گام اول گفتیم در ابزارهای رقمی (دیجیتال) خطای اندازه‌گیری برابر کم‌ترین ارزش مکانی عدد گزارش شده است که در این‌جا برابر ۰/۰۰۱ A یا ۱ mA است، پس یا گزینه‌ی (۱) درست است یا گزینه‌ی (۴).

گام دوم در نمایشگر آمپرسنج می‌بینید که تعداد ارقام بامعنای نشان داده شده، ۴ رقم است (صفر سمت چپ جزو رقم‌های بامعنا نیست) ولی در گزینه‌ی (۴) ما سه رقم بامعنا می‌بینیم، پس گزینه‌ی (۱) درست است.

۵۳- گزینه‌ی «۱» درست است که خط‌کش برحسب سانتی‌متر مدرج شده اما ما به کمک همین خط‌کش طول مداد را تا دقت میلی‌متر حدس زده‌ایم و برای همین در گزارش، رقم سمت راست (یعنی صفر) غیرقطعی یا حدسی است و بدون در نظر گرفتن صفرهای سمت چپ ۲ رقم بامعنا (یعنی ۰ و ۹) داریم.

۵۴- گزینه‌ی «۲» **اول این‌که** موردهای ۳ و ۷ خیلی پرت‌اند، پس آن‌ها را از میانگین‌گیری حذف می‌کنیم و میانگین بقیه را حساب می‌کنیم:

$$m=\frac{۱۲۲+۱۲۱+۱۲۲+۱۲۳+۱۲۱+۱۲۲}{۶}=۱۲۱/۸$$

دوم این‌که چون گزارش‌ها ۳ رقم بامعنا دارد، عدد به دست آمده را تا ۳ رقم بامعنا گرد می‌کنیم؛ یعنی: $m=۱۲۲\ g$

۵۵- گزینه‌ی «۳» گام‌اول کمینه‌ی تقسیم‌بندی خط‌کش $۰/۱\ cm$ است، پس داریم:

$$\text{خطای اندازه‌گیری خط‌کش}=\pm\frac{\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی}}{۲}=\pm\frac{۰/۱\ cm}{۲}=\pm۰/۰۵\ cm$$

گام‌دوم چون خط‌کش برحسب دهم سانتی‌متر مدرج شده است، پس تا صدم سانتی‌متر می‌توانیم حدس بزنیم و طول این مداد را $۳/۰۰\ cm$ گزارش می‌کنیم، پس سه رقم بامعنا دارد.

۵۶- گزینه‌ی «۲» کمینه‌ی تقسیم‌بندی این نقاله ۱۰° است، پس میزان خطای آن نصف این مقدار یعنی $\pm۵^\circ$ است. همین‌طور که در شکل می‌بینید، اندازه‌ی زاویه‌ی موردنظر، بین ۵۰° و ۶۰° و نزدیک به ۶۰° است، پس بهترین و دقیق‌ترین گزارش، گزینه‌ی (۲) است. گزینه‌ی (۳) (یعنی $۵۷/۵^\circ$) قابل قبول نیست، زیرا دو رقم آخر آن حدسی است و ما حق نداریم بیشتر از ۱ رقم حدس بزنیم.

۵۷- گزینه‌ی «۴» آخرین رقم سمت راست (یعنی صفر) غیرقطعی است و با چشم‌پوشی از صفرهای سمت چپ، ۴ رقم بامعنا (یعنی ۰، ۲، ۵ و ۳) داریم.

۵۸- گزینه‌ی «۴» گام‌اول می‌دانید که خطای اندازه‌گیری وسیله‌های مدرج نصف کمینه‌ی تقسیم‌بندی آن است، پس داریم:

$$\text{خطای اندازه‌گیری}=\pm\frac{\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی}}{۲}\Rightarrow\pm۱=\pm\frac{\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی}}{۲}\Rightarrow\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی}=۲\ km/h$$

گام‌دوم $۱۰۸\ km/h$ سه رقم بامعنا دارد که در آن رقم ۸ غیرقطعی است.

۵۹- گزینه‌ی «۲» گام‌اول کمینه‌ی تقسیم‌بندی استوانه $۱۰\ mL$ است، پس داریم: $\text{خطای اندازه‌گیری}=\pm\frac{\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی}}{۲}=\pm\frac{۱۰}{۲}=\pm۵\ mL$

(تا این‌جا گزینه‌های (۱) و (۳) حذف می‌شوند.)

گام‌دوم حجم مایع از $۱۱۰\ mL$ بیشتر است، پس دقیق‌ترین گزارش، گزینه‌ی (۲) است.

۶۰- گزینه‌ی «۴» چون گزینه‌ها برحسب میلی‌متر است، اول خطای اندازه‌گیری را به میلی‌متر تبدیل می‌کنیم:

$$\pm۰/۰۰۰۰۵\ \cancel{m}\times\frac{۱۰^۳\ mm}{۱\ \cancel{m}}=\pm۰/۰۵\ mm$$

گام‌دوم می‌دانیم که مقدار خطای وسیله‌ی اندازه‌گیری نصف کمینه‌ی تقسیم‌بندی است:

$$\text{خطای وسیله‌ی اندازه‌گیری}=\pm\frac{\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی}}{۲}\Rightarrow\pm۰/۰۵\ mm=\pm\frac{\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی}}{۲}\Rightarrow\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی}=۰/۱\ mm$$

گام‌سوم صفرهای سمت چپ جزء ارقام بامعنا نیستند اما صفر سمت راست بامعنا است، پس مقدار ارقام بامعنا در $۰/۰۲۸۱۰\ m$ برابر ۴ رقم است.

تخمین مرتبه‌ی بزرگی

ممکن است در محاسبه‌ی یک کمیت، وقت کافی برای محاسبه‌ی دقیق نداشته باشیم؛ یا اطلاعاتمان در مورد چیزی که می‌خواهیم حساب کنیم دقیق و کافی نباشد، یا اصلاً دقت در نتیجه‌ی محاسبات ما چندان مهم نباشد. در این شرایط «تخمین می‌زنیم» یا «برآورد می‌کنیم». این را هم بگوییم که «تخمین» یا «برآورد» یک کمیت باید منطقی و دارای دلیل باشد.

حواستون باشه *همین‌طوری یهویی نمی‌شه تخمین زد، تخمین با حدس فرق داره!*

تخمین، چند نوع مختلف دارد که ما می‌خواهیم یک نمونه از آن‌ها به نام «تخمین مرتبه‌ی بزرگی» را یاد بگیریم. ابتدا باید با مفهوم «مرتبه‌ی بزرگی» آشنا شویم.

مرتبه‌ی بزرگی یک عدد

منظور از مرتبه‌ی بزرگی یک عدد تقریب‌زدن آن به یکی از توان‌های ۱۰ است. به عبارتی برای تعیین مرتبه‌ی بزرگی x باید عددی به شکل ۱۰^n (n یک عدد صحیح است.) مشخص کنیم که نزدیک‌ترین مقدار به x از توان‌های ۱۰ باشد.

نکته مرتبه‌ی بزرگی یک عدد (x) را به شکل زیر به دست می‌آوریم:

مرحله‌ی ۱. ابتدا عدد موردنظر را به شکل نماد علمی یعنی $x=a\times۱۰^n$ می‌نویسیم ($۱\le a<۱۰$).

مرحله‌ی ۲. اگر a کم‌تر از ۵ باشد به جای آن ۱ و اگر بزرگ‌تر یا مساوی ۵ باشد، به جای آن ۱۰ قرار می‌دهیم.

$$\begin{cases}۱\le a<۵ : x=a\times۱۰^n\sim۱\times۱۰^n=۱۰^n\\ ۵\le a<۱۰ : x=a\times۱۰^n\sim۱۰\times۱۰^n=۱۰^{n+۱}\end{cases}$$

به نمونه‌های زیر دقت کنید.

$۰/۷ = ۷\times۱۰^{-۱} \sim ۱۰\times۱۰^{-۱} = ۱۰^{۰}$

$۰/۳ = ۳\times۱۰^{-۱} \sim ۱\times۱۰^{-۱} = ۱۰^{-۱}$

$۰/۰۵ = ۵\times۱۰^{-۲} \sim ۱۰\times۱۰^{-۲} = ۱۰^{-۱}$

$۰/۰۰۶۲ = ۶/۲\times۱۰^{-۳} \sim ۱۰\times۱۰^{-۳} = ۱۰^{-۲}$

$۰/۰۰۴۵\times۱۰^{-۴} = ۴/۵\times۱۰^{-۶} \sim ۱\times۱۰^{-۶} = ۱۰^{-۶}$

$۴ = ۴\times۱۰^{۰} \sim ۱\times۱۰^{۰} = ۱۰^{۰}$

$۸ = ۸\times۱۰^{۰} \sim ۱۰\times۱۰^{۰} = ۱۰^{۱}$

$۲۶ = ۲/۶\times۱۰^{۱} \sim ۱\times۱۰^{۱} = ۱۰$

$۶۳ = ۶/۳\times۱۰^{۱} \sim ۱۰\times۱۰^{۱} = ۱۰^{۲}$

$۷۵۰۰۰ = ۷/۵\times۱۰^{۴} \sim ۱۰\times۱۰^{۴} = ۱۰^{۵}$

نکته در مرحله‌ی ۲ اگر می‌خواهیم محاسباتمان کمی دقیق‌تر باشد، به جای a، ۱ یا ۱۰ قرار نمی‌دهیم بلکه به جای آن نزدیک‌ترین عدد صحیح را قرار می‌دهیم. مثل نمونه‌های روبه‌رو:

$۰/۰۰۶۲ = ۶/۲\times۱۰^{-۳} \sim ۶\times۱۰^{-۳}$ ، $۱۶۷۵۰ = ۱/۶۷۵\times۱۰^{۴} \sim ۲\times۱۰^{۴}$

حل مسائل با روش «تخمین مرتبه‌ی بزرگی»

مسائل «تخمین» یا «برآورد» مسائلی هستند که در آن‌ها می‌خواهیم مرتبه‌ی بزرگی یک کمیت را محاسبه کنیم. در برخی از این مسائل نیاز به اطلاعاتی داریم که مسئله درباره‌ی آن‌ها حرفی نزده است. برای حل این مسئله‌ها مرحله‌های زیر را طی می‌کنیم:

مرحله‌ی ۱، رابطه‌ای را که تعیین‌کننده‌ی پاسخ نهایی مسئله است، مشخص می‌کنیم. این رابطه می‌تواند یک «فرمول فیزیکی» باشد یا یک فرمول تناسبی یا هر چیز دیگر.

مرحله‌ی ۲، مرتبه‌ی بزرگی کمیت‌های معلومی را که در فرمول حضور دارند مشخص می‌کنیم. در این مرحله ممکن است مقدار کمیتی را خودمان به طور منطقی حدس بزنیم. *یعنی چی؟ چه‌طوری حدس بزنیم آخه؟ نگران نباشین. تو مثال‌ها یه چیزایی یاد می‌گیرید که چه‌طوری حدس بزنید.*

توجه در این مرحله اگر می‌خواهید پاسخ را با دقت بیشتری به دست آورید، مرتبه‌ی بزرگی کمیت‌ها را دقیق‌تر تعیین کنید. *(یعنی این‌شکلی:* $۱۰^{n}\times$ *عدد صحیح)*

مرحله‌ی ۳، با استفاده از رابطه‌ای که در مرحله‌ی ۱ نوشتید، مرتبه‌ی بزرگی کمیت مجهول را حساب کنید.

مرحله‌های بالا را در چند مثال پیاده می‌کنیم.

مثال **کل مدت زمانی که شما تاکنون در کلاس درس مدرسه سپری کرده‌اید، برحسب ثانیه، به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟**

۱) $۱۰^{۵}$ ۲) $۱۰^{۷}$ ۳) $۱۰^{۹}$ ۴) $۱۰^{۱۱}$

پاسخ **گزینه‌ی «۲»** **مرحله‌ی ۱،** برای محاسبه‌ی خواسته‌ی مسئله از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

متوسط زمان هر جلسه (ثانیه) × تعداد جلسات کلاس مدرسه = کل زمان سپری‌شده در کلاس مدرسه (ثانیه)

مرحله‌ی ۲، باید «متوسط زمان هر جلسه» و «تعداد جلسات کلاس مدرسه» را تعیین کنیم. در واقع باید خودمان به طور تقریبی ولی منطقی تخمین بزنیم. زمان هر جلسه (همون زنگ) در مدارس معمولاً ۶۰ تا ۹۰ دقیقه است. ما مدت زمان جلسه را ۷۵ min در نظر می‌گیریم اما باید آن را به ثانیه تبدیل کنیم. (ما محاسبات خود را در حل این مثال با دو دقت مختلف انجام می‌دهیم.)

$$\text{متوسط زمان هر جلسه} = ۷۵\,\text{min} = ۷۵\times۶۰\,\text{s} = ۴۵۰۰\,\text{s} = ۴/۵\times۱۰^{۳} = \begin{cases} ۱۰^{۳} & \text{«دقت کم»} \\ ۵\times۱۰^{۳} & \text{«دقت زیاد»} \end{cases}$$

برای تخمین تعداد جلسات، کارمان کمی طولانی‌تر است. تا این لحظه، شما ۹ سال تحصیلی را سپری کرده‌اید *(این چند هفته‌ی سال دهم رو بی‌خیال شید)*. هر سال تحصیلی ۹ ماه است، ولی تقریباً ۲ ماه از این ۹ ماه صرف امتحانات ترم، تعطیلات و ... می‌شود، پس در هر سال تحصیلی شما ۷ ماه آموزشی دارید. هر ماه ۴ هفته دارد. در هر هفته ۵ روز به مدرسه می‌روید و هر روز ۴ زنگ (جلسه) کلاس دارید، پس تعداد کل جلسات برابر است با:

$$\text{تعداد جلسات کلاس} = ۹\times۷\times۴\times۵\times۴ = ۵۰۴۰ = ۵/۰۴\times۱۰^{۳} = \begin{cases} ۱۰^{۴} & \text{«دقت کم»} \\ ۵\times۱۰^{۳} & \text{«دقت زیاد»} \end{cases}$$

مرحله‌ی ۳، از رابطه‌ی مرحله‌ی یک استفاده می‌کنیم:

$$\text{متوسط زمان هر جلسه (ثانیه)} \times \text{تعداد جلسات کلاس مدرسه} = \text{کل زمان سپری شده در کلاس مدرسه (ثانیه)} = \begin{cases} ۱۰^{۴}\times۱۰^{۳} = ۱۰^{۷} & \text{«دقت کم»} \\ ۵\times۱۰^{۳}\times۵\times۱۰^{۳} = ۲/۵\times۱۰^{۷} & \text{«دقت زیاد»} \end{cases}$$

این مثال را بهانه کرده و چند نکته برایتان می‌گوییم:

۱) در تست‌های «تخمین» یا «برآورد» معمولاً فاصله‌ی گزینه‌ها از هم زیاد است (دقت کنید در این تست مقدار هر گزینه ۱۰۰ برابر گزینه‌ی قبلی است). به همین دلیل انتظار نمی‌رود که: اولاً محاسبات را خیلی دقیق انجام دهید، ثانیاً در تخمین مقدار کمیت‌هایی که سؤال نداده است، خیلی وسواس به خرج دهید.

۲) برای تخمین کمیت‌هایی که سؤال درباره‌ی آن‌ها حرفی نزده و می‌خواهد خودمان آن‌ها را مشخص کنیم، باید از یک روند منطقی برای تخمین‌زدن استفاده کنیم *(نه این‌که یهویی یه عدد بگیم)*. مثلاً در این تست دیدید که برای تخمین تعداد جلسات از تعداد سال‌های تحصیلی، تعداد ماه‌هایی که کلاس‌های درس تشکیل می‌شود و ... استفاده کردیم.

مثال مصرف روزانه‌ی بنزین کل خودروهای شخصی کشور، برحسب لیتر، به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

۱) 10^5 ۲) 10^8 ۳) 10^{11} ۴) 10^{14}

پاسخ گزینه‌ی «۲» **مرحله‌ی ۱،** از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

مصرف روزانه‌ی بنزین تمام خودروهای شخصی کشور = مصرف روزانه‌ی هر خودرو (Lit) × تعداد خودروهای شخصی کشور

مرحله‌ی ۲، گام اول تعداد خودروهای شخصی کل کشور را تخمین می‌زنیم. ایران تقریباً ۸۰ میلیون نفر جمعیت دارد. به نظر شما از هر چند نفر، یک نفر خودروی شخصی دارد؟ از هر ۴ نفر؟ از هر ۵ نفر؟ یا از هر ۱۰ نفر؟ ما در نظر می‌گیریم از هر ۵ نفر یک نفر خودروی شخصی دارد (شما در نظر بگیرید از هر ۱۰ نفر یک نفر خودروی شخصی دارد یا حتی از هر ۲۰ نفر! می‌بینید که در نهایت ما و شما قرار است یک گزینه را انتخاب کنیم).

بنابراین تعداد خودروها برابر است با: $\text{تعداد خودروهای شخصی کشور} = \text{جمعیت ایران} \times \frac{1}{5} = (80\times10^6)\times\frac{1}{5} = 16\times10^6 \sim 10^7$

گام دوم حالا باید مصرف روزانه‌ی هر خودرو را برحسب لیتر برآورد کنیم. به نظر شما یک خودروی معمولی روزانه چند لیتر بنزین مصرف می‌کند؟ ما فرض می‌کنیم هر خودرو به طور متوسط روزانه ۵۰ km حرکت می‌کند. اگر خودروها، باز هم به طور متوسط، در هر ۱۰۰ km، ۱۰ لیتر بنزین مصرف کنند، در ۵۰ کیلومتر ۵ لیتر بنزین مصرف می‌کنند، پس مصرف روزانه‌ی بنزین خودروها را 5Lit در نظر می‌گیریم.

مرحله‌ی ۳، در پایان از رابطه‌ای که در مرحله‌ی ۱ معرفی کردیم، استفاده می‌کنیم: $\text{مصرف روزانه‌ی بنزین تمام خودروهای شخصی کشور (Lit)} = 10^8 \sim 5\times10^7$

بد نیست بدانید مصرف روزانه‌ی بنزین کشور تقریباً 7×10^7 Lit است.

خواستون باشه *ممکن بود تو تخمین‌زدن، عددهای دیگه‌ای رو در نظر بگیریم و آخرش به 10^7 یا 10^9 برسیم که باید بازم گزینه‌ی (۲) رو انتخاب کنیم. چون سؤال گفته به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است.*

مثال جرم پروتون برحسب کیلوگرم به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟ (جرم یک مول اتم هیدروژن ۱ گرم است.)

۱) 10^{-18} ۲) 10^{-21} ۳) 10^{-24} ۴) 10^{-27}

پاسخ گزینه‌ی «۴» با مفهوم مول در فصل اول درس شیمی آشنا شدید و می‌دانید که یک مول اتم هیدروژن یعنی $6/022\times10^{23}$ اتم هیدروژن، بنابراین طبق گفته‌ی سؤال جرم $6/022\times10^{23}$ اتم هیدروژن برابر است با ۱ گرم. اتم هیدروژن از یک الکترون و یک پروتون تشکیل شده است. جرم الکترون در برابر پروتون بسیار ناچیز است بنابراین از جرم الکترون صرف‌نظر می‌کنیم و می‌نویسیم:

مرحله‌ی ۱، $\text{جرم یک اتم هیدروژن به جرم یک پروتون (kg)} = \frac{\text{جرم یک مول هیدروژن (kg)}}{\text{تعداد اتم‌های یک مول هیدروژن}}$

مرحله‌ی ۲، $\text{جرم یک مول هیدروژن} = 1\,g = 10^{-3}\,kg$

$\text{تعداد اتم‌های یک مول هیدروژن} = 6/022\times10^{23} \sim 10^{24}$

مرحله‌ی ۳، $\text{جرم یک اتم هیدروژن به جرم یک پروتون (kg)} \sim \frac{10^{-3}}{10^{24}} = 10^{-27}\,kg$

۶۱- گزینه‌ی «۲» با سؤال ساده‌ای مواجه هستیم. کافی است پیدا کنیم ۲۴۰۰ سال برابر چند ثانیه است. هر سال ۳۶۵ روز، هر روز ۲۴ ساعت، هر ساعت ۶۰ دقیقه و هر دقیقه ۶۰ ثانیه است، پس:

$\text{سال } 2400 = \text{ثانیه } 60\times60\times24\times365\times\frac{60\text{ ثانیه}}{1\text{ دقیقه}}\times\frac{60\text{ دقیقه}}{1\text{ ساعت}}\times\frac{24\text{ ساعت}}{1\text{ روز}}\times\frac{365\text{ روز}}{1\text{ سال}}\times 2400 \text{ سال}$

از آن‌جایی که هدف ما محاسبه‌ی مرتبه‌ی بزرگی عدد نهایی است، کافی است به جای هر عدد، مرتبه‌ی بزرگی آن را قرار دهیم، پس:

$2400 \sim 1000\times100\times10\times100\times100 = 10^{10}\,s$ سال

گزینه‌ی (۲) را انتخاب می‌کنیم. اگر حاصل‌ضرب اعداد را دقیق‌تر انجام می‌دادیم به 10^{11} می‌رسیدیم.

۶۲- گزینه‌ی «۲» **گام اول** مساحت سطح کره‌ی ماه را به طور تقریبی برحسب متر محاسبه می‌کنیم:

$A = 4\pi r^2 = 4\times3/14\times(1700\times10^3)^2 = (4\times3/14)\times(1/7)^2\times(10^6)^2 \sim 10^{13}\,m^2$

گام دوم عدد به دست آمده را به هکتار تبدیل می‌کنیم:

$10^{13}\,m^2 = 10^{13}\,m^2\times\frac{1\text{ هکتار}}{10000\,m^2} = 10^9\text{ هکتار}$

۶۳- گزینه‌ی «۳» **گام اول** ابتدا حجم آب ناشی از بارش سالانه را به دست می‌آوریم. مساحت ایران را با A و ارتفاع باران باریده‌شده در سال را با d نشان می‌دهیم.

$d = 250\,mm = 2/5\times10^{-1}\,m \sim 10^{-1}\,m$

$A = 1/6\times10^6\,km^2 = 1/6\times10^6\times10^6\,m^2 \sim 10^{12}\,m^2$

$\text{حجم کل آب ناشی از بارش سالانه} = A.d = 10^{12}\times10^{-1} = 10^{11}\,m^3 = 10^{11}\times10^3\,Lit = 10^{14}\,Lit$

گام دوم حالا تعداد بطری‌های ۱/۵ لیتری به راحتی به دست می‌آید:

$\text{تعداد بطری‌ها} = \frac{\text{حجم کل آب ناشی از بارش سالانه (برحسب لیتر)}}{\text{حجم یک بطری (برحسب لیتر)}} = \frac{10^{14}}{1/5} \sim 10^{14}$

۶۴- گزینه‌ی «۱» **گام اول** ابتدا مصرف سالانه‌ی نفت را در جهان به طور تقریبی تعیین می‌کنیم.

$\text{مصرف سالانه‌ی نفت در جهان} = \text{مصرف روزانه‌ی نفت در جهان}\times365 = (80\times10^6)\times(365) \sim (100\times10^6)\times(100) = 10^{10}$ بشکه

گام دوم در هر سال 10^{10} بشکه‌ی نفت در جهان مصرف می‌شود. برای محاسبه‌ی تعداد سال‌هایی که لازم است تا تمام ذخایر نفتی مصرف شود، داریم:

$\text{تعداد سال‌های مصرف نفت} = \frac{\text{حجم کل ذخایر نفتی جهان}}{\text{مصرف سالانه‌ی نفت جهان}} = \frac{1/4\times10^{12}}{10^{10}} \sim 10^2$ سال

۶۵- گزینه‌ی «۲» بدن یک انسان را مکعبی به ابعاد $۲۰\,cm \times ۵۰\,cm \times ۱۸۰\,cm$ در نظر می‌گیریم، پس: $V = ۲۰ \times ۵۰ \times ۱۸۰ = ۱۸۰ \times ۱۰^۳ \sim ۱۰^۵\ cm^۳$

پس حجم بدن یک انسان بالغ $۱۰^۵\ cm^۳$ بوده و گزینه‌ی (۲) صحیح است.

اگر برای بدن انسان ابعاد دیگری هم در نظر بگیرید، باز هم در نهایت گزینه‌ی (۲) را انتخاب خواهید کرد. پاسخ سؤال تمام شده است اما برای این‌که خیالمان راحت باشد، کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین ابعاد ممکن را برای بدن انسان در نظر می‌گیریم.

حالت اول: اگر انسان موردنظر خیلی چاق و درشت‌اندام باشد! طوری که ابعاد آن $۸۰\,cm$ در $۶۰\,cm$ و قدش ۲ متر باشد:

$V = ۲۰۰ \times ۶۰ \times ۸۰ = ۹۶۰۰۰۰ = ۹/۶ \times ۱۰^۵ \sim ۱۰^۶\ cm^۳$

حالت دوم: اگر انسان موردنظر خیلی لاغر و کوتاه باشد! طوری که قدش $۱۴۰\,cm$ و ابعادش $۲۰\,cm \times ۱۰\,cm$ باشد:

$V = ۲۰ \times ۱۰ \times ۱۴۰ = ۲۸ \times ۱۰^۳ = ۲/۸ \times ۱۰^۴ \sim ۱۰^۴\ cm^۳$

همان‌طور که دیدید در هر دو حالت مجبور به انتخاب گزینه‌ی (۲) هستیم.

۶۶- گزینه‌ی «۳» بارش متوسط سالیانه در کره‌ی زمین $۸۶۰\,mm$ است؛ یعنی اگر آب ناشی از بارش یک سال، در سطح کره‌ی زمین پخش شود، ارتفاع آب $۸۶۰\,mm$ می‌شود.

برای محاسبه‌ی حجم این آب ابتدا باید مساحت سطح کره‌ی زمین را به دست بیاوریم. زمین کره‌ای به شعاع $۶۴۰۰\,km$ است، پس:

$A = ۴\pi r^۲ = ۴ \times ۳/۱۴ \times (۶۴۰۰ \times ۱۰^۳)^۲ = (۴ \times ۳/۱۴) \times (۶/۴)^۲ \times ۱۰^{۱۲} \sim ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰^{۱۲} = ۱۰^{۱۴}\ m^۲$

توجه کنید که در قسمت پایانی محاسبات بالا فقط مرتبه‌ی بزرگی حاصل‌ضرب‌های داخل پرانتز را در نظر گرفته‌ایم.

برای به دست آوردن حجم کافی است مساحت را در ارتفاع آب ضرب کنیم: $\text{حجم} = \text{مساحت} \times \text{ارتفاع} = ۱۰^{۱۴} \times ۰/۸۶ = ۱۰^{۱۴} \times ۱ = ۱۰^{۱۴}\ m^۳$

در انتها باید متر مکعب را به لیتر تبدیل کنیم: $۱۰^{۱۴}\ m^۳ = ۱۰^{۱۴}\ m^۳ \times \frac{۱۰۰۰\ Lit}{۱\ m^۳} = ۱۰^{۱۷}\ Lit$

۶۷- گزینه‌ی «۱» گام اول: ابتدا مرتبه‌ی بزرگی حجم باران باریده‌شده را به دست می‌آوریم.

مساحت شهر: $A = ۱۸۰\ km^۲ = ۱۸۰ \times ۱۰^۶\ m^۲ \sim ۱۰^۸\ m^۲$

ارتفاع آب باران: $h = ۱۰\ mm = ۱۰ \times ۱۰^{-۳}\ m = ۱۰^{-۲}\ m$

$V = Ah \sim ۱۰^۸ \times ۱۰^{-۲} = ۱۰^۶\ m^۳$

گام دوم: حجم یک قطره باران را باید تخمین بزنیم. فرض می‌کنیم هر قطره، کره‌ای به قطر $۴\,mm$ است، پس:

$V = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ = \frac{۴}{۳} \times ۳/۱۴ \times (۲ \times ۱۰^{-۳})^۳ = \frac{۴}{۳} \times ۳/۱۴ \times ۸ \times ۱۰^{-۹} \sim \frac{۱}{۱} \times ۱ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۹} = ۱۰^{-۸}\ m^۳$

گام سوم: $\text{تعداد قطره‌ها} = \frac{\text{حجم کل آب باران}}{\text{حجم یک قطره آب}} = \frac{۱۰^۶}{۱۰^{-۸}} = ۱۰^{۱۴}$

۶۸- گزینه‌ی «۲» در این تست باید ۲ عدد را خودمان برآورد کنیم. یکی حجم هوایی که در هر تنفس وارد ریه‌ی انسان می‌شود و دیگری تعداد تنفس‌های یک انسان معمولی در یک زمان معین (مثلاً یک دقیقه).

گام اول: ابتدا حجم هوایی را که در هر دَم وارد ریه می‌شود برآورد می‌کنیم (یعنی تخمین می‌زنیم). برای این کار به ابعاد قفسه‌ی سینه‌ی یک انسان توجه می‌کنیم. ریه درون قفسه‌ی سینه قرار دارد. علاوه بر ریه اندام‌های دیگری هم هستند مثل قلب، نای، دنده‌ها و ... . بنابراین احتمالاً حجم ریه باید حدود $۰/۵\ Lit$، $۱\ Lit$ یا حتی $۳\ Lit$، $۴\ Lit$ باشد (برای این‌که تصویری از لیتر داشته باشید، بطری نوشابه‌ی خانواده را در ذهن خود مجسم کنید. این بطری‌ها $۱/۵$ لیتر گنجایش دارند). با توجه به این‌که هدف ما تخمین مرتبه‌ی بزرگی است ما برای حجم هوای واردشده به ریه در هر تنفس $۱\ Lit$ را انتخاب می‌کنیم (اگر $۰/۱\ Lit$ یا $۱۰\ Lit$ را هم انتخاب کنیم، تفاوتی در انتخاب گزینه‌ی نهایی نمی‌کند).

گام دوم: چند لحظه به طور عادی نفس بکشید و با استفاده از انگشت‌های دست خود فاصله‌ی زمانی بین دو دَمِ پشت سر هم را بشمارید. اگر این کار را بکنید، متوجه می‌شوید که در حالت عادی هر ۳ یا ۴ ثانیه یک بار نفس می‌کشیم، پس می‌توان گفت در یک دقیقه ۲۰ بار هوا وارد ریه‌ی خود می‌کنیم.

گام سوم: مرتبه‌ی بزرگی تعداد تنفس‌های آقای نیوتون را در کل ۸۵ سالِ زندگی‌اش تعیین می‌کنیم (یعنی پیدا می‌کنیم که ده به توان چندتا تنفس داشته). ۸۵ سال را به دقیقه تبدیل کرده و سپس در ۲۰ ضرب می‌کنیم، چون در هر دقیقه ۲۰ بار نفس می‌کشد.

$\text{تعداد تنفس در ۸۵ سال} = (۸۵ \times ۳۶۵ \times ۲۴ \times ۶۰) \times ۲۰ \sim (۱۰۰ \times ۱۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰۰) \times ۱۰ = ۱۰^۸$

گام چهارم: $\text{تعداد تنفس} \times \text{حجم هوای تنفس‌شده در هر دَم} = \text{حجم هوایی که آقای نیوتون تنفس کرده} = ۱۰^۸ \times ۱ = ۱۰^۸\ Lit$

پس باید گزینه‌ی (۲) را انتخاب کنیم.

۶۹- گزینه‌ی «۳» تعداد نفراتی که $۱۰۰\,g$ گندم سبز می‌کنند $= ۷$ نفر ~ ۱۰

جمعیت ایران: $۸۰۰۰۰۰۰۰ = ۸ \times ۱۰^۷ \sim ۱۰^۸$

$\text{جرم کل گندم} = \frac{\text{جمعیت ایران}}{\text{تعداد نفراتی که ۱۰۰ g گندم سبز می‌کنند}} \times ۱۰۰\ g \times \frac{۱\ kg}{۱۰۰۰\ g} = \frac{۱۰^۸}{۱۰} \times ۱۰^{-۱} = ۱۰^۶\ kg$

یعنی هر ساله یک میلیون کیلوگرم گندم هدر می‌رود!

۷۰- گزینه‌ی «۳»

گام اول از رابطه‌ی زیر استفاده خواهیم کرد:

تعداد ضربان در طول عمر × (Lit) حجم خون پمپ‌شده در یک ضربان = حجم کل خون پمپ‌شده (Lit)

گام دوم تعداد ضربان یک انسان را در طول عمر باید تخمین بزنیم. عمر متوسط را برای یک انسان ۷۵ سال در نظر می‌گیریم. احتمالاً می‌دانید قلب انسان در هر دقیقه ۷۰، ۸۰ بار می‌زند، پس کافی است طول عمر انسان را به دقیقه تبدیل کرده و در تعداد ضربان هر دقیقه ضرب کنیم، پس:

تعداد ضربان در طول عمر $= ۷۵ \times ۳۶۵ \times ۲۴ \times ۶۰ \times ۷۰ \sim ۱۰۰ \times ۱۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰۰ \times ۱۰۰ \sim ۱۰^{۹}$

گام سوم مرتبه‌ی بزرگی حجم خون پمپ‌شده در هر ضربان را برحسب لیتر به دست می‌آوریم:

حجم خون پمپ شده در هر ضربان $= ۷۰\ cm^{۳} = ۷۰ \times ۱۰^{-۳}\ Lit \sim ۱۰^{-۱}\ Lit$

گام چهارم طبق رابطه‌ای که در گام اول معرفی کردیم:

حجم کل خون پمپ شده $= ۱۰^{-۱} \times ۱۰^{۹} = ۱۰^{۸}\ Lit$

۷۱- گزینه‌ی «۴»

گام اول از رابطه‌ی $\frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}} = \text{توان}$ نتیجه می‌گیریم:

توان انسان (W) × زمان (s) = انرژی یک انسان (J) $= (۱۵۰) \times ۸ \times ۶۰ \times ۶۰ \sim ۱۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰۰ \times ۱۰۰ = ۱۰^{۷}\ J$

توان نیروگاه (W) × زمان (s) = انرژی یک نیروگاه (J) $= (۲۰۰۰ \times ۱۰^{۶}) \times ۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰ \sim ۱۰۰۰ \times ۱۰^{۶} \times ۱۰ \times ۱۰۰ \times ۱۰۰ = ۱۰^{۱۴}\ J$

گام دوم

تعداد انسان‌ها $= \frac{\text{انرژی نیروگاه}}{\text{انرژی یک انسان}} = \frac{۱۰^{۱۴}}{۱۰^{۷}} = ۱۰^{۷}$

۷۲- گزینه‌ی «۲»

گام اول از رابطه‌ی زیر می‌خواهیم استفاده کنیم:

مصرف روزانه‌ی نان در کل کشور (kg) = جمعیت کل کشور × مصرف روزانه‌ی نان برای هر شخص (kg)

گام دوم همان‌طور که می‌دانید جمعیت کل کشور تقریباً ۸۰ میلیون نفر است. ما فرض می‌کنیم هر شخص در شبانه‌روز ۰/۵ kg نان بخورد.

گام سوم حالا:

مصرف روزانه‌ی نان در کل کشور (kg) $= (۸۰ \times ۱۰^{۶}) \times (۰/۵) = ۴۰ \times ۱۰^{۶} \sim ۱۰^{۷}\ kg$

۷۳- گزینه‌ی «۲»

گام اول جمعیت شهر تهران را حدوداً ۱۰ میلیون نفر در نظر می‌گیریم. اگر به ازای هر ۴ نفر یک خودرو در شهر فرض کنیم، می‌توان گفت در تهران ۲/۵ میلیون خودرو وجود دارد.

گام دوم مسافتی که خودروهای مختلف در روز طی می‌کنند، متفاوت است. ما فرض می‌کنیم هر خودرو به طور متوسط روزانه ۵۰ km طی می‌کند. همان‌طور که می‌دانید مصرف بنزین خودروها به شکل چند لیتر در ۱۰۰ کیلومتر بیان می‌شود *(مثلاً وقتی می‌گن فلان خودرو صدی ۸ می‌سوزونه یعنی اگه بخواد ۱۰۰ کیلومتر حرکت کنه ۸ لیتر بنزین لازم داره)*. ما مصرف متوسط خودروها را در هر ۱۰۰ km، ۱۰ Lit فرض می‌کنیم، پس هر خودرو روزانه ۵ لیتر بنزین مصرف می‌کند. *(تو ۱۰۰ km، ۱۰ لیتر بنزین مصرف می‌کنه، پس تو ۵۰ km، ۵ Lit مصرف می‌شه.)*

گام سوم در پایان کافی است تعداد خودروها را در مقدار بنزین مصرفی هر خودرو ضرب کنیم، پس:

مصرف بنزین روزانه‌ی شهر تهران = مصرف بنزین روزانه‌ی هر خودرو × تعداد خودروهای شهر تهران $= (۲/۵ \times ۱۰^{۶}) \times (۵) = ۱۲/۵ \times ۱۰^{۶} \sim ۱۰^{۷}$

۷۴- گزینه‌ی «۲»

گام اول در اولین مرحله به این سؤال جواب می‌دهیم که: اگر یک خودرو تنظیم موتور شود، در مصرف بنزین ماهانه‌اش چند ریال صرفه‌جویی می‌شود؟ برای پیداکردن جواب این سؤال فرض می‌کنیم یک خودرو روزانه ۵۰ کیلومتر حرکت می‌کند، پس در یک ماه داریم:

مسافت طی‌شده توسط خودرو در یک ماه $= ۳۰ \times ۵۰ = ۱۵۰۰\ km \sim ۱۰^{۳}\ km$

با تنظیم موتور مصرف بنزین خودرو در هر ۱۰۰ کیلومتر ۱ لیتر کم می‌شود، پس در یک ماه (چون تقریباً ۱۰۰۰ km طی کرده است) کاهش مصرف بنزین برابر است با ۱۰Lit. بهای هر لیتر بنزین ۱۰۰۰۰ ریال است، بنابراین:

کاهش هزینه در یک ماه برای یک خودرو = میزان کاهش بنزین مصرفی برحسب لیتر × قیمت هر لیتر بنزین $= ۱۰ \times ۱۰۰۰۰ = ۱۰^{۵}$ ریال

گام دوم در مرحله‌ی بعدی باید تعداد خودروهای شهر تهران را تخمین بزنیم. برای این کار از استراتژی زیر استفاده می‌کنیم: شهر تهران حدوداً ۱۰ میلیون نفر جمعیت دارد. فرض می‌کنیم به ازای هر ۴ نفر یک خودرو در تهران وجود داشته باشد، بنابراین تعداد کل خودروهای شهر تهران ۲/۵ میلیون دستگاه می‌شود. نصف این تعداد به تنظیم موتور نیاز دارند، پس:

تعداد خودروهای شهر تهران که به تنظیم موتور نیاز دارند $= \frac{۲/۵ \times ۱۰^{۶}}{۲} = ۱/۲۵ \times ۱۰^{۶} \sim ۱ \times ۱۰^{۶}$ دستگاه

گام سوم حالا کل هزینه‌ی صرفه‌جویی‌شده را به دست می‌آوریم:

کل هزینه‌ی صرفه‌جویی شده = تعداد خودروهایی که باید تنظیم موتور شوند × هزینه‌ی صرفه‌جویی شده‌ی ماهانه برای یک خودرو $= ۱۰^{۶} \times ۱۰^{۵} = ۱۰^{۱۱}$ ریال

۷۵- گزینه‌ی «۳»

گام اول ابتدا حجم هر قطره را تخمین می‌زنیم. هر قطره را کره‌ای به قطر ۰/۵ سانتی‌متر در نظر می‌گیریم، پس:

حجم یک قطره $= V_{کره} = \frac{۴}{۳}\pi r^{۳} = \frac{۴}{۳} \times ۳/۱۴ \times (۰/۲۵)^{۳} \sim ۱۰^{-۱}\ cm^{۳}$

گام دوم حالا به طور حدودی تعیین می‌کنیم که از یک شیر آب خراب در شبانه‌روز چند قطره آب می‌چکد. فرض می‌کنیم در هر ثانیه یک قطره آب از شیر بچکد، پس در یک شبانه‌روز:

تعداد قطره‌ها در یک شبانه‌روز $= ۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰ \sim ۱۰^{۵}$

(۶ ضربدر ۶ می‌شه ۳۶، ۳۶×۲۴ رو تقریباً ۱۰۰۰ در نظر می‌گیریم، با دوتا صفر هر کدوم از شصت‌ها می‌شه یه یک جلوش ۵ تا صفر، یعنی $۱۰^{۵}$.)

گام سوم در مرحله‌ی بعدی حجم آب هدررفته توسط هر شیر آب خراب را در یک شبانه‌روز به دست می‌آوریم.

حجم آب هدررفته توسط هر شیر در یک شبانه‌روز = تعداد قطره‌ها در هر شبانه‌روز × حجم هر قطره $= ۱۰^{۵} \times ۱۰^{-۱} = ۱۰^{۴}\ cm^{۳} = ۱۰\ Lit$

گام چهارم برای حساب‌کردن حجم کل آب هدررفته از تمام شیرهای آب خراب کشور باید تعداد این شیرهای خراب را برآورد کنیم. ایران حدوداً ۸۰ میلیون نفر جمعیت دارد، اگر به طور متوسط هر ۴ نفر در یک خانه زندگی کنند، ۲۰ میلیون خانه در کشور وجود دارد. فرض می‌کنیم به طور متوسط در هر خانه ۳ شیر آب وجود داشته باشد، پس تعداد شیرهای آب در کل کشور برابر است با:

$$\text{تعداد شیرهای آب} = ۲۰\times۱۰^{۶}\times۳ = ۶۰\times۱۰^{۶}$$

بنا بر فرض سؤال از هر ده شیر آب یکی خراب است، پس:

$$\text{تعداد شیرهای آب خراب} = ۶۰\times۱۰^{۶}\times\frac{۱}{۱۰} = ۶\times۱۰^{۶}\sim۱۰^{۷}$$

در پایان، حجم کل آب هدررفته از تمام شیرهای آب خراب کشور را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{حجم کل آب هدررفته} = \text{تعداد شیرهای آب خراب}\times\text{حجم آب هدررفته از هر شیر آب خراب} = ۱۰^{۷}\times۱۰ = ۱۰^{۸}\ \text{Lit}$$

۷۶- گزینه‌ی «۳» همه می‌دانیم $\frac{۳}{۴}$ سطح کره‌ی زمین را اقیانوس‌ها و دریاها تشکیل می‌دهند. برای محاسبه‌ی حجم کل آب‌های موجود در سطح کره‌ی زمین ابتدا مساحت کل آب‌های سطح زمین را به دست می‌آوریم.

$$A_{\text{آب}} = \frac{۳}{۴}\times A_{\text{کره‌ی زمین}} = \frac{۳}{۴}\times۴\pi r^{۲} = \frac{۳}{\cancel{۴}}\times\cancel{۴}\times۳/۱۴\times(۶۴۰۰\times۱۰^{۳})^{۲} = (۳\times۳/۱۴)\times(۶/۴)^{۲}\times۱۰^{۱۲}\sim۱۰^{۱۴}\ \text{m}^{۲}$$

تو محاسبه، $۳/۱۴\times۳$ رو تقریباً ۱۰ در نظر می‌گیریم. $(۶/۴)^{۲}$ هم حدوداً ۴۰ می‌شه که فقط برای ما مرتبه‌ی بزرگیش مهمه که می‌شه $۱۰^{۱}$، پس در کل می‌شه $۱۰^{۱۴}=۱۰^{۱۲}\times۱۰^{۱}\times۱۰^{۱}$.

عمق متوسط آب‌های کره‌ی زمین (h) را ۵ km در نظر می‌گیریم (اگر ۱ km یا ۱۰ km هم در نظر بگیریم، نتیجه‌ی نهایی تفاوتی نمی‌کند).

$$h = ۵\ \text{km} = ۵۰۰۰\ \text{m}\sim۱۰^{۴}\ \text{m}$$

حالا حجم آب را حساب می‌کنیم:

$$V = Ah = ۱۰^{۱۴}\times۱۰^{۴} = ۱۰^{۱۸}\ \text{m}^{۳} = ۱۰^{۲۱}\ \text{Lit}$$

تبدیل به لیتر را فراموش نکنید.

۷۷- گزینه‌ی «۳» **گام اول** ابتدا حجم بدن یک انسان را برآورد می‌کنیم. بدن انسان را مکعبی به ابعاد $۲۰\ \text{cm}\times۵۰\ \text{cm}\times۱۸۰\ \text{cm}$ در نظر می‌گیریم، پس:

$$V_{\text{بدن انسان}} = ۲۰\times۵۰\times۱۸۰ = ۱/۸\times۱۰^{۵}\ \text{cm}^{۳}\sim۱۰^{۵}\ \text{cm}^{۳} = ۱۰^{-۱}\ \text{m}^{۳}$$

گام دوم در قدم بعدی مجموع حجم همه‌ی انسان‌های زمین را به دست می‌آوریم. جمعیت کره‌ی زمین حدوداً ۷ میلیارد نفر است.

$$V_{\text{کل}} = \text{تعداد همه‌ی انسان‌ها}\times\text{حجم بدن هر انسان} = (۷\times۱۰^{۹})\times(۱۰^{-۱}) = ۷\times۱۰^{۸}\sim۱۰^{۹}\ \text{m}^{۳}$$

گام سوم اگر این حجم را به طور لایه‌ای یکنواخت روی سطح زمین بگذاریم، شکل روبه‌رو ایجاد می‌شود. برای این‌که ضخامت این لایه را به دست بیاوریم کافی است این حجم را بر مساحت کره‌ی زمین تقسیم کنیم.

$$A = ۴\pi r^{۲} = ۴\times۳/۱۴\times(۶۴۰۰\times۱۰^{۳})^{۲}$$

$$= (۴\times۳/۱۴)\times(۶/۴)^{۲}\times(۱۰^{۶})^{۲}\sim۱۰\times۱۰\times۱۰^{۱۲} = ۱۰^{۱۴}\ \text{m}^{۲}$$

$$d = \frac{V_{\text{کل}}}{A} = \frac{۱۰^{۹}}{۱۰^{۱۴}} = ۱۰^{-۵}\ \text{m} = ۱۰^{-۲}\ \text{mm}$$

۷۸- گزینه‌ی «۲» **گام اول** ابتدا به این سؤال جواب می‌دهیم: «اگر یک لامپ التهابی به لامپ کم‌مصرف تبدیل شود، بهای برق مصرفی آن در مدت یک ماه چند ریال کم می‌شود؟» برای پیداکردن جواب این سؤال باید مدت زمانی را که یک لامپ در یک ماه روشن است تخمین بزنیم. تقریباً نصف ۲۴ ساعتِ یک شبانه‌روز، هوا تاریک است. در این بازه یک لامپ چند ساعت روشن است؟ معمولاً در منازل لامپ‌ها از ساعت ۶، ۷ عصر تا ۱۱، ۱۲ شب روشن هستند. خیلی حساس نمی‌شویم و فرض می‌کنیم یک لامپ در شبانه‌روز ۶ ساعت روشن است، بنابراین یک لامپ در یک ماه، Δt ثانیه روشن است که:

$$\Delta t = ۳۰\times۶\times۶۰\times۶۰\sim۱۰\times۱۰\times۱۰۰\times۱۰۰ = ۱۰^{۶}\ \text{s}$$

برای محاسبه‌ی انرژی الکتریکی مصرفی توسط یک لامپ از رابطه‌ی $\text{توان} = \frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}}$ استفاده می‌کنیم. با تعویض هر لامپ به اندازه‌ی $۱۰۰-۲۰ = ۸۰\ \text{W}$ در توان صرفه‌جویی می‌شود، بنابراین:

$$\text{انرژی کاسته‌شده} = \text{توان کاسته‌شده}\times\text{زمان} \rightarrow \text{توان کاسته‌شده (وات)} = \frac{\text{انرژی کاسته‌شده (ژول)}}{\text{زمان (ثانیه)}}$$

$$\text{انرژی کاسته‌شده} = ۸۰\times۱۰^{۶}\sim۱۰^{۸}\ \text{J}$$

هزینه‌ی هر ژول انرژی الکتریکی ۰/۰۲ ریال است، پس:

$$\text{کاهش هزینه‌ناشی از تعویض هر لامپ} = \text{انرژی کاسته‌شده}\times\text{هزینه‌ی هر ژول انرژی} = ۱۰^{۸}\times۰/۰۲\sim۱۰^{۶}\ \text{ریال}$$

گام دوم حالا باید تعداد لامپ‌های کل کشور را تخمین بزنیم. ایران ۸۰ میلیون نفر جمعیت دارد. فرض می‌کنیم به طور متوسط هر ۴ نفر در یک خانه زندگی می‌کنند، پس ۲۰ میلیون خانه وجود دارد. اگر فرض کنیم به طور متوسط در هر خانه ۱۰ لامپ باشد، تعداد کل لامپ‌های کشور برابر است با $۲۰\times۱۰^{۶}\times۱۰ = ۲\times۱۰^{۸}$ لامپ. به گفته‌ی سؤال تمام این لامپ‌ها قرار است از نوع التهابی به کم‌مصرف تبدیل شوند.

گام سوم تقریباً حل تست تمام شده است. در گام اول کاهش بهای برق مصرفی یک لامپ را به دست آوردیم و در گام دوم تعداد لامپ‌های کل کشور را تخمین زدیم. حالا:

$$\text{کاهش بهای برق مصرفی در کل کشور} = \text{تعداد لامپ‌ها}\times\text{کاهش بهای برق مصرفی یک لامپ} = ۲\times۱۰^{۸}\times۱۰^{۶}\sim۱۰^{۱۴}\ \text{ریال}$$

گزینه‌ی (۲) صحیح است.

۷۹- گزینه‌ی «۳» برای حل این تست به طور پله‌پله باید جواب چند سؤال را بدهیم:

گام اول هر لیتر سوخت چند ژول انرژی مفید تولید می‌کند؟

$$\text{انرژی مفید حاصل از یک لیتر سوخت} = \text{بازده}\times\text{انرژی حاصل از یک لیتر سوخت} = ۴\times۱۰^{۷}\times\frac{۲۰}{۱۰۰} = ۸\times۱۰^{۶}\sim۱۰^{۷}\ \text{J}$$

گام دوم انرژی لازم برای یک ساعت روشن‌بودن چراغ‌های خودرو چند ژول است؟

$$\text{توان (وات)} = \frac{\text{انرژی (ژول)}}{\text{زمان (ثانیه)}} \rightarrow ۱۰۰ = \frac{\text{انرژی}}{۱\times۶۰\times۶۰} \rightarrow \text{انرژی} = ۳۶\times۱۰^{۴} \sim ۱۰^{۵}\ \text{J}$$

گام سوم چند لیتر سوخت لازم است تا انرژی لازم برای یک ساعت روشن‌بودن چراغ‌های خودرو تأمین شود؟

$$\text{حجم سوخت مورد نیاز} = \frac{\text{انرژی لازم برای یک ساعت روشن بودن چراغ‌های خودرو}}{\text{انرژی حاصل از یک لیتر سوخت}} = \frac{۱۰^{۵}}{۱۰^{۷}} = ۱۰^{-۲}\ \text{Lit}$$

گام چهارم چند خودرو در شهر تهران وجود دارد؟

شهر تهران ۱۰ میلیون نفر جمعیت دارد. فرض می‌کنیم به ازای هر ۴ نفر یک خودرو در شهر وجود داشته باشد، پس تعداد خودروهای شهر تهران را ۲/۵ میلیون خودرو در نظر می‌گیریم.

$$\text{تعداد خودروهای شهر تهران} = ۲/۵\times۱۰^{۶} \sim ۱۰^{۶}\ \text{دستگاه}$$

گام پنجم خواسته‌ی تست را به راحتی به دست می‌آوریم:

$$\text{مصرف روزانه‌ی سوخت خودروها به علت روشن کردن چراغ‌ها} = \text{تعداد خودروها} \times \text{مصرف روزانه‌ی هر خودرو به علت روشن کردن چراغ‌ها} = ۱۰^{۶}\times۱۰^{-۲} = ۱۰^{۴}\ \text{Lit}$$

۸۰- گزینه‌ی «۲»

گام اول ابتدا جرم یک قطره آب را تخمین می‌زنیم. اول حجم آن را برآورد می‌کنیم. یک قطره آب را به شکل کره‌ای به قطر ۰/۵ cm در نظر می‌گیریم.

$$\text{قطر} = ۰/۵\ \text{cm} \rightarrow \text{شعاع} = ۰/۲۵\ \text{cm}$$

$$V = \frac{۴}{۳}\pi r^{۳} = \frac{۴}{۳}\times۳/۱۴\times(\frac{۱}{۴})^{۳} \sim \frac{۴}{۳}\times۳/۱۴\times\frac{۱}{۶۴} \sim ۱۰^{-۱}\ \text{cm}^{۳}$$

می‌دانیم هر $۱\ \text{cm}^{۳}$ آب ۱ g جرم دارد، پس جرم $۱۰^{-۱}\ \text{cm}^{۳}$ آب برابر است با $۱۰^{-۱}$ g.

گام دوم طبق مفهوم مول، تعداد مولکول‌های یک مول آب برابر است با $۶/۰۲۲\times۱۰^{۲۳}$ مولکول. حالا از تناسب روبه‌رو استفاده می‌کنیم:

۱۸ g	$۶/۰۲۲\times۱۰^{۲۳}$ مولکول
$۱۰^{-۱}$ g	x مولکول

نتیجه می‌گیریم:

$$x = \frac{۶/۰۲۲\times۱۰^{۲۳}\times۱۰^{-۱}}{۱۸} \sim ۱۰^{۲۲}$$

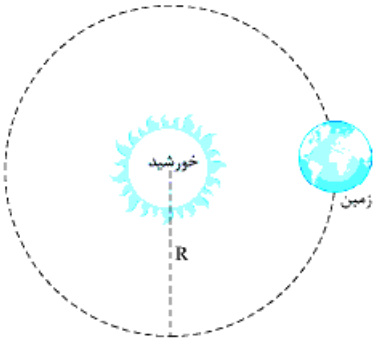
۸۱- گزینه‌ی «۱» ابتدا باید مسافتی را که یک خودرو در یک روز طی می‌کند، تخمین بزنیم. برای این کار از مدت زمانی که یک خودروی معمولی در طول شبانه‌روز در حرکت است، استفاده می‌کنیم. به نظر شما یک خودرو در شبانه‌روز چند ساعت در حال حرکت است؟ نیم ساعت؟ یک ساعت؟ دو ساعت؟ چهار ساعت؟ هر کدام از این اعداد را در نظر بگیریم، گزینه‌ی نهایی‌ای که قرار است انتخاب کنیم فرقی نمی‌کند. ما به طور متوسط ۱/۵ ساعت را انتخاب می‌کنیم. خودرویی را که در شهر در حال حرکت است در نظر بگیرید. با توجه به شرایط ترافیک خیابان و عوامل دیگر تندی این خودرو کم و زیاد می‌شود. گاهی با تندی ۸۰ km/h یا ۹۰ حرکت می‌کند و گاهی در ترافیک سنگین می‌ایستد. ما تندی متوسط یک خودروی معمولی را ۴۰ km/h در نظر می‌گیریم. حالا از رابطه‌ی تندی متوسط که در علوم سال نهم با آن آشنا شدید، استفاده می‌کنیم:

$$\text{تندی متوسط (km/h)} = \frac{\text{مسافت طی‌شده (km)}}{\text{زمان سپری‌شده (h)}} \rightarrow ۴۰ = \frac{\text{مسافت طی‌شده}}{۱/۵} \rightarrow \text{مسافت طی‌شده} = ۴۰\times۱/۵ = ۶۰\ \text{km}$$

پس هر خودرو در شبانه‌روز به طور متوسط مسافتی برابر با ۶۰ km طی می‌کند. به ازای هر ۱ کیلومتر، ۱ گرم مونواکسید کربن توسط خودروی دارای گواهی یورو ۴ تولید می‌شود، پس این خودرو روزانه ۶۰ گرم مونواکسید کربن تولید می‌کند. در یک سال داریم:

$$\text{جرم مونواکسید کربن تولیدشده در سال} = \text{جرم مونواکسید تولیدشده در روز} \times ۳۶۵ = ۶۰\times۳۶۵ \sim ۱۰۰\times۱۰۰ = ۱۰^{۴}\ \text{g}$$

۸۲- گزینه‌ی «۲» مطابق شکل مقابل، زمین روی دایره‌ای به شعاع R از مرکز خورشید در حال حرکت است. R فاصله‌ی زمین تا خورشید است. برای محاسبه‌ی تندی حرکت زمین به دور خورشید، یک دور کامل از حرکت زمین به دور خورشید را در نظر می‌گیریم.



گام اول ابتدا R را محاسبه می‌کنیم. ۵۰۰ ثانیه طول می‌کشد تا نور خورشید به زمین برسد. از رابطه‌ی تندی برای پرتو نوری که از خورشید به زمین می‌رسد، استفاده می‌کنیم: $\text{تندی} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$

$$\text{تندی پرتو نور} = \frac{\text{مسافتی که پرتو نور طی می‌کند}}{\text{زمان رسیدن پرتو نور از خورشید به زمین}} \rightarrow ۳\times۱۰^{۸} = \frac{R}{۵۰۰} \rightarrow R = ۱۵\times۱۰^{۱۰}\ \text{m} = ۱۵\times۱۰^{۷}\ \text{km}$$

گام دوم مسافتی که زمین در یک دور کامل حرکتش به دور خورشید طی می‌کند، برابر است با محیط دایره‌ای به شعاع R، پس:

$$\text{مسافتی که زمین در یک دور کامل حرکتش به دور خورشید طی می‌کند} = \text{محیط دایره‌ای به شعاع R} = ۲\pi R = ۲\times۳/۱۴\times۱۵\times۱۰^{۷} \sim ۱۰^{۹}\ \text{km}$$

گام سوم همه می‌دانیم زمانی که طول می‌کشد زمین یک دور کامل به دور خورشید بچرخد یک سال است. یک سال باید به ساعت تبدیل شود، پس:

$$\text{زمانی که طول می‌کشد زمین یک دور کامل به دور خورشید بچرخد} = ۳۶۵\times۲۴ = ۸۷۶۰ \sim ۱۰^{۴}\ \text{h}$$

گام چهارم حالا از رابطه‌ی $\text{تندی} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$، برای محاسبه‌ی تندی حرکت زمین به دور خورشید استفاده می‌کنیم.

$$\text{تندی} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{۱۰^{۹}}{۱۰^{۴}} = ۱۰^{۵}\ \text{km/h}$$

بد نیست بدانید تندی حرکت زمین به دور خورشید $۱/۰۷\times۱۰^{۵}$ km/h است.

۸۳- گزینه‌ی «۳» گام‌اول مسافتی را که این ماشین خیالی در مدت یک ساعت طی می‌کند به دست می‌آوریم:

$$\text{تندی}=\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} \rightarrow ۳\times۱۰^{۸}=\frac{\text{مسافت}}{۶۰\times۶۰} \rightarrow \text{مسافت}=۱۰۸\times۱۰^{۱۰}\ \text{m}\sim۱۰^{۱۲}\ \text{m}$$

گام‌دوم محیط کره‌ی زمین را به دست می‌آوریم:

$$\text{محیط}=۲\pi R=۲\times۳/۱۴\times۶۴۰۰\times۱۰^{۳}\sim۱۰^{۸}\ \text{m}$$

گام‌سوم واضح است که تعداد دورهایی که این خودرو در مدت یک ساعت به دور کره‌ی زمین می‌چرخد از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\text{تعداد دور در یک ساعت}=\frac{\text{مسافت طی‌شده در یک ساعت}}{\text{محیط کره‌ی زمین}}=\frac{۱۰^{۱۲}}{۱۰^{۸}}=۱۰^{۴}$$

این عدد به گزینه‌ی (۳) نزدیک است.

۸۴- گزینه‌ی «۲» در علوم سال نهم مفهوم فشار و رابطه‌ی آن یعنی $P=\frac{F}{A}$ را یاد گرفتید. در این تست نیرویی که باعث ایجاد فشار در سطح می‌شود، نیروی وزن شخص است، پس:

$$P=\frac{F}{A}=\frac{W}{A}=\frac{mg}{A}$$

گام‌اول باید جرم شخص و اندازه‌ی سطحی را که با زمین در تماس است تخمین بزنیم. جرم یک شخص بالغ را ۸۰ kg و کف پاهای او را مستطیل‌هایی به ابعاد $۱۰\ \text{cm}\times۳۰\ \text{cm}$ در نظر می‌گیریم *(چون تست باید به طور تقریبی حل بشه، فیلی تو انتخاب مقدار جرم و مساحت دچار وسواس نشید، اگه به گزینه‌ها هم به نگاهی بندازید می‌بینید که فیلی با هم فاصله دارن. به خاطر همین اگه جرم شخص رو ۵۰ kg یا ۱۰۰ kg یا حتی ۱۵۰ kg هم فرض کنید، آفرش، گزینه‌ای که باید انتخاب کنید، فرقی نمی‌کنه)*.

$$m=۸۰\ \text{kg}\sim۱۰۰\ \text{kg}$$

$$A=۲\times۱۰\times۳۰=۶۰۰\ \text{cm}^{۲}\sim۱۰^{۳}\ \text{cm}^{۲}=۱۰^{۳}\times۱۰^{-۴}\ \text{m}^{۲}=۱۰^{-۱}\ \text{m}^{۲}$$

گام‌دوم حالا فشار را حساب می‌کنیم:

$$P=\frac{mg}{A}=\frac{۱۰۰\times۱۰}{۱۰^{-۱}}=۱۰^{۴}\ \text{Pa}$$

۸۵- گزینه‌ی «۲» برای حل این تست می‌خواهیم از رابطه‌ی فشار $(P=\frac{F}{A})$ که در علوم سال نهم آن را یاد گرفتید، استفاده کنیم. نیروی ناشی از وزن هوای موجود در جو زمین باعث ایجاد فشار شده است، پس:

$$P=\frac{F}{A}=\frac{W}{A}=\frac{mg}{A}$$

در رابطه‌ی بالا A مساحت سطح کره‌ی زمین و m جرم هوای موجود در جو کره‌ی زمین است.

ابتدا مساحت کره زمین را به طور تقریبی به دست می‌آوریم:

$$A=۴\pi r^{۲}=۴\times۳/۱۴\times(۶۴۰۰\times۱۰^{۳})^{۲}=(۴\times۳/۱۴)\times(۶/۴)^{۲}\times۱۰^{۱۲}\sim۱۰^{۱۴}\ \text{m}^{۲}$$

حالا از رابطه‌ی فشار استفاده می‌کنیم:

$$P=\frac{mg}{A} \rightarrow ۱۰^{۵}=\frac{m\times۱۰}{۱۰^{۱۴}} \rightarrow m=۱۰^{۱۸}\ \text{kg}$$

پس گزینه‌ی (۲) را انتخاب می‌کنیم. جالب است بدانید جرم کل هوای موجود در جو کره‌ی زمین $۵/۵\times۱۰^{۱۸}$ کیلوگرم است.

۸۶- گزینه‌ی «۱» شما باید بدانید که یکای نجومی (AU) برابر است با فاصله‌ی متوسط زمین تا خورشید. بنابراین برای پرتو نوری که از خورشید به زمین می‌رسد، می‌توانیم بنویسیم:

$$\text{تندی}=\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} \rightarrow ۳\times۱۰^{۸}=\frac{۱/۵\times۱۰^{۱۱}}{\text{زمان}} \rightarrow \text{زمان}=\frac{۱/۵\times۱۰^{۱۱}}{۳\times۱۰^{۸}}=۵۰۰\ \text{s}$$

چگالی

برای این‌که نشان دهیم میزان تراکم ذرات یک ماده چه‌قدر است، از کمیت چگالی استفاده می‌کنیم. در واقع نسبت جرم (m) یک ماده به حجم (V) آن را چگالی آن ماده می‌گوییم و در فرمول، آن را با نماد ρ نشان می‌دهیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\quad \begin{matrix}\text{جرم(kg)}\\ \uparrow\\ \downarrow\\ \text{حجم}(\text{m}^{۳})\end{matrix}$$

با نگاهی به یکای جرم و حجم می‌فهمیم که یکای چگالی در SI کیلوگرم بر متر مکعب $(\text{kg}/\text{m}^{۳})$ است.

نکته گرم بر لیتر (g/Lit) و گرم بر سانتی‌متر مکعب $(\text{g}/\text{cm}^{۳})$ یکاهای دیگر چگالی‌اند که تبدیل آن‌ها را به کیلوگرم بر متر مکعب به صورت زیر انجام می‌دهیم:

الف- هر گرم بر لیتر معادل $۱\ \text{kg}/\text{m}^{۳}$ است؛ زیرا:

$$۱\frac{\text{g}}{\text{Lit}}\times\frac{۱\ \text{kg}}{۱۰^{۳}\ \text{g}}\times\frac{۱۰^{۳}\ \text{Lit}}{۱\ \text{m}^{۳}}=۱\ \text{kg}/\text{m}^{۳}$$

مثلاً چگالی روغن $۸۰۰\ \text{kg}/\text{m}^{۳}$ یا $۸۰۰\ \text{g}/\text{Lit}$ است.

ب- هر گرم بر سانتی‌متر مکعب معادل $۱۰^{۳}\ \text{kg}/\text{m}^{۳}$ است؛ چون:

$$۱\frac{\text{g}}{\text{cm}^{۳}}\times\frac{۱\ \text{kg}}{۱۰^{۳}\ \text{g}}\times\frac{۱۰^{۶}\ \text{cm}^{۳}}{۱\ \text{m}^{۳}}=۱۰^{۳}\ \text{kg}/\text{m}^{۳}$$

بنابراین هر وقت خواستید چگالی برحسب گرم بر سانتی‌متر مکعب $(\text{g}/\text{cm}^{۳})$ را به کیلوگرم بر متر مکعب $(\text{kg}/\text{m}^{۳})$ تبدیل کنید، کافی است مقدار چگالی را در ۱۰۰۰ ضرب کنید. مثلاً: $\rho_{\text{آب}}=۱\ \text{g}/\text{cm}^{۳}\times۱۰۰۰=۱۰۰۰\ \text{kg}/\text{m}^{۳}$ و هر وقت لازم شد چگالی برحسب کیلوگرم بر متر مکعب $(\text{kg}/\text{m}^{۳})$ را به گرم بر سانتی‌متر مکعب $(\text{g}/\text{cm}^{۳})$ تبدیل کنید، مقدار داده‌شده را به ۱۰۰۰ تقسیم کنید. مثلاً:

$$\rho_{\text{جیوه}}=۱۳۶۰۰\ \text{kg}/\text{m}^{۳}\div۱۰۰۰=۱۳/۶\ \text{g}/\text{cm}^{۳}$$

خلاصه این‌که:

$$\text{چگالی برحسب}\ \text{kg}/\text{m}^{۳}\ \underset{\div۱۰۰۰}{\overset{\times۱۰۰۰}{\rightleftharpoons}}\ \text{چگالی برحسب}\ \text{g}/\text{cm}^{۳}$$

مثال چگالی آهن $7800\ kg/m^3$ است. حجم $273\ g$ آهن چند سانتی‌متر مکعب است؟

۱) ۱۷/۵ ۲) ۳۵ ۳) ۱۷۵ ۴) ۳۵۰

پاسخ گزینه‌ی «۲» گام اول: جرم را برحسب گرم داده و حجم را برحسب سانتی‌متر مکعب می‌خواهد. پس بهتر است اول چگالی را به گرم بر سانتی‌متر مکعب تبدیل کنیم:

$$\rho = 7800\ kg/m^3 = \frac{7800}{1000} g/cm^3 = 7/8\ g/cm^3$$

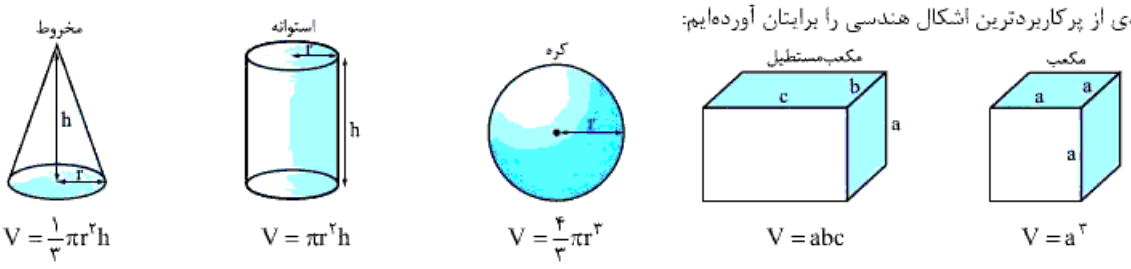
گام دوم: با رابطه‌ی $\rho = \frac{m}{V}$، حجم آهن را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 7/8 = \frac{273}{V} \Rightarrow V = \frac{273}{7/8} = 35\ cm^3$$

نکته چگالی یک ماده در دمای معین با تغییر جرم آن عوض نمی‌شود، زیرا اگر جرم تغییر کند به همان نسبت حجم هم تغییر می‌کند. مثلاً چگالی $1\ g$ آب با چگالی $2000000\ kg$ آب در دمای معین برابر است.

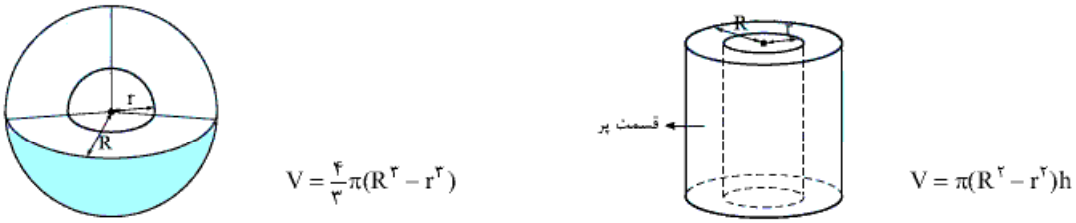
خواستنی باشید اگر دمای جسم تغییر کند حجم آن تغییر می‌کند ولی جرمش ثابت می‌ماند و در نتیجه چگالی به نسبت عکس حجم تغییر می‌کند.

یادآوری برای حل خیلی از تست‌های مربوط به چگالی باید حجم برخی از اجسام را که شکل هندسی مشخصی دارند بدانید. در این‌جا فرمول حجم تعدادی از پرکاربردترین اشکال هندسی را برایتان آورده‌ایم:



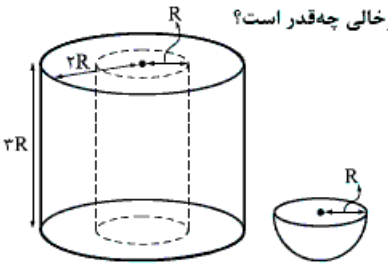
$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ $V = \pi r^2 h$ $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ $V = abc$ $V = a^3$

نکته حجم قسمت توپر کره و استوانه‌ی دارای حفره را به صورت زیر به دست می‌آوریم:



$V = \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$ $V = \pi(R^2 - r^2)h$

مثال در شکل زیر هر دو جسم از فولاد ساخته شده‌اند. نسبت جرم نیم‌کره به جرم استوانه‌ی توخالی چه‌قدر است؟



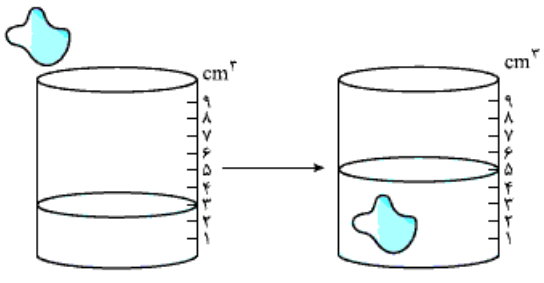
۱) $\frac{20}{27}$ ۲) $\frac{2}{9}$ ۳) $\frac{2}{27}$ ۴) $\frac{20}{9}$

پاسخ گزینه‌ی «۳» هر دو جسم از فولاد ساخته شده است، پس چگالی آن‌ها یکسان و نسبت جرم آن‌ها برابر نسبت حجم آن‌ها است. برای حجم دو جسم داده‌شده داریم: $V_{\text{استوانه‌ی توخالی}} = \pi((2R)^2 - (R)^2) \times \underbrace{3R}_{\text{ارتفاع استوانه}} = \pi \times (3R^2) \times 3R = 9\pi R^3$ ، $V_{\text{نیم‌کره}} = \frac{1}{2}(\frac{4}{3}\pi R^3) = \frac{2}{3}\pi R^3$

$$\rho_{\text{نیم‌کره}} = \rho_{\text{استوانه‌ی توخالی}} \Rightarrow \frac{m_{\text{نیم‌کره}}}{m_{\text{استوانه‌ی توخالی}}} = \frac{V_{\text{نیم‌کره}}}{V_{\text{استوانه‌ی توخالی}}} = \frac{\frac{2}{3}\pi R^3}{9\pi R^3} = \frac{2}{27}$$

نکته برای اندازه‌گیری حجم اجسامی که شکل مشخصی ندارند، از استوانه‌ی مدرج استفاده می‌کنیم. برای این کار ابتدا حجم مشخصی از یک مایع (مانند آب) را درون استوانه می‌ریزیم، سپس جسم را درون استوانه می‌اندازیم. حجم مایع جابه‌جاشده برابر با حجم جسم است.

با توجه به شکل، حجم جسم $3 - 5 = 2\ cm^3$ است.



مثال یک قطعه فلز به جرم ۵۰۰ g را درون استوانه‌ی مدرجی پر از آب می‌اندازیم. در نتیجه به حجم آب $۱۲۵۰\ cm^۳$ اضافه می‌شود. چگالی این قطعه فلز چند واحد SI است؟

۱) ۲۵۰۰ ۲) ۱۰۰۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۴۰۰

پاسخ **گزینه‌ی «۴»** حجم اضافه‌شده به آب همان حجم فلز است، بنابراین داریم: $\rho_{فلز}=\frac{m_{فلز}}{V_{فلز}}=\frac{۵۰۰}{۱۲۵۰}=\frac{۲}{۵}=۰/۴\ g/cm^۳=۴۰۰\ kg/m^۳$

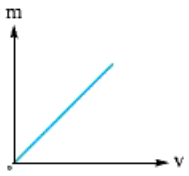
همان‌طور که می‌دانید واحد چگالی در SI، برابر کیلوگرم بر متر مکعب است.

نکته هر گرم بر میلی‌متر مکعب با توجه به رابطه‌ی مقابل برابر با یک کیلوگرم بر سانتی‌متر مکعب است: $۱\frac{g}{mm^۳}\times\frac{۱۰^{-۳}\ kg}{۱\ g}\times\frac{۱۰^۳\ mm^۳}{۱\ cm^۳}=۱\ kg/cm^۳$

نکته گاهی لازم است در بعضی مسئله‌ها از نسبت چگالی دو ماده استفاده کنیم. در این صورت از رابطه‌ی روبه‌رو استفاده می‌کنیم.

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}}\rightarrow\boxed{\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}}$$

نکته نمودار جرم برحسب حجم برای یک ماده به شکل خط راستی است که از مبدأ می‌گذرد و شیب آن نشان‌دهنده‌ی چگالی است؛ یعنی هر چه شیب بیشتر باشد، چگالی هم بیشتر است.



شبیه $y=\underset{\text{شیب}}{a}x+\underset{\text{عرض از مبدأ}}{b}$ که شیب همان ρ است و عرض از مبدأ صفر است.

$$\rho=\frac{m}{V}\rightarrow\underset{y}{m}=\rho\underset{x}{V}$$

چگالی مخلوط

در صورتی که دو یا چند ماده را با هم مخلوط کنیم به شرط این‌که تغییر حجمی صورت نگیرد، چگالی مخلوط از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\rho_{مخلوط}=\frac{مجموع\ جرم\ کل\ مواد}{مجموع\ حجم\ کل\ مواد}=\frac{m_۱+m_۲+m_۳+\cdots}{V_۱+V_۲+V_۳+\cdots}$$

که در آن $m_۱$، $m_۲$، $m_۳$ و ... به ترتیب جرم ماده‌ی اول، جرم ماده‌ی دوم، جرم ماده‌ی سوم و ... است. به همین صورت $V_۱$، $V_۲$، $V_۳$ و ... به ترتیب حجم ماده‌ی اول، حجم ماده‌ی دوم، حجم ماده‌ی سوم و ... است.

یادآوری آلیاژ نیز نوعی مخلوط است، پس برای به دست آوردن چگالی آلیاژ هم می‌توان از همین رابطه استفاده کرد.

نکته اگر چگالی و حجم مواد در تست معلوم باشد، از رابطه‌ی زیر استفاده کنید:

$$\rho_{مخلوط}=\frac{m_۱+m_۲+m_۳+\cdots}{V_۱+V_۲+V_۳+\cdots}=\frac{\overbrace{\rho_۱V_۱}^{m_۱}+\overbrace{\rho_۲V_۲}^{m_۲}+\overbrace{\rho_۳V_۳}^{m_۳}+\cdots}{V_۱+V_۲+V_۳+\cdots}$$

نکته اگر طراح، جرم و چگالی مواد را داده بود، از رابطه‌ی زیر برای محاسبه‌ی چگالی مخلوط استفاده کنید:

$$\rho_{مخلوط}=\frac{m_۱+m_۲+m_۳+\cdots}{V_۱+V_۲+V_۳+\cdots}=\frac{m_۱+m_۲+m_۳+\cdots}{\underbrace{\frac{m_۱}{\rho_۱}}_{V_۱}+\underbrace{\frac{m_۲}{\rho_۲}}_{V_۲}+\underbrace{\frac{m_۳}{\rho_۳}}_{V_۳}+\cdots}$$

مثال $۵۰۰\ cm^۳$ آب را با چند سانتی‌متر مکعب از مایعی به چگالی $۱/۲\ g/cm^۳$ مخلوط کنیم تا چگالی مخلوط $۱/۱\ g/cm^۳$ شود؟ (چگالی آب $۱\ g/cm^۳$ است.)

۱) ۲۵۰ ۲) ۳۰۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۷۵۰

پاسخ **گزینه‌ی «۳»** با توجه به نکته‌های بیان‌شده، چگالی مخلوط برابر با $\rho_{مخلوط}=\frac{\rho_۱V_۱+\rho_۲V_۲}{V_۱+V_۲}$ است، بنابراین:

$$\rho_{مخلوط}=\frac{\rho_۱V_۱+\rho_۲V_۲}{V_۱+V_۲}\Rightarrow ۱/۱=\frac{(۱\times۵۰۰)+۱/۲\times V_۲}{۵۰۰+V_۲}\Rightarrow ۵۵۰+۱/۱V_۲=۵۰۰+۱/۲V_۲\Rightarrow ۵۵۰-۵۰۰=۱/۲V_۲-۱/۱V_۲$$

$$\Rightarrow ۰/۱V_۲=۵۰\Rightarrow V_۲=۵۰۰\ cm^۳$$

۸۷- گزینه‌ی «۳»

$$۰/۰۱\ g/mm^۳=۰/۰۱\times\frac{۱۰^{-۳}\ kg}{۱۰^{-۳}\ cm^۳}=۰/۰۱\ kg/cm^۳$$

۸۸- گزینه‌ی «۴» ابتدا حجم مایع را به متر مکعب تبدیل می‌کنیم:

$$V=۲۰\ Lit=۲۰\times۱۰^{-۳}\ m^۳=۲\times۱۰^{-۲}\ m^۳$$

حالا با استفاده از رابطه‌ی $m=\rho V$ جرم را به دست می‌آوریم:

$$m=\rho V=۱۲۰۰\times۲\times۱۰^{-۲}=۲۴\ kg$$

۸۹- گزینه‌ی «۱» توجه داشته باشید که واحد چگالی در SI، kg/m^3 است، از طرفی می‌دانیم دسی‌متر مکعب همان لیتر است $(1dm^3=10^{-3}m^3=1Lit)$.

با توجه به این مطلب داریم: $\rho=\frac{m}{V}=\frac{5g}{0/002Lit}=2/5\times10^3\ g/Lit$

از طرفی $1g/Lit=1kg/m^3$ است، بنابراین: $\rho=2/5\times10^3\ g/Lit=2/5\times10^3\ kg/m^3$

۹۰- گزینه‌ی «۴» ابتدا چگالی را برحسب گرم بر سانتی‌متر مکعب به دست می‌آوریم: $\rho=\frac{m}{V}=\frac{60}{50}=1/2\ g/cm^3$

حالا این مقدار را برحسب گرم بر لیتر به دست می‌آوریم: $\rho=1/2\ g/cm^3\times1000\ cm^3/Lit=1200\ g/Lit$

می‌دانید که $1g/Lit$ معادل با $1kg/m^3$ است، بنابراین: $\rho=1200\ g/Lit=1200\ kg/m^3$

۹۱- گزینه‌ی «۳» ابتدا حجم این قطعه را به متر مکعب تبدیل می‌کنیم: $84/0\ cm^3=84/0\times(10^{-2})^3\ m^3=84\times10^{-6}\ m^3$

حالا از رابطه‌ی چگالی استفاده می‌کنیم: $\rho=\frac{m}{V}\rightarrow22/5\times10^3=\frac{m}{84\times10^{-6}}\rightarrow m=1/89\ kg$

۹۲- گزینه‌ی «۱» در این مسئله هم تبدیل یکاها خیلی اهمیت دارد. $V=5\ Lit=5\times10^3\ cm^3$

$\rho=\frac{m}{V}\rightarrow1/05=\frac{m}{5\times10^3}\Rightarrow m=5250\ g=5/25\ kg$

۹۳- گزینه‌ی «۴» اگر حواسمان به تبدیل واحدها باشد، حل مسئله کار سختی نیست. $\rho=100\times10^6\ kg/m^3$

$V=1\times3\times4=12\ cm^3=12\times10^{-6}\ m^3$

$\rho=\frac{m}{V}\rightarrow100\times10^6=\frac{m}{12\times10^{-6}}=1200\ kg$

۹۴- گزینه‌ی «۴» گام اول جرم را برحسب گرم به دست می‌آوریم: $7\text{ فیراط}\times\frac{200\text{ میلی‌گرم}}{1\text{ فیراط}}\times\frac{1\text{ گرم}}{1000\text{ میلی‌گرم}}=1/4\text{ گرم}$

گام دوم چگالی را به دست می‌آوریم.

$$\underset{\uparrow}{\overset{g/cm^3}{\rho}}=\frac{\overset{\uparrow}{\overset{g}{m}}}{\underset{\downarrow}{\underset{cm^3}{V}}}\rightarrow\rho=\frac{1/4}{0/35}=4\ g/cm^3$$

گام سوم حالا چون مسئله چگالی را برحسب یکای SI می‌خواهد، یکای چگالی را به kg/m^3 تبدیل می‌کنیم، کافی است عدد به دست آمده را در 1000 ضرب کنیم. $\rho=4\ g/cm^3=4000\ kg/m^3=4\times10^3\ kg/m^3$

۹۵- گزینه‌ی «۱» وقتی نوشابه‌ی گازدار را در لیوان می‌ریزیم، گاز آن خارج می‌شود، بنابراین جرم آن کم می‌شود ولی حجمش تغییری نمی‌کند. پس طبق رابطه‌ی $\rho=\frac{m}{V}$ با ریختن نوشابه‌ی گازدار در لیوان چون m کم می‌شود، چگالی هم کم می‌شود.

۹۶- گزینه‌ی «۳» ابتدا حجم را برحسب متر مکعب به دست می‌آوریم تا با واحد داده‌شده برای چگالی هم‌خوانی داشته باشد: $V=5\ cm^3=5\times10^{-6}\ m^3$

سپس جرم را با استفاده از $m=\rho V$ به دست می‌آوریم: $m=\rho V=1200\times5\times10^{-6}=6\times10^{-3}\ kg$

بنابراین وزن جسم برابر است با: $W=mg=6\times10^{-3}\times10=6\times10^{-2}=0/06\ N$

۹۷- گزینه‌ی «۳» ابتدا حجم مکعب را به دست می‌آوریم: $V=(5)^3=125\ cm^3=125\times10^{-6}\ m^3$

حالا با استفاده از $m=\rho V$ جرم ماده را به دست می‌آوریم: $m=\rho V\Rightarrow m=8\times10^3\times125\times10^{-6}=1kg$

۹۸- گزینه‌ی «۳» حجم یک مکعب‌مستطیل به صورت «عرض × طول × ارتفاع = حجم» به دست می‌آید. با استفاده از این رابطه داریم: $V=5\times10\times20=1000\ cm^3=1000\times10^{-6}\ m^3=10^{-3}\ m^3$

با داشتن حجم و چگالی می‌توانیم جرم را با استفاده از $m=\rho V$ به دست آوریم: $m=\rho V=8400\times10^{-3}=8/4\ kg$

۹۹- گزینه‌ی «۳» گام اول ابتدا حجم را به دست می‌آوریم: $V=0/1\times0/1\times0/1=10^{-3}\ m^3$

گام دوم حالا با داشتن چگالی و حجم، جرم را به دست آوریم: $m=\rho V=7800\times10^{-3}=7/8\ kg$

(این‌جا همون جاییه که آزمای پی‌دقت تو تله می‌افتن و گزینه‌ی (۲) رو انتخاب می‌کنن! در حالی که این مقدار، جرم جسمه نه وزنش!)

گام سوم وزن جسم را با توجه به رابطه‌ی $W=mg$ به دست می‌آوریم: $W=mg=7/8\times10=78\ N$

نکنیک در این‌گونه سؤال‌ها که چگالی و وزن به هم مربوط‌اند، رابطه‌ی $W=\rho gV$ شما را مستقیماً به پاسخ می‌رساند:

$W=\rho gV=7800\times10\times(0/1)^3=78\ N$

۱۰۰- گزینه‌ی «۲» چون جرم برحسب گرم مورد پرسش قرار گرفته است، چگالی را برحسب گرم بر سانتی‌متر مکعب به دست می‌آوریم: $\rho=7800\ kg/m^3=7800\times10^{-3}\ g/cm^3=7/8\ g/cm^3$

حالا با استفاده از این مقدار، جرم را به دست می‌آوریم. حجم استوانه برابر با ارتفاع (h) ضربدر مساحت قاعده (A) است: $m=\rho V=\rho(Ah)=7/8\times(25\times10)=1950\ g$

۱۰۱- گزینه‌ی «۳» حجم کره به شعاع r، برابر با $V=\frac{۴\pi}{۳}r^۳$ است، بنابراین: $\rho=\frac{m}{V}=\frac{m}{\frac{۴}{۳}\pi r^۳}=\frac{۸}{\frac{۴}{۳}\times ۳\times(۱۰\times ۱۰^{-۲})^۳}=\frac{۲}{۱۰^{-۳}}=۲۰۰۰\,kg/m^۳$

۱۰۲- گزینه‌ی «۲» گام اول: جرم ماده را با روش زنجیره‌ای از مثقال به گرم تبدیل می‌کنیم:

$$۱\text{ مثقال}=۴/۸۶\,g \Rightarrow \frac{۴/۸۶\,g}{۱\text{ مثقال}}=۱$$

$$m=۴\,\text{مثقال}\times\frac{۴/۸۶\,g}{۱\,\text{مثقال}}=۴\times ۴/۸۶\,g$$

(ضرب نمی‌کنیم! چون امتحان توی مرحله‌ی بعد ساده می‌شن!)

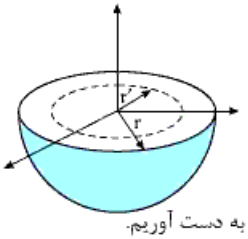
گام دوم: حجم مکعب را به کمک رابطه‌ی چگالی حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\rho}=\frac{۴\times ۴/۸۶}{۲/۴۳}=۸\,cm^۳$$

گام سوم: حجم مکعب برابر ضلع آن به توان ۳ است، یعنی:

$$a^۳=V\Rightarrow a^۳=۸=۲^۳\Rightarrow a=۲\,cm$$

۱۰۳- گزینه‌ی «۴» گام اول: ابتدا حجم ظاهری و حجم حفره را به دست می‌آوریم تا بتوانیم حجم بخش توپر را به دست آوریم. با توجه به شکل روبه‌رو این مقدار برابر است با:



$$\text{حجم بخش توپر}=\text{حجم ظاهری}-\text{حجم حفره}=\frac{۴}{۳}\pi r^۳-\frac{۴}{۳}\pi r'^۳$$

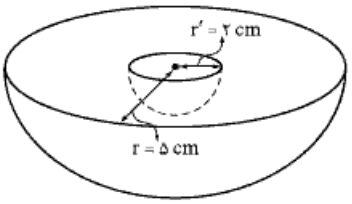
$$\text{حجم بخش توپر}=\frac{۴}{۳}(۳)(۱۰)^۳-\frac{۴}{۳}(۳)(۵)^۳=۴۰۰۰-۵۰۰=۳۵۰۰\,cm^۳=۳/۵\,Lit$$

در محاسبات بالا، با توجه به واحد چگالی که به صورت kg/Lit داده‌شده، حجم را به Lit تبدیل کردیم تا واحد جرم را kg به دست آوریم.

گام دوم: با استفاده از رابطه‌ی $m=\rho V$ داریم:

$$m=\rho V=۸\,kg/Lit\times ۳/۵Lit=۲۸\,kg$$

۱۰۴- گزینه‌ی «۲» گام اول: ابتدا حجم قسمت توپر را حساب می‌کنیم، دقت کنید که حجم نیم‌کره نصف حجم کره است:



$$V_{\text{بخش توپر}}=V_{\text{ظاهری}}-V_{\text{حفره}}=\frac{۱}{۲}(\frac{۴}{۳}\pi r^۳)-\frac{۱}{۲}(\frac{۴}{۳}\pi r'^۳)=\frac{۲}{۳}\pi(r^۳-r'^۳)$$

$$\xrightarrow[r=۵cm,\ \pi=۳]{r'=۲cm} V_{\text{بخش توپر}}=\frac{۲}{۳}\times ۳\times(۵^۳-۲^۳)=۲(۱۲۵-۸)=۲۳۴\,cm^۳$$

گام دوم: حالا جرم جسم را با داشتن حجم آن محاسبه می‌کنیم (به واحدها دقت کنید!):

$$m=\rho V_{\text{بخش توپر}}=۸\times ۲۳۴=۱۸۷۲\,g$$

۱۰۵- گزینه‌ی «۲» گام اول: کافی است جرم جسم را بر چگالی تقسیم کنید تا حجم قسمت توپر $(V_{\text{توپر}})$ را به دست آوریم. با داشتن حجم قسمت توپر و حجم ظاهری، حجم حفره به دست می‌آید:

$$V_{\text{توپر}}=\frac{m}{\rho}=\frac{۱۹۹/۵}{۱۹۰۰۰\times ۱۰^{-۳}}=۱۰/۵\,cm^۳$$

گام دوم: این مقدار حجم بخش توپر است که اگر آن را از حجم ظاهری کم کنیم، حجم حفره به دست می‌آید:

$$V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری}}-V_{\text{توپر}}=۱۲-۱۰/۵=۱/۵\,cm^۳$$

۱۰۶- گزینه‌ی «۴» گام اول: ابتدا با توجه به حجم ظاهری و چگالی، جرم جسم را در حالت توپر به دست می‌آوریم. اگر این مقدار برابر با جرم داده‌شده یعنی $۶\,kg$ باشد، می‌فهمیم که درون جسم حفره‌ای وجود ندارد؛ اما اگر این مقدار بیشتر از $۶\,kg$ شود، یعنی درون مکعب حفره‌ای وجود دارد، پس اول باید حجم را به دست آوریم:

$$V=(a)^۳=(۱۰)^۳=۱۰۰۰\,cm^۳$$

حالا می‌توانیم مقدار جرم را حساب کنیم:

$$m=\rho V=۸\times ۱۰۰۰=۸۰۰۰\,g=۸\,kg$$

گام دوم: با توجه به این‌که جرم به دست آمده بیشتر از $۶\,kg$ است، بنابراین درون جسم حفره وجود دارد. حالا باید با توجه به خواسته‌ی گزینه‌ها حجم حفره را به دست آوریم که برای این کار، کافی است حجم بخش توپر را از حجم ظاهر کم کنیم:

$$\text{حجم حفره}=\text{حجم ظاهری}-\text{حجم بخش توپر}=۱۰۰۰-\frac{۶۰۰۰\,g}{۸\,g/cm^۳}=۲۵۰\,cm^۳$$

پس جسم، حفره‌ای خالی به حجم $۲۵۰\,cm^۳$ دارد.

۱۰۷- گزینه‌ی «۴» جرم با چگالی و حجم رابطه‌ی مستقیم دارد. از طرفی حجم مکعب برابر با یک یال به توان ۳ است، بنابراین داریم:

$$\frac{m_{\text{آلیاژ}}}{m_{\text{آلومینیم}}}=(\frac{\rho_{\text{آلیاژ}}}{\rho_{\text{آلومینیم}}})(\frac{V_{\text{آلیاژ}}}{V_{\text{آلومینیم}}})=\frac{۸/۱}{۲/۷}\times\frac{(۲a)^۳}{(a)^۳}=۳\times ۸=۲۴$$

۱۰۸- گزینه‌ی «۳» چگالی با جرم رابطه‌ی مستقیم و با حجم رابطه‌ی عکس دارد، بنابراین:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}$$

اما همان‌طور که می‌دانید برای دو کره $\frac{V_B}{V_A}=(\frac{r_B}{r_A})^۳$ است، بنابراین:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=(\frac{m_A}{m_B})\times(\frac{r_B}{r_A})^۳\xrightarrow{m_A=m_B}(\frac{r_B}{r_A})^۳=(\frac{۶}{۳})^۳=(۲)^۳=۸$$

پس چگالی کره‌ی A، هشت برابر چگالی کره‌ی B است.

۱۰۹- گزینه‌ی «۲» چگالی یک جسم با جرم آن رابطه‌ی مستقیم و با حجم آن رابطه‌ی عکس دارد، بنابراین:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\ ,\ V_A=۲V_B\ ,\ m_A=۳m_B\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۳m_B}{m_B}\times\frac{V_B}{۲V_B}=\frac{۳}{۲}$$

۱۱۰- گزینه‌ی «۳» گام اول ابتدا چگالی جسم را از روی چگالی آهن به دست می‌آوریم:

$$\frac{\rho_{\text{آهن}}}{\rho_{\text{جسم}}}=۱/۳ \xrightarrow{\rho_{\text{آهن}}=۷۸۰۰\,kg/m^۳=۷/۸\,g/cm^۳} \rho_{\text{جسم}}=\frac{۷/۸}{۱/۳}=۶\,g/cm^۳$$

گام دوم حالا با استفاده از رابطه‌ی $\rho=\frac{m}{V}$، حجم را به دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V} \Rightarrow ۶=\frac{۵۴۰}{V} \Rightarrow V=\frac{۵۴۰}{۶}=۹۰\,cm^۳$$

۱۱۱- گزینه‌ی «۱» با توجه به رابطه‌ی $m=\rho V$ داریم:

$$\frac{m_A}{m_B}=(\frac{\rho_A}{\rho_B})(\frac{V_A}{V_B}) \Rightarrow \frac{m_A}{۲۰۰}=(\frac{۱/۵\rho_B}{\rho_B})(\frac{۲۰۰}{۵۰۰})=۰/۶ \Rightarrow m_A=۱۲۰\,g$$

۱۱۲- گزینه‌ی «۴» می‌دانیم که $V=\frac{m}{\rho}$ است، بنابراین حجم با جرم رابطه‌ی مستقیم و با چگالی رابطه‌ی عکس دارد:

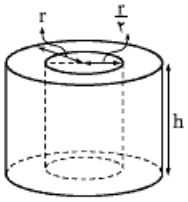
$$\frac{V_A}{V_B}=(\frac{m_A}{m_B})(\frac{\rho_B}{\rho_A}) \Rightarrow \frac{۱۰}{V_B}=(\frac{۸}{۵})(\frac{\rho_B}{\frac{۴}{۵}\rho_B})=۲ \Rightarrow V_B=\frac{۱۰}{۲}=۵\,Lit$$

۱۱۳- گزینه‌ی «۴» با توجه به نمودار می‌بینیم که جرم ماده‌ی A در حجم V برابر با ۴۰ g و جرم ماده‌ی B در حجم V، ۲۰ g است. بنابراین برای حجم مساوی V داریم:

$$V_A=V_B=V \;,\; V=\frac{m}{\rho} \Rightarrow \frac{m_A}{\rho_A}=\frac{m_B}{\rho_B} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}=\frac{۴۰}{۲۰}=۲$$

۱۱۴- گزینه‌ی «۳» در نمودار سمت چپ هر چه شیب بیشتر باشد، چگالی هم بیشتر است. پس: $\rho_A>\rho_B$. در نمودار سمت راست هر چه شیب بیشتر باشد، چگالی کم‌تر است. پس: $\rho_D>\rho_C$. بنابراین گزینه‌ی (۳) صحیح است.

۱۱۵- گزینه‌ی «۴» گام اول حجم بخش توپر استوانه‌ی B (یعنی مقداری از حجم استوانه که از ماده‌ی B تشکیل شده است) را با توجه به شکل روبه‌رو به دست می‌آوریم:



$$\text{حجم‌قسمت‌توپر‌استوانه‌ی‌B}=\text{حجم‌کل‌استوانه}-\text{حجم‌حفره}=\pi r^۲h-\pi(\frac{r}{۲})^۲h=\pi r^۲h(۱-\frac{۱}{۴}) \Rightarrow V_B=\frac{۳}{۴}\pi r^۲h$$

گام دوم می‌دانیم چگالی با جرم، رابطه‌ی مستقیم و با حجم رابطه‌ی عکس دارد. بنابراین داریم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=(\frac{m_A}{m_B})(\frac{V_B}{V_A}) \xrightarrow{m_A=m_B} (\frac{\frac{۳}{۴}\pi r^۲h}{\pi r^۲h})=\frac{۳}{۴}$$

۱۱۶- گزینه‌ی «۱» گام اول مقدار جرم مصالح در نیم‌کره‌ی توپر و استوانه‌ی توخالی یکسان است. از طرفی جنس ماده نیز در هر دو شکل یکسان است؛ پس چگالی دو جسم هم برابر است. با توجه به برابربودن چگالی و جرم، حجم دو جسم یکسان است. برای حجم این دو شکل داریم:

$$V_{\text{نیم‌کره}}=\frac{۱}{۲}(\frac{۴}{۳}\pi R'^۳)=\frac{۲}{۳}\pi R'^۳ \;,\; V_{\text{استوانه‌ی توخالی}}=\pi h(r^۲-r'^۲) \xrightarrow{h=R'} \pi\times R'(R'^۲-R^۲)$$

گام دوم حجم نیم‌کره و استوانه با هم برابر است، پس می‌توان نوشت:

$$\frac{۲}{۳}\pi R'^۳=\pi R'(R'^۲-R^۲) \Rightarrow \frac{۲}{۳}R'^۲=(R'^۲-R^۲) \Rightarrow R^۲=\frac{۱}{۳}R'^۲ \Rightarrow \frac{R'}{R}=\sqrt{۳}$$

۱۱۷- گزینه‌ی «۴» حجم استوانه‌ی توخالی اول را با V و حجم استوانه‌ی توخالی دوم را با V' مشخص می‌کنیم. در این‌جا چگالی دو استوانه یکسان است. پس جرم با حجم رابطه‌ی مستقیم دارد. بنابراین داریم:

$$\frac{m}{m'}=\frac{V}{V'}=\frac{\pi(R_۲^۲-R_۱^۲)L}{\pi((۲R_۲)^۲-(۲R_۱)^۲)۳L}=\frac{(R_۲^۲-R_۱^۲)}{۱۲((R_۲)^۲-(R_۱)^۲)}=\frac{۱}{۱۲}$$

بنابراین $m'=۱۲m$ است و جرم مورد نیاز ما ۱۲ برابر m می‌شود.

۱۱۸- گزینه‌ی «۴» گام اول در این تست برخلاف تست‌های قبلی چگالی کره را می‌خواهیم، نه چگالی ماده‌ی سازنده‌ی آن را! بنابراین انتظار داریم وقتی که درون کره حفره ایجاد می‌کنیم، چگالی آن از چگالی فلز ($\rho_۰$) کم‌تر شود؛ زیرا بدون آن‌که حجم کره تغییر کند، جرم آن کاهش می‌یابد.

اول باید بفهمیم نسبت جرم جدید ($m_۲$) به جرم اولیه ($m_۱$) چه‌قدر است. از آن‌جایی که چگالی فلز در هر دو حالت یکسان است، می‌توانیم بنویسیم:

$$m=\rho V \xrightarrow{\rho\text{ فلز در هر دو حالت یکسان است.}} \frac{m_۲}{m_۱}=\frac{V_۲}{V_۱} \xrightarrow[V_۱=\frac{۴}{۳}\pi R^۳]{V_۲=\frac{۴}{۳}\pi[R^۳-(\frac{R}{۲})^۳]} \frac{m_۲}{m_۱}=\frac{\frac{۴}{۳}\pi\times\frac{۷}{۸}R^۳}{\frac{۴}{۳}\pi R^۳}=\frac{۷}{۸}$$

گام دوم حالا با توجه به این‌که حجم کره در هر دو حالت ثابت مانده است می‌توانیم بگوییم، چگالی کره در حالت دوم چند برابر چگالی کره در حالت اول است:

$$\rho=\frac{m}{V} \xrightarrow{V_۱=V_۲} \frac{\rho_۲}{\rho_۱}=\frac{m_۲}{m_۱}=\frac{۷}{۸}$$

بنابراین چگالی کره $\frac{۷}{۸}$ برابر می‌شود.

۱۱۹- گزینه‌ی «۲» ابتدا حجم جسم را با توجه به مقدار جابه‌جایی سطح آب به دست می‌آوریم:

$$\text{حجم‌جسم}=\text{(حجم آب قبل از انداختن جسم درون استوانه)}-\text{(حجم آب بعد از انداختن جسم درون استوانه)} \Rightarrow \text{حجم‌جسم}=۵۴-۵۰=۴\,cm^۳$$

حالا با توجه به رابطه‌ی $\rho=\frac{m}{V}$ داریم:

$$\rho=\frac{۴۲}{۴}=۱۰/۵\,g/cm^۳$$

۱۲۰- گزینه‌ی «۲» جرم مایع را با کم‌کردن جرم استوانه از جرم کل به دست می‌آوریم: $m_{\text{مایع}} = m_{\text{کل}} - m_{\text{استوانه}} = ۱۸۰ - ۱۲۰ = ۶۰\,g$

با داشتن جرم و حجم هم که به دست آوردن چگالی اصلاً کاری ندارد، فقط باید دقت کنید که چگالی برحسب کیلوگرم بر متر مکعب خواسته شده است:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{۶۰}{۷۵} = ۰/۸\,g/cm^۳ = ۰/۸\times۱۰^۳\,kg/m^۳ = ۸\times۱۰^۲\,kg/m^۳$$

۱۲۱- گزینه‌ی «۳» ابتدا حجم مایع جابه‌جاشده را به دست می‌آوریم. این مقدار برابر با سطح مقطع داخلی استوانه ضربدر تغییر ارتفاع سطح آب است:

$$V = A\times\Delta h \Rightarrow V = ۱۰\times۱/۲ = ۱۲\,cm^۳$$

حالا به راحتی می‌توانیم چگالی را با توجه به رابطه‌ی $\rho = \frac{m}{V}$ به دست آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{۹۰}{۱۲} = ۷/۵\,g/cm^۳$$

۱۲۲- گزینه‌ی «۱» حجم الکل خارج‌شده برابر با حجم گلوله است. از آن‌جایی که چگالی الکل برحسب g/Lit است و طراح، جرم الکل خارج‌شده را برحسب گرم خواسته، چگالی آهن را برحسب گرم بر لیتر در رابطه قرار می‌دهیم: $\rho_{\text{آهن}} = ۷۸۰۰\,kg/m^۳ = ۷۸۰۰\,g/Lit$

$$V_{\text{آهن}} = \frac{m_{\text{آهن}}}{\rho_{\text{آهن}}} = \frac{۳۹۰۰}{۷۸۰۰} = \frac{۱}{۲}\,Lit$$

چون حجم الکل خارج‌شده برابر با $V_{\text{آهن}}$ است، داریم: $m = \rho_{\text{الکل}}V = \rho_{\text{الکل}}V_{\text{آهن}} = ۸۰۰\times\frac{۱}{۲} = ۴۰۰\,g$

۱۲۳- گزینه‌ی «۱» گام اول حجم الکل بیرون‌ریخته همان حجم قطعه فلز است که برای محاسبه‌ی آن از رابطه‌ی چگالی داریم:

$$V_{\text{فلز}} = V_{(\text{الکل جابه‌جا شده})} = \frac{m_{\text{الکل}}}{\rho_{\text{الکل}}} = \frac{۱۶۰}{۰/۸} = ۲۰۰\,cm^۳$$

گام دوم با داشتن حجم و چگالی فلز، جرم آن به سادگی به دست می‌آید: $m_{\text{فلز}} = \rho_{\text{فلز}}V_{\text{فلز}} = ۲/۷\times۲۰۰ = ۵۴۰\,g$

۱۲۴- گزینه‌ی «۳» باید به کمک رابطه‌ی «$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲}{V_۱ + V_۲}$» حجم را به دست آوریم اما قبل از جای‌گذاری مقدارها، نکته‌ی زیر را بخوانید:

نکته در نسبت‌ها کافی است یکای کمیت‌های مشابه صورت و مخرج یکسان باشد.

مثلاً در این تست یکای حجم هم در صورت و هم در مخرج سانتی‌متر مکعب است، پس نیازی به تبدیل واحد نیست و در نهایت حجم مجهول برحسب سانتی‌متر مکعب به دست می‌آید:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲}{V_۱ + V_۲} \Rightarrow ۱۴۰۰ = \frac{۱۳۰۰\times۳۰۰ + ۱۵۰۰\times V_۲}{۳۰۰ + V_۲}$$

$$\Rightarrow ۱۴۰۰\times۳۰۰ + ۱۴۰۰V_۲ = ۱۳۰۰\times۳۰۰ + ۱۵۰۰V_۲ \Rightarrow ۱۵۰۰V_۲ - ۱۴۰۰V_۲ = ۱۴۰۰\times۳۰۰ - ۱۳۰۰\times۳۰۰ \Rightarrow ۱۰۰V_۲ = ۳۰۰۰۰ \Rightarrow V_۲ = ۳۰۰\,cm^۳$$

نکنیک چون چگالی مخلوط برابر با $\frac{\rho_۱ + \rho_۲}{۲}$ (یعنی میانگین چگالی‌ها) شده است، باید از هر دو ماده حجم برابری در مخلوط وجود داشته باشد، بنابراین به سادگی می‌توانستیم بگوییم باید حجم ماده‌ی دوم برابر با حجم ماده‌ی اول یعنی $۳۰۰\,cm^۳$ باشد.

۱۲۵- گزینه‌ی «۱» چگالی مخلوطی که تغییر حجم ندارد، از رابطه‌ی $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲}$ به دست می‌آید، بنابراین داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲} = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲}{V_۱ + V_۲} = \frac{۱\times۳ + ۱/۵\times۲}{۳ + ۲} = \frac{۳ + ۳}{۵} = \frac{۶}{۵} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = ۱/۲\,kg/Lit$$

۱۲۶- گزینه‌ی «۳» اگر حجم کل مخلوط را V بگیریم، داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲}{V_۱ + V_۲} = \frac{\rho_۱(\frac{۱}{۳}V) + \rho_۲(\frac{۲}{۳}V)}{V} = \frac{(\rho_۱ + ۲\rho_۲)\frac{V}{۳}}{V} = \frac{\rho_۱ + ۲\rho_۲}{۳}$$

۱۲۷- گزینه‌ی «۳» $\rho_{\text{مخلوط}} = ۰/۷۵\,g/cm^۳ = ۷۵۰\,g/Lit$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_AV_A + \rho_BV_B}{V_A + V_B} \Rightarrow ۷۵۰ = \frac{۶۰۰V_A + ۸۰۰V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow ۷۵۰V_A + ۷۵۰V_B = ۶۰۰V_A + ۸۰۰V_B \Rightarrow ۱۵۰V_A = ۵۰V_B \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{۵۰}{۱۵۰} = \frac{۱}{۳}$$

۱۲۸- گزینه‌ی «۴» برای حل این تست باید «$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B}$» را به صورت «$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}}$» بازنویسی کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} = \frac{m_A + ۳m_A}{\frac{m_A}{۴} + \frac{۳m_A}{۱۸}} = \frac{۴m_A}{m_A(\frac{۱}{۴} + \frac{۳}{۱۸})} = \frac{۴}{(\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۶})} = \frac{۴}{\frac{۱۰}{۲۴}} = ۹/۶\,g/cm^۳$$

حالا باید این مقدار را به گرم بر لیتر تبدیل کنیم: $\rho_{\text{مخلوط}} = ۹/۶\,g/cm^۳ = ۹/۶\,g/cm^۳\times\frac{۱۰۰۰\,cm^۳}{۱\,Lit} = ۹۶۰۰\,g/Lit$

۱۲۹- گزینه‌ی «۳» چون چگالی یخ از چگالی آب کم‌تر است، وقتی یخ ذوب می‌شود، حجم مخلوط کاهش می‌یابد. پس اگر حجم m گرم یخ را با $V_{\text{یخ}}$ و حجم همان مقدار را پس از ذوب‌شدن با $V_{\text{آب}}$ نشان دهیم، $V_{\text{آب}} - V_{\text{یخ}}$ برابر با $۵\,cm^۳$ است:

$$V_{\text{یخ}} - V_{\text{آب}} = ۵\,cm^۳ \xrightarrow{V=\frac{m}{\rho}} \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}} - \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} = ۵\,cm^۳ \Rightarrow \frac{m}{۰/۹} - \frac{m}{۱} = ۵ \Rightarrow \frac{m - ۰/۹m}{۰/۹} = ۵ \Rightarrow ۰/۱m = ۴/۵ \Rightarrow m = ۴۵\,g$$

۱۳۰- گزینه‌ی «۱»

گام‌اول تخمین حجم یک قوطی‌کبریت! ابعاد یک قوطی کبریت را $1\,cm \times 4\,cm \times 3\,cm$ در نظر می‌گیریم، پس:

$$V = 1\times4\times3 = 12\,cm^3 = 12\times10^{-6}m^3 \sim 10^{-5}m^3$$

گام‌دوم استفاده از رابطه‌ی چگالی برای این قطعه!

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow 1000\times10^6 = \frac{m}{10^{-5}} \rightarrow m = 10^3\,kg$$

گام‌سوم احتمالاً می‌دانید، جرم یک خودروی معمولی حدوداً ۱ تن (یعنی $1000\,kg$) است، پس:

$$\frac{\text{جرم یک قوطی کبریت از این جنس}}{\text{جرم یک خودروی معمولی}} = \frac{10^3}{1000} = 1$$

۱۳۱- گزینه‌ی «۳»

گام‌اول ابتدا جرم کل جهان را به دست می‌آوریم:

$$\text{جرم جهان} \sim \text{تعداد کهکشان‌ها} \times \text{تعداد ستاره‌های مانند خورشید} \times \text{جرم خورشید} = 10^{11}\times10^{11}\times2\times10^{30} \sim 10^{52}\,kg$$

خواستون باشه *جرم بقیه‌ی اجزاء جهان در برابر جرم فورشید این‌قدر کمه که اصلاً حسابشون نمی‌کنیم.*

گام‌دوم جهان، کره‌ای به شعاع 10^{10} سال نوری است. شعاع این کره را برحسب متر به دست می‌آوریم. می‌دانیم سال نوری مسافتی است که نور در مدت یک سال طی می‌کند، بنابراین از رابطه‌ی تندی استفاده می‌کنیم.

$$\text{سال نوری} = 365\times24\times60\times60\times3\times10^8 \sim 10^{16}\,m \longrightarrow 3\times10^8 = \frac{\text{سال نوری}}{365\times24\times60\times60} \longrightarrow \text{تندی نور}(\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}}) = \frac{\text{(متر) مسافت طی شده}}{\text{(ثانیه) زمان سپری شده}}$$

گام‌سوم حالا حجم جهان قابل رویت را به دست می‌آوریم:

$$\text{شعاع جهان قابل رویت} = 10^{10}\,ly = 10^{10}\times10^{16}\,m = 10^{26}\,m$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\times3/14\times(10^{26})^3 \sim 10^{78}\,m^3$$

گام‌چهارم محاسبه‌ی چگالی!

$$\text{چگالی جهان} = \frac{\text{جرم جهان}}{\text{حجم جهان}} \sim \frac{10^{52}}{10^{78}} = 10^{-26}$$

۱۳۲- گزینه‌ی «۴»

همان‌طور که می‌دانید چگالی، نشان‌دهنده‌ی میزان سنگین‌بودن حجم مشخصی از یک جسم است و از رابطه‌ی $\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}}$ به دست می‌آید.

برای حل این تست ما ابتدا چگالی کره‌ی زمین را تخمین می‌زنیم و سپس با محاسبه‌ی حجم آن جرمش را برآورد می‌کنیم، پس:

گام‌اول می‌دانیم چگالی آب $1000\,kg/m^3$ است. کره‌ی زمین از سنگ، فلزات و موادی این‌چنینی تشکیل شده است و تمام این مواد (اصطلاحاً) از آب سنگین‌تر هستند، پس چگالی کره‌ی زمین باید چندین برابر آب باشد. ما برای چگالی کره‌ی زمین $5000\,kg/m^3$ را در نظر می‌گیریم *(اگه شما قبول ندارید نظر ما رو، چگالی زمینو هرچی خودتون دوست دارین بگیرین، $1000\,kg/m^3$ یا $12000\,kg/m^3$ می‌بینید که آفرش به یه گزینه می‌رسیم).*

گام‌دوم محاسبه‌ی حجم کره‌ی زمین:

$$V_{\text{زمین}} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\times3/14\times(6400\times10^3)^3 = \frac{4}{3}\times3/14\times(6/4)^3\times10^{18} \sim 1\times1\times10^3\times10^{18} = 10^{21}m^3$$

گام‌سوم حالا از رابطه‌ی چگالی استفاده می‌کنیم:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \longrightarrow 5000 = \frac{\text{جرم}}{10^{21}} \longrightarrow \text{جرم} = 5000\times10^{21} = 10^4\times10^{21} = 10^{25}\,kg$$

جرم کره‌ی زمین $5/972\times10^{24}$ کیلوگرم است.

پاسخ سری Z

۱۳۳- گزینه‌ی «۳»

از رابطه‌ی $\vec{A} = c\vec{B}$ و این‌که c یک کمیت نرده‌ای (با یکای معین) است، می‌فهمیم $\vec{A}$ و $c\vec{B}$ دو کمیت برداری هم‌جنس‌اند و $\vec{A}$ و $\vec{B}$ دو کمیت برداری متفاوت‌اند. از سوی دیگر جمع و تفاضل دو کمیت غیرهم‌جنس غیرممکن است، پس گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) که در آن‌ها دو کمیت متفاوت با هم جمع و تفریق شده‌اند، نادرست‌اند. اما در گزینه‌ی (۳)، $2\vec{A}$ و $c\vec{B}$ دو کمیت هم‌جنس‌اند و می‌توانیم آن‌ها را تفریق کنیم. (در ضمن در گزینه‌ی (۳) بردار $\vec{D}$ هم با $\vec{A}$ و $c\vec{B}$ هم‌جنس است.)

۱۳۴- گزینه‌ی «۴»

گام‌اول یکای کمیت‌های $A.BC^2$ و $\frac{D}{C}$ یکسان است (چرا؟) چون می‌توانیم آن‌ها را با هم جمع یا منها کنیم؛ پس داریم:

$$\text{یکای B}\times(\text{یکای C})^2 = \text{یکای A} \Rightarrow 1\frac{kg.m}{s^2}\times(\text{C یکای})^2 = 1kg.m \Rightarrow (\text{C یکای})^2 = 1s^2 \Rightarrow (\text{C یکای}) = 1s$$

و به همین ترتیب یکای $\frac{D}{C}$ را هم برابر یکای A قرار می‌دهیم:

$$\frac{\text{D یکای}}{\text{C یکای}} = \text{A یکای} \Rightarrow \frac{\text{D یکای}}{1s} = 1kg.m \Rightarrow \text{D یکای} = 1kg.m.s$$

گام‌دوم حالا می‌خواهیم با D و C کمیتی بسازیم که یکای آن $\frac{kg.m}{s}$ است، پس کافی است کمیت D را بر مربع C تقسیم کنیم:

$$\frac{\text{D یکای}}{\text{C}^2\text{ یکای}} = \frac{1kg.m.s}{1(s)^2} = 1(\frac{kg.m}{s})$$

۱۳۵- گزینه‌ی «۱»

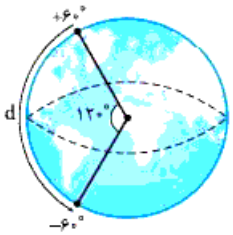
گام‌اول شعاع کره‌ی زمین را با روش زنجیره‌ای به فرسنگ تبدیل می‌کنیم:

$$R_e = \frac{12760\,km}{2}\times\frac{1000\,m}{1\,km}\times\frac{100\,cm}{1\,m}\times\frac{1\,\text{ذرع}}{10^4\,cm}\times\frac{1\,\text{فرسنگ}}{6000\,\text{ذرع}} = \frac{12760\times1000\times100}{2\times10^4\times6000} = 1022/4\,\text{فرسنگ}$$

گام‌دوم حالا محیط دایره‌ی عظیمه‌ی کره‌ی زمین را حساب می‌کنیم (چون نصف‌النهارها بر روی دایره‌ی عظیم قرار دارند):

$$\text{محیط دایره‌ی عظیمه} = 2\pi R_e = 2\times3/14\times1022/4 \simeq 6420\,\text{فرسنگ}$$

گام سوم مطابق شکل روبه‌رو جهانگرد $\frac{۱۲۰^\circ}{۳۶۰^\circ}$ از دایره‌ی عظیمه را پیموده است، پس داریم:



$$d = ۶۴۲۰ \times \frac{۱۲۰}{۳۶۰} = ۲۱۴۰ \text{ فرسنگ}$$

۱۳۶- گزینه‌ی «۲»

گام اول شعاع کره‌ی زمین را با روش زنجیره‌ای به فرسنگ تبدیل می‌کنیم:

$$R_e = ۶۳۷۸ \text{ km} \times \frac{۱ \text{ فرسنگ}}{۶/۲۴ \text{ km}} \approx ۱۰۲۲ \text{ فرسنگ}$$

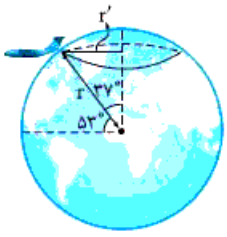
هم‌چنین باید بدانیم ارتفاع پرواز چند فرسنگ است!

$$h = ۲۴۰۰۰ \text{ ذرع} \times \frac{۱۰۴ \text{ cm}}{۱ \text{ ذرع}} \times \frac{۱ \text{ m}}{۱۰۰ \text{ cm}} \times \frac{۱ \text{ km}}{۱۰۰۰ \text{ m}} \times \frac{۱ \text{ فرسنگ}}{۶/۲۴ \text{ km}} = ۴ \text{ فرسنگ}$$

شکل الف

پس فاصله‌ی هواپیما از مرکز زمین (شکل الف) برابر است با: $r = R_e + h = ۱۰۲۲ + ۴ = ۱۰۲۶$ فرسنگ

گام دوم چون در طول مسیر عرض جغرافیایی(۵۳° شمالی) ثابت است، هواپیما بر روی دایره‌ای به شعاع r' مسافرت می‌کند. (شکل ب را ببینید.) کمانی که هواپیما می‌پیماید از ۴۵° شرقی شروع و به ۱۵° غربی ختم می‌شود یعنی هواپیما ۶۰°، دایره‌ای به شعاع r' را پیموده است، پس داریم:



شکل ب

$$(\text{مسافت طی‌شده}) d = ۲\pi r' \frac{\Delta\theta}{۳۶۰^\circ} \xrightarrow{r' = r\cos ۵۳^\circ} d = ۲\pi r \cos ۵۳^\circ (۳۶۰^\circ)$$

$$= ۲ \times ۳/۱۴ \times ۱۰۲۶ \times ۰/۶ \times \frac{۶۰^\circ}{۳۶۰^\circ} = ۶۴۴ \text{ فرسنگ}$$

۱۳۷- گزینه‌ی «۲»

گام اول ببینیم وزنه‌ی ده نخودی چند گرم است؟

$$۱۰ \text{ نخود} = ۱۰ \text{ نخود} \times \frac{۱ \text{ مثقال}}{۲۴ \text{ نخود}} \times \frac{۱ \text{ سیر}}{۱۶ \text{ مثقال}} \times \frac{۷۷/۷۶ \text{ g}}{۱ \text{ سیر}} = \frac{۱۰ \times ۷۷/۷۶}{۲۴ \times ۱۶} = ۲/۰۲۵ \text{ g}$$

گام دوم با این وزنه‌ها به چند روش می‌توانیم بسته‌های نزدیک به ۱۲۰ g ایجاد کنیم.

روش اول فقط از وزنه‌های ده نخودی استفاده کنیم. در این صورت داریم:

$$۵۹ \text{ تا وزنه‌ی } ۱۰ \text{ نخودی} = ۵۹ \times ۲/۰۲۵ = ۱۱۹/۴۷۵ \text{ g} \quad \frac{۱۲۰}{۲/۰۲۵} = ۵۹/۲۶ \Rightarrow$$

$$\text{جرم بسته در روش اول} = ۱۱۹/۴۷۵ \text{ g}$$

روش دوم یک راه دیگر این است که یک وزنه‌ی یک سیری و چند وزنه‌ی ده نخودی را به ۱۲۰ g نزدیک کنیم:

$$۱۲۰ - ۷۷/۷۶ = ۴۲/۲۴ \text{ g}$$

$$۲۱ \text{ وزنه‌ی ده‌نخودی} = ۲۱ \times ۲/۰۲۵ = ۴۲/۵۲۵ \quad \frac{۴۲/۲۴}{۲/۰۲۵} = ۲۰/۸۶ \Rightarrow$$

$$\text{جرم بسته در روش دوم} = ۷۷/۷۶ + ۴۲/۵۲۵ = ۱۲۰/۲۸۵ \text{ g}$$

همین‌طور که می‌بینید جرم بسته‌ها در حالت دوم به ۱۲۰ g نزدیک‌تر است. (تازه این‌طوری کمی از ۱۲۰ g بیشتر هم هست و طرف به کم‌فروشی متهم نمی‌شه!)، پس حالت دوم را برای بسته‌بندی ۱۵ kg نمک انتخاب می‌کنیم.

گام سوم کافی است ۱۵۰۰۰ g را به ۱۲۰/۲۸۵ g تقسیم کنیم:

$$n = \frac{۱۵۰۰۰}{۱۲۰/۲۸۵} = ۱۲۴/۷ \Rightarrow \text{یعنی ۱۲۴ بسته نمک نزدیک به ۱۲۰ g}$$

۱۳۸- گزینه‌ی «۴»

ابعاد مکعب‌مستطیل را به متر تبدیل می‌کنیم:

$$a = ۵۰۰ \text{ in} \times \frac{۲/۵۴ \text{ cm}}{۱ \text{ in}} \times \frac{۱ \text{ m}}{۱۰۰ \text{ cm}} = ۱۲/۷ \text{ m}$$

$$b = ۲۵ \text{ ft} \times \frac{۱۲ \text{ in}}{۱ \text{ ft}} \times \frac{۲/۵۴ \text{ cm}}{۱ \text{ in}} \times \frac{۱ \text{ m}}{۱۰۰ \text{ cm}} = ۷/۶۲ \text{ m}$$

$$c = ۱۰۰۰ \text{ cm} \times \frac{۱ \text{ m}}{۱۰۰ \text{ cm}} = ۱۰/۰۰ \text{ m}$$

حالا حجم مکعب‌مستطیل را به دست می‌آوریم:

$$V = abc = ۱۲/۷ \times ۷/۶۲ \times ۱۰/۰۰ \approx ۹۶۸ \text{m}^۳$$

۱۳۹- گزینه‌ی «۲»

گام اول خطای اندازه‌گیری خط‌کش از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\text{خطای اندازه‌گیری خط‌کش اول} = \pm \frac{\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی خط‌کش اول}}{۲} = \pm \frac{۰/۵ \text{ cm}}{۲} = \pm ۰/۲۵ \text{ cm}$$

$$\text{خطای اندازه‌گیری خط‌کش دوم} = \pm \frac{\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی خط‌کش دوم}}{۲} = \pm \frac{۱ \text{ mm}}{۲} = \pm ۰/۵ \text{ mm} = \pm ۰/۰۵ \text{ cm}$$

گام دوم بنابراین طول و عرض مستطیل با توجه به خطای اندازه‌گیری برابر می‌شود با:

$$\text{عرض} = ۱۰/۲۲ \text{ cm} \pm ۰/۰۵ \text{ cm} \Rightarrow \begin{cases} \text{بیشینه‌ی عرض} = ۱۰/۲۷ \text{ cm} \\ \text{کمینه‌ی عرض} = ۱۰/۱۷ \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{طول} = ۲۰/۶۵ \text{ cm} \pm ۰/۲۵ \text{ cm} \Rightarrow \begin{cases} \text{بیشینه‌ی طول} = ۲۰/۹۰ \text{ cm} \\ \text{کمینه‌ی طول} = ۲۰/۴۰ \text{ cm} \end{cases}$$

گام سوم حالا یک بار با بیشینه و یک بار با کمینه‌ی طول و عرض، مساحت مستطیل را حساب می‌کنیم:

$S_{max} = ۲۰/۹۰ \times ۱۰/۲۷ = ۲۱۴/۶ \, cm^۲$

$S_{min} = ۲۰/۴۰ \times ۱۰/۱۷ = ۲۰۷/۴۷ \, cm^۲$

۱۴۰- گزینه‌ی «۴»

گام اول در ابزارهای مدرج میزان خطای اندازه‌گیری از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$A = \text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی دماسنج مدرج} = ۲ \times |\pm ۰/۲| = ۰/۴ \, ^\circ C \Rightarrow \text{دقت یا خطای اندازه‌گیری دماسنج مدرج} = \pm \frac{\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی}}{۲}$

اما در ابزارهای دیجیتال کمینه‌ی اندازه‌گیری برابر دقت یا خطای اندازه‌گیری است؛ یعنی:

$B = \text{کمینه‌ی اندازه‌گیری دماسنج دیجیتال} = |\pm ۰/۱| = ۰/۱ \, ^\circ C$

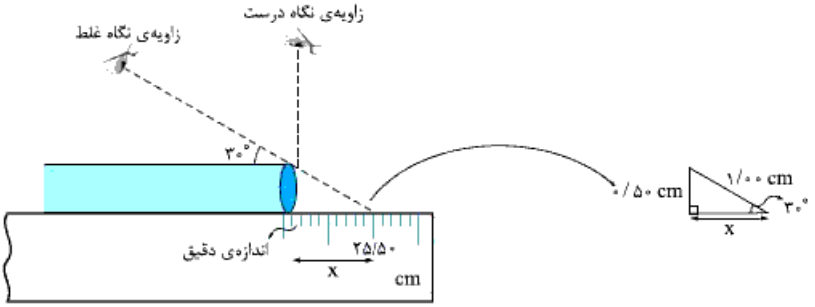
گام دوم نسبت $\frac{A}{B}$ را می‌خواهیم:

$\frac{A}{B} = \frac{۰/۴}{۰/۱} = ۴$

۱۴۱- گزینه‌ی «۴»

گام اول اشتباه شخص در زاویه‌ی نگاه اوست! خط نگاه او باید مثل شکل زیر عمود بر راستای خط‌کش باشد. پس با توجه به شکل، ما با یک مثلث روبه‌روبه هستیم که ضلع مقابل به زاویه‌ی ۳۰° آن $۰/۵۰ \, cm$ است، پس وتر مثلث ۲ برابر $۰/۵۰ \, cm$ یعنی $۱/۰۰ \, cm$ است، بنابراین داریم:

$(۱/۰۰)^۲ = (۰/۵۰)^۲ + x^۲ \Rightarrow x^۲ = ۱/۰۰ - ۰/۲۵ = ۰/۷۵ \Rightarrow x = \sqrt{۰/۷۵} = ۰/۵۰\sqrt{۳} = ۰/۵۰ \times ۱/۷ = ۰/۸۵ \, cm$



گام دوم یعنی شخص خطاکار، $۰/۸۵ \, cm$ از مقدار دقیق بیشتر گزارش کرده، پس:

$\text{طول دقیق لوله} = ۲۵/۵۰ - ۰/۸۵ = ۲۴/۶۵ \, cm$

۱۴۲- گزینه‌ی «۳»

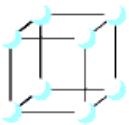
خون از طریق آئورت از قلب خارج شده و در نهایت وارد مویرگ‌ها می‌شود، بنابراین با توجه به معادله‌ی پیوستگی از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

$(VA)_{\text{آئورت}} = \text{تعداد مویرگ‌ها} \times (VA_{\text{مویرگی}}) \rightarrow V_{\text{آئورت}} \times \pi r_{\text{آئورت}}^۲ = \text{تعداد مویرگ‌ها} \times V_{\text{مویرگی}} \times \pi r_{\text{مویرگی}}^۲$

$\rightarrow \text{تعداد مویرگ‌ها} = \frac{V_{\text{آئورت}} \times r_{\text{آئورت}}^۲}{V_{\text{مویرگی}} \times r_{\text{مویرگی}}^۲} = \frac{۸ \times (۲/۵ \times ۱۰^{-۲})^۲}{۰/۵ \times ۱۰^{-۳} (۰/۱ \times ۱۰^{-۳})^۲} = \frac{۸ \times ۶/۲۵ \times ۱۰^{-۴}}{۰/۵ \times ۱۰^{-۱۱}} = ۱۶ \times ۶/۲۵ \times ۱۰^۷ = ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰^۷ = ۱۰^۹$

۱۴۳- گزینه‌ی «۳»

گام اول یکی از مکعب‌های این ساختار را در نظر بگیرید (شکل روبه‌رو). می‌خواهیم به جرم و حجم این مکعب بپردازیم.



اول جرم: این مکعب دارای ۸ گوشه است که در هر گوشه یک اتم قرار دارد ولی هر کدام از این اتم‌ها فقط متعلق به این مکعب نیستند بلکه تنها بخشی از آن‌ها در این مکعب است و بخشی در مکعب‌های دیگر. اگر به ساختار مقابل دقت کنید هر اتم در محل تلاقی ۸ مکعب است؛ یعنی $\frac{۱}{۸}$ از هر اتم متعلق به این مکعب است. برای این‌که بهتر متوجه شوید به شکل روبه‌رو دقت کنید.

پس نتیجه می‌گیریم، هر مکعب ۸ تا $\frac{۱}{۸}$ اتم دارد؛ یعنی جرم کل این مکعب برابر است با جرم ۱ اتم (۸ تا $\frac{۱}{۸}$ اتم می‌شه ۱ اتم). از طرفی چون به ازای هر مکعب یک اتم وجود دارد، تعداد مکعب‌ها با تعداد اتم‌ها برابر است.

دوم حجم: فاصله‌ی دو اتم مجاور روی یک ضلع مکعب را a در نظر می‌گیریم (در واقع a ضلع مکعبه). بنابراین حجم این مکعب برابر است با $V = a^۳$. سؤال از ما خواسته که a را حساب کنیم.

گام دوم جرم هر مکعب را به دست می‌آوریم. برای این کار می‌دانیم جرم ۶×۱۰^{۲۳} اتم کربن برابر ۱۲ g است، پس:

$\text{جرم یک مکعب} = \text{جرم یک اتم کربن} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{تعداد اتم}} = \frac{۱۲}{۶ \times ۱۰^{۲۳}} = ۲ \times ۱۰^{-۲۳} \, g$

گام سوم حالا برای به دست آوردن a از رابطه‌ی چگالی برای مکعب استفاده می‌کنیم:

$(\text{چگالی مکعب})\frac{g}{cm^۳} = \frac{(\text{جرم مکعب})g}{(\text{حجم مکعب})cm^۳} \rightarrow ۲/۵ = \frac{۲ \times ۱۰^{-۲۳}}{a^۳} \rightarrow a^۳ = \frac{۲ \times ۱۰^{-۲۳}}{۲/۵} \sim ۱۰^{-۲۳} \, cm^۳ \rightarrow a = ۱۰^{\frac{-۲۳}{۳}} \sim ۱۰^{-۸} \, cm \sim ۱۰^{-۱۰} \, m$

۱۴۴- گزینه‌ی «۴»

گام اول حجم مکعب و استوانه را به دست می‌آوریم:

$V_{\text{مکعب}} = a^۳$

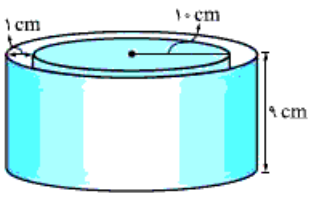
$V_{\text{استوانه}} = (A_{\text{خارجی}} - A_{\text{داخلی}})h = (\pi \frac{۹}{۴} a^۲ - \frac{\pi}{۴} a^۲) \times ۲a = ۱۲a^۳$

گام دوم رابطه‌ی چگالی و یک تناسب ساده:

$\rho = \frac{m}{V}$

$\frac{\rho_{\text{استوانه}}}{\rho_{\text{مکعب}}} = \frac{m_{\text{استوانه}}}{m_{\text{مکعب}}} \times \frac{V_{\text{مکعب}}}{V_{\text{استوانه}}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۴}} \times \frac{a^۳}{۱۲a^۳} = \frac{۱}{۳}$

۱۴۵- گزینه‌ی «۱»



گام اول حجم قسمت داخلی ظرف را به‌دست آورده و به کمک آن جرم آب موجود در ظرف را پیدا می‌کنیم:

$$V_{\text{داخل}} = \pi r^2 h = 3(100)(9) = 2700\ cm^3$$

$$m_{\text{آب}} = \rho V = 1(2700) = 2700\ g = 2/7\ kg$$

گام دوم جرم ظرف برابر اختلاف جرم کل و جرم آب است.

$$m_{\text{ظرف}} = m_{\text{کل}} - m_{\text{آب}} = 10/14 - 2/7 = 7/44\ kg$$

گام سوم حجم ظرف برابر حجم کل استوانه منهای حجم قسمت داخلی آن است، به‌طوری که:

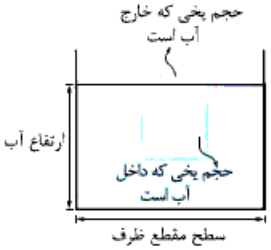
$$V_{\text{ظرف}} = V_{\text{استوانه}} - V_{\text{داخلی}} = \pi r^2_{\text{استوانه}} h - \pi r^2_{\text{داخلی}} h = 3(11)^2(10) - 3(10)^2(9) = 930\ cm^3$$

دقت کنید که ارتفاع استوانه $(9+1)\ cm$ و شعاع خارجی آن $(10+1)\ cm$ است.

گام چهارم حالا می‌توانیم چگالی ظرف را به دست آوریم:

$$\rho_{\text{ظرف}} = \frac{m_{\text{ظرف}}}{V_{\text{ظرف}}} = \frac{7/44 \times 10^3}{930} = 8\ g/cm^3$$

۱۴۶- گزینه‌ی «۱»



گام اول نیمی از یخ ذوب می‌شود و به آب افزوده می‌شود.

پس حجم آبی را که اضافه شده است می‌توانیم حساب کنیم:

$$\text{جرم اولیه‌ی یخ} = \rho_{\text{یخ}} V_{\text{یخ}} = 0/9 \times 5^3 = 112/5\ g$$

$$\text{جرم یخ ذوب‌شده} = \frac{112/5}{2} = 56/25\ g$$

$$\text{حجم آب اضافه‌شده} = \frac{\text{جرم یخ ذوب‌شده}}{\text{چگالی آب}} = \frac{56/25}{1} = 56/25\ cm^3$$

گام دوم همواره ۱۰ درصد یخ بالای سطح آب و ۹۰ درصد آن داخل آب است. با ذوب‌شدن نیمی از یخ، حجم یخی که در داخل آب است هم نصف می‌شود. یعنی:

$$\text{حجم یخی که در ابتدا داخل آب بوده است} = \frac{90}{100} \times 5^3 = 112/5\ cm^3$$

$$\text{حجم یخی که در پایان داخل آب می‌ماند} = \frac{112/5}{2} = 56/25\ cm^3$$

گام سوم با مقایسه‌ی گام‌های اول و دوم می‌فهمیم که $56/25\ cm^3$ به حجم آب اضافه شده و $56/25\ cm^3$ از حجم یخ درون آب کاسته شده است. پس ارتفاع آب تغییر نمی‌کند. هر مقداری از یخ شناور بر روی آب ذوب شود، ارتفاع آب تغییر نخواهد کرد.

۱۴۷- گزینه‌ی «۱»

گام اول جرم اولیه‌ی آب را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m_1}{V} \Rightarrow m_1 = \rho V = 1(200) = 200\ g$$

گام دوم اگر $\frac{3}{4}$ آب داخل لیوان خالی شود، فقط $50\ g$ آب داخل لیوان باقی می‌ماند. اگر جرم لیوان را برابر x در نظر بگیریم، داریم:

$$m_{\text{حالت دوم}} = \frac{1}{2} m_{\text{حالت اول}} \Rightarrow (x+50) = \frac{1}{2}(x+200) \Rightarrow 2x+100 = x+200 \Rightarrow x = 100\ g$$

۱۴۸- گزینه‌ی «۲»

گام اول محاسبه‌ی حجم آب درون استوانه و بعد هم جرم آب:

$$V_{\text{آب}} = A_{\text{استوانه}} \times h_{\text{آب}} = \pi r^2 \times h = 3 \times (4)^2 \times 4 = 192\ cm^3$$

$$m_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} = 1 \times 192 = 192\ g$$

گام دوم محاسبه‌ی جرم استوانه:

$$W_{\text{استوانه}} = m_{\text{استوانه}} g \Rightarrow 1/08 = m_{\text{استوانه}} \times 10 \Rightarrow m_{\text{استوانه}} = 0/108\ kg = 108\ g$$

گام سوم محاسبه‌ی جرم سکه‌ها:

$$m_{\text{آب}} + m_{\text{استوانه}} + m_{\text{سکه‌ها}} = 600\ g \Rightarrow 192 + 108 + m_{\text{سکه‌ها}} = 600 \Rightarrow m_{\text{سکه‌ها}} = 600 - 300 = 300\ g$$

گام چهارم محاسبه‌ی حجم سکه‌ها (Δh افزایش ارتفاع آب در اثر افزودن سکه‌ها است):

$$V_{\text{سکه‌ها}} = A_{\text{استوانه}} \times \Delta h = 48 \times (5-4) = 48\ cm^3$$

گام پنجم محاسبه‌ی چگالی سکه‌ها:

$$\rho = \frac{m_{\text{سکه‌ها}}}{V_{\text{سکه‌ها}}} = \frac{300}{48} = 6/25\ g/cm^3 = 6250\ kg/m^3$$

۱۴۹- گزینه‌ی «۲»

گام اول رابطه‌ی چگالی را یک بار برای آب و بار دیگر برای جیوه می‌نویسیم. در روابط زیر حجم داخلی لیوان را با V' و جرم لیوان را با m' نشان داده‌ایم:

$$m_{\text{کل}} = m_{\text{مایع}} + m' \Rightarrow m_{\text{مایع}} = \rho V' \Rightarrow \begin{cases} \text{آب}: & 600 = 1(V') + m' \\ \text{جیوه}: & 5400 = 13(V') + m' \end{cases}$$

$$4800 = 12V' \Rightarrow V' = 400\ cm^3 \ ,\ m' = 200\ g$$

بنابراین جرم لیوان $200\ g$ و حجم داخل آن $400\ cm^3$ است.

گام دوم حالا به راحتی می‌توانیم حداکثر نفتی را که در این لیوان جا می‌شود به دست آوریم. در این صورت نفت لیوان را کاملاً پر می‌کند و حجم آن برابر حجم لیوان است و داریم:

$$m_{\text{نفت}} = \rho_{\text{نفت}} \times V' = 0/8 \times 400 = 320\ g$$

۱۵۰- گزینه‌ی «۴»

گام اول محاسبه‌ی جرم کل مخلوط: $m_{مخلوط} = m_۱ + m_۲ = \rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲ = (۳/۵\times ۱۰۰) + (۴/۵\times ۳۰۰) = ۱۷۰۰\,g$

گام دوم محاسبه‌ی حجم کل مخلوط: (خواستن باشه ۱۵ درصد از حجم مجموع دو مایع کم می‌شود.)

$$V_{مخلوط} = \frac{۸۵}{۱۰۰}(V_۱ + V_۲) = \frac{۸۵}{۱۰۰}(۱۰۰ + ۳۰۰) = ۳۴۰\,cm^۳$$

گام سوم و اما چگالی مخلوط:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_{مخلوط}}{V_{مخلوط}} = \frac{۱۷۰۰}{۳۴۰} = ۵\,g/cm^۳$$

۱۵۱- گزینه‌ی «۲»

گام اول محاسبه‌ی جرم کل مخلوط: $m_{مخلوط} = m_۱ + m_۲ = m_۱ + \rho_۲V_۲ = ۵۱۰ + (۴\times ۳۰) = ۶۳۰\,g$

گام دوم محاسبه‌ی حجم کل مخلوط با توجه به این‌که ۱۰ درصد از حجم مجموع دو مایع کم می‌شود:

$$V_{مخلوط} = \frac{۹۰}{۱۰۰}(V_۱ + V_۲) = \frac{۹}{۱۰}(\underbrace{\frac{۵۱۰}{\rho_۱}}_{\frac{m_۱}{\rho_۱}} + ۳۰)$$

گام سوم چگالی مخلوط برابر میانگین چگالی دو مایع است:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_{مخلوط}}{V_{مخلوط}} \xrightarrow{\rho_{مخلوط} = \frac{\rho_۱ + \rho_۲}{۲}} \frac{\rho_۱ + ۴}{۲} = \frac{۶۳۰}{\frac{۹}{۱۰}(\frac{۵۱۰}{\rho_۱} + ۳۰)} \Rightarrow \frac{۲\times ۱۰\times ۶۳۰}{۹} = (\rho_۱ + ۴)(\frac{۵۱۰}{\rho_۱} + ۳۰) \Rightarrow ۳\rho_۱^۲ - ۷۷\rho_۱ + ۲۰۴ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \rho_۱ = ۳\,g/cm^۳ \\ \rho_۱ = ۲۲/۷\,g/cm^۳ \end{cases}$$

مایعی با چگالی $۲۲/۷\,g/cm^۳$ معقول به نظر نمی‌رسد و در بین گزینه‌ها هم نیست، پس همان $۳\,g/cm^۳$ را انتخاب می‌کنیم.

۱۵۲- گزینه‌ی «۴»

گام اول نسبت ρ_A و ρ_B را به‌دست می‌آوریم. اگر حجم ظرف را برابر x در نظر بگیریم، داریم:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{\rho_AV_A + \rho_BV_B}{V_A + V_B} \xrightarrow{V_A = V_B = \frac{x}{۲}} \rho_{مخلوط} = \frac{\rho_A(\frac{x}{۲}) + \rho_B(\frac{x}{۲})}{x} \Rightarrow ۸ = \frac{\rho_A + \rho_B}{۲} \Rightarrow \rho_A + \rho_B = ۱۶$$

نکته اگر دو مایع با حجم برابر را با یکدیگر مخلوط کنیم، همواره چگالی مخلوط برابر میانگین چگالی دو ماده‌ی اولیه است.

گام دوم حالا $\frac{۱}{۳}x$ را از A و $\frac{۲}{۳}x$ را از B پر می‌کنیم و داریم:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{\rho_AV_A + \rho_BV_B}{V_A + V_B} = \frac{\frac{۱}{۳}x\rho_A + \frac{۲}{۳}x\rho_B}{x} \Rightarrow ۶ = \frac{۱}{۳}\rho_A + \frac{۲}{۳}\rho_B \Rightarrow \rho_A + ۲\rho_B = ۱۸$$

گام سوم دو معادله و دو مجهول:

$$-\begin{cases} \rho_A + \rho_B = ۱۶ \\ \rho_A + ۲\rho_B = ۱۸ \end{cases}$$

$$\rho_B = ۲\,g/cm^۳ \Rightarrow \rho_A = ۱۴\,g/cm^۳$$

۱۵۳- گزینه‌ی «۳»

گام اول ابتدا محاسبه می‌کنیم که انرژی حاصل از تبدیل $۱\,kg$ ماده به انرژی چند ژول است.

$$E = mc^۲ = ۱\times (۳\times ۱۰^۸)^۲ = ۹\times ۱۰^{۱۶} \sim ۱۰^{۱۷}\,J$$

گام دوم انرژی لازم برای روشن‌ماندن یک لامپ معمولی خانگی را در یک شبانه‌روز برآورد می‌کنیم. فرض می‌کنیم توان لامپ ۱۰۰ وات باشد و در شبانه‌روز ۵ ساعت روشن بماند *(آقه عددهای ما رو قبول ندارید خودتون تخمین بزنید و با همونا حساب کتاب کنید. ما ادعا می‌کنیم فرقی نمی‌کنه تو جواب تست)*. با استفاده از رابطه‌ی توان داریم:

$$\text{توان}(W) = \frac{\text{انرژی}(J)}{\text{زمان}(s)} \rightarrow ۱۰۰ = \frac{\text{انرژی}}{۵\times ۶۰\times ۶۰} \rightarrow \text{انرژی} = ۱/۸\times ۱۰^۶\,J \sim ۱۰^۶\,J$$

گام سوم برای تخمین انرژی لازم، برای روشن نگه‌داشتن یک خانه باید تعداد لامپ‌های یک خانه‌ی معمولی را خودمان حدس بزنیم البته یک حدس معقول و منطقی. ۱۰ لامپ برای هر خانه مناسب به نظر می‌رسد. *(یه دونه برای آشپزخونه، ۳ یا ۴ تا برای پذیرایی، ۲ تا هم برای هرکدوم از ۲ تا اتاق خواب!)*

$$\text{انرژی لازم برای تامین روشنایی یک خانه} = \text{انرژی لازم برای یک لامپ} \times \text{تعداد لامپ} = ۱۰^۶ \times ۱۰ = ۱۰^۷\,J$$

گام چهارم حالا دیگر به دست آوردن تعداد خانه‌ها کار سختی نیست.

$$\text{تعداد خانه‌هایی که می‌توان روشن کرد} = \frac{\text{انرژی کل}}{\text{انرژی لازم برای هر خانه}} = \frac{۱۰^{۱۷}}{۱۰^۷} = ۱۰^{۱۰}$$

۱۵۴- گزینه‌ی «۱»

گام اول ابتدا تعیین می‌کنیم که ۸۰ میلیون بشکه نفت معادل چند گرم است.

$$\text{جرم نفت} = \text{تعداد بشکه} \times \text{جرم نفت هر بشکه} = ۸۰\times ۱۰^۶ \times ۱۵۰ = ۱/۲\times ۱۰^{۱۰}\,kg = ۱/۲\times ۱۰^{۱۳}\,g \sim ۱۰^{۱۳}\,g$$

گام دوم این مقدار نفت چند ژول انرژی تولید می‌کند؟ $(۱۰^{۱۳}) \times (۵۰\times ۱۰^۳) \sim ۱۰^{۱۸}\,J$ = انرژی حاصل از هر یک گرم نفت برحسب ژول × جرم نفت برحسب گرم = انرژی تولیدشده

گام سوم با استفاده از رابطه‌ی معرفی‌شده در صورت تست، مقدار جرم ماده‌ای را که در نیروگاه‌های هسته‌ای باید به انرژی تبدیل شود تا $۱۰^{۱۸}$ ژول انرژی به دست آید، تعیین می‌کنیم.

$$E = mc^۲ \rightarrow ۱۰^{۱۸} = m\times (۳\times ۱۰^۸)^۲ \rightarrow m = \frac{۱۰^{۱۸}}{۹\times ۱۰^{۱۶}} \sim ۱۰\,kg$$

می‌بینید انرژی هسته‌ای چه می‌کنه؟ آقه هر روز فقط ۱۰ کیلوگرم اورانیم تو نیروگاه‌ها به انرژی هسته‌ای تبدیل شه کل انرژی دنیا تامین می‌شه